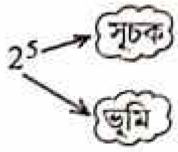
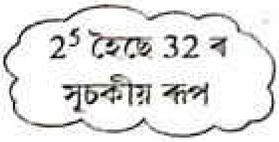
অধ্যায়-12

সূচক আৰু ঘাত

তোমালোকে সপ্তম শ্ৰেণীত সূচক আৰু ঘাতৰ বিষয়ে শিকিছা। তোমালোকে মনত পেলোবা 2^5 ৰ অৰ্থ কি ?

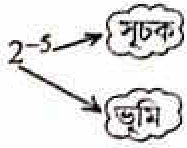
$$2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$$
$$= 32$$





ইয়াত 5 টা 2 পূৰণ কৰা হৈছে। ইয়াত 2 ক ভূমি বোলে। 2 ৰ ঘাত কি হ'ব? ক'ব পাৰিবানে? ইয়াত 2 ৰ ঘাত 5 লৈ উন্নীত কৰা হ'ল। 5 এ 2 ৰ ঘাত সূচাইছে।

এইবাৰ 2^{-5} ৰ অৰ্থ কি হ'ব পাৰে চিন্তা কৰা। ইয়াত (–5) টা 2 পূৰণ কৰা হৈছে বুলি ক'ব পাৰিবানে? নিশ্চয় নোৱাৰিবা। কাৰণ, (–5) টা 2 ৰ পূৰণফল অৰ্থহীন। ইয়াৰ সূচকটো ঋণাত্মক সংখ্যা।



এই পাঠত তোমালোকে ঋণাত্মক সূচকৰ বিষয়ে শিকিব পাৰিবা।

12.1 ঋণাত্মক সূচকযুক্ত ঘাত (Power with negative exponents)

তোমালোকে জানা যে

$$2^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$$

$$2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8 = \frac{16}{2}$$

$$2^2 = 2 \times 2 = 4 = \frac{8}{2}$$

$$2^1 = 2 = \frac{4}{2}$$

$$2^0 = 1 = \frac{2}{2}$$

এতিয়া ওপৰৰ চানেকিটো বুজিব পাৰিলানে? যেতিয়া সূচকৰ মান 1 কৈ কমে, তেতিয়া তাৰ মান কি হ'ব লক্ষ্য কৰা।

এতিয়া 2^{-1} ৰ মান কি হ'ব?

ওপৰৰ চানেকিটো লক্ষ্য কৰিলে দেখিবা যে $2^{-1} = \frac{1}{2} = \frac{1}{2^1}$

আকৌ $2^{-2} = \frac{1}{2} \div 2 = \frac{1}{2 \times 2} = \frac{1}{2^2}$

$2^{-3} = \frac{1}{2^2} \div 2 = \frac{1}{2^2 \times 2} = \frac{1}{2^3}$

$2^{-4} = \frac{1}{2^3} \div 2 = \frac{1}{2^3 \times 2} = \frac{1}{2^4}$

$2^{-5} = \frac{1}{2^4} \div 2 = \frac{1}{2^4 \times 2} = \frac{1}{2^5}$ ইত্যাদি।

সেইদৰে, $2^{-7} = \frac{1}{2^7}$

$3^{-19} = \frac{1}{3^{19}}$

$5^{-6} = \frac{1}{5^6}$

$10^{-1} = \frac{1}{10}$, $10^{-2} = \frac{1}{10^2}$, $10^{-3} = \frac{1}{10^3}$ ইত্যাদি।

তোমালোকে একে পদ্ধতিৰে 10^{-5} ৰ মান নিৰ্ণয় কৰিব পাৰিবানে?

এতিয়া ভূমি আৰু সূচক দুয়োটাই ঋণাত্মক সংখ্যা হ'লে কি হ'ব চাওঁ আহা।

$(-2)^{-5} = \frac{1}{(-2)^5}$, $(-3)^{-4} = \frac{1}{(-3)^4}$, $(-10)^{-7} = \frac{1}{(-10)^7}$ এইবোৰৰ একোটা নিৰ্দিষ্ট মান পাম।

গতিকে যিকোনো অখণ্ড সংখ্যা a ৰ বাবে $a^{-m} = \frac{1}{a^m}$ য'ত m এটা ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যা।

উদাহৰণ 1 ঃ $(-3)^{-4}$ ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

সমাধান ঃ $(-3)^{-4} = \frac{1}{(-3)^4} = \frac{1}{(-3)\times(-3)\times(-3)\times(-3)}$

$= \frac{1}{81}$

অৰ্থাৎ $(-3)^{-4} = \frac{1}{81}$

উদাহৰণ 2 ঃ মান নিৰ্ণয় কৰা

(i) 5^{-4} (ii) $(-5)^{-4}$ (iii) $(-5)^{-3}$ (iv) $(-4)^{-5}$

সমাধান ঃ (i) $5^{-4} = \frac{1}{5^4}$

$= \frac{1}{5\times5\times5\times5}$

$= \frac{1}{625}$

(ii) $(-5)^{-4} = \frac{1}{(-5)^4}$

$= \frac{1}{(-5)\times(-5)\times(-5)\times(-5)}$

$= \frac{1}{625}$

(iii) $(-5)^{-3} = \frac{1}{(-5)^3}$

$= \frac{1}{(-5)\times(-5)\times(-5)}$

$= \frac{1}{-125}$

$= -\frac{1}{125}$

(iv) $(-4)^{-5}$

$= \frac{1}{(-4)\times(-4)\times(-4)\times(-4)\times(-4)}$

$= \frac{1}{-1024}$

$= -\frac{1}{1024}$

12.2 সূচকৰ সহায়ত সংখ্যাৰ বিস্তাৰিত ৰূপ

উদাহৰণ 3 ঃ 57463 ক বিস্তাৰিত ৰূপত লিখা

সমাধান ঃ $57463 = 50000 + 7000 + 400 + 60 + 3$

$= 5 \times 10^4 + 7 \times 10^3 + 4 \times 10^2 + 6 \times 10 + 3$

বা

$= 5 \times 10^4 + 7 \times 10^3 + 4 \times 10^2 + 6 \times 10^1 + 3 \times 10^0$

উদাহৰণ 4 ঃ 57463.812 ক বিস্তাৰিত ৰূপত লিখা।

সমাধান ঃ $57463.812 = 50000 + 7000 + 400 + 60 + 3 + 0.8 + 0.01 + 0.002$

$= 50000 + 7000 + 400 + 60 + 3 + \frac{8}{10} + \frac{1}{100} + \frac{2}{1000}$

$= 5 \times 10^4 + 7\times10^3 + 4\times10^2 + 6\times10 + 3\times10^0 + 8\times10^{-1} + 1\times10^{-2} + 2\times10^{-3}$

12.3 সূচকৰ বিধি (Laws of Indices)

সূচকৰ বিধিকেইটা এনেধৰণৰ ঃ

(i) $a^m \times a^n = a^{m+n}$

(ii) $a^m \div a^n = a^{m-n}$, $a \neq 0$

(iii) $(a^m)^n = a^{mn}$

(iv) $(a \times b)^m = a^m \times b^m$

(v) $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}, \quad b \neq 0$

(vi) $a^0 = 1, \quad a \neq 0$

এতিয়া সূচকবোৰ ঋণাত্মক হ'লে বিধিকেইটা শুদ্ধ হ'বনে? পৰীক্ষা কৰি চাওঁ আহা।

কেইটামান উদাহৰণ চাওঁ আহা

(i) $(-3)^{-5} \times (-3)^{-6}$

সমাধান ঃ $(-3)^{-5} \times (-3)^{-6}$

$= \frac{1}{(-3)^5} \times \frac{1}{(-3)^6}$

$= \frac{1}{(-3)^5 \times (-3)^6}$

$= \frac{1}{(-3)^{5+6}}$

$= (-3)^{-5+(-6)}$

(ii) $(-5)^3 \times (-5)^{-7}$

সমাধান ঃ $(-5)^3 \times (-5)^{-7}$

$= (-5)^3 \times \frac{1}{(-5)^7}$

$= \frac{(-5)^3}{(-5)^7}$

$= (-5)^{3-7}$

$= (-5)^{3+(-7)}$

(iii) $(-4)^{-5} \times (-4)^6$

সমাধান ঃ $(-4)^{-5} \times (-4)^6$

$= \frac{1}{(-4)^5} \times (-4)^6$

$= \frac{(-4)^6}{(-4)^5}$

$= (-4)^{6-5}$

$= (-4)^{-5+6}$

ওপৰৰ উদাহৰণ তিনিটাৰ পৰা কি শিকিলোঁ? একে ভূমিবিশিষ্ট দুটা সংখ্যাৰ পূৰণফলত সূচক দুটা যোগ হয়। তোমালোকে আন সংখ্যা লৈও কৰি চোৱাচোন। ধৰ্মটো মিলিছে নে?

গতিকে, যিকোনো অশূন্য অখণ্ড সংখ্যা aৰ বাবে $a^m \times a^n = a^{m+n}$ য'ত m আৰু n অখণ্ড সংখ্যা।

সেইদৰে তোমালোকে সূচকৰ আন বিধিসমূহ পৰীক্ষা কৰি চাব পাৰা a আৰু b অশূন্য অখণ্ড সংখ্যা আৰু m আৰু n যিকোনো অখণ্ড সংখ্যা। ওপৰৰ সূচকৰ সকলো বিধি সত্য হ'ব।

এতিয়া তলৰ পূৰণফলকেইটা মন কৰা-

$5^3 \times 5^{-3}$

$= 5^3 \times \frac{1}{5^3}$

$= \frac{5^3}{5^3}$

$= 1$

$7^6 \times 7^{-6}$

$= 7^6 \times \frac{1}{7^6}$

$= \frac{7^6}{7^6}$

$= 1$

$2^5 \times 2^{-5}$

$= 2^5 \times \frac{1}{2^5}$

$= \frac{2^5}{2^5}$

$= 1$

ইতিমধ্যে প্ৰথম অধ্যায়ত পাই আহিছা যে যদি দুটা সংখ্যাৰ পূৰণফল 1হয়, তেন্তে সংখ্যা দুটাৰ এটাক আনটোৰ গুণাত্মক বিপৰীত বা প্ৰতিক্ৰম বা অন্যোনক বুলি কোৱা হয়।

অৰ্থাৎ 5^3 গুণাত্মক বিপৰীত 5^{-3} আৰু 5^{-3} গুণাত্মক বিপৰীত 5^3
ঠিক তেনেকৈ,
7^6 ৰ গুণাত্মক বিপৰীত 7^{-6} আৰু 7^{-6}ৰ গুণাত্মক বিপৰীত 7^6ইত্যাদি।

অৰ্থাৎ a^m ৰ গুণাত্মক বিপৰীত হ'ব a^{-m} বা $\frac{1}{a^m}$ য'ত a আৰু m দুটা অখণ্ড সংখ্যা আৰু $a \neq 0$

উদাহৰণ 5 ঃ মান নিৰ্ণয় কৰা (সূচকৰ বিধি প্ৰয়োগ কৰি)

(i) $(-4)^7 \times (-4)^{-5} \times (-4)^{-2}$ (ii) $(-3)^{-3} \div (-3)^{-2}$

(iii) $(-2)^{-2} \times 3^{-2}$ (iv) $(2^{-2})^{-3}$

সমাধান ঃ

(i) $(-4)^7 \times (-4)^{-5} \times (-4)^{-2}$
$= (-4)^{7+(-5)+(-2)}$ $[a^m \times a^n = a^{m+n}]$
$= (-4)^0$
$= 1$

(ii) $(-3)^{-3} \div (-3)^{-2}$
$= (-3)^{-3-(-2)}$ $[a^m \div a^n = a^{m-n}]$
$= (-3)^{-3+2}$
$= (-3)^{-1}$
$= \frac{1}{-3} = -\frac{1}{3}$

(iii) $(-2)^{-2} \times 3^{-2}$
$= (-2 \times 3)^{-2}$ $[a^m \times b^m = (a \times b)^m]$
$= (-6)^{-2}$
$= \frac{1}{(-6)\times(-6)}$
$= \frac{1}{36}$

(iv) $(2^{-2})^{-3}$
$= 2^{(-2)\times(-3)}$ $[(a^m)^n = a^{mn}]$
$= 2^6$
$= 64$

উদাহৰণ 6 ঃ সবল কৰা (উত্তৰবোৰ সূচকীয় ৰূপত ৰাখিবা)

(i) $3^{-7} \times 3^{-4} \times 3^2 \times 3^{-5}$ (ii) $(-7)^{-9} \div (-7)^{-2}$

(iii) $(-4)^{-5} \times (-3)^{-5} \times 2^{-5}$ (iv) $(3^{-5})^{-3}$

সমাধান ঃ

(i) $3^{-7} \times 3^{-4} \times 3^2 \times 3^{-5}$
$= 3^{-7+(-4)+2+(-5)}$
$= 3^{-16+2}$
$= 3^{-14}$
$= \frac{1}{3^{14}}$

(ii) $(-7)^{-9} \div (-7)^{-2}$
$= (-7)^{-9-(-2)}$
$= (-7)^{-9+2}$
$= (-7)^{-7}$
$= \frac{1}{(-7)^7}$

টোকা তোমালোকে পাই অহা সূচকৰ বিধিসমূহত a আৰু b অশূন্য অখণ্ড সংখ্যা আৰু m, n যিকোনো অখণ্ড সংখ্যা লোৱা হৈছিল। a আৰু b পৰিমেয় সংখ্যা হ'লেও এই বিধিসমূহ প্ৰযোজ্য হ'ব।

যদি a এটা অশূন্য পৰিমেয় সংখ্যা হয় তেন্তে $a^m \times a^n = a^{m+n}$ য'ত m, n অখণ্ড সংখ্যা এই বিধিটো শুদ্ধ হ'বনে পৰীক্ষা কৰি চাওঁ আহা।

উদাহৰণ 11 ঃ $\left(\frac{2}{3}\right)^5 \times \left(\frac{2}{3}\right)^7$ ৰ মান উলিওৱা।

সমাধান ঃ

$$\left(\frac{2}{3}\right)^5 \times \left(\frac{2}{3}\right)^7 = \underbrace{\left(\frac{2}{3}\right)\times\left(\frac{2}{3}\right)\times\left(\frac{2}{3}\right)\times\left(\frac{2}{3}\right)\times\left(\frac{2}{3}\right)}_{5 \text{ বাৰ}}\times\underbrace{\left(\frac{2}{3}\right)\times\left(\frac{2}{3}\right)\times\left(\frac{2}{3}\right)\times\left(\frac{2}{3}\right)\times\left(\frac{2}{3}\right)\times\left(\frac{2}{3}\right)\times\left(\frac{2}{3}\right)}_{7 \text{ বাৰ}}$$

$$= \left(\frac{2}{3}\right)\times\left(\frac{2}{3}\right)\times\left(\frac{2}{3}\right)\times\left(\frac{2}{3}\right)\times\left(\frac{2}{3}\right)\times\left(\frac{2}{3}\right)\times\left(\frac{2}{3}\right)\times\left(\frac{2}{3}\right)\times\left(\frac{2}{3}\right)\times\left(\frac{2}{3}\right)\times\left(\frac{2}{3}\right)\times\left(\frac{2}{3}\right)$$

$$= \left(\frac{2}{3}\right)^{12}$$

অৰ্থাৎ, পৰিমেয় সংখ্যাৰ ক্ষেত্ৰতো সূচকৰ বিধিটো প্ৰযোজ্য হয়।

গতিকে যিকোনো অশূন্য পৰিমেয় সংখ্যা aৰ বাবে $a^m \times a^n = a^{m+n}$ য'ত m আৰু n অখণ্ড সংখ্যা সেইদৰে তোমালোকে সূচকৰ বাকী বিধিকেইটাও পৰীক্ষা কৰি চাব পাৰিবা য'ত a আৰু b অশূন্য পৰিমেয় সংখ্যা।

উদাহৰণ 12 ঃ সূচকৰ বিধি প্ৰয়োগ কৰি সৰল কৰা।

(i) $\left(\frac{19}{15}\right)^8 \times \left(\frac{19}{15}\right)^{11} \times \left(\frac{19}{15}\right)^{-7}$ (ii) $\left(-\frac{2}{3}\right)^2 \times \left\{\left(-\frac{2}{3}\right)^7 \div \left(-\frac{2}{3}\right)^5\right\}$

(iii) $\left(-\frac{3}{5}\right)^{-4} \times \left(-\frac{5}{3}\right)^4 \times \left(-\frac{3}{5}\right)^{-3}$ (iv) $\left\{\left(\frac{2}{3}\right)^5\right\}^{-3}$ (v) $\left(\frac{3}{4}\right)^{-5} \div \left(\frac{4}{3}\right)^8$

সমাধান ঃ

(i) $\left(\frac{19}{15}\right)^8 \times \left(\frac{19}{15}\right)^{11} \times \left(\frac{19}{15}\right)^{-7}$

$= \left(\frac{19}{15}\right)^{8+11+(-7)}$ $[a^m \times a^n \times a^p = a^{m+n+p}]$

$= \left(\frac{19}{15}\right)^{12}$

(iii) $(-4)^{-5} \times (-3)^{-5} \times 2^{-5}$

$= \{(-4)\times(-3)\times 2\}^{-5}$

$= (24)^{-5} \quad = \dfrac{1}{24^5}$

(iv) $(3^{-5})^{-3}$

$= 3^{(-5)\times(-3)}$

$= 3^{15}$

উদাহৰণ 7 ঃ $\left(\dfrac{2}{3}\right)^4$ ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

সমাধান ঃ $\left(\dfrac{2}{3}\right)^4 = \left(\dfrac{2}{3}\right)\times\left(\dfrac{2}{3}\right)\times\left(\dfrac{2}{3}\right)\times\left(\dfrac{2}{3}\right) \quad$ [4 টা $\left(\dfrac{2}{3}\right)$]

$= \dfrac{2\times2\times2\times2}{3\times3\times3\times3} \qquad \dfrac{[4 \text{ টা } 2]}{[4 \text{ টা } 3]}$

$= \dfrac{2^4}{3^4} = \dfrac{16}{81}$ গতিকে, $\left(\dfrac{2}{3}\right)^4 = \dfrac{16}{81}$

উদাহৰণ 8 ঃ $\left(\dfrac{2}{3}\right)^{-4}$ ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

সমাধান ঃ $\left(\dfrac{2}{3}\right)^{-4} = \dfrac{1}{\left(\dfrac{2}{3}\right)^4} = \dfrac{1}{\dfrac{2^4}{3^4}} = \dfrac{3^4}{2^4} = \dfrac{81}{16}$

গতিকে $\left(\dfrac{2}{3}\right)^{-4} = \dfrac{3^4}{2^4} = \dfrac{81}{16}$

অৰ্থাৎ $\left(\dfrac{a}{b}\right)^{-n} = \dfrac{b^n}{a^n}$ বা $\left(\dfrac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\dfrac{b}{a}\right)^n$

উদাহৰণ 9 ঃ $\left(\dfrac{2}{5}\right)^{-3}$ ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

সমাধান ঃ $\left(\dfrac{2}{5}\right)^{-3} = \left(\dfrac{5}{2}\right)^3 = \dfrac{5^3}{2^3} = \dfrac{125}{8}$

উদাহৰণ 10 ঃ $\left(\dfrac{3}{7}\right)^{-6}$ ক ধনাত্মক সূচকলৈ পৰিৱৰ্তন কৰা।

সমাধান ঃ $\left(\dfrac{3}{7}\right)^{-6} = \left(\dfrac{7}{3}\right)^6$

টোকা তোমালোকে পাই অহা সূচকৰ বিধিসমূহত a আৰু b অশূন্য অখণ্ড সংখ্যা আৰু m, n যিকোনো অখণ্ড সংখ্যা লোৱা হৈছিল। a আৰু b পৰিমেয় সংখ্যা হ'লেও এই বিধিসমূহ প্ৰযোজ্য হ'ব।

যদি a এটা অশূন্য পৰিমেয় সংখ্যা হয় তেন্তে $a^m \times a^n = a^{m+n}$ য'ত m, n অখণ্ড সংখ্যা এই বিধিটো শুদ্ধ হ'বনে পৰীক্ষা কৰি চাওঁ আহা।

উদাহৰণ 11 ঃ $\left(\frac{2}{3}\right)^5 \times \left(\frac{2}{3}\right)^7$ ৰ মান উলিওৱা।

সমাধান ঃ

$$\left(\frac{2}{3}\right)^5 \times \left(\frac{2}{3}\right)^7 = \underbrace{\left(\frac{2}{3}\right) \times \left(\frac{2}{3}\right) \times \left(\frac{2}{3}\right) \times \left(\frac{2}{3}\right) \times \left(\frac{2}{3}\right)}_{5 \text{ বাৰ}} \times \underbrace{\left(\frac{2}{3}\right) \times \left(\frac{2}{3}\right) \times \left(\frac{2}{3}\right) \times \left(\frac{2}{3}\right) \times \left(\frac{2}{3}\right) \times \left(\frac{2}{3}\right) \times \left(\frac{2}{3}\right)}_{7 \text{ বাৰ}}$$

$$= \left(\frac{2}{3}\right) \times \left(\frac{2}{3}\right) \times \left(\frac{2}{3}\right) \times \left(\frac{2}{3}\right) \times \left(\frac{2}{3}\right) \times \left(\frac{2}{3}\right) \times \left(\frac{2}{3}\right) \times \left(\frac{2}{3}\right) \times \left(\frac{2}{3}\right) \times \left(\frac{2}{3}\right) \times \left(\frac{2}{3}\right) \times \left(\frac{2}{3}\right)$$

$$= \left(\frac{2}{3}\right)^{12}$$

অৰ্থাৎ, পৰিমেয় সংখ্যাৰ ক্ষেত্ৰতো সূচকৰ বিধিটো প্ৰযোজ্য হয়।

গতিকে যিকোনো অশূন্য পৰিমেয় সংখ্যা aৰ বাবে $a^m \times a^n = a^{m+n}$ য'ত m আৰু n অখণ্ড সংখ্যা সেইদৰে তোমালোকে সূচকৰ বাকী বিধিকেইটাও পৰীক্ষা কৰি চাব পাৰিবা য'ত a আৰু b অশূন্য পৰিমেয় সংখ্যা।

উদাহৰণ 12 ঃ সূচকৰ বিধি প্ৰয়োগ কৰি সৰল কৰা।

(i) $\left(\frac{19}{15}\right)^8 \times \left(\frac{19}{15}\right)^{11} \times \left(\frac{19}{15}\right)^{-7}$ (ii) $\left(-\frac{2}{3}\right)^2 \times \left\{\left(-\frac{2}{3}\right)^7 \div \left(-\frac{2}{3}\right)^5\right\}$

(iii) $\left(-\frac{3}{5}\right)^{-4} \times \left(-\frac{5}{3}\right)^4 \times \left(-\frac{3}{5}\right)^{-3}$ (iv) $\left\{\left(\frac{2}{3}\right)^5\right\}^{-3}$ (v) $\left(\frac{3}{4}\right)^{-5} \div \left(\frac{4}{3}\right)^8$

সমাধান ঃ

(i) $\left(\frac{19}{15}\right)^8 \times \left(\frac{19}{15}\right)^{11} \times \left(\frac{19}{15}\right)^{-7}$

$= \left(\frac{19}{15}\right)^{8+11+(-7)}$ $[a^m \times a^n \times a^p = a^{m+n+p}]$

$= \left(\frac{19}{15}\right)^{12}$

(ii) $\left(-\frac{2}{3}\right)^{2}\times\left\{\left(-\frac{2}{3}\right)^{7}\div\left(-\frac{2}{3}\right)^{5}\right\}$

$=\left(-\frac{2}{3}\right)^{2}\times\left\{\left(-\frac{2}{3}\right)^{7-5}\right\}$ $\qquad [a^m\div a^n=a^{m-n}]$

$=\left(-\frac{2}{3}\right)^{2}\times\left(-\frac{2}{3}\right)^{2}$

$=\left(-\frac{2}{3}\right)^{2+2}$

$=\left(-\frac{2}{3}\right)^{4}=\left(-1.\frac{2}{3}\right)^{4}=(-1)^4\left(\frac{2}{3}\right)^{4}=\left(\frac{2}{3}\right)^{4}$

(iii) $\left(-\frac{3}{5}\right)^{-4}\times\left(-\frac{5}{3}\right)^{4}\times\left(-\frac{3}{5}\right)^{-3}$

$=\left(-\frac{3}{5}\right)^{-4}\times\left(-\frac{3}{5}\right)^{-4}\times\left(-\frac{3}{5}\right)^{-3}$ $\qquad$ [$\because \left(-\frac{5}{3}\right)^{4}=\left(-\frac{3}{5}\right)^{-4}$ ভুমি কেইটা একে কৰি লোৱা হ'ল]

$=\left(-\frac{3}{5}\right)^{-4+(-4)+(-3)}=\left(-\frac{3}{5}\right)^{-11}=\left(-\frac{5}{3}\right)^{11}$

(iv) $\left\{\left(\frac{2}{3}\right)^{5}\right\}^{-3}=\left(\frac{2}{3}\right)^{5\times(-3)}=\left(\frac{2}{3}\right)^{-15}=\left(\frac{3}{2}\right)^{15}$

(v) $\left(\frac{3}{4}\right)^{-5}\div\left(\frac{4}{3}\right)^{8}=\left(\frac{4}{3}\right)^{5}\div\left(\frac{4}{3}\right)^{8}$

$=\left(\frac{4}{3}\right)^{5-8}=\left(\frac{4}{3}\right)^{-3}=\left(\frac{3}{4}\right)^{3}$

উদাহৰণ 13 : যদি $\left\{\left(\frac{2}{3}\right)^{2}\right\}^{6}=\left(\frac{3}{2}\right)^{3k-3}$ তেন্তে, kৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

সমাধান : দিয়া আছে, $\left\{\left(\frac{2}{3}\right)^{2}\right\}^{6}=\left(\frac{3}{2}\right)^{3k-3}$

বা, $\left(\frac{2}{3}\right)^{2\times 6} = \left(\frac{2}{3}\right)^{-(3k-3)}$ $\quad [(a^m)^n = a^{mn}]$

বা, $\left(\frac{2}{3}\right)^{12} = \left(\frac{2}{3}\right)^{3-3k}$

গতিকে $12 = 3 - 3k$ [দুয়োপক্ষৰ ভূমি একে গতিকে সূচকবোৰ সমান হ'ব]

বা, $3k = 3 - 12$

বা, $3k = -9$

বা, $k = -3$

$\therefore$ kৰ নিৰ্ণেয় মান -3

অনুশীলনী 12.1

1. মান নিৰ্ণয় কৰা ঃ

   (i) 5^{-3} (ii) $(-4)^{-2}$ (iii) $(-4)^{-3}$

   (iv) $\left(-\frac{5}{7}\right)^{5}$ (v) $\left(-\frac{5}{7}\right)^{-5}$ (vi) $\left(-\frac{1}{3}\right)^{8}$

2. সূচকীয় ৰূপত প্ৰকাশ কৰা ঃ

   (i) $\frac{343}{125}$ (ii) $\frac{1}{288}$ (iii) $-\frac{27}{343}$

   (iv) $-\frac{125}{216}$ (v) $-\frac{27}{16\times 49}$ (vi) $\frac{128}{81}$

3. সৰল কৰা ঃ (উত্তৰবোৰ ধনাত্মক সূচকীয় ৰূপত ৰাখিবা)

   (i) $(-2)^4 \times \left(\frac{3}{2}\right)^4$ (ii) $\left(-\frac{2}{3}\right)^4 \times \left(-\frac{3}{4}\right)^3$

   (iii) $5^{-7} \times \left(\frac{1}{5}\right)^3$ (iv) $3^{-5} \times (-2)^{-5} \times (-4)^{-5}$

4. মান নিৰ্ণয় কৰা ঃ

   (i) $\left(\frac{1}{3}\right)^4 \times \left(-\frac{3}{5}\right)^3 \times \left(-\frac{7}{9}\right)^2$ (ii) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-2} + \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} + \left(\frac{1}{4}\right)^{-2} + \left(\frac{1}{5}\right)^{-2}$

   (iii) $\left(\frac{1}{3}\right)^0 + \left(\frac{1}{3}\right)^{-1} + \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} + \left(\frac{1}{3}\right)^{-3}$ (iv) $(5^{-1} + 3^{-1} + 7^{-2})^0$

   (v) $(5^{-1} \times 2^{-1}) \times 6^{-1}$ (vi) $(3^{-2})^{-3}$

5. তলত দিয়াবোৰৰ গুণাত্মক বিপৰীত লিখা

(i) 3^4 (ii) $\left(\frac{2}{3}\right)^6$ (iii) $\left(-\frac{4}{9}\right)^{50}$

(iv) $\left(\frac{3}{4}\right)^{-5}$ (v) $\left(-\frac{2}{3}\right)^{-7}$ (vi) $\left(\frac{3}{8}\right)^{-4}$

6. সৰল কৰা ঃ (সূচকৰ বিধি ব্যৱহাৰ কৰি)

(i) $\left(-\frac{4}{5}\right)^3 \times \left(-\frac{4}{5}\right)^2 \times \left(-\frac{4}{5}\right)$ (ii) $\left(\frac{5}{3}\right)^0 \times \left(\frac{5}{3}\right)^{-3} \times \left(\frac{5}{3}\right)^{-2}$

(iii) $\left\{\left(-\frac{5}{3}\right)^{15} \times \left(-\frac{5}{3}\right)^{-8}\right\} \div \left(-\frac{5}{3}\right)^6$ (iv) $\left(-\frac{3}{2}\right)^{-5} \times \left(-\frac{3}{2}\right)^{-7} \times \left(-\frac{2}{3}\right)^8 \times \left(-\frac{2}{3}\right)^4$

(v) $(3^{-4})^{-2} \times (3^{-5})^2 \div (3^{-2})^{-3}$

7. (i) যদি $\left(\frac{5}{7}\right)^{-7} \times \left(\frac{7}{5}\right)^{-9} = \left(\frac{5}{7}\right)^{2m}$ তেন্তে m ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

(ii) যদি $\left(\frac{9}{49}\right)^{-5} \times \left(\frac{9}{49}\right)^7 = \left(\frac{9}{49}\right)^{-6k}$ তেন্তে k ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

(iii) যদি $(1.4)^8 \times (1.4)^5 = (1.4)^3 \times (1.4)^k$ তেন্তে k ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

(iv) m ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা যাতে $5^m \div 5^{-3} = 5^5$

8. সৰল কৰা

(i) $\frac{125 \times 3^{-4} \times 2^2}{5^{-4} \times 100 \times 3^{-7}}$ (ii) $\frac{3^{2k} \times 27 \times 9^{-3}}{81^{-2k} \times 3^{-4} \times 3^5}$ (iii) $\frac{3^{-5} \times 10^{-5} \times 125}{5^{-7} \times 6^{-5}}$

(iv) $\frac{25 \times l^{-4}}{5^{-3} \times 10 \times l^{-8}}$ $(l \neq 0)$ (v) $\frac{2^{m+2} \times 3^{2m-n} \times 6^n}{6^m \times 2^n \times 4 \times 3^m}$

9. বিস্তাৰিত ৰূপত প্ৰকাশ কৰা ঃ

(i) 15737.348 (ii) 35792.39

12.4 ডাঙৰ সংখ্যাক প্ৰামাণিক ৰূপত প্ৰকাশ

এটা সংখ্যাক বিস্তাৰিত ৰূপত কেনেকৈ প্ৰকাশ কৰিব পাৰি তোমালোকে শিকিছা। তাত একক, দহক, শতক আদি স্থানত 10ৰ ঘাত হিচাপে ক্ৰমে 10^0, 10^1, 10^2 ব্যৱহাৰ কৰা হৈছে।

তলৰ সংখ্যাকেইটা মন কৰা

$$58 = 5.8 \times 10 = 5.8 \times 10^1$$
$$580 = 5.8 \times 100 = 5.8 \times 10^2$$
$$5800 = 5.8 \times 1000 = 5.8 \times 10^3$$
$$58000 = 5.8 \times 10000 = 5.8 \times 10^4$$
$$580000 = 5.8 \times 100000 = 5.8 \times 10^5$$

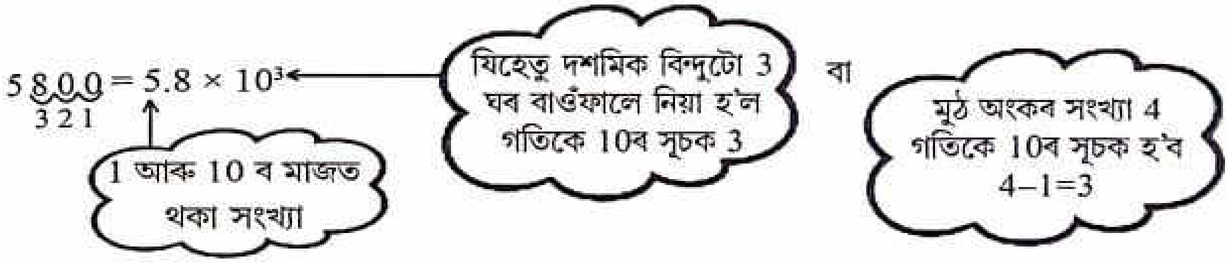
সংখ্যাৰ এনে ৰূপকে প্ৰামাণিক ৰূপ বা বৈজ্ঞানিক ৰূপ বুলি কোৱা হয়।

5800 ক আমি বিভিন্ন ধৰণেৰে প্ৰকাশ কৰিব পাৰোঁ।

$$5800 = 58 \times 100 = 58 \times 10^2$$
$$5800 = 580 \times 10 = 580 \times 10^1$$
$$5800 = 0.5800 \times 10000 = 0.5800 \times 10^4$$

এইবোৰ 5800 ৰ প্ৰামাণিক ৰূপ নহয়। কিন্তু 5.8×10^3ক 5800ৰ প্ৰামাণিক ৰূপ বোলে।

এই সংখ্যাটোক আমি তলত দিয়া ধৰণে প্ৰামাণিক ৰূপত লিখোঁ



অৰ্থাৎ ডাঙৰ সংখ্যাৰ প্ৰামাণিক ৰূপ হ'ব $K \times 10^n$

য'ত $1 < K < 10$ আৰু n হ'ল পূৰ্ণ সংখ্যা। দশমিক বিন্দুটো বাওঁফালে লৈ প্ৰথম অংকৰ ঠিক পিছলৈ কিমান ঘৰ নিয়া হয় সেয়ে nৰ মান। বা n ৰ মান = দশমিকৰ বাওঁফালে থকা অংকৰ সংখ্যা –1।

5800 ৰ ক্ষেত্ৰত দশমিক বিন্দুটো তিনিঘৰ বাওঁফালে নিয়া হ'ল গতিকে 10ৰ সূচক হ'ব 3 । বা 4–1=3

সেইদৰে, 47300000 সংখ্যাটোৰ প্ৰমাণিক ৰূপ হ'ব 4.73×10^7।

তোমালোকে জানা যে সূৰ্যটো আমাৰ পৰা 149600,000,000 মিটাৰ দূৰত আছে। এই সংখ্যাটো পঢ়িবলৈও কঠিন। ইয়াক প্ৰামাণিক ৰূপত প্ৰকাশ কৰো আহা। দশমিক বিন্দুটো সোঁফালৰ পৰা বাওফাললৈ প্ৰথম অংক 1ৰ কাষলৈ আনিব লাগিব। ইয়াত মুঠ অংক 12 টা, গতিকে 12–1=11

1 4 9 6 0 0 0 0 0 0 0 0
11 10 9 8 7 6 5 4 3 2 1

দেখা পালো যে 11 ঘৰ অনাৰ পিছত 1ৰ কাষ পালে।

গতিকে $149600{,}000{,}000 = 1.496 \times 10^{11}$

অৰ্থাৎ আমি এইদৰে ক'ব পাবো যে সূৰ্যটো আমাৰ পৰা 1.49×10^{11} মিটাৰ দূৰত আছে।

তোমালোকে মন কৰিবা যে বৃহৎ সংখ্যাবোৰ পঢ়িবলৈ কঠিন আৰু লিখিবলৈও কঠিন। সেয়েহে ইয়াক প্ৰামাণিক ৰূপত প্ৰকাশ কৰিলে বুজিবলৈ সহজ হয় লগতে পঢ়িবলৈ আৰু লিখিবলৈও সহজ হয়। তোমালোকে উচ্চ শ্ৰেণীৰ কিতাপত পঢ়িবলৈ পাবা যে পৃথিৱীৰ ভৰ প্ৰায় 5976000000000000000000000 কি গ্ৰাম। এই সংখ্যাটো কেনেদৰে পঢ়িবা? ইয়াক প্ৰামাণিক ৰূপত কিদৰে প্ৰকাশ কৰিবা চিন্তা কৰা। সংখ্যাটোৰ প্ৰথম অংকটো 5; দশমিক বিন্দুটো সোঁফালৰ পৰা বাওঁফাললৈ অৰ্থাৎ 5ৰ ঠিক পিছলৈ কিমান ঘৰ আনিব লাগিব গণি চোৱা। 24 ঘৰ আনিব লাগিব। গতিকে সংখ্যাটোৰ প্ৰামাণিক ৰূপ হ'ব 5.976×10^{24}। অৰ্থাৎ পৃথিৱীৰ ভৰ প্ৰায় 5.976×10^{24} কি গ্ৰাম।

উদাহৰণ 14 ঃ তলৰ সংখ্যাবোৰ প্ৰামাণিক ৰূপত প্ৰকাশ কৰা।

(i) 4000,000,000 (ii) 5376.3×10^5
(iii) 0.278×10^5 (iv) 0.00327×10^7

সমাধান ঃ (i) $4000,000,000 = 4 \times 10^9$

(ii) $5376.3 \times 10^5 = 5.3763 \times 10^3 \times 10^5 = 5.3763 \times 10^8$

(iii) $0.278 \times 10^5 = \frac{2.78}{10} \times 10^5 = 2.78 \times 10^{5-1} = 2.78 \times 10^4$

(iv) $0.00327 \times 10^7 = \frac{3.27}{1000} \times 10^7 = \frac{3.27}{10^3} \times 10^7 = 3.27 \times 10^{7-3} = 3.27 \times 10^4$

12.5 সৰু সংখ্যাক প্ৰামাণিক ৰূপত প্ৰকাশ কৰিবলৈ সূচকৰ ব্যৱহাৰ

ডাঙৰ সংখ্যাবোৰক প্ৰামাণিক ৰূপত প্ৰকাশ কৰাৰ দৰে সৰু সংখ্যাবোৰকো প্ৰামাণিক ৰূপত প্ৰকাশ কৰিব পাৰি। তোমালোকে তলৰ কথাখিনি মন কৰাচোন—

$$0.1 = \frac{1}{10} = \frac{1}{10^1} = 10^{-1}$$

$$0.01 = \frac{1}{100} = \frac{1}{10^2} = 10^{-2}$$

$$0.001 = \frac{1}{1000} = \frac{1}{10^3} = 10^{-3}$$

$$0.0001 = \frac{1}{10000} = \frac{1}{10^4} = 10^{-4}$$

$$0.00001 = \frac{1}{100000} = \frac{1}{10^5} = 10^{-5}$$ ইত্যাদি।

তোমালোকে দেখিলা যে, $0.00001 = 10^{-5}$ বা 1×10^{-5}

সেইদৰে 0.00004ৰ প্ৰামাণিক ৰূপ কি হ'ব চিন্তা কৰা।

$$0.00004 = \frac{4}{100000}$$

$$= \frac{4}{10^5}$$

$$= 4 \times 10^{-5}$$

$\therefore$ 0.00004 ৰ প্ৰামাণিক ৰূপ 4×10^{-5}

তুমি এনেদৰেও চিন্তা কৰিব পাৰা যে দশমিক বিন্দুটো বাওঁফালৰ পৰা সোঁফাললৈ 5 ঘৰ আহি 4 ৰ সোঁফালে ৰহিল। গতিকে 10 ৰ সূচক –5

0 . |0|0|0|0|4|
1 2 3 4 5

$\therefore$ $0.00004 = 4 \times 10^{-5}$

সেইদৰে 0.000000123ৰ প্ৰামাণিক ৰূপ কি হ'ব? ইয়াত দশমিক বিন্দুটো 1 ৰ ঠিক সোঁফালে লৈ আনিব লাগিব। কিমান ঘৰ আনিবা?

0 . |0|0|0|0|0|0|1| 2 3
1 2 3 4 5 6 7

নিশ্চয় 7 ঘৰ আনিব লাগিব। তেন্তে $0.000000123 = 1.23 \times 10^{-7}$

গতিকে তোমালোকে মন কৰিবা যে এটা সংখ্যাৰ (সৰুৰেই হওক বা ডাঙৰেই হওক) প্ৰামাণিক ৰূপটো হ'ব $K \times 10^n$ য'ত $1 < K < 10$ আৰু n হ'ল অখণ্ড সংখ্যা।

উদাহৰণ 15 ঃ তলৰ সংখ্যাবোৰ প্ৰামাণিক ৰূপত প্ৰকাশ কৰা।

(i) 0.0000000007 (ii) 0.0000001234

(iii) 0.00000008034 (iv) $\frac{1}{100000000}$

সমাধান ঃ (i) $0.0000000007 = 7 \times 10^{-10}$

(ii) $0.0000001234 = 1.234 \times 10^{-7}$

(iii) $0.00000008034 = 8.034 \times 10^{-8}$

(iv) $\frac{1}{100000000} = \frac{1}{10^8} = 1 \times 10^{-8}$

12.6 বৃহৎ সংখ্যাৰ যোগ আৰু বিয়োগ

উদাহৰণ 16 ঃ সূৰ্যগ্ৰহণৰ সময়ত পৃথিৱী আৰু চন্দ্ৰৰ মাজৰ দূৰত্ব 3.844×10^8 মি। চন্দ্ৰ আৰু সূৰ্য্যৰ মাজৰ দূৰত্ব 1.492×10^{11} মি। গতিকে পৃথিৱী আৰু সূৰ্যৰ মাজৰ দূৰত্ব কিমান হ'ব উলিওৱা।

সমাধান ঃ এইক্ষেত্ৰত প্ৰামাণিক ৰূপত থকা সংখ্যাবোৰক একে সূচক বিশিষ্ট সংখ্যালৈ পৰিবৰ্তন কৰিব লাগিব।

পৃথিৱী আৰু সূৰ্যৰ মাজৰ দূৰত্ব = পৃথিৱী আৰু চন্দ্ৰৰ মাজৰ দূৰত্ব + চন্দ্ৰ আৰু সূৰ্যৰ মাজৰ দূৰত্ব।

$\therefore$ পৃথিৱী আৰু সূৰ্যৰ মাজৰ দূৰত্ব $= 3.844 \times 10^8 + 1.492 \times 10^{11}$ মি

$= 3.844 \times 10^8 + 1.492 \times 10^3 \times 10^8$ মি

$= 3.844 \times 10^8 + 1492 \times 10^8$ মি

$= (3.844 + 1492) \times 10^8$ মি

$= 1495.844 \times 10^8$ মি

$= 1.495844 \times 10^3 \times 10^8$ মি

$= 1.495844 \times 10^{11}$ মি

উদাহৰণ 17 ঃ পৃথিৱী আৰু চন্দ্ৰ ভৰ ক্ৰমে $= 5.972 \times 10^{24}$ কি গ্ৰা আৰু 7.352×10^{22} কি গ্ৰা। কাৰ ভৰ বেছি? কিমান বেছি হ'ব?

সমাধান ঃ ইয়াত $5.972 \times 10^{24} > 7.352 \times 10^{22}$

এতিয়া $5.972 \times 10^{24} - 7.352 \times 10^{22}$

$= 5.972 \times 10^2 \times 10^{22} - 7.352 \times 10^{22}$ [প্ৰতিটো সংখ্যাক একে সূচক বিশিষ্ট কৰি লোৱা হ'ল]

$= 597.2 \times 10^{22} - 7.352 \times 10^{22}$

$= (597.2 - 7.352) \times 10^{22}$

$= 589.848 \times 10^{22}$

$= 5.89848 \times 10^2 \times 10^{22}$

$= 5.89848 \times 10^{24}$

গতিকে পৃথিৱীৰ ভৰ চন্দ্ৰতকৈ 5.89848×10^{24} কি গ্ৰা বেছি।

অনুশীলনী 12.2

1. তলৰ সংখ্যাবোৰ প্ৰামাণিক ৰূপত প্ৰকাশ কৰা ঃ
   (i) 35700000 (ii) 705030000 (iii) ·37800.35
   (iv) 5362.8×10^6 (v) 4003.2×10^5
2. তলৰ সংখ্যাবোৰ প্ৰামাণিক ৰূপত প্ৰকাশ কৰা ঃ
   (i) 0.0000000382 (ii) 0.00000009057 (iii) 0.00000756
   (iv) 0.00023×10^{-2} (v) 0.000314×10^{-3}
3. তলৰ সংখ্যাবোৰ সাধাৰণ ৰূপত প্ৰকাশ কৰা ঃ
   (i) 7.02×10^5 (ii) 3.972×10^7 (iii) 1.001×10^8
   (iv) 3×10^{-8} (v) 2.1×10^{-6} (vi) 3.09×10^{-5}
4. তলৰ উক্তিবোৰত থকা সংখ্যাসমূহ প্ৰামাণিক ৰূপত প্ৰকাশ কৰা।
   (i) পোহৰৰ বেগ প্ৰতি চেকেণ্ডত 300000 কি মি

(ii) সূৰ্য আৰু শনিৰ মাজৰ দূৰত্ব 1,433,500,000,000 মিটাৰ

(iii) 18 গ্ৰাম পানীত 602,300,000,000,000,000,000,000 সংখ্যক অণু থাকে।

(iv) কোনো এটা পদাৰ্থৰ অণুৰ ব্যাস 0.000000015 চেমি

(v) এটা বেক্টেৰিয়াৰ আকাৰ 0.0000005 মি

(vi) এডাল মিহি তাঁৰৰ ব্যাস 0.0000032 মি

(vii) 1 মাইক্ৰন = $\frac{1}{1000000}$ মি

5. তলৰ সংখ্যাবোৰ প্ৰামাণিক ৰূপত প্ৰকাশ কৰি উৰ্ধ্বক্ৰমত সজোৱা

925×10^4; 94.2×10^5, 875×10^5, 87.5×10^4

6. যোগ কৰা

(i) $3.04 \times 10^{11} + 5.02 \times 10^{10}$

(ii) $6.03 \times 10^7 + 6.03 \times 10^8$

7. বিয়োগ কৰা

(i) $6.47 \times 10^8 - 3.15 \times 10^6$

(ii) $3.76 \times 10^7 - 3.76 \times 10^5$

আমি কি শিকিলোঁ ?

1. m, n দুটা অখণ্ড সংখ্যা হ'লে

(a) $a^m \times a^n = a^{m+n}$

(b) $a^m \div a^n = a^{m-n}$

(c) $(a^m)^n = a^{mn}$

(d) $a^m \times b^m = (ab)^m$

(e) $a^0 = 1$

(f) $\frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m$

2. সূচক ব্যৱহাৰ কৰি অতি ডাঙৰ আৰু অতি সৰু সংখ্যাক প্ৰামাণিক ৰূপত লিখিব পাৰি।

❑❑❑