தமிழ்நாடு அரசு

இயற்பியல்

தொகுதி 1

மேல்நிலை முதலாம் ஆண்டு

தமிழ்நாடு அரசு விலையில்லாப் பாடநூல் வழங்கும் திட்டத்தின்கீழ் வெளியிடப்பட்டது

பள்ளிக் கல்வித்துறை

தீண்டாமை மனித நேயமற்ற செயலும் பெருங்குற்றமும் ஆகும்

தமிழ்நாடு அரசு

முதல்பதிப்பு - *2018*

(புதிய பாடத்திட்டத்தின்கீழ்
வெளியிடப்பட்ட நூல்)

விற்பனைக்கு அன்று

பாடநூல் உருவாக்கமும்
தொகுப்பும்

மாநிலக் கல்வியியல் ஆராய்ச்சி
மற்றும் பயிற்சி நிறுவனம்
© SCERT 2018

நூல் அச்சாக்கம்

தமிழ்நாடு பாடநூல் மற்றும்
கல்வியியல் பணிகள் கழகம்

www.textbooksonline.tn.nic.in

பொருளடக்கம்

இயற்பியல்

அலகு 1	இயல் உலகத்தின் தன்மையும் அளவீட்டியலும்	01
அலகு 2	இயக்கவியல்	42
அலகு 3	இயக்க விதிகள்	106
அலகு 4	வேலை, ஆற்றல் மற்றும் திறன்	169
அலகு 5	துகள்களாலான அமைப்பு மற்றும் திண்மப்பொருட்களின் இயக்கம்	209
	பின் இணைப்பு 1	265
	பின் இணைப்பு 2	289
	பின் இணைப்பு 3	295
	பின் இணைப்பு 4	296
	கலைச்சொற்கள்	298

31DCAH
மின் நூல்

31H8CJ
மதிப்பீடு

B126_11_PHY_TM
இணைய வளங்கள்

TN_QR_TAM

பாடநூலில் உள்ள விரைவு குறியீட்டைப் (QR Code) பயன்படுத்துவோம்! எப்படி?

- உங்கள் திறன்பேசியில், கூகுள் playstore /ஆப்பிள் app store கொண்டு QR Code ஸ்கேனர் செயலியை இலவசமாகப் பதிவிறக்கம் செய்து நிறுவிக்கொள்க.
- செயலியைத் திறந்தவுடன், ஸ்கேன் செய்யும் பொத்தானை அழுத்தித் திரையில் தோன்றும் கேமராவை QR Code–இன் அருகில் கொண்டு செல்லவும்.
- ஸ்கேன் செய்வதன் மூலம் திரையில் தோன்றும் உரலியைச் (URL) சொடுக்க, அதன் விளக்கப் பக்கத்திற்குச் செல்லும்.

நூலினைப் பயன்படுத்தும் முறை

இயற்பியல் தரும் வாய்ப்புகள்
- உயர் கல்விப் படிப்புகள், அவற்றைத் தரும் கல்வி நிறுவனங்கள் அதற்குரிய போட்டித் தேர்வுகள் பற்றிய விழிப்புணர்வு
- உயர் கல்வி பயில மாணவர்களுக்கு வழங்கப்படும் நிதி உதவிகள்

கற்றலின் நோக்கங்கள்
- பாட அலகு பற்றிய கண்ணோட்டம்
- பாடத்தலைப்புகளின் இலக்குகள் மற்றும் நோக்கங்களைத் தெளிவுபடுத்துதல்

உங்களுக்குத் தெரியுமா?
- மேலும் கற்கும் ஆர்வத்தைத் தூண்டக்கூடிய வகையில் பாடத்தலைப்பு தொடர்பான கூடுதல் தகவல்கள்

எடுத்துக்காட்டு கணக்குகள்
- ஒவ்வொரு நிலையிலிருந்தும் அடுத்த நிலைக்குச் செல்லும் முன்பு ஆழமான புரிதலுக்காக எடுத்துக்காட்டு கணக்குகள் / விளக்கங்கள்

- தக்க விளக்கப்படத்துடன் காட்சிப்படுத்தப்பட்ட கருத்துருக்கள் (Concepts)
- காணொளிகள் (video), அசைவுப்படங்கள் (animations) மற்றும் பயிற்சிகள் (tutorials)

ஒருங்கிணைந்த தகவல் தொடர்பு தொழில் நுட்பம் (ICT)
- வகுப்பறையில் கற்றலுக்கும், ஆய்வுகள் செய்வதற்கும் டிஜிட்டல் திறன்களை ஒருங்கிணைந்து பயன்படுத்துதல்

பாடச்சுருக்கம்
- பாடத்தில் உள்ள முக்கியக் கருத்துக்களை (concepts) மீண்டும் நினைவுபடுத்துதல்

கருத்து வரைபடம்
- பாட அலகினை தெளிவாகக் கற்றலுக்காக ஒருங்கமைக்கப்பட்ட சுருக்க விவரம்

மதிப்பீடு
- மாணவர்களின் புரிந்துகொள்ளும் திறனை மதிப்பீடு செய்தல், மற்றும் கருத்துரு சார்ந்த வினாக்களுக்கும், கணக்குகளுக்கும் இயற்பியல் கருத்துகளைப் பயன்படுத்தப் பழக்கப்படுத்துதல்

மேற்கோள் நூல்கள்
- மேலும் கற்றலுக்கான நூல்களின் பட்டியல்

தீர்க்கப்பட்ட கணக்குகள்
- இயந்திரவியல் கணக்குகளை மாணவர்கள் ஊக்கத்துடன் அணுகுவதற்காக கருத்தியல் மற்றும் எண்ணியல் கணக்குகள் தீர்க்கப்பட்டுள்ளன. (பின் இணைப்பு 1 இல் தரப்பட்டுள்ளது)

போட்டித் தேர்வுப் பகுதி
- இயற்பியல் ஒலிம்பியாட், NEET, JEE, JIPMER நுழைவுத்தேர்வு போன்ற போட்டித் தேர்வுகளில் மாணவர்கள் கலந்து கொள்ள ஊக்குவிக்கும் விதமாக மாதிரி வினாக்கள் இடம் பெற்றுள்ளன.

பின் இணைப்பு
- இயற்பியலின் கால வரிசைப்படுத்தப்பட்ட வளர்ச்சி உள்ளிட்ட இதர கூடுதல் தகவல்கள் வழங்கப்பட்டுள்ளன.

கலைச்சொற்கள்
- மீண்டும் மீண்டும் பயன்படுத்தக் கூடிய ஆங்கில அறிவியல் சொற்களுக்கு இணையான தமிழ்ச்சொற்கள் இடம் பெற்றுள்ளன.

இயற்பியல் கற்றலுக்கான சரியான வழி முறை

- அடிப்படைக் கருத்துகளை புரிந்து கொள்ளுதலும் அவற்றை கணித வடிவில் அதாவது சமன்பாடுகள் வழியில் வெளிப்படுத்தலுமே கற்றலுக்கான சரியான முறையாகும்.
- இயற்பியல் நிகழ்வுகளின் அர்த்தத்தை (meaning) ஒவ்வொரு சமன்பாடும் தருகின்றது, மற்றும் அச்சமன்பாட்டில் உள்ள பல்வேறு பண்பளவுகளுக்கு (parameters) இடையேயான தொடர்பினைத் தெரிவிக்கின்றது. அத்தகைய தொடர்புகளை வரைபடங்களின் (graphs) உதவியால் விளக்கமுடியும்.
- பாடம் முழுவதையும் பயிலும்போது இந்த ஒன்றோடு ஒன்றான தொடர்புகளை நன்கு மனதில் கொள்ள வேண்டும்.

பாடநூலுக்கு வலுவூட்டும் அம்சங்கள்

- இயற்பியல் நிகழ்வுகளை புரிந்து கொள்ள கணிதவியலின் முக்கியப் பகுதிகளான வெக்டர்கள், வகையீடு மற்றும் தொகையீடு போன்றவற்றில் தேர்ச்சி தேவை.
- மேலே கூறப்பட்ட கணிதப் பகுதிகள் இந்நூலில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. மேலும் தேவைப்படும் இடங்களில் வெக்டர் குறியீடுகள் பயன்படுத்தப்பட்டு உள்ளது. இது இந்தப் புத்தகத்தின் சிறப்பம்சம் ஆகும்.
- இவ்வாறு இயற்பியலுக்குத் தேவையான அடிப்படை கணிதவியல் முறைகள் குறிப்பாக வெக்டர் குறியீடுகள் நன்கு அறிமுகம் ஆவது அறிவியல், தொழில்நுட்பம் மற்றும் பொறியியல் ஆகிய துறைகளில் உயர்கல்வி கற்கும் மாணவர்களுக்கு பேருதவியாக அமையும்.

ÞòŸHò™ àò˜è™M õ£ŒŠ¹èœ
(Scope of Physics - Higher Education)

«î˜¾èœ

- JEE-Joint Entrance Examination
- Physics Olympiad Exam
- NEET- National Eligibility and Entrance Test
- NEST- National Entrance Screening Test
- AIEEE- All India Engineering Entrance Exam
- AIIMS- All India Institute of Medical Science (Entrance Examination)
- JIPMER- Jawaharlal institute of Postgraduate Medical Education and Research (Entrance Examination)
- KVPY- Kishore Vaigyanik Protsahan Yojana
- JAM- Joint Admission Test
- TIFR GS-Tata Institute of Fundamental Research Graduate School Admissions Examination
- JEST- Joint Entrance Screening Test
- NET- National Eligibility Test (CSIR and UGC)
- GATE-Graduate Aptitude Test in Engineering
- ICAR -AIEEA-Indian Council of Agricultural Research All India Entrance Examination

«ñ™G¬ô Þó‡ì£‹ Ý‡´ ð®ŠHŸ°Š H¡ ¹

- B.Sc (Physics)
- Integrated M.Sc (Physics) (Central Universities)
- Integrated M.Sc (in Central Institutes through NEST and KVPY with stipend)
- B.Sc./B.S./B.Stat./B.Math./M.S. in Mathematics, Chemistry and Biology. (KVPY)
- B.E/B.Tech/ B.Arch (JEE, AIEEE in IITs and NITs) MBBS/ B.D.S/B.Pharm (NEET, JIPMER, AIIMS)
- B.Sc. (Agriculture) (ICAR -AIEEA)
- Dual Degree Program BS & MS (IITs and IISERs)
- B.Sc (Hospitality administration)
- B.Sc (Optoelectronics)
- B.Sc (Optometry)
- B.Tech (Optics and Optoelectronics)

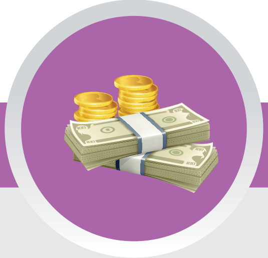
ÞòŸHò™ Þ÷ƒè¬ôŠ (B.Sc Physics) ð†ìŠð®ŠHŸ°Š H¡ ¹

- M.Sc. Physics (மத்திய, மாநில பல்கலைக்கழகங்கள் மற்றும் கல்லூரிகள்)
- M.Sc. Physics (IISc ,IITs and NITs)
- வானியல் மற்றும் வான் இயற்பியல் Astronomy and Astrophysics
- பொருள் இயற்பியல்-Materials Science
- விண்வெளி அறிவியல்-Space science
- மருத்துவ இயற்பியல்-Medical Physics
- ஆற்றல் இயற்பியல்-Energy Science
- புவி அறிவியல்-Earth Sciences
- பேராழியியல் -Oceanography
- தொலை உணர்வியல்-Remote sensing
- மின்னணுவியல்-Electronics
- ஒளித்துகளியல்-Photonics
- ஒளி மின்னணுவியல்-Optoelectronics
- ஒலியியல்-Acoustics
- பயன்பாட்டு மின்னணுவியல்-Applied electronics
- நானோ அறிவியல் மற்றும் நானோ தொழில்நுட்பவியல் Nanoscience and Nanotechnology
- உயிர்ப்புள்ளியியல்-Biostatistics
- உயிர்த்தகவலியல்-Bio informatics
- வெற்றிட அறிவியல்-Vacuum sciences

இயற்பியல் இளங்கலைப் (B.Sc Physics) பட்டப்படிப்பிற்குப் பின் வாய்ப்புகள்

அரசுத் துறைகளில் பணிகள்

- Scientist Job in ISRO, DRDO, CSIR labs
- Indian Forest Services
- Union Public Service Commission
- Staff selection commission
- Indian Defence services etc.
- Public sector Bank
- State PCS
- Grade III & Compiler
- Tax Assistant
- Statistical Investigator



உயர்கல்வி கற்பதற்கான நிதி உதவி

பட்டப்படிப்பு மற்றும் பட்ட மேற்படிப்பு பயில கல்வி உதவித்தொகை

- பன்னாட்டு ஒலிம்பியாட் (International Olympiad) – கணிதம் மற்றும் அறிவியலில் உயர்கல்வி கற்க உதவித் தொகை.
- அறிவியல் மற்றும் தொழில் நுட்பத்துறையின் (DST) INSPIRE ஆதரவு ஊதியத்திட்டம் (பட்டம் மற்றும் பட்ட மேற்படிப்பு)
- DST – INSPIRE – உதவித்தொகை (Ph.D க்கு)
- பல்கலைக்கழக மானியக்குழுவின் (UGC) ஆதரவு உதவித்தொகை (Ph.D க்கு)
- குடும்பத்தில் உள்ள ஒற்றைப் பெண் குழந்தைக்கான இந்திராகாந்தி உதவித்தொகை (Indira Gandhi Fellowship) (பட்டம் மற்றும் பட்ட மேற்படிப்பு)
- **மவுலாணா ஆசாத்** (Moulana Azad Fellowship) சிறுபான்மையினருக்கான ஆதரவு உதவித்தொகை (Ph.D க்கு)
- SC/ST/PWD/OBC போன்ற பிரிவினர்களுக்கான பல்வேறு உதவித்தொகை
- பல்கலைக்கழக மானியக்குழு (UGC) மற்றும் அறிவியல் மற்றும் தொழில் நுட்பத்துறை (DST) ஆகியவற்றின் இணைய தளங்களில் மேலும் தகவல்கைளப் பெறுக.

இயற்பியல் ஆய்வுகளை மேற்கொள்ளும் இந்திய ஆராய்ச்சி நிறுவனங்கள்

இயற்பியல் முதுகலைப் (M.Sc Physics) பட்டப்படிப்பிற்குப் பின்பு

ஆய்வுக் களங்கள்

- Quantum Physics and Quantum Optics
- Astrophysics, Astronomy
- String theory, Quantum gravity
- Mathematical Physics, Statistical Mechanics
- Quantum Field Theory
- Particle Physics and Quantum Thermodynamics
- Quantum information theory
- Condensed Matter Physics, Materials Science
- Electro magnetic Theory
- Black Holes, Cosmology
- Crystal Growth, Crystallography
- Spectroscopy, Atomic, Molecular and Optical Physics
- Nano Science and Nanotechnology
- Energy and Environment Studies
- Biophysics, Medical Physics
- Cryptography, Spintronics
- Optics and Photonics
- Meteorology and Atmospheric Science

இயற்பியலின் பல்வேறு துறைகளில் ஆய்வுகளை மேற்கொள்ளும் இயற்பியல் ஆராய்ச்சி நிறுவனங்கள்

ஆராய்ச்சி நிறுவனங்களின் பெயர்கள்	இணையதளம்
Indian Institute of Science (IISc) Bangalore	www.iisc.ac.in
Raman Research Institute (RRI) Bangalore	www.rri.res.in
Institute of Mathematical Sciences (IMSc) Chennai	www.imsc.res.in
Indian Association for Cultivation of Science (IACS) Calcutta	www.iacs.res.in
Chennai Mathematical Institute (CMI) Chennai	www.cmi.ac.in
Tata Institute of Fundamental Research (TIFR) Mumbai	www.tifr.res.in
Bhaba Atomic Research centre (BARC) Mumbai	www.barc.gov.in
SN Bose centre Basic Natural science Calcutta	www.bose.res.in
Indian Institute of Space Science and Technology (IIST) Trivandrum	www.iist.ac.in
Physics Research Laboratory (PRL) Ahmedabad	www.prl.res.in
Indian Institute of Astrophysics (IIA) Bangalore	www.iiap.res.in
Institute of Physics (IOP) Bhubaneswar	www.iopb.res.in
Institute for Plasma Research (IPR) Gujarat	www.ipr.res.in
Inter university centre for Astronomy and Astrophysics (IUCAA) Pune	www.iucaa.in
Indira Gandhi centre for Atomic Research (IGCAR), Kalpakkam	www.igcar.gov.in
Hyderabad central university, Hyderabad	www.uohyd.ac.in
Delhi University, Delhi	www.du.ac.in
Mumbai University, Mumbai	www.mu.ac.in
SavithiribaiPhule Pune university, Pune	www.unipune.ac.in
National Institute of Science Education and Research (NISER), Bhubaneshwar	www.niser.ac.in
IISER Educational Institutions	www.iiseradmission.in
Indian Institute of Technology in various places (IIT’s)	www.iitm.ac.in
National Institute of Technology (NITs)	www.nitt.edu
Jawaharlal Nehru University (JNU)	www.jnu.ac.in
Central Universities	www.ugc.ac.in
State Universities	https://www.ugc.ac.in
CSIR – Academy (National laboratories, Delhi, Hyderabad, Trivandrum, Chennai, Calcutta etc)	

அலகு

1

இயல் உலகத்தின் தன்மையும் அளவீட்டியலும் (NATURE OF PHYSICAL WORLD AND MEASUREMENT)

மனிதனுடைய அனுபவங்களை விவரிப்பதற்கு, உருவாக்குவதற்கு மற்றும் புரிந்து கொள்வதற்குமான ஒரு முறையே அறிவியல் – ப்ரூஸ் லின்சே (Bruce Lindsay)

கற்றலின் நோக்கங்கள்:

31H4E7

இந்த அலகில் மாணவர்கள் அறிந்து கொள்ள இருப்பது

- வியப்படைய வைக்கும் இயற்பியல் கண்டுபிடிப்புகள்
- இயற்பியல் அளவுகளின் முக்கியத்துவம்
- பல்வேறு அளவிடும் முறைகள்
- இயற்பியல் அளவீடுகளில் ஏற்படும் பிழைகள் மற்றும் அவற்றை திருத்தம் செய்தல்.
- முக்கிய எண்ணுருக்களும் அதன் முக்கியத்துவமும்
- பரிமாணங்களைப் பயன்படுத்தி இயற்பியல் அளவுகளின் ஒருபடித்தான தன்மையைச் சோதித்தல்

1.1 அறிவியல் – ஓர் அறிமுகம்

'Science' எனும் சொல் "அறிந்து கொள்ளுதல்" எனும் பொருளுடைய "சைன்சியா" [Scientia] எனும் இலத்தீன் மூலச் சொல்லிலிருந்து உருவானதாகும். தமிழ்மொழியில் Science என்பது 'அறிவியல்' எனப் பொருள் கொள்ளப்படுகிறது. உண்மைகளை அறிந்து ஆராய்தலே அறிவியலாகும். மனித மனம் எப்போதும் இயற்கையின் பல்வேறு நிகழ்வுகளான கிரகங்கள், ஒளிரும் நட்சத்திரங்களின் இயக்கங்கள், பருவகாலச் சுழற்சி மாற்றம் மற்றும் வானவில் உருவாதல் போன்றவற்றை அறிந்துகொள்ளவும், புரிந்து கொள்ளவும் ஆர்வமுடன் இருந்து வந்திருக்கிறது. அந்நிகழ்வுகள் உருவாகும் விதத்தையும் அவற்றிற்கு இடையேயான தொடர்புகளையும் அறிய ஆராய்ச்சி நோக்குள்ள மனம் முற்படுகிறது. இயற்கையைப் புரிந்து கொள்ளும் இந்த முயற்சிதான் இன்றைய நவீன அறிவியலுக்கும், தொழில் நுட்பத்திற்கும் வழிவகுத்தது. இயற்கை நிகழ்வுகளை உற்றுநோக்கி, ஆய்வு செய்து மற்றும் பகுத்தறிந்து பெறப்பட்ட முறையான அறிவே அறிவியலாகும்.

உயிரற்ற பொருட்களைப் பற்றிப் பயிலும் அறிவியல், இயல் அறிவியல் (இயற்பியல், வேதியியல்) என்றும், உயிருள்ள பொருட்களைப் பற்றிப் பயிலும் அறிவியல் உயிர் அறிவியல் (தாவரவியல், விலங்கியல் மற்றும் பல) என்றும் அழைக்கப்படுகிறது.

இயற்கை நிகழ்வுகளை ஆர்வமாக உற்றுநோக்குதலும், அறிந்து கொள்வதுமே அறிவியலின் ஆரம்பமாகும். **அறிவியல்** எனும் சொல் 19 ஆம் நூற்றாண்டிலேயே பயன்படுத்தப்பட்டது. முற்காலத்தில் இயற்கை தத்துவயியலே (natural philosophy) அறிவியல் என அழைக்கப்பட்டது. பண்டைய நாகரீக காலத்தில் வானியல், வேதியியல், மனித உடற்கூறியல் மற்றும் வேளாண்மை போன்றவற்றைப் பற்றி அறிந்து சிறந்த முறையில் பயன்படுத்தினார்கள். எழுத்துமுறை வளர்ச்சி பெறுவதற்கு முன்பு வாய்வழி மூலமே அறிவு பரிமாறிக் கொள்ளப்பட்டது. பண்டைய காலத்தில் வானியல் முதல் மருத்துவம் வரை அறிவியல்

இந்திய அரசியலமைப்புச் சட்டம் 51A(h) அடிப்படைக் கடமைகள் பிரிவு IV இல்

"அறிவியல் மனப்பான்மையையும், மனித நேயத்தையும், சீர்திருத்தத்தையும், ஆய்வு மனப்பான்மையையும் போற்றி வளர்ப்பது ஒவ்வொரு இந்தியக் குடிமகனின் கடமையாகும்" என்று கூறப்பட்டுள்ளது. இதுவே நமது அறிவியல் கல்வியின் நோக்கமாகும்.

முன்னேற்றங்கள் அனைத்திலும் எகிப்தியர்களே முன்னோடிகளாகச் சிறந்து விளங்கினார்கள். சிந்து சமவெளி நாகரிக காலந்தொட்டே (3300 – 1300 BCE), இந்தியர்கள் அறிவியல் மற்றும் கணிதப் பயன்பாட்டில் சிறந்து விளங்கினார்கள்.

1.1.1 அறிவியல் முறை

அறிவியல் முறை என்பது இயற்கை நிகழ்வுகளைப் புரிந்துகொள்வதற்கும் மற்றும் இயற்கை நிகழ்வுகள் தோன்ற காரணமாக உள்ள விதிகளை உருவாக்குவதற்குமான ஒரு படிப்படியான அணுகுமுறையாகும்

எந்த ஒரு அறிவியல் முறையும் கீழ்க்கண்ட பொதுவான அம்சங்களை உள்ளடக்கியது.

(i) முறைப்படுத்தப்பட்ட உற்று நோக்கல்

(ii) கட்டுப்படுத்தப்பட்ட பரிசோதனை

(iii) தரமான மற்றும் அளந்தறியும் பகுப்பாய்வு

(iv) கணிதவியல் மாதிரிகள்

(v) கணித்தல் மற்றும் சரிபார்த்தல் அல்லது தவறான கோட்பாடுகளை அறிவியல் முறை மூலம் கண்டறிந்து தவிர்த்தல்.

எடுத்துக்காட்டு

ஒரு உலோகத் தண்டின் ஒரு முனையை வெப்பப்படுத்தும் போது மறு முனையில் வெப்பம் உணரப்படுகிறது. இந்நிகழ்வை உற்று நோக்கி கீழ்க்காணும் வினாக்களை எழுப்பலாம்.

(a) வெப்பப்படுத்தும்பொழுது அந்த தண்டின் உள்ளே நிகழ்வது என்ன?

(b) வெப்பம் மறுமுனைக்கு எவ்வாறு பரவியது?

(c) எல்லா பொருட்களிலும் இந்த விளைவு நிகழுமா?

(d) பொருட்களின் வழியே வெப்பம் பரவுகிறது எனில் வெப்பத்தைக் காண முடியுமா?

மேற்காணும் வினாக்களுக்கான, விடைகளைக் கண்டறியும் வழிமுறையே அறிவியல் ஆய்வு முறையாகும்.

வெப்ப இயக்கவியலின் அடிப்படைக் கருத்துக்கள் அலகு 8 இல் விளக்கப்பட்டுள்ளன

உங்களுக்குத் தெரியுமா?

பொ.ஆ.மு* (BCE) 350இல் இயற்பியல் (Physics) என்ற பெயர் அரிஸ்டாட்டில் (Aristotle) என்பவரால் அறிமுகப்படுத்தப்பட்டது.

(*பொது ஆண்டுக்கு முன்)

1.2 இயற்பியல் – அறிமுகம்

Physics (இயற்பியல்) என்ற சொல்லானது, இயற்கை என்ற பொருளுடைய **ஃபியுசிஸ்** (Fusis) எனும் கிரேக்கச் சொல்லில் இருந்து தருவிக்கப்பட்டது. இயற்பியல் என்பது இயற்கை மற்றும் இயற்கையின் நிகழ்வுகளைப் பற்றி பயிலுவதாகும், எனவே இயற்பியலே அறிவியலின் அனைத்துப் பிரிவுகளுக்கும் அடிப்படையானதாகக் கருதப்படுகிறது.

இயற்பியல் பயிலுவதில் ஒன்றிணைத்துப் பார்த்தல் (Unification) மற்றும் பகுத்துப்பார்த்தல் (Reductionism) ஆகிய இரு அணுகுமுறைகள் உள்ளன. ஒன்றிணைத்துப் பார்த்தல் என்பது வேறுபட்ட இயற்பியல் நிகழ்வுகளை ஒரு சில தத்துவங்கள் மற்றும் விதிகளைப் பயன்படுத்தி விளக்க முயற்சித்தலாகும். எடுத்துக்காட்டாக, புவியை நோக்கித் தடையின்றித் தானே விழும் பொருட்களின் இயக்கம், சூரியனைச் சுற்றி வரும் கோள்களின் இயக்கம், புவியைச் சுற்றிவரும் சந்திரனின் இயக்கம் ஆகியவற்றிற்கு காரணமான இயற்கையின் விசைகளை நியூட்டனின் ஈர்ப்பியல் விதி ஒன்றிணைக்கின்றது (அலகு 6 இல் விளக்கப்பட்டுள்ளது).

ஓர் பெரிய அமைப்பினை அல்லது பொருளை (Macroscopic) அதனுள் அடங்கிய நுண்ணியதுகள்களின் (Microscopic) மூலம் விளக்க முயற்சிப்பதே பகுத்துப்பார்த்தலாகும். எடுத்துக்காட்டாக, பெரிய அமைப்பின் பண்புகளான வெப்பநிலை, என்ட்ரோபி (Entropy) போன்றவற்றை விளக்க வெப்ப இயக்கவியல் (Thermodynamics) உருவாக்கப்பட்டது. (அலகு – 8).

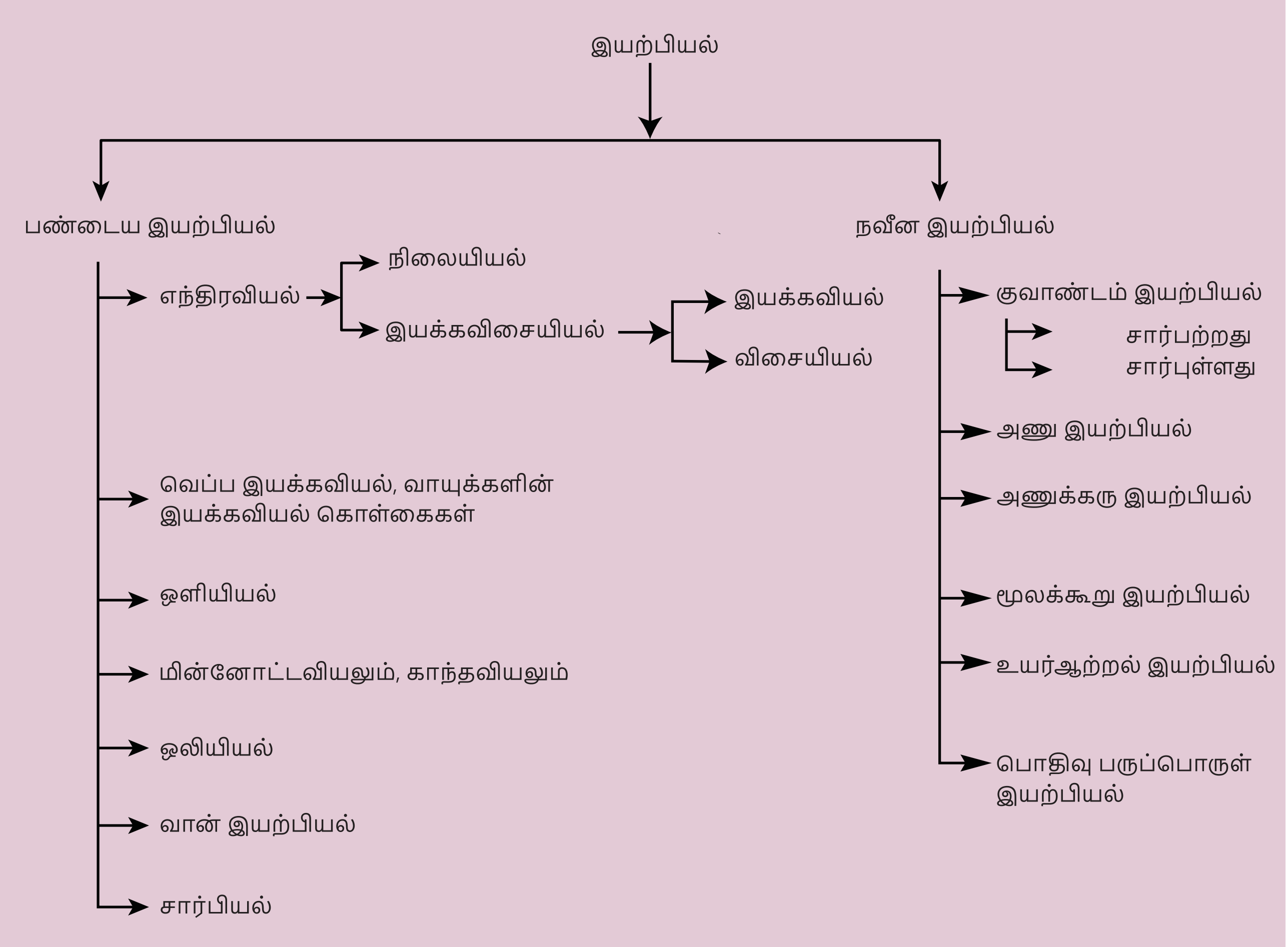
மூலக்கூறுகளின் இயக்கவியற்கொள்கை (Kinetic Theory) (அலகு 9) மற்றும் புள்ளியியல் எந்திரவியல் (Statistical Mechanics) ஆகியவை மேற்கூறிய ஒரு பெரிய அமைப்பின் (பொருளின்) பண்புகளை அந்த பெரிய அமைப்பின் (பொருளின்) நுண் துகள்களான மூலக்கூறுகள் வழியே விளக்குகிறது.

குறிப்பு

இயற்பியலில் ஒரு பெரிய அமைப்பு (Macroscopic System) என்பது நம் கண்ணால் காணக்கூடிய ஒரு கல்லிலிருந்து, வானில் இருக்கும் விண்மீன்கள் வரை அனைத்தையும் குறிக்கும். மீநுண்ணமைப்பு (Micorscopic System) என்பது நம் கண்ணிற்கு புலப்படாத சிறிய அளவிலான மூலக்கூறுகளைக் குறிக்கும். சிறிய அளவிலான மூலக்கூறுகள் ஒருங்கிணையும் போது பெரிய அளவிலான பொருள் உருவாகிறது.

1.2.1 இயற்பியலின் பிரிவுகள்

இயற்கையின் விதிகளை வெளிக்கொணர்வதில் துணைபுரிந்த அடிப்படை அறிவியல் இயற்பியலாகும். இந்த இயற்பியலின் மொழி கணிதவியலாகும். பழங்காலத்தில் மனிதர்கள் இயற்கையோடு இணைந்து வாழ்ந்தனர். அவர்கள் வாழ்க்கைமுறை இயற்கையோடு இணைக்கப்பட்டிருந்தது. வான்பொருட்கள் மற்றும் விண்மீன்களின் இயக்கங்களை ஆதாரமாகக்கொண்டு பருவ காலங்களை கணித்தனர். விதைக்கும் மற்றும் அறுவடை செய்யும் காலங்களை வான்வெளியை



படம் 1.1 இயற்பியலின் பிரிவுகள்

அட்டவணை 1.1 இயற்பியலின் பிரிவுகள்

மரபு இயற்பியல் (Classical Physics)	20 –ஆம் நூற்றாண்டின் தொடக்கத்திற்கு முன் வளர்ச்சியடைந்த மற்றும் ஏற்றுக்கொள்ளப்பட்ட அடிப்படை இயற்பியல் பற்றியது
பிரிவு (Branch)	கவனம் செலுத்தப்பட்ட பகுதி (Major Focus)
1. மரபு எந்திரவியல் (Classical Mechanics)	ஓய்வு அல்லது இயக்கநிலையில் உள்ள பொருட்களின் மீது செயல்படும் விசைகளைப் பற்றிய விளக்கம்
2. வெப்ப இயக்கவியல் (Thermodynamics)	வெப்பம் மற்றும் பல்வேறு ஆற்றல்களுக்கிடையேயான தொடர்பைப் பற்றிய விளக்கம்
3. ஒளியியல் (Optics)	ஒளியைப் பற்றிய விளக்கம்
4. மின்னோட்டவியலும் காந்தவியலும் (Electricity & Magnetism)	மின்னோட்டம், காந்தவியல் மற்றும் அதன் தொடர்புகளைப் பற்றிய விளக்கம்
5. ஒலியியல் (Acoustics)	ஒலி அலைகள் உருவாதல் மற்றும் பரவுதல் பற்றிய விளக்கம்
6. வான் இயற்பியல் (Astrophysics)	வானியல் பொருட்களைப் பற்றிய விளக்கம்
7. சார்பியல் (Relativity)	கோட்பாட்டு இயற்பியலின் ஒரு பிரிவாகும். வெவ்வேறு முறைகளில் இயங்கும் பொருட்களைப் பொருத்து வெளி, நேரம் மற்றும் ஆற்றல் இவற்றிற்கு இடையேயான தொடர்பிற்கான விளக்கம்.
நவீன இயற்பியல் (Modern Physics)	20 – ஆம் நூற்றாண்டின் தொடக்கத்தில் உள்ள இயற்பியல் கருத்துக்கள்.
1. *குவாண்டம் எந்திரவியல் (Quantum Mechanics)	அணு மற்றும் அணு உட்துகள் மட்டங்களில் நடைபெறும் நிகழ்வுகளைப் பற்றியது.
2. அணு இயற்பியல் (Atomic Physics)	அணுவின் பண்புகள் மற்றும் அதன் அமைப்புகளைப் பற்றிய இயற்பியல் விளக்கம்
3. அணுக்கரு இயற்பியல் (Nuclear Physics)	அணுக்கரு அமைப்பு, பண்புகள் அதன் இடைவினைகள் பற்றிய இயற்பியல் விளக்கம்
4. பொதிவு பருப்பொருள் இயற்பியல் (Condensed Matter Physics)	பொதிவு பருப்பொருட்களின் (திண்மம், திரவம் இவ்விரு நிலைகளுக்கு இடைப்பட்ட நிலையிலுள்ள பொருட்கள் மற்றும் அடர்வாயுக்கள்) பண்புகளைப்பற்றியது. இது நானோ அறிவியல் (Nano Science) ஒளிச்சிப்ப அறிவியல் (Photonics) போன்ற நவீன வளர்ந்து வரும் இயற்பியலின் பல்வேறு உட்பிரிவுகளைக் கொண்டுள்ளது. மேலும் இது அடிப்படை பொருள் வகை அறிவியலின் (Material Science) அடிப்படைகளை உள்ளடக்கியுள்ளது. இதன் நோக்கம் சிறந்த நம்பகத் தன்மையுடன் பயன்படுத்தக்கூடிய பொருட்களை உருவாக்குவதைப் பற்றியது.
5. உயர் ஆற்றல் இயற்பியல் (High Energy Physics)	துகள்களின் இயல்புகளைப் பற்றிய விளக்கம்

*குவாண்டம் இயற்பியல் என்பது விரிவான பகுதியாகும், மரபு எந்திரவியலின் முடிவுகளை குவாண்டம் எந்திரவியலில் மூலமும் பெறலாம், இதன் விரிவான விளக்கம் இப்பாடப்புத்தகத்தின் நோக்கத்திற்கு அப்பாற்பட்டது.

நோக்குவதன் மூலம் அனுமானித்து வந்தனர். எனவே, முதன்முதலில் வளர்ச்சியடைந்த அறிவியல் பிரிவு வானியலும் கணிதவியலுமேயாகும். இயற்பியலின் பல்வேறு பிரிவுகளின் காலமுறை வளர்ச்சி பின் இணைப்பு 2 (A.1.1) இல் தொகுத்து வழங்கப்பட்டுள்ளது. படம் 1.1 இல் இயற்பியலின் வெவ்வேறு பிரிவுகள் மற்றும் அவற்றின் தொடர்புகள் சுட்டுப்படமாக காட்டப்பட்டுள்ளது. மேலும், அட்டவணை 1.1 இல் இயற்பியல் பிரிவுகளின் அடிப்படை சுட்டிக்காட்டப்பட்டுள்ளன.

மேல்நிலை முதலாமாண்டு இயற்பியல் பாடப்புத்தகத்தின் தொகுதி 1 மற்றும் 2 இல் இயற்பியலின் அடிப்படைப் பிரிவுகளின் முக்கியக்கருத்துக்கள் விவரிக்கப்பட்டுள்ளன. குறிப்பாக எந்திரவியல் (Mechanics) 1 முதல் 6 வரையிலான அலகுகளாக தொகுத்து வழங்கப்பட்டுள்ளது. அலகு 1 இல் இயற்பியலின் வளர்ச்சி அதன் அடிப்படைக் கருத்துக்களான அளவீட்டியல், அலகுகள் போன்றவற்றுடன் விவரிக்கப்பட்டுள்ளன. இயற்பியல் தத்துவங்கள் மற்றும் அவற்றிற்குக் காரணமான இயற்பியல் விதிகளை விவரிப்பதற்குத் தேவையான அடிப்படை கணிதவியல், அலகு 2 இல் விவரிக்கப்பட்டுள்ளது.

பொருட்களின்மீது செயல்படும் விசையின் தாக்கம் நியூட்டனின் இயக்கவியல் விதிகளின் அடிப்படையில் அலகு 3 இல் முறையாக விவரிக்கப்பட்டுள்ளது. எந்திரவியல் உலகில் ஆய்வு செய்வதற்குத் தேவைப்படும் முக்கிய அளவுருகளான வேலை மற்றும் ஆற்றல் பற்றிய கருத்துக்கள் அலகு 4 இல் வழங்கப்பட்டுள்ளன.

அலகு 3 மற்றும் 4 இல் பொருட்களை புள்ளிப்பொருட்களாக (Point objects) கருதப்பட்டதற்கு மாறாக அலகு 5 இல் திண்மப்பொருட்களின் (Rigid bodies) இயந்திரவியல் பற்றிய கருத்துக்கள் விவரிக்கப்பட்டுள்ளன. அலகு 6 இல் ஈர்ப்புவிசை மற்றும் அதன் விளைவுகள் விளக்கப்பட்டுள்ளன. அலகு 7 இல் இயற்பியலின் பழம்பிரிவான பல்வேறு பருப்பொருட்களின் பண்புகள் விளக்கப்பட்டுள்ளன. வெப்பத்தின் தாக்கம் மற்றும் அதன் விளைவுகளை ஆய்வு செய்வது குறித்து அலகு 8 மற்றும் 9 இல் விளக்கப்பட்டுள்ளது. அலைவுகள் மற்றும் அலை இயக்கத்தின் முக்கியக் கூறுகள் அலகு 10 மற்றும் 11 இல் விவரிக்கப்பட்டுள்ளன.

1.2.2 இயற்பியல் கற்றலின் இனிமையும், வாய்ப்புகளும்

இயற்பியல் கண்டுபிடிப்புகள் இருவகையானவை. அவை தற்செயலான கண்டுபிடிப்புகள் மற்றும் உள்ளுணர்வு மூலம் கணித்தவற்றை ஆய்வகங்கள் மூலம் நன்கு பகுப்பாய்வு செய்து கண்டறிதல் என்பன ஆகும். எடுத்துக்காட்டாக, காந்தத் தன்மை தற்செயலாக உணரப்பட்டது. ஆனால் காந்தவியலின் வினோதப் பண்புகள் கோட்பாட்டளவில் (Theoretically) பின்னர் பகுப்பாய்வு செய்யப்பட்டன. இந்தப் பகுப்பாய்வு காந்தப்பொருட்களின் அடிப்படைப் பண்புகளை வெளிப்படுத்தியது. இதன் மூலம் செயற்கை காந்தங்கள் ஆய்வகத்தில் உருவாக்கப்பட்டன. இயற்பியல் கோட்பாடுகளை பயன்படுத்தி முன்னறியும் முறையானது (Prediction) தொழில் நுட்பம் மற்றும் மருத்துவத் துறையின் வளர்ச்சியில் முக்கிய பங்கு வகிக்கிறது. எடுத்துக்காட்டாக, 1905 இல் ஆல்பர்ட் ஐன்ஸ்டீனால் கருத்தியல் ரீதியாக கண்டறியப்பட்ட $E = mc^2$ மிகவும் பிரபலமான சமன்பாடு ஆகும். 1932 இல் காக்ராஃப்ட் மற்றும் வால்டன் அவர்களால் சோதனை மூலம் இக்கருத்து நிரூபிக்கப்பட்டது. கோட்பாட்டு ரீதியான கணிப்புகளும் (Theoretical Predictions), கணக்கீட்டு நடைமுறைகளும் (Computation Procedures), முக்கியமான பயன்பாடுகளுக்குத் தேவைப்படும் பொருத்தமான மூலப்பொருட்களைத் தேர்ந்தெடுக்கப் பயன்படுகின்றன. மருந்து தயாரிப்பு நிறுவனங்கள் புதிய மருந்துப் பொருட்களைத் தயாரிக்க இந்த அணுகுமுறையையே பயன்படுத்துகின்றன.

மனித உடலுக்கு ஊறு விளைவிக்காத பொருட்களைக் கொண்டு மாற்று உறுப்புகள் தயாரிப்பதற்கு குவாண்டம் இயற்பியல் (Quantum Physics) பயன்படுத்தப்படுகிறது. இதன் மூலம் ஆய்வுக் கூட ஆராய்ச்சி செயல்முறையில் ஆராயும் முன், குவாண்டம் இயற்பியல் கோட்பாடுகளைப் பயன்படுத்தி பொருத்தமான பொருட்களை முன்னறியும் முறை நவீன சிகிச்சை முறையில் பயன்படுத்தப்படுகிறது. இவ்வாறு கோட்பாடுகளும் (Theoretical) ஆய்வகச்செயல்முறைகளும் (Experimental) பயன்பாட்டில் ஒன்றையொன்றை முழுமையாக்குகின்றன.

மிகப்பெரிய மதிப்புகள் உடைய பல்வேறு இயற்பியல் அளவுகளை (நீளம், நிறை, காலம்,

ஆற்றல் போன்றவை) உள்ளடக்கியது என்பதால் இயற்பியலின் வாய்ப்புகள் பரந்து விரிந்து காணப்படுகின்றன.

எலக்ட்ரான் மற்றும் புரோட்டான்களை உள்ளடக்கிய மீச்சிறு அளவுகள் முதல் வானியல் நிகழ்வுகள் போன்ற மிகப்பெரிய அளவுகள் வரை இயற்பியல் எடுத்துரைக்கிறது.

- **கால அளவின் வீச்சு:** வானியல் அளவு முதல் நுண்ணிய அளவு வரை ($10^{18}\,s$ to $10^{-22}\,s$).
- **நிறைகளின் வீச்சு:** மீப்பெரு வான் பொருட்களிலிருந்து எலக்ட்ரான் வரை, 10^{55} kg (அளவிடக்கூடிய பிரபஞ்சத்தின் நிறை) முதல் (எலக்ட்ரானின் நிறை $= 9.11 \times 10^{-31}$ kg) வரை.

இயற்பியலைக் கற்றல் என்பது ஒரு கல்வி சார்ந்த நிகழ்வு மட்டுமின்றி, பல்வேறு வழிகளில் வியப்பூட்டும் வகையிலும் அமைந்துள்ளது.

- சில அடிப்படைக் கருத்துகள் மற்றும் விதிகள் (Concepts and laws) வேறுபட்ட பல இயற்பியல் நிகழ்வுகளை (Physical Phenomena) விளக்குவதாக உள்ளன.
- இயற்பியல் விதிகளை அடிப்படையாகக் கொண்டு பலவகை பயன்பாட்டுக் கருவிகள் வடிவமைக்கப்படுகின்றன.

எடுத்துக்காட்டாக, i) ரோபோக்களின் பயன் ii) நிலவு மற்றும் அருகில் உள்ள கோள்களுக்கான பயணத்தை பூமியிலிருந்து கட்டுப்படுத்துவது. iii) உடல்நல அறிவியலில் (Health Sciences) பயன்படும் தொழில் நுட்ப முன்னேற்றங்கள் போன்றவை.

- இயற்கையின் உண்மையான இரகசியங்களை வெளிப்படுத்தக்கூடிய புதிய சவால் விடும் செய்முறைகளை பயன்படுத்துதல் மற்றும் ஏற்கனவே உள்ள அறிவியல் கோட்பாடுகளின் உண்மை நிலையை உறுதிபடுத்துதல்.
- கிரகணம் எவ்வாறு உருவாகிறது? நெருப்பின் அருகில் உள்ள ஒருவர் வெப்பத்தை உணருவது ஏன்? காற்று ஏன் வீசுகின்றது? போன்ற இயற்கையின் நிகழ்வுகளுக்குப் பின் உள்ள அறிவியலை நன்கு ஆய்ந்து புரிந்து கொள்ளல்.

தொழில்நுட்பத்தில் முன்னேறிக் கொண்டிருக்கும் இன்றைய உலகில் அனைத்து வகையான பொறியியல் மற்றும் தொழில்நுட்பப் பாடப் பிரிவுகளுக்கு அடிப்படையாக இயற்பியல் விளங்குகிறது.

325ZFU

1.3 தொழில் நுட்பம் மற்றும் சமுதாயத்துடன் இயற்பியலின் தொடர்பு

இயற்பியலின் கோட்பாடுகளை நடைமுறையில் பயன்படுத்துவதே தொழில் நுட்பமாகும். பல்வேறு துறைகளின் பயனுள்ள பொருட்களை கண்டுபிடிக்கவும் அவற்றைத் தயாரிக்கவும் மற்றும் நடைமுறைப் பிரச்சனைகளைத் தீர்க்கவும் அறிவுத் திறனைப் பயன்படுத்துவதுமே தொழில் நுட்பவியலாகும் (technology).

எனவே நம் சமுதாயத்துடன் நேரடியாகவோ, அல்லது மறைமுகமாகவோ இயற்பியலும் தொழில் நுட்பவியலும் இணைந்து தாக்கத்தை ஏற்படுத்துகின்றன.

எடுத்துக்காட்டாக,

i. மின்னோட்டவியல் மற்றும் காந்தவியலின் அடிப்படை விதிகளின் கீழ் கண்டுபிடிக்கப்பட்ட கம்பியில்லா தொலைத் தொடர்புமுறை உலகத்தைச் சுருக்கி மிக நீண்ட தொலைவிற்கான மிகச்சிறந்த தொடர்பை ஏற்படுத்துகிறது.

ii. விண்வெளியில் (space) நிலை நிறுத்தப்பட்ட செயற்கைக் கோள்கள் தொலைத்தொடர்பில் மிகப்பெரிய புரட்சியை உருவாக்குகின்றன.

iii. நுண் எலக்ட்ரானியல் (Microelectronics), லேசர் (Laser), கணினி (Computer), மீக்கடத்தி (Super Conductor) மற்றும் அணுக்கரு ஆற்றல் ஆகியவை மனிதனின் சிந்தனையையும் வாழ்க்கை முறையையும் முழுமையாக மாற்றியுள்ளன.

அனைத்து அறிவியலின் வளர்ச்சிக்கும், அடிப்படை அறிவியலான இயற்பியல் முக்கியப் பங்காற்றுகிறது.

எடுத்துக்காட்டாக,

1. வேதியியலுடன் இயற்பியலின் தொடர்பு: இயற்பியலில் அணு அமைப்பு, கதிரியக்கம், X – கதிர் விளிம்பு விளைவு முதலியவற்றை நாம் பயில்கின்றோம். அவைகளைப் பயன்படுத்தி வேதியியல் ஆய்வாளர்கள் தனிம வரிசை அட்டவணையில் அணு எண் அடிப்படையில் அணுக்களை வரிசைப் படுத்துகின்றனர். இது மேலும் அணுக்களின் இணைதிறனின் இயல்புகள், வேதியியல் பிணைப்பு பற்றி அறியவும், சிக்கலான வேதியியல் அமைப்புகளை புரிந்து கொள்ளவும் உதவுகிறது. இங்கு இயல் வேதியியல் (Physical Chemistry), மற்றும் குவாண்டம் வேதியியல் (Quantum Chemistry) போன்ற வேதியியலின் உட்பிரிவுகள் முக்கிய பங்காற்றுகின்றன .

2. உயிரியலுடன் இயற்பியலின் தொடர்பு: இயற்பியல் தத்துவங்களின் அடிப்படையில் உருவாக்கப்படும் நுண்ணோக்கி (microscope) இல்லாமல் உயிரியல் ஆய்வுகளை நிகழ்த்த முடியாது. எலக்ட்ரான் நுண்ணோக்கி கண்டுபிடிப்பு ஒரு செல்லின் கட்டமைப்பைக்கூட பார்க்க உதவுகிறது. X –கதிர் மற்றும் நியூட்ரான் விளிம்பு விளைவு நுணுக்கங்கள் நியூக்ளிக் அமிலங்களின் அமைப்புகளைப் புரிந்து கொள்ளவும் அதன்மூலம் அடிப்படையான வாழ்க்கை செயல்முறைகளைக் கட்டுப்படுத்தவும் உதவுகிறது. X–கதிர்கள் உடலைப் பகுப்பாய்வு செய்ய உதவுகிறது. ரேடியோ ஐசோடோப்புகள், புற்றுநோய் மற்றும் இதர நோய்களைக் குணப்படுத்த ரேடியோ சிகிச்சை முறை பயன்படுத்தப்படுகிறது. தற்பொழுது உயிரியல் செயல்முறைகள் இயற்பியலின் கண்ணோட்டத்தில் கற்பிக்கப்படுகிறது.

3. கணிதவியலில் இயற்பியல் தொடர்பு: இயற்பியல் என்பது அளவிடக்கூடிய ஒரு அறிவியல் ஆகும். இயற்பியலின் வளர்ச்சிக்கு கணிதவியல் முக்கியக் கருவியாக உள்ளதால் இயற்பியல் கணிதத்துடன் மிக நெருங்கிய தொடர்பு கொண்டுள்ளது.

4. வானியலுடன் இயற்பியலின் தொடர்பு: கோள்களின் இயக்கம் மற்றும் வான் பொருட்கள் பற்றி அறிய வானியல் தொலைநோக்கிகள் பயன்படுகின்றன. வானியலாளர்கள் அண்டத்தின் தொலைதூரத்தை உற்றுநோக்க ரேடியோ தொலை நோக்கியைப் பயன்படுத்துகின்றனர். இயற்பியல் தத்துவங்களைப் பயன்படுத்தி அண்டத்தினைப் பற்றி கற்றுக்கொள்ள முடிகின்றது.

5. புவி நில அமைப்பியலுடன் இயற்பியலின் தொடர்பு: வேறுபட்ட பாறைகளின் படிகக் கட்டமைப்பைப் பற்றி அறிய விளிம்பு விளைவின் நுட்பங்கள் உதவுகின்றன. பாறைகளின் வயது, படிமங்களின் வயது மற்றும் புவியின் வயது ஆகியவற்றைக் கணிக்க கதிரியக்கம் பயன்படுகிறது.

6. கடலியலுடன் இயற்பியலின் தொடர்பு: கடலில் நடைபெறும் இயற்பியல் மற்றும் வேதியியல் மாற்றங்களைக் கடலியலாளர்கள் புரிந்து கொள்ள விரும்புகின்றனர். அவர்கள் வெப்பநிலை, உப்புத்தன்மை, நீரோட்டத்தின் வேகம், வாயுக்களின் பாய ஓட்டம், வேதியியல் கூறுகள் போன்ற அளவுகளை அளவீடு செய்கின்றனர்.

7. உளவியலுடன் இயற்பியலின் தொடர்பு: அனைத்து உளவியல் இடைவினைகளும் உடலியக்க செயல்முறைகள் மூலமே பெறப்படுகின்றன. நரம்பு மண்டல கடத்திகளின் இயக்கங்கள் இயற்பியலின் பண்புகளான விரவல் மற்றும் மூலக்கூறுகளின் இயக்கம் ஆகியவற்றின் அடிப்படையிலேயே செயல்படுகிறது. அலை, துகள் இயக்க இருமைகளின் அடிப்படையிலேயே மூளையின் செயல்பாடும் அமைந்துள்ளது.

இயற்பியலை மிகச்சிறந்த கருவியாகக் கொண்டு உண்மையான அறிவியலை இயற்கை விளக்குகிறது. அறிவியலையும், தொழில்நுட்பவியலையும் சம நிலையில் பயன்படுத்த வேண்டும். இல்லையெனில் அறிவியலை நமக்கு கற்பித்த இயற்கையை அழிக்கும் கருவிகளாக அவை மாறிவிடும்.

உலக வெப்பமயமாதல் மற்றும் தொழில் நுட்பத்தின் எதிர்மறைத் தாக்கம் ஆகியவை தடுக்கப்பட வேண்டும். தொழில்நுட்ப உதவியுடன் தேவையான மற்றும் பொருந்தக் கூடிய பாதுகாப்பான அறிவியலே இந்த நூற்றாண்டின் தேவை ஆகும்.

உயர்கல்வியில் இயற்பியலின் நோக்கமும், வாய்ப்புகளும் மற்றும் பல்வேறு ஆய்வு

உதவித்தொகை பற்றிய விவரங்களும் பாடநூலின் ஆரம்பத்திலேயே தொகுக்கப்பட்டுள்ளன.

32EVHH

1.4 அளவீட்டியல்

நீங்கள் எதைப்பற்றி பேசுகிறீர்களோ, அதனை அளவீடு செய்து பின்பு அதனை எண்களால் வெளிப்படுத்த முடியும் என்றால் மட்டுமே உங்களுக்கு அதனைப் பற்றி ஓரளவாவது தெரிந்துள்ளது எனலாம். ஆனால் எண்கள் மூலம் அதனை விளக்க முடியாது எனில், உங்களுக்கு மிகக்குறைவான மற்றும் போதுமற்றதான அளவே அதனைப் பற்றிய அறிவு உள்ளது

– லார்டு கெல்வின்

அளவீட்டியல் என்பது எந்த ஒரு இயற்பியல் அளவையும் அதன் படித்தர அளவுடன் ஒப்பிடுவது ஆகும். அனைத்து அறிவியல் ஆராய்ச்சிகளுக்கும், சோதனைகளுக்கும் அடிப்படை அளவீட்டியலாகும். இது நம் அன்றாட வாழ்வில் முக்கியப் பங்கு வகிக்கின்றது. இயற்பியல் என்பது அளந்தறியும் அறிவியலாகும். இயற்பியல் அளவீடுகளை குறிப்பிடக்கூடிய எண்களையே இயற்பியலாளர்கள் எப்பொழுதும் கையாள்கின்றனர்.

1.4.1 இயற்பியல் அளவின் வரையறை

அளவிடப்படக்கூடியதும், அதன் மூலம் இயற்பியல் விதிகளை விவரிக்கத் தக்கதுமான அளவுகள் இயற்பியல் அளவுகள் எனப்படுகின்றன. எடுத்துக்காட்டு நீளம், நிறை, காலம், விசை, ஆற்றல் மற்றும் பல.

1.4.2 இயற்பியல் அளவுகளின் வகைகள்

இயற்பியல் அளவுகள் இரு வகைப்படும். ஒன்று அடிப்படை அளவுகள், மற்றொன்று வழி அளவுகள்.

வேறு எந்த இயற்பியல் அளவுகளாலும் குறிப்பிடப்பட இயலாத அளவுகள் அடிப்படை அளவுகள் எனப்படும். அவை நீளம், நிறை, காலம், மின்னோட்டம், வெப்பநிலை, ஒளிச்செறிவு மற்றும் பொருளின் அளவு (amount of a substance) ஆகும்.

அடிப்படை அளவுகளால் குறிப்பிடக்கூடிய அளவுகள், வழி அளவுகள் எனப்படும். எடுத்துக்காட்டு, பரப்பு, கனஅளவு, திசை வேகம், முடுக்கம், விசை மற்றும் பல.

1.4.3 அலகின் வரையறை மற்றும் அதன் வகைகள்

அளவீட்டு முறை என்பது அடிப்படையில் ஓர் ஒப்பீட்டு முறையே ஆகும். அளவு ஒன்றை அளந்தறிய, நாம் எப்பொழுதும் அதனை ஒரு படித்தர அளவுடன் ஒப்பிடுகிறோம்.

எடுத்துக்காட்டாக, கயிறு ஒன்றின் நீளம் 10 மீட்டர் என்பது, 1 மீட்டர் நீளம் என வரையறுக்கப்பட்ட ஒரு பொருளின் நீளத்தைப் போல் 10 மடங்கு நீளமுள்ளது என்பதாகும். இங்கு மீட்டர் என்பதே நீளத்தின் படித்தர அளவாகும். இந்த படித்தர அளவே அலகு என்றழைக்கப்படுகிறது.

உலகளவில் ஏற்றுக்கொள்ளப்பட்ட, தனித்துவமிக்க தெரிவு செய்யப்பட்ட ஓர் அளவின் படித்தர அளவே அலகு என அழைக்கப்படுகிறது.

அடிப்படை அளவுகளை அளந்தறியும் அலகுகள் அடிப்படை அலகுகள் எனவும், மற்ற இயற்பியல் அளவுகளை அளவிடுவதற்காக அடிப்படை அலகுகளின் தகுந்த பெருக்கல் அல்லது வகுத்தல்களின் அடுக்குகளால் பெறப்படும் அலகுகள், வழி அலகுகள் எனவும் அழைக்கப்படுகின்றன.

1.4.4 பல்வேறு அளவிடும் முறைகள்

அனைத்து விதமான அடிப்படை மற்றும் வழி அளவுகளை அளக்கப் பயன்படும் அலகுகளின் ஒரு முழுமையான தொகுப்பே அலகிடும் முறையாகும்.

எந்திரவியலில் பயன்படும் பொதுவான அலகு முறைகள் கீழே தரப்பட்டுள்ளன.

(அ) f.p.s அலகு முறை

f.p.s அலகு முறை ஓர் பிரிட்டிஷ் அலகு முறையாகும். இம்முறையில் நீளம், நிறை மற்றும் காலத்தை அளக்க முறையே அடி (Foot), பவுண்ட் (Pound), வினாடி (Second) ஆகிய மூன்று அடிப்படை அலகுகள் பயன்படுத்தப்படுகின்றன.

(ஆ) c.g.s அலகுமுறை

இது ஓர் காஸ்ஸியன் (Gaussian) முறையாகும். இம்முறையில் நீளம், நிறை மற்றும் காலத்தை அளக்க முறையே சென்டிமீட்டர், கிராம் மற்றும் வினாடி ஆகிய மூன்று அடிப்படை அலகுகள் பயன்படுத்தப்படுகின்றன.

(இ) m.k.s முறை

இம்முறையில் நீளம், நிறை மற்றும் காலத்தை அளக்க முறையே மீட்டர், கிலோகிராம் மற்றும் வினாடி ஆகிய மூன்று அடிப்படை அலகுகள் பயன்படுத்தப்படுகின்றன.

cgs, mks மற்றும் SI அலகு முறைகள் மெட்ரிக் அல்லது தசம அலகு முறையாகும். ஆனால் fps அலகு முறை மெட்ரிக் அலகு முறை அல்ல.

1.4.5 SI அலகு முறை

அறிவியல் அறிஞர்கள் மற்றும் பொறியியல் வல்லுனர்களால் உலகம் முழுவதும் பயன்படுத்தப்பட்ட அலகு முறை மெட்ரிக் முறை (Metric System) என அழைக்கப்பட்டது. 1960 க்கு பிறகு இது பன்னாட்டு அலகு முறை அல்லது SI அலகு முறையாக (Systeme International – French name) அனைவராலும் ஏற்றுக்கொள்ளப்பட்டது. உலகளாவிய அறிவியல், தொழில்நுட்பம், தொழில் துறை மற்றும் வணிகப் பயன்பாட்டிற்காக, 1971 இல் நடைபெற்ற எடைகள் மற்றும் அளவீடுகள் பொதுமாநாட்டில் SI அலகு முறையின் நிலையான திட்டக் குறியீடுகள், அலகுகள் மற்றும் சுருக்கக்குறியீடுகள் உருவாக்கப்பட்டு அனைவராலும் ஏற்றுக்கொள்ளப்பட்டன.

SI அலகு முறையின் சிறப்பியல்புகளைக் காண்போம்.

i. இம்முறையில் ஒரு இயற்பியல் அளவிற்கு ஒரே ஒரு அலகு மட்டுமே பயன்படுத்தப்படுகிறது. அதாவது இம்முறை ஓர் பங்கீட்டு, பகுத்தறிவுக்கிசைந்த (rational method) முறையாகும்.

ii. இம்முறையில் அனைத்து வழி அலகுகளும், அடிப்படை அலகுகளில் இருந்து எளிதாக தருவிக்கப்படுகின்றன. எனவே, இது ஓர் ஓரியல் (coherent) அலகு முறையாகும்.

iii. இது ஓர் மெட்ரிக் அலகு முறையாதலால் பெருக்கல் மற்றும் துணைப்பெருக்கல் ஆகியன 10 இன் மடங்குகளாக நேரடியாக தரப்படுகின்றன.

SI அலகு முறையின் ஏழு அடிப்படை அளவுகளும் அட்டவணை 1.2 இல் தொகுக்கப்பட்டுள்ளன.

அட்டவணை 1.2 அடிப்படை அளவுகளும் அவற்றின் SI அலகுகளும்.

அடிப்படை அளவுகள்	SI அலகுகள்		
	அலகு	குறியீடு	வரையறை
நீளம்	மீட்டர்	m	வெற்றிடத்தில் $\frac{1}{299,79,2458}$ நொடியில் ஒளியானது கடக்கும் பாதையின் நீளம் 1 மீட்டர் ஆகும் (1983)
நிறை	கிலோ கிராம்	kg	பிரான்சில், பாரிசுக்கு அருகில் சர்வ்ஸ் என்ற இடத்தில் உள்ள பன்னாட்டு எடைகள் மற்றும் அளவைகள் நிறுவனத்தில் வைக்கப்பட்டுள்ள பிளாட்டினம்–இரிடியம் உலோகக் கலவையிலான உருளையின் (இதன் விட்டம் அதன் உயரத்திற்குச் சமம்) நிறையே ஒரு கிலோகிராம் ஆகும் (1901).

அட்டவணை 1.2 அடிப்படை அளவுகளும் அவற்றின் SI அலகுகளும்.

அடிப்படை அளவுகள்	SI அலகுகள்		
	அலகு	குறியீடு	வரையறை
காலம்	வினாடி	s	சீசியம் 133– அணுவின் இரு ஆற்றல் நிலைகளின் மீநுண்ணிய மட்டங்களுக்கிடையே பரிமாற்றம் நிகழ்வதால் ஏற்படும் கதிர்வீச்சின் அலைவு காலத்தின் 9,192,631,770 மடங்கு ஒரு நொடியாகும் (1967)
மின்னோட்டம்	ஆம்பியர்	A	வெற்றிடத்தில், ஒரு மீட்டர் இடைவெளியில் வைக்கப்பட்ட புறக்கணிக்கத் தக்க குறுக்கு வெட்டுப்பரப்பு உடைய இரு முடிவிலா நீளங்கள் உடைய நேரான இணைக்கடத்திகள் வழியே, பாயும் சீரான மின்னோட்டம் அவ்விரு கடத்திகளியிடையே ஒரு மீட்டர் நீளத்தில் $2\times10^{-7}\,N\,m^{-1}$ விசையை ஏற்படுத்தினால், அம்மின்னோட்டம் ஒரு ஆம்பியர் எனப்படும் (1948)
வெப்பநிலை	கெல்வின்	K	நீரின் முப்புள்ளியில்* (Triple point) வெப்ப இயக்கவியலின் வெப்பநிலையில் $\frac{1}{273.16}$ பின்னப்பகுதி ஒரு கெல்வின் ஆகும் (1967)
பொருளின் அளவு	மோல்	mol	0.012 கிலோகிராமில் உள்ள தூய கார்பன் – 12 அணுக்களின் எண்ணிக்கைக்குச் சமமான பல துகள்களை உள்ளடக்கிய பொருளின் அளவு ஒரு மோல் எனப்படும். (1971)
ஒளிச்செறிவு	கேண்டிலா	cd	$5.40\times10^{14}\,Hz$ அதிர்வெண் உடைய ஒளிமூலம் உமிழும் ஒற்றை நிறக் கதிர்வீச்சின் செறிவு, ஒரு குறிப்பிட்ட திசையில் $\frac{1}{683}$ வாட்/ஸ்ரேடியன் எனில் அத்திசையில் ஒளிச்செறிவு ஒரு கேண்டிலா ஆகும். (1979)

* நீரின் முப்புள்ளி என்பது தெவிட்டு நீராவி, தூயநீர் மற்றும் உருகும் பனிக்கட்டி ஆகிய மூன்றும் சமநிலையில் உள்ளபோது உள்ள வெப்பநிலை ஆகும். நீரின் முப்புள்ளி வெப்பநிலை 273.16 K

அட்டவணை 1.3 வழி அளவுகளும் அவற்றின் அலகுகளும்

இயற்பியல் அளவு	சமன்பாடு	அலகு
தளக்கோணம்	வட்டவில் / ஆரம்	rad
திண்மக்கோணம்	மேற்பரப்பு/ஆரம்^{2}	sr
பரப்பு (செவ்வகம்)	நீளம் × அகலம்	m^2
கனஅளவு அல்லது பருமன்	பரப்பு × உயரம்	m^3
திசைவேகம்	இடப்பெயர்ச்சி/ காலம்	$m\,s^{-1}$
முடுக்கம்	திசைவேகம் / காலம்	$m\,s^{-2}$

அட்டவணை 1.3 வழி அளவுகளும் அவற்றின் அலகுகளும்

இயற்பியல் அளவு	சமன்பாடு	அலகு
கோணத்திசைவேகம்	கோணஇடப்பெயர்ச்சி/ காலம்	rad s^{-1}
கோணமுடுக்கம்	கோணத்திசைவேகம்/ காலம்	rad s^{-2}
அடர்த்தி	நிறை / பருமன்	kg m^{-3}
உந்தம்	நிறை × திசைவேகம்	kg m s^{-1}
நிலைமத் திருப்புத்திறன்	நிறை × $(தொலைவு)^2$	kg m^2
விசை	நிறை × முடுக்கம்	kg m s^{-2} அல்லது N
அழுத்தம்	விசை / பரப்பு	N m^{-2} அல்லது Pa
ஆற்றல்(வேலை)	விசை × தொலைவு	N m அல்லது J
திறன்	வேலை / காலம்	J s^{-1} அல்லது w
கணத்தாக்கு விசை	விசை × காலம்	N s
பரப்பு இழுவிசை	விசை / நீளம்	N m^{-1}
விசையின் திருப்புத்திறன் (திருப்பு விசை)	விசை × தொலைவு	N m
மின்னூட்டம்	மின்னோட்டம் × காலம்	A s அல்லது C
மின்னோட்ட அடர்த்தி	மின்னோட்டம் / பரப்பு	A m^{-2}
காந்தத் தூண்டல்	விசை / (மின்னோட்டம் × நீளம்)	N A^{-1} m^{-1} அல்லது tesla
விசை மாறிலி	விசை / இடப்பெயர்ச்சி	N m^{-1}
ஃபிளாங் மாறிலி	போட்டானின் ஆற்றல் / அதிர்வெண்	J s
தன்வெப்பம் (S)	வெப்ப ஆற்றல் / (நிறை × வெப்பநிலை)	J kg^{-1} K^{-1}
போல்ட்ஸ்மேன் மாறிலி (k)	ஆற்றல் / வெப்பநிலை	J K^{-1}

குறிப்பு

π ரேடியன் $= 180°$

1 ரேடியன் $= \frac{180°}{\pi} = \frac{180° \times 7}{22} = 57.27°$

மேலும் $1° = 60'$ மற்றும் $1' = 60''$

ரேடியன், டிகிரி மற்றும் மினிட்ஸ் இவற்றிற்கிடையேயான தொடர்பு

$$1° = \frac{\pi}{180} \text{ rad} = 1.745 \times 10^{-2} \text{ rad}$$

$$\therefore 1' = \frac{1°}{60} = \frac{1.745 \times 10^{-2}}{60} = 2.908 \times 10^{-4} \, rad$$

$$\approx 2.91 \times 10^{-4} \, rad$$

$$\therefore 1'' = \frac{1°}{3600} = \frac{1.745 \times 10^{-2}}{3600} = 4.847 \times 10^{-6} \, rad$$

$$\approx 4.85 \times 10^{-6} \, rad$$

1.5 அடிப்படை அளவுகளின் அளவீட்டியல்

1.5.1 நீளத்தை அளவிடுதல்

இயற்பியலில் நீளத்தைப்பற்றிய கருத்து என்பது, அன்றாட வாழ்வில் தொலைவைப் பற்றிய கருத்தாகும். வெளியில் (Space) இரு புள்ளிகளுக்கு இடையே உள்ள தொலைவே நீளம் என வரையறுக்கப்படுகின்றது. நீளத்தின் SI அலகு மீட்டர் ஆகும்.

பொருட்களின் அளவுகள் நாம் வியக்கும் அளவிற்கு வேறுபடுகின்றன. எடுத்துக்காட்டாக, மிகப்பெரிய தொலைவுகளில் அமைந்த மிகப்பெரிய பொருட்களான விண்மீன் திரள்கள், விண்மீன்கள், சூரியன், புவி, சந்திரன் போன்றவை, பேரண்டத்தை (Macrocosm) உருவாக்குகின்றன. இது மிகப்பெரிய பொருட்களையும் நீண்ட தொலைவுகளையும் உடைய பெரிய உலகத்தைக் குறிக்கிறது.

ரேடியன் (rad): வட்டத்தின் ஆரத்திற்கு சமமான நீளம் கொண்ட வட்டவில் வட்டத்தின் மையத்தில் ஏற்படுத்தும் கோணம், ஒரு ரேடியன் ஆகும்.

ஸ்டிரேடியன் (sr): ஆரத்தின் வர்க்கத்திற்கு சமமான பரப்பு உடைய கோளப்பரப்பின் ஒரு பகுதி, கோளத்தின் மையத்தில் ஏற்படுத்தும் திண்மக்கோணம் ஒரு ஸ்டிரேடியன் ஆகும்.

இதற்கு மாறாக மூலக்கூறுகள், அணுக்கள், புரோட்டான்கள், நியூட்ரான்கள், எலக்ட்ரான்கள், பாக்டீரியா போன்ற பொருட்களும் அவற்றின் இடையேயான தொலைவுகளும் **நுண் உலகத்தை** (Micorcosm) உருவாக்குகின்றன. இது மீச்சிறு பொருட்களும், மிகச்சிறிய தொலைவுகளும் உடைய நுண் உலகத்தைக் குறிக்கிறது.

10^{-5} m முதல் 10^{2} m வரையிலான தொலைவுகளை நேரடி முறையில் அளக்க முடியும். எடுத்துக்காட்டாக, ஒரு மீட்டர் அளவுகோலைக்கொண்டு 10^{-3} m முதல் 1 m வரையிலான தொலைவை அளக்க முடியும், வெர்னியர் அளவி (vernier caliper) கொண்டு 10^{-4}m வரையிலான தொலைவையும், திருகு அளவி (screw guage) கொண்டு 10^{-5}m வரையிலான தொலைவையும் அளக்க முடியும்.

அணுக்கரு மற்றும் வானியல் தொலைவுகளை மேற்கூறிய எந்த ஒரு நேரடியான முறையிலும் அளக்க இயலாது. எனவே, மிகச் சிறிய மற்றும் நீண்ட தொலைவுகளை அளக்க சில மாற்று முறைகள் உருவாக்கப்பட்டு பயன்படுத்தப்படுகின்றன. அட்டவணை 1.4 இல் 10 இன் அடுக்குகள் (நேர்மறை மற்றும் எதிர்மறை) அட்டவணைப்படுத்தப்பட்டுள்ளன.

அட்டவணை 1.4 பத்தின் அடுக்குகளின் முன்னீடு

10 – இன் அடுக்கு	முன்னீடு	குறியீடு	10 – இன் துணைப்பெருக்கல்	முன்னீடு	குறியீடு
10^{1}	டெகா (deca)	da	10^{-1}	டெசி (deci)	d
10^{2}	ஹெக்டோ (hecto)	h	10^{-2}	சென்டி (centi)	c
10^{3}	கிலோ (kilo)	k	10^{-3}	மில்லி (milli)	m
10^{6}	மெகா (mega)	M	10^{-6}	மைக்ரோ (micro)	μ
10^{9}	ஜிகா (giga)	G	10^{-9}	நானோ (nano)	n
10^{12}	டெரா (tera)	T	10^{-12}	பிக்கோ (pico)	p
10^{15}	பீட்டா (peta)	P	10^{-15}	ஃபெம்டோ (femto)	f
10^{18}	எக்ஸா (exa)	E	10^{-18}	ஆட்டோ (atto)	a
10^{21}	ஜீட்டா (zetta)	Z	10^{-21}	செப்டோ (zepto)	z
10^{24}	யோட்டா (yotta)	Y	10^{-24}	யோக்டோ (yocto)	y

> **உங்களுக்குத் தெரியுமா?**
>
> துணை அளவுகளான தளக்கோணம் மற்றும் திண்மக்கோணம் ஆகியவவை வழிமுறை அளவுகளாக 1995 ஆம் ஆண்டு (GCWM) மாற்றப்பட்டது.

(i) சிறிய தொலைவுகளை அளவிடுதல் (திருகு அளவி மற்றும் வெர்னியர் அளவி)

திருகு அளவி

திருகு அளவியானது 50 mm வரையிலான பொருட்களின் பரிமாணங்களை மிகத் துல்லியமாக அளவிடப் பயன்படும் கருவியாகும். இக்கருவியின் தத்துவம் திருகின் வட்ட இயக்கத்தைப் பயன்படுத்தி பெரிதாக்கப்பட்ட நேர்க்கோட்டு இயக்கமாகும். திருகு அளவியின் மீச் சிற்றளவு 0.01 mm ஆகும்.

வெர்னியர் அளவி

துளையின் ஆழம் அல்லது துளையின் விட்டம் போன்ற அளவீடுகளை அளக்கப் பயன்படும் பன்முகத்தன்மை (Versatile) கொண்ட கருவி வெர்னியர் அளவி ஆகும். வெர்னியர் அளவியின் மீச்சிற்றளவு 0.1 mm (பொதுவாக)

(ii) நீண்ட தொலைவுகளை அளவிடுதல்

மரத்தின் உயரம், புவியிலிருந்து சந்திரன் அல்லது கோள்களின் தூரம் போன்ற நீண்ட தொலைவுகளை அளக்க சில சிறப்பு முறைகளைப் பயன்படுத்துகின்றோம். முக்கோண முறை (Triangulation method), இடமாறு தோற்றமுறை (Parallax method) மற்றும் ரேடார் துடிப்பு முறை (Radar method) ஆகிய முறைகளைப் பயன்படுத்தி மிக நீண்ட தொலைவுகளை அளவிடலாம்.

முக்கோண முறையின் மூலம் ஒரு பொருளின் உயரத்தை அளவிடுதல்

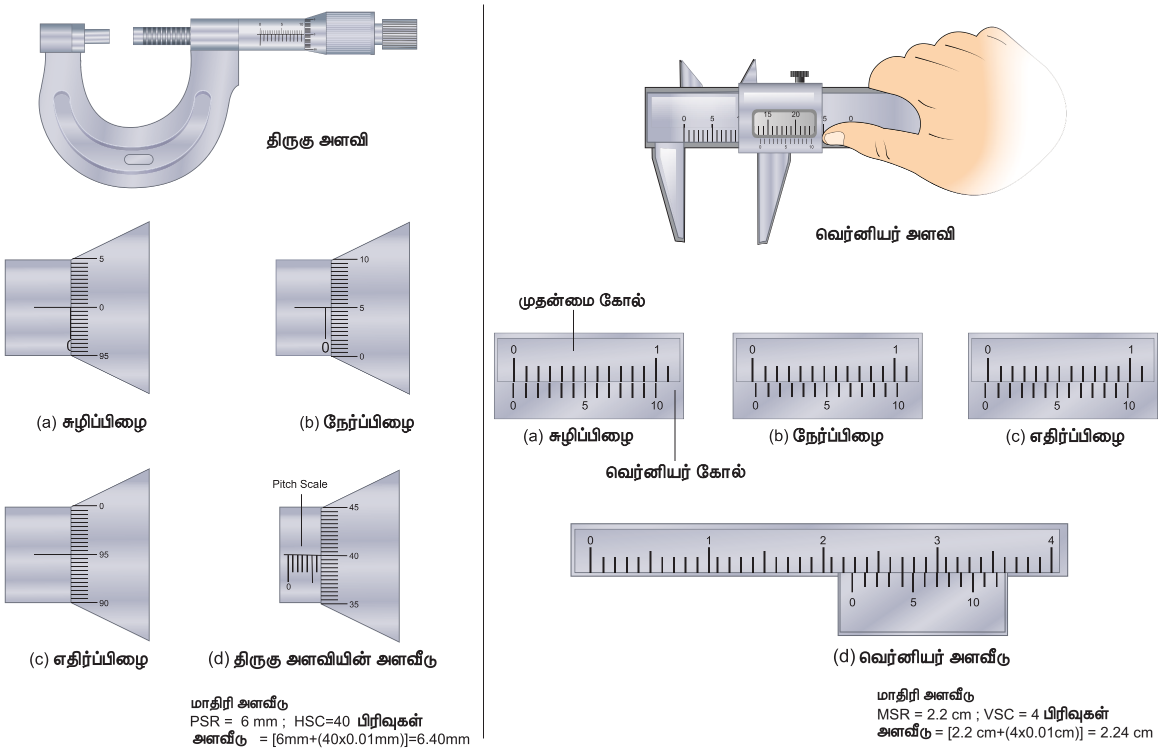
AB = h என்பது அளக்க வேண்டிய மரத்தின் உயரம் அல்லது கோபுரத்தின் உயரம் என்க. B யிலிருந்து x தொலைவில் உள்ள C என்ற இடத்தில் உற்றுநோக்குபவர் இருப்பதாகக் கொள்வோம். C–லிருந்து வீச்சை அளப்பவர் A –வுடன் ஏற்படுத்தும் ஏற்றக்கோணம் $\angle ACB = \theta$ (படம் 1.3)

செங்கோண முக்கோணம் ABC –யிலிருந்து

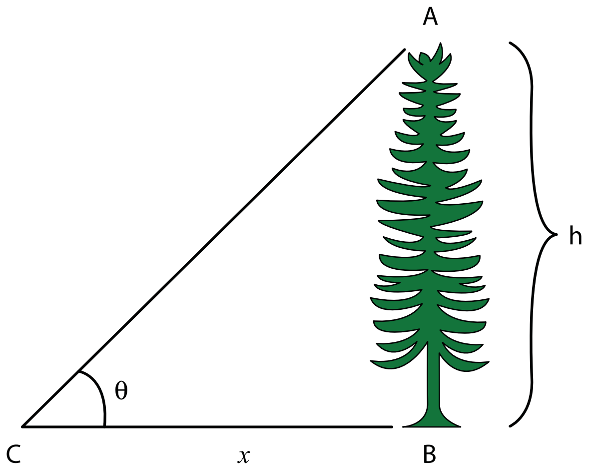
$$\tan\theta = \frac{AB}{BC} = \frac{h}{x}$$

அல்லது உயரம் $h = x\tan\theta$

தொலைவு x ஐ அறிந்திருந்தால், உயரம் h ஐப் பெறலாம்.



படம் 1.2 திருகு அளவி, வெர்னியர் அளவி மற்றும் அவற்றின் பிழைகள்



படம் 1.3 முக்கோண முறை

எடுத்துக்காட்டு 1.1

தரையில் ஒரு புள்ளியிலிருந்து ஓர் மரத்தின் உச்சியானது 60° ஏற்றக் கோணத்தில் தோன்றுகிறது. மரத்திற்கும் அப்புள்ளிக்கும் இடைப்பட்ட தூரம் 50 m எனில் மரத்தின் உயரத்தைக் காண்க.

தீர்வு

கோணம் $\theta = 60^\circ$

மரத்திற்கும் புள்ளிக்கும் இடையேயான தொலைவு $(x) = 50\ m$

மரத்தின் உயரம் $(h) = ?$

முக்கோண முறைப்படி $\tan\theta = \dfrac{h}{x}$

$$h = x\tan\theta$$

$$h = 50 \times \tan 60^\circ$$

$$= 50 \times 1.732$$

∴ மரத்தின் உயரம் $h = 86.6\ m$

இடமாறு தோற்ற முறை

மிக நீண்ட தொலைவுகளை அதாவது புவியிலிருந்து கோளுக்கும் அல்லது விண்மீனுக்கும் இடையேயான தொலைவை இடமாறு தோற்ற முறையின் மூலம் அளவிடலாம்.

இரு வெவ்வெறு நிலைகளில் இருந்து ஒரு பொருளை பார்க்கும் பொழுது, பொருளின் பின்புலத்தைப்பொறுத்து அதன் நிலையில் மாற்றம் ஏற்படுவதன் அடிப்படையில் அளக்கப்படுவதால் இது இடமாறு தோற்றமுறை என வழங்கப்பட்டது.

இரு நிலைகளுக்கு (அதாவது உற்றுநோக்கிடும் புள்ளிகள்) இடையேயான தொலைவு அடிப்பகுதி (basis) ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டாக படம் 1.4 இல் உற்றுநோக்குபவர் O என்ற இடத்தில் இருப்பதாகக் கொள்வோம். அவர் சுவற்றுக்கு எதிரே நின்று பேனா ஒன்றினை பிடித்துக் கொள்வதாக வைத்துக் கொள்வோம்.

முதலில் பேனாவை இடது கண்ணாலும் (L) (வலது கண்ணை மூடிக்கொண்டு) பின்பு வலது கண்ணாலும் (R) (இடது கண்ணை மூடிக் கொண்டு) பார்க்கும் பொழுது பேனாவின் நிலை சுவற்றின் பின்புலத்தைப் பொருத்து மாறுவதை நாம் காணலாம்.

ஒரு கண்ணை மூடி மற்றொரு கண்ணை திறந்து இரு கண்களாலும் மாறிமாறி ஒரு பொருளை (பேனாவை) பார்க்கும் பொழுது அதன் நிலையில் ஏற்படும் மாற்றமே, இடமாறு தோற்ற முறை எனப்படும்.

இந்த நிகழ்வில் இடது கண் மற்றும் வலது கண்ணால் காணும் நிலைகளுக்கு இடையே உள்ள தொலைவு அடிப்பகுதி (basis) ஆகும்.

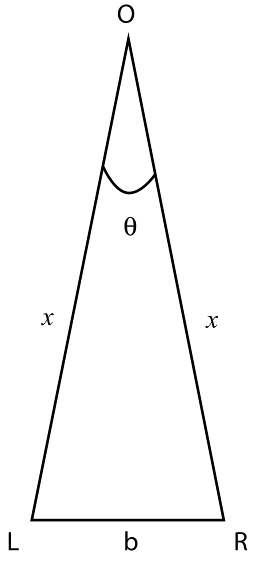
$\angle LOR$ என்பது இடமாறு தோற்றக் கோணம்.

LR என்பது வில்லின் நீளம்

ஆரம் $LO = RO = x$ என எடுத்துக்கொண்டால்

நாம் பெறுவது $\theta = \dfrac{b}{x}$

அடிப்பகுதி b மற்றும் θ மதிப்பு தெரிந்தால் x – இன் மதிப்பை கண்டறியலாம்.



படம் 1.4 இடமாறு தோற்றமுறை

புவியிலிருந்து நிலவின் தொலைவைக் கணக்கிடுதல் (இடமாறு தோற்றமுறை):

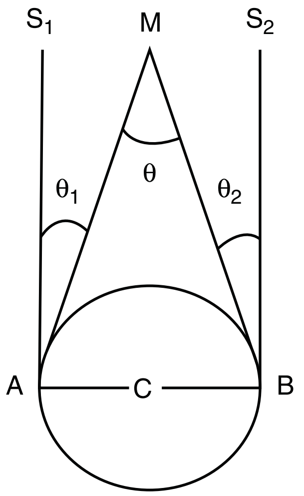
படம் 1.5 இல் C என்பது புவியின் மையம். A மற்றும் B என்பது புவி மேற்பரப்பில் நேர் எதிரெதிரான பகுதிகள்.

வானியல் தொலைநோக்கியின் உதவியால் A மற்றும் B யிலிருந்து அருகில் உள்ள விண்மீனுக்கும் சந்திரனுக்கும் (M) இடையேயான இடமாறு தோற்றக்கோணம் முறையே θ_1 மற்றும் θ_2 கண்டறியப்படுகிறது. எனவே, புவியிலிருந்து நிலவின் மொத்த இடமாறு தோற்ற கோணம்

$\angle AMB = \theta_1 + \theta_2 = \theta.$

$$\theta = \frac{AB}{AM}; \ AM \approx MC$$

$$\theta = \frac{AB}{MC} \Rightarrow MC = \frac{AB}{\theta};$$ AB மற்றும் θ மதிப்பு அறிந்திருந்தால் புவிக்கும் சந்திரனுக்கும் இடையேயான தொலைவை (MC) கணக்கிடலாம்.



படம் 1.5 இடமாறு தோற்றமுறையின் மூலம் புவியிலிருந்து சந்திரனின் தொலைவைக் கணக்கிடுதல்.

எடுத்துக்காட்டு 1.2

புவியின் விட்டத்திற்கு சமமான அடிக்கோட்டுடன் $1^{\circ}55'$ கோணத்தை சந்திரன் உருவாக்குகிறது எனில், புவியிலிருந்து சந்திரனின் தொலைவு என்ன?

(புவியின் ஆரம் $6.4 \times 10^6 m$)

தீர்வு

கோணம் $\theta = 1^{\circ}\, 55' = 115'$

$= (115 \times 60)'' \times (4.85 \times 10^{-6})\ rad$

$= 3.34 \times 10^{-2}\ rad$

$(1'' = 4.85 \times 10^{-6}\ rad)$

புவியின் ஆரம் $= 64 \times 10^6\ m$

புவியிலிருந்து சந்திரனின் தொலைவு $x = ?$

படம் 1.5 இலிருந்து பூமியின் விட்டம் AB அதாவது

$$2x = 2 \times 6.4 \times 10^6 \text{m}$$

$$b = 6.4 \times 10^6 m$$

$$x = \frac{b}{\theta} = \frac{2 \times 6.4 \times 10^6}{3.34 \times 10^{-2}}$$

$$x = 3.83 \times 10^8\ m$$

ரேடார் துடிப்பு முறை

ரேடார் (RADAR) என்பது Radio Detection and Ranging என்பதன் சுருக்கமாகும்.

ரேடாரைக் கொண்டு செவ்வாய் போன்ற புவிக்கு அருகில் உள்ள கோளின் தொலைவை துல்லியமாக அளவிட முடியும்.

இம்முறையில் புவிப்பரப்பிலிருந்து ரேடியோ பரப்பி (Transmitter) மூலம் ரேடியோ அலைத்துடிப்புகள் பரப்பப்பட்டு, கோளிலிருந்து எதிரொளிக்கப்பட்ட துடிப்புகள் ஏற்பி (Receiver) மூலம் உணரப்படுகிறது.

ரேடியோ அலை பரப்பியிலிருந்து அனுப்பப்பட்டதற்கும் ஏற்பியில் பெறப்பட்டதற்கும் இடையேயான நேர இடைவெளி t எனில் கோளின் தொலைவினை கீழ்க்கண்ட தொடர்பு மூலம் பெற முடியும்.

வேகம் = $\frac{\text{கடந்த தொலைவு}}{\text{எடுத்துக்கொண்ட நேரம்}}$

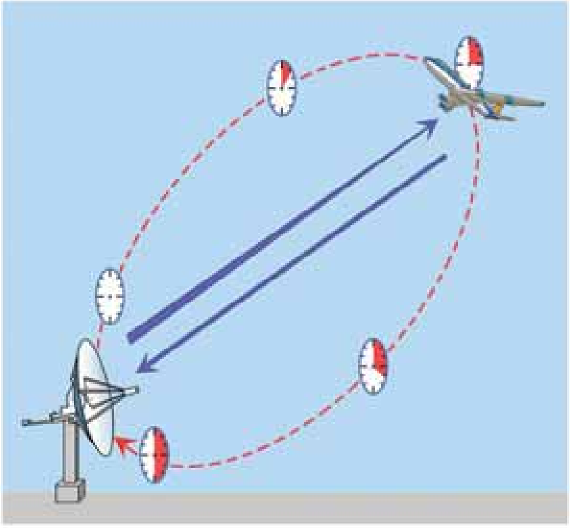
தொலைவு (d) = ரேடியோ அலைகளின் வேகம் × எடுத்துக்கொண்ட நேரம்.

எனவே கோளின் தொலைவு

$$d = \frac{v \times t}{2}$$

இங்கு v என்பது ரேடியோ அலைகளின் வேகம். ரேடியோ அலைகள் சென்று வந்தடைய ஆகும் நேரம் t.

இம்முறை மூலம் புவிப்பரப்பிலிருந்து ஓர் விமானம் எவ்வளவு உயரத்தில் பறந்து கொண்டிருக்கிறது என்பதையும் கண்டறியலாம்.



படம் 1.6 ரேடார் துடிப்புமுறை

எடுத்துக்காட்டு 1.3

ஒரு கோளின் மீது ரேடார் துடிப்பினை செலுத்தி 7 நிமிடங்களுக்குப் பின் அதன் எதிரொளிக்கப்பட்ட துடிப்பு பெறப்படுகிறது. கோளுக்கும் பூமிக்கும் இடையேயான தொலைவு 6.3×10^{10} m எனில் ரேடார் துடிப்பின் திசைவேகத்தைக் கணக்கிடுக.

தீர்வு

தொலைவு $d = 6.3 \times 10^{10}\, m$

நேரம் $t = 7$ நிமிடம் $= 7 \times 60\, s$.

துடிப்பின் திசைவேகம் $v = ?$

துடிப்பின் திசைவேகம்

$$v = \frac{2d}{t} = \frac{2 \times 6.3 \times 10^{10}}{7 \times 60} = 3 \times 10^{8}\, m s^{-1}$$

நீளத்தின் நெடுக்கங்களும் அதன் வரிசை முறைகளும் அட்டவணை 1.5 இல் காட்டப்பட்டுள்ளது

அட்டவணை 1.5 நீளத்தின் நெடுக்கங்களும் அதன் வரிசை முறைகளும்

பொருட்களின் அளவு மற்றும் தொலைவுகள்	நீளம் (m)
அண்டத்தின் எல்லையின் அறிந்த தொலைவு	10^{26}
பூமிக்கும், ஆன்ட்ரோமோடா விண்மீன் திரளுக்கும் இடையே உள்ள தொலைவு	10^{22}
நமது விண்மீன்திரளின் அளவு	10^{21}
பூமிக்கும் அருகில் உள்ள விண்மீனுக்கும் இடையேயான தொலைவு (சூரியனைத் தவிர)	10^{16}
புளுட்டோவின் சராசரி சுற்றுப் பாதையின் ஆரம்	10^{12}
பூமியில் இருந்து சூரியனின் தொலைவு	10^{11}
பூமியில் இருந்து சந்திரனின் தொலைவு	10^{8}
பூமியின் ஆரம்	10^{7}
கடல் மட்டத்திலிருந்து எவரெஸ்ட் சிகரத்தின் உயரம்	10^{4}
கால்பந்தாட்ட மைதானத்தின் நீளம்	10^{2}
தாளின் தடிமன்	10^{-4}
இரத்த சிவப்பணுக்களின் விட்டம்	10^{-5}
ஒளியின் அலைநீளம்	10^{-7}
வைரஸின் நீளம்	10^{-8}
ஹைட்ரஜன் அணுவின் விட்டம்	10^{-10}
அணுக்கருவின் அளவு	10^{-14}
புரோட்டானின் விட்டம் (தடிமன்)	10^{-15}

சில பொதுவான நடைமுறை அலகுகள்

(i) ஃபெர்மி $= 1\text{ fm} = 10^{-15}$m

(ii) 1 ஆங்ஸ்ட்ராம் $= 1\,A^{0} = 10^{-10}$m

(iii) 1 நானோமீட்டர் $= 1\text{ nm} = 10^{-9}$m

(iv) 1 மைக்ரான் $= 1\mu m = 10^{-6}$m

(v) ஒளியாண்டு (வெற்றிடத்தில், ஒளியானது ஒரு ஆண்டில் செல்லக்கூடிய தொலைவு)
1 ஒளியாண்டு $= 9.467 \times 10^{15}$ m

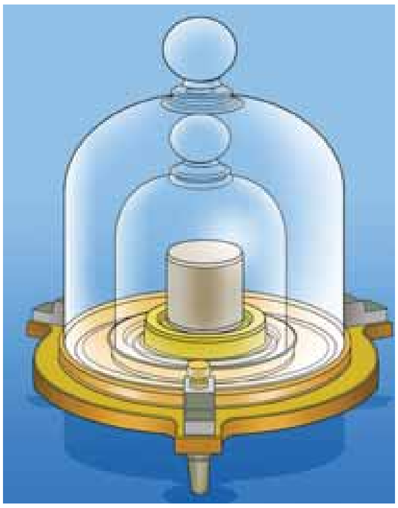
(vi) வானியல் அலகு– புவியிலிருந்து சூரியனின் சராசரி தொலைவு
(1 AU = 1 Astronomical Unit)
1 AU $= 1.496 \times 10^{11}$ m

(vii) 1 பர்செக் (பாரலாட்டிக் நொடி)
(வில்லின் நீளம் ஒரு வானியல் அலகும் (1 AU), மையக் கோணம் ஒரு (one second) நொடி வில்லும் கொண்ட வட்டவில்லின் ஆரமே 1 பர்செக் (Parsec) ஆகும்).
1 பர்செக் $= 3.08 \times 10^{16}$ m = 3.26 ஒளியாண்டு.

1.5.2 நிறையை அளவிடுதல்

நிறை என்பது பருப்பொருட்களின் அடிப்படைப் பண்பாகும். இது வெப்பநிலை, அழுத்தம், வெளியில் பொருளின் இருப்பிடம் ஆகியவற்றைச் சார்ந்திராது.

ஒரு பொருளில் உள்ள பருப்பொருளின் அளவே, அப்பொருளின் நிறை என வரையறுக்கப்படுகிறது. இதன் SI அலகு கிலோ கிராம் (kg).



படம் 1.7 அனைத்துலக படித்தர நிறை 1 கிலோ கிராம் (3.9 cm விட்டம் மற்றும் உயரமுடைய 9:1 விகிதத்தில் உள்ள பிளாட்டினம் இரிடியம் உருளையின்நிறை)

உங்களுக்குத் தெரியுமா?

நிறையை அளவிடப் பயன்படும் உருளை பிளாட்டினம் – இரிடிய உலோகக்கலவையால் உருவாக்கப்படுவதேன்?

சுற்றுச்சூழலாலும், காலத்தின் மாற்றத்தினாலும் பிளாட்டினம் – இரிடியம் உருளை மிகக் குறைந்த அளவே பாதிக்கப்படும்.

நம் பாடப்பகுதியில் பயிலும் பொருட்களின் நிறைகளின் மதிப்பு பரந்த நெடுக்கம் உடையது. இது எலக்ட்ரானின் மிகச்சிறிய நிறை $(9.11\times10^{-31}\,kg)$ யிலிருந்து அண்டத்தின் மிகப்பெரிய நிறை $(10^{55}\,kg)$ வரை விரிந்துள்ளது.

நிறையின் மிகப்பெரிய செயல்முறை அலகு சந்திரசேகர் எல்லை (CSL) யாகும்

1 CSL = சூரியனின் நிறையைப் போன்று 1.4 மடங்கு

காலத்தின் மிகக்குறைந்த நடைமுறை அலகு ஷேக் (Shake)

1 ஷேக் = 10^{-8} s

வேறுபட்ட பொருட்களின் நிறைகளின் வகைகள் அட்டவணை 1.6. இல் காட்டப்பட்டுள்ளது.

சாதாரணமாக ஒரு பொருளின் நிறையானது. மளிகைக்கடையில் பயன்படுத்தப்படும் சாதாரண தராசு மூலம் கிலோகிராமில் கண்டறியப்படுகிறது.

கோள்கள், விண்மீன்கள் போன்ற பெரிய பொருள்களின் நிறைகளை சில ஈர்ப்பியல் முறையின் மூலம் நாம் அளவிடலாம். அணு மற்றும் அணுக்கருத் துகள் போன்ற சிறிய துகள்களின் நிறைகளை நாம் நிறை நிறமாலைமானியைப் (mass spectrograph) பயன்படுத்திக் கணக்கிடலாம்.

சாதாரண தராசு, சுருள்வில் தராசு, எலக்ட்ரானியல் தராசு போன்ற சில தராசுகள் பொதுவாக நிறையினைக் கண்டறியப் பயன்படும் தராசுகள் ஆகும்.

அட்டவணை 1.6 நிறையின் நெடுக்கம்

பொருள்	நிறையின் வரிசை முறைகள் (kg)
எலக்ட்ரான்	10^{-30}
புரோட்டான் அல்லது நியூட்ரான்	10^{-27}
யுரேனியம் அணு	10^{-25}
இரத்தசிவப்பு அணுக்கள்	10^{-14}
செல்	10^{-10}
தூசித்துகள்	10^{-9}
மழைத்துளி	10^{-6}
கொசு	10^{-5}
திராட்சைப்பழம்	10^{-3}
தவளை	10^{-1}
மனிதன்	10^{2}
கார்	10^{3}
கப்பல்	10^{5}
சந்திரன்	10^{23}
பூமி	10^{25}
சூரியன்	10^{30}
பால்வழித்திரள்	10^{41}
காணக்கூடிய அண்டம்	10^{55}

1.5.3 காலத்தை அளவிடுதல்

"காலம் சீராக முன்னோக்கி செல்கின்றது"

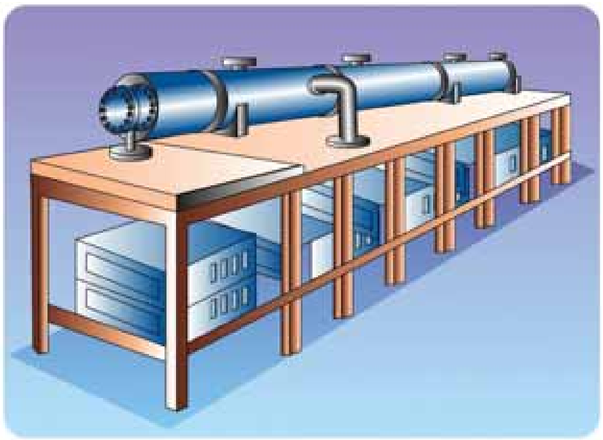
– **சர் ஐசக் நியூட்டன்**

"கடிகாரம் காட்டுவதே காலம்"

– **ஆல்பர்ட் ஐன்ஸ்டீன்**

கால இடைவெளியை அளக்கக் கடிகாரம் பயன்படுகின்றது. அணுவியல் கால படித்தரம், சீசியம் அணு உருவாக்கும் சீரான அதிர்வுகளின் அடிப்படையிலானது.

மின் அலையியற்றி, மின்னணு அலையியற்றி, சூரியமின்கலக் கடிகாரம், குவார்ட்ஸ் படிக கடிகாரம், அணுக்கடிகாரம், அடிப்படைத் துகள்களின் சிதைவுறு காலம், கதிரியக்க வயதுக் கணிப்பு போன்றவை தற்பொழுது உருவாக்கப்பட்ட சில கடிகாரங்களாகும்.



படம் 1.8 சீசியம் அணுவின் கதிர் வீச்சின் அடிப்படையில் இயங்கும் அணுக்கடிகாரம். ஒரு வருடத்திற்கு ஒரு வினாடியில் மூன்று மில்லியனில் ஒரு பங்கு அளவு துல்லியத்தன்மை கொண்டது

கால இடைவெளியின் வரிசை (order) முறைகள் அட்டவணை 1.7 இல் பட்டியலிடப்பட்டுள்ளன.

அட்டவணை 1.7 கால இடைவெளியின் வீச்சுகள்

நிகழ்வுகள்	கால இடைவெளியின் வரிசை முறைகள் (s)
நிலைத்தன்மை அற்ற துகளின் ஆயுட்காலம்	10^{-24}
அணுக்கரு அளவை ஒளி கடக்க எடுத்துக் கொள்ளும் நேரம்	10^{-22}
X கதிரின் அலைவு நேரம்	10^{-19}
ஹைட்ரஜன் அணுவில் உள்ள எலக்ட்ரானின் சுற்றுக்காலம்	10^{-15}
கண்ணுறு ஒளியின் அலைவு நேரம்	10^{-15}
ஜன்னல் கண்ணாடியை கண்ணுறு ஒளி கடக்க எடுத்துக் கொள்ளும் நேரம்	10^{-8}
அணுவின் கிளர்ச்சி நிலையில் ஆயுட்காலம்	10^{-8}
ரேடியோ அலைகளின் அலைவு நேரம்	10^{-6}
செவிஉணர் ஒலியின் அலைவு நேரம்	10^{-3}
கண் சிமிட்டும் நேரம்	10^{-1}
இரு அடுத்தடுத்த இதய துடிப்புகளுக்கிடையேயான நேர இடைவெளி	10^{0}
நிலவில் இருந்து ஒளியானது புவியை அடைய எடுத்துக்கொள்ளும் நேரம்	10^{0}
சூரியனில் இருந்து ஒளியானது புவியை அடைய எடுத்துக்கொள்ளும் நேரம்	10^{2}
நியூட்ரானின் அரை ஆயுட்காலம்	10^{3}
செயற்கைக் கோளின் சுற்றுக் காலம்	10^{4}
புவி தன் அச்சைப் பொருத்து சுழல எடுத்துக் கொள்ளும் காலம் (ஒரு நாள்)	10^{5}
புவி சூரியனைச் சுற்றி வர ஆகும் காலம் (ஒரு வருடம்)	10^{7}
மனிதனின் சராசரி ஆயுட்காலம்	10^{9}
எகிப்து பிரமிடுகளின் வயது	10^{11}
அண்டத்தின் வயது	10^{17}

உங்களுக்குத் தெரியுமா?

இந்தியாவில் உள்ள தேசிய இயற்பியல் ஆய்வகம் (NPL) (புதுதில்லி) நீளம், நிறை, காலம் போன்ற இயற்பியல் படித்தரங்களை, பராமரித்தல் மற்றும் தரம் உயர்த்துதல் ஆகிய பணிகளை மேற்கொள்கிறது.

1.6 பிழைகள்

அனைத்து வகைச் செய்முறை அறிவியலுக்கும், தொழில்நுட்பவியலுக்கும் அடித்தளம் அளவிடுதலாகும். எந்த ஒரு அளவீட்டின் முடிவுகளும் சில துல்லியமற்ற தன்மையை உள்ளடக்கியிருக்கும். இந்த துல்லியமற்ற தன்மையே பிழைகள் எனப்படும். இவ்வாறு அளவிடப்பட்ட மதிப்புகளைப் பயன்படுத்தி செய்யப்படும் கணக்கீடுகள் பிழையாகவே அமையும். எந்த ஒரு ஆய்விலும் மிகச்சரியான அளவீடுகளை எடுக்க முடியாது. அளவிடுதலில் துல்லியத்தன்மை (Accuracy) மற்றும் நுட்பம் (Precision) ஆகிய இரு வேறுபட்ட கூறுகள் பயன்படுத்தப்படுகின்றன. மேலும் இவற்றை வேறுபடுத்தி அறிய வேண்டியுள்ளது. துல்லியத்தன்மை என்பது உண்மையான மதிப்பிற்கு எவ்வளவு அருகில் அளவீடு செய்தோம் என்பதையும், நுட்பம் என்பது இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட அளவுகள் ஒன்றுக்கொன்று எவ்வளவு நெருக்கமாக உள்ளது என்பதையும் குறிக்கும்.

1.6.1 துல்லியத்தன்மையும் நுட்பமும்

உங்களின் உண்மையான உயரம் மிகச்சரியாக 5′9″ எனக் கொள்வோம். முதலில் நீங்கள் உங்கள் உயரத்தை ஓர் அளவுகோல் மூலம் அளவிடும் போது 5′0″ என்ற மதிப்பைப் பெறுகிறீர்கள் என்றால், உங்களுடைய அளவீடு துல்லியத்தன்மை அற்றது. இப்பொழுது உங்கள் உயரத்தை லேசர் அளவுகோல் (laser yardstick) மூலம் அளவிட்டால் உயரம் 5′9″ என்ற மதிப்பு கிடைக்கிறது. தற்போது உங்கள் அளவீடு துல்லியத்தன்மை கொண்டது. ஒரு அளவின் உண்மையான மதிப்பைக் கோட்பாட்டு மதிப்பு என்றும் அழைக்கலாம். ஒவ்வொரு பயன்பாட்டிற்கும் தேவையான துல்லியத்தன்மையின் அளவு மிகவும் மாறுபடுகிறது. அளவீடுகளை மிகவும் துல்லியத்தன்மையுடன் பெறுவதும், தொகுப்பதும் மிகவும் கடினமாகும். எடுத்துக்காட்டாக, அளவுகோல் கொண்டு உங்கள் உயரத்தை பலமுறை அளவீடு செய்யும் பொழுது உயரம் 5′0″ என தொடர்ந்து பெற்றால் உங்களது அளவீடு நுட்பமானது. வெவ்வேறு பயன்பாட்டிற்குத் தேவைப்படும் நுட்பத்தின் அளவு பெரிய அளவில் வேறுபாடு உடையது. சாலை மற்றும் பயன்பாட்டு கட்டுமானம் போன்ற பொறியியல் செயல்திட்டங்களுக்கான அளவீடுகள் மிகவும் நுட்பமான மில்லி மீட்டர் அல்லது அங்குலத்தில் பத்தில் ஒரு பங்கு அளவிற்குத் தேவைப்படுகிறது.

ஒரு அளவீடு நுட்பமானது எனில் அது துல்லியத்தன்மை கொண்டது என்பது பொருள் அல்ல. எனினும் ஒரு அளவீடு தொடர்ச்சியாகத் துல்லியத்தன்மை கொண்டது எனில் அது நுட்பமான அளவீடு ஆகும்.

ஒரு கட்டிடத்தின் வெளியில் உண்மையான வெப்பநிலை 40 °C என்க. ஒரு வெப்பநிலை மானி அந்த வெப்பநிலையை 40 °C என அளவிட்டால், அந்த வெப்பநிலை மானி துல்லியத்தன்மை வாய்ந்தது எனலாம். அந்த வெப்பநிலை மானியால் தொடர்ச்சியாக சரியான வெப்பநிலையை அளவிட முடிகின்றது எனில் அது நுட்பமானது எனக் கூறலாம்.

மற்றொரு எடுத்துக்காட்டினைக் கருதுவோம். ஒரு குளிர்பதனி (refrigerator) யின் வெப்பநிலையை ஒரு வெப்பநிலைமானியைக் கொண்டு அளவிடுவதாகக் கொள்வோம். அது 10.4 °C, 10.2 °C, 10.3 °C, 10.1 °C, 10.2 °C, 10.1 °C, 10.1 °C, 10.1 °C ஆகிய அளவுகளைத் தருகின்றது. குளிர்பதனியின் உண்மையான வெப்பநிலை 9 °C, எனில் அந்த வெப்பநிலைமானி துல்லியத்தன்மை அற்றது (உண்மையான மதிப்பிற்கு 1 °C குறைவாக உள்ளது) ஆனால் அனைத்து அளவிடப்பட்ட அளவுகளும் 10 °C க்கு அருகில் உள்ளதால் அந்த வெப்பநிலைமானி நுட்பமானது.

ஒரு காட்சி உதாரணம்

இலக்கு நோக்கி அம்பு எய்தும் எடுத்துக்காட்டு துல்லியத்தன்மை மற்றும் நுட்பத்தின் வேறுபாட்டினை விளக்க உதவுகிறது. படம் 1.9 (அ), இலக்கின் மையப்புள்ளியை நோக்கிக் குறிவைத்து அம்புகள் எய்தப்படுகின்றன. ஆனால் அம்புகள் அந்தப் புள்ளியைச் சுற்றிய வெவ்வேறு பகுதிகளை அடைகிறது. எனவே அம்பு எய்தல் துல்லியத்தன்மையும், நுட்பமும் அற்றது.

படம் 1.9 (ஆ), அனைத்து அம்புகளும் ஒரே இடத்திற்கு அருகில் பாய்ந்துள்ளன. ஆனால் மையப்புள்ளியை அடையவில்லை. எனவே அவை நுட்பமானவை ஆனால் துலலியத்தன்மை அற்றவை. படம் 1.9 (இ), அனைத்து அம்புகளும் மையப்புள்ளிக்கு அருகில் பாய்ந்துள்ளன. எனவே அவை துல்லியத்தன்மையும் நுட்பமும் கொண்டவை.

எண் மதிப்பிலான எடுத்துக்காட்டு

ஒரு குறிப்பிட்ட நீளத்தின் உண்மையான மதிப்பு $5.678\ cm$. சோதனையில் $0.1\ cm$, பகுதிறன் கொண்ட கருவியைக் கொண்டு அளவிடும் போது $5.5\ cm$ என அளவிடப்படுகிறது. மற்றொரு சோதனையில் $0.01\ cm$, பகுதிறன் கொண்ட கருவியைக் கொண்டு $5.38\ cm$ என அளவிடப்படுகிறது. முதல் அளவீட்டின்போது கண்டறியப்பட்ட அளவு உண்மை அளவிற்கு அருகில் உள்ளது. எனவே அது அதிக துல்லியத்தன்மை வாய்ந்தது. ஆனால், குறைந்த நுட்பம் கொண்டது. இதற்கு மாறாக இரண்டாவது அளவீட்டின்போது கண்டறியப்பட்ட அளவு குறைந்த துல்லியத்தன்மையும் அதிக நுட்பமும் கொண்டது.

1.6.2 அளவீடு செய்தலில் பிழைகள்

இயற்பியல் அளவு ஒன்றை அளவீடு செய்யும் போது ஏற்படும் துல்லியமற்றதன்மை பிழை எனப்படும். அளவிடும்போது முறையான பிழைகள், ஒழுங்கற்ற பிழைகள், மற்றும் மொத்தப்பிழைகள் ஆகிய மூன்று வகையான பிழைகள் ஏற்படலாம்.

i) முறையான பிழைகள் (Systematic errors)

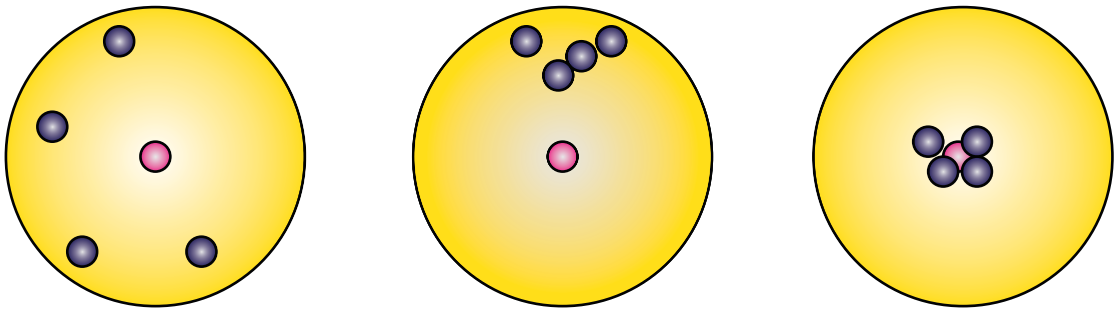
முறையான பிழைகள் என்பது தொடர்ச்சியாக மீண்டும் மீண்டும் ஒரே மாதிரி உருவாகும் பிழைகள் ஆகும். இப்பிழைகள் ஆய்வின் ஆரம்பம் முதல் முடிவு வரை தொடர்ந்து நிகழும் பிரச்சனையால் ஏற்படுகின்றன. முறையான பிழைகள் கீழ்க்கண்டவாறு வகைப்படுத்தப்படுகின்றன.

1) கருவிப் பிழைகள் (Instrumental errors)

ஒரு கருவியானது தயாரிக்கப்படும்போது முறையாக அளவீடு (calibration) செய்யப்படவில்லை எனில் கருவிப் பிழைகள் தோன்றலாம். முனை தேய்ந்த மீட்டர் அளவுகோலைக் கொண்டு ஒரு அளவை அளவீடு செய்யும்பொழுது பெறப்பட்ட முடிவுகள் பிழையாக இருக்கும். இந்த வகையான பிழைகளை கருவிகளை கவனமாகத் தேர்ந்தெடுப்பதன் மூலம் சரிசெய்ய முடியும்.

2) பரிசோதனையின் குறைபாடுகள் அல்லது செய்முறையின் குறைபாடுகள் (Imperfection in Instrumental Techniques)

சோதனை செய்யும் கருவிகளை அமைக்கும் போது, ஆய்வகச் சூழலில் ஏற்படும் சில தவறுகளால் இப்பிழைகள் தோன்றுகின்றன. எடுத்துக்காட்டாக, கலோரிமானி கொண்டு



(அ) துல்லியத்தன்மையும், நுட்பமும் அற்றது. (ஆ) நுட்பமானவை ஆனால் துலலியத்தன்மை அற்றவை (இ) துல்லியத்தன்மையும் நுட்பமும் கொண்டவை.

படம் 1.9 துல்லியத்தன்மை மற்றும் நுட்பத்திற்கான காட்சி உதாரணம்

சோதனை நிகழ்த்தும் போது வெப்பக் காப்பீடு சரியாக செய்யப்படவில்லை எனில் கதிர்வீச்சு முறையில் வெப்ப இழப்பு ஏற்படும். இதனால் பெறப்படும் முடிவுகள் பிழையாக அமையும். அதனைத் தவிர்க்கத் தேவையான திருத்தங்களை மேற்கொள்ள வேண்டும்.

3) தனிப்பட்டப் பிழைகள் (Personal errors)

இப்பிழைகள் சோதனையின் போது அளவிடுபவரின் செயல்பாட்டால் உருவாகிறது. கருவியின் தவறான ஆரம்பச் சீரமைவுகள் அல்லது முறையற்ற முன்னெச்சரிக்கை நடவடிக்கையால் அல்லது கவனக்குறைவாக உற்று நோக்கலினால் அளவிடுபவரால் ஏற்படுகிறது.

4) புறக்காரணிகளால் ஏற்படும் பிழைகள் (Errors due to external causes)

சோதனையின் போது புறச்சூழலில் ஏற்படும் மாறுபாட்டால் அளவிடுதலில் பிழைகள் ஏற்படும். எடுத்துக்காட்டாக, வெப்பநிலை மாறுபாடு, ஈரப்பதம் அல்லது அழுத்தத்தால் ஏற்படும் மாற்றம் போன்றவை அளவீட்டின் முடிவுகளைப் பாதிக்கும்.

5) மீச்சிற்றளவு பிழைகள் (Least Count Errors)

ஓர் அளவுகோலால் அளக்கக்கூடிய மிகச்சிறிய அளவு மீச்சிற்றளவு எனப்படும். மேலும் அதனால் ஏற்படும் பிழைகள் மீச்சிற்றளவு பிழைகள் எனப்படும். அளவிடும் கருவியின் பகுதிறன் மதிப்பைச் சார்ந்து இப்பிழைகள் ஏற்படுகின்றன. இவ்வகைப் பிழைகளை உயர் நுட்பம் கொண்ட கருவிகளைப் பயன்படுத்துவதால் குறைக்க முடியும்

(ii) ஒழுங்கற்ற பிழைகள் (Random Errors)

அழுத்தம், வெப்பநிலை, அளிக்கப்படும் மின்னழுத்தம் போன்றவற்றால் சோதனையில் ஏற்படும் தொடர்பற்ற மாறுபாடுகளால், சமவாய்ப்பு பிழைகள் ஏற்படுகின்றன. சோதனையை உற்று நோக்குபவரின் கவனக்குறைவால் ஏற்படும் பிழையாலும், அளவிடுபவர் செய்யும் பிழையினாலும் இவ்வகை பிழைகள் ஏற்படலாம். ஒழுங்கற்ற பிழைகள், வாய்ப்பு பிழைகள் (Chance Errors) எனவும் அழைக்கப்படுகின்றன.

எடுத்துக்காட்டாக, திருகு அளவியைக் கொண்டு ஒரு கம்பியின் தடிமனை அளக்கும் சோதனையைக் கருதுவோம். ஒவ்வொரு முறையும் வேறுபட்ட அளவீடுகள் பெறப்படுகின்றது. எனவே, அதிக எண்ணிக்கையில் அளவீடுகள் செய்யப்பட்டு அதன் கூட்டுச் சராசரி எடுத்துக் கொள்ளப்படுகிறது.

ஒரு சோதனையில் n எண்ணிக்கையில் எடுக்கப்பட்ட அளவீடுகள் a_1, a_2, a_3,…………….. a_n எனில்,

கூட்டுச் சராசரி

$$a_m = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + ...a_n}{n} \qquad (1.1)$$

அல்லது

$$a_m = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} a_i \qquad (1.2)$$

அளவீடுகளின் கூட்டுச் சராசரி மதிப்பு என்பது சிறந்த சாத்தியமான நிகழக்கூடிய உண்மை மதிப்பு ஆகும்.

அட்டவணை 1.8 இல் சோதனை முறை பிழைகளைக் குறைப்பதற்குப் பயன்படும் முறைகள், எடுத்துக்காட்டுடன் விளக்கப்பட்டுள்ளது.

(iii) மொத்தப் பிழைகள் (Gross Errors)

உற்று நோக்குபவரின் கவனக் குறைவின் காரணமாக ஏற்படும் பிழைகள் மொத்தப் பிழைகள் எனப்படும்.

i. கருவியை முறையாகப் பொருத்தாமல் அளவீடு எடுத்தல்.

ii. பிழையின் மூலத்தினையும், முன்னெச்சரிக்கை நடவடிக்கைகளையும் கவனத்தில் கொள்ளாமல் தவறாக அளவீடு எடுத்தல்

iii. தவறாக உற்றுநோக்கியதைப் பதிவிடுதல்

iv. கணக்கீட்டின் போது தவறான மதிப்பீடுகளைப் பயன்படுத்துதல்.

சோதனை செய்பவர் கவனமாகவும், விழிப்புடனும் செயல்பட்டால் இப்பிழைகளைக் குறைக்கலாம்.

அட்டவணை 1.8 சோதனை முறை பிழைகளை குறைத்தல்

பிழையின் வகைகள்	எடுத்துக்காட்டு	குறைக்கும் வழிமுறை
ஒழுங்கற்ற பிழைகள்	ஒரு வளையத்தின் நிறையை மூன்று முறை ஒரே தராசைக் கொண்டு அளவிடுவதாகக் கொள்வோம். இதனால் பெறப்பட்ட சிறிது மாறுபட்ட அளவுகள்	அதிக எண்ணிக்கையில் நிறையை காண்க. புள்ளியியல் பகுப்பாய்வு மூலம் ஒழுங்கற்ற பிழைகளை கணக்கீடு செய்ய முடியும். மேலும் அதிக எண்ணிக்கையில் மீண்டும் மீண்டும் செய்து பார்ப்பதன் மூலம் பெறப்படும் மதிப்புகளின் சராசரியைக் கொண்டு குறைக்க முடியும்.
முறையான பிழைகள்	ஒரு வருடத்திற்கு மேலாகப் பயன்படுத்தப்படும் நீட்டப்பட்ட துணி அளவு நாடா அளவுக்கோலைக் கொண்டு ஒரு பொருளின் நீளத்தை அளப்பதாகக் கொள்வோம் (அளவிடப்படும் எல்லா நீளங்களும் சரியாக இருப்பதில்லை).	முறையான பிழைகளைக் கண்டறிவது மிகவும் கடினம் அதனை புள்ளியல் முறையில் பகுப்பாய்வு செய்ய முடியாது. ஏனெனில் அனைத்து அளவீடுகளும் ஒரே முறையில் இருக்கும் (மிக அதிகம் அல்லது மிகக் குறைவு)

1.6.3 பிழை பகுப்பாய்வு

(i) தனிப் பிழை (Absolute error)

ஓர் அளவின் உண்மையான மதிப்பிற்கும் அளவிடப்பட்ட மதிப்பிற்கும் இடையே உள்ள வேறுபாட்டின் எண்மதிப்பே தனிப் பிழை எனப்படும். n முறை சோதனை நிகழ்த்தப்பட்ட 'a' என்ற ஒரு அளவின் அளவிடப்பட்ட மதிப்புகள் $a_1, a_2, a_3, ...a_n$ எனில் அவற்றின் கூட்டுச் சராசரி மதிப்பே அந்த அளவின் உண்மையான மதிப்பு (a_m) என அழைக்கப்படுகிறது.

$$a_m = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_n}{n}$$

அல்லது

$$a_m = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} a_i$$

அளவிடப்பட்ட மதிப்புகளின் தனிப் பிழைகள்

$$|\Delta a_1| = |a_m - a_1|$$

$$|\Delta a_2| = |a_m - a_2|$$

....

....

$$|\Delta a_n| = |a_m - a_n|$$

ii) சராசரி தனிப் பிழை (Mean Absoulte error)

சராசரி தனிப் பிழை என்பது அனைத்து அளவுகளின் தனிப் பிழைகளின் எண் மதிப்புகளின் கூட்டுச் சராசரி ஆகும்.

$$\Delta a_m = \frac{|\Delta a_1| + |\Delta a_2| + |\Delta a_3| + ... + |\Delta a_n|}{n}$$

அல்லது $\Delta a_m = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}|\Delta a_i|$

a_m என்பது உண்மையான மதிப்பு, Δa_m என்பது சராசரி தனிப் பிழை எனில், அளவுகளின் எண் மதிப்புகள் ($a_m + \Delta a_m$) மற்றும் ($a_m - \Delta a_m$) இடையில் இருக்கும்.

iii) ஒப்பீட்டுப் பிழை (Relative error)

சராசரி தனிப்பிழைக்கும், சராசரி மதிப்பிற்கும் (உண்மை மதிப்பிற்கும்) இடையேயான தகவு ஒப்பீட்டுப் பிழை எனப்படும். இது பின்னப் பிழை அல்லது சார்புப் பிழை எனவும் அழைக்கப்படுகிறது.

$$\text{ஒப்பீட்டுப் பிழை} = \frac{\text{சராசரி தனிப் பிழை}}{\text{சராசரி மதிப்பு}} = \frac{\Delta a_m}{a_m}$$

அளவிடப்பட்ட பொருளின் மொத்த பரிமாணத்துடன் ஒப்பிடும்போது தனிப் பிழை எவ்வளவு பெரியது என்பதை விவரிப்பதே ஒப்பீட்டுப் பிழையாகும்.

எடுத்துக்காட்டாக, ஒரு கார் 62 km h^{-1} வேகத்தில் செல்லும்போது, வேகமானி காட்டும் அளவு 60 km h^{-1} இங்கு தனிப்பிழை 62–60 = 2 km h^{-1} ஆகும். ஒப்பீட்டு பிழை = 2/60 =0.033

(iV) விழுக்காட்டுப் பிழை (Percentage error)

ஒப்பீட்டுப் பிழையினை விழுக்காட்டில் குறிப்பிட்டால், அது விழுக்காட்டுப் பிழை எனப்படும்.

$$\text{விழுக்காட்டுப் பிழை} = \frac{\Delta a_m}{a_m} \times 100\%$$

விழுக்காட்டுப் பிழை சுழிக்கு மிக அருகில் இருந்தால், அந்த அளவீடு உண்மையான அளவிற்கு மிக அருகில் எடுக்கப்பட்ட அளவீடாகும். இது சரியானதும், ஏற்றுக் கொள்ளக்கூடியதும் ஆகும். இப்பிழைகள் துல்லியமற்ற கருவியினால் ஏற்படுகிறதா அல்லது தவறான பரிசோதனை முறைகளால் ஏற்படுகிறதா என்பதைப் புரிந்துகொள்வது அவசியமாகிறது.

எடுத்துக்காட்டு 1.4

ஒரு சோதனையில் அடுத்தடுத்து தொடர்ச்சியாக அளவீடு செய்யும் பொழுது, தனி ஊசலின் அலைவு நேரத்திற்கான பெறப்பட்ட அளவீடுகள் 2.63 s, 2.56 s, 2.42 s, 2.71 s மற்றும் 2.80 s. எனில்

i. அலைவு நேரத்தின் சராசரி மதிப்பு
ii. ஒவ்வொரு அளவீட்டிற்கும் தனிப் பிழை
iii. சராசரி தனிப் பிழை
iv. ஒப்பீட்டுப் பிழை
v. விழுக்காட்டுப் பிழை

ஆகியவற்றைக் கணக்கிடுக. முடிவுகளை முறையான வடிவில் தருக.

தீர்வு

$$t_1 = 2.63\,s,\ t_2 = 2.56\,s,\ t_3 = 2.42\,s,$$
$$t_4 = 2.71\,s,\ t_5 = 2.80\,s$$

(i) சராசரி

$$T_m = \frac{t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5}{5}$$
$$= \frac{2.63 + 2.56 + 2.42 + 2.71 + 2.80}{5}$$

$$T_m = \frac{13.12}{5} = 2.624\,s$$

$T_m = 2.62\,s$ (இரு தசம எண்ணிற்குத் திருத்தமாக முழுமைப்படுத்தப்பட்டது)

(ii) தனிப் பிழை = $\Delta T = T_m - t$

$$\Delta T_1 = 2.62 - 2.63 = -0.01\,s$$
$$\Delta T_2 = 2.62 - 2.56 = +0.06\,s$$
$$\Delta T_3 = 2.62 - 2.42 = +0.20\,s$$
$$\Delta T_4 = 2.62 - 2.71 = -0.09\,s$$
$$\Delta T_5 = 2.62 - 2.80 = -0.18\,s$$

(iii) சராசரி தனிப் பிழை $= \dfrac{\Sigma|\Delta T_i|}{n}$

$$\Delta T_m = \frac{0.01 + 0.06 + 0.20 + 0.09 + 0.18}{5}$$
$$\Delta T_m = \frac{0.54}{5} = 0.108\,s = 0.11\,s$$

(இரண்டு தசம எண்ணிற்கு முழுமைப்படுத்தப்பட்டது)

(iv) ஒப்பீட்டுப் பிழை

$$S_T = \frac{\Delta T_m}{T_m} = \frac{0.11}{2.62} = 0.0419$$

$$S_T = 0.04$$

(v) விழுக்காட்டுப்பிழை $= 0.04 \times 100 = 4\%$

(vi) தனி ஊசலின் அலைவுக்காலம் $T = (2.62 \pm 0.11)s$

1.6.4 பிழைகளின் பரவுதல்

ஒரு சோதனையில் அதிக அளவுகள் அளக்கப்பட்டு இறுதிக் கணக்கீட்டில் பயன்படுத்தபடலாம். வெவ்வேறு வகையான கருவிகளைப் பயன்படுத்தி அளவிடலாம். எனவே அளவிடும்போது ஏற்படும் வெவ்வேறு வகையான பிழைகளை மொத்தமாகக் கருத்தில் கொள்ள வேண்டும்.

பிழைகளின் இறுதி முடிவுகள் கீழ்கண்டவற்றைச் சார்ந்துள்ளது.

i. தனித்தனியான அளவீடுகளில் உள்ள பிழைகள்

ii. கணித செயலிகளின் செயற்பாட்டின் இயல்பைச் சார்ந்து இறுதி முடிவு பெறப்படும். எனவே பிழைகளை ஒன்று சேர்க்கத் தேவையான விதிகளை அறிந்திருக்க வேண்டும்.
வேறுபட்ட கணித செயலிகளின் காரணமாக ஏற்படக்கூடிய பிழைகளின் பெருக்கம் அல்லது பிழைகளின் ஒன்றிணைப்பு ஆகியவற்றின் வெவ்வேறு சாத்தியக் கூறுகளைக் கீழ்க்கண்டவாறு விவாதிக்கலாம்.

(i) இரு அளவுகளின் கூடுதலில் ஏற்படும் பிழைகள்

ΔA மற்றும் ΔB என்பன முறையே A, B என்ற அளவுகளின் தனிப் பிழைகள் என்க

A யின் அளவிடப்பட்ட மதிப்பு $= A \pm \Delta A$

B யின் அளவிடப்பட்ட மதிப்பு $= B \pm \Delta B$

கூடுதல், $Z = A + B$

கூடுதல் Z ன் பிழை ΔZ ஆகும்

$$Z \pm \Delta Z = (A \pm \Delta A) + (B \pm \Delta B)$$
$$= (A + B) \pm (\Delta A + \Delta B)$$
$$= Z \pm (\Delta A + \Delta B)$$
$$(\text{அல்லது}) \quad \Delta Z = \Delta A + \Delta B \qquad (1.3)$$

இரு அளவுகளைக் கூட்டும் பொழுது ஏற்படும் பெருமப் பிழையானது தனித்தனி அளவுகளின் தனிப் பிழைகளின் கூடுதலுக்குச் சமம்

எடுத்துக்காட்டு 1.5

$R_1 = (100 \pm 3)\ \Omega$; $R_2 = (150 \pm 2)\ \Omega$ ஆகிய இரு மின்தடைகள் தொடரிணைப்பில் இணைக்கப்பட்டுள்ளன. அவற்றின் தொகுபயன் மின் தடை என்ன?

தீர்வு

$$R_1 = (100 \pm 3)\ \Omega;\ R_2 = (150 \pm 2)\ \Omega$$

தொகுபயன் மின்தடை $R = ?$

$$R = R_1 + R_2$$
$$= (100 \pm 3) + (150 \pm 2)$$
$$= (100 + 150) \pm (3 + 2)$$
$$R = (250 \pm 5)\ \Omega$$

(ii) இரு அளவுகளின் வேறுபாட்டினால் உருவாகும் பிழைகள்

ΔA மற்றும் ΔB என்பன முறையே என்ற அளவுகளின் தனிப் பிழைகள் என்க

அளவிடப்பட்ட மதிப்பு $A = A \pm \Delta A$

அளவிடப்பட்ட மதிப்பு $B = B \pm \Delta B$

வேறுபாடு, $Z = A - B$

வேறுபாடு Z ன் பிழை ΔZ ஆகும்

$$Z \pm \Delta Z = (A \pm \Delta A) - (B \pm \Delta B)$$
$$= (A - B) \pm (\Delta A + \Delta B)$$
$$= Z \pm (\Delta A + \Delta B)$$
$$(\text{அல்லது}) \quad \Delta Z = \Delta A + \Delta B \qquad (1.4)$$

இரு அளவுகளின் வேறுபாட்டினால் ஏற்படும் பிழையின் பெரும மதிப்பானது தனித் தனி அளவுகளின் தனிப் பிழைகளின் கூடுதலுக்குச் சமம்.

எடுத்துக்காட்டு 1.6

ஒரு வெப்பநிலைமானி கொண்டு அளவிடப்பட்ட இரு பொருட்களின் வெப்பநிலை $t_1 = (20 \pm 0.5)°C$ மற்றும் $t_2 = (50 \pm 0.5)°C$ எனில் அவற்றின் வெப்பநிலை வேறுபாட்டையும், பிழையையும் கணக்கிடுக.

தீர்வு

$$t_1 = (20 \pm 0.5)°C$$
$$t_2 = (50 \pm 0.5)°C$$

வெப்பநிலை வேறுபாடு $t = ?$

$$t = t_2 - t_1 = (A - B) \pm (\Delta A + \Delta B)$$
$$= (50 \pm 0.5) - (20 \pm 0.5)$$
$$= (50 - 20)) \pm (0.5 + 0.5)$$
$$t = (30 \pm 1)°C$$

(iii) இரு அளவுகளைப் பெருக்குவதால் ஏற்படும் பிழைகள்:

ΔA மற்றும் ΔB என்பன முறையே A, B என்ற அளவுகளின் தனிப் பிழைகள் என்க

அவற்றின் பெருக்கல்பலன் $Z = AB$

Z இன் பிழை ΔZ ஆகும்

$$Z \pm \Delta Z = (A \pm \Delta A)(B \pm \Delta B)$$
$$= (AB) \pm (A\,\Delta B) \pm (B\,\Delta A) \pm (\Delta A \cdot \Delta B)$$

இடது புறத்தை Z ஆலும் வலது புறத்தை AB யிலும் வகுக்க நாம் பெறுவது,

$$1 \pm \frac{\Delta Z}{Z} = 1 \pm \frac{\Delta B}{B} \pm \frac{\Delta A}{A} \pm \frac{\Delta A}{A} \cdot \frac{\Delta B}{B}$$

$\frac{\Delta A}{A}, \frac{\Delta B}{B}$ ஆகியவை மிகக் குறைந்த அளவு. எனவே அவற்றின் பெருக்கல் $\frac{\Delta A}{A} \cdot \frac{\Delta B}{B}$ புறக்கணிக்கப்படுகிறது. Z இன் பெரும பின்னப் பிழை

$$\frac{\Delta Z}{Z} = \pm\left(\frac{\Delta A}{A} + \frac{\Delta B}{B}\right) \quad (1.5)$$

இரு அளவுகளைப் பெருக்குவதால் ஏற்படும் பெருமப் பின்னப் பிழையானது தனித்தனி அளவுகளின் பின்னப் பிழைகளின் கூடுதலுக்குச் சமம்

இதற்கான மாற்றுமுறை பின் இணைப்பு 2 (A 1.2) இல் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

எடுத்துக்காட்டு 1.7

ஒரு செவ்வகத்தின் நீளம் மற்றும் அகலம் முறையே (5.7 ± 0.1) cm மற்றும் (3.4 ± 0.2) cm எனில் செவ்வகத்தின் பரப்பை பிழை எல்லையுடன் கணக்கிடுக.

தீர்வு

நீளம் $l = (5.7 \pm 0.1)$ cm

அகலம் $b = (3.4 \pm 0.2)$ cm

பிழை எல்லையுடன் கூடிய பரப்பு $(A + \Delta A) = ?$

பரப்பு $A = l \times b = 5.7 \times 3.4 = 19.38 = 19.4\ cm^2$

$$\frac{\Delta A}{A} = \left(\frac{\Delta l}{l} + \frac{\Delta b}{b}\right)$$

$$\Delta A = \left(\frac{\Delta l}{l} + \frac{\Delta b}{b}\right)A$$

$$\Delta A = \left(\frac{0.1}{5.7} + \frac{0.2}{3.4}\right) \times 19.4$$

$$= (0.0175 + 0.0588) \times 19.4$$
$$= 1.48 = 1.5$$

பிழை எல்லையுடன் கூடிய பரப்பு

$A = (19.4 \pm 1.5)\ cm^2$

(iv) **இரு அளவுகளை வகுப்பதால் ஏற்படும் பிழைகள்**

ΔA மற்றும் ΔB என்பன முறையே A, B என்ற அளவுகளின் தனிப் பிழைகள் என்க அவற்றின் பின்னம், $Z = \frac{A}{B}$

Z இன் பிழை ΔZ ஆகும்

$$Z \pm \Delta Z = \frac{A \pm \Delta A}{B \pm \Delta B} = \frac{A\left(1 \pm \frac{\Delta A}{A}\right)}{B\left(1 \pm \frac{\Delta B}{B}\right)}$$

$$= \frac{A}{B}\left(1 \pm \frac{\Delta A}{A}\right)\left(1 \pm \frac{\Delta B}{B}\right)^{-1}$$

அல்லது

$$Z \pm \Delta Z = Z\left(1 \pm \frac{\Delta A}{A}\right)\left(1 \mp \frac{\Delta B}{B}\right)$$

[x <<1] ஆக இருக்கும்போது, $(1+x)^n \approx 1+nx$]

இருபுறமும் Z ஆல் வகுக்க,

$$1 \pm \frac{\Delta Z}{Z} = \left(1 \pm \frac{\Delta A}{A}\right)\left(1 \mp \frac{\Delta B}{B}\right)$$

$$= 1 \pm \frac{\Delta A}{A} \mp \frac{\Delta B}{B} \mp \frac{\Delta A}{A} \cdot \frac{\Delta B}{B}$$

ΔA/A, ΔB/B மிகக் குறைவு, எனவே அவற்றின் பெருக்கல்பலன் புறக்கணிக்க தக்கது. Z இன் பெரும பின்னப்பிழை, $\frac{\Delta Z}{Z} = \left(\frac{\Delta A}{A} + \frac{\Delta B}{B}\right)$ (1.6)

இரு அளவுகளை வகுப்பதால் பெறப்படும் பெருமபின்னப் பிழையானது தனித்தனி அளவுகளின் பின்னப்பிழைகளின் கூடுதலுக்குச் சமம்

இதற்கான மாற்றுமுறை பின் இணைப்பு 2 (A 1.2) இல் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

எடுத்துக்காட்டு 1.8

ஒரு கம்பிக்கு குறுக்கே உள்ள மின்னழுத்த வேறுபாடு (100 ± 5) V மற்றும் அதன் வழியே பாயும் மின்னோட்டம் (10 ± 0.2) A எனில். அக்கம்பியின் மின்தடையைக் காண்க.

தீர்வு

மின்னழுத்தம் V= (100 ± 5) V

மின்னோட்டம் I = (10±0.2) A

மின்தடை R = ?

ஓமின் விதிப்படி $R = \frac{V}{I}$

$$= \frac{100}{10} = 10\ \Omega$$

$$\frac{\Delta R}{R} = \left(\frac{\Delta V}{V} + \frac{\Delta I}{I}\right)$$

$$\Delta R = \left(\frac{\Delta V}{V} + \frac{\Delta I}{I}\right)R$$

$$= \left(\frac{5}{100} + \frac{0.2}{10}\right) \times 10$$

$$= (0.05 + 0.02) \times 10$$

$$= 0.07 \times 10 = 0.7$$

மின்தடை $R = (10 \pm 0.7)\ \Omega$

(v) **அளவின் அடுக்கினால் ஏற்படும் பிழை**

A யின் nவது அடுக்கு Z என்க $Z = A^n$

Z ன் பிழை ΔZ எனில்

$$Z \pm \Delta Z = (A \pm \Delta A)^n = A^n\left(1 \pm \frac{\Delta A}{A}\right)^n$$

$$= Z\left(1 \pm n\frac{\Delta A}{A}\right)$$

(இங்கு $|x| << 1$, $(1 + x)^n \approx 1 + nx$ என்ற சமன்பாடு பயன்படுத்தப்படுகிறது).

இருபுறமும் Z ஆல் வகுக்க

$$1 \pm \frac{\Delta Z}{Z} = 1 \pm n\frac{\Delta A}{A} \Rightarrow \frac{\Delta Z}{Z} = n.\frac{\Delta A}{A} \qquad (1.7)$$

ஒரு அளவின் n ஆவது அடுக்கின் பெரும பின்னப் பிழையானது. அதன் பின்னப்பிழையை n ஆல் பெருக்குதலுக்கு சமம்.

பொதுவான விதிகள்: $Z = \frac{A^p B^q}{C^r}$ எனில் Zல் பெரும பின்னப் பிழை

$$\frac{\Delta Z}{Z} = p\frac{\Delta A}{A} + q\frac{\Delta B}{B} + r\frac{\Delta C}{C}$$

அதன் விழுக்காட்டுப் பிழை

$$\frac{\Delta Z}{Z} \times 100 = p\frac{\Delta A}{A} \times 100 + q\frac{\Delta B}{B} \times 100 + r\frac{\Delta C}{C} \times 100$$

எடுத்துக்காட்டு 1.9

ஒரு இயற்பியல் அளவு $x = \frac{a^2 b^3}{c\sqrt{d}}$ என்று கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. a, b, c மற்றும் d ஐ அளவிடுதலில் ஏற்படும் விழுக்காட்டுப்பிழைகள் முறையே 4%, 2%, 3% மற்றும் 1% எனில் x ன் விழுக்காட்டுப் பிழையைக் காண்க. (NEET 2013)

தீர்வு

x ன் விழுக்காட்டுப்பிழை = $\frac{a^2 b^3}{c\sqrt{d}}$

$$\frac{\Delta x}{x} \times 100 = 2\frac{\Delta a}{a} \times 100 + 3\frac{\Delta b}{b} \times 100 + \frac{\Delta c}{c} \times 100 + \frac{1}{2}\frac{\Delta d}{d} \times 100$$

$$= (2 \times 4\%) + (3 \times 2\%) + (1 \times 3\%) + (½ \times 1\%)$$

$$= 8\% + 6\% + 3\% + 0.5\%$$

x ன் விழுக்காட்டுப்பிழை = 17.5%

1.7 முக்கிய எண்ணுருக்கள்

1.7.1 முக்கிய எண்ணுருவின் வரையறையும், விதிகளும்

ஓர் அளவீட்டில் பெறப்படும் அளவுகளின் துல்லியமான மதிப்பைக் குறிப்பதற்குத் தேவைப்படும் இலக்கங்களின் சிறும எண்ணிக்கையே அதன் முக்கிய எண்ணுருக்கள் எனப்படும்.

தரப்பட்ட எண் மதிப்பில் மாறாநிலை கொண்ட எண்களும் அதனை தொடர்ந்து முதலில் வரும்

நிலையில்லா இலக்கமும் அவ்வெண்ணின் முக்கிய எண்ணுரு ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டாக, பொது ஈர்ப்பியல் மாறிலியின் மதிப்பு 6.67 x 10^{-11} N m^2 kg^{-2}. இங்கு முதலில் உள்ள 6 மற்றும் 6 ஆகிய எண்கள் நம்பகமான நிலையான எண்கள், எண் 7 ஆனது நிலையில்லாதது. எனவே இந்த அளவிடப்பட்ட அளவு மூன்று முக்கிய எண்ணுருக்களைக் கொண்டது.

முக்கிய எண்ணுருக்களை கணக்கிடுவதின் விதிகள்அட்டவணை 1.9 – இல்கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

அட்டவணை 1.9 முக்கிய எண்ணுருக்களை கணக்கிடுவதன் விதிகள்

	விதிகள்	எடுத்துக்காட்டு
i)	சுழியற்ற அனைத்து எண்களும் முக்கிய எண்ணுருக்கள் ஆகும்	1342 ஆனது நான்கு முக்கிய எண்ணுருக்களை கொண்டது.
ii)	சுழியற்ற இரு எண்களுக்கு இடைப்பட்ட சுழிகள் முக்கிய எண்ணுருக்கள் ஆகும்	2008 ஆனது நான்கு முக்கிய எண்ணுருக்களை கொண்டது.
iii)	சுழியற்ற எண்களுக்கு வலது புறமும் ஆனால் தசம புள்ளிக்கு இடது புறமும் உள்ள சுழிகள் முக்கிய எண்ணுருக்கள் ஆகும்	30700. ஆனது ஐந்து முக்கிய எண்ணுருக்களை கொண்டது.
iv)	a) தசம புள்ளி அற்ற ஒரு எண்ணில் இறுதியாக வரும் சுழிகள் முக்கிய எண்ணுருக்கள் ஆகாது b) அலகுடன் எழுதப்படும் இயற்பியல் அளவீடுகளில் வரும் எல்லா சுழிகளும் முக்கிய எண்ணுருக்களே.	அ) 30700 ஆனது மூன்று முக்கிய எண்ணுருக்கள் கொண்டது. ஆ) 30700 m ஆனது ஐந்து முக்கிய எண்ணுருக்கள் கொண்டது.
v)	ஒன்றைவிடக் குறைவான தசம எண்ணில், தசமபுள்ளிக்கு வலது புறமும் ஆனால் முதல் சுழியற்ற எண்ணுக்கு இடதுபுறமும் வரும் சுழிகள் முக்கிய எண்ணுருக்கள் ஆகாது.	0.00345 ஆனது மூன்று முக்கிய எண்ணுருக்களைக் கொண்டது.
vi)	தசமபுள்ளிக்கு வலதுபுறம் உள்ள சுழிகளும், தசம எண்ணில் சுழியற்ற எண்ணின் வலது புறமும் உள்ள சுழிகள் முக்கிய எண்ணுருக்கள் ஆகும்.	40.00 முக்கிய எண்ணுரு நான்கு கொண்டது 0.030400 முக்கிய எண்ணுரு ஐந்து கொண்டது
vii)	முக்கிய எண்ணுருக்கள் அலகிடும் முறையை பொருத்தது அல்ல.	1.53 cm, 0.0153 m, 0.0000153 km, ஆகியவை மூன்று முக்கிய எண்ணுரு கொண்டது.

குறிப்பு: 1 முழுமைப்படுத்திய எண்கள் அல்லது அளவீடுகளை குறிக்கும் எண்களை பெருக்கி அல்லது வகுத்து பெறும் எண்கள் துல்லியமான எண்கள் எனப்படும். அவை சூழலுக்கு தகுந்த முக்கிய எண்ணுருக்களின் மதிப்புகளை பெறும். எடுத்துகாட்டாக வட்டத்தின் சுற்றளவு $S = 2\pi r$ இல் 2 என்ற எண்ணை 2.0, 2.00 அல்லது 2.000 என்று தேவைக்கு ஏற்ப பயன்படுத்தலாம்.

குறிப்பு: 2 முக்கிய எண்ணுருவை கணக்கிடும்போது 10 இன் அடுக்குகளை கருத்தில் கொள்ளக்கூடாது.

எடுத்துக்காட்டாக, $= 5.70 \text{ m} = 5.70 \times 10^2 \text{ cm} = 5.70 \times 10^3 \text{ mm} = 5.70 \times 10^{-3} \text{ km}$.

இங்கு ஒவ்வொரு பிரிவிலும் உள்ள எண்களின் முக்கிய எண்ணுருக்கள் **மூன்று** ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 1.10

கீழ்க்காணும் எண்களுக்கான முக்கிய எண்ணுருக்களைத் தருக.

(i) 600800 (iv) 5213.0

(ii) 400 (v) $2.65 \times 10^{24} m$

(iii) 0.007 (vi) 0.0006032

விடைகள் :

(i) நான்கு (ii) ஒன்று (iii) ஒன்று (iv) ஐந்து

(v) மூன்று (vi) நான்கு

1.7.2 முழுமைப் படுத்துதல் (Rounding off)

தற்காலத்தில் கணக்கீடு செய்ய கணிப்பான்கள் (Calculator) பெரும்பாலும் பயன்படுத்தப்படுகின்றன. அவற்றின் முடிவுகள் பல இலக்கங்களைக் கொண்டதாக உள்ளன. கணக்கீட்டில் உள்ளடங்கும் தகவல்களின் (data) முக்கிய எண்ணுருவைவிட முடிவின் முக்கிய எண்ணுரு அதிகமாக இருக்கக்கூடாது. கணக்கீட்டின் முடிவில் நிலையில்லாத (uncertain) இலக்கங்கள் ஒன்றுக்கு மேற்பட்டவை இருப்பின், அந்த எண்ணை முழுமைப்படுத்த வேண்டும்.

முழுமைப்படுத்துதலில் உள்ள விதிகள் அட்டவணை 1.10 யில் காட்சிப்படுத்தப்பட்டுள்ளது.

எடுத்துக்காட்டு 1.11

கீழ்க்கண்ட எண்களை குறிப்பிட்ட இலக்கத்திற்கு முழுமைப்படுத்துக.

i) 18.35 ஐ 3 இலக்கம் வரை

ii) 19.45 ஐ 3 இலக்கம் வரை

iii) 101.55×10^6ஐ 4 இலக்கம் வரை

iv) 248337 ஐ 3 இலக்கம் வரை

v) 12.653 ஐ 3 இலக்கம் வரை

விடைகள்:

i) 18.4 ii) 19.4 iii) 101.6×10^6

iv) 248000 v) 12.7

அட்டவணை 1.10 முழுமைப்படுத்தலின் விதிகள்

விதிகள்	எடுத்துக்காட்டு
i) முக்கிய எண்ணுரு அல்லாத ஓர் இலக்கம் ஐந்துக்கு குறைவு எனில் நீக்கப்படுகிறது, எனவே அதற்கு முன்பு உள்ள இலக்கம் மாறாது.	i) 7.32 ஆனது 7.3 ஆக முழுமைப்படுத்தப்படுகிறது. ii) 8.94 ஆனது 8.9 ஆக முழுமைப்படுத்தப்படுகிறது.
ii) முக்கிய எண்ணுரு அல்லாத ஓர் இலக்கம் ஐந்தை விட அதிகம் எனில் அது நீக்கப்பட்டு அதற்கு முன்பு உள்ள இலக்கத்துடன் 1 ஐ அதிகரிக்க வேண்டும்	i) 17.26 ஆனது 17.3 ஆக முழுமையாக்கப்படுகிறது. ii) 11.89 ஆனது 11.9 ஆக முழுமையாக்கப்படுகிறது.
iii) முக்கிய எண்ணுரு அல்லாத ஒரு இலக்கத்தில் ஐந்துக்கு பிறகு வரும் இலக்கம் சுழி அல்லாத எண் எனில், முன்பு உள்ள இலக்கத்துடன் 1 ஐ அதிகரிக்க வேண்டும்	i) 7.352, ஆனது 7.4 ஆக முழுமைப்படுத்தப்படுகிறது ii) 18.159 ஆனது 18.2 ஆக முழுமைப்படுத்தப்படுகிறது
iv) முக்கிய எண்ணுரு அல்லாத ஓர் இலக்கத்தில் ஐந்து அல்லது ஐந்துக்கு பிறகு சுழி வரும் எனில் அது நீக்கப்பட்டு அதற்கு அதன் முன்பு உள்ள இலக்கம் இரட்டைப்படை எண் எனில் மாறாது	i) 3.45 ஆனது 3.4 முழுமைப்படுத்தப்படுகிறது ii) 8.250ஆனது 8.2 ஆக முழுமைப்படுத்தப்படுகிறது
v) முக்கிய எண்ணுரு அல்லாத ஒரு இலக்கத்தில் ஐந்து அல்லது ஐந்துக்கு பிறகு சுழி வரும் எனில் அது நீக்கப்பட்டு அதற்கு முன்பு உள்ள இலக்கம் ஒற்றைப்படை எனில் 1 ஐ அதிகரிக்க வேண்டும்	i) 3.35 ஆனது 3.4 ஆக முழுமைப்படுத்தப்படுகிறது. ii) 8.350 ஆனது 8.4 ஆக முழுமைப்படுத்தப்படுகிறது.

1.7.3 முக்கிய எண்ணுருக்களுடன் கணிதச் செயல்பாடுகள்

(i) கூட்டல் மற்றும் கழித்தல்

கூட்டல் மற்றும் கழித்தலின்போது, இறுதி முடிவில் அதிக இலக்கங்கள் வரும்பொழுது அந்த எண்களில் மிகக்குறைந்த தசம இலக்கம் உள்ள எண்களின் இலக்கத்திற்கு முழுமைப்படுத்த வேண்டும்.

எடுத்துக்காட்டு

1. $3.1 + 1.780 + 2.046 = 6.926$

   இங்கு முக்கிய எண்ணுருவின் தசம புள்ளிக்கு பின்வரும் குறைந்த இலக்க எண்ணிக்கை 1. எனவே முடிவானது 6.9 ஆக முழுமைப்படுத்தப்படுகிறது.

2. $12.637 - 2.42 = 10.217$

   இங்கு முக்கிய எண்ணுருவின் தசம புள்ளிக்கு பின்வரும் குறைந்த இலக்க எண்ணிக்கை 2. எனவே முடிவானது 10.22 ஆக முழுமைப்படுத்தப்படுகிறது.

(ii) பெருக்கல் மற்றும் வகுத்தல்

எண்களின் பெருக்கல் அல்லது வகுத்தலின் போது இறுதி முடிவின் முக்கிய எண்ணுருக்கள், அந்த எண்களில் குறைந்த எண்ணிக்கையில் உள்ள எண்களின் முக்கிய எண்ணுருவிற்கு முழுமைப்படுத்த வேண்டும்.

எடுத்துக்காட்டு

1. $1.21 \times 36.72 = 44.4312 = 44.4$

   அளவிட்ட அளவின் மிகக்குறைந்த முக்கிய எண்ணுரு மதிப்பு 3. எனவே முடிவானது 44.4 என்ற மூன்று முக்கிய எண்ணுருக்களாக முழுமைப்படுத்தப்பட்டுள்ளது.

2. $36.72 \div 1.2 = 30.6 = 31$

   அளவிடப்பட்ட அளவின் மிகக்குறைந்த முக்கிய எண்ணுரு மதிப்பு 2. எனவே முடிவானது 31 என்ற இரண்டு முக்கிய எண்ணுருக்களாக முழுமைப்படுத்தப்படுகிறது.

1.8 பரிமாணங்களின் பகுப்பாய்வு

1.8.1 இயற்பியல் அளவுகளின் பரிமாணங்கள்

அனைத்து இயற்பியல் வழி அளவுகளும், ஏழு அடிப்படை அளவுகளின் சில தொகுப்புகளைக் கொண்டே விவரிக்கப்படுகின்றது. இந்த ஏழு அடிப்படை அளவுகளும் இயற்பியல் உலகின் பரிமாணங்களாகும். பரிமாணங்கள் [ ] (Square brackets) மூலம் குறிப்பிடப்படுகின்றன. எந்திரவியலில் நீளத்தின் பரிமாணம் [L], நிறையின் பரிமாணம், [M], காலத்தின் பரிமாணம் [T] ஆகிய மூன்று பரிமாணங்கள் உள்ளன. மின்னோட்டவியலில், மின்னோட்டத்தின் பரிமாணம் [A], வெப்ப இயக்கவியலில் வெப்பநிலைக்கான பரிமாணம் [K], ஒளியியலின் ஒளிச்செறிவிற்கான பரிமாணம் [cd] அல்லது [Φ], பொருளின் அளவிற்கான பரிமாணம் [mol] ஆகும்.

இயற்பியல் அளவின் பரிமாணத்தைப் பெறுவதற்காக அடிப்படை அளவுகளின் பரிமாணங்களின் உயர்த்தப்பட்ட படிகளே அந்த இயற்பியல் அளவின் பரிமாணங்கள் ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டாக, $\text{திசைவேகம்} = \frac{\text{இடப்பெயர்ச்சி}}{\text{காலம்}}$

$$= \frac{[L]}{[T]} = [M^0 L T^{-1}].$$

எனவே திசைவேகத்தின் பரிமாணம் நிறையின் சுழி பரிமாணத்தினையும், நீளத்தின் 1 பரிமாணத்தினையும் காலத்தின் –1 பரிமாணத்தினையும் கொண்டது.

பரிமாண வாய்ப்பாடு மற்றும் சமன்பாடு

ஓர் இயற்பியல் அளவினைக் குறிப்பிட, எந்த அடிப்படை பரிமாணங்கள், எப்படி பயன்படுகின்றன எனத் தெரிவிக்கும் சமன்பாடே அதன் பரிமாண வாய்ப்பாடாகும்.

எடுத்துக்காட்டாக, $[M^0LT^{-2}]$ என்பது முடுக்கத்தின் பரிமாண வாய்ப்பாடாகும்.

ஒரு இயற்பியல் அளவின் பரிமாண வாய்ப்பாட்டை சமன்பாடு வடிவில் விவரித்தால் அந்த சமன்பாடு பரிமாணச் சமன்பாடு எனப்படும்.

எடுத்துக்காட்டாக, முடுக்கம் = $[M^0LT^{-2}]$. வெவ்வேறு இயற்பியல் அளவுகளின் பரிமாண வாய்ப்பாடு அட்டவணை 1.11 யில் பட்டியலிடப்பட்டுள்ளது.

1.8.2 பரிமாணமுள்ள அளவுகள், பரிமாணமற்ற அளவுகள், பரிமாணத்தின் ஒருபடித்தான நெறிமுறை

பரிமாணங்களைப் பொறுத்து, இயற்பியல் அளவுகளை நான்கு வகைகளாக வகைப்படுத்த முடியும்.

(1) பரிமாணமுள்ள மாறிகள்

எந்த ஓர் இயற்பியல் அளவு பரிமாணத்தையும் மாறுபட்ட மதிப்புகளையும் பெற்றுள்ளதோ அவை பரிமாணமுள்ள மாறிகள் என அழைக்கப்படுகின்றன.

எ.கா:– பரப்பு, கன அளவு, திசைவேகம் மற்றும் பல.

(2) பரிமாணமற்ற மாறிகள்

எந்த இயற்பியல் அளவுகள் பரிமாணம் அற்று ஆனால் மாறுபட்ட மதிப்புகளைக் கொண்டுள்ளதோ அவை பரிமாணமற்ற மாறிகள் என அழைக்கப்படுகின்றன.

எ.கா:– ஒப்படர்த்தி, திரிபு, ஒளிவிலகல் எண் மற்றும் பல.

(3) பரிமாணமுள்ள மாறிலிகள்

எந்த இயற்பியல் அளவுகள் பரிமாணத்துடன் நிலையான மதிப்பைப் பெற்றுள்ளதோ அவை பரிமாணமுள்ள மாறிலிகள் என அழைக்கப்படுகிறது. எ.கா:– ஈர்ப்பியல் மாறிலி, பிளாங் மாறிலி மற்றும் பல.

(4) பரிமாணமற்ற மாறிலிகள்

ஒரு மாறிலி பரிமாணமற்று இருப்பின் அவை பரிமாணமற்ற மாறிலிகள் எனப்படுகின்றன. எ.கா:– π, e (ஆய்லர் எண்) எண்கள் மற்றும் பல.

பரிமாணங்களின் ஒருபடித்தான நெறிமுறை

பரிமாணங்களின் ஒருப்படித்தான நெறிமுறைப்படி ஒரு சமன்பாட்டில் உள்ள ஒவ்வொரு உறுப்பின் பரிமாணங்களும் சமமாகும். எடுத்துக்காட்டாக, $v^2 = u^2 + 2as$ என்ற சமன்பாட்டில் v^2, u^2 மற்றும் 2as ஆகியவற்றின் பரிமாணங்கள் ஒத்ததாகவும் $[L^2T^{-2}]$ க்கு சமமாகவும் இருக்கும்.

1.8.3 பரிமாணப்பகுப்பாய்வின் பயன்பாடுகளும் வரம்புகளும்

இம்முறையானது,

(i) இயற்பியல் அளவு ஒன்றை ஒரு அலகிடும் முறையிலிருந்து மற்றொரு அலகிடும் முறைக்கு மாற்றப் பயன்படுகிறது.

(ii) கொடுக்கப்பட்ட சமன்பாடு பரிமாண முறைப்படி சரியானதா என சோதிக்கப் பயன்படுகிறது.

(iii) வெவ்வேறு இயற்பியல் அளவுகளுக்கிடையே உள்ள தொடர்பினைப் பெற பயன்படுகிறது.

(i) இயற்பியல் அளவு ஒன்றை ஒரு அலகிடும் முறையில் இருந்து மற்றொரு அலகிடும் முறைக்கு மாற்றுதல்

இந்த முறையானது ஓர் அளவின் எண் மதிப்பையும் (n) அதன் அலகையும் (u) பெருக்கக் கிடைப்பது ஒரு மாறிலி என்ற தத்துவத்தின் அடிப்படையிலானது.

அதாவது $n[u]$ = மாறிலி

அல்லது $n_1[u_1] = n_2[u_2]$

ஓர் இயற்பியல் அளவானது நிறையின் 'a' பரிமாணத்தையும், நீளத்தின் 'b' பரிமாணத்தினையும், காலத்தின் 'c' பரிமாணத்தையும் பெற்றுள்ளதாக கொள்வோம்.

ஓர் அலகிடும் முறையின் அடிப்படை அலகுகள். M_1, L_1 மற்றும் T_1 எனவும் மற்றொரு அலகிடும் முறையின் அடிப்படை அலகுகள் முறையே M_2, L_2 மற்றும் T_2 எனவும் கொண்டால்,

$$n_1\left[M_1^a L_1^b T_1^c\right] = n_2\left[M_2^a L_2^b T_2^c\right]$$

இதிலிருந்து ஒரு இயற்பியல் அளவின் எண் மதிப்பினை ஓர் அலகிடும் முறையில் இருந்து மற்றொரு முறைக்கு மாற்ற முடியும்.

எடுத்துக்காட்டு 1.12

பரிமாணங்கள் முறையில் 76 *cm* பாதரச அழுத்தத்தை N m^{-2} என மாற்றுக.

தீர்வு

CGS முறையில் 76 cm பாதரச அழுத்தம் $(P_1) = 76 \times 13.6 \times 980$ dyne cm^{-2}

SI முறையில் P– ன் மதிப்பு (P_2)=?

அட்டவணை–1.11 பரிமாண வாய்ப்பாடு

இயற்பியல் அளவு	சமன்பாடு	பரிமாண வாய்ப்பாடு
பரப்பு (செவ்வகம்)	நீளம் × அகலம்	$[L^2]$
பருமன்	பரப்பு × உயரம்	$[L^3]$
அடர்த்தி	நிறை / பருமன்	$[ML^{-3}]$
திசைவேகம்	இடப்பெயர்ச்சி /காலம்	$[LT^{-1}]$
முடுக்கம்	திசைவேகம் / காலம்	$[LT^{-2}]$
உந்தம்	நிறை × திசைவேகம்	$[MLT^{-1}]$
விசை	நிறை × முடுக்கம்	$[MLT^{-2}]$
வேலை	விசை × தூரம்	$[ML^2T^{-2}]$
திறன்	வேலை / காலம்	$[ML^2T^{-3}]$
ஆற்றல்	வேலை	$[ML^2T^{-2}]$
கணத்தாக்குவிசை	விசை × காலம்	$[MLT^{-1}]$
சுழற்சி ஆரம்	தொலைவு	$[L]$
அழுத்தம் அல்லது தகைவு	விசை / பரப்பு	$[ML^{-1}T^{-2}]$
பரப்பு இழுவிசை	விசை / நீளம்	$[MT^{-2}]$
அதிர்வெண்	1 / அலைவு காலம்	$[T^{-1}]$
நிலைமத்திருப்புத்திறன்	நிறைவு × (தொலைவு)^2	$[ML^2]$
விசையின் திருப்புத்திறன் அல்லது திருப்புவிசை	விசை × தொலைவு	$[ML^2T^{-2}]$
கோணத் திசைவேகம்	கோண இடப்பெயர்ச்சி / காலம்	$[T^{-1}]$
கோண முடுக்கம்	கோணத்திசைவேகம் / காலம்	$[T^{-2}]$
கோண உந்தம்	நேர்க்கோட்டு உந்தம் × தூரம்	$[ML^2T^{-1}]$
மீட்சிக் குணகம்	தகைவு/திரிபு	$[ML^{-1}T^{-2}]$
பாகியல் எண்	(விசை × தூரம்) / (பரப்பு × திசைவேகம்)	$[ML^{-1}T^{-1}]$
பரப்பு ஆற்றல்	வேலை / பரப்பு	$[MT^{-2}]$
வெப்ப ஏற்புத்திறன்	வெப்ப ஆற்றல் / வெப்பநிலை	$[ML^2T^{-2}K^{-1}]$
மின்னூட்டம்	மின்னோட்டம் × காலம்	$[AT]$
காந்தத் தூண்டல்	விசை/ (மின்னோட்டம் × நீளம்)	$[MT^{-2}A^{-1}]$
விசை மாறிலி	விசை / இடப்பெயர்ச்சி	$[MT^{-2}]$
ஈர்ப்பு மாறிலி	[விசை × (தொலைவு)^2] / (நிறை)^2	$[M^{-1}L^3T^{-2}]$
பிளாங்க் மாறிலி	ஆற்றல்/அதிர்வெண்	$[ML^2T^{-1}]$
ஃபாரடே மாறிலி	அவகட்ரோ மாறிலி × மின்னூட்டம்	$[AT\ mol^{-1}]$
போல்ஸ்ட்மென் மாறிலி	ஆற்றல் / வெப்பநிலை	$[ML^2T^{-2}K^{-1}]$

அழுத்தத்தின் பரிமாண வாய்ப்பாடு $[ML^{-1}T^{-2}]$

$$P_1[M_1^a L_1^b T_1^c] = P_2[M_2^a L_2^b T_2^c]$$

$$\therefore P_2 = P_1\left[\frac{M_1}{M_2}\right]^a\left[\frac{L_1}{L_2}\right]^b\left[\frac{T_1}{T_2}\right]^c$$

$M_1 = 1\,g;\ M_2 = 1\,kg$
$L_1 = 1\,cm;\ L_2 = 1\,m$
$T_1 = 1\,s;\ T_1 = 1\,s$

எனவே a = 1 b = −1 மற்றும் c = −2

$$\therefore P_2 = 76\times13.6\times980\left[\frac{1g}{1kg}\right]^1\left[\frac{1cm}{1m}\right]^{-1}\left[\frac{1s}{1s}\right]^{-2}$$

$$=76\times13.6\times980\left[\frac{10^{-3}kg}{1kg}\right]^1\left[\frac{10^{-2}m}{1m}\right]^{-1}\left[\frac{1s}{1s}\right]^{-2}$$

$$= 76\times13.6\times980\times[10^{-3}]\times10^2$$

$$= 1.01\times10^5\ N\ m^{-2}$$

எடுத்துக்காட்டு: 1.13

SI முறையில் ஈர்ப்பியல் மாறிலியின் மதிப்பு $G_{SI} = 6.6\times10^{-11}\ Nm^2\ kg^{-2}$, எனில் CGS முறையில் அதன் மதிப்பைக் கணக்கிடுக?

தீர்வு

SI முறையில் ஈர்ப்பு மாறிலி G_{SI} எனவும் cgs முறையில் G_{cgs} எனவும் கொள்க.

$G_{SI} = 6.6\times10^{-11}\ N\ m^2\ kg^{-2}$

$G_{cgs} = ?$

ஈர்ப்பியல் மாறிலியின் பரிமாண வாய்ப்பாடு $= [M^{-1}L^3T^{-2}]$

$$n_2 = n_1\left[\frac{M_1}{M_2}\right]^a\left[\frac{L_1}{L_2}\right]^b\left[\frac{T_1}{T_2}\right]^c$$

$$G_{cgs} = G_{SI}\left[\frac{M_1}{M_2}\right]^a\left[\frac{L_1}{L_2}\right]^b\left[\frac{T_1}{T_2}\right]^c$$

$M_1 = 1\,kg\quad L_1 = 1\,m\quad T_1 = 1\,s$

$M_2 = 1\,g\quad L_2 = 1\,cm\quad T_2 = 1\,s$

எனவே a = −1 b = 3 மற்றும் c = −2

$$G_{SI} = 6.6\times10^{-11}\left[\frac{1kg}{1g}\right]^{-1}\left[\frac{1m}{1cm}\right]^{3}\left[\frac{1s}{1s}\right]^{-2}$$

$$= 6.6\times10^{-11}\left[\frac{1kg}{10^{-3}kg}\right]^{-1}\left[\frac{1m}{10^{-2}m}\right]^{3}\left[\frac{1s}{1s}\right]^{-2}$$

$$= 6.6\times10^{-11}\times10^{-3}\times10^{6}\times1$$

$$G_{cgs} = 6.6\times10^{-8}\ dyne\ cm^2\ g^{-2}$$

(ii) பரிமாண முறையில் கொடுக்கப்பட்ட இயற்பியல் சமன்பாட்டை சரியா என சோதித்தல்

v = u + at என்ற இயக்கச் சமன்பாட்டை எடுத்துக்கொள்வோம்.

$$[LT^{-1}] = [LT^{-1}] + [LT^{-2}]\,[T]$$

$$[LT^{-1}] = [LT^{-1}] + [LT^{-1}]$$

(ஒரே மாதிரியான பரிமாணங்களை பெற்றுள்ள அளவுகளையே கூட்ட முடியும்)

இருபுறமும் உள்ள பரிமாணங்கள் சமம் என்பதை நாம் காண்கிறோம். எனவே இந்த சமன்பாடு பரிமாண முறையில் சரியானது.

எடுத்துக்காட்டு: 1.14

$\frac{1}{2}mv^2 = mgh$ என்ற சமன்பாட்டை பரிமாணப்பகுப்பாய்வு முறைப்படி சரியானதா என கண்டறிக.

தீர்வு

$\frac{1}{2}mv^2$ இன் பரிமாண வாய்ப்பாடு

$$= [M][LT^{-1}]^2 = [ML^2T^{-2}]$$

mgh இன் பரிமாண வாய்ப்பாடு

$$= [M][LT^{-2}][L] = [ML^2T^{-2}]$$

$$\therefore [ML^2T^{-2}] = [ML^2T^{-2}]$$

இருபுறங்களிலும் பரிமாணங்கள் சமம். எனவே $\frac{1}{2}mv^2 = mgh$ என்ற சமன்பாடு பரிமாண முறைப்படி சரி.

(iii) வெவ்வேறு இயற்பியல் அளவுகளுக்கிடையே உள்ள தொடர்பினைத் தரும் சமன்பாட்டினைப் பெறுதல்

Q என்ற இயற்பியல் அளவு Q_1, Q_2 மற்றும் Q_3 ஆகியவற்றைப் பொறுத்தது எனில்

$$Q \propto Q_1^a\, Q_2^b\, Q_3^c$$

$$Q = k\, Q_1^a\, Q_2^b\, Q_3^c$$

இங்கு k – பரிமாணமற்ற மாறிலி. Q, Q_1, Q_2 மற்றும் Q_3 ஆகியவற்றின் பரிமாண வாய்ப்பாட்டை பிரதியிட்டு, பரிமாணத்தின் ஒரு படித்தான நெறிமுறைப்படி M, L, T அடுக்குகள் இருபுறமும் சமன்படுத்தப்படுகிறது.

இதன் மூலம் a, b, c –இன் மதிப்புகளைப் பெற்று சமன்பாட்டைப் பெறலாம்.

எடுத்துக்காட்டு: 1.15

தனிஊசலின் அலைவு நேரத்திற்கான கோவையை பரிமாண முறையில் பெறுக. அலைவு நேரமானது. (i) ஊசல் குண்டின் நிறை 'm' (ii) ஊசலின் நீளம் 'l' (iii) அவ்விடத்தில் புவியீர்ப்பு முடுக்கம் g ஆகியவற்றைச் சார்ந்தது. (மாறிலி k = 2π)

தீர்வு

$$T \propto m^a\, l^b\, g^c$$

$$T = k.\quad m^a\, l^b\, g^c$$

k என்பது பரிமாணமற்ற மாறிலி. மேற்கண்ட சமன்பாட்டில் பரிமாணங்களை பிரதியிட்ட

$$[T^1] = [M^a]\,[L^b]\,[LT^{-2}]^c$$

$$[M^0L^0T^1] = [M^a\, L^{b+c}\, T^{-2c}]$$

சமன்பாட்டின் இருபுறமும் உள்ள *M, L T*–ன் படிகளை சமன் செய்ய

$$a = 0,\ b + c = 0,\ -2c = 1$$

சமன்பாடுகளைத் தீர்க்க

$a = 0$, $b = 1/2$, மற்றும் $c = -1/2$

a,b மற்றும் c மதிப்புகளை சமன்பாடு 1 இல் பிரதியிட

$T = k.\, m^0\, \ell^{1/2}\, g^{-1/2}$

$$T = k\left(\frac{\ell}{g}\right)^{1/2} = k\sqrt{\ell/g}$$

சோதனை மூலம் பெறப்பட்ட k யின் மதிப்பு $k = 2\pi$,

எனவே $T = 2\pi\sqrt{\ell/g}$

எடுத்துக்காட்டு: 1.16

வட்டப்பாதையில் இயங்கும் பொருளின் மீது செயல்படும் விசையானது (F) பொருளின் நிறை (m), திசைவேகம் (v), மற்றும் வட்டப்பாதையின் ஆரம் (r) ஆகியவற்றைப் பொருத்தது, எனில் விசைக்கான சமன்பாட்டை பரிமாண பகுப்பாய்வு முறையில் பெறுக. (மாறிலி $k = 1$)

தீர்வு

$$F \propto m^a\, v^b\, r^c$$

$$F = k\, m^a\, v^b\, r^c$$

இங்கு k என்பது பரிமாணமற்ற மாறிலி. மேற்கண்ட சமன்பாட்டில் பரிமாணங்களையும், k = 1, எனவும் பிரதியிட,

$$[MLT^{-2}] = [M]^a\,[LT^{-1}]^b\,[L]^c$$

$$= [M^a\, L^b\, T^{-b}\, L^c]$$

$$[MLT^{-2}] = [M]^a\,[L^{b+c}]\,[T^{-b}]$$

இருபுறமும் M, L மற்றும் T –ன் படிகளை சமன்செய்ய

$$a = 1;\ b + c = 1 \quad -b = -2$$

$$2 + c = 1 \quad b = 2$$

சமன்பாடுகளை தீர்க்க $a = 1$ $b = 2$ மற்றும் $c = -1$

a,b,c –இன் மதிப்புகளை கீழ்க்கண்ட சமன்பாட்டில் பிரதியிட

$$F = m^a\, v^b\, r^c$$

$$F = m^1 v^2 r^{-1}$$

அல்லது $F = \dfrac{mv^2}{r}$

பரிமாண பகுப்பாய்வின் வரம்புகள்

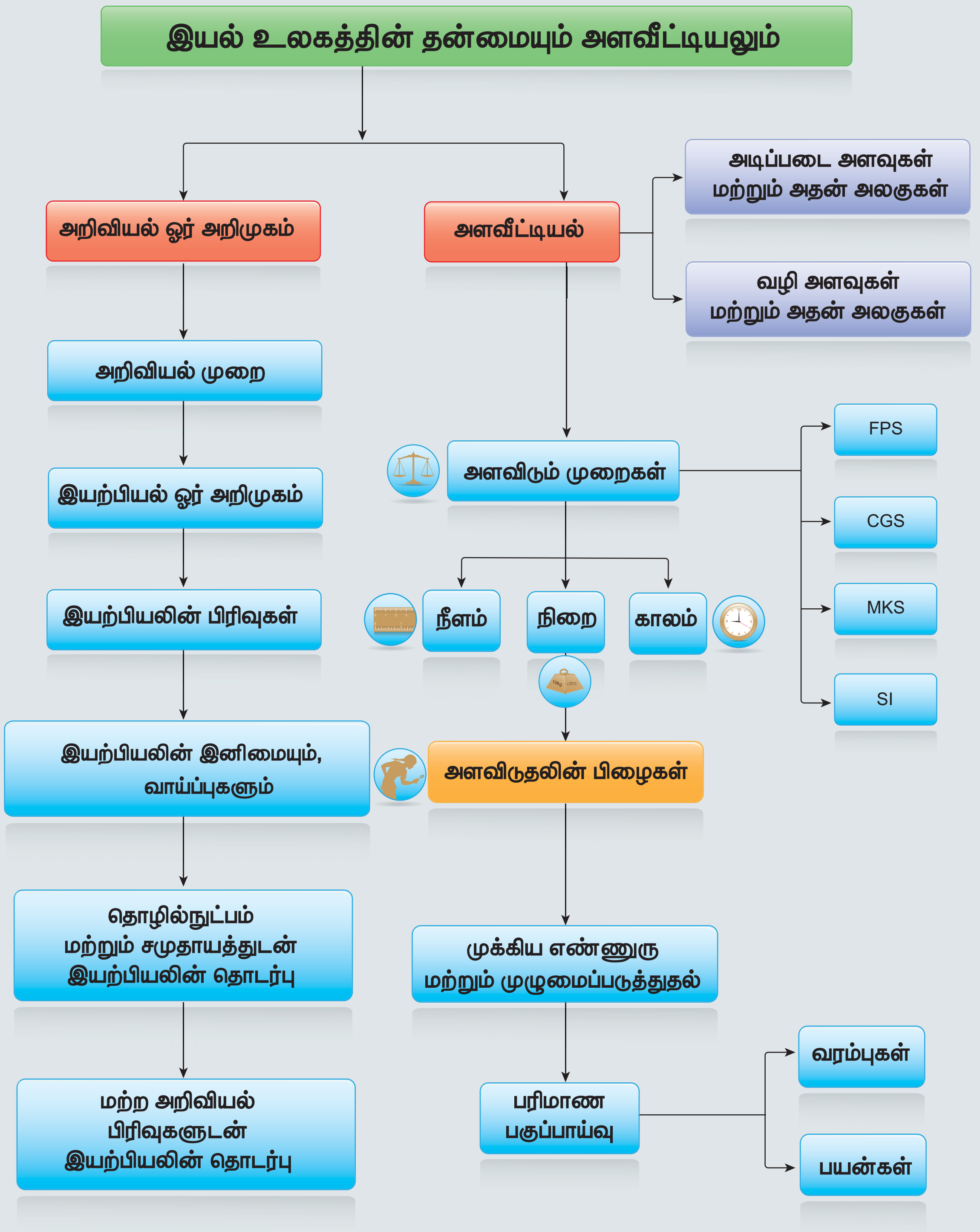
1. எண்கள், π, e (ஆய்லர் எண்) போன்ற பரிமாணமற்ற மாறிலிகளின் மதிப்பை இம்முறையின் மூலம் பெற முடியாது.
2. கொடுக்கப்பட்டுள்ள அளவு வெக்டர் அளவா? அல்லது ஸ்கேலர் அளவா? என்பதை இம்முறை மூலம் தீர்மானிக்க முடியாது.
3. திரிகோணமிதி, அடுக்குக்குறி மற்றும் மடக்கை சார்புகள் உள்ளடங்கிய சமன்பாடுகளின் தொடர்புகளைக் கண்டறிய இம்முறையில் இயலாது.
4. மூன்றுக்கு மேற்பட்ட இயற்பியல் அளவுகள் உள்ளடங்கிய சமன்பாடுகளுக்கு இம்முறையைப் பயன்படுத்த இயலாது.
5. இம்முறையில் ஒரு சமன்பாடு பரிமாணமுறையில் சரியானதா, என்றே மெய்ப்பிக்க முடியும் அதன் உண்மையான சமன்பாட்டைக் கண்டறிய முடியாது.

எடுத்துக்காட்டாக, $s = ut + 1/3\ at^2$ என்பது பரிமாண முறைப்படி சரி. ஆனால் உண்மையான சமன்பாடு $s = ut + 1/2\ at^2$ ஆகும்.

பாடச்சுருக்கம்

- இயற்பியல் என்பது செய்முறை அறிவியல். அதன் அளவுகள் அலகுகளால் விவரிக்கப்படுகின்றன.
- அனைத்து இயற்பியல் அளவுகளும் எண்மதிப்பையும் அலகையும் பெற்றிருக்கும்.
- நீளம், நிறை, காலம், வெப்பநிலை, மின்னோட்டம், பொருட்களின் அளவு மற்றும் ஒளிச்செறிவின் SI அலகுகள் முறையே மீட்டர், கிலோகிராம், வினாடி, கெல்வின், ஆம்பியர், மோல் மற்றும் கேண்டிலா ஆகும்.
- எந்திரவியல், மின்னியல், காந்தவியல் மற்றும் வெப்பவியல் அளவுகளின் அலகுகள் அடிப்படை அலகுகளிலிருந்து தருவிக்கப்படுகின்றன.
- மிகக்குறைந்த நீளங்களை, திருகு அளவி, வெர்னியர் அளவி ஆகியவற்றைக் கொண்டு அளவிடலாம்.
- நீண்ட தொலைவுகளை இடமாறு தோற்றமுறை, ரேடார் துடிப்புமுறைகள் மூலம் அளவிடலாம்.
- ஒரு அளவீட்டின் ஏற்படும் துல்லியமற்றத் தன்மை பிழைகளாகும். அளவீட்டின் துல்லியத்தன்மை என்பது உண்மையான அளவிற்கு எவ்வளவு அருகில் நாம் அளவிடுகிறோம் என்பதாகும். ஒவ்வொரு துல்லிய அளவீடும் நுட்பமானது. ஆனால் ஒவ்வொரு நுட்ப அளவீடும் துல்லியத்தன்மையாக இருக்க வேண்டியத் தேவையில்லை.
- இரண்டுக்கும் மேற்பட்ட அளவுகளை கூட்டும்பொழுதோ கழிக்கும்பொழுதோ கிடைக்கப்பெறும் அளவின் துல்லியத்தன்மை தனித்தனி துல்லியங்களின் மிகக் சிறு மதிப்பே ஆகும். ஒன்றுக்கும் மேற்பட்ட அளவுகளை பெருக்கும்பொழுதோ அல்லது வகுக்கும்பொழுதோ கிடைக்கப்பெறும் அளவின் முக்கிய எண்ணுருக்களின் எண்ணிக்கை எடுத்துக்கொண்ட அளவுகளின் முக்கிய எண்ணுருக்களின் குறைந்த மதிப்பைப் பெற்றிருக்க வேண்டும்.
- பரிமாண பகுப்பாய்வு என்பது ஒரு சமன்பாட்டின் உண்மைத்தன்மையை விரைவாக பரிசோதிக்க பயன்படுகிறது. ஒரே பரிமாணம் கொண்ட அளவுகளையே கூட்ட, கழிக்க அல்லது சமன்படுத்த முடியும். பரிமாண முறையில் சரியான சமன்பாடு உண்மையான சமன்பாடாக இல்லாமல் இருக்கலாம். ஆனால் உண்மையான சமன்பாடு பரிமாண முறையில் சரியாக இருக்கும்.

கருத்து வரைபடம்



இயல் உலகத்தின் தன்மையும் அளவீட்டியலும்
அறிவியல் ஓர் அறிமுகம்
அளவீட்டியல்
அடிப்படை அளவுகள் மற்றும் அதன் அலகுகள்
வழி அளவுகள் மற்றும் அதன் அலகுகள்
அறிவியல் முறை
இயற்பியல் ஓர் அறிமுகம்
அளவிடும் முறைகள்
FPS
CGS
MKS
SI
இயற்பியலின் பிரிவுகள்
நீளம்
நிறை
காலம்
இயற்பியலின் இனிமையும், வாய்ப்புகளும்
அளவிடுதலின் பிழைகள்
தொழில்நுட்பம் மற்றும் சமுதாயத்துடன் இயற்பியலின் தொடர்பு
முக்கிய எண்ணுரு மற்றும் முழுமைப்படுத்துதல்
மற்ற அறிவியல் பிரிவுகளுடன் இயற்பியலின் தொடர்பு
பரிமாண பகுப்பாய்வு
வரம்புகள்
பயன்கள்

I. சரியான விடையைத் தேர்ந்தெடுத்து எழுதுக.

1. அடிப்படை மாறிலிகளில் இருந்து hc/G என்ற ஒரு சமன்பாடு பெறப்படுகிறது. இந்த சமன்பாட்டின் அலகு
   - (a) Kg^2
   - (b) m^3
   - (c) s^{-1}
   - (d) m
2. ஒரு கோளத்தின் ஆரத்தை அளவிடுதலில் பிழை 2% எனில், அதன் கனஅளவைக் கணக்கிடுதலின் பிழையானது
   - (a) 8%
   - (b) 2%
   - (c) 4%
   - (d) 6%
3. அலைவுறும் ஊசலின் நீளம் மற்றும் அலைவு நேரம் பெற்றுள்ள பிழைகள் முறையே 1% மற்றும் 3% எனில் ஈர்ப்பு முடுக்கம் அளவிடுதலில் ஏற்படும் பிழை (AIPMT 2008)
   - (a) 4%
   - (b) 5%
   - (c) 6%
   - (d) 7%
4. பொருளொன்றின் நீளம் 3.51 m என அளவிடப்பட்டுள்ளது. துல்லியத்தன்மை 0.01 m எனில், அளவீட்டின் விழுக்காட்டுப் பிழை
   - (a) 351%
   - (b) 1%
   - (c) 0.28%
   - (d) 0.035%
5. கீழ்கண்டவற்றுள் அதிக முக்கிய எண்ணுருக்களைக் கொண்டது எது?
   - (a) 0.007 m^2
   - (b) 2.64×10^{24} kg
   - (c) 0.0006032 m^2
   - (d) 6.3200 J
6. π இன் மதிப்பு 3.14 எனில் π^2 இன் மதிப்பு
   - (a) 9.8596
   - (b) 9.860
   - (c) 9.86
   - (d) 9.9

32K4V8

7. கீழ்க்கண்ட இணைகளில் ஒத்த பரிமாணத்தை பெற்றுள்ள இயற்பியல் அளவுகள்.
   - (a) விசை மற்றும் திறன்
   - b) திருப்புவிசை மற்றும் ஆற்றல்
   - (c) திருப்புவிசை மற்றும் திறன்
   - (d) விசை மற்றும் திருப்பு விசை
8. பிளாங்க் மாறிலியின் (Planck's constant) பரிமாண வாய்ப்பாடு [AMU, Main JEE, NEET]
   - (a) $[ML^2T^{-1}]$
   - (b) $[ML^2T^{-3}]$
   - (c) $[MLT^{-1}]$
   - (d) $[ML^3T^{-3}]$
9. t என்ற கணத்தில் ஒரு துகளின் திசைவேகம் $v = at + bt^2$ எனில் b–இன் பரிமாணம்
   - (a) [L]
   - (b) $[LT^{-1}]$
   - (c) $[LT^{-2}]$
   - (d) $[LT^{-3}]$
10. ஈர்ப்பியல் மாறிலி G யின் பரிமாண வாய்ப்பாடு [AIPMT-2004]
    - (a) $[ML^3T^{-2}]$
    - (b) $[M^{-1}L^3T^{-2}]$
    - (c) $[M^{-1}L^{-3}T^{-2}]$
    - (d) $[ML^{-3}T^2]$

11. CGS முறையில் ஒரு பொருளின் அடர்த்தி $4\ g\ cm^{-3}$ ஆகும். நீளம் 10 cm, நிறை 100 g கொண்டிருக்கும் ஓர் அலகு முறையில் அப்பொருளின் அடர்த்தி

(a) 0.04

(b) 0.4

(c) 40

(d) 400

12. விசையானது திசைவேகத்தின் இருமடிக்கு நேர்விகிதப் பொருத்தமுடையது எனில் விகித மாறிலியின் பரிமாண வாய்ப்பாடு

[JEE – 2000]

(a) $[MLT^0]$

(b) $[MLT^{-1}]$

(c) $[ML^{-2}T]$

(d) $[ML^{-1}T^0]$

13. $(\mu_0\varepsilon_0)^{-1/2}$ ன் பரிமாணத்தைக் கீழ்கண்டவற்றுள் எது பெற்றிருக்கும்?

[Main AIPMT 2011]

(a) நீளம்

(b) காலம்

(c) திசைவேகம்

(d) விசை

14. பிளாங் மாறிலி (h) வெற்றிடத்தின் ஒளியின் திசைவேகம் (c) மற்றும் நியூட்டனின் ஈர்ப்பு மாறிலி (G) ஆகிய மூன்று அடிப்படை மாறிலிகள் கொண்டு பெறப்படும் கீழ்காணும் எந்த தொடர்பு நீளத்தின் பரிமாணத்தைப் பெற்றிருக்கும். [NEET 2016 (phase II)]

(a) $\dfrac{\sqrt{hG}}{c^{\frac{3}{2}}}$ (b) $\dfrac{\sqrt{hG}}{c^{\frac{5}{2}}}$

(c) $\sqrt{\dfrac{hc}{G}}$ (d) $\sqrt{\dfrac{Gc}{h^{\frac{3}{2}}}}$

15. ஓர் அளவின் நீளம் (l) மின்காப்பு பொருளின் விடுதிறன் (ε) போல்ட்ஸ்மேன் மாறிலி (k_B) தனிச்சுழி வெப்பநிலை (T) ஓரலகு பருமனுக்கான மின்னூட்ட துகள்களின் எண்ணிக்கை, (n) ஒவ்வொரு துகளின் மின்னூட்டம் (q) ஆகியவற்றினை பொருத்தது எனில் கீழ்கண்டவற்றுள் நீளத்திற்கான எந்த சமன்பாடு பரிமாணமுறையில் சரி?

[JEE (advanced) 2016]

(a) $l = \sqrt{\dfrac{nq^2}{\varepsilon k_B T}}$

(b) $l = \sqrt{\dfrac{\varepsilon k_B T}{nq^2}}$

(c) $l = \sqrt{\dfrac{q^2}{\varepsilon n^{\frac{2}{3}} k_B T}}$

(d) $l = \sqrt{\dfrac{q^2}{\varepsilon n k_B T}}$

விடைகள்:

1) a)	2) d	3) d	4) c
5) d	6) c	7) b	8) a
9) d	10) b	11) c	12) d
13) c	14) a	15) b	

II. குறு வினாக்கள்

1. இயற்பியல் அளவுகளின் வகைகளை விவரி
2. இடமாறு தோற்ற முறையில் சந்திரனின் (Moon) விட்டத்தை நீங்கள் எவ்வாறு அளப்பீர்கள்?
3. முக்கிய எண்ணுருக்களை கணக்கிடுவதன் விதிகளைத் தருக.
4. பரிமாண பகுப்பாய்வின் வரம்புகள் யாவை?
5. நுட்பம் மற்றும் துல்லியத்தன்மை – வரையறு. ஒரு எடுத்துக்காட்டுடன் விளக்குக.

III. நெடு வினாக்கள்

1. (I) குறைந்த தொலைவை அளப்பதற்கு பயன்படும் திருகு அளவி மற்றும் வெர்னியர் அளவி பற்றி விவரி.

   (II) நீண்ட தொலைவுகளை அளக்கும் முக்கோண முறை மற்றும் ரேடார் முறை பற்றிக் குறிப்பிடுக.

2. பிழைகளின் வெவ்வேறு வகைகளை விளக்குக

3. பிழைகளின் பெருக்கம் பற்றி நீவிர் அறிந்தது என்ன? கூட்டல் மற்றும் கழித்தலில் பிழைகளின் பெருக்கத்தை விவரி.

4. கீழ்கண்டவற்றைப் பற்றி குறிப்பெழுதுக.

   (a) அலகு

   (b) முழுமைப்படுத்துதல்

   (c) பரிமாணமற்ற அளவுகள்

5. பரிமாணத்தின் ஒருபடித்தான நெறிமுறை என்றால் என்ன? அதன் பயன்கள் யாவை? எடுத்துக்காட்டு தருக

IV. பயிற்சிக் கணக்குகள்

1. சோனார் கருவி (sonar) பொருத்தப்பட்ட ஒரு நீர்மூழ்கி கப்பலிலிருந்து அனுப்பப்பட்ட துடிப்பு 80 வினாடிகளுக்கு பிறகு எதிரொலியாக எதிரி நீர்மூழ்கி கப்பலிலிருந்து பெறப்படுகின்றது. நீரில் ஒலியின் திசைவேகம் 1460 m s^{-1} எனில் எதிரி நீர்மூழ்கி கப்பல் உள்ள தொலைவு யாது? (விடை: 58.40 km)

2. ஒரு வட்டத்தின் ஆரம் 3.12 m எனில், அதன் பரப்பை முக்கிய எண்ணுருக்களில் கணக்கிடுக. (விடை: 30.6 m^2)

3. அதிர்வடையும் கம்பியின் அதிர்வெண்(υ) ஆனது

   i. அளிக்கப்பட்ட விசை (F)

   ii. நீளம் (l)

   iii. ஓரலகு நீளத்திற்கான நிறை (m) ஆகியவற்றைப் பொறுத்தது எனக் கொண்டால், பரிமாண முறைப்படி அதிர்வெண் $\upsilon \propto \frac{1}{l}\sqrt{\frac{F}{m}}$ என நிரூபி

   (related to JIPMER 2001)

4. புவியிலிருந்து ஜீபிடரின் தொலைவு 824.7 மில்லியன் km. அதன் அளவிடப்பட்ட கோண விட்டம் 35.72" எனில் ஜீபிடரின் விட்டத்தை கணக்கிடுக.

   (விடை: 1.428 x 10^5 km)

5. ஒரு தனி ஊசலின் நீளத்தின் அளவிடப்பட்ட மதிப்பு 20 cm மற்றும் 2 mm துல்லியத் தன்மை கொண்டது. மேலும் 50 அலைவுகளுக்கான கால அளவு 40 s மற்றும் பகுதிறன் 1 s ஆகும் எனில் புவியீர்ப்பு முடுக்கம் (g) கணக்கிடுதலில் துல்லியத்தின் சதவீதத்தைக் கணக்கிடுக.

   (விடை: 6%)

V. கருத்துரு வினாக்கள்

1. விண்மீன்களின் தொலைவை km இல் அளவிடாமல் ஒளியாண்டு அல்லது பர்செக் அலகில் குறிப்பிடுவது சிறந்தது, ஏன்?

2. 20 பிரிவுகள் கொண்ட நகரும் அளவுகோலைக் கொண்ட வெர்னியர் அளவியை விட 1 mm புரிக்கோலும், 100 பிரிவுகளும் கொண்ட திருகு அளவி சிறந்தது என நிரூபி.

3. வேறு கோளில் மனிதன் உள்ளபோது எந்த அடிப்படை அளவுகளில் மாற்றம் நிகழும் ? ஏன்?

4. அனைத்து அலகுகளின் அணுப்படித்தரம் மிகவும் பயனுள்ளதா – விவரி.

5. பரிமாண முறையானது மூன்றுக்கு உட்பட்ட இயற்பியல் அளவுகள் உள்ள சமன்பாடுகளுக்கு மட்டுமே பொருந்தும் ஏன்?

மேற்கோள் நூல்கள் (BOOKS FOR REFERENCE)

1. Karen Cummings, Priscilla Laws, Edward Reddish, Pattrick Cooney, Understanding Physics, Wiley India Pvt LTd 2nd edition 2007.
2. Sears and Zemansky's College Physics, Pearson Education Ltd, 10th Edition, 2016.
3. Halliday. D and Resnick.R Physics. Part-I, Wiley Easter, New Delhi.
4. Sanjay Moreshwar Wagh and Dilip Abasaheb Deshpande Essentials of Physics Volume I, PHI learning Pvt Ltd, New Delhi, 2013.
5. James S. Walker, Physics, Addition – Wesley Publishers, 4th Edition

இணையச் செயல்பாடு

திருகு அளவி மற்றும் வெர்னியர் அளவுகோல்

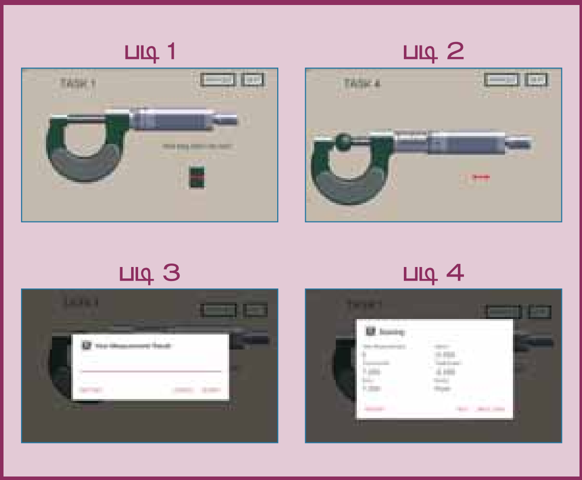
அளவிட்டு மகிழ்.

படிகள்

- கீழ்க்காணும் உரலி / விரைவுக் குறியீட்டைப் பயன்படுத்தித் திருகு அளவியின் பக்கத்திற்குச் செல்லவும்.
- பொருளின் தடிமனையோ / விட்டத்தினையோ அளப்பதற்குத் திருகு அளவியில் சரியான முறையில் அப்பொருளைப் பொருத்தவும். திருகு அளவியின் திருகைச் சரி செய்வதன் மூலம் பொருளைச் சரியான வகையில் பொருத்த முடியும்.
- Answer பொத்தானைச் சொடுக்கி அளவீட்டின் முடிவை அறிந்துகொள்ளலாம். மதிப்பை உள்ளீடு செய்ய Submit என்னும் பொத்தானைச் சொடுக்கி, மதிப்பு சரியா தவறா என்பதைச் சரி பார்க்கவும்.
- Next என்னும் பொத்தானை அழுத்தி வெவ்வேறு பொருள்களின் தடிமனையோ / விட்டத்தினையோ அளவீடு செய்யலாம்.

படிகள்

- கீழ்க்காணும் உரலியைப் பயன்படுத்தி வெர்னியர் அளவியின் பக்கத்திற்குச் செல்லவும். "Play" என்னும் பொத்தானை அழுத்திச் செயல்பாட்டைத் தொடங்கவும்.
- அலகினைத் தேர்ந்தெடுக்கவும். பின்னர் அளவுகோலுக்கு மேலே தரப்பட்டிருக்கும் கீழிறக்கப் பட்டியலில் இருந்து 'Zero Error' என்பதைத் தேர்ந்தெடுக்கவும்.
- நகரக்கூடிய வெர்னியர் அளவுகோலினை அழுத்தி இழுக்கவும் (Click and drag). நீல நிறப் பொருளை இரண்டிற்கும் நடுவில் இருக்குமாறு அமைக்கவும். அளவீட்டைக் கண்டுபிடித்து செயல்பாட்டின் மேலே தரப்பட்டிருக்கும் பெட்டியில் உள்ளீடு செய்க.
- நீல நிறப் பொருளின் அளவை மாற்றி அமைத்து, அந்த அளவினை வெர்னியர் அளவுகோலோடு பயன்படுத்திக் கண்டுபிடிக்கப் பயிற்சி செய்யவும்.



திருகு அளவி உரலி:

https://play.google.com/store/apps/details?id=com.priantos.screwgaugegames&hl=en

வெர்னியர் அளவுகோல் உரலி:

http://iwant2study.org/ospsg/index.php/interactive-resources/physics/01-measurements/5-vernier-caliper#faqnoanchor

*படங்கள் அடையாளத்திற்கு மட்டும்.

* Flash Player or Java Script தேவையெனில் அனுமதிக்க.

B126_11_PHY_TM

அலகு

2 இயக்கவியல் (Kinematics)

இயற்கையின் அனைத்து விதிகளும் கணித மொழியில் எழுதப்பட்டுள்ளன.– கலிலியோ

கற்றலின் நோக்கங்கள்:

இந்த அலகில் மாணவர்கள் அறிந்து கொள்ள இருப்பது

32NRJ5

- இயக்கங்களின் பல்வேறு வகைகள் (நேர்க்கோட்டு இயக்கம், சுழற்சி இயக்கம் மற்றும் அலைவியக்கம்)
- பொருட்களின் இயக்கத்தினை விளக்குவதில் குறிப்பாயங்களின் பங்கு
- வெக்டர்கள், ஸ்கேலர்கள் மற்றும் அவற்றின் பண்புகள்
- இயற்பியலில் வெக்டர் மற்றும் ஸ்கேலர் பெருக்கல்களின் முக்கியத்துவம்
- வகைநுண்கணிதம் மற்றும் தொகை நுண்கணிதங்களின் அடிப்படை
- இடப்பெயர்ச்சி, கடந்த தொலைவு மற்றும் நேரத்தைப் பொறுத்து அவற்றில் ஏற்படும் மாற்றங்கள் பற்றிய கருத்துகள்
- வேகம், திசைவேகம், முடுக்கம் மற்றும் அவற்றின் வரைபடங்கள் பற்றிய கருத்துகள்
- சார்புத் திசைவேகம்
- சீரான முடுக்கத்தில் இயங்கும் பொருள்களின் இயக்கச் சமன்பாடுகள்
- புவியீர்ப்பு விசையினால் பொருளில் ஏற்படும் பல்வேறு இயக்கங்கள் பற்றிய பகுப்பாய்வு
- ரேடியன் மற்றும் டிகிரி
- சீரான வட்ட இயக்கம், மையநோக்கு முடுக்கம் மற்றும் மையநோக்கு விசை

2.1 அறிமுகம்

இயற்பியல், அடிப்படையில் ஒரு சோதனை அடிப்படையிலான அறிவியல் (Experimental Science) ஆகும். இது சோதனை மற்றும் கணிதம் என்ற இரண்டுதூண்களின்மீதுநிலைநிறுத்தப்பட்டுள்ளது. இரண்டாயிரத்து முன்னூறு ஆண்டுகளுக்கு முன்னர் கிரேக்க நூலகர் இராட்டோஸ்தெனிஸ் (Eratosthenes) என்பவர் புவியின் ஆரத்தை அளவீடு செய்தார். மிக நீண்ட இடைவெளிக்குப் பின்னர், 20ஆம் நூற்றாண்டின் துவக்கத்தில்தான் அணுவின் அளவு அளவீடு செய்யப்பட்டது. இயற்பியலின் மையக்கருத்தாக இயக்கம் உள்ளது. அணுத்துகள்களின் இயக்கத்திலிருந்து, பிரபஞ்சத்தில் உள்ள கோள்களின் இயக்கம் வரை இயற்கையின் அனைத்து நிலைகளிலும் இயக்கம் இருக்கிறது. சுருங்கக்கூறின் முழு பிரபஞ்சமே பல்வேறு வகையான இயக்கங்களின் தொகுப்பாக உள்ளது. இந்த பல்வேறு வகையான இயக்கங்களும் கணித மொழியில் விவரிக்கப்பட்டுள்ளன.

பொருள் எவ்வாறு இயங்குகிறது? எவ்வளவு வேகமாக அல்லது மெதுவாக இயங்குகிறது? எடுத்துக்காட்டாக, பத்து தடகளவீரர்கள் ஓர் ஓட்டப்பந்தயத்தில் ஓடுகின்றனர் ஆனால், அனைவரும் ஒரே வேகத்தில் ஓடுவதில்லை. அவர்களின் ஓட்டத்தினை நாம் நடைமுறையில் பயன்படுத்தும் வார்த்தைகளான மிக வேகமாக,

வேகமாக, மெதுவாக, மிக மெதுவாக என்பன போன்ற வார்த்தைகளைக் கொண்டு அளவீடு செய்ய இயலாது. அளவீடு செய்வது என்றால் ஒவ்வொரு வீரரின் ஓட்டத்திற்கும் எண்களை வழங்கி, அவ்வெண்களை ஒப்பீடு செய்வதன் மூலம் ஒரு வீரரின் ஓட்டத்தினை மற்ற வீரர்களின் ஓட்டத்தோடு ஒப்பிட்டுப் பார்க்க முடியும்.

இந்த அலகில், இயக்கத்தினை எண்மதிப்பு மற்றும் திசையின் அடிப்படையில் பகுத்துப் பார்ப்பதற்குத் தேவையான அடிப்படை கணிதவியல் முறைகள் விளக்கப்பட்டுள்ளன. இயக்கத்தினை ஏற்படுத்தும் விசையைக் கருத்தில் கொள்ளாமல் இயக்கத்தைப் பற்றி மட்டும் கூறுவது இயக்கவியல் (Kinematics) ஆகும். கினமா (Kinema) என்ற கிரேக்க வார்த்தையின் பொருள் இயக்கமாகும். இயக்கவியலை இயங்கியல் என்றும் அழைக்கலாம்.

2.2 ஓய்வு மற்றும் இயக்கம் பற்றிய கருத்து

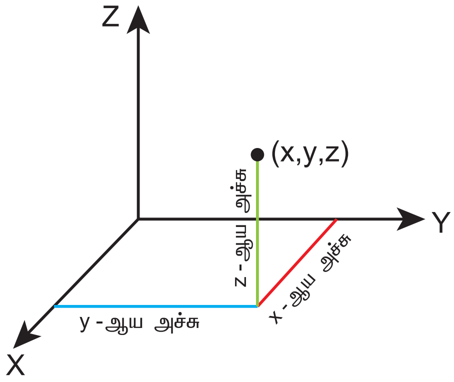
ஓய்வு மற்றும் இயக்கம் பற்றிய கருத்தை, பின்வரும் விளக்கத்திலிருந்து நன்கு புரிந்துகொள்ளலாம். (படம் 2.1). ஓடும் பேருந்தின் உள்ளே அமர்ந்திருக்கும் நபர், அவரின் அருகே உள்ளவரைப் பொறுத்து ஓய்வு நிலையிலும், பேருந்திற்கு வெளியே நின்று கொண்டிருப்பவரைப் பொறுத்து இயக்கநிலையிலும் உள்ளார். ஓய்வுநிலை மற்றும் இயக்க நிலை பற்றிய கருத்துகள், குறிப்பாயத்தை பொறுத்து வேறுபடும். ஓய்வு அல்லது இயக்கத்தினைப் புரிந்து கொள்வதற்கு நமக்குத் தகுந்த நிலையான குறிப்பாயம் தேவை.

படம் 2.1 குறிப்பாயம்

குறிப்பாயம்

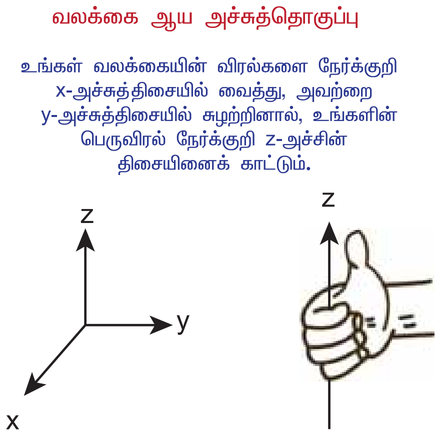
எந்த ஒரு ஆய அச்சுத்தொகுப்பினைப் பொறுத்து பொருளொன்றின் நிலை குறிப்பிடப்படுகிறதோ, அந்த ஆய அச்சுத் தொகுப்பிற்கு குறிப்பாயம் என்று பெயர்.

எந்த ஒரு குறிப்பிட்ட நேரத்திலும் ஒரு பொருளின் நிலையினை விவரிக்கப் பயன்படும், ஆய அச்சுக்கள் (x, y, z) (அதாவது x,y மற்றும் z அச்சுகளில் பொருளின் தொலைவு) கொண்ட குறிப்பாயமே கார்டீசியன் ஆய அச்சுத் தொகுப்பு எனப்படும். இது படம் 2.2 இல் காட்டப்பட்டுள்ளது.



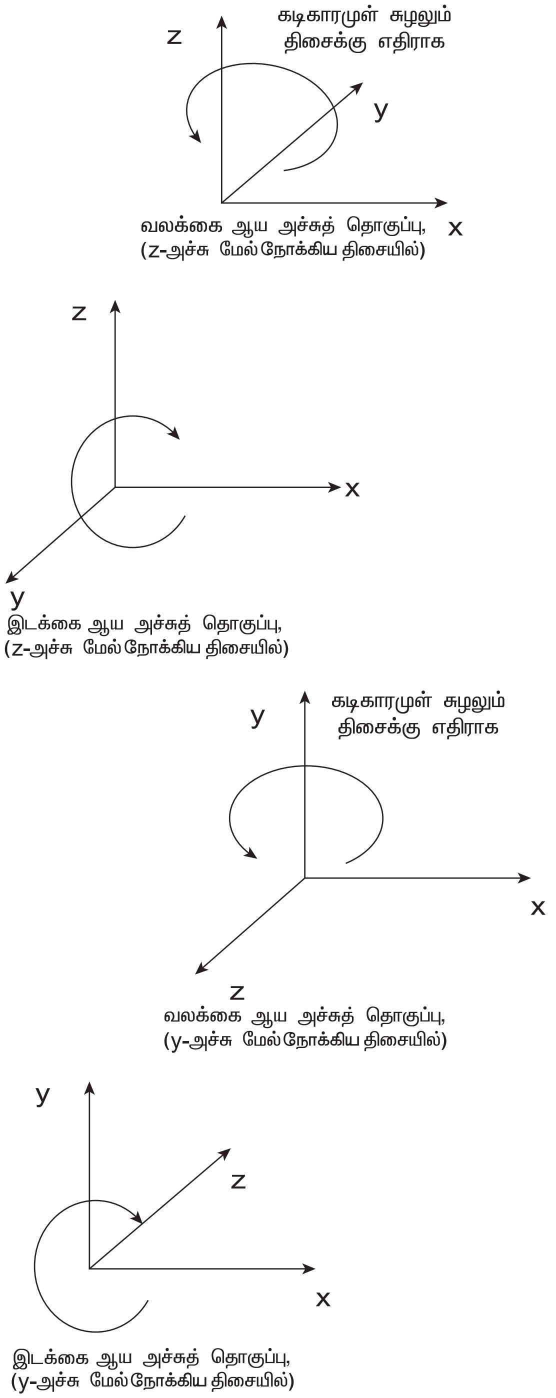
படம் 2.2 கார்டீசியன் ஆய அச்சுத்தொகுப்பு

x, y மற்றும் z அச்சுக்கள் வரிசைப்படி கடிகாரமுள் சுழலும் திசைக்கு எதிர்திசையில் உள்ளவாறு வரையப்படும் என்பதை நினைவில் கொள்ளவும். மேலும் அவற்றை வலக்கை கார்டீசியன் ஆய அச்சுத்தொகுப்பு என அழைக்கலாம். வெவ்வேறு ஆய அச்சுத்தொகுப்புகள் இயற்பியலில் உள்ளபோதும், மரபுப்படி நாம் வலக்கை ஆய அச்சுத் தொகுப்பினையே பின்பற்றுகிறோம். வலக்கை ஆய அச்சுத்தொகுப்பு படம் 2.3 இல் காட்டப்பட்டுள்ளது.



படம் 2.3 வலக்கை ஆய அச்சுத்தொகுப்பு

பின்வரும் படம் 2.4 வலக்கை மற்றும் இடக்கை ஆய அசசுத் தொகுப்புகளின் வேறுபாடுகளை எடுத்துக்காட்டுகிறது.



படம் 2.4 வலக்கை மற்றும் இடக்கை ஆய அச்சுத்தொகுப்புகள்

புள்ளி நிறை (Point mass)

ஒரு குறிப்பிட்ட நிறை கொண்ட பொருளின் இயக்கத்தினை விளக்க, "புள்ளி நிறை" என்ற கருத்து தேவைப்படுகிறது. மேலும் புள்ளி நிறை என்ற கருத்து மிகவும் பயனுள்ளதாகவும் இருக்கிறது. பொருளின் நிறை முழுவதும் ஒரு குறிப்பிட்ட புள்ளியில் செறிந்திருப்பதாகக் கருதினால், இப்படிப்பட்ட நிறையே "புள்ளி நிறை" என அழைக்கப்படுகிறது. புள்ளி நிறைக்கு வடிவமோ, அமைப்போ இல்லை. கணிதவியல்படி புள்ளி நிறை என்பது சுழி பரிமாணமுடையது. ஆனால் வரம்புக்குட்பட்ட நிறை உள்ளது. இருப்பினும் புள்ளி நிறை என்பது நடைமுறையில் சாத்தியமில்லை. சில நேரங்களில் இக்கருத்து நமது கணக்கீடுகளை எளிமைப்படுத்தும். புள்ளி நிறை என்பது ஒன்றினைச் சார்ந்த கருத்து, அது நாம் பகுப்பாய்வு செய்யும் பொருளின் இயக்கம் மற்றும் பொருள் இயங்கும் குறிப்பாயம் இவற்றைப் பொறுத்து மட்டுமே அர்த்தமுடையதாகிறது.

எடுத்துக்காட்டுகள்

- சூரியனைப் பொறுத்து புவியின் இயக்கத்தினைப் பகுப்பாய்வு செய்யும்போது, புவி ஒரு புள்ளி நிறையாகக் கருதப்படும். ஏனெனில் புவியின் அளவுடன் ஒப்பிடும் போது, புவிக்கும் சூரியனுக்கும் இடையே உள்ள தொலைவு மிக அதிகம்.
- காற்றில் வீசி எறியப்பட்ட சிறிய கல் போன்ற ஒழுங்கற்ற வடிவமுடைய பொருளின் இயக்கத்தினைப் பகுப்பாய்வு செய்யும் போது, இந்தக் கல்லினை ஒரு புள்ளி நிறையாகக் கருதலாம். ஏனென்றால், கல் கடந்த தொலைவுடன் ஒப்பிடும் போது, கல்லின் அளவு மிகச்சிறியது.

இயக்கத்தின் வகைகள்

அன்றாட வாழ்வில் கீழ்க்கண்ட வகையான இயக்கங்களை நாம் காணலாம்.

அ) நேர்க்கோட்டு இயக்கம்

ஒரு பொருள் நேர்க்கோட்டில் இயங்கினால் அவ்வியக்கம் நேர்க்கோட்டு இயக்கம் என அழைக்கப்படும்.

எடுத்துக்காட்டுகள்

- நேரான ஓடுபாதையில் ஓடும் தடகள வீரர்
- புவியினை நோக்கி விழும் பொருள்

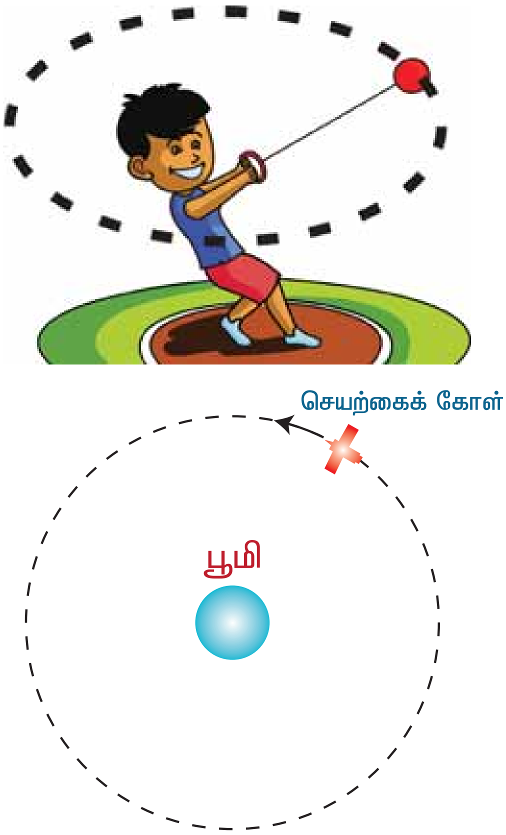
ஆ) வட்ட இயக்கம்

வட்டப்பாதையில் இயங்கும் பொருளின் இயக்கம், வட்ட இயக்கம் என அழைக்கப்படும்.

எடுத்துக்காட்டுகள்

- கயிற்றில் கட்டப்பட்டு சுழற்றப்படும் கல்.
- புவியினைச் சுற்றிவரும் செயற்கைக் கோளின் இயக்கம்.

இவை படம் 2.5 இல் காட்டப்பட்டுள்ளன.



படம் 2.5 வட்ட இயக்கத்தின் எடுத்துக்காட்டுகள்

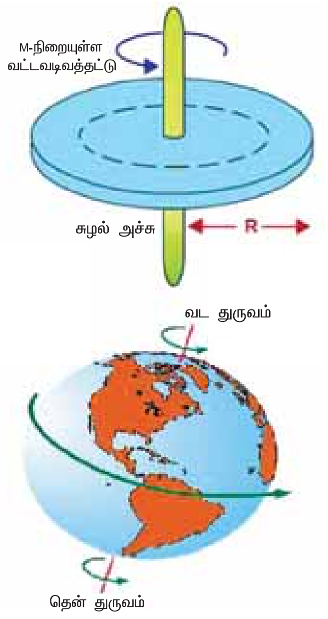
இ) சுழற்சி இயக்கம்

எந்த ஒரு திண்மப்பொருளும் ஒரு அச்சினைப் பொறுத்து சுழலும் போது, அவ்வியக்கம் சுழற்சி இயக்கம் என அழைக்கப்படும். அச்சுழற்சியின் போது திண்மப்பொருளில் உள்ள எந்த ஒரு புள்ளியும் அவ்வச்சினை பொறுத்து வட்ட இயக்கத்தை மேற்கொள்ளும். (சுழல் அச்சில் உள்ள புள்ளியைத் தவிர்த்து)

எடுத்துக்காட்டுகள்

- அச்சினைப் பொறுத்து சுழலும் வட்ட வடிவத்தட்டு
- அச்சினைப் பொறுத்து தன்னைத்தானே சுற்றும் புவி.

இவைகள் படம் 2.6 இல் காட்டப்பட்டுள்ளன.



படம் 2.6 சுழற்சி இயக்கத்தின் எடுத்துக்காட்டுகள்

ஈ) அதிர்வு இயக்கம்

பொருளொன்று நிலையான ஒரு புள்ளியைப் பொறுத்து முன்னும் பின்னும் இயக்கத்தினை மேற்கொண்டால், அவ்வியக்கம் அதிர்வியக்கம் எனப்படும். சில நேரங்களில் இவ்வியக்கம் அலைவு இயக்கம் எனவும் அழைக்கப்படும்.

எடுத்துக்காட்டுகள்

- கிட்டார் (Guitar) இசைக்கருவியில் உள்ள அதிர்வடையும் கம்பி
- ஊஞ்சலின் இயக்கம்

இவை படம் 2.7 இல் காட்டப்பட்டுள்ளன

படம் 2.7 அதிர்வியக்கத்தின் எடுத்துக்காட்டுகள்

மேலே கூறப்பட்ட இயக்கங்கள் மட்டுமல்லாமல் நீள்வட்ட இயக்கம் மற்றும் வரிச்சுருள் இயக்கம் (Helical) போன்ற வேறு இயக்கங்களும் நடைமுறையில் சாத்தியமாகும்.

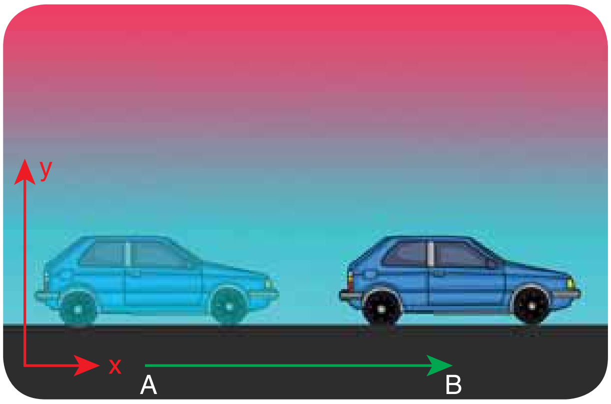
ஒருபரிமாண, இருபரிமாண மற்றும் முப்பரிமாண இயக்கம்

வெளியில் (Space) உள்ள துகள் ஒன்றின் நிலையானது x, y மற்றும் z செங்குத்து ஆய அச்சுகளின் அடிப்படையில் வரையறை செய்யப்படுகிறது எனக்கருதுக. இந்த ஆய அச்சு எண்கள் நேரத்தைப் பொறுத்து மாற்றமடையும் போது, துகள் இயக்கத்தில் உள்ளது எனக்கூறலாம். இருப்பினும் மூன்று ஆய அச்சுக்கூறு எண்களும் நேரத்தைப் பொறுத்து மாற்றமடைய வேண்டிய அவசியமில்லை. ஏதேனும் ஒன்று அல்லது இரண்டு ஆய அச்சுக்கூறு எண்கள் நேரத்தைப் பொருத்து மாற்றம் அடைந்தாலும், துகள் இயக்கத்தில் உள்ளது எனக்கூறலாம். எனவே ஒரு பொருளின் இயக்கம் கீழ்க்கண்டவாறு வகைப்படுத்தப்படுகிறது.

(i) ஒருபரிமாண இயக்கம்

துகள் ஒன்று நேர்க்கோட்டில் இயங்கினால் அவ்வியக்கம் ஒருபரிமாண இயக்கம் எனப்படும். சில நேரங்களில் இவ்வியக்கம் நேர்க்கோட்டு இயக்கம் (Linear motion / Rectilinear motion) எனவும் என அழைக்கப்படும். இவ்வகை இயக்கத்தில் மூன்று செங்குத்து ஆய அச்சுகளில் ஏதேனும் ஒரு ஆய அச்சுக்கூறு எண் மட்டுமே நேரத்தைப் பொறுத்து மாற்றமடையும்.

எடுத்துக்காட்டாக, A புள்ளியில் இருந்து B புள்ளிக்கு x திசையில் நகரும் பொருளின் இயக்கம் படம் 2.8 இல் காட்டப்பட்டுள்ளது. இங்கு x ஆய அச்சில் மட்டுமே மாற்றம் ஏற்படுகிறது என்பதை கவனிக்கவும்.



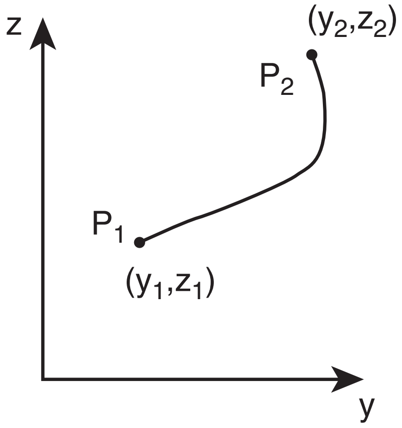
படம் 2.8 பொருளின் ஒருபரிமாண இயக்கம்

எடுத்துக்காட்டுகள்

- நேரான இருப்புப்பாதையில் இயங்கும் இரயில் வண்டி
- புவிஈர்ப்பு விசையால் தடையின்றி தானே விழும் பொருள்

(ii) இருபரிமாண இயக்கம்

தளம் ஒன்றில் வளைவு பாதையில் இயங்கும் துகளின் இயக்கத்தினை, இருபரிமாண இயக்கம் என்று அழைக்கலாம். இவ்வகை இயக்கத்தில் மூன்று செங்குத்து ஆய அச்சுகளில் இரண்டு ஆய அச்சுகள் மட்டுமே நேரத்தைப் பொருத்து மாற்றமடையும். துகள் ஒன்று y-z தளத்தில் இயங்கும்போது x– ஆய அச்சு எண்ணில் எவ்வித மாற்றமும் இல்லை ஆனால் y மற்றும் z ஆய அச்சு எண்களில் மாற்றம் ஏற்படுகிறது. இது படம் 2.9 யில் காட்டப்பட்டுள்ளது.



படம் 2.9 துகள் ஒன்றின் இருபரிமாண இயக்கம்

எடுத்துக்காட்டுகள்

- கேரம் பலகையில் (Carrom board) இயங்கும் வில்லை.
- அறை ஒன்றின் தளத்தில் அல்லது சுவற்றில் ஊர்ந்து செல்லும் பூச்சி.

(iii) முப்பரிமாண இயக்கம்

முப்பரிமாண வெளியில் இயங்கும் துகளின் இயக்கம், முப்பரிமாண இயக்கம் எனப்படும். இவ்வகை இயக்கத்தில் மூன்று ஆய அச்சுக்கூறுகளும், நேரத்தைப் பொருத்து மாற்றமடையும். துகளின் முப்பரிமாண இயக்கத்தில், ஆய அச்சுக்கூறுகள் x, y மற்றும் z ஆகிய மூன்றும் மாற்றமடையும்.

எடுத்துக்காட்டுகள்

- வானில் பறக்கும் பறவை
- ஒழுங்கற்ற முறையில் இயங்கும் வாயு மூலக்கூறுகள்
- வானில் பறக்கும் பட்டம்

2.3 வெக்டர் இயற்கணிதம் பற்றிய அடிப்படைக் கருத்துக்கள்

இயற்பியலில், சில அளவுகள் எண்மதிப்பை மட்டுமே பெற்றுள்ளன. வேறு சில அளவுகள் எண்மதிப்பு மற்றும் திசை இரண்டையும் பெற்றுள்ளன. இந்த இயற்பியல் அளவுகளைப் புரிந்துகொள்வதற்கு, வெக்டர் மற்றும் ஸ்கேலரின் பண்புகளைப் பற்றி அறிந்து கொள்வது அவசியமாகும்.

ஸ்கேலர்

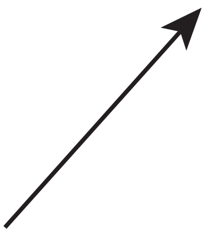
எண்மதிப்பினால் மட்டுமே குறிப்பிடக்கூடிய அளவுகள் ஸ்கேலர் எனப்படும். இயற்பியலில் பல்வேறு அளவுகள் ஸ்கேலரால் குறிப்பிடப்படுகின்றன.

எடுத்துக்காட்டுகள்

கடந்த தொலைவு, நிறை, வெப்பநிலை, வேகம் மற்றும் ஆற்றல்

வெக்டர்

எண்மதிப்பு மற்றும் திசை இவை இரண்டினாலும் குறிப்பிடக்கூடிய அளவுகள் வெக்டர் எனப்படும். வடிவகணித முறையில் வெக்டர் என்பது ஒரு குறிப்பிட்ட திசையைக் காட்டும் கோட்டுத்துண்டு ஆகும். இது படம் 2.10 யில் காட்டப்பட்டுள்ளது. இயற்பியலில் சில அளவுகள் வெக்டரால் மட்டுமே குறிப்பிட இயலும்.



படம் 2.10 வடிவகணித முறையில் குறிப்பிடப்பட்ட வெக்டர்

எடுத்துக்காட்டுகள்

விசை, திசைவேகம், இடப்பெயர்ச்சி, நிலை வெக்டர், முடுக்கம், நேர்க்கோட்டு உந்தம் மற்றும் கோண உந்தம்

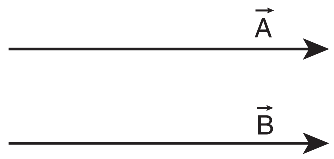
2.3.1 வெக்டரின் எண்மதிப்பு

ஒரு வெக்டரின் நீளம் அதன் எண்மதிப்பு எனப்படும். இது எப்போதும் நேர்க்குறி மதிப்பு பெற்றிருக்கும். சில நேரங்களில் வெக்டரின் எண்மதிப்பு வெக்டரின் தரம் (Norm of the vector) எனவும் அழைக்கப்படும். $\vec{A}$, என்ற வெக்டரின் எண்மதிப்பு $|\vec{A}|$ அல்லது எளிமையாக 'A' எனவும் குறிப்பிடப்படுகிறது. (படம் 2.11)

படம் 2.11 வெக்டரின் எண்மதிப்பு

2.3.2 வெக்டரின் வகைகள்

(1) **சம வெக்டர்கள்:** $\vec{A}$ மற்றும் $\vec{B}$ என்ற இரண்டு வெக்டர்கள் ஒரே எண்மதிப்பையும், ஒரே திசையிலும் செயல்பட்டு ஒரே இயற்பியல் அளவினைக் குறிப்பிட்டால், அவ்வெக்டர்கள் சமவெக்டர்கள் என்று அழைக்கப்படும். (படம் 2.12)

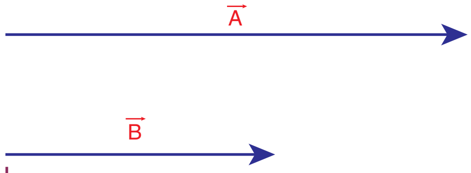


படம் 2.12 வடிவகணித முறையில் சமவெக்டர்கள்

(அ) **ஒரு கோட்டு வெக்டர்கள்:** ஒரே கோட்டின் வழியே செயல்படும் வெக்டர்கள் ஒரு கோட்டு வெக்டர்கள் என்று அழைக்கப்படுகிறது. அவ்வெக்டர்களுக்கு இடைப்பட்ட கோணம் $0°$ அல்லது $180°$ ஆகும். ஒரு கோட்டு வெக்டர்கள் இரண்டு வகைப்படும்.

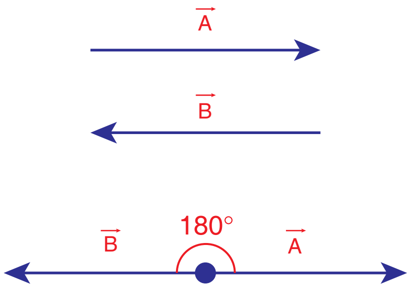
(i) **இணைவெக்டர்கள்:** $\vec{A}$ மற்றும் $\vec{B}$ என்ற இரண்டு வெக்டர்கள், ஒரே திசையிலும் இணைகோடுகள் வழியாகவும் செயல்பட்டால் அவற்றை இணை வெக்டர்கள் என்று

அழைக்கலாம். இணைகோடுகள் வழியே செயல்படுவதால் அவற்றுக்கு இடையே உள்ள கோணம் 0° ஆகும். (படம் 2.13)



படம் 2.13 வடிவகணித முறையில் இணை வெக்டர்கள்

(ii) **எதிர் – இணை வெக்டர்கள்:** $\vec{A}$ மற்றும் $\vec{B}$ என்ற இரண்டு வெக்டர்கள், எதிரெதிர் திசையில் ஒரே கோட்டில் அல்லது இணைகோடுகள் வழியாக செயல்பட்டால் அவற்றை எதிர்–இணை வெக்டர்கள் என்று அழைக்கலாம். (படம் 2.14)



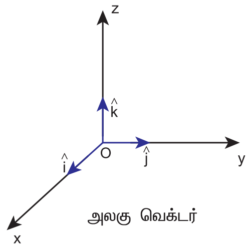
படம் 2.14 வடிவகணித முறையில் எதிர் இணை வெக்டர்கள்

(2) **ஓரலகு வெக்டர்:** ஒரு வெக்டரை அதன் எண்மதிப்பால் வகுக்கக்கிடைப்பது ஓரலகு வெக்டர் ஆகும். $\vec{A}$ வெக்டரின் ஓரலகு வெக்டர் $\hat{A}$ எனக் குறிப்பிடப்படும் (A கேப் அல்லது A ஹேட் (hat) எனப் படிக்கவும்) இதன் எண்மதிப்பு ஒன்று அல்லது ஓரலகு ஆகும்.

$$\hat{A} = \frac{\vec{A}}{A} \text{ எனவே } \vec{A} = A\hat{A} \text{ எனவும் எழுதலாம்.}$$

எனவே, ஓரலகு வெக்டர், வெக்டரின் திசையினை மட்டுமே காட்டும்.

(3) **செங்குத்து ஓரலகு வெக்டர்கள்:** மூன்று ஓரலகு வெக்டர்கள் $\hat{i}$, $\hat{j}$ மற்றும் $\hat{k}$ ஆகியவற்றைக் கருதுக. இந்த மூன்று ஓரலகு வெக்டர்களும் x, y மற்றும் z அச்சின் நேர்குறி திசையினைக் காட்டுகின்றன. இவற்றில், எந்த இரண்டு ஓரலகு வெக்டர்களுக்கு இடையே உள்ள கோணம் 90° ஆகும். இவ்வாறு ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தாகச் செயல்படும் ஓரலகு வெக்டர்களுக்கு செங்குத்து ஓரலகு வெக்டர்கள் என்றும் பெயர். இங்கு $\hat{i}$, $\hat{j}$ மற்றும் $\hat{k}$ என்பவை செங்குத்து ஓரலகு வெக்டர்களைக் குறிக்கிறது. இது படம் 2.15 ல் காட்டப்பட்டுள்ளது.



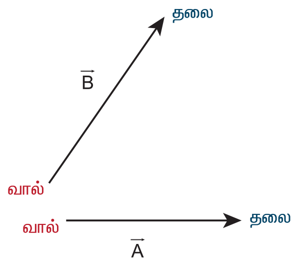
படம் 2.15 செங்குத்து ஓரலகு வெக்டர்கள்

2.3.3 வெக்டர்களின் கூடுதல்

வெக்டர்கள், எண்மதிப்பு மற்றும் திசை இவ்விரண்டையும் பெற்றுள்ளதால், சாதாரண இயற்கணித முறையில் அவற்றின் கூடுதலைக் காண இயலாது. எனவே, வெக்டர்களை வடிவியல் முறையிலோ அல்லது பகுப்பு முறையிலோ சில விதிகளைப்பயன்படுத்தி அவற்றின் கூடுதலைக் காண வேண்டும். இம்முறைக்கு வெக்டர் இயற்கணிதம் என்று பெயர். ஒன்றுக்கொன்று சாய்ந்த நிலையில் உள்ள இரண்டு வெக்டர்களின் கூடுதலை (தொகுபயன்) (i) வெக்டர்களின் முக்கோணக் கூட்டல் விதி (ii) வெக்டர்களின் இணைகரவிதி ஆகிய இரண்டு விதிகளைப் பயன்படுத்திக் காணலாம்.

வெக்டர்களின் முக்கோணவிதி:

படம் 2.16 யில் காட்டப்பட்டுள்ள $\vec{A}$ மற்றும் $\vec{B}$ என்ற இரண்டு வெக்டர்களின் தொகுபயனை வெக்டர்களின் முக்கோணக் கூட்டல் விதியைப் பயன்படுத்தி காணலாம்.

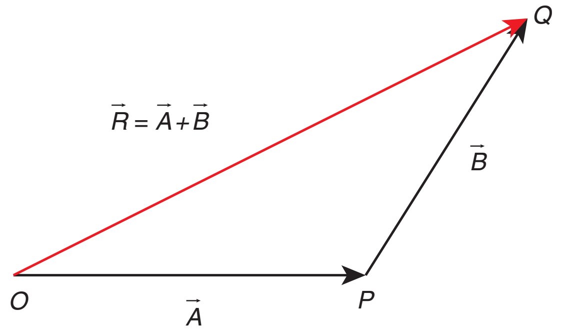


படம் 2.16 வெக்டர்களின் தலை மற்றும் வால் பகுதிகள்

இரண்டு வெக்டர்களின் தொகுபயனை, வெக்டர்களின் முக்கோண விதியினை பயன்படுத்தி கீழ்க்கண்டவாறு காணலாம். $\vec{A}$ மற்றும் $\vec{B}$ என்ற இரண்டு சுழியற்ற வெக்டர்கள் வரிசைபடி ஒரு முக்கோணத்தின் அடுத்தடுத்த பக்கங்களாகக் கருதப்பட்டால், அவற்றின் தொகுபயன், எதிர்வரிசையில் எடுக்கப்பட்ட அம்முக்கோணத்தின் மூன்றாவது பக்கத்தினால் குறிப்பிடப்படும். இது படம் 2.17 யில் காட்டப்பட்டுள்ளது. இது பின்வருமாறு விளக்கப்பட்டுள்ளது.

$\vec{A}$ வெக்டரின் தலைப்பகுதி $\vec{B}$ வெக்டரின் வால்பகுதியோடு இணைக்கப்பட்டுள்ளது. $\vec{A}$ வெக்டர் மற்றும் $\vec{B}$ வெக்டர்களுக்கு இடையே உள்ள கோணம் θ என்க. $\vec{A}$ வெக்டரின் வால்பகுதியையும், $\vec{B}$ இன் தலைப்பகுதியையும் இணைத்தால் தொகுபயன் வெக்டர் $\vec{R}$ கிடைக்கும். வடிவியல் முறையில் தொகுபயன் வெக்டர் $\vec{R}$ இன் எண்மதிப்பு அதன் நீளம் OQ க்குச் சமம். மேலும் தொகுபயன் வெக்டர் $\vec{R}$ மற்றும் $\vec{A}$ வெக்டருக்கு இடையே உள்ள கோணம், தொகுபயன் வெக்டரின் திசையைக் கொடுக்கும். எனவே $\vec{R} = \vec{A} + \vec{B}$ என எழுதலாம். ஏனெனில்

$$\overrightarrow{OQ} = \overrightarrow{OP} + \overrightarrow{PQ}$$

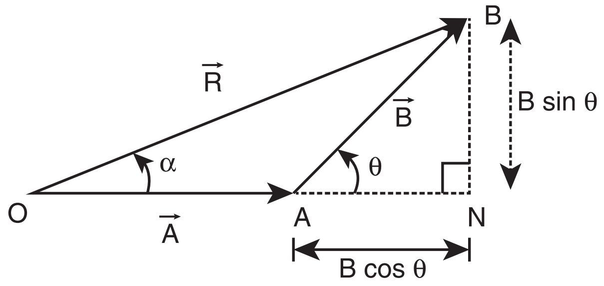


படம் 2.17 வெக்டர்களின் முக்கோணக்கூட்டல் விதி

(1) **தொகுபயன் வெக்டரின் எண்மதிப்பு:**

தொகுபயன் வெக்டரின் எண்மதிப்பு மற்றும் திசை கீழ்க்கண்டவாறு கணக்கிடப்படுகிறது.

படம் 2.18 இல் ABN என்ற செங்கோண முக்கோணத்தைக் கருதுக. படத்தில் OA என்ற பக்கத்தை நீட்டுவதன் மூலம் ABN என்ற செங்கோண முக்கோணம் கிடைக்கிறது.



படம் 2.18 வெக்டர்களின் முக்கோணக் கூட்டல் விதிப்படி தொகுபயன் வெக்டரின் எண்மதிப்பு மற்றும் திசை

$$\cos\theta = \frac{AN}{B} \therefore AN = B\cos\theta \text{ மற்றும்}$$

$$\sin\theta = \frac{BN}{B} \quad \therefore BN = B\sin\theta$$

ΔOBN ல் $OB^2 = ON^2 + BN^2$

$$\Rightarrow R^2 = (A + B\cos\theta)^2 + (B\ \sin\theta)^2$$

$$\Rightarrow R^2 = A^2 + B^2\cos^2\theta + 2AB\cos\theta + B^2\sin^2\theta$$

$$\Rightarrow R^2 = A^2 + B^2\left(cos^2\theta + sin^2\theta\right) + 2AB\cos\theta$$

$$\Rightarrow R^2 = A^2 + B^2 + 2AB\cos\theta$$

$$\Rightarrow R = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB\cos\theta}$$

இச்சமன்பாடு $\vec{A}$ மற்றும் $\vec{B}$ வெக்டர்களின் தொகுபயன் வெக்டரின் எண்மதிப்பைக் கொடுக்கும்.

(2) **தொகுபயன் வெக்டரின் திசை:**

$\vec{A}$ மற்றும் $\vec{B}$ வெக்டர் இடையே உள்ள கோணம் θ எனில்

$$\left|\vec{A} + \vec{B}\right| = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB\cos\theta} \qquad (2.1)$$

$\vec{R}$ வெக்டர் $\vec{A}$ வெக்டருடன் ஏற்படுத்தும் கோணம் α எனில் ΔOBN ல்

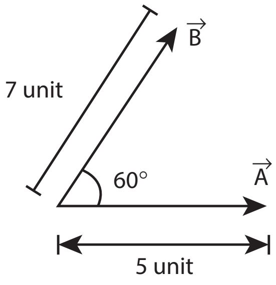
$$\tan\alpha = \frac{BN}{ON} = \frac{BN}{OA + AN}$$

$$\tan\alpha = \frac{B\sin\theta}{A + B\cos\theta}$$

$$\Rightarrow \alpha = \tan^{-1}\left(\frac{B\sin\theta}{A + B\cos\theta}\right)$$

எடுத்துக்காட்டு 2.1

$\vec{A}$ மற்றும் $\vec{B}$ என்ற இரண்டு வெக்டர்கள் ஒன்றுக்கொன்று 60° கோணத்தில் சாய்ந்த நிலையில் உள்ளன. அவற்றின் எண்மதிப்புகள் முறையே 5 அலகுகள் மற்றும் 7 அலகுகள் ஆகும். தொகுபயன் வெக்டரின் எண்மதிப்பு மற்றும் $\vec{A}$ யைப் பொருத்து தொகுபயன் வெக்டரின் திசை ஆகியவற்றைக் காண்க.

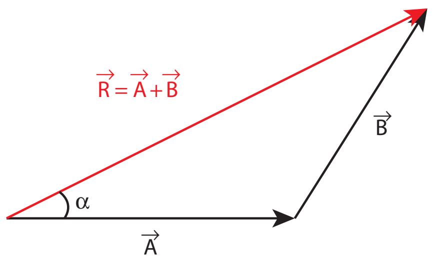


தீர்வு

வெக்டர்களின் முக்கோணவிதிப்படி

தொகுபயன் வெக்டர் $\vec{R} = \vec{A} + \vec{B}$ என எழுதலாம்.

கீழ்க்கண்ட படம் வெக்டர்களின் கூடுதலை எவ்வாறு முக்கோணவிதியின் அடிப்படையில் காணலாம் என்பதை விளக்குகிறது.



தொகுபயன் வெக்டரின் $(\vec{R})$ எண்மதிப்பு

$$R = |\vec{R}| = \sqrt{5^2 + 7^2 + 2 \times 5 \times 7 \cos 60^\circ}$$

$$R = \sqrt{25 + 49 + \frac{70 \times 1}{2}} = \sqrt{109} \text{ அலகுகள்}$$

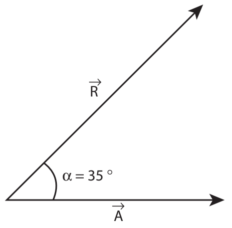
$\vec{R}$ மற்றும் $\vec{A}$ க்கு இடையே உள்ள கோணம் α (தொகுபயன் வெக்டரின் திசை) கீழ்க்கண்டவாறு கணக்கிடப்படுகிறது.

$$\tan\alpha = \frac{B\sin\theta}{A + B\cos\theta} \qquad (2.2)$$

எனவே,

$$\tan\alpha = \frac{7 \times \sin 60^\circ}{5 + 7\cos 60^\circ} = \frac{7\sqrt{3}}{10 + 7} = \frac{7\sqrt{3}}{17} \cong 0.713$$

$$\therefore \alpha \cong 35^\circ$$

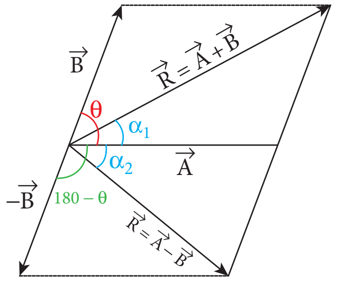


குறிப்பு தொகுபயன் வெக்டரின் எண்மதிப்பு மற்றும் திசையை வெக்டர்களின் இணைகர விதியைப்பயன்படுத்தியும் காணலாம். இதுபின் இணைப்பு 2 (A 2.1) இல் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

2.3.4 வெக்டர்களின் கழித்தல்

வெக்டர்கள் எண்மதிப்பையும், திசையையும் பெற்றிருப்பதால் அவற்றை சாதாரண இயற்கணித விதிகளைப் பயன்படுத்திக் கழிக்க முடியாது. எனவே வெக்டர் கழித்தலை வடிவியல் முறை அல்லது பகுப்பு முறையில் காண வேண்டும். வடிவியல் முறையில் இரண்டு வெக்டர்களை எவ்வாறு கழிக்க வேண்டும் என்பது படம் 2.19 இல் காட்டப்பட்டுள்ளது.

$\vec{A}$ மற்றும் $\vec{B}$ என்ற இரண்டு சுழியற்ற வெக்டர்கள் θ கோணத்தில் ஒன்றுக்கொன்று சாய்ந்த நிலையில் உள்ளன. $\vec{A} - \vec{B}$ இன் தொகுபயன் மதிப்பு கீழ்க்காணுமாறு பெறப்படுகிறது. முதலில் படம் 2.19 இல் காட்டப்பட்டுள்ளவாறு $-\vec{B}$ ஐப் பெற வேண்டும். $\vec{A}$ மற்றும் $\vec{B}$ க்கு இடைப்பட்ட கோணம் $180^\circ - \theta$ ஆகும்.



படம் 2.19 வெக்டர்களின் கழித்தல்

$\vec{A}, \vec{B}$ இன் வேறுபாடு $\vec{A} - \vec{B}$ என்பதை, $\vec{A} + (-\vec{B})$ என்றும் எழுதலாம்.

சமன்பாடு (2.1) லிருந்து

$$\left|\vec{A} - \vec{B}\right| = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB\cos(180° - \theta)} \quad (2.3)$$

இங்கு $\cos(180° - \theta) = -\cos\theta$

$$\Rightarrow \left|\vec{A} - \vec{B}\right| = \sqrt{A^2 + B^2 - 2AB\cos\theta} \quad (2.4)$$

படம் 2.19 மற்றும் சமன்பாடு 2.2 ஐப் போன்ற மற்றொரு சமன்பாட்டிலிருந்து

$$\tan\alpha_2 = \frac{B\sin(180° - \theta)}{A + B\cos(180° - \theta)} \quad (2.5)$$

ஆனால் $\sin(180° - \theta) = \sin\theta$

$$\Rightarrow \tan\alpha_2 = \frac{B\sin\theta}{A - B\cos\theta} \quad (2.6)$$

$\vec{A}$, $\vec{B}$ வெக்டர்களின் வேறுபாடு $(\vec{A} - \vec{B})$ ஒரு வெக்டராகும். மேலும் அதன் எண்மதிப்பு மற்றும் திசையை சமன்பாடுகள் (2.4) மற்றும் (2.6) ஆகியவை கொடுக்கின்றன.

எடுத்துக்காட்டு 2.2

$\vec{A}$ மற்றும் $\vec{B}$ என்ற இரண்டு வெக்டர்கள் ஒன்றுக்கொன்று 60° கோணத்தில் சாய்ந்த நிலையில் உள்ளன. அவற்றின் எண்மதிப்புகள் முறையே 5 அலகுகள் மற்றும் 7 அலகுகள் ஆகும். தொகுபயன் வெக்டர் $\vec{A} - \vec{B}$ இன் எண்மதிப்பையும், $\vec{A}$ வெக்டரைப் பொருத்து தொகுபயன் வெக்டர் $\vec{A} - \vec{B}$ திசையையும் காண்க.

தீர்வு

சமன்பாடு (2.4) லிருந்து

$$\left|\vec{A} - \vec{B}\right| = \sqrt{5^2 + 7^2 - 2 \times 5 \times 7\cos 60°}$$

$$= \sqrt{25 + 49 - 35} = \sqrt{39} \text{ அலகுகள்}$$

$\vec{A}$ வெக்டரைப் பொருத்து $\vec{A} - \vec{B}$ ஏற்படுத்தும் திசை

$$\tan\alpha_2 = \frac{7\sin 60°}{5 - 7\cos 60°} = \frac{7\sqrt{3}}{10 - 7} = \frac{7}{\sqrt{3}} = 4.041$$

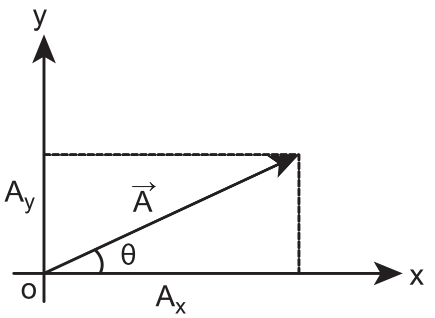
$$\alpha_2 = \tan^{-1}(4.041) \cong 76°$$

2.4 வெக்டர் கூறுகள் (COMPONENTS OF A VECTOR)

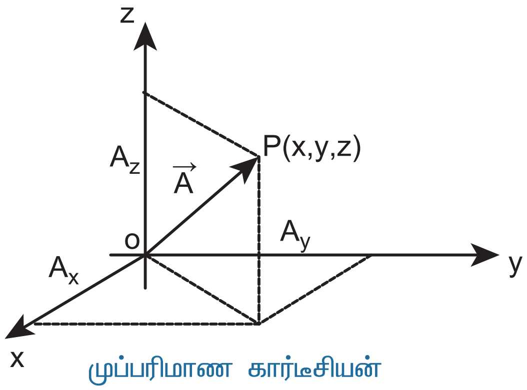
கார்டீசியன் ஆய அச்சுத் தொகுப்பில், எந்த ஒரு வெக்டரையும் $(\vec{A})$ x, y, மற்றும் z அச்சின் திசையில் செயல்படும் மூன்று கூறுகளாகப் பிரிக்கலாம். இது படம் 2.20 இல் காட்டப்பட்டுள்ளது.

முப்பரிமாண ஆய அச்சுத்தொகுப்பின்படி வெக்டர் ஒன்றை $(\vec{A})$ அதன் கூறுகளாக கீழ்க்கண்டவாறு எழுதலாம்.

$$\vec{A} = A_x\hat{i} + A_y\hat{j} + A_z\hat{k}$$



இரு பரிமாண கார்டீசியன் ஆய அச்சுத்தொகுப்பு



முப்பரிமாண கார்டீசியன் ஆய அச்சுத் தொகுப்பு

படம் 2.20 இருபரிமாண மற்றும் முப்பரிமாண வெக்டர் கூறுகள்

இங்கு A_x என்பது x – அச்சில் $\vec{A}$ வெக்டரின் கூறு

A_y என்பது y – அச்சில் $\vec{A}$ வெக்டரின் கூறு

மற்றும்

A_z என்பது z – அச்சில் $\vec{A}$ வெக்டரின் கூறு

இருபரிமாண ஆய அச்சுத் தொகுப்பின் படி வெக்டர் $\vec{A}$ இன் கூறுகளை கீழ்க்கண்டவாறு எழுதலாம். (படம் 2.20 இல் காட்டப்பட்டுள்ளது)

$$\vec{A} = A_x\hat{i} + A_y\hat{j}$$

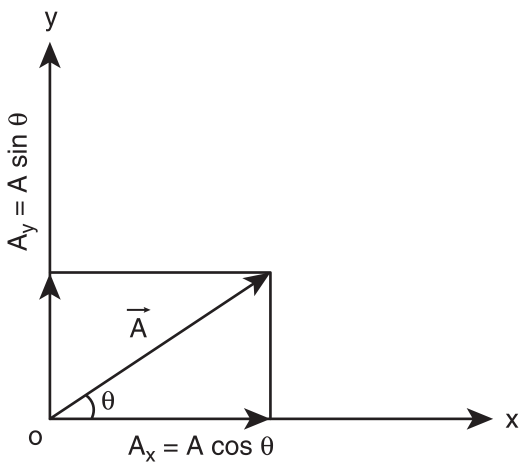
$\vec{A}$ ஆனது, x அச்சுடன் ஏற்படுத்தும் கோணம் θ, மேலும் A_x மற்றும் A_y என்பவை x அச்சு மற்றும் y அச்சில் $\vec{A}$ வெக்டரின் கூறுகள் எனில், படம் (2.21) லிருந்து

$$A_x = A\cos\theta$$

$$A_y = A\sin\theta$$

இங்கு 'A' என்பது $\vec{A}$ வெக்டரின் எண்மதிப்பு (நீளம்) ஆகும்.

$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$$



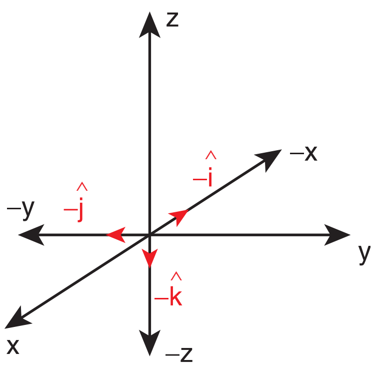
படம் 2.21 வெக்டர் பகுப்பு

எடுத்துக்காட்டு 2.3

எதிர்க்குறி x, y மற்றும் z அச்சுத் திசையில் செயல்படும் ஓரலகு வெக்டர்கள் யாவை?

தீர்வு

பின்வரும் படம், எதிர்க்குறி x, y மற்றும் z அச்சு திசையில் செயல்படும் ஓரலகு வெக்டர்களைக் காட்டுகிறது.



படத்திலிருந்து, எதிர்க்குறி x அச்சு, y அச்சு மற்றும் z அச்சு திசைகளில் செயல்படும் ஓரலகு வெக்டர்கள் முறையே $-\hat{i}, -\hat{j}$, மற்றும் $-\hat{k}$ ஆகும்.

2.4.1 வெக்டர் கூறுகளின் அடிப்படையில் வெக்டர்களின் கூடுதல்

இதுவரை வடிவியல் முறையில் இரண்டு வெக்டர்களின் கூடுதல் மற்றும் கழித்தல் ஆகியவற்றைப் பற்றிப் படித்தோம். தற்போது ஆய அச்சுத் தொகுப்பினைப் பயன்படுத்தி எவ்வாறு இரண்டு வெக்டர்களின் கூடுதல் மற்றும் அவற்றின் கழித்தலை எளிமையாகக் காணலாம் என்பதைப் பற்றிப் படிக்கலாம்.

கார்டீசியன் ஆய அச்சுத் தொகுப்பில் உள்ள இரண்டு வெக்டர்களை ($\vec{A}$ மற்றும் $\vec{B}$) கீழ்க்காணுமாறு எழுதலாம்.

$$\vec{A} = A_x\hat{i} + A_y\hat{j} + A_z\hat{k}$$

$$\vec{B} = B_x\hat{i} + B_y\hat{j} + B_z\hat{k}$$

கொடுக்கப்பட்ட இவ்விரண்டு வெக்டர்களின் x, y மற்றும் z அச்சுகளின் எண்களின் கூடுதலானது, இவ்விரண்டு வெக்டர்களின் கூடுதலுக்குச் சமமாகும். அதாவது

$$\vec{A} + \vec{B} = (A_x + B_x)\hat{i} + (A_y + B_y)\hat{j} + (A_z + B_z)\hat{k}$$

இதேபோன்று வெக்டர்களின் கழித்தலையும் காணலாம்

$$\vec{A} - \vec{B} = (A_x - B_x)\hat{i} + (A_y - B_y)\hat{j} + (A_z - B_z)\hat{k}$$

மேற்கண்ட இரண்டு விதிகளும், பகுப்பு முறையில் கொடுக்கப்பட்ட இரண்டு வெக்டர்களின் கூடுதல் மற்றும் கழித்தலைக் காண்பதற்கான வழிமுறையைக் கொடுக்கின்றன.

எடுத்துக்காட்டு 2.4

$\vec{A}$ மற்றும் $\vec{B}$ என்ற இரண்டு வெக்டர்கள் அவற்றின் கூறுகள் வடிவில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. $\vec{A} = 5\hat{i} + 7\hat{j} - 4\hat{k}$ மற்றும் $\vec{B} = 6\hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{k}$ எனில் கீழ்க்கண்டவற்றைக் காண்க.

$$\vec{A}+\vec{B}, \quad \vec{B}+\vec{A}, \quad \vec{A}-\vec{B}, \quad \vec{B}-\vec{A}$$

தீர்வு

$$\vec{A}+\vec{B} = (5\hat{i}+7\hat{j}-4\hat{k}) + (6\hat{i}+3\hat{j}+2\hat{k})$$
$$= 11\hat{i}+10\hat{j}-2\hat{k}$$
$$\vec{B}+\vec{A} = (6\hat{i}+3\hat{j}+2\hat{k}) + (5\hat{i}+7\hat{j}-4\hat{k})$$
$$= (6+5)\hat{i}+(3+7)\hat{j}+(2-4)\hat{k}$$
$$= 11\hat{i}+10\hat{j}-2\hat{k}$$
$$\vec{A}-\vec{B} = (5\hat{i}+7\hat{j}-4\hat{k}) - (6\hat{i}+3\hat{j}+2\hat{k})$$
$$= -\hat{i}+4\hat{j}-6\hat{k}$$
$$\vec{B}-\vec{A} = \hat{i}-4\hat{j}+6\hat{k}$$

$\vec{A}+\vec{B}$ மற்றும் $\vec{B}+\vec{A}$ ஒன்றுக்கொன்று சமம், ஆனால் $\vec{A}-\vec{B}$ மற்றும் $\vec{B}-\vec{A}$ ஆகியவை ஒன்றுக்கொன்று எதிராக உள்ளதை கவனிக்கவும்.

குறிப்பு

இரண்டு வெக்டர்களின் கூடுதலை கூறுகள் முறையில் காண்பது, ஆய அச்சுத்தொகுப்புகளைத் தேர்வு செய்வதைப் பொருத்தது. ஆனால் வடிவியல் முறையில் வெக்டர்களின் கூடுதல் மற்றும் கழித்தலைக் காண்பதற்கு ஆய அச்சுத்தொகுப்பு அவசியமில்லை.

2.5 ஒரு ஸ்கேலரால் வெக்டரைப் பெருக்குதல்

ஒரு ஸ்கேலரால் வெக்டரைப் பெருக்கும் போது, மற்றொரு வெக்டர் கிடைக்கும். λ என்ற ஒரு நேர்க்குறி எண்ணை $\vec{A}$ வெக்டருடன் பெருக்கும்போது கிடைக்கும் வெக்டர் $\lambda\vec{A}$ ஆகும். இதன் திசை $\vec{A}$ இன் திசையிலேயே இருக்கும். ஆனால் λ ஒரு எதிர்க்குறி எண் எனில் $\lambda\vec{A}$ இன் திசை $\vec{A}$ வெக்டரின் திசைக்கு எதிர்த்திசையில் இருக்கும்.

எடுத்துக்காட்டு 2.5

$\vec{A} = 2\hat{i} + 3\hat{j}$, எனில் $3\vec{A}$ ஐக் காண்க

தீர்வு

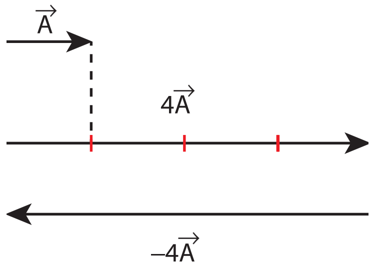
$$3\vec{A} = 3\left(2\hat{i}+3\hat{j}\right) = 6\hat{i}+9\hat{j}$$

$3\vec{A}$ வெக்டரின் திசை $\vec{A}$ வெக்டரின் திசையிலேயே இருக்கும்.

எடுத்துக்காட்டு 2.6

படத்தில் காட்டப்பட்டுள்ள $\vec{A}$ வெக்டரிலிருந்து $4\vec{A}$ மற்றும் $-4\vec{A}$ ஐ க் காண்க.

தீர்வு



இயற்பியலில் சில வெக்டர் அளவுகள், மற்றொரு வெக்டரின் ஸ்கேலர் மடங்காக இருப்பதைக் காணலாம்.

எடுத்துக்காட்டாக

(1) விசை $\vec{F} = m\vec{a}$ இங்கு நிறை 'm' ஒரு நேர்க்குறி ஸ்கேலர் மற்றும் முடுக்கம் $\vec{a}$ ஒரு வெக்டர் ஆகும். இங்கு விசையின் திசையிலேயே பொருள் முடுக்கமடைகிறது.

(2) உந்தம் $\vec{p} = m\vec{v}$ இங்கு $\vec{v}$ என்பது பொருளின் திசைவேகம். எனவே, $\vec{v}$ ஒரு வெக்டர் இங்கு பொருள் இயங்கும் திசையிலேயே நேர்கோட்டு உந்தமும் செயல்படுகிறது.

(3) ஒரு மின்புலத்தால், மின்னூட்டமுள்ள ஒரு துகளின் மீது செயல்படும் விசை $\vec{F} = q\vec{E}$, இங்கு 'q' என்பது மின்னூட்டம், ஒரு ஸ்கேலர் மற்றும் மின்புலம் $\vec{E}$ ஒரு வெக்டர். விசை $\vec{F}$ இன் திசை மின்னூட்டம் நேர்க்குறி எனில் $\vec{E}$ இன் திசையிலும், மின்னூட்டம் எதிர்க்குறி எனில் $\vec{E}$ திசைக்கு எதிர்த்திசையிலும் இருக்கும்.

2.5.1 இரண்டு வெக்டர்களின் ஸ்கேலர் பெருக்கல் (புள்ளிப் பெருக்கல்)

வரையறை

இரண்டு வெக்டர்களின் ஸ்கேலர் பெருக்கல் (புள்ளிப் பெருக்கல்) என்பது, அவ்விரண்டு வெக்டர்களின் எண்மதிப்புகள் மற்றும் அவ்விரண்டு வெக்டர்களுக்கு இடைப்பட்ட கோணத்தின் கொசைன் மதிப்பு ஆகியவற்றின் பெருக்கல் பலனுக்குச் சமமாகும்.

$\vec{A}$ மற்றும் $\vec{B}$ என்ற இரண்டு வெக்டர்களுக்கு இடைப்பட்ட கோணம் θ எனில் அவற்றின் ஸ்கேலர் பெருக்கல் கீழ்க்காணுமாறு வரையறை செய்யப்படுகிறது.

$\vec{A}\cdot\vec{B} = AB\cos\theta$ இங்கு A மற்றும் B ஆகியவை $\vec{A}$ மற்றும் $\vec{B}$ வெக்டர்களின் எண்மதிப்புகள் ஆகும்.

பண்புகள்

(i) ஸ்கேலர் பெருக்கலின் தொகுபயன் மதிப்பு எப்போதும் ஒரு ஸ்கேலர் ஆகும். இரண்டு வெக்டர்களுக்கு இடையே உள்ள கோணம் குறுங்கோணம் எனில் ($\theta < 90°$) ஸ்கேலர் பெருக்கலின் எண்மதிப்பு நேர்குறியுடனும், விரிகோணம் எனில் ($90° < \theta < 180°$) எதிர்குறியுடனும் இருக்கும்.

(ii) ஸ்கேலர் பெருக்கல் பரிமாற்று விதிக்கு உட்பட்டது. அதாவது $\vec{A}\cdot\vec{B} = \vec{B}\cdot\vec{A}$

(iii) ஸ்கேலர் பெருக்கல் பங்கீட்டு விதிக்கு உட்பட்டது அதாவது

$$\vec{A}.\left(\vec{B}+\vec{C}\right)=\vec{A}.\vec{B}+\vec{A}.\vec{C}$$

(iv) ஸ்கேலர் பெருக்கலின் படி இரண்டு வெக்டர்களுக்கு இடைப்பட்ட கோணம்

$$\theta = \cos^{-1}\left[\frac{\vec{A}\cdot\vec{B}}{AB}\right]$$

(v) இரண்டு வெக்டர்கள் இணையாக உள்ளபோது அதாவது θ = 0°, எனில் அவற்றின் ஸ்கேலர் பெருக்கல் பெருமம் ஆகும். ஏனெனில் cos 0° = 1

$$(\vec{A}\cdot\vec{B})_{\text{பெருமம்}} = AB$$

(vi) இரண்டு வெக்டர்கள் ஒன்றுக்கொன்று எதிராக உள்ளபோது அதாவது θ = 180° எனில், அவற்றின் ஸ்கேலர் பெருக்கல் சிறுமம் ஆகும். ஏனெனில் cos 180° = 1

$$(\vec{A}\cdot\vec{B})_{\text{சிறுமம்}} = -AB$$

(vii) இரண்டு வெக்டர்கள் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தாக உள்ளபோது, அதாவது θ = 90° எனில் அவற்றின் ஸ்கேலர் பெருக்கல் சுழியாகும். ஏனெனில் cos 90° = 0 எனவே அந்த வெக்டர்களை, செங்குத்து வெக்டர்கள் (orthogonal vectors) என அழைக்கலாம்

(viii) ஒரு வெக்டர், அதே வெக்டருடன் ஸ்கேலர் பெருக்கல் செய்யப்பட்டால், அதற்கு தற்சார்பு ஸ்கேலர் பெருக்கல் என்று பெயர். $\left(\vec{A}\right)^2 = \vec{A}\cdot\vec{A} = AA\cos\theta = A^2$. இங்கு கோணம் θ = 0°

இதன் எண்மதிப்பு $\left|\vec{A}\right| = A = \sqrt{\vec{A}\cdot\vec{A}}$

(ix) ஓரலகு வெக்டர் $\hat{n}$ ஐக் கருதும்போது

$$\hat{n}\cdot\hat{n} = 1 \times 1 \times \cos 0° = 1$$

எடுத்துக்காட்டாக $\hat{i}.\hat{i} = \hat{j}.\hat{j} = \hat{k}.\hat{k} = 1$

(x) செங்குத்து ஓரலகு வெக்டர்களைக் கருதும்போது ($\hat{i}$, $\hat{j}$ மற்றும் $\hat{k}$)

$$\hat{i}.\hat{j}=\hat{j}.\hat{k}=\hat{k}.\hat{i}=1\cdot 1\cos 90°=0$$

(xi) வெக்டர் கூறுகளின் அடிப்படையில் $\vec{A}$ மற்றும் $\vec{B}$ வெக்டர்களின் ஸ்கேலர் பெருக்கலைக் கீழ்க்கண்டவாறு எழுதலாம்.

$$\vec{A}\cdot\vec{B} = (A_x\hat{i} + A_y\hat{j} + A_z\hat{k})\cdot(B_x\hat{i} + B_y\hat{j} + B_z\hat{k})$$

$\vec{A}.\vec{B} = A_xB_x + A_yB_y + A_zB_z$, மற்ற அனைத்துப் பெருக்கற்பலன்களும் சுழியாகும்.

$\vec{A}$ – இன் எண் மதிப்பு $|\vec{A}| = A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$

எடுத்துக்காட்டு 2.7

கொடுக்கப்பட்ட $\vec{A} = 2\hat{i} + 4\hat{j} + 5\hat{k}$ மற்றும் $\vec{B} = \hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k}$ வெக்டர்களின் ஸ்கேலர் பெருக்கல் $\vec{A}.\vec{B}$,மற்றும் $\vec{A}, \vec{B}$ இன் எண்மதிப்புகளையும் காண்க. மேலும் கொடுக்கப்பட்ட இவ்விரண்டு வெக்டர்களுக்கு இடைப்பட்ட கோணத்தின் மதிப்பு என்ன?

தீர்வு

$$\vec{A}.\vec{B} = 2 + 12 + 30 = 44$$

$\vec{A}$ வெக்டரின் எண்மதிப்பு

$A = \sqrt{4+16+25} = \sqrt{45}$ அலகுகள்

$\vec{B}$ வெக்டரின் எண்மதிப்பு

$B = \sqrt{1+9+36} = \sqrt{46}$ அலகுகள்

இரண்டு வெக்டர்களுக்கும் இடைப்பட்ட கோணம்

$$\theta = \cos^{-1}\left(\frac{\vec{A}.\vec{B}}{AB}\right)$$

$$= \cos^{-1}\left(\frac{44}{\sqrt{45\times 46}}\right) = \cos^{-1}\left(\frac{44}{45.49}\right)$$

$$= \cos^{-1}(0.967)$$

$$\therefore \theta \cong 15^\circ$$

எடுத்துக்காட்டு 2.8

கொடுக்கப்பட்ட வெக்டர்கள் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்து வெக்டர்களா என ஆராய்க.

i) $\vec{A} = 2\hat{i} + 3\hat{j}$ மற்றும் $\vec{B} = 4\hat{i} - 5\hat{j}$

ii) $\vec{C} = 5\hat{i} + 2\hat{j}$ மற்றும் $\vec{D} = 2\hat{i} - 5\hat{j}$

தீர்வு

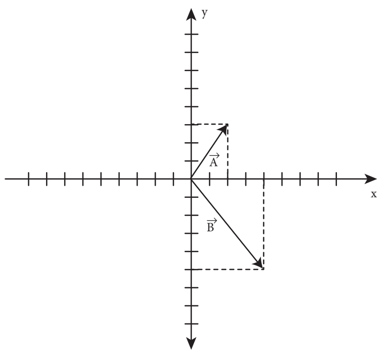
(i) $\vec{A}.\vec{B} = 8 - 15 = -7 \neq 0$

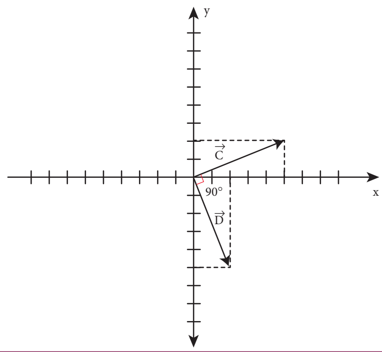
எனவே $\vec{A}$ மற்றும் $\vec{B}$ வெக்டர்கள் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்து வெக்டர்கள் அல்ல.

(ii) $\vec{C}.\vec{D} = 10 - 10 = 0$

எனவே $\vec{C}$ மற்றும் $\vec{D}$ ஆகியவை ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்து வெக்டர்கள் ஆகும்.

கீழ்க்காணும் படம் வடிவியல் முறையில் எவ்வாறு $\vec{C}$ மற்றும் $\vec{D}$ வெக்டர்கள் செங்குத்து வெக்டர்கள் என்பதைத் தெளிவாகக் காட்டுகிறது.





இயற்பியலில், $\vec{F}$ என்ற விசையினால் பொருளொன்று $d\vec{r}$ தொலைவு இடப்பெயர்ச்சி அடையும்போது, அவ்விசையினால் செய்யப்பட்ட வேலையை பின்வருமாறு வரையறை செய்யலாம்.

$$W = \vec{F}.d\vec{r}$$
$$W = F\ dr\ \cos\theta$$

விசையினால் செய்யப்பட்ட வேலை என்பது, விசை வெக்டருக்கும், இடப்பெயர்ச்சி வெக்டருக்கும்

இடையேயான ஸ்கேலர் பெருக்கல் ஆகும். வேலையைப் போலவே, மேலும் பல்வேறு இயற்பியல் அளவுகளும் ஸ்கேலர் பெருக்கலினால் வரையறை செய்யப்பட்டுள்ளன என்பதை நினைவில் கொள்ளவும்.

> **குறிப்பு**
>
> சீரான வட்ட இயக்கத்தில் மையநோக்கு விசை, பொருளின் இடப்பெயர்ச்சிக்குச் செங்குத்தாக செயல்படுவதால், மையநோக்கு விசையினால் பொருளின் மீது செய்யப்பட்ட வேலை சுழியாகும்.

2.5.2 இரண்டு வெக்டர்களின் வெக்டர் பெருக்கல்

வரையறை

இரண்டு வெக்டர்களின், வெக்டர் பெருக்கல் அல்லது குறுக்கு பெருக்கல் செய்யும்போது கிடைக்கும் தொகுபயன் வெக்டரின் எண்மதிப்பானது, அவ்விரு வெக்டர்களின் எண்மதிப்புகளின் பெருக்கல்பலன் மற்றும் அவ்வெக்டர்களுக்கு இடைப்பட்ட கோணத்தின் சைன்மதிப்பு ஆகியவற்றின் பெருக்கல் பலனுக்குச் சமமாகும். மேலும் வலதுகை திருகுவிதி அல்லது வலதுகை பெருவிரல் விதியின் அடிப்படையில், தொகுபயன் வெக்டரின் திசையானது, இரண்டு வெக்டர்களின் தளத்திற்குச் செங்குத்துத் திசையில் இருக்கும். (படம் 2.22)

$\vec{A}$ மற்றும் $\vec{B}$ என்ற இரண்டு வெக்டர்களின், வெக்டர் பெருக்கலினால் கிடைக்கும் தொகுபயன் வெக்டர் $\vec{C}$ஐ கீழ்க்கண்டவாறு குறிப்பிடலாம்.

$$\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B} = (AB \sin\theta)\hat{n}$$

$\vec{A} \times \vec{B}$ இன் அலகு வெக்டர் $\hat{n}$ ன் திசை, அதாவது $\vec{C}$ இன் திசை, $\vec{A}$ மற்றும் $\vec{B}$ வெக்டர்களினாலான தளத்திற்குச் செங்குத்தாக இருக்கும். மேலும் வலதுகை திருகு ஒன்றை $\vec{A}$ வெக்டரில் இருந்து (முதல் வெக்டர்) $\vec{B}$ வெக்டரை நோக்கி (இரண்டாவது வெக்டர்) அவற்றின் சிறிய கோணத்தின் வழியே சுழற்றும் போது திருகு முன்னேறும் திசையில் $\vec{C}$ வெக்டரின் திசை இருக்கும். இது படம் 2.22 இல் காட்டப்பட்டுள்ளது.

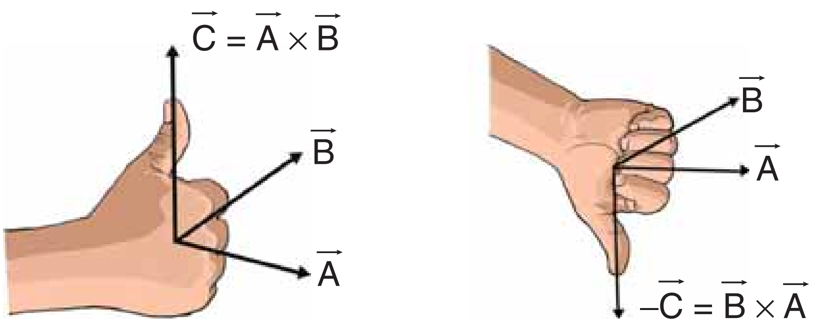
வெக்டர் பெருக்கலின் (குறுக்குப் பெருக்கல்) பண்புகள்

(i) இரண்டு வெக்டர்களின், வெக்டர் பெருக்கல் மற்றொரு வெக்டரையே தரும். அவ்வெக்டரின்

வெக்டர் பெருக்கல் (குறுக்குப் பெருக்கல்)

$\vec{A}$ மற்றும் $\vec{B}$ ஆகியவற்றின் வெக்டர் பெருக்கலினால் $\vec{A} \times \vec{B}$ கிடைக்கும் மூன்றாவது வெக்டர் $\vec{C}$ ஆனது.

$$\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B} = |\vec{A}||\vec{B}| \sin\theta\, \hat{n} \qquad -\vec{C} = \vec{B} \times \vec{A}$$



$$\vec{A} \times \vec{B} = -(\vec{B} \times \vec{A})$$

படம் 2.22 இரண்டு வெக்டர்களின் வெக்டர் பெருக்கல்

குறிப்பு வலதுகை விதியின்படி, வலதுகையின் விரல்கள் வளையும் திசையில் பொருளின் சுழற்சியைக் கருதினால், மடக்கப்பட்ட விரல்களுக்குச் செங்குத்தாக உள்ள பெருவிரல், தொகுபயன் வெக்டர் $\vec{C}$ இன் திசையைக் குறிக்கும்.

32TZHV

திசை, அவ்விரண்டு வெக்டர்களினாலான தளத்திற்குச் செங்குத்தாக இருக்கும். மேலும் $\vec{A}$ மற்றும் $\vec{B}$ வெக்டர்கள் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தாக இருந்தாலும், இல்லையென்றாலும் தொகுபயன் வெக்டர் $\vec{C}$ இவ்விரண்டு வெக்டர்களுக்கும் செங்குத்தாக இருக்கும்.

(ii) இரண்டு வெக்டர்களின் வெக்டர் பெருக்கல் பரிமாற்றுவிதிக்கு உட்படாது அதாவது $\vec{A}\times\vec{B} \neq \vec{B}\times\vec{A}$ ஆனால் $\vec{A}\times\vec{B} = -[\vec{B}\times\vec{A}]$ மேலும் $|\vec{A}\times\vec{B}| = |\vec{B}\times\vec{A}| = AB\sin\theta$, அதாவது $\vec{A}\times\vec{B}$ மற்றும் $\vec{B}\times\vec{A}$ இவற்றின் எண்மதிப்புகள் சமம். ஆனால் இவையிரண்டும் எதிரெதிர்திசையில் செயல்படும்.

(iii) இரண்டு வெக்டர்களின் வெக்டர் பெருக்கல் $\sin\theta = 1$ என்ற நிபந்தனையில் $(\theta = 90°)$ பெரும மதிப்பைப் பெறும். அதாவது கொடுக்கப்பட்ட வெக்டர்கள் செங்குத்து வெக்டர்கள் எனில் வெக்டர் பெருக்கல் பெருமமதிப்பைப் பெறும்.

$$\left(\vec{A}\times\vec{B}\right)_{\text{பெருமம்}} = AB\hat{n}$$

(iv) இரண்டு சுழியற்ற வெக்டர்களின், வெக்டர் பெருக்கல் $\sin\theta = 0$, என்ற நிபந்தனையில் $(\theta = 0°$ அல்லது $180°)$ சிறும மதிப்பைப் பெறும்.

$$\left(\vec{A}\times\vec{B}\right)_{\text{சிறுமம்}} = 0$$

அதாவது கொடுக்கப்பட்ட வெக்டர்கள், ஒன்றுக்கொன்று இணையாகவோ அல்லது எதிராகவோ உள்ளபோது, அவற்றின் வெக்டர் பெருக்கல் பலன் சுழியாகும்.

(v) தற்சார்பு வெக்டர் பெருக்கல் அதாவது ஒரு வெக்டரை அதே வெக்டருடன் குறுக்கு பெருக்கல் செய்யும்போது அது சுழிமதிப்பைப் பெறும். அதனை சுழிவெக்டர் என்று அழைக்கலாம்.

$$\vec{A}\times\vec{A} = AA\sin 0°\hat{n} = \vec{0}.$$

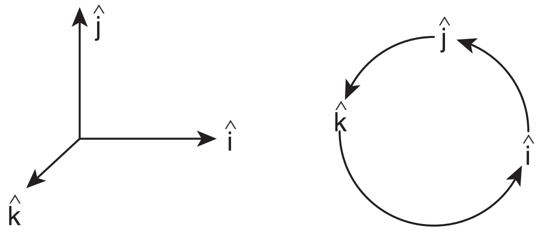
இயற்பியலில் சுழி வெக்டர் எளிமையாக சுழி என்றே குறிக்கப்படுகிறது.

(vi) ஓரலகு வெக்டர்களின் தற்சார்பு வெக்டர் பெருக்கலும் சுழியாகும்.

$$\hat{i}\times\hat{i} = \hat{j}\times\hat{j} = \hat{k}\times\hat{k} = \vec{0}$$

(vii) வலதுகை திருகு விதியின்படி, செங்குத்து ஓரலகு வெக்டர்களின் வெக்டர் பெருக்கல் கீழ்க்கண்டவாறு காணப்படும்.

$$\hat{i}\times\hat{j} = \hat{k},\ \hat{j}\times\hat{k} = \hat{i} \text{ மற்றும் } \hat{k}\times\hat{i} = \hat{j}$$



மேலும், வெக்டர் பெருக்கல் பரிமாற்று விதிக்கு உட்படாததால், கீழ்க்காணுமாறு எழுதலாம்.

$$\hat{j}\times\hat{i} = -\hat{k}, \hat{k}\times\hat{j} = -\hat{i} \text{ மற்றும் } \hat{i}\times\hat{k} = -\hat{j}$$

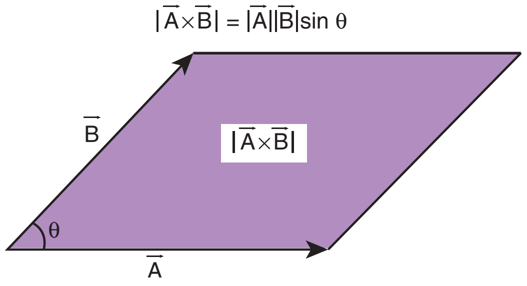
(viii) வெக்டர் கூறு முறையில் இரண்டு வெக்டர்களின் வெக்டர் பெருக்கலை கீழ்க்கண்டவாறு கண்டறியலாம்.

$$\vec{A}\times\vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

$$= \hat{i}\left(A_y B_z - A_z B_y\right)$$
$$+\hat{j}\left(A_z B_x - A_x B_z\right)$$
$$+\hat{k}\left(A_x B_y - A_y B_x\right)$$

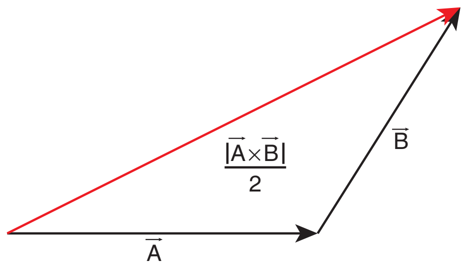
குறிப்பு: $\hat{j}$ கூறின் பெருக்கலின் வரிசையானது $\hat{i}^{th}$ கூறு மற்றும் $\hat{k}^{th}$ கூறுகளின் பெருக்கலின் வரிசையிலிருந்து மாறுபட்டு உள்ளதைக் கவனிக்கவும்.

(ix) $\vec{A}$ மற்றும் $\vec{B}$ என்ற இரண்டு வெக்டர்களை இணைகரம் ஒன்றின் அடுத்தடுத்த பக்கங்களாகக் கருதினால், $\vec{A}\times\vec{B}$ – இன் எண்மதிப்பு $\left|\vec{A}\times\vec{B}\right|$ அவ்விணைகரத்தின் பரப்பளவைக் கொடுக்கும். இதனை படம் 2.23 காட்டுகிறது.



படம் 2.23 இணைகரம் ஒன்றின் பரப்பளவு

ஒரு இணைகரத்தை நாம் இரண்டு சம அளவுள்ள முக்கோணமாகப் பிரிக்க முடியும். வெக்டர் $\vec{A}$ மற்றும் $\vec{B}$ இருபக்கமாகக் கொண்ட ஒரு முக்கோணத்தின் பரப்பளவு என்பது $\frac{1}{2}\left|\vec{A}\times\vec{B}\right|$ க்குச் சமமாக இருக்கும். இது படம் 2.24 – யில் காட்டப்பட்டுள்ளது. [இந்த வழிமுறை அலகு – 6 இல் கெப்ளரின் விதிகளைப் பயிலும் போது பயன்படுத்தப்பட யிருக்கிறது என்பதை மனதிற் கொள்க].



படம் 2.24 முக்கோணத்தின் பரப்பளவு

இயற்பியலில் பயன்படுத்தப்படும் பல்வேறு அளவுகள் வெக்டர் பெருக்கலின் வாயிலாக வரையறை செய்யப்படுகின்றன. குறிப்பாகச் சுழற்சியின் விளைவுகளை, எடுத்துக்காட்டும் திருப்புவிசை, கோணஉந்தம் போன்ற அளவுகளை வரையறை செய்யும் போது வெக்டர் பெருக்கல் பயன்படுகிறது.

எடுத்துக்காட்டுகள்

(i) திருப்பு விசை $\vec{\tau} = \vec{r}\times\vec{F}$.

இங்கு $\vec{F}$ என்பது விசை மற்றும் $\vec{r}$ என்பது பொருளின் நிலைவெக்டர் ஆகும்.

(ii) கோண உந்தம் $\vec{L} = \vec{r}\times\vec{p}$

இங்கு $\vec{p}$ என்பது நேர்க்கோட்டு உந்தமாகும்.

(iii) நேர்க்கோட்டுத் திசை வேகம் $\vec{v} = \vec{\omega}\times\vec{r}$ இங்கு $\vec{\omega}$ என்பது கோணத்திசைவேகமாகும்.

எடுத்துக்காட்டு 2.9

கொடுக்கப்பட்ட வெக்டர் $\vec{r} = 2\hat{i}+3\hat{j}+5\hat{k}$ மற்றும் வெக்டர் $\vec{F} = 3\hat{i}-2\hat{j}+4\hat{k}$.ஆகியவற்றின் தொகுபயன் வெக்டர் $\vec{\tau} = \vec{r}\times\vec{F}$ ஐக் காண்க

தீர்வு

$$\vec{\tau} = \vec{r}\times\vec{F} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 2 & 3 & 5 \\ 3 & -2 & 4 \end{vmatrix}$$

$$\vec{\tau} = (12-(-10))\hat{i}+(15-8)\hat{j}+(-4-9)\hat{k}$$

$$\vec{\tau} = 22\hat{i}+7\hat{j}-13\hat{k}$$

2.5.3. வெக்டர் கூறுகளின் பண்புகள்

இரண்டு வெக்டர்கள் $\vec{A}$ மற்றும் $\vec{B}$ ஆகியவை ஒன்றுக்கொன்று சமமாக இருப்பின், அவற்றின் கூறுகளும் ஒன்றுக்கொன்று சமமாக இருக்கும்.

$\vec{A} = \vec{B}$ என்க

கூறுமுறையில்

$$A_x\hat{i}+A_y\hat{j}+A_z\hat{k} = B_x\hat{i}+B_y\hat{j}+B_z\hat{k}$$

எனவே $A_x = B_x,\ A_y = B_y,\ A_z = B_z$

எடுத்துக்காட்டு 2.10

கொடுக்கப்பட்ட வெக்டர் சமன்பாடுகளின் கூறுகளை ஒப்பிடுக

அ) $\vec{F} = m\vec{a}$ இங்கு

m ஒரு நேர்க்குறி எண்

ஆ) $\vec{p} = 0$

தீர்வு

நேர்வு: அ)

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

$$F_x\hat{i} + F_y\hat{j} + F_z\hat{k} = ma_x\hat{i} + ma_y\hat{j} + ma_z\hat{k}$$

வெக்டர் கூறுகளை ஒப்பிடும் போது

$$F_x = ma_x, F_y = ma_y, \ F_z = ma_z$$

இது நமக்கு உணர்த்துவது, ஒரு வெக்டர் சமன்பாடு, மூன்று ஸ்கேலர் சமன்பாடுகளுக்கு இணையானதாகும்.

நேர்வு: ஆ)

$$\vec{p} = 0$$

$$p_x\hat{i} + p_y\hat{j} + p_z\hat{k} = 0\hat{i} + 0\hat{j} + 0\hat{k}$$

வெக்டர் கூறுகளை ஒப்பிடும் போது

$$p_x = 0, \quad p_y = 0, \quad p_z = 0$$

எடுத்துக்காட்டு 2.11

கொடுக்கப்பட்ட வெக்டர் சமன்பாட்டிலிருந்து ‘T’ ன் மதிப்பைக்காண்க.

$$5\hat{j} - T\hat{j} = 6\hat{j} + 3T\hat{j}$$

தீர்வு

வெக்டர் கூறுகளை ஒப்பிடும்போது

$$5 - 6 = 3T + T$$

$$-1 = 4T$$

$$T = -\frac{1}{4}$$

எடுத்துக்காட்டு 2.12

கொடுக்கப்பட்ட வெக்டர் சமன்பாட்டின் கூறுகளை ஒப்பிடுக $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{F}_4$

தீர்வு

கார்டீசியன் ஆய அச்சுத் தொகுப்பின் அடிப்படையில் கொடுக்கப்பட்ட வெக்டர் சமன்பாட்டை x, y மற்றும் z கூறுகளாகப் பகுத்து அதன் கூறுகளை ஒப்பிட வேண்டும்.

$$F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} = F_{4x}$$

$$F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} = F_{4y}$$

$$F_{1z} + F_{2z} + F_{3z} = F_{4z}$$

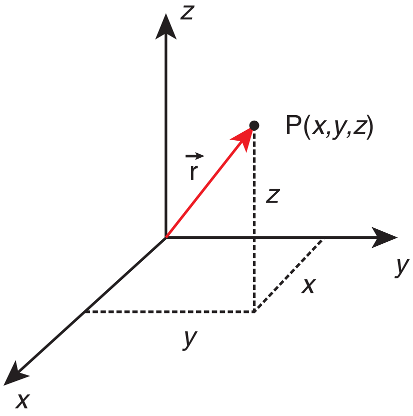
2.6 நிலை வெக்டர் (POSITION VECTOR)

எந்த ஒரு குறிப்பிட்ட நேரத்திலும், துகள் ஒன்றின் நிலையினைக் குறிப்பாயம் அல்லது ஆய அச்சுத் தொகுப்பினைப் பொருத்து குறிப்பிடும் வெக்டர், நிலைவெக்டர் ஆகும்.

P என்ற புள்ளியில் உள்ள துகள் ஒன்றின் நிலை வெக்டரை $\vec{r}$ கீழ்க்காணுமாறு குறிப்பிடலாம்.

$$\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$$

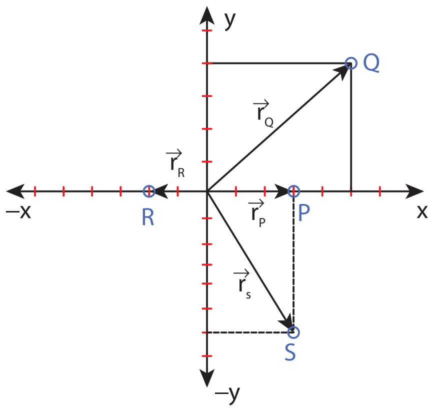
இங்கு x, y மற்றும் z ஆகியவை நிலை வெக்டர் $\vec{r}$ இன் கூறுகள் ஆகும். மேலும் $\hat{i}, \hat{j}$ மற்றும் $\hat{k}$ ஆகியவை செங்குத்து அச்சுகளான x, y மற்றும் z அச்சில் செயல்படும் செங்குத்து ஓரலகு வெக்டர்கள் ஆகும். படம் 2.25 செங்குத்து ஓரலகு வெக்டர்களைக் காட்டுகிறது.



படம் 2.25 கார்டீசியன் ஆய அச்சுத் தொகுப்பில் உள்ள நிலை வெக்டர்

எடுத்துக்காட்டு 2.13

படத்தில் காட்டப்பட்டுள்ள P,Q,R,S புள்ளிகளில் உள்ள துகள்களின் நிலை வெக்டர்களைக் காண்க.



தீர்வு

P புள்ளியில் உள்ள துகளின் நிலை வெக்டர்

$$\vec{r}_P = 3\hat{i}$$

Q புள்ளியில் உள்ள துகளின் நிலை வெக்டர்

$$\vec{r}_Q = 5\hat{i} + 4\hat{j}$$

R புள்ளியில் உள்ள துகளின் நிலை வெக்டர்

$$\vec{r}_R = -2\hat{i}$$

S புள்ளியில் உள்ள துகளின் நிலை வெக்டர்

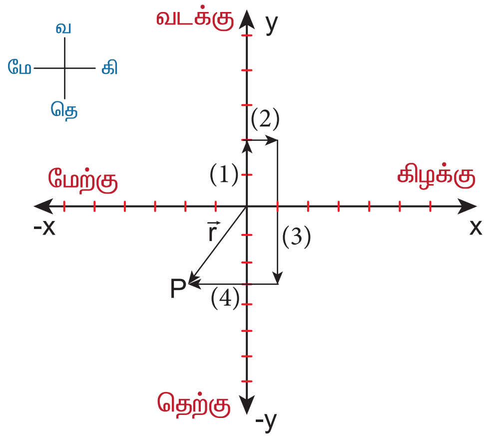
$$\vec{r}_s = 3\hat{i} - 6\hat{j}$$

எடுத்துக்காட்டு 2.14

தொடக்கத்தில் ஓய்வு நிலையில் உள்ள மனிதர் ஒருவர், (1) வடக்கு நோக்கி 2 மீட்டரும், (2) கிழக்கு நோக்கி 1 மீட்டரும், பின்பு (3) தெற்கு நோக்கி 5 மீட்டரும் நடக்கிறார். இறுதியாக (4) மேற்கு நோக்கி 3 m நடந்து ஓய்வு நிலைக்கு வருகிறார். இறுதி நிலையில் அம்மனிதரின் நிலை வெக்டரைக் காண்க.

தீர்வு

படத்தில் காட்டியுள்ளவாறு நேர்குறி x அச்சை கிழக்கு திசையாகவும், நேர்குறி y அச்சை வடக்கு திசையாகவும் கருதுக.



பயணமுடிவில் P புள்ளியை அடைந்த மனிதரின் நிலை வெக்டர் $\vec{r} = -2\hat{i} - 3\hat{j}$ ஆகும். மேலும் இடப்பெயர்ச்சியின் திசை தென் மேற்கு ஆகும்.

2.7 கடந்த தொலைவு மற்றும் இடப்பெயர்ச்சி

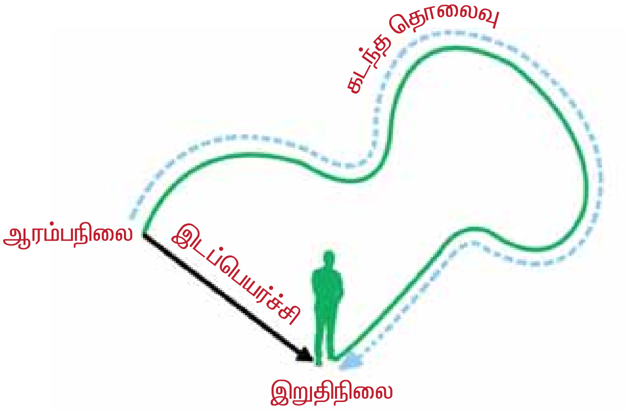
கடந்த தொலைவு

கொடுக்கப்பட்ட கால இடைவெளியில், பொருள் கடந்து சென்ற பாதையின் மொத்த நீளம் கடந்த தொலைவு எனப்படும். இது ஒரு நேர்குறி ஸ்கேலர் அளவு ஆகும்.

இடப்பெயர்ச்சி

கொடுக்கப்பட்ட கால இடைவெளியில் பொருளின் இறுதி நிலைக்கும், அதன் ஆரம்ப நிலைக்கும் உள்ள வேறுபாடு இடப்பெயர்ச்சி எனப்படும். மேலும் பொருளின் இருநிலைகளுக்கு இடையே உள்ள மிகக்குறைந்த தொலைவு எனவும் வரையறை

செய்யலாம். இடப்பெயர்ச்சியின் திசையானது தொடக்கப்புள்ளியிலிருந்து இறுதிநிலைப் புள்ளியை நோக்கி இருக்கும். இது ஒரு வெக்டர் அளவாகும். படம் 2.26 இடப்பெயர்ச்சிக்கும், கடந்த தொலைவிற்கும் உள்ள வேறுபாட்டினைத் தெளிவாகக் காட்டுகிறது.



படம் 2.26 இடப்பெயர்ச்சி மற்றும் கடந்த தொலைவு

எடுத்துக்காட்டு 2.15

உங்கள் பள்ளிக்கூடம், உங்கள் வீட்டிலிருந்து 2 km தொலைவில் உள்ளது எனக்கருதுக. வீட்டிலிருந்து பள்ளிக்கூடத்திற்கும், பின்னர் மாலை பள்ளிக்கூடத்திலிருந்து வீட்டிற்கும் வருகிறீர்கள் எனில், இந்நிகழ்ச்சியில் நீங்கள் கடந்து சென்ற தொலைவு மற்றும் அடைந்த இடப்பெயர்ச்சி என்ன?

தீர்வு

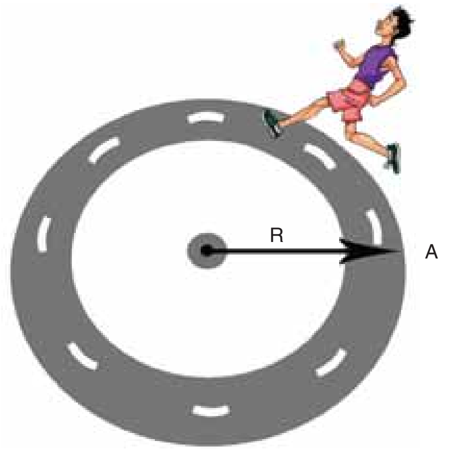
வீடு	காலை → 2 km / ← மாலை	பள்ளிக்கூடம்

இந்தப் பயணத்தில் அடைந்த இடப்பெயர்ச்சி சுழி. ஏனெனில் ஆரம்பநிலை மற்றும் இறுதிநிலை ஆகிய இரண்டும் ஒரே புள்ளியாகும். ஆனால் கடந்த தொலைவு 4 km ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 2.16

ஒரு தடகள வீரர் 50 m ஆரமுடைய வட்டவடிவ ஓடுபாதையில் மூன்று முறை சுற்றி வருகிறார், அவர் கடந்த தொலைவு மற்றும் அடைந்த இடப்பெயர்ச்சியைக் காண்க.

தீர்வு



தடகள வீரர் கடந்த தொலைவு

= 3 × ஓடுபாதையின் சுற்றளவு

$= 3 \times 2\pi \times 50\ m = 300\pi\ m$

(அல்லது)

கடந்த தொலைவு $\approx 300 \times 3.14 \approx 942\ m$

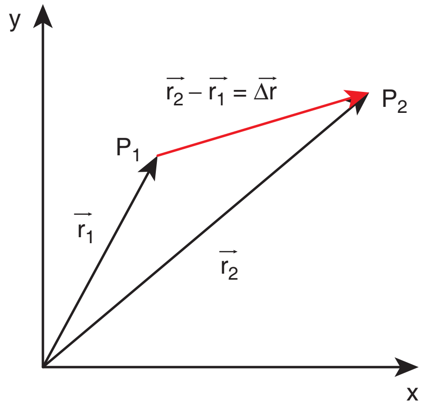
தடகளவீரர் அடைந்த இடப்பெயர்ச்சி சுழி. ஏனெனில் தடகள வீரரின் தொடக்கநிலை மற்றும் இறுதிநிலை ஆகியவை ஒரே புள்ளியில் உள்ளன.

2.7.1 கார்டீசியன் ஆய அச்சுத்தொகுப்பில் இடப்பெயர்ச்சி வெக்டர்

நிலைவெக்டரை அடிப்படையாகக் கொண்டு இடப்பெயர்ச்சி வெக்டரை எவ்வாறு அமைப்பது என்பது பின்வருமாறு விளக்கப்பட்டுள்ளது. துகள் ஒன்று நிலை வெக்டர் $\vec{r}_1 = x_1\hat{i} + y_1\hat{j} + z_1\hat{k}$ கொண்ட P_1 புள்ளியிலிருந்து, நிலை வெக்டர் $\vec{r}_2 = x_2\hat{i} + y_2\hat{j} + z_2\hat{k}$ கொண்ட P_2 புள்ளிக்கு நகர்கின்றது என்க. இத்துகளின் இடப்பெயர்ச்சி வெக்டரை கீழ்க்கண்டவாறு எழுதலாம்.

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$
$$= (x_2 - x_1)\hat{i} + (y_2 - y_1)\hat{j} + (z_2 - z_1)\hat{k}$$

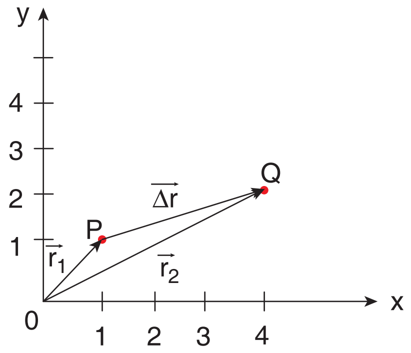
[இவ்விடப்பெயர்ச்சி படம் 2.27 இல் காட்டப்பட்டுள்ளது.]



படம் 2.27 இடப்பெயர்ச்சி வெக்டர்

எடுத்துக்காட்டு 2.17

படத்தில் காட்டப்பட்டுள்ளவாறு துகள் ஒன்று P புள்ளியிலிருந்து Q புள்ளிக்கு நகர்கின்றது எனில், அத்துகளின் இடப்பெயர்ச்சி வெக்டர் மற்றும் இடப்பெயர்ச்சியின் எண்மதிப்பையும் காண்க.



தீர்வு

இடப்பெயர்ச்சி வெக்டர் $\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$,

இங்கு

$$\vec{r}_1 = \hat{i} + \hat{j} \text{ மற்றும் } \vec{r}_2 = 4\hat{i} + 2\hat{j}$$

$$\therefore \Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 = \left(4\hat{i} + 2\hat{j}\right) - \left(\hat{i} + \hat{j}\right)$$

$$= (4-1)\hat{i} + (2-1)\hat{j}$$

$$\therefore \Delta\vec{r} = 3\hat{i} + \hat{j}$$

இடப்பெயர்ச்சி வெக்டரின் எண்மதிப்பு $\Delta r = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10}$ அலகு.

குறிப்பு

(1) கொடுக்கப்பட்ட நேரத்தில் இயங்கும் பொருள் கடந்த தொலைவு எப்போதும் நேர்க்குறி மதிப்பை மட்டுமே பெற்றிருக்கும். சுழி அல்லது எதிர்க்குறி மதிப்பினைப் பெறாது.

(2) கொடுக்கப்பட்ட நேரத்தில் பொருள் அடைந்த இடப்பெயர்ச்சி நேர்க்குறி, சுழி அல்லது எதிர்க்குறி மதிப்பினைப் பெற்றிருக்கலாம்.

(3) பொருள் அடைந்த இடப்பெயர்ச்சி, பொருள் கடந்த தொலைவிற்குச் சமமாகவோ அல்லது குறைவாகவோ இருக்கும். ஆனால் ஒரு போதும் கடந்த தொலைவைவிட அதிகமாக இருக்காது.

(4) இரண்டு புள்ளிகளுக்கு இடையே பொருள் கடந்த தொலைவு, பல்வேறு மதிப்புகளைப் பெற்றிருக்கும். ஆனால் அப்புள்ளிகளுக்கு இடையேயான இடப்பெயர்ச்சி ஒரே ஒரு மதிப்பினை மட்டுமே பெற்றிருக்கும் (எண் மதிப்பில்)

2.8 வகை நுண்கணிதம் (Differential Calculus)

சார்பு பற்றிய கருத்து (Concept of a function)

(i) எந்த ஒரு இயற்பியல் அளவும், கணிதவியலின் ஒரு சார்பாக (function) குறிக்கப்படுகிறது. எடுத்துக்காட்டாக வெப்பநிலை T ஐக் கருதுவோம். சுற்றுச்சூழலின் வெப்பம் நாள் முழுவதும் ஒரே சீராக இருப்பதில்லை. அது நண்பகலில் அதிகரிக்கவும், மாலை வேளையில் குறையவும் செய்கிறது.

நாம் கருதும் எந்தவொரு "t" நேரத்திலும் வெப்பநிலை T ஒரு குறிப்பிட்ட மதிப்பினைப் பெற்றிருக்கும். கணிதவிதிகளின் அடிப்படையில் இதனை 'T (t)' எனக் குறிப்பிடலாம். மேலும் இதனை "நேரத்தைச் சார்ந்த வெப்பநிலை" என அழைக்கலாம். இதிலிருந்து நாம்

அறிந்துகொள்வது என்னவெனில், நேரம் ‘t’ கொடுக்கப்பட்டால், அந்த குறிப்பிட்ட நேரத்தில் உள்ள வெப்பநிலையை சார்பு ‘T (t)’ கொடுக்கும். இதேபோன்று x அச்சின் திசையில் செல்லும் பேருந்து ஒன்றின் இயக்கத்தினை $x(t)$ எனக் குறிப்பிடலாம். அதாவது x என்பது நேரத்தைச் சார்ந்த ஒரு சார்பு ஆகும். இங்கு x என்பது அந்த பேருந்தின் x ஆய அச்சினைக் குறிக்கிறது.

எடுத்துக்காட்டு

$f(x) = x^2$ என்ற சார்பைக் கருதுக. சில நேரங்களில் இதனை $y = x^2$ எனவும் குறிப்பிடலாம் இங்கு y என்பது x ஐச் சார்ந்த மாறி, ஆனால் x என்பது சார்பற்ற மாறி ஆகும். x இல் மாற்றம் ஏற்படும் போதெல்லாம் y யிலும் மாற்றம் ஏற்படும் என்பதை இது உணர்த்துகிறது.

இயற்பியல் அளவு ஒன்றினைச் சார்பு வடிவில் குறிப்பிட்ட பின்பு, அந்த சார்பு நேரத்தைப் பொருத்து எவ்வாறு மாறுபடுகிறது (அல்லது) இயற்பியல் அளவு சார்பற்ற மாறிகளைப் பொருத்து எவ்வாறு மாறுபடுகிறது என்பதை அறியலாம். எந்த ஒரு இயற்பியல் அளவில் ஏற்படும் மாற்றத்தையும் பகுத்து ஆராய நுண்கணிதம் (Calculus) என்ற கணிதவியலின் பிரிவு பயன்படுத்தப்படுகிறது.

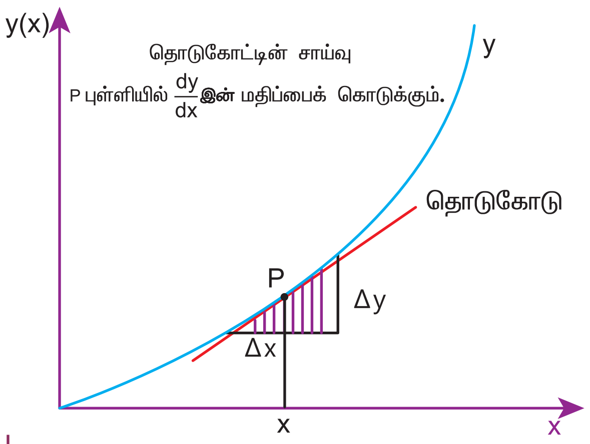
$y = f(x)$ என்பது ஒரு சார்பு எனில், x ஐப் பொருத்து y இன் முதல் வகைக்கெழுவை $\frac{dy}{dx}$ எனக் குறிப்பிடலாம். கணிதவியலின்படி $y = f(x)$ என்பது x–இன் பல்வேறு மதிப்புகளுக்கு y – இல் ஏற்படும் மாற்றத்தை இது எடுத்துக் காட்டுகிறது.

கணித கோட்பாட்டின்படி வகைக்கெழு $\frac{dy}{dx}$ கீழ்க்கண்டவாறு வரையறை செய்யப்படுகிறது.

$$\frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{y(x+\Delta x) - y(x)}{\Delta x}$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

Δx சுழியினை நெருங்கும்போது $(\Delta x \to 0)$ $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ அடையும் எல்லையை $\frac{dy}{dx}$ காட்டுகிறது.



படம் 2.28 சார்பின் வகைக்கெழு

எடுத்துக்காட்டு 2.18

$y = x^2$ என்ற சார்பினைக் கருதுக. “சார்பு எல்லை” கருத்தைப் பயன்படுத்தி $x = 2$ என்ற புள்ளியில் அதன் வகைக்கெழு $\frac{dy}{dx}$ ஐக் காண்க.

தீர்வு

$x_1 = 2$ மற்றும் $x_2 = 3$ என்ற இரண்டு புள்ளிகளைக் கருதினால் $y_1 = 4$ மற்றும் $y_2 = 9$ என்ற இரண்டு புள்ளிகள் கிடைக்கும்.

இங்கு $\Delta x = 1$ மற்றும் $\Delta y = 5$

எனவே, $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{9-4}{3-2} = 5$

$x_1 = 2$ மற்றும் $x_2 = 2.5$ எனில்
$y_1 = 4$ மற்றும் $y_2 = (2.5)^2 = 6.25$ எனக் கிடைக்கும்

இங்கு $\Delta x = 0.5 = \frac{1}{2}$ மற்றும் $\Delta y = 2.25$

எனவே, $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{6.25-4}{0.5} = 4.5$

$x_1 = 2$ மற்றும் $x_2 = 2.25$ எனில்
$y_1 = 4$ மற்றும் $y_2 = 5.0625$ எனக் கிடைக்கும்

இங்கு $\Delta x = 0.25 = \frac{1}{4}$ மற்றும் $\Delta y = 1.0625$

எனவே, $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{5.0625-4}{0.25} = \frac{(5.0625-4)}{\frac{1}{4}}$

$$= 4(5.0625-4) = 4.25$$

$x_1 = 2$ மற்றும் $x_2 = 2.1$ எனில்
$y_1 = 4$ மற்றும் $y_2 = 4.41$ எனக் கிடைக்கும்.

இங்கு $\Delta x = 0.1 = \frac{1}{10}$ மற்றும் $\Delta y = 0.41$

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{(4.41-4)}{\frac{1}{10}} = 10(4.41-4) = 4.1$$

முடிவுகள் கீழ்க்கண்டவாறு அட்டவணைப் படுத்தப்பட்டுள்ளன.

x_1	x_2	Δx	y_1	y_2	$\frac{\Delta y}{\Delta x}$
2	2.25	0.25	4	5.0625	4.25
2	2.1	0.1	4	4.41	4.1
2	2.01	0.01	4	4.0401	4.01
2	2.001	0.001	4	4.004001	4.001
2	2.0001	0.0001	4	4.00040001	4.0001

மேற்கண்ட அட்டவணையிலிருந்து பின்வரும் முடிவுகளைப் பெறலாம்.

- Δx சுழியினை நெருங்கும்போது $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ எண்மதிப்பு 4 என்ற எல்லையை நெருங்குகிறது
- x = 2 என்ற புள்ளியில், வகைக்கெழு $\frac{dy}{dx} = 4$ ஆகும்.
- மற்றொரு கவனிக்க வேண்டிய அம்சம் என்னவெனில், $\Delta x \to 0$ என்பதை $\Delta x = 0$ எனக் கருதக்கூடாது. ஏனெனில் $\Delta x = 0$ என்று பிரதியிட்டால் $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ ஐ வரையறுக்க முடியாது.

பொதுவாக, சார்பு $y = x^2$ இன் வகைக்கெழுவைக் கீழ்க்கண்டவாறு காணலாம்.

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{(x+\Delta x)^2 - x^2}{\Delta x} = \frac{x^2 + 2x\Delta x + \Delta x^2 - x^2}{\Delta x}$$

$$= \frac{2x\Delta x + \Delta x^2}{\Delta x} = 2x + \Delta x$$

$$\frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \to 0} 2x + \Delta x = 2x$$

பின்வரும் அட்டவணை இயற்பியலில் பயன்படுத்தப்படும் சில பொதுவான சார்புகளையும், அவற்றின் வகைக் கெழுக்களையும் காட்டுகிறது.

சார்பு	வகைக்கெழு
y = x	dy/dx=1
$y = x^2$	dy/dx=2x
$y = x^3$	$dy/dx = 3x^2$
$y = x^n$	$dy/dx = nx^{n-1}$
y = sinx	dy/dx= cosx
y=cosx	dy/dx= −sinx
y = மாறிலி	dy/dx= 0
$y = AB$	$dy/dx = A\left(\frac{dB}{dx}\right) + \left(\frac{dA}{dx}\right)B$

இயற்பியலில், திசைவேகம், வேகம் மற்றும் முடுக்கம் ஆகியவை நேரம் t ஐப் பொருத்த வகைக்கெழுக்கள் ஆகும். அவற்றைப்பற்றி அடுத்த பகுதியில் காணலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 2.19

கொடுக்கப்பட்ட சார்பு $x = A_0 + A_1 t + A_2 t^2$ இன் வகைக்கெழுவினை t ஐ பொறுத்துக் காண்க. இங்கு A_0, A_1 மற்றும் A_2 ஆகியவை மாறிலிகள் ஆகும்.

தீர்வு

இங்கு சார்பற்ற மாறி 't' மற்றும் சார்புடைய மாறி 'x' ஆகும்.

நமக்குத் தேவையான வகைக்கெழு

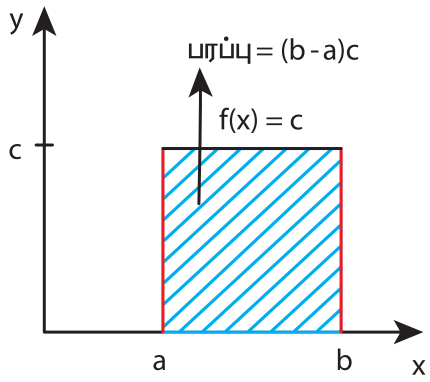
$$dx/dt = 0 + A_1 + 2A_2 t$$

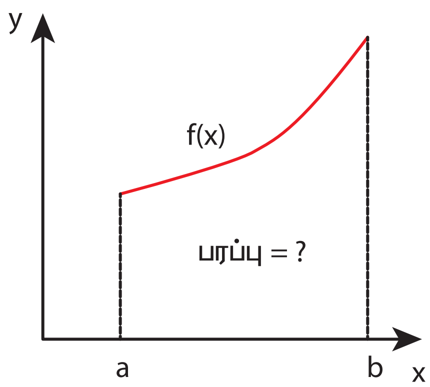
இரண்டாம்படி வகைக்கெழு $d^2x/d^2t = 2A_2$ ஆகும்.

2.9 தொகை நுண்கணிதம் (Integral Calculus)

தொகையிடல் என்பது பரப்பினைக் கண்டறியும் ஒரு செயலாகும். சில ஒழுங்கான வடிவங்களுக்கு எளிதாக பரப்பினைக் கண்டறியலாம். ஆனால் ஒழுங்கற்ற வடிவங்களின் பரப்பினை அவ்வாறு காணமுடியாது. இத்தகைய நேர்வுகளில் தொகை நுண்கணிதத்தைப் பயன்படுத்தி எளிமையாக

பரப்பினைக் காணலாம். எடுத்துக்காட்டாக படம் 2.29 யில் காட்டப்பட்டுள்ள செவ்வகம் மற்றும் ஒழுங்கற்ற வளைகோடு ஆகியவற்றைக் கருதுக. செவ்வகத்தின் பரப்பு A= நீளம் x அகலம் = (b-a) c என எளிதாகக் கண்டறியலாம். ஆனால் ஒழுங்கற்ற வளைகோட்டின் கீழே அமையும் பரப்பை அவ்வாறு காண முடியாது.



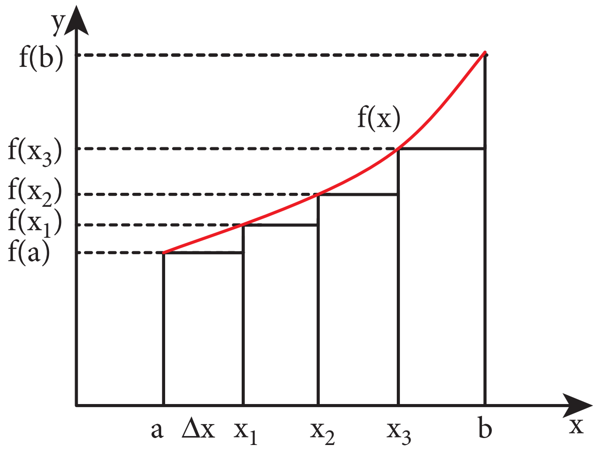


படம் 2.29 செவ்வகம் மற்றும் ஒழுங்கற்ற வளைகோட்டின் கீழே ஏற்படும் பரப்பு

f(x) என்ற சார்பாகக் கருதப்படும் ஒழுங்கற்ற வளைகோட்டிற்கு கீழே உள்ள பரப்பினைப் படம் 2.30 யில் காட்டப்பட்டுள்ளவாறு செவ்வகப் பட்டைகளாகப் பிரித்து, அவற்றின் கூடுதலை ஒழுங்கற்ற வளைகோட்டிற்குக் கீழே உள்ள பரப்பின் தோராயமாகக் கொள்ளலாம்.

$$A \approx f(a)\Delta x + f(x_1)\Delta x + f(x_2)\Delta x + f(x_3)\Delta x$$

இங்கு $f(a)$ என்பது $x = a$ என்ற நிலையில் $f(x)$ இன் மதிப்பாகும், மேலும் $f(x_1)$ என்பது $x = x_1$ என்ற நிலையில் $f(x)$ இன் மதிப்பாகும். இவ்வாறே மற்ற மதிப்புகளையும் காண வேண்டும். செவ்வகப்பட்டைகளின் எண்ணிக்கை அதிகரிக்கும் போது, பரப்பை அளவிடுதலின் துல்லியத்தன்மை மென்மேலும் அதிகரிக்கும்.



படம் 2.30 வளைகோட்டிற்கு கீழே உள்ள பரப்பு செவ்வகப்பட்டைகளின் மொத்தப்பரப்பினால் குறிக்கப்படுகிறது

வளைகோட்டிற்குக் கீழே உள்ள பரப்பினை N பட்டைகளாகப் பகுக்கும்போது, வளைகோட்டிற்குக் கீழே உள்ள பரப்பை

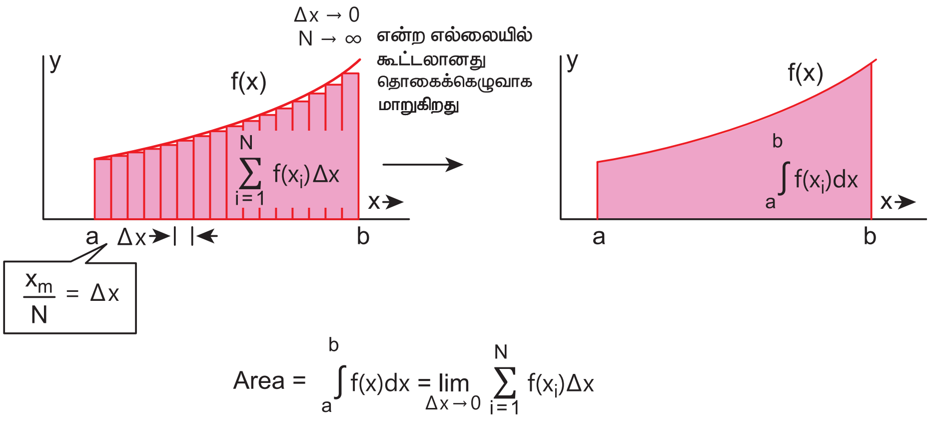
$$A \approx \sum_{n=1}^{N} f(x_n)\Delta x_n$$ எனக் குறிப்பிடலாம்.

செவ்வகப் பட்டைகளின் எண்ணிக்கை ஈறிலா மதிப்பினை நெருங்கும்போது $N \to \infty$ அவற்றின் கூடுதல், தொகையிடலாக மாறுகிறது.

$$A = \int_a^b f(x)\,dx$$

(குறிப்பு : $N \to \infty$, எனில் $\Delta x \to 0$)

இந்தத் தொகையிடல், வளைகோடு $f(x)$ க்கு கீழே உள்ள மொத்தப் பரப்பினைக் கொடுக்கிறது. இது படம் 2.31 இல் காட்டப்பட்டுள்ளது.



படம் 2.31 கூடுதலுக்கும் தொகையிடலுக்கும் உள்ள தொடர்பு

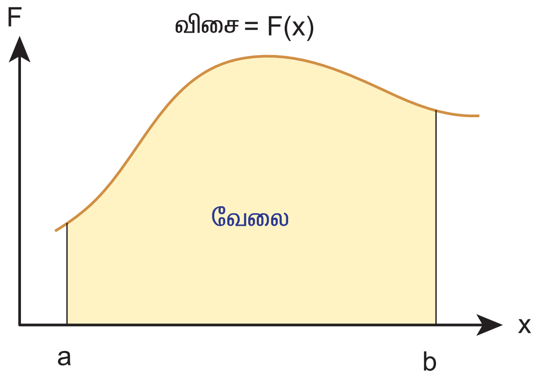
எடுத்துக்காட்டுகள்

பொருளொன்று a புள்ளியிலிருந்து b புள்ளிக்கு ஒரு பரிமாண இயக்கத்தில் நகரும்போது விசை $F(x)$ ஆல் செய்யப்பட்ட வேலையை கீழ்க்கண்டவாறு குறிப்பிடலாம்.

$$W = \int_a^b F(x)\,dx$$

(இங்கு ஸ்கேலர் பெருக்கல் அவசியமில்லை. ஏனெனில் பொருள் ஒரு பரிமாண இயக்கத்தை மேற்கொள்கிறது.)

(1) விசையினால் செய்யப்பட்ட வேலை, விசை – இடப்பெயர்ச்சி வளைகோட்டிற்கு கீழே உள்ள பரப்பிற்குச் சமம் என்பதை படம் 2.32 காட்டுகிறது.

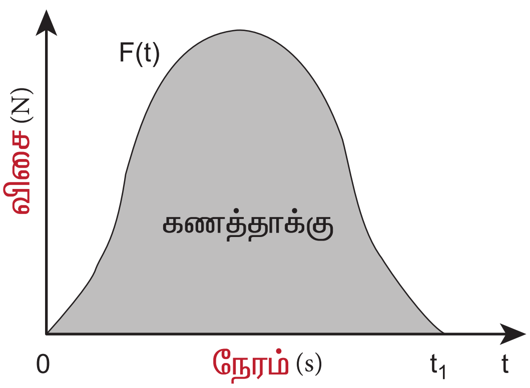


படம் 2.32 விசையினால் செய்யப்பட்ட வேலை

(2) t = 0 மற்றும் t = t_1 என்ற சிறிய கால இடைவெளியில் விசையினால் ஏற்பட்ட கணத்தாக்கை தொகையிடல் மூலம் கணக்கிடலாம்.

$$\text{கணத்தாக்கு } I = \int_0^{t_1} F dt$$

விசைச் சார்பு $F(t)$ மற்றும் நேரம் (t) வரைபடத்தின் பரப்பு, கணத்தாக்கிற்குச் சமம். இது படம் 2.33 யில் காட்டப்பட்டுள்ளது



படம் 2.33 இயற்பியல் அளவு ஒன்றினை வரைபடம் வாயிலாக குறிப்பிட்டுக் காட்டுதல்

சராசரித் திசைவேகம்

தொடக்கத்தில் P என்ற புள்ளியில் உள்ள துகள் ஒன்றைக் கருதுக. அதன் நிலைவெக்டர் $\vec{r}_1$ ஆகும். Δt என்ற சிறிய கால இடைவெளியில் அத்துகள் Q என்ற புள்ளியை அடைகிறது அதன் நிலைவெக்டர் $\vec{r}_2$ ஆகும். துகளின் இடப்பெயர்ச்சிவெக்டர்

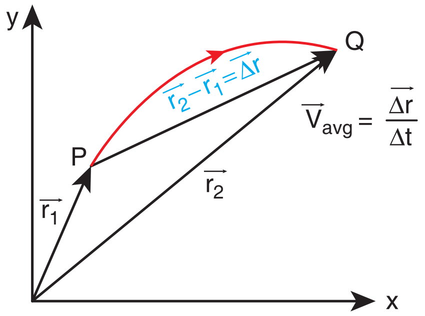
$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1.$$

இடப்பெயர்ச்சி வெக்டர் மற்றும் அதற்கான கால இடைவெளி ஆகியவற்றின் விகிதம், சராசரி திசைவேகத்தினைக் கொடுக்கும்.

$$\vec{v}_{avg} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$$

இது ஒரு வெக்டர் அளவாகும். சராசரித் திசைவேகத்தின் திசை, இடப்பெயர்ச்சி வெக்டரின் திசையில் $(\Delta\vec{r})$ அமையும்.

இது படம் 2.34 இல் காட்டப்பட்டுள்ளது



படம் 2.34 சராசரித் திசைவேகம்

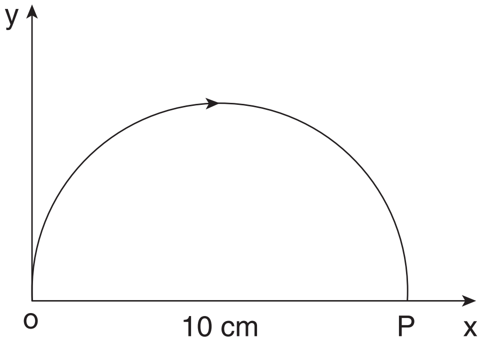
சராசரி வேகம்

துகள் கடந்து சென்ற பாதையின் மொத்த நீளத்திற்கும், எடுத்துக் கொண்ட கால இடைவெளிக்கும் உள்ள தகவு, சராசரி வேகமாகும்.

சராசரி வேகம் = பாதையின் மொத்த நீளம் / மொத்த நேரம்

எடுத்துக்காட்டு 2.20

படத்தில் உள்ளவாறு பொருளொன்று O புள்ளியிலிருந்து P புள்ளிக்கு 5 வினாடியில் கடந்து செல்கிறது. அப்பொருளின் சராசரித் திசைவேகம் மற்றும் சராசரி வேகம் ஆகியவற்றைக் காண்க.



சராசரித் திசைவேகம் $\vec{v}_{avg} = \frac{\vec{r}_P - \vec{r}_O}{\Delta t}$

இங்கு $\Delta t = 5$ s

$$\vec{r}_O = 0$$

$$\vec{r}_P = 10\hat{i}$$

$$\vec{v}_{avg} = \frac{10\hat{i}}{5} = 2\hat{i}\, cm\, s^{-1}.$$

சராசரித் திசைவேகம், நேர்க்குறி x அச்சு திசையில் உள்ளது.

சராசரி வேகம் = $\frac{\text{பாதையின் மொத்த நீளம்}}{\text{மொத்த நேரம்}}$

$$= \frac{5\pi\, cm}{5} = \pi\, cm\, s^{-1} \approx 3.14\, cm\, s^{-1}$$

இங்கு சராசரி வேகம், சராசரித் திசை வேகத்தை விட அதிகம் என்பதைப் புரிந்து கொள்ள வேண்டும்.

உடனடித் திசைவேகம் (அல்லது) திசைவேகம்

t நேரத்தில் இருக்கும் உடனடித் திசைவேகம் அல்லது எளிமையாக t நேரத்தில் திசைவேகம் என்பது, $\Delta t \to 0$, என்ற நிபந்தனையில் கிடைக்கப்பெறும் சராசரித் திசைவேகம் ஆகும்.

மேலும், திசைவேகம் என்பது, நேரத்தைப் பொருத்து நிலைவெக்டர் மாறும் வீதமாகும். இது ஒரு வெக்டர் அளவாகும்.

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

வெக்டர் கூறுமுறையில் துகள் ஒன்றின் திசைவேகம்

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}\right)$$

$$= \frac{dx}{dt}\hat{i} + \frac{dy}{dt}\hat{j} + \frac{dz}{dt}\hat{k}.$$

இங்கு $\frac{dx}{dt} = v_x$ = திசைவேகத்தின் x கூறு

$\frac{dy}{dt} = v_y =$ திசைவேகத்தின் y கூறு

$\frac{dz}{dt} = v_z =$ திசைவேகத்தின் z கூறு

திசைவேகத்தின் எண்மதிப்பு வேகம் எனப்படும். அதனை v என குறிப்பிடலாம்.

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}.$$

வேகம் எப்போதும் ஒரு நேர்க்குறி ஸ்கேலர் ஆகும். வேகத்தின் அலகு $m\,s^{-1}$ ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 2.21

துகளொன்றின் நிலை வெக்டர்

$\vec{r} = 2t\,\hat{i} + 3\,t^2\,\hat{j} - 5\,\hat{k}$.

அ) t என்ற எந்தவொரு நேரத்திலும் உள்ள திசைவேகம் மற்றும் வேகத்தினைக் கணக்கிடுக.

ஆ) $t = 2$ வினாடி என்ற நேரத்தில் உள்ள திசைவேகம் மற்றும் வேகத்தினைக் கணக்கிடுக.

தீர்வு:

திசைவேகம் $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = 2\hat{i} + 6t\hat{j}$

வேகம் $v(t) = \sqrt{2^2 + (6t)^2}\ m\,s^{-1}$

$t = 2$ வினாடியில் துகளின் திசைவேகம்

$$\vec{v}\ (2\ \text{s}) = 2\hat{i} + 12\hat{j}$$

$t = 2$ வினாடியில் துகளின் வேகம்

$$v\ (2\ \text{s}) = \sqrt{2^2 + 12^2} = \sqrt{4 + 144}$$
$$= \sqrt{148} \approx 12.16\,m\,s^{-1}$$

துகளானது x, y திசைகளில் திசைவேகத்தின் கூறுகளைப் பெற்றுள்ளது. z திசையில் நிலைவெக்டர் (–5) என்ற மாறாத மதிப்பினைப் பெற்றுள்ளது. இது நேரத்தைச் சார்ந்ததல்ல. எனவே z– திசையில் திசைவேகத்தின் கூறு சுழியாகும்.

எடுத்துக்காட்டு 2.22

A, B மற்றும் C என்ற மூன்று துகள்களின் திசைவேகங்கள் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. இவற்றுள் எந்தத் துகள் அதிக வேகத்தில் செல்லும்.

$$\overrightarrow{v_A} = 3\hat{i} - 5\hat{j} + 2\hat{k}$$
$$\overrightarrow{v_B} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$$
$$\overrightarrow{v_C} = 5\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}$$

தீர்வு

நாம் அறிந்தபடி வேகம் என்பது, திசைவேகத்தின் எண்மதிப்பு ஆகும். எனவே,

A துகளின் வேகம் $= \left|\overrightarrow{v_A}\right| = \sqrt{(3)^2 + (-5)^2 + (2)^2}$

$= \sqrt{9 + 25 + 4} = \sqrt{38}\ \text{m s}^{-1}$

B துகளின் வேகம் $= \left|\overrightarrow{v_B}\right| = \sqrt{(1)^2 + (2)^2 + (3)^2}$

$= \sqrt{1 + 4 + 9} = \sqrt{14}\ \text{m s}^{-1}$

C துகளின் வேகம் $= \left|\overrightarrow{v_C}\right| = \sqrt{(5)^2 + (3)^2 + (4)^2}$

$= \sqrt{25 + 9 + 16} = \sqrt{50}\ \text{m s}^{-1}$

C துகள் மற்ற துகள்களைவிட வேகமாகச் செல்லும்.

$$\sqrt{50} > \sqrt{38} > \sqrt{14}$$

எடுத்துக்காட்டு 2.23

இரண்டு கார்களில் ஒன்று $\vec{v}_1 = 10\,m\,s^{-1}$ என்ற திசை வேகத்தில் கிழக்காகவும் மற்றொன்று $\vec{v}_2 = 10\,m\,s^{-1}$ என்ற திசைவேகத்தில் மேற்காகவும் செல்கின்றன. அவற்றின் வேகங்களைக் கணக்கிடுக.

தீர்வு

இரண்டு கார்களும் வெவ்வேறான திசையில் ஒரே எண்மதிப்புடைய திசைவேகத்தில் செல்கின்றன.

எனவே இரண்டு கார்களும் வெவ்வேறு திசைவேகத்தில் செல்கின்றன எனக் கருதலாம். ஆனால், திசை வேகத்தின் எண்மதிப்பு வேகம் ஆகும். இதற்குத் திசை இல்லை. எனவே இரண்டு கார்களும் வெவ்வேறு திசைகளில் சென்றாலும் சம வேகத்தில் செல்கின்றன என்பதை அறியலாம்.

வேகம் காட்டும் கருவி

உந்தம்

துகள் ஒன்றின் நேர்க்கோட்டு உந்தம் அல்லது உந்தம் என்பது அத்துகளின் நிறைக்கும், அதன் திசைவேகத்திற்கும் உள்ள பெருக்கற்பலன் ஆகும். இதனை $\vec{p}$ எனக் குறிப்பிடலாம். இது ஒரு வெக்டர் அளவு ஆகும்.

$$\vec{p} = m\vec{v}.$$

திசைவேகத்தின் திசையிலேயே உந்தத்தின் திசையும் இருக்கும். உந்தத்தின் எண்மதிப்பு துகளின் நிறை மற்றும் வேகத்தின் பெருக்கல் பலனுக்குச்சமம்.

$$p = mv$$

கூறுமுறையில் உந்தத்தினை பின் வருமாறு குறிப்பிடலாம்.

$$p_x\hat{i} + p_y\hat{j} + p_z\hat{k} = mv_x\hat{i} + mv_y\hat{j} + mv_z\hat{k}$$

இங்கு

p_x = உந்தத்தின் x-கூறு, இது mv_x க்குச் சமம்.

p_y = உந்தத்தின் y-கூறு, இது mv_y க்குச் சமம்.

p_z = உந்தத்தின் z−கூறு, இது mv_z க்குச் சமம்.

நியூட்டன் விதிகளில் உந்தத்தின் பங்கு மிக முக்கியமானதாகும். பின்வரும் எடுத்துக்காட்டிலிருந்து உந்தத்தின் இயற்பியல் முக்கியத்துவத்தினை அறியலாம்.

ஒரு வண்ணத்துப்பூச்சி, சிறிய கல் ஆகிய இரண்டும் 5 m s^{-1} என்ற திசைவேகத்தில் உங்கள் மீது மோதுகிறது என்க. மோதலின் விளைவுகள் இரண்டும் சமமாக இருப்பதில்லை. ஏனெனில் விளைவு திசை வேகத்தினை மட்டும் பொருத்ததில்லை, நிறையையும் பொருத்தது.

சிறிய கல்லின் நிறை, வண்ணத்துப்பூச்சியின் நிறையைவிட அதிகம். எனவே, சிறிய கல்லின் உந்தம் வண்ணத்துப் பூச்சியின் உந்தத்தைவிட அதிகம். ஆகவே இயக்கத்தில் உள்ள பொருளின் நிலையை விளக்குவதில் உந்தத்தின் பங்கு மிக அதிகமாகும்.

உந்தத்தின் அலகு kg m s^{-1} ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 2.24

10 g மற்றும் 1 kg நிறை கொண்ட இரண்டு பொருட்கள் 10 m s^{-1} என்ற ஒரே வேகத்தில் செல்கின்றன. அவற்றின் உந்தங்களின் எண்மதிப்பைக் காண்க.

தீர்வு

p = mv என்க

10 g நிறையுடைய பொருளின் உந்தம்

$$p = 0.01 \times 10 = 0.1 \text{ kg m s}^{-1}$$

1 kg நிறையுடைய பொருளின் உந்தம்

$$p = 1 \times 10 = 10 \text{ kg m s}^{-1}$$

இரண்டும் ஒரே வேகத்தில் சென்றாலும் கனமான பொருளின் உந்தம், லேசான பொருளின் உந்தத்தை விட 100 மடங்கு அதிகம் என்பதை இந்த எடுத்துக்காட்டிலிருந்து அறியலாம்.

2.10 ஒரு பரிமாண இயக்கம்

2.10.1 சராசரித் திசைவேகம்

துகளொன்று ஒரு பரிமாணத்தில் இயங்குகிறது என்க. எடுத்துக்காட்டாக x திசையில் இயங்குகிறது என்று எடுத்துக்கொண்டால் அத்துகளின் சராசரித் திசைவேகம்

$$= \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}.$$

சராசரித் திசைவேகம் ஒரு வெக்டர் அளவாகும். ஆனால் ஒரு பரிமாணத்தில், நமக்கு இரண்டு திசைகள் மட்டுமே சாத்தியம் (நேர்க்குறி மற்றும் எதிர்க்குறி x திசை) எனவே திசையினைக் குறிக்க நேர்க்குறி மற்றும் எதிர்க்குறி இரண்டினையும் பயன்படுத்தலாம்.

உடனடித் திசைவேகம் அல்லது திசைவேகத்தினைப்பின்வருமாறு வரையறுக்கலாம்.

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$

வரைபடமுறையில், துகளின் இடப்பெயர்ச்சி–நேரம் வரைபடத்தின் சாய்வு, துகளின் திசைவேகத்தினைக் கொடுக்கும். அதே நேரத்தில் துகளின் திசைவேகம்–நேரம் வரைபடத்தின் வளைகோட்டிற்கு கீழே உள்ள பரப்பு இடப்பெயர்ச்சி மற்றும் கடந்த தொலைவினைக் கொடுக்கும். அதனைப் பின்வருமாறு விளக்கலாம்.

நாமறிந்தபடி, திசைவேகம் $= \dfrac{dx}{dt} = v$

எனவே, $dx = vdt$ என எழுதலாம்.

இரண்டு பக்கமும் தொகைப்படுத்த

$\int_{x_1}^{x_2} dx = \int_{t_1}^{t_2} v\, dt$ எனக்கிடைக்கும்.

முற்பகுதியில் கூறப்பட்டபடி தொகையிடல் என்பது வளைகோட்டிற்கு கீழே உள்ள பரப்பினைக் காண்பதற்குச் சமம். எனவே, $\int_{t_1}^{t_2} v\, dt$ என்ற பதம் திசைவேகம், காலத்தின் சார்பாக உள்ளபோது ஏற்படும் வளைகோட்டிற்கு கீழே உள்ள பரப்பினைக் குறிக்கிறது.

இடதுகைப் பக்கமுள்ள தொகையிடல் t_1 நேரத்திலிருந்து t_2 நேரத்தில் துகள் அடைந்த இடப்பெயர்ச்சியைக் குறிக்கிறது. திசைவேகம்–நேரம் வளை கோட்டிற்கு கீழே உள்ள பரப்பு துகளின் இடப்பெயர்ச்சியைக் குறிக்கிறது. பரப்பு எதிர்க்குறியாக இருப்பின், இடப்பெயர்ச்சி எதிர்க்குறி ஆகும். எனவே, துகள் எதிர்த்திசையில் செல்கிறது. இது படம் 2.35 இல் காட்டப்பட்டுள்ளது.

எடுத்துக்காட்டு 2.25

துகள் ஒன்று x–அச்சுத் திசையில் நகர்கிறது என்க. அவ்வாறு அது நகரும் போது அதன் x– ஆய அச்சு நேரத்தைப் பொருத்து $x = 2 - 5t + 6t^2$ என்ற சமன்பாட்டின்படி மாறுகிறது எனில் துகளின் ஆரம்பத் திசைவேகம் என்ன?

தீர்வு

$$x = 2 - 5t + 6t^2$$

திசைவேகம், $v = \dfrac{dx}{dt} = \dfrac{d}{dt}(2 - 5t + 6t^2)$

(அல்லது) $v = -5 + 12t$

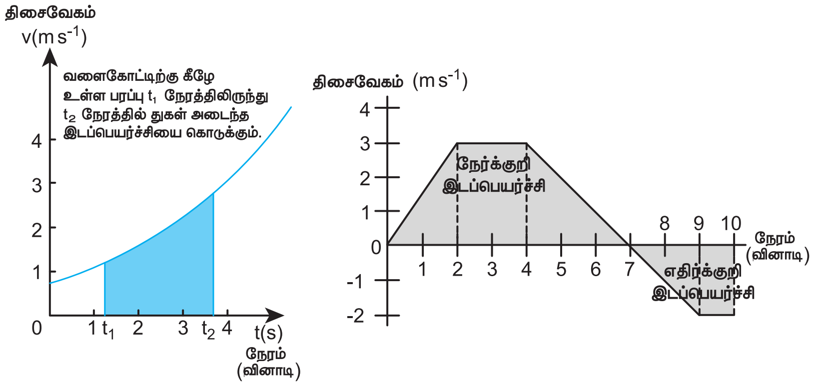
ஆரம்பத் திசைவேகத்திற்கு $t = 0$ என்க

எனவே, ஆரம்பத் திசைவேகம் $= -5 \text{ m s}^{-1}$

ஆரம்பத் திசைவேகத்தில் உள்ள எதிர்க்குறி என்பது, பொருளானது ஆரம்பத்தில் எதிர் x –அச்சு திசையில் திசைவேகத்தைக் கொண்டிருந்தது என்று குறிக்கிறது.

துகள் கடந்த மொத்த பாதையின் நீளத்திற்கும், எடுத்துக் கொண்ட நேரத்திற்கும் உள்ள தகவு சராசரி வேகம் எனப்படும்.

சராசரி வேகம் $= \dfrac{\text{பாதையின் மொத்த நீளம்}}{\text{எடுத்துக் கொண்டநேரம்}}$



படம் 2.35 திசைவேகம் – நேரம் வரைபடத்தில் இடப்பெயர்ச்சி

2.10.2 ஒரு பரிமாண மற்றும் இருபரிமாண இயக்கத்தில் சார்புத் திசைவேகம்

A மற்றும் B என்ற இரண்டு பொருட்கள் வெவ்வேறு திசை வேகங்களில் செல்கின்றன என்க, B பொருளைப் பொருத்து A பொருளின் திசைவேகம் என்பது, B பொருளைப் பொருத்து A பொருளின் சார்புத் திசைவேகம் எனப்படும் .

நேர்வு –1

A, B என்ற இரண்டு பொருள்கள் படத்தில் உள்ளவாறு V_A மற்றும் V_B, என்ற சீரான திசைவேகங்களில் நேர்க்கோட்டுப்பாதையில் தரையைப் பொருத்து ஒரே திசையில் செல்கின்றன.

$$\overrightarrow{V_A}\ ,\ \overrightarrow{V_B}$$

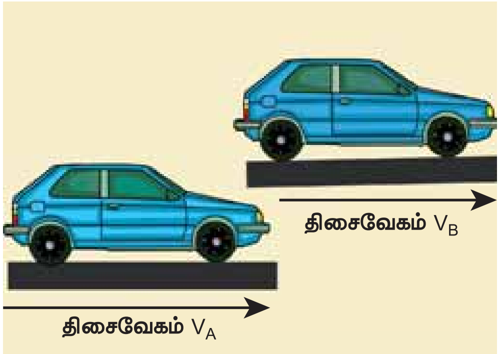
B பொருளைப் பொருத்து A பொருளின் சார்புத்திசைவேகம் $\vec{V}_{AB} = \vec{V}_A - \vec{V}_B$

A பொருளைப் பொருத்து B பொருளின் சார்புத்திசைவேகம் $\vec{V}_{BA} = \vec{V}_B - \vec{V}_A$

எனவே, இரண்டு பொருட்கள் ஒரே திசையில் இயங்கும் போது, ஒரு பொருளைப் பொருத்து மற்றொன்றின் சார்புத்திசை வேகத்தின் எண்மதிப்பு, இவ்விரண்டு பொருள்களின் திசைவேகங்களின் எண் மதிப்புகளின் வேறுபாட்டிற்குச் சமமாகும்.

எடுத்துக்காட்டு 2.26

A மற்றும் B என்ற இரண்டு கார்கள் இணையான பாதையில் ஒரே திசையில் தரையைப் பொருத்து சீரான திசைவேகத்தில் செல்கின்றன. A மற்றும் B கார்களின் திசைவேகங்கள் முறையே $35\ \text{km h}^{-1}$ மற்றும் $40\ \text{km h}^{-1}$ கிழக்காக செல்கின்றன. A காரினைப் பொருத்து B காரின் சார்புத் திசைவேகம் என்ன?



தீர்வு

A காரினைப் பொருத்து B காரின் சார்புத் திசைவேகம்

$\vec{v}_{BA} = \vec{v}_B - \vec{v}_A = 5\ \text{km h}^{-1}$ கிழக்கு திசையில்

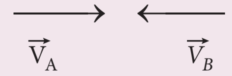
இதே போன்று B காரினைப் பொருத்து A காரின் சார்புத் திசைவேகம்

$\vec{v}_{AB} = \vec{v}_A - \vec{v}_B = 5\ \text{km h}^{-1}$ மேற்குத்திசையில்

A காரில் உள்ள பயணிக்கு B காரானது கிழக்கு நோக்கி $5\ \text{km h}^{-1}$ என்ற திசைவேகத்தில் செல்வது போன்று தோன்றும். B காரில் உள்ள பயணிக்கு A காரானது மேற்கு நோக்கி $5\ \text{km h}^{-1}$ என்ற திசைவேகத்தில் செல்வது போன்று தோன்றும்.

நேர்வு –2

A, B என்ற இரண்டு பொருட்கள் V_A மற்றும் V_B என்ற சீரான திசைவேகங்களில் ஒன்றுக்கொன்று எதிர் திசையில் நேரான பாதையில் செல்கின்றன.



B பொருளைப் பொருத்து A பொருளின் சார்புத் திசைவேகம்

$$\vec{V}_{AB} = \vec{V}_A - (-\vec{V}_B) = \vec{V}_A + \vec{V}_B$$

A பொருளைப் பொருத்து B பொருளின் சார்புத் திசைவேகம்

$$\vec{V}_{BA} = -\vec{V}_B - \vec{V}_A = -(\vec{V}_A + \vec{V}_B)$$

எனவே, இரண்டு பொருட்கள் ஒன்றுக்கொன்று எதிர் திசையில் இயங்கும் போது, ஒரு பொருளைப் பொருத்து மற்றொரு பொருளின் சார்புத் திசைவேகமானது, இரண்டு பொருட்களின் திசைவேகங்களின் எண் மதிப்புகளின் கூடுதலுக்குச் சமமாகும்.

நேர்வு –3

$\vec{v}_A$ மற்றும் $\vec{v}_B$ திசைவேகத்தில் இரண்டு பொருட்கள் θ கோணத்தில் இயங்கும் போது, B பொருளைப் பொருத்து A பொருளின் சார்புத் திசைவேகம்

$$\vec{v}_{AB} = \vec{v}_A - \vec{v}_B$$

சார்புத் திசைவேகத்தின் எண்மதிப்பு மற்றும் திசை கீழ்கண்டவாறு வழங்கப்படுகிறது.

$$v_{AB} = \sqrt{v_A^2 + v_B^2 - 2\, v_A v_B \cos\theta} \text{ மற்றும்}$$

$$\tan\beta = \frac{v_B \sin\theta}{v_A - v_B \cos\theta}$$

(இங்கு β என்பது $\vec{v}_{AB}$ மற்றும் $\vec{v}_B$ க்கு இடைப்பட்ட கோணமாகும்.)

(அ) இரு பொருட்களும், நேரான இணை பாதையில் ஒரே திசையில் இயங்கும் போது $\theta = 0°$ எனவே,

$$v_{AB} = (v_A - v_B)$$

மேலும் v_{AB} இன் திசை $\vec{v}_A$ இன் திசையில் இருக்கும். இதே போன்று,

$$v_{BA} = (v_B - v_A)$$

மேலும் v_{BA} இன் திசை $\vec{v}_B$ இன் திசையில் இருக்கும்.

(ஆ) இரு பொருட்களும் நேரான இணைப் பாதையில் ஒன்றுக் கொன்று எதிர்திசையில் இயங்கும் போது $\theta = 180°$. எனவே,

$$v_{AB} = (v_A + v_B)$$

மேலும் இதன் திசை $\vec{v}_A$ இன் திசையில் இருக்கும்.

இதேபோன்று

$$v_{BA} = (v_B + v_A)$$

மேலும் இதன் திசை $\vec{v}_B$ இன் திசையில் இருக்கும்.

(இ) இரு பொருட்களும் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தாக செல்லும் போது $\theta = 90°$

B பொருளைப் பொருத்து A பொருளின் சார்புத் திசைவேகத்தின் எண்மதிப்பு

$$v_{AB} = \sqrt{v_A^2 + v_B^2}.$$

(ஈ) குடை பிடித்தபடி கிடைத்தளப் பாதையில் நடந்து செல்லும் மனிதரின் திசைவேகம் $\vec{V}_M$ என்க. அவரின் மீது செங்குத்தாக $\vec{V}_R$ திசைவேகத்தில் மழை பொழிகிறது எனில், மனிதரைப் பொருத்து, மழையின் சார்புத் திசைவேகம் (படம் 2.36)

$$\vec{V}_{RM} = \vec{V}_R - \vec{V}_M$$

மேலும், $\vec{V}_{RM}$ இன் எண்மதிப்பு

$$V_{RM} = \sqrt{V_R^2 + V_M^2}$$

மற்றும் செங்குத்து அச்சைப் பொறுத்து

$$\text{திசை } \theta = \tan^{-1}\left(\frac{V_M}{V_R}\right)$$

இது படம் (2.36) இல் காட்டப்பட்டுள்ளது.

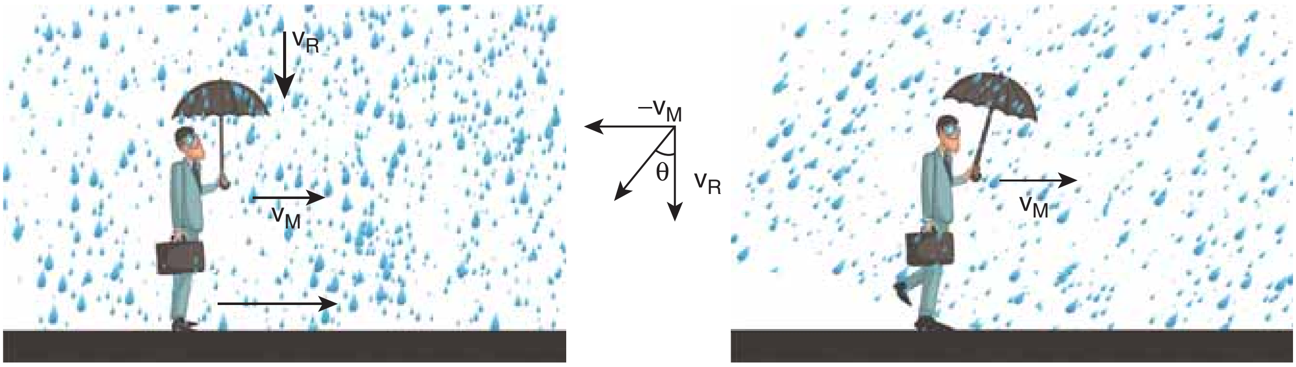
மழையிலிருந்து தன்னைப் பாதுகாத்துக் கொள்ள மனிதர் செங்குத்து அச்சைப் பொறுத்து θ கோணத்தில் குடையினை சாய்த்துப் பிடிக்க வேண்டும்.

எடுத்துக்காட்டு 2.27

A மற்றும் B என்ற இரண்டு ரயில் வண்டிகள் இணையான இரயில் பாதையில் ஒன்றுக் கொன்று எதிர் திசையில் செல்கின்றன. இரயில் வண்டி A இன் திசைவேகம் கிழக்கு நோக்கி 40 km h^{-1} மற்றும் இரயில் வண்டி B இன் திசைவேகம் மேற்கு நோக்கி 40 km h^{-1}. இரயில் வண்டிகளின் சார்புத் திசைவேகங்களைக் காண்க.

தீர்வு

இரயில் வண்டி B ஐப் பொருத்து, இரயில்வண்டி A இன் சார்புத் திசைவேகம்,



படம் 2.36 மழையைப் பொருத்து குடையின் கோணம்

$V_{AB} = 80\ \text{km h}^{-1}$ கிழக்கு நோக்கி, அதாவது இரயில் வண்டி B இல் உள்ள பயணிக்கு, இரயில்வண்டி A கிழக்கு நோக்கி $80\ \text{km h}^{-1}$ திசைவேகத்தில் செல்வது போன்று தோன்றும்.

இரயில் வண்டி A ஐப் பொருத்து, இரயில்வண்டி B இன் சார்புத் திசைவேகம்,

$V_{BA} = 80\ \text{km h}^{-1}$ மேற்கு நோக்கி, அதாவது இரயில் வண்டி A இல் உள்ள பயணிக்கு, இரயில்வண்டி B மேற்கு நோக்கி $80\ \text{km h}^{-1}$ திசைவேகத்தில் செல்வது போன்று தோன்றும்.

எடுத்துக்காட்டு 2.28

A மற்றும் B என்ற இரண்டு இரயில் வண்டிகள் இணையான இரயில் பாதையில் ஒரே திசையில் கிழக்கு நோக்கி $50\ \text{km h}^{-1}$ என்ற திசைவேகத்தில் செல்கின்றன. இரயில் வண்டிகளின் சார்புத் திசைவேகங்களைக் காண்க.

தீர்வு

இரயில் வண்டி A வைப் பொருத்து இரயில் வண்டி B இன் சார்புத் திசைவேகம்,

$$v_{BA} = v_B - v_A$$
$$= 50\ \text{km h}^{-1} + (-50)\ \text{km h}^{-1}$$
$$= 0\ \text{km h}^{-1}$$

இவ்வாறே, இரயில் வண்டி B ஐப்பொருத்து, இரயில் வண்டி A இன் சார்புத் திசைவேகம் v_{AB} சுழியாகும்.

எனவே இந்த இரு இரயில் வண்டியும் ஒன்று மற்றொன்றைப் பொருத்து ஓய்வு நிலையில் இருப்பது போன்று தோன்றும்.

எடுத்துக்காட்டு 2.29

$36\ \text{km h}^{-1}$ வேகத்தில் செல்லும் இரயில் வண்டியின் ஜன்னல் ஓரம் அமர்ந்திருக்கும் சிறுவன், எதிர் திசையில் $18\ \text{km h}^{-1}$ வேகத்தில் செல்லும் 90 m நீளமுள்ள இரயிலை எவ்வளவு நேரத்திற்குப் பார்க்க முடியும்.

தீர்வு:

சிறுவனைப் பொருத்து எதிர்திசையில் செல்லும் இரயில் வண்டியின் சார்புத் திசைவேகம்

$$= (36 + 18)\ \text{km h}^{-1} = 54\ \text{km h}^{-1}$$

$$= 54 \times \frac{5}{18}\ \text{m s}^{-1} \qquad = 15\ \text{m s}^{-1}$$

சிறுவன் எதிர் திசையில் செல்லும் இரயில் வண்டியை முழுவதும் பார்ப்பதற்கான நேரத்தினைக் கணக்கிட வேண்டும்.

$$15 = \frac{90}{t} \quad \text{(அல்லது)} \quad t = \frac{90}{15} = 6\,\text{s}$$

எடுத்துக்காட்டு 2.30

ஆற்று நீரோட்டத்தின் திசையில் நீந்தும் நீச்சல் வீரரின் திசைவேகம் $12\ \text{km h}^{-1}$. ஆற்று நீரோட்டத்தின் திசைக்கு எதிர்திசையில் அவரின் நீச்சல் திசைவேகம் $6\ \text{km h}^{-1}$ எனில், அமைதி நிலையில் இருக்கும் நீரினைப் பொருத்து நீச்சல் வீரரின் வேகத்தையும் மற்றும் ஆற்று நீரோட்டத்தின் திசைவேகத்தையும் காண்க.

தீர்வு

தரையைப் பொருத்து நீச்சல் வீரர் மற்றும் ஆற்று நீரோட்டத்தின் திசை வேகங்கள் முறையே v_s மற்றும் v_r என்க

$$v_s + v_r = 12 \qquad (1)$$

மற்றும்

$$v_s - v_r = 6 \qquad (2)$$

இரண்டு சமன்பாடுகளையும் கூட்டும் போது,

$$2v_s = 12 + 6 = 18\ \text{km h}^{-1} \quad \text{(அல்லது)}$$
$$v_s = 9\ \text{km h}^{-1}$$

சமன்பாடு (1) இல் இருந்து

$$9 + v_r = 12 \quad \text{(அல்லது)} \quad v_r = 3\ \text{km h}^{-1}$$

நீச்சல் வீரர் ஆற்று நீரோட்டம் பாய்ந்து கொண்டிருக்கும் அதே திசையில் நீந்தும் போது அவரின் தொகுபயன் திசைவேகம் $12\ \text{km h}^{-1}$.

முடுக்கிவிடப்பட்ட இயக்கம்:

சீரற்ற இயக்கத்தில் உள்ள பொருளின் திசைவேகம் ஒவ்வொரு நேரத்திலும் மாற்றமடைந்து கொண்டே இருக்கும். அதாவது திசைவேகம் நேரத்தைப் பொருத்து மாற்றமடைந்து கொண்டே இருக்கும்.

இவ்வகையான இயக்கத்திற்கு முடுக்கிவிடப்பட்ட இயக்கம் என்று பெயர்.

i) முடுக்கிவிடப்பட்ட இயக்கத்தில், ஓரலகு நேரத்தில் மாற்றமடைந்த பொருளின் திசைவேகம் சமமாக (மாறிலியாக) இருப்பின், அப்பொருள் சீராக முடுக்கிவிடப்பட்ட இயக்கத்தில் உள்ளது எனக்கருதலாம்.

ii) ஓரலகு நேரத்தில் மாற்றமடைந்த பொருளின் திசைவேகம் வெவ்வேறு நேரத்தில் வெவ்வேறாக இருப்பின் அப்பொருள் சீரற்ற முடுக்கிவிடப்பட்ட இயக்கத்தில் உள்ளது எனக்கருதலாம்.

சராசரி முடுக்கம்:

$\Delta t = (t_2 - t_1)$ கால இடைவெளியில், திசைவேகம் $\vec{v}_1$ லிருந்து $\vec{v}_2$ க்கு மாற்றமடைந்த பொருளின் சராசரி முடுக்கத்தை, திசைவேக மாறுபாடு மற்றும் எடுத்துக்கொண்ட கால இடைவெளி $\Delta t = (t_2 - t_1)$ இவற்றின் தகவு என வரையறை செய்யலாம்.

$$\text{எனவே, } \vec{a}_{avg} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

சராசரி முடுக்கம் ஒரு வெக்டர் அளவாகும் அதன் திசை $\Delta \vec{v}$ இன் திசையில் இருக்கும்.

உடனடி முடுக்கம்:

பொதுவாக சராசரி முடுக்கம், முழு கால இடைவெளியில் பொருளின் திசைவேகத்தில் ஏற்படும் மாறுபாட்டைக் கொடுக்கும். ஆனால் இது ஒரு குறிப்பிட்ட கணநேரத்தில் (t) திசைவேகத்தில் ஏற்பட்ட மாற்றத்தைக் கொடுக்காது.

Δt சுழியை நெருங்கும்போது, நேரத்தைப் பொருத்து திசைவேகத்தில் ஏற்பட்ட மாறுபாடு உடனடி முடுக்கம் அல்லது முடுக்கம் என அழைக்கப்படுகிறது.

$$\text{முடுக்கம் } \vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

வேறுவகையில் கூறின், t நேரத்தில் பொருளின் முடுக்கமானது அந்நேரத்தில் ஏற்பட்ட திசைவேக மாறுபாட்டிற்குச் சமமாகும்.

(i) முடுக்கம் ஒரு வெக்டர் அளவு ஆகும். இதன் SI அலகு ms^{-2} பரிமாண வாய்ப்பாடு $M^0L^1T^{-2}$

ii) திசைவேகம் அதிகரிக்கும் போது ஏற்படும் முடுக்கத்தை நேர்க்குறி முடுக்கம் எனவும் திசைவேகம் குறையும் போது ஏற்படும் முடுக்கத்தை எதிர்க்குறி முடுக்கம் எனவும் அழைக்கிறோம். இதனை எதிர்முடுக்கம் என்றும் அழைக்கலாம். கூறுமுறையில் முடுக்கத்தினை கீழ்க்கண்டவாறு எழுதலாம். இதிலிருந்து,

$$\vec{a} = \frac{dv_x}{dt}\hat{i} + \frac{dv_y}{dt}\hat{j} + \frac{dv_z}{dt}\hat{k} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

எனவே,

$a_x = \frac{dv_x}{dt}$, $a_y = \frac{dv_y}{dt}$, $a_z = \frac{dv_z}{dt}$ என அறியலாம், இவைகள் உடனடி முடுக்கத்தின் கூறுகள் ஆகும்.

திசைவேகத்தின் அனைத்து கூறுகளும், அதற்குத் தொடர்புடைய ஆய அச்சுக் கூறுகளின் வகைக்கெழுக்களாகும். இதே போன்று முடுக்க வெக்டர் a_x, a_y, மற்றும் a_z, ஆகியவற்றை கீழ்க்கண்டவாறு எழுதலாம்.

$$a_x = \frac{d^2x}{dt^2}, \quad a_y = \frac{d^2y}{dt^2}, \quad a_z = \frac{d^2z}{dt^2}$$

எனவே, முடுக்க வெக்டர் $\vec{a}$ ஐ கீழ்க்கண்டவாறும் எழுதலாம்.

$$\vec{a} = \frac{d^2x}{dt^2}\hat{i} + \frac{d^2y}{dt^2}\hat{j} + \frac{d^2z}{dt^2}\hat{k} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$$

மேற்கண்ட தொடர்பிலிருந்து முடுக்கம், நிலைவெக்டரின் நேரத்தைப் பொருத்த இரண்டாம் வகைக்கெழு என்று அறியலாம்.

வரைபட முறையில் முடுக்கம் என்பது திசைவேகம் – நேரம் வரைபடத்தின் சாய்வு ஆகும்.

மேலும், வரைபட முறையில் முடுக்கம் – நேரம் வரைபடம் கொடுக்கப்பட்டிருப்பின் வளைகோட்டிற்கு கீழே உள்ள பரப்பு திசைவேகத்தைக் கொடுக்கும்.

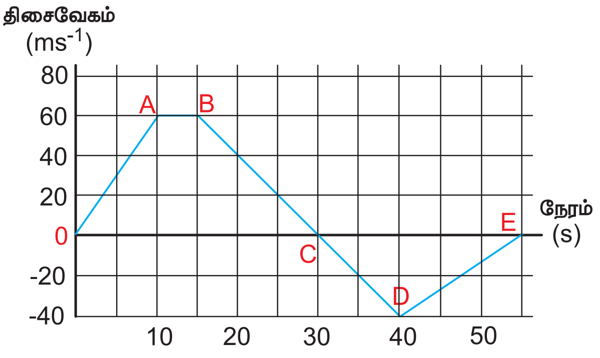
$\frac{dv}{dt} = a$ இதிலிருந்து $dv = a\,dt$ என எழுதலாம்,

$$\text{எனவே } v = \int_{t_1}^{t_2} a\,dt$$

இங்கு t_1 மற்றும் t_2 தொடக்க மற்றும் இறுதி நேரத்தைக் குறிக்கிறது.

எடுத்துக்காட்டு 2.31

x- அச்சுத் திசையில் இயங்கும் துகளொன்றின் திசைவேகம் – நேரம் வரைபடம் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. அதிலிருந்து கீழ்க்கண்டவற்றைக் காண்க.



அ) 0 முதல் 55 வினாடி கால இடைவெளியில் துகளின் இயக்கத்தினை விளக்கவும்.

ஆ) 0 முதல் 40 வினாடி கால இடைவெளியில் துகள் கடந்த தொலைவு மற்றும் துகளின் இடப்பெயர்ச்சியைக் கணக்கிடவும்.

இ) $t = 5$ வினாடி மற்றும் $t = 20$ வினாடியில் துகளின் முடுக்கத்தினைக் கணக்கிடவும்.

தீர்வு:

அ) **O முதல் A வரை: (0 வினாடி முதல் 10 வினாடி வரை)**

$t = 0$ வினாடியில் துகளின் திசைவேகம் சுழி அதன் பின்பு துகள் நேர்க்குறி திசை வேகத்தைப் பெறும். எனவே துகள் நேர்க்குறி x திசையில் இயங்கும். 0 வினாடியிலிருந்து 10 வினாடி வரை வளைகோட்டின் சாய்வு $\left(\frac{dv}{dt}\right)$ நேர்க்குறி ஆகும். இது துகளின் நேர்க்குறி முடுக்கத்தினைக் காட்டுகிறது. மேலும் 0 வினாடியிலிருந்து 10 வினாடி வரை துகளின் திசைவேகம் அதிகரிப்பதைக் காணலாம்.

A முதல் B வரை: (10 வினாடியிலிருந்து 15 வினாடி வரை)

10 வினாடி முதல் 15 வினாடி வரை 60 m s^{-1} என்ற மாறாத திசை வேகத்தில் துகள் உள்ளது. இது துகளின் சுழி முடுக்கத்தினைக் காட்டுகிறது. மேலும் துகள் தொடர்ந்து நேர்க்குறி திசையில் இயங்குவதை இது காட்டுகிறது.

B முதல் C வரை: (15 வினாடியிலிருந்து 30 வினாடி வரை)

15 வினாடியிலிருந்து 30 வினாடி வரை வளைகோட்டின் சாய்வு எதிர்க்குறி ஆகும். இது 15 வினாடியிலிருந்து 30 வினாடிவரை துகளின் திசைவேகம் குறைவதைக் காட்டுகிறது. இருப்பினும் துகள் நேர்க்குறி x அச்சு திசையிலேயே தொடர்ந்து இயங்குகின்றது. 30 வினாடியில் துகளின் திசைவேகம் சுழியாகிறது. துகள் நேர்க்குறி x திசையில் பெரும தூரத்தைக் கடந்து பின்பு கண நேர ஓய்வினை அடைகிறது.

C யிலிருந்து D வரை: (30 வினாடியிலிருந்து 40 வினாடிவரை)

30 வினாடியிலிருந்து 40 வினாடி வரை துகள் எதிர்க்குறி திசைவேகத்தினை அடையும். இது துகள் எதிர்க்குறி x அச்சு திசையில் இயங்கத் தொடங்குவதைக் காட்டுகிறது. திசை வேகத்தின் எண்மதிப்பு 40 m s^{-1} என்ற பெரும மதிப்பினை அடைகிறது.

D யிலிருந்து E வரை (40 வினாடியிலிருந்து 55 வினாடி வரை):

40 வினாடியிலிருந்து 55 வினாடிவரை திசைவேகம் எதிர்க்குறியில்தான் இருக்கிறது. அது மட்டுமின்றி குறையத் தொடங்குகிறது. $t = 55$ வினாடியில் துகளின் திசைவேகம் சுழியினை அடைந்து துகள் ஓய்வுநிலைக்கு வரும்.

ஆ) 0 முதல் 40 வினாடி வரை கொடுக்கப்பட்ட வளைகோட்டின் கீழே உள்ள பரப்பு துகளின் இடப்பெயர்ச்சியைக் கொடுக்கும். இங்கு O முதல் C வரை உள்ள பரப்பு துகள் நேர்க்குறி x திசையில் அடைந்த இடப்பெயர்ச்சியையும், C முதல் D உள்ள பரப்பு துகள் எதிர்க்குறி x திசையில் அடைந்த இடப்பெயர்ச்சியையும் கொடுக்கும்.

0 வினாடி முதல் 10 வினாடி வரை துகள் அடைந்த இடப்பெயர்ச்சி

$$= \frac{1}{2} \times 10 \times 60 = 300\ m$$

10 வினாடி முதல் 15 வினாடி வரை துகள் அடைந்த இடப்பெயர்ச்சி

$$= 60 \times 5 = 300 \text{ m}$$

15 வினாடி முதல் 30 வினாடி வரை துகள் அடைந்த இடப்பெயர்ச்சி

$$= \frac{1}{2} \times 15 \times 60 = 450\,m$$

30 வினாடி முதல் 40 வினாடி வரை துகள் அடைந்த இடப்பெயர்ச்சி

$$= \frac{1}{2} \times 10 \times (-40) = -200\,m.$$

இங்கு எதிர்க்குறியானது, துகள் எதிர்க்குறி x அச்சு திசையில் 200 m சென்றதைக் காட்டுகிறது.

0 வினாடி முதல் 40 வினாடி வரை துகள் அடைந்த மொத்த இடப்பெயர்ச்சி

$$300\text{ m} + 300\text{ m} + 450\text{ m} - 200\text{ m}$$
$$= +850\text{ m}.$$

இங்கு நேர்க்குறியானது துகளின் தொகுபயன் இடப்பெயர்ச்சி நேர்க்குறி அச்சின் திசையில் உள்ளது என்பதைக் காட்டுகிறது.

0 வினாடியிலிருந்து 40 வினாடி வரை துகள் கடந்த மொத்த தூரம் (பாதையின் நீளம்)

$$= 300 + 300 + 450 + 200 = 1250\text{ m}.$$

(இ) திசைவேகம் – நேரம் வரைபடத்தின் சாய்வு துகளின் முடுக்கத்தைக் கொடுக்கும். முதல் 10 வினாடிகளுக்கு திசை வேகம் மாறாத சாய்வினைக் கொண்டுள்ளது (மாறாத முடுக்கம்)

எனவே, முடுக்கம் $= \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$ இங்கு

$v_2 = 60\text{ m s}^{-1}$ மற்றும் $v_1 = 0$

$$a = \frac{60-0}{10-0} = 6\,m\,s^{-2}$$

மேலும் துகள் 15 வினாடியிலிருந்து 30 வினாடிவரை மாறாத எதிர்க்குறி சாய்வினைக் கொண்டுள்ளது. இந்நிகழ்வில் $v_2 = 0$ மற்றும் $v_1 = 60\,m\,s^{-1}$. எனவே $t = 20$ வினாடியில் முடுக்கமானது $a = \frac{0-60}{30-15} = -4\,m\,s^{-2}$. எதிர்க்குறி சாய்வானது துகளின் எதிர் முடுக்கத்தைக் காட்டுகிறது.

எடுத்துக்காட்டு 2.32

துகளின் நிலை வெக்டர் $\vec{r} = 3t^2\hat{i} + 5t\hat{j} + 4\hat{k}$, இதிலிருந்து கீழ்க்கண்டவற்றைக் காண்க

அ) $t = 3$ வினாடியில் துகளின் திசை வேகம்

ஆ) $t = 3$ வினாடியில் துகளின் வேகம்

இ) $t = 3$ வினாடியில் துகளின் முடுக்கம்

தீர்வு:

(அ) திசைவேகம் $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{dx}{dt}\hat{i} + \frac{dy}{dt}\hat{j} + \frac{dz}{dt}\hat{k}$

இங்கு, $\vec{v}(t) = 6t\hat{i} + 5\hat{j}$

திசைவேகம் இரண்டு கூறுகளை மட்டுமே பெற்றுள்ளது. அதாவது $v_x = 6t$ (நேரத்தைச் சார்ந்துள்ளது) மற்றும் $v_y = 5$ (நேரத்தைச் சாராதது).

$t = 3$ வினாடியில் திசைவேகம்

$$\vec{v}(3) = 18\hat{i} + 5\hat{j}$$

(ஆ) $t = 3$ வினாடியில் துகளின்வேகம்

$$v = \sqrt{18^2 + 5^2} = \sqrt{349} \approx 18.68\,m\,s^{-1}$$

(இ) முடுக்கம் = $\vec{a} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = 6\hat{i}$

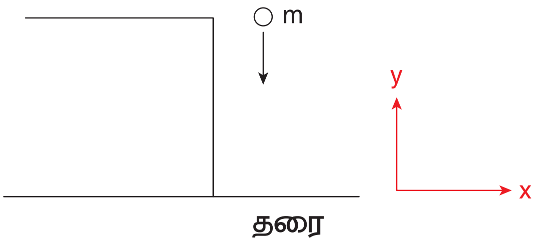
முடுக்கம் $x-$ கூறினை மட்டுமே பெற்றுள்ளது. மேலும் இது நேரத்தைச் சாராதது. $t = 3$ வினாடியிலும் முடுக்கம் மாறாத மதிப்பான $\vec{a} = 6\hat{i}$ ஐ பெற்றிருக்கும் என்பதை கவனிக்க வேண்டும். மேலும் இந்நிகழ்வில் துகள் சீரற்ற திசை வேகத்தையும் சீரான முடுக்கத்தையும் பெற்றுள்ளது.

எடுத்துக்காட்டு 2.33

பொருளொன்றை செங்குத்தாக கீழ் நோக்கி எறியும்போது அது எவ்வகையான முடுக்கத்தினைப் பெறும்?

தீர்வு:

நாம் அறிந்தபடி, தடையின்றித் தானே புவியை நோக்கி விழும் பொருள் புவியீர்ப்பு விசையினால் ஒரு முடுக்கத்தைப்பெறும் அது புவியீர்ப்பு முடுக்கமாகும். $g = 9.8\text{ m s}^{-2}$ படத்தில் உள்ளபடி நாம் தகுந்த ஆய அச்சுத் தொகுப்பினை தேர்வு செய்ய வேண்டும்.



இதிலிருந்து முடுக்கமானது எதிர்க்குறி y திசையில் செயல்படும் என அறியலாம்.

$$\vec{a} = g\left(-\hat{j}\right) = -g\hat{j}$$

குறிப்பு சில நேரங்களில் கீழ்நோக்கிய திசையினை நேர்க்குறி y அச்சு என்றும் கருதுவதுண்டு. தடையின்றி தானே செங்குத்தாக கீழ்நோக்கி விழும் பொருளின் முடுக்கம் 'g' ஐ, இந்நிகழ்வில் நேர்க்குறியாக கருத வேண்டும். (a = g)

2.10.3 நுண்கணித முறையில் சீரான முடுக்கமடைந்த பொருளின் இயக்கச் சமன்பாடுகள்

நேர்கோட்டில் இயங்கும் பொருள் ஒன்றினைக் கருதுக. அதன் சீரான முடுக்கம் 'a' என்க. இங்கு சீரான முடுக்கம் என்பது முடுக்கம் ஒரு மாறிலி; அது நேரத்தைச் சாராதது என்று பொருள்.

நேரம் $t = 0$ வினாடியில் பொருளின் திசைவேகம் u என்க; நேரம் t வினாடியில் பொருளின் திசைவேகம் v என்க.

திசைவேகம் – நேரம் தொடர்பு

(i) எந்த ஒரு நேரத்திலும் பொருளின் முடுக்கம் என்பது நேரத்தைப் பொருத்து, திசைவேகத்தின் முதல் வகைக்கெழுவாகும்.

$$a = \frac{dv}{dt} \text{ (அல்லது) } dv = a\,dt$$

இயக்க நிபந்தனையின்படி (அதாவது நேரம் 0 விலிருந்து t வரை மாறும்போது, திசைவேகம் u விலிருந்து v க்கு மாறும்) இரண்டுபக்கமும் தொகைப்படுத்துக.

$$\int_u^v dv = \int_0^t a\,dt = a\int_0^t dt \Rightarrow [v]_u^v = a[t]_0^t$$

$$v - u = at \quad (or) \quad v = u + at \qquad \rightarrow (2.7)$$

குறிப்பு இங்கு a நேரத்தை சார்ந்து இருப்பின் இதனை தொகையீட்டிலிருந்து வெளியே எடுக்க முடியாது.

இடப்பெயர்ச்சி – நேரம் தொடர்பு

(ii) பொருளின் திசைவேகம் என்பது, நேரத்தைப் பொருத்து பொருளின் இடப்பெயர்ச்சியின் முதல் வகைக் கெழுவாகும்.

$$v = \frac{ds}{dt} \text{ (அல்லது) } ds = v\,dt$$

இங்கு $v = u + at$,

எனவே, $ds = \left(u + at\right)dt$

நேரம் $t = 0$ வினாடியில் பொருள் தொடக்கப்புள்ளியில் உள்ளது எனவும், 't' கால இடைவெளியில் பொருளின் இடப்பெயர்ச்சி 's' எனவும் கருதுக. மேலும் பொருளின் முடுக்கம் நேரத்தைச் சார்ந்ததல்ல எனக் கருதுக.

$$\int_0^s ds = \int_0^t u\,dt + \int_o^t at\,dt \text{ (அல்லது) } s = ut + \frac{1}{2}at^2 \qquad (2.8)$$

திசைவேகம் – இடப்பெயர்ச்சி தொடர்பு

(iii) பொருளின் முடுக்கமென்பது, நேரத்தைப் பொருத்து திசைவேகத்தின் முதல் வகைக்கெழுவாகும்.

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{ds}\frac{ds}{dt} = \frac{dv}{ds}v$$

[ds/dt = v] இங்கு s என்பது கடந்த தொலைவு ஆகும்.

$$a = \frac{1}{2}\frac{d\left(v^2\right)}{ds} \text{ அல்லது}$$

$$ds = \frac{1}{2a}d(v^2)$$

மேலே உள்ள சமன்பாட்டை தொகைப்படுத்த, அதாவது திசைவேகம் u விலிருந்து v க்கு மாறும்போது துகள் 0 விலிருந்து s வரை இடப்பெயர்ச்சி அடையும்.

$$\int_0^s ds = \int_u^v \frac{1}{2a} d\left(v^2\right)$$

$$\therefore s = \frac{1}{2a}\left(v^2 - u^2\right)$$

$$\therefore v^2 = u^2 + 2as \qquad (2.9)$$

ஆரம்ப திசைவேகம் 'u' மற்றும் இறுதித் திசைவேகம் 'v' இவற்றைப் பொருத்தும் துகளின் இடப்பெயர்ச்சியை வருவிக்கலாம்.

சமன்பாடு (2.7) லிருந்து

$$at = v - u$$

இதனைச் சமன்பாடு (2.8) இல் பிரதியிடும்போது,

$$s = ut + \frac{1}{2}\left(v - u\right)t$$

$$s = \frac{\left(u + v\right)t}{2} \qquad (2.10)$$

எனக் கிடைக்கும்.

சமன்பாடுகள் (2.7), (2.8), (2.9) மற்றும் (2.10) ஆகியவை இயக்கச் சமன்பாடுகள் எனப்படும். இவை நடைமுறையில் பல்வேறு இடங்களில் நமக்குப் பயன்படுகின்றன.

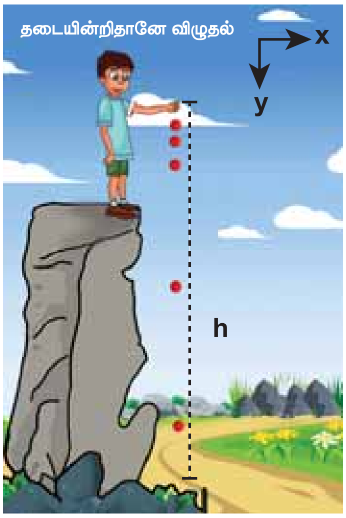
இயக்கச் சமன்பாடுகள்
$v = u + at$
$s = ut + \frac{1}{2}at^2$
$v^2 = u^2 + 2as$
$s = \frac{\left(u + v\right)t}{2}$

இயக்கச் சமன்பாடுகள் அனைத்தும், நேர்க்கோட்டில் இயங்கும் சீரான முடுக்கம் பெற்ற பொருட்களுக்கு மட்டுமே பொருந்தும் இவை வட்டஇயக்கம் மற்றும் அலைவியக்கத்தில் உள்ள பொருட்களுக்குப் பொருந்தாது.

புவியீர்ப்பினால் இயங்கும் பொருளின் இயக்கச் சமன்பாடுகள்:

நடைமுறையில் புவிப்பரப்பிற்கு சற்றே மேலே இயங்கும் பொருளின் இயக்கத்தினை சீரான முடுக்கம்பெற்ற நேர்க்கோட்டில் இயங்கும் பொருளின் இயக்கமாகக் கருதலாம். நாம் அறிந்தபடி புவிப்பரப்பிற்கு அருகில் புவியீர்ப்பு முடுக்கம் 'g' ஒரு மாறிலி ஆகும். இந்த புவியீர்ப்பு முடுக்கத்தினால் நேர்க்கோட்டில் இயங்கும் பொருளின் இயக்கத்தினை, இயக்கச் சமன்பாடுகளின் துணையுடன் நன்கு புரிந்து கொள்ள இயலும்.

நிகழ்வு (1): h உயரத்திலிருந்து தானே விழும் பொருள்:



படம் 2.37 தடையின்றி தானே விழும் பொருள்

'm' நிறையுடைய பொருளொன்று 'h' உயரத்திலிருந்து விழுகின்றது எனக் கருதுக. இங்கு காற்றுத்தடையைப் புறக்கணிக்கவும். (neglect) படம் 2.37 யில் காட்டியுள்ளவாறு கீழ் நோக்கிய திசையை நேர்க்குறி y அச்சாகக் கருதுக. பொருள் புவிப்பரப்பிற்கு அருகே விழுவதால் அது சீரான புவியீர்ப்பு முடுக்கத்தைப் பெறும். நாம் இயக்கச் சமன்பாடுகளைக் கொண்டு இவ்வியக்கத்தினை விளக்கலாம்.

முடுக்கம் $\vec{a} = g\hat{j}$

கூறுகளை ஒப்பிடும்போது

$$a_x = 0, a_z = 0, a_y = g$$

எளிமையாக $a_y = a = g$ எனக் கொள்க.

'u' ஆரம்ப திசைவேகத்துடன் நேர்க்குறி y அச்சு திசையில் பொருளை கீழ்நோக்கி எறிவதாகக் கருதுக.

t என்ற எந்தவொரு நேரத்திலும் பொருளின் இறுதித்திசைவேகம்

$$v = u + gt \qquad (2.11)$$

t என்ற எந்தவொரு நேரத்திலும் பொருளின் நிலை

$$y = ut + \frac{1}{2}gt^2 \qquad (2.12)$$

பொருள் 'y' புள்ளியில் உள்ளபோது பொருளின் இருமடி வேகம்

$$v^2 = u^2 + 2gy \qquad (2.13)$$

(y என்பது மலையின் உச்சியிலிருந்து உள்ள தொலைவு)

பொருள் ஓய்வு நிலையிலிருந்து விழத்துவங்கினால் u = 0

எனவே, எந்தவொரு நேரத்திலும் பொருளின் திசைவேகம்

$$v = gt \qquad (2.14)$$

எந்தவொரு நேரத்திலும் பொருளின் நிலை

$$y = \frac{1}{2}gt^2 \qquad (2.15)$$

பொருள் 'y' புள்ளியில் உள்ளபோது அதன் இருமடி வேகம்

$$v^2 = 2gy \qquad (2.16)$$

பொருள் தரையை அடைய எடுத்துக்கொள்ளும் நேரம் (t=T) எனில்

(2.15) லிருந்து

$$h = \frac{1}{2}gT^2 \qquad (2.17)$$

இங்கு y = h என்க.

$$T = \sqrt{\frac{2h}{g}} \qquad (2.18)$$

சமன்பாடு (2.18) லிருந்து h இன் மதிப்பு அதிகரிக்கும்போது பொருள் தரையை அடைய அதிகநேரம் எடுத்துக்கொள்ளும் என்பதை அறியலாம். மேலும் h –இன் மதிப்பு குறைவு எனில் பொருள் தரையை அடைய குறைந்த நேரமாகும் என்பதை அறியலாம்.

சமன்பாடு (2.16) லிருந்து, தரையை அடையும் போது (y = h) பொருளின் வேகத்தினைக் கணக்கிடலாம்.

$$v_{ground} = \sqrt{2gh} \qquad (2.19)$$

சமன்பாடு (2.19) லிருந்து h இன் மதிப்பு அதிகரிக்கும்போது பொருள் மிக அதிக வேகத்துடன் தரையை அடையும் மேலும் h இன் மதிப்பு குறையும் போது பொருள் குறைவான வேகத்துடன் தரையை அடையும் என்பதை அறியலாம்.

குறைந்த செங்குத்து உயரத்திலிருந்து (h << R) புவியீர்ப்பு விசையினால் மட்டுமே புவியினை நோக்கி விழும் பொருளின் இயக்கத்தினை, தடையின்றித் தானே விழும் பொருளின் இயக்கம் என அழைக்கலாம். (இங்கு R என்பது புவியின் ஆரமாகும்.)

எடுத்துக்காட்டு 2.34

10 m உயரத்திலிருந்து இரும்புப் பந்து மற்றும் இறகு இரண்டும் ஒரே நேரத்தில் விழுகின்றன. இரும்புப் பந்து மற்றும் இறகு இரண்டும் தரையை அடைய எடுத்துக்கொள்ளும் நேரம் எவ்வளவு?

அ) இரும்புப் பந்து மற்றும் இறகு இரண்டும் தரையை அடையும்போது அவற்றின் திசை வேகங்கள் எவ்வளவு?

(காற்றுத் தடையைப் புறக்கணிக்கவும் மேலும் $g = 10\ m\ s^{-2}$ என்க)

தீர்வு:

இயக்கச் சமன்பாடுகள் நிறையைச் சார்ந்ததல்ல. சமன்பாடு (2.18) இலிருந்து, இரும்புப் பந்து மற்றும் இறகு இரண்டும் ஒரே நேரத்தில் தரையை அடையும். இதனைப் பின்வருமாறு அறியலாம்.

$$T = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2\times10}{10}} = \sqrt{2}\,s \approx 1.414\,s$$

எனவே, இரும்புப் பந்து மற்றும் இறகு இரண்டும் ஒரே நேரத்தில் தரையை அடையும் சமன்பாடு (2.19) இலிருந்து இரும்புப் பந்து மற்றும் இறகு தரையை அடையும்போது அவற்றின் திசைவேகங்கள் சமம். இதனைப் பின்வருமாறு அறியலாம்.

$$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \times 10 \times 10}$$
$$= \sqrt{200\, m\, s^{-1}} \approx 14.14\, m\, s^{-1}$$

வெற்றிடத்தில் அனைத்துப் பொருட்களும் 'g' என்ற சம முடுக்கத்துடன் கீழே விழும் என்பதைக் கலிலியோ கண்டறிந்தார்

2.21 ICT இறகு மற்றும் இரும்புப்பந்து சோதனை

எடுத்துக்காட்டு 2.35

இயக்கச் சமன்பாடுகளைப் பயன்படுத்தி கிணற்றின் ஆழத்தை அளக்கமுடியுமா?

தண்ணீர் இல்லாத கிணறு ஒன்றைக் கருதுக. அதன் ஆழம் d என்க. ஒரு சிறிய எலுமிச்சம்பழம் மற்றும் நிறுத்து கடிகாரத்தை எடுத்துக்கொள்க. எலுமிச்சம்பழத்தை கிணற்றின் விளிம்பிலிருந்து போடும்போது கடிகாரத்தை இயக்கவும். அது கிணற்றின் தரையை அடையும்போது கடிகாரத்தை நிறுத்தி தரையை அடைய எடுத்துக்கொண்ட நேரத்தைக் கண்டுபிடிக்கவும். அதனை 't' என்க.

எலுமிச்சம்பழத்தின் ஆரம்ப திசைவேகம் $u = 0$ மேலும் கிணறு முழுவதும் புவியீர்ப்பு முடுக்கம் 'g' மாறிலி. எனவே சீரான முடுக்கம் பெற்ற பொருளின் இயக்கச் சமன்பாடுகளை இங்கு பயன்படுத்தலாம்.

$$s = ut + \frac{1}{2}at^2$$

$u = 0, s = d, a = g$ (கீழ் நோக்கிய இடப்பெயர்ச்சியை நேர்க்குறி y அச்சு திசையில் கருதுக)

$$d = \frac{1}{2} g t^2$$

$g = 9.8 \text{m s}^{-2}$ எனப் பிரதியிட்டு கிணற்றின் ஆழத்தினைக் கணக்கிடலாம்.

கணக்கீட்டில் ஏற்பட்ட பிழையினைக் கண்டறிய நமக்குக் கிணற்றின் சரியான ஆழம் தெரிய வேண்டும். இதனை ஒரு கயிற்றினைப் பயன்படுத்தி அறியலாம். ஒரு கயிற்றினை எடுத்து அதைக் கிணற்றின் தரையைத்தொடும் அளவுக்கு தொங்கவிட வேண்டும். இப்போது கயிற்றின் நீளம் $d_{correct}$ குறிக்கப்படுகிறது.

$$\text{பிழை} = d_{correct} - d$$

$$\text{சார்புப்பிழை} = \frac{d_{correct} - d}{d_{correct}}$$

$$\text{சார்புப்பிழை சதவீதம்} = \frac{d_{correct} - d}{d_{correct}} \times 100$$

பிழைக்கான காரணம் என்ன?

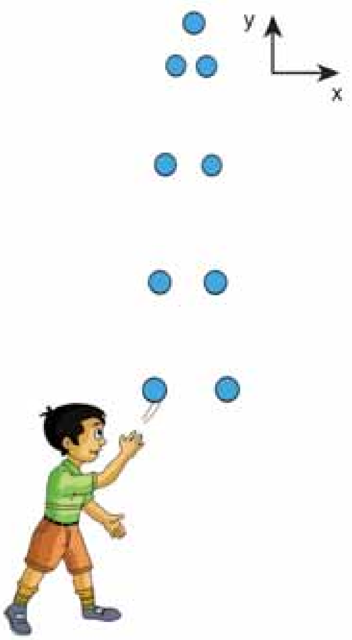
சோதனையை வெவ்வேறு நிறைகளுக்கு மீண்டும் நிகழ்த்தி அதன் முடிவினை $d_{correct}$ உடன் ஒவ்வொரு முறையும் ஒப்பிடவும்.

குறிப்பு

நீருள்ள கிணறு எனில் இம்முறையினைக் கொண்டு தண்ணீர் எவ்வளவு ஆழத்தில் உள்ளது என்பதனைக் கண்டறியலாம். அதாவது தண்ணீர் உள்ள மட்டம் வரை கிணற்றின் ஆழத்தைக் காணலாம்.

நேர்வு (ii): பொருளொன்றை செங்குத்தாக மேல்நோக்கி எறிதல்

'm' நிறையுடைய பொருளொன்றை 'u' என்ற ஆரம்ப திசைவேகத்துடன் செங்குத்தாக மேல் நோக்கி எறிக. காற்றுத் தடையைப் புறக்கணிக்கவும். படம் 2.38 யின்படி மேல் நோக்கிய செங்குத்து திசை y அச்சின் திசை எனக் கருதுக.



படம் 2.38 பொருள் ஒன்றினை செங்குத்தாக மேல் நோக்கி எறிதல்

இந்நிகழ்வில் முடுக்கம் a = −g, ஏனெனில் 'g' எதிர்க்குறி 'y' அச்சின் திசையில் செயல்படுகிறது. இவ்வகையான இயக்கத்திற்கான இயக்கச் சமன்பாடுகள் பின்வருமாறு.

எந்தவொரு நேரத்திலும் பொருளின் திசைவேகம்

$$v = u - gt \qquad (2.20)$$

எந்தவொரு நேரத்திலும் பொருளின் நிலை

$$s = ut - \frac{1}{2} g t^2 \qquad (2.21)$$

எந்தவொரு நிலையிலும் y பொருளின் திசைவேகம்

$$v^2 = u^2 - 2gy \qquad (2.22)$$

எடுத்துக்காட்டு 2.36

இரயில் வண்டியொன்று 54 km h^{-1} என்ற சராசரி வேகத்தில் சென்று கொண்டிருக்கிறது. தடையை செலுத்திய பின்பு அவ்வண்டி 225 m சென்று நிற்கிறது எனில் இரயில் வண்டியின் எதிர் முடுக்கத்தைக் காண்க.

தீர்வு:

இரயில் வண்டியின் இறுதித் திசைவேகம் v = 0

இரயில் வண்டியின் ஆரம்பத்திசைவேகம்

$$u = 54 \times \frac{5}{18} m\, s^{-1} = 15\ m\, s^{-1}$$

$$s = 225\ m$$

எதிர் முடுக்கம் எப்போதும் திசைவேகத்திற்கு எதிராக இருக்கும் எனவே,

$$v^2 = u^2 - 2as$$

$$0 = (15)^2 - 2a\,(225)$$

$$450\, a = 225$$

$$a = \frac{1}{2} m\, s^{-2}$$

எனவே, எதிர்முடுக்கம் $= 0.5\ m\ s^{-2}$

2.11 எறிபொருளின் இயக்கம் (PROJECTILE MOTION)

2.11.1 அறிமுகம்

தொடக்கத் திசைவேகம் மட்டும் கொடுக்கப்பட்ட பின்பு புவியீர்ப்பு விசையினால் மட்டும் காற்றில் இயங்கும் பொருள் எறிபொருள் எனப்படும். எறிபொருள் மேற்கொள்ளும் பாதை எறிபாதை (trajectory) எனப்படும்.

எறிபொருளுக்கு எடுத்துக்காட்டுகள் 1. ஓடும் இரயிலின் ஜன்னலிலிருந்து கீழே போடப்படும் பொருள் 2. துப்பாக்கியிலிருந்து வெளியேறும் குண்டு 3. ஏதேனும் ஒரு திசையில் வீசி எறியப்படும் பந்து 4. தடகள வீரர் எறியும் ஈட்டி அல்லது குண்டு. 5. தண்ணீர் தொட்டியின் அடிப்பக்கத்தில் உள்ள குழாய் வழியாக பீச்சி அடிக்கும் தண்ணீர். எறிபொருளின் இயக்கமானது இரண்டு திசைவேகங்களின் கூட்டு விளைவு எனக் கண்டறியப்பட்டுள்ளது.

(i) காற்றுத்தடை இல்லாத நிலையில், கிடைத்தளத் திசையில் உள்ள மாறாத்திசைவேகம்.

(ii) புவியீர்ப்பு விசையினால் சீராக மாறும் (அதாவது அதிகரிப்பு அல்லது குறைவு) செங்குத்துத் திசைவேகம்.

எறிபொருளின் இயக்கம் இரண்டு வகைப்படும்.

(i) கிடைத்தளத்தில் எறியப்படும் எறிபொருளின் இயக்கம்.

(ii) கிடைத்தளத்துடன் குறிப்பிட்ட கோணத்தில் எறியப்படும் எறிபொருளின் இயக்கம்.

எறிபொருள் இயக்கத்தினை அறிந்துகொள்ள கீழ்க்கண்ட கருத்துக்களை நினைவில் நிறுத்த வேண்டும்.

(i) காற்றுத் தடையைப் புறக்கணிக்க வேண்டும்.

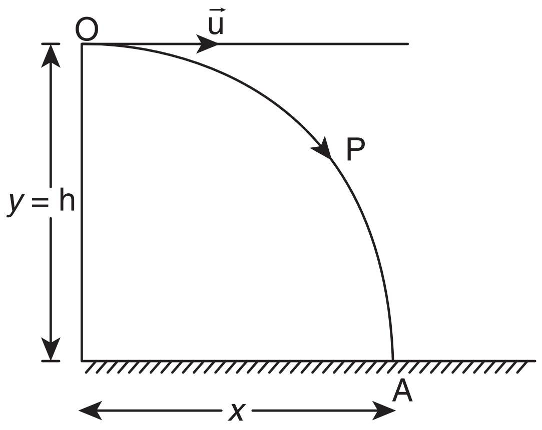
(ii) புவியின் சுழற்சி விளைவு மற்றும் புவியின் வளைவு ஆரப் பண்புகளைப் புறக்கணிக்க வேண்டும்.

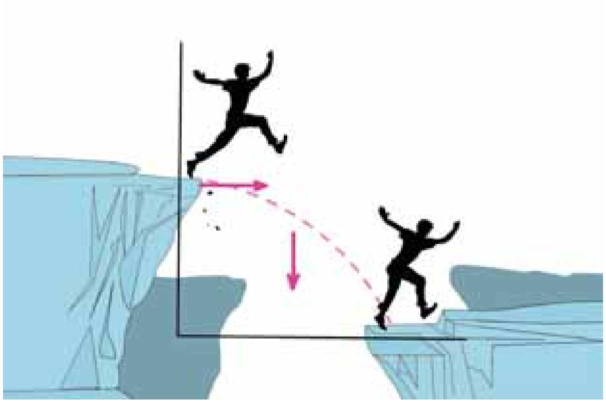
(iii) எறிபொருளின் இயக்கம் முழுவதிலும் புவியீர்ப்பு முடுக்கத்தின் எண்மதிப்பு மற்றும் திசை மாறாது.

2.11.2 கிடைத்தளத்தில் எறியப்படும் எறிபொருளின் இயக்கம்

எறிபொருள் ஒன்றைக் கருதுக, அதாவது h உயரமுள்ள கட்டிடம் ஒன்றின் உச்சியிலிருந்து (படம் 2.39) $\vec{u}$ என்ற தொடக்கத் திசைவேகத்துடன் கிடைத்தளத்தில் எறியப்படும் பந்து ஒன்றினைக் கருதுக.

பந்து இயங்கும் போது $\vec{u}$ என்ற மாறாத கிடைத்தள திசைவேகத்தினால் கடக்கும் கிடைத்தளத் தொலைவையும் சீரான புவியீர்ப்பு முடுக்கத்தினால் கடக்கும் கீழ்நோக்கிய செங்குத்துத் தொலைவையும்





படம் 2.39 கிடைத்தளத்தில் எறியப்படும் எறிபொருளின் இயக்கம்

பெற்றிருக்கும். எனவே, இவ்விரண்டு விளைவுகளினால் பந்து OPA என்ற பாதையில் இயங்கும். இவ்வியக்கம் இருபரிமாணத் தளத்தில் உள்ளது. பந்து தரையில் உள்ள A புள்ளியை அடைய எடுத்துக் கொள்ளும் நேரம் t என்க.

பந்து கடந்த கிடைத்தளத் தொலைவு, $x(t) = x$

பந்து கடந்த செங்குத்துத் தொலைவு, $y(t) = y$

நாம் இயக்கச் சமன்பாடுகளை தனித்தனியே x அச்சுத் திசையிலும் மற்றும் y அச்சுத் திசையிலும் பயன்படுத்த வேண்டும். இங்கு எறிபொருளின் இயக்கம் இருபரிமாணமுடையது. எனவே திசைவேகம், கிடைத்தளக் கூறு u_x மற்றும் செங்குத்துக் கூறு u_y ஆகிய இரு கூறுகளையும் பெற்றிருக்கும்.

கிடைத்தளத்திசையில் எறிபொருளின் இயக்கம்

பந்து 'x' அச்சுத் திசையில் எவ்வித முடுக்கத்தினையும் பெற்றிருக்கவில்லை. எனவே இயக்கம் முழுவதும் தொடக்கத் திசைவேகம் மாறாத மதிப்பைப் பெற்றிருக்கும்.

't' நேரத்தில் எறிபொருள் கடந்த கிடைத்தளத் தொலைவு $x = u_x t + \frac{1}{2}at^2$.

இங்கு x இன் திசையில் a = 0, எனவே

$$x = u_x t \qquad (2.23)$$

கீழ்நோக்கியத்திசையில் எறிபொருளின் இயக்கம்

இங்கு $u_y = 0$ (ஆரம்பத் திசைவேகத்திற்கு கீழ் நோக்கியக் கூறு இல்லை) a = g (கீழ்நோக்கிய இயக்கத்தை நேர்க்குறி y அச்சு வழியே குறிப்பிடவும்), மேலும் s = y

∴ சமன்பாட்டிலிருந்து $y = u_y t + \frac{1}{2}at^2$, இதிலிருந்து

$$y = \frac{1}{2}gt^2 \qquad (2.24)$$

சமன்பாடு (2.23) லிருந்து 't' இன் மதிப்பை சமன்பாடு (2.24) இல் பிரதியிட்டால்

$$y = \frac{1}{2}g\frac{x^2}{u_x^2} = \left(\frac{g}{2u_x^2}\right)x^2$$

$$y = Kx^2 \qquad (2.25)$$

இங்கு $K = \frac{g}{2u_x^2}$ ஒரு மாறிலி

சமன்பாடு (2.25) ஒரு பரவளையச் சமன்பாடு எனவே எறிபொருளின் பாதை ஒரு பரவளையம் ஆகும்.

(1) **பறக்கும் நேரம் :** *எறிபொருள் தன்னுடைய பாதையை நிறைவு செய்ய எடுத்துக் கொள்ளும் நேரம் அல்லது எறிபொருள் எறியப்பட்ட கணத்திலிருந்து, தரையை அடைய எடுத்துக்கொள்ளும் நேரம் பறக்கும் நேரம் எனப்படும்.*

எடுத்துக்காட்டாக, கட்டிடத்தின் உயரம் h என்க. எறிபொருள் எறியப்பட்ட கணத்திலிருந்து அதன் பாதை வழியே தரையை அடைய எடுத்துக்கொண்ட நேரத்தை T என்க.

நாம் அறிந்தபடி செங்குத்து இயக்கத்திற்கு

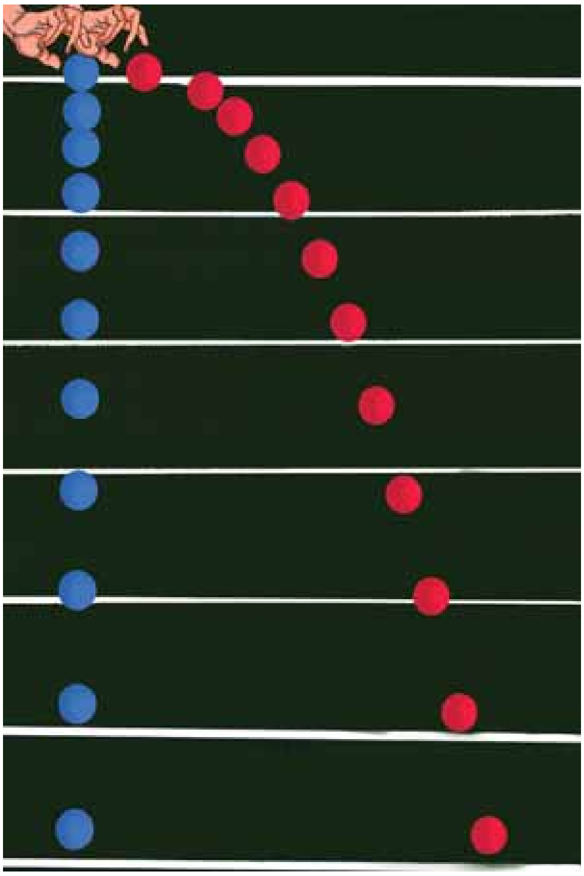
$$s_y = u_y t + \frac{1}{2} a t^2$$

இங்கு $s_y = h$, $t = T$, $u_y = 0$ (ஆரம்ப செங்குத்துத் திசைவேகம் சுழி)

a = g (எறிபொருள் புவி ஈர்ப்பு விசையின் காரணமாக கீழே விழுகிறது)

$$h = \frac{1}{2} g T^2 \text{ அல்லது } T = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

எனவே, பறக்கும் நேரம் கட்டிடத்தின் உயரத்தைச் சார்ந்துள்ளது, ஆனால் அது கிடைத்தளத் திசைவேகத்தைச் சார்ந்ததல்ல. ஒரு பந்து செங்குத்தாக மேலிருந்து கீழ் நோக்கி விழுகிறது, அதே நேரத்தில் ஒரு குறிப்பிட்ட திசைவேகத்தில் பந்து ஒன்று கிடைத்தளத்தில் வீசி எறியப்படுகிறது . இவ்விரண்டு பந்துகளும் ஒரே நேரத்தில் தரையை அடையும். இது படம் 2.40 இல் சுட்டிக்காட்டப்பட்டுள்ளது.



படம் 2.40 சம கால இடைவெளியில் சம செங்குத்துத் தொலைவைக் கடக்கும் இரு பொருட்கள்

(2) கிடைத்தள நெடுக்கம்: எறியப்பட்ட புள்ளிக்கு நேர் கீழே கட்டிடத்தின் தரையிலிருந்து எறிபொருள் தரையை அடைந்த புள்ளி வரை உள்ள தொலைவு, கிடைத்தள நெடுக்கம் எனப்படும்.

நாம் அறிந்தபடி கிடைத்தள இயக்கத்தில்

$$s_x = u_x t + \frac{1}{2} a t^2$$

இங்கு, s_x = R (கிடைத்தள நெடுக்கம்), $u_x = u$, a = 0 (கிடைத்தளத்திசையில் முடுக்கம் இல்லை), பறக்கும் நேரம் 'T', **எனவே கிடைத்தள நெடுக்கம் = u**T.

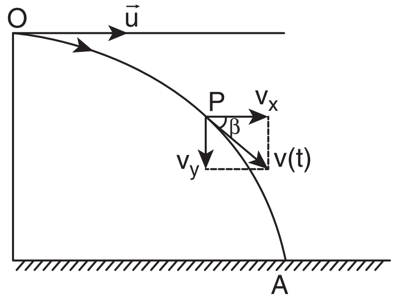
நாம் அறிந்தபடி பறக்கும் நேரம் $= \sqrt{\frac{2h}{g}}$.

எனவே கிடைத்தள நெடுக்கம் $R = u\sqrt{\frac{2h}{g}}$

மேற்கண்ட சமன்பாட்டிலிருந்து கிடைத்தள நெடுக்கம் ஆரம்பத் திசை வேகத்திற்கு (u) நேர்த்தகவிலும், புவியீர்ப்பு முடுக்கத்திற்கு (g) எதிர்த்தகவிலும் உள்ளதைக் காட்டுகிறது.

(3) தொகுபயன் திசைவேகம் (ஒரு குறிப்பிட்ட நேரத்தில் எறிபொருளின் திசைவேகம்)

ஒரு குறிப்பிட்ட நேரம் t யிலும் எறிபொருளுக்கு x–அச்சு மற்றும் y–அச்சு ஆகிய இரண்டு அச்சுகளிலும் திசைவேகக் கூறுகள் உள்ளன. இவ்விரண்டு கூறுகளின் தொகுபயன், எறிபொருளின் தொகுபயன் திசைவேகத்தைக்கொடுக்கும்.



படம் 2.41 திசைவேகத்தின் இரு கூறுகள்

படம் 2.41 லிருந்து கீழ்க்கண்டவாறு சமன்பாடுகளை எழுதலாம்.

கிடைத்தளத்திசையில் (x–அச்சில்) திசைவேகக்கூறு $v_x = u_x + a_x t$

இங்கு, $u_x = u$, $a_x = 0$ எனவே

$$v_x = u \quad \rightarrow (2.26)$$

செங்குத்துத்திசையில் (y அச்சில்) திசைவேகக்கூறு $v_y = u_y + a_y t$

இங்கு, $u_y = 0$, $a_y = g$ எனவே

$$v_y = gt \quad \rightarrow (2.27)$$

எந்தவொரு குறிப்பிட்ட நேரத்திலும் எறி பொருளின் திசைவேகம்

$$\vec{v} = u\hat{i} + gt\hat{j}$$

எந்தவொரு குறிப்பிட்ட நேரத்திலும் எறிபொருளின் வேகம்

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

எறிபொருள் தரையைத் தொடும்போது அதன் வேகம்

$$v = \sqrt{u^2 + g^2 t^2}$$

எறிபொருள் எறியப்பட்ட கணத்திலிருந்து, தரையை அடைய எடுத்துக் கொள்ளும் நேரம்

$$T = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

எறிபொருளின் கிடைத்தளத்திசை–வேகக்கூறு மாறாதது அதாவது

$$v_x = u$$

T நேரத்தில் எறிபொருளின் செங்குத்துத் திசைவேகக்கூறு

$$v_y = gT = g\sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{2gh}$$

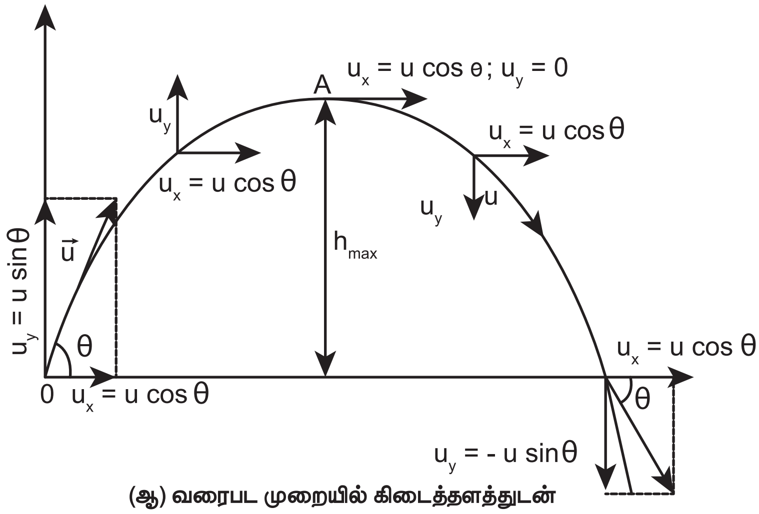
எனவே எறிபொருள் தரையைத் தொடும் போது அதன் வேகம்

$$v = \sqrt{u^2 + 2gh}$$

2.11.3 கிடைத்தளத்துடன் குறிப்பிட்ட கோணத்தில் எறியப்படும் எறிபொருளின் இயக்கம்.

எறிபொருள் ஒன்று, கிடைத்தளத்துடன் குறிப்பிட்ட கோணத்தில் எறியப்படுகிறது. இது படம் 2.42 இல் காட்டப்பட்டுள்ளது. (சாய்நிலையில் எறியப்பட்ட எறிபொருள்). (படம் 2.42)

(அ) சாய்ந்த நிலையில் பிடிக்கப்பட்ட தண்ணீர் குழாயிலிருந்து வெளியேறும் நீர்



(ஆ) வரைபட முறையில் கிடைத்தளத்துடன் θ கோணத்தில் எறியப்படும் எறிபொருளின் இயக்கம்

படம் 2.42 எறிபொருளின் இயக்கம்

எடுத்துக்காட்டுகள்

- சாய்நிலையில் பிடிக்கப்பட்ட தண்ணீர் குழாயிலிருந்து வெளியேறும் நீர்
- பீரங்கியிலிருந்து சுடப்பட்ட குண்டு.

கிடைத்தளத்துடன் θ கோணத்தில் எறியப்படும் எறிபொருளின் ஆரம்ப திசைவேகம் $\vec{u}$ என்க இதனைக் கீழ்க்கண்டவாறு எழுதலாம்,

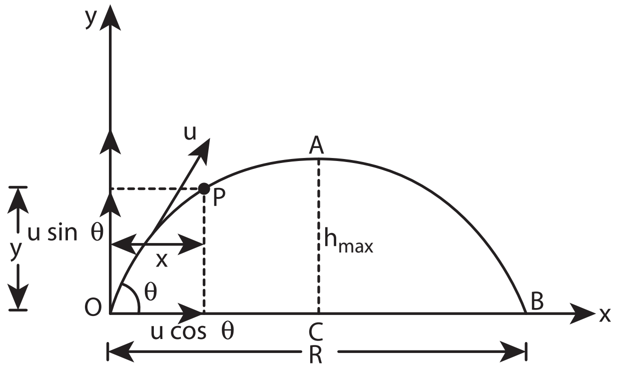
$$\vec{u} = u_x\hat{i} + u_y\hat{j}$$

ஆரம்ப திசைவேகத்தின் கிடைத்தளக்கூறு $u_x = u\cos\theta$ மற்றும் அதன் செங்குத்துக்கூறு $u_y = u\sin\theta$. இங்கு புவியீர்ப்பு விசை செங்குத்துக்கூறுக்கு u_y எதிர்திசையில் செயல்படுகிறது, இது செங்குத்துக் கூறினை படிப்படியாகக் குறைத்து எறிபொருளின் பெரும உயரத்தில் அதனை சுழியாக்கும், $u_y = 0$. இதே புவியீர்ப்பு விசை எறிபொருளை கீழ்நோக்கி இயங்கவைத்து தரையை அடையச் செய்யும். எறிபொருளின் இயக்கம் முழுமைக்கும் x–அச்சுத்திசையில் எவ்விதமான முடுக்கமும் இல்லை. எனவே திசைவேகத்தின் கிடைத்தளக் கூறு ($u_x = u\cos\theta$) எறிபொருள் தரையை அடையும் வரை மாறாது.

t காலத்திற்கு பின்பு கிடைத்தளத்திசைவேகம் , $v_x = u_x + a_x t$

இங்கு $a_x = 0$ எனவே $v_x = u_x = u\cos\theta$

t நேரத்தில் எறிபொருள் கிடைத்தளத்தில் கடந்த தொலைவு $s_x = u_x t + \frac{1}{2}a_x t^2$



படம் 2.43 ஆரம்பத்திசைவேகத்தின் இரு கூறுகள்

இங்கு, $s_x = x$, $u_x = u\cos\theta$, $a_x = 0$

எனவே,

$$x = u\cos\theta . t \text{ அல்லது } t = \frac{x}{u\cos\theta} \qquad (2.28)$$

t நேரத்திற்கு பின்பு செங்குத்துத்திசைவேகம் $v_y = u_y + a_y t$

இங்கு $u_y = u\sin\theta$, $a_y = -g$ (புவியீர்ப்பு முடுக்கம் இயக்கத்திற்கு எதிர்த்திசையில் செயல்படுகிறது)

$$\text{எனவே, } v_y = u\sin\theta - gt \qquad (2.29)$$

எறிபொருள் அதே t நேரத்தில் அடைந்த செங்குத்துத் தொலைவு $s_y = u_y t + \frac{1}{2}a_y t^2$

இங்கு, $s_y = y$, $u_y = u\sin\theta$, $a_y = -g$ எனவே,

$$y = u\sin\theta\, t - \frac{1}{2}gt^2 \qquad (2.30)$$

சமன்பாடு (2.28) லிருந்து t இன் மதிப்பை சமன்பாடு (2.30) இல் பிரதியிடும் போது,

$$y = u\sin\theta \frac{x}{u\cos\theta} - \frac{1}{2}g\frac{x^2}{u^2\cos^2\theta}$$

$$y = x\tan\theta - \frac{1}{2}g\frac{x^2}{u^2\cos^2\theta} \qquad (2.31)$$

மேற்கண்ட சமன்பாட்டை உற்று நோக்கும் போது எறிபொருள் மேற்கொண்ட பாதை ஒரு தலைகீழான பரவளையம் என அறியலாம்.

பெரும உயரம் (h_{max})

எறிபொருள் தன்னுடைய பயணத்தில் அடையும் அதிகபட்ச செங்குத்து உயரம், பெரும உயரம் (h_{max}) எனப்படும். அதனைக் கீழ்க்கண்டவாறு கணக்கிடலாம்.

$$v_y^2 = u_y^2 + 2a_y s$$

இங்கு, $v_y = u\sin\theta$, $a_y = -g$, $s = h_{max}$, மேலும் பெரும உயரத்தில் $v_y = 0$

எனவே,

$$(0)^2 = u^2 \sin^2\theta - 2gh_{max}$$

(அல்லது) $$h_{max} = \frac{u^2 \sin^2\theta}{2g} \quad (2.32)$$

பறக்கும் நேரம்: (T_f)

எறியப்பட்ட புள்ளியிலிருந்து, எறியப்பட்ட புள்ளி உள்ள கிடைத்தளத் தரையை அடைய எறிபொருள் எடுத்துக்கொள்ளும் நேரம், பறக்கும் நேரம் எனப்படும். இங்கு பறக்கும் நேரம் என்பது எறிபொருள் O புள்ளியிலிருந்து A புள்ளி வழியாக B புள்ளியை அடைய எடுத்துக்கொள்ளும் நேரமாகும். (படம் 2.43)

நாம் அறிந்தபடி $s_y = u_y t + \frac{1}{2}a_y t^2$

இங்கு, $s_y = y = 0$ (y–அச்சு திசையில் தொகுபயன் இடப்பெயர்ச்சி சுழி), $u_y = u \sin\theta$, $a_y = -g$, $t = T_f$

$$0 = u\sin\theta\, T_f - \frac{1}{2}gT_f^2$$

$$T_f = 2u\frac{\sin\theta}{g}$$

கிடைத்தள நெடுக்கம் (R)

எறியப்பட்ட புள்ளிக்கும், எறியப்பட்ட புள்ளி உள்ள கிடைத்தளத்தில் எறிபொருள் விழுந்த இடத்திற்கும் இடையே உள்ள தொலைவு எறிபொருளின் கிடைத்தள நெடுக்கம் எனப்படும். ஆரம்பத்திசைவேகத்தின் கிடைத்தளக் கூறில் எவ்வித மாற்றமும் இல்லை எனவே,

கிடைத்தள நெடுக்கம் R = திசைவேகத்தின் கிடைத்தளக் கூறு × பறக்கும் நேரம் $u\cos\theta \times T_f$

$$R = u\cos\theta \times \frac{2u\sin\theta}{g} = \frac{2u^2\sin\theta\cos\theta}{g}$$

$$\therefore R = \frac{u^2\sin 2\theta}{g} \quad (2.33)$$

கிடைத்தள நெடுக்கமானது ஆரம்பத்திசைவேகம் (u), எறிகோணத்தின் இருமடங்கின் சைன் மதிப்பு ($\sin 2\theta$) இவற்றிற்கு நேர்த்தகவிலும் புவியிர்ப்பு முடுக்கத்திற்கு (g) எதிர்த்தகவிலும் இருக்கும்.

பெரும கிடைத்தள நெடுக்கத்திற்கு $\sin 2\theta$ பெருமமாக இருக்க வேண்டும். $\sin 2\theta = 1$ இதிலிருந்து $2\theta = \pi/2$ எனக் கிடைக்கும்.

எனவே, $$\theta = \frac{\pi}{4}$$

எனவே கிடைத்தளத்துடன் 45° கோணத்தில் எறிபொருளினை எறிந்தால், அது பெரும கிடைத்தள நெடுக்கத்தை அடையும் என்பதை அறியலாம்.

$$R_{max} = \frac{u^2}{g} \quad (2.34)$$

எறிபொருள் இயக்கம்

தமிழகத்தில் ஆர்வமூட்டும் ஒரு பாரம்பரியமான விளையாட்டு உள்ளது. அதற்கு “கிட்டிபுள்” என்று பெயர். கிட்டியினால் புள்ளை அடிக்கும்போது புள் பரவளைய பாதையில் (parabolic path) செல்லும்.

2.3 ICT எறிபொருள்

333VYI

எடுத்துக்காட்டு 2.37

எறிபொருள் ஒன்று $10\ \mathrm{m\ s^{-1}}$ என்ற ஆரம்பத் திசைவேகத்துடன், கிடைத்தளத்துடன் $\frac{\pi}{4}$ கோண அளவில் எறியப்படுகிறது. அதன் கிடைத்தளத் நெடுக்கத்தைக் கண்டுபிடி, அதே எறிபொருளை முன்னர் எறிந்தவாறே நிலவில் எறியும் போது அதன் கிடைத்தள நெடுக்கத்தில் ஏதேனும் மாற்றம் நிகழுமா? நிகழும் எனில் எவ்வகையான மாற்றம் என்று விளக்குக.

(நிலவின் ஈர்ப்பு முடுக்கம் $g_{\text{நிலவு}} = \frac{1}{6}g$)

தீர்வு

எறிபொருள் இயக்கத்தில் கிடைத்தள நெடுக்கம்

$$R = \frac{u^2 \sin 2\theta}{g}$$

$$\theta = \pi/4$$

$$u = v_0 = 10\, m\, s^{-1}$$

$$R_{\text{புவி}} = \frac{(10)^2 \sin \pi/2}{9.8} = 100/9.8$$

$R_{\text{புவி}} = 10.20\ m$ (தோராயமாக 10 m)

இதே எறிபொருளை நிலவில் எறியும் போது அதன் கிடைத்தள நெடுக்கம் அதிகரிக்கும் ஏனெனில் நிலவின் ஈர்ப்பு முடுக்கம், புவியின் ஈர்ப்பு முடுக்கத்தைவிடக் குறைவு.

$$g_{\text{நிலவு}} = \frac{g}{6}$$

$$R_{\text{நிலவு}} = \frac{u^2 \sin 2\theta}{g_{\text{நிலவு}}}$$

$$= \frac{v_0^{\,2} \sin 2\theta}{g/6}$$

$$R_{\text{நிலவு}} = 6R_{\text{புவி}}$$

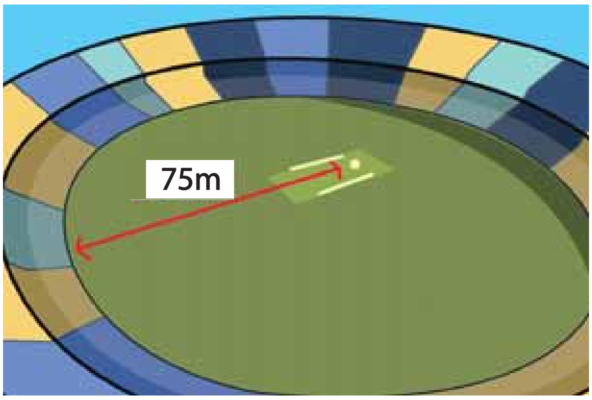
$$R_{\text{நிலவு}} = 6 \times 10.20 = 61.20$$

(தோராயமாக 60 m)

நிலவில் எறிபொருளின் கிடைத்தள நெடுக்கம், புவியில் எறிபொருளின் கிடைத்தள நெடுக்கத்தை விட ஆறுமடங்கு அதிகம்.

எடுத்துக்காட்டு 2.38

படத்தில் காட்டியவாறு கிரிக்கெட் வீரர் பந்து ஒன்றினை மட்டையால் அடித்த பின்பு, அப்பந்து $30\ \mathrm{m\ s^{-1}}$ என்ற திசைவேகத்துடனும், 30^0 கோணத்திலும் பறந்து செல்கிறது. மைதானத்தின் எல்லையானது பந்தினை அடித்த கிரிக்கெட் வீரரிலிருந்து $75\ \mathrm{m}$ தொலைவில் உள்ளது. அப்பந்து மைதானத்தின் எல்லையை பறந்து சென்று கிரிக்கெட் வீரருக்கு ஆறு ரன்களைப் பெற்றுத்தருமா? (காற்றுத்தடையைப் புறக்கணிக்கவும் மற்றும் புவியீர்ப்பு முடுக்கம் $g = 10\ \mathrm{m\ s^{-2}}$ எனக் கருதுக).



தீர்வு

கிரிக்கெட் பந்தின் இயக்கத்தை எறிபொருளின் இயக்கமாகக் கருதலாம். நாம் முன்னர் பார்த்தபடி கிடைத்தளத் தொலைவு

$$R = \frac{u^2 \sin 2\theta}{g}$$

ஆரம்பத்திசை வேகம் $u = 30\, m\, s^{-1}$

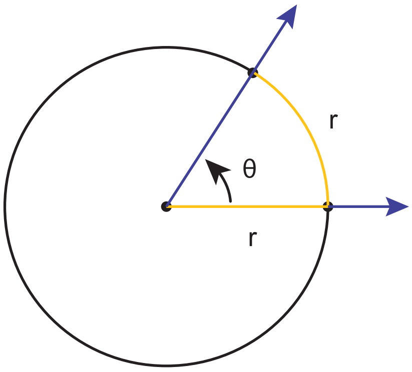
எறிகோணம் $\theta = 30°$

கிரிக்கெட் பந்தின் கிடைத்தள நெடுக்கம்

$$R = \frac{(30)^2 \times sin60^\circ}{10} = \frac{900 \times \frac{\sqrt{3}}{2}}{10} = 77.94\,m$$

கிடைத்தள நெடுக்கம் மைதானத்தின் எல்லையான 75 மீட்டரை விட அதிகமாக உள்ளது. எனவே, பந்து எல்லையைக் கடந்து பறந்து வீரருக்கு ஆறு ரன்களைப் பெற்றுத்தரும்.

2.11.4 டிகிரி மற்றும் ரேடியன்கள் அறிமுகம்



படம் 2.44 ஒரு ரேடியன்
(மஞ்சள் நிறத்தில் காட்டப்பட்டுள்ளது)

கோணங்களை அளவீடு செய்வதற்கு பல்வேறு அலகுகள் பயன்படுத்தப்படுகின்றன. அவற்றுள் பொதுவாக அனைவராலும் பயன்படுத்தப்படும் அலகு டிகிரி மற்றும் ரேடியன் ஆகும். பரப்பு, பருமன், சுற்றளவு போன்றவற்றை அளப்பதற்கு ரேடியன் பயன்படுகிறது.

ரேடியன்: வட்டவில் வட்டமையத்தில் ஒரு தளக் கோணத்தை உருவாக்குகிறது. வட்டவில்லின் நீளத்தை, வட்டத்தின் ஆரத்தால் வகுக்கக்கிடைக்கும் மதிப்பே ரேடியன் ஆகும். வட்டத்தின் ஆரத்திற்கு சமமான நீளமுள்ள வட்டவில், வட்டமையத்தில் ஏற்படுத்தும் கோணம் ஒரு ரேடியன் ஆகும். இது படம் 2.44 யில் காட்டப்பபடுள்ளது.

கோணத்தின் அளவினை அளப்பதற்குப் பயன்படும் ஒரு அலகு டிகிரி எனப்படும். இது கோணத் திசையினைக் காட்டுகிறது. ஒரு கோணம், வட்டத்தை ஒரு முழுசுற்று சுற்றும் போது அதன் மொத்தக் கோணம் 360°. எனவே ஒரு முழு வட்டம் 360° யைப்பெற்றுள்ளது. ஒரு முழுவட்டம் என்பது 2π ரேடியனை குறிக்கிறது.

எனவே $360^\circ = 2\pi$ rad

அல்லது $1 \text{ rad} = \frac{180}{\pi}$ degree

$1 \text{ rad} \cong 57.295^0$

எடுத்துக்காட்டு 2.39

படத்தில் உள்ள வட்டச்சக்கரத்தின் அருகருகே உள்ள இரண்டு ஆரச்சட்டங்களுக்கு (SPOKES) இடையே உள்ள கோணம் θ வை காண்க. உங்களின் விடையை ரேடியன் மற்றும் டிகிரி இரண்டிலும் குறிப்பிடவும்.

தீர்வு

முழுச்சக்கரம் மையத்தில் 2π ரேடியன்களை ஏற்படுத்தும் சக்கரம் 12 பிரிவுகளாகப் (வட்டவில்) பிரிக்கப்பட்டுள்ளது.

எனவே, ஒரு பிரிவு ஏற்படுத்தும் கோணம்

$$\theta = \frac{2\pi}{12} = \frac{\pi}{6}$$

நாம் அறிந்தபடி, = $\pi\ rad = 180^\circ$, $\frac{\pi}{6}$ rad $= 30^\circ$

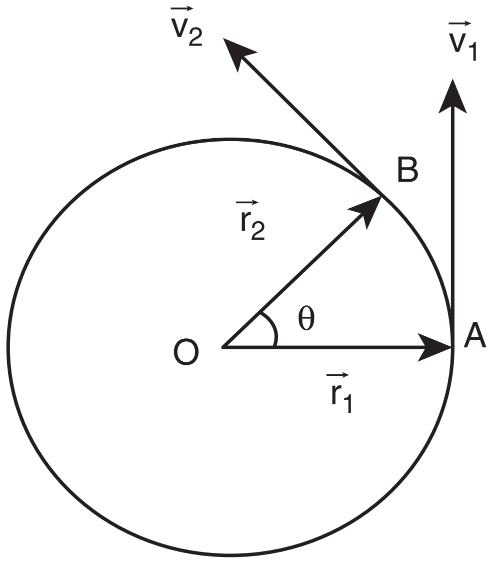
∴ எனவே, 2 ஆரச்சட்டங்களுக்கு இடைப்பட்ட கோணம் $= 30^\circ$

குறிப்பு

இயற்பியல் மற்றும் கணிதத்தில் π என்ற எண் அதிமுக்கியத்துவம் வாய்ந்தது. இது ஒரு பகா எண். இருப்பினும் π யினைத் தோராயமாக $\approx$ 3.14. அல்லது $\frac{22}{7}$ என கணக்கீடுகளில் நாம் பயன்படுத்துகிறோம். இந்த இரண்டுமே π இன் உண்மையான மதிப்பு இல்லை அது ஒரு தோராயமே.

2.11.5 கோண இடப்பெயர்ச்சி

துகளொன்று, O என்ற புள்ளியை மையமாக கொண்டு r ஆரமுடைய வட்டப்பாதையை சுற்றி வருகிறது என்க (படம் 2.45). t = 0 என்ற நேரத்தில் துகள் A புள்ளியிலும், t நேரத்திற்கு பின்பு அத்துகள் B புள்ளியிலும் உள்ளது என்க. எனவே, சுழற்சி மையத்தைப் பொருத்து (அல்லது வட்டமையம் O) கொடுக்கப்பட்ட நேரத்தில் துகள் ஏற்படுத்தும் கோணம், கோண இடப்பெயர்ச்சி எனப்படும்.



படம் 2.45 கோண இடப்பெயர்ச்சி

அதாவது கோண இடப்பெயர்ச்சி = $\angle AOB = \theta$

கோண இடப்பெயர்ச்சியின் அலகு ரேடியன் ஆகும்.

கோண இடப்பெயர்ச்சி (θ), வட்டவில்லின் நீளம் s (AB) மற்றும் ஆரம் r இவற்றுக்கு இடையே உள்ளத் தொடர்பு

$$\theta = \frac{s}{r}, \quad \text{அல்லது} \quad s = r\theta$$

கோணத்திசைவேகம் ($\vec{\omega}$)

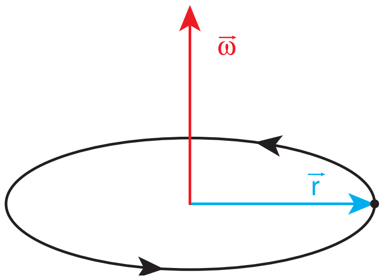
கோண இடப்பெயர்ச்சி மாறும் வீதமே, கோணத்திசை வேகம் எனப்படும்.

t நேரத்தில் ஏற்பட்ட கோண இடப்பெயர்ச்சி θ எனில், கோணத்திசைவேகம்

$$\omega = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt}$$

கோணத்திசைவேகத்தின் அலகு ரேடியன்/வினாடி (rad s^{-1}).

கோணத்திசைவேகத்தின் திசை வலது கை பெருவிரல் விதியின் படி சுழல் அச்சின் திசையில் இருக்கும். இது படம் 2.46 யில் காட்டப்பட்டுள்ளது.



படம் 2.46 கோணத் திசைவேகத்தின் திசை

கோண முடுக்கம் ($\vec{\alpha}$)

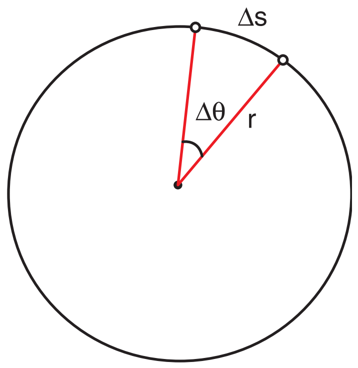
கோணத் திசைவேகம் மாறும் வீதம், கோண முடுக்கம் எனப்படும்.

$$\vec{\alpha} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$$

கோண முடுக்கம் ஒரு வெக்டர் அளவாகும். இதன் திசை கோணத்திசைவேகத்தின் திசையிலேயே இருக்க வேண்டிய அவசியமில்லை.

தொடுகோட்டு முடுக்கம்

பொருளொன்று r ஆரமுடைய வட்டப்பாதையில் இயங்குகிறது என்க. Δt, என்ற கால இடைவெளியில் பொருள் Δs என்ற வட்டவில் தொலைவைக் கடக்கிறது. இது படம் 2.47 இல் காட்டப்பட்டுள்ளது. அது ஏற்படுத்தும் கோணம் $\Delta\theta$ ஆகும்.



படம் 2.47 வட்ட இயக்கம்

$\Delta\theta$ வைப் பயன்படுத்தி Δs ஐ பின்வருமாறு எழுதலாம்

$$\Delta s = r\Delta\theta \qquad (2.35)$$

Δt என்ற கால இடைவெளியில்

$$\frac{\Delta s}{\Delta t} = r\frac{\Delta\theta}{\Delta t} \qquad (2.36)$$

$\Delta t \to 0,$ என்ற எல்லையில் மேற்கண்ட சமன்பாட்டினை

$$\frac{ds}{dt} = r\omega \qquad (2.37)$$

என எழுதலாம். இங்கு $\frac{ds}{dt}$ என்பது நேர்க்கோட்டு வேகமாகும் (v). இது வட்டத்தின் தொடுகோட்டின் வழியே செயல்படும். மேலும் ω என்பது கோண வேகமாகும்.

எனவே சமன்பாடு (2.37) ஐ

$$v = r\omega \qquad (2.38)$$

என எழுதலாம். இச்சமன்பாடு, நேர்க்கோட்டு வேகத்திற்கும், கோண வேகத்திற்கும் உள்ள தொடர்பைக் காட்டுகிறது.

> **குறிப்பு**
>
> நேர்க்கோட்டுத்திசை வேகத்தின் ($\vec{v}$) திசை வட்டத்தின் தொடுகோட்டின் வழியாகவும் , கேணத்திசை வேகத்தின் ($\vec{\omega}$) திசை, சுழல் அச்சின் வழியாகவும் உள்ளது. மேலும் ஆரமும் ($\vec{r}$) வட்டமையத்திலிருந்து ஆரம் வழியாக வெளிநோக்கிச் செயல்படும் ஒரு வெக்டராக குறிப்பிடப்படுகிறது.

இச்சமன்பாடு (2.38) வட்ட இயக்கத்திற்கு மட்டுமே பொருந்தும். பொதுவாக நேர்க்கோட்டு திசை வேகத்திற்கும், கோணத்திசைவேகத்திற்கும் உள்ள தொடர்பு

$$\vec{v} = \vec{\omega}\times\vec{r} \qquad (2.39)$$

வட்டப்பாதை இயக்கத்தில் சமன்பாடு (2.39), சமன்பாடு (2.38) ஆக மாறும். ஏனெனில் $\vec{\omega}$ மற்றும் $\vec{r}$ ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தாகும்.

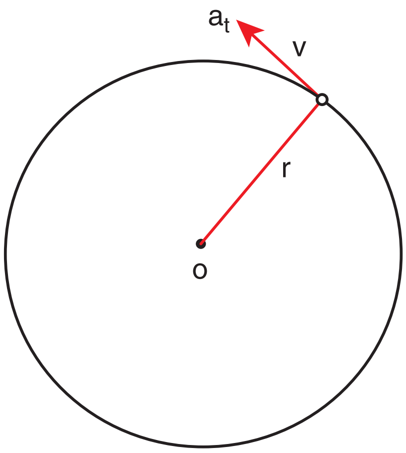
நேரத்தைப்பொருத்து சமன்பாடு (2.38) ஐ வகைப்படுத்தினால் (இங்கு r என்பது மாறிலி)

$$\frac{dv}{dt} = \frac{rd\omega}{dt} = r\alpha \qquad (2.40)$$

இங்கு $\frac{dv}{dt}$ என்பது தொடுகோட்டு முடுக்கமாகும்; இதனை a_t எனவும். $\frac{d\omega}{dt}$ என்பது கோண முடுக்கம். இதனை (α) எனவும் எழுதலாம். எனவே சமன்பாடு, (2.40) ஆனது

$$a_t = r\alpha \qquad (2.41)$$

இங்கு a_t என்பது பொருள் பெரும் தொடுகோட்டு முடுக்கமாகும், இது படம் 2.48 யில் காட்டப்பட்டுள்ளது.

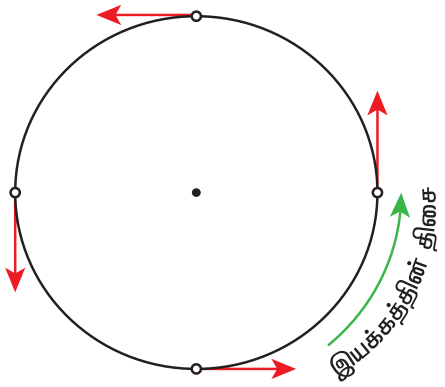


படம் 2.48 தொடுகோட்டு முடுக்கம்

தொடுகோட்டு முடுக்கம், நேர்க்கோட்டுத்திசை வேகத்தின் திசையில் செயல்படுவதை இங்கு நினைவில் கொள்ளவும்.

2.11.6 வட்ட இயக்கம் (Cirular Motion)

ஒரு புள்ளிப்பொருள் மாறாத வேகத்தில் ஒரு வட்டப்பாதை வழியே சுற்றி வருகிறது. அப்பொருள் சம கால இடைவெளிகளில் வட்டப்பாதையின் சம தூரத்தைக் கடக்கிறது எனில், அப்பொருள் சீரான வட்ட இயக்கத்தில் உள்ளது எனக் கூறலாம். இது படம் (2.49) இல் காட்டப்பட்டுள்ளது.



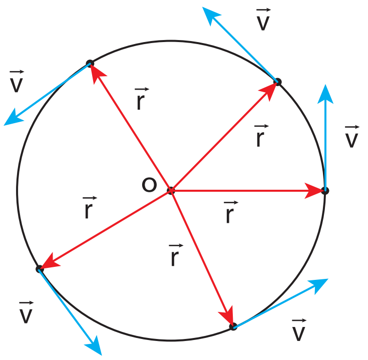
படம் 2.49 சீரான வட்ட இயக்கம்

சீரான வட்ட இயக்கத்தில், திசைவேகம் எப்போதும் மாற்றமடைந்து கொண்டே இருக்கும். ஆனால் வேகம் மாறாது இயற்பியல்படி திசைவேக வெக்டரின் எண்மதிப்பு நிலையாகவும், அதன்திசை தொடர்ந்து மாற்றமடைவதை இது காட்டுகிறது.

வட்ட இயக்கத்தில் திசைவேகத்தின் எண்மதிப்பு மற்றும் திசை இவ்விரண்டும் மாற்றமடைந்தால் நமக்கு சீரற்ற வட்ட இயக்கம் கிடைக்கும்.

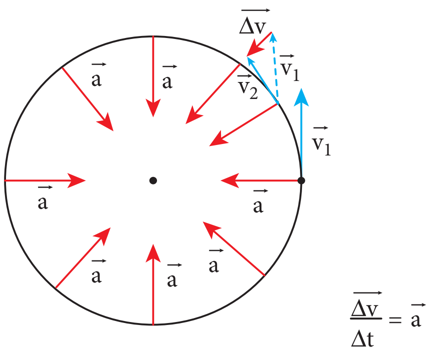
மையநோக்கு முடுக்கம் :

சீரான வட்ட இயக்கத்தில் திசைவேக வெக்டரின் எண் மதிப்பு (வேகம்) மாறாமல் அதன் திசை தொடர்ந்து மாற்றமடைந்து கொண்டே வரும் என்பதை நாம் முன்னர் பார்த்தோம். இது படம் (2.50) யில் காட்டப்பட்டுள்ளது.



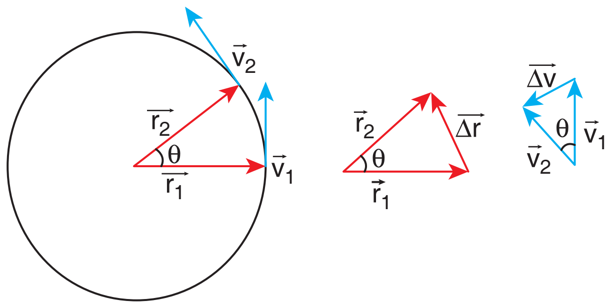
படம் 2.50 சீரான வட்ட இயக்கத்தில் திசைவேகம்

சீரான வட்ட இயக்கம் நடைபெறும் போது திசைவேக வெக்டரின் (நீல வண்ணம்) நீளம் மாற்றமடையாமல் உள்ளதை கவனிக்கவும், இது வேகம் மாறாமல் உள்ளதைக் காட்டுகிறது. இருப்பினும் திசைவேகம் வட்டத்தின் ஒவ்வொரு புள்ளியிலும் தொடு கோட்டுத்திசையில் செயல்படுகிறது. மேலும், முடுக்கம் வட்டத்தின் ஆரத்தின் வழியே மையத்தை நோக்கி செயல்படுகிறது. இம்முடுக்கத்தை மைய நோக்கு முடுக்கம் என அழைக்கலாம். இது எப்போதும் வட்டமையத்தை நோக்கியே செயல்படும். இது படம் (2.51) இல் காட்டப்பட்டுள்ளது.



படம் 2.51 மையநோக்கு முடுக்கம்

நிலை வெக்டர் மற்றும் திசைவேக வெக்டரின் எளிய வடிவியல் தொடர்பிலிருந்து, மைய நோக்கு முடுக்கச் சமன்பாட்டை வருவிக்கலாம்.



படம் 2.52 நிலைவெக்டர் மற்றும் திசைவேக வெக்டரின் வடிவியல் தொடர்பு

நிலை வெக்டர் மற்றும் திசைவேக வெக்டர் இரண்டும் Δt என்ற சிறிய கால இடைவெளியில் θ கோணம் இடப்பெயர்ச்சி அடைவதை படம் (2.52) காட்டுகிறது. சீரான வட்ட இயக்கத்தில் $r = |\vec{r}_1| = |\vec{r}_2|$ மற்றும் $v = |\vec{v}_1| = |\vec{v}_2|$. துகளின் நிலைவெக்டர் $\vec{r}_1$ லிருந்து $\vec{r}_2$க்கு மாறும்போது ஏற்படும் இடப்பெயர்ச்சியை $\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$ எனவும் அதன் திசைவேகம் $\vec{v}_1$ லிருந்து $\vec{v}_2$ க்கு மாற்றமடைவதை $\Delta\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$ எனவும் குறிப்பிடலாம். இடப்பெயர்ச்சி வெக்டரின் எண்மதிப்பு மற்றும் திசைவேக வெக்டரின் எண்மதிப்பு இரண்டும் பின்வரும் தொடர்பினை நிறைவேற்ற வேண்டும்.

$$\frac{\Delta r}{r} = -\frac{\Delta v}{v} = \theta$$

இங்கு எதிர்க்குறி, Δv வட்ட மையத்தை நோக்கி (ஆரம் வழியே உள்நோக்கி) செயல்படுவதைக் காட்டுகிறது.

$$\Delta v = -v\left(\frac{\Delta r}{r}\right)$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v}{r}\left(\frac{\Delta r}{\Delta t}\right) = -\frac{v^2}{r}$$

சீரான வட்ட இயக்கத்திலிருந்து $v = \omega r$, இங்கு ω என்பது மையத்தைப் பொருத்து துகளின் கோணத்திசைவேகமாகும். எனவே மைய நோக்கு முடுக்கத்தை பின்வருமாறு எழுதலாம்.

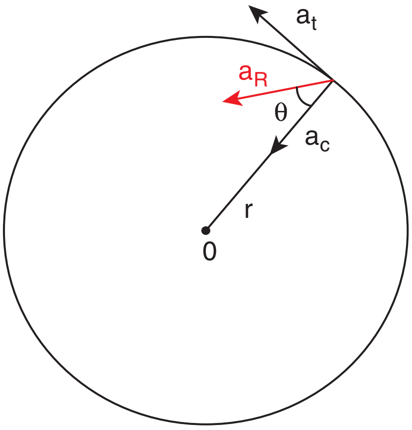
$$a = -\omega^2 r$$

குறிப்பு

சீரான வட்ட இயக்கத்தில் மைய நோக்கு முடுக்கத்தின் எண் மதிப்பு மாறிலி. ஆனால் மைய நோக்கு முடுக்கம் மாறிலிஅல்ல. அதன் திசை தொடர்ந்து மாற்றமடைந்து கொண்டே இருக்கும்.

சீரற்ற வட்ட இயக்கம்

வட்ட இயக்கத்தில் வேகம் மாற்றமடைந்து கொண்டே இருந்தால். அதனை சீரற்ற வட்ட இயக்கம் என அழைக்கலாம். எடுத்துக்காட்டாக ஊசல் குண்டு கட்டப்பட்ட கயிறு செங்குத்து வட்டத்தில் சுற்றிவரும்போது குண்டின் வேகம் எல்லா நேரங்களிலும் சமமாக இருப்பதில்லை. வட்ட இயக்கத்தின் வேகம் மாற்றமடையும் போதெல்லாம் துகள், படம் (2.53) இல் உள்ளவாறு மையநோக்கு முடுக்கம் (a_c) மற்றும் தொடுகோட்டு முடுக்கம் (a_t) இரண்டையும் பெறும்.



படம் 2.53 சீரற்ற வட்ட இயக்கத்தில் தொகுபயன் முடுக்கம் a_R

மைய நோக்கு முடுக்கம் மற்றும் தொடுகோட்டு முடுக்கம் இவற்றின் வெக்டர் கூடுதலின் வழியே தொகுபயன் முடுக்கத்தினை (a_R) பெறலாம்.

மைய நோக்கு முடுக்கம் $\frac{v^2}{r}$ எனில், தொகுபயன் முடுக்கத்தின் எண்மதிப்பை பின்வருமாறு குறிப்பிடலாம்.

$$a_R = \sqrt{a_t^2 + \left(\frac{v^2}{r}\right)^2}$$

இந்தத் தொகுபயன் முடுக்கம், ஆரவெக்டருடன் θ கோணத்தை ஏற்படுத்துவதை படம் (2.53) காட்டுகிறது. மேலும் கோணம் θ வை பின்வருமாறு குறிப்பிடலாம்.

$$\tan\theta = \frac{a_t}{\left(\frac{v^2}{r}\right)} \quad \text{ஆகும்}$$

எடுத்துக்காட்டு 2.40

துகளொன்று 10 m ஆரமுடைய வட்டப்பாதையில் சுற்றுகிறது. அதன் நேர்க்கோட்டு வேகம் $v = 3t$. இங்கு t வினாடியிலும் மற்றும் v ஆனது $m\ s^{-1}$ லும் உள்ளது.

(அ) t = 2 வினாடியில் துகளின் மையநோக்கு முடுக்கம் மற்றும் தொடுகோட்டு முடுக்கம் ஆகியவற்றைக் காண்க.

(ஆ) தொகுபயன்வெக்டர், ஆரவெக்டருடன் ஏற்படுத்தும் கோணத்தைக் காண்க.

தீர்வு

t = 2 வினாடியில் துகளின் வேகம்

$$v = 3t = 6 m\ s^{-1}$$

t = 2 வினாடியில் துகளின் மைய நோக்கு முடுக்கம்

$$a_c = \frac{v^2}{r} = \frac{(6)^2}{10} = 3.6 m\ s^{-2}$$

தொடுகோட்டு முடுக்கம் $a_t = \frac{dv}{dt} = 3 m\ s^{-2}$

ஆர வெக்டருக்கும், தொகுபயன் வெக்டருக்கும் உள்ள கோணம்

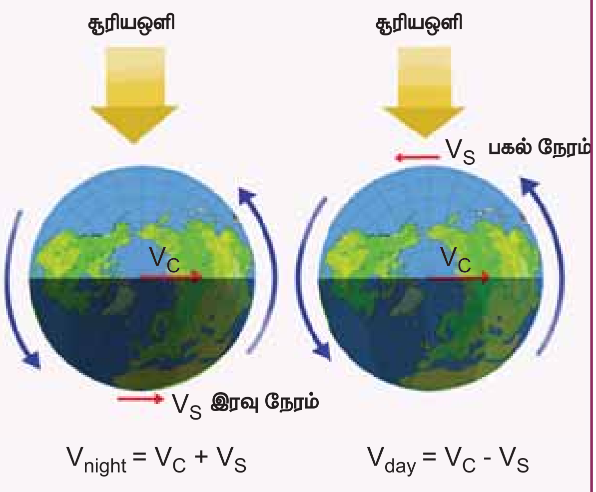
$$\tan\theta = \frac{a_t}{a_c} = \frac{3}{3.6} = 0.833$$

$$\theta = \tan^{-1}(0.833) = 0.69 \text{ radian}$$

டிகிரியில் $\theta = 0.69 \times 57.17° \approx 40°$

இரவு பகல் இரு வேளைகளிலும் சூரியனைப் பொறுத்து நாம் ஒரே வேகத்தில் செல்கிறோமா?

புவி, சூரியனை நீள்வட்டப்பாதையில் சுற்றி வருகிறது. சூரியனைப் பொறுத்து புவிமையத்தின் திசைவேகத்தை $\vec{v}_c$ என்க. இந்த $\vec{v}_c$ சூரியனைப் பொறுத்து புவி நீள்வட்டப்பாதையில் சுற்றி வருவதால் ஏற்படுகிறது. அதே நேரத்தில் புவி தன் அச்சினைப் பொறுத்து தற்சுழற்சி இயக்கத்தை மேற்கொள்கிறது. புவியின் மேற்பரப்பில் உள்ள அனைத்துப் பொருட்களும் புவியின் தற்சுழற்சி அச்சினை மையமாகக் கொண்டு $\vec{v}_s$ என்ற திசைவேகத்தில் வட்டப்பாதை இயக்கத்தை மேற்கொள்கின்றன. இரவு நேரங்களில் $\vec{v}_c$ மற்றும் $\vec{v}_s$ இரண்டும் ஒரே திசையில் அல்லது ஒன்றுக்கொன்று குறுங்கோண வேறுபாட்டு திசையில் செயல்படுகின்றன. எனவே, இரவில் சூரியனைப்பொருத்து புவியின் மேற்பரப்பில் உள்ள பொருளின் திசைவேகம். $\vec{v}_{\text{இரவு}} = \vec{v}_c + \vec{v}_s$ ஆகும். ஆனால் பகல் நேரங்களில் $\vec{v}_c$ மற்றும் $\vec{v}_s$ இரண்டும் ஒன்றுக்கொன்று எதிர்திசையில் அல்லது விரிகோண வேறுபாட்டு திசையில் செயல்படுகின்றன. எனவே, பகற்பொழுதில் சூரியனைப் பொறுத்து புவிப்பரப்பில் உள்ள பொருட்களின் திசைவேகம் $\vec{v}_{\text{பகல்}} = \vec{v}_c - \vec{v}_s$ ஆகும். இதிலிருந்து புவியின் பரப்பில் எந்த ஒரு பொருளும் பகலைவிட இரவு நேரத்தில் சூரியனைப் பொறுத்து வேகமாகச் செல்லும் என அறியலாம். இது புவியின் சுழற்சியால் ஏற்படுகிறது. இதனை பின்வரும் படத்தின் மூலம் அறியலாம்.



வட்ட இயக்கத்தின் இயக்கச் சமன்பாடுகள்

மாறாத கோண முடுக்கத்துடன் α, பொருளொன்று வட்ட இயக்கத்தை மேற்கொண்டால் நேர்க்கோட்டு இயக்கத்தைப் போன்றே வட்ட இயக்கத்திற்கும் இயக்கச் சமன்பாடுகளை தருவிக்கலாம்.

வட்ட இயக்கத்திலுள்ள துகளொன்றின் ஆரம்பக்கோணத் திசைவேகம் ω_0 என்க. t காலத்திற்குப் பின்பு அத்துகள் அடையும் இறுதி கோணத்திசைவேகம் ω. இக்கால இடைவெளியில் துகள் அடைந்த கோண இடப்பெயர்ச்சி θ என்க. கோணத்திசை வேகத்தில் மாற்றம் உள்ளதால் துகள் α என்ற கோண முடுக்கத்தைப் பெற்றிருக்கும்.

பிரிவு (2.4.3) இல் நேர்க்கோட்டு இயக்கத்திற்கு உள்ளதைப் போன்றே வட்ட இயக்கத்திற்கும் இயக்கச் சமன்பாடுகளை எழுதலாம்.

நேர்க்கோட்டு இடப்பெயர்ச்சி (s) ஐ கோண இடப்பெயர்ச்சி θ எனவும்

திசைவேகம் (v) ஐ கோணத்திசைவேகம் (ω) எனவும்

முடுக்கம் (a) வை, கோண முடுக்கம் (α) எனவும்

ஆரம்ப திசைவேகம் (u) ஐ ஆரம்பக்கோணத்திசைவேகம் (ω_0) எனவும் மாற்றவும்.

இம்மரபினை பின்பற்றிய பின்பு கிடைக்கும் வட்ட இயக்கத்தின் இயக்கச் சமன்பாடுகள் பின்வரும் அட்டவணையில் தரப்பட்டுள்ளன.

நேர்க்கோட்டு இயக்கத்தின் இயக்கச் சமன்பாடுகள்	வட்ட இயக்கத்தின் இயக்கச் சமன்பாடுகள்
$v = u + at$	$\omega = \omega_0 + \alpha t$
$s = ut + \frac{1}{2}at^2$	$\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$
$v^2 = u^2 + 2as$	$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha\theta$
$s = \frac{(v+u)t}{2}$	$\theta = \frac{(\omega_0 + \omega)t}{2}$

குறிப்பு

நேர்க்கோட்டு இயக்கத்தின் இயக்கச்சமன்பாடுகள் மாறாத நேர்க்கோட்டு முடுக்கம் உடைய பொருட்களுக்கு மட்டுமே பொருந்தும். அதே போன்று கோண இயக்கத்தின் இயக்கச் சமன்பாடுகள் மாறாத கோண முடுக்கம் உடைய பொருட்களுக்கு மட்டுமே பயன்படுத்த முடியும்.

எடுத்துக்காட்டு 2.41

வட்டப்பாதை இயக்கத்திலுள்ள துகள் ஒன்றின் கோண முடுக்கம் $\alpha = 0.2\, rad\, s^{-2}$.

(அ) இத்துகள் 5 வினாடிகளுக்குப் பின்னர் அடைந்த கோண இடப்பெயர்ச்சி மற்றும்

(ஆ) நேரம் t = 5 வினாடியில் இத்துகளின் கோணத்திசை வேகம் ஆகியவற்றைக் காண்க. (துகளின் ஆரம்பக்கோணத்திசைவேகம் சுழி எனக் கருதுக).

தீர்வு

துகளின் ஆரம்பக் கோணத்திசைவேகம் ($\omega_0 = 0$)

துகளின் கோண இடப்பெயர்ச்சி

$$\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$$

$$\theta = \frac{1}{2} \times 2 \times 10^{-1} \times 25 = 2.5\, rad$$

டிகிரியில் $\theta = 2.5 \times 57.17^\circ \approx 143^\circ$

பாடச்சுருக்கம்

- குறிப்பாயத்தைப் பொருத்து ஓய்வு நிலை அல்லது இயக்க நிலையை வரையறுக்க முடியும்.
- இயற்பியலில் மரபுப்படி பொருளின் இயக்கத்தினை விளக்க வலக்கை கார்டீசியன் ஆய அச்சுத் தொகுப்பு முறையைப் பின்பற்றுகிறோம்.
- பொருளின் இயக்கத்தினை விளக்க புள்ளிநிறைக் கருத்து பயன்படுகிறது.
- வெக்டர் என்பது எண்மதிப்பு மற்றும் திசை கொண்ட ஒரு அளவாகும். ஆனால் ஸ்கேலர் என்பது எண்மதிப்பை மட்டும் பெற்றிருக்கும்.
- வெக்டரின் நீளம் அதன் எண்மதிப்பினைக் குறிக்கும்.
- கார்ட்டீசியன் ஆய அச்சுத்தொகுப்பில் ஓரலகு வெக்டர்கள் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தாக இருக்கும்.
- வெக்டர்களின் முக்கோணவிதி அல்லது இணைகர விதியைப் பயன்படுத்தி வெக்டர்களின் கூடுதலைக் காண இயலும்.
- கார்டீசியன் ஆய அச்சுத் தொகுப்பினைப் பயன்படுத்தி எந்த ஒரு வெக்டரையும் அவற்றின் மூன்று கூறுகளாகப் பகுக்க முடியும்.
- ஒரு வெக்டரின் எண்மதிப்பினை பின்வருமாறு எழுதலாம். $\left|\vec{A}\right| = A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$
- இரண்டு வெக்டர்கள் சமமெனில், அவற்றின் தனித்தனிக் கூறுகளும் ஒன்றுக்கொன்று சமமாகும்.
- கார்டீசியன் ஆய அச்சுத்தொகுப்பினைப் பொறுத்து துகள் ஒன்றின் நிலைவெக்டர் $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$ என வழங்கப்படும்.
- வெக்டர்களின், ஸ்கேலர் பெருக்கலை $\vec{A}.\vec{B} = AB\cos\theta$ என வரையறுக்கலாம். (இங்கு θ என்பது $\vec{A}$ மற்றும் $\vec{B}$ க்கு இடைப்பட்ட கோணம்)
- வெக்டர்களின், வெக்டர் பெருக்கலை $\vec{A}\times\vec{B} = \left(AB\sin\theta\right)\hat{n}$ என வரையறுக்கலாம். ஓரலகு வெக்டர் $\hat{n}$ இன் திசையை, வலதுகை பெருவிரல் விதி அல்லது வலது கை திருகு விதியினைப் பயன்படுத்தி அறியலாம்.
- இயற்பியலில் பல்வேறு கருத்துக்களை ஸ்கேலர் மற்றும் வெக்டர் பெருக்கல்களை பயன்படுத்தி விளக்க முடியும்.
- துகள் கடந்த மொத்தப் பாதையின் நீளம் கடந்த தொலைவு எனவும், அத்துகளின் இறுதி நிலை மற்றும் ஆரம்ப நிலைகளுக்கு இடையே உள்ள வேறுபாடு இடப்பெயர்ச்சி எனவும் அழைக்கப்படும். கடந்த தொலைவு ஒரு ஸ்கேலர் அளவாகும் மற்றும் இடப்பெயர்ச்சி ஒரு வெக்டர் அளவாகும்.
- சராசரித்திசை வேகம் $\vec{v}_{\text{சராசரி}} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$ எனவும் உடனடித்திசை வேகம் $\vec{v} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}$ எனவும் வரையறுக்கப்படுகிறது.
- உந்தம் $\vec{p} = m\vec{v}$ என வரையறுக்கப்படுகிறது.

பாடச்சுருக்கம் (தொடர்ச்சி)

- சராசரி முடுக்கம் $\vec{a}_{avg} = \dfrac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1} = \dfrac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$ எனவும், உடனடி முடுக்கம் $\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \dfrac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \dfrac{d\vec{v}}{dt}$ எனவும் வரையறுக்கப்படுகிறது.
- சீராக முடுக்கம் பெற்ற துகளின் இயக்கத்தை, இயக்கச் சமன்பாடுகளைக் கொண்டு பகுப்பாய்வு செய்ய இயலும்.
- எறிபொருள் இயக்கத்தில், சீராக முடுக்கம் பெற்ற துகளின் பாதை ஒரு பரவளையமாகும்.
- எறிபொருள் இயக்கத்தில் துகள் ஒன்றின் பெரும உயரம் மற்றும் கிடைத்தள நெடுக்கம், புவியீர்ப்பு முடுக்கத்திற்கு எதிர்விகிதத் தொடர்புடையது.
- துகளொன்றின் கோணஇடப்பெயர்ச்சியை $\theta = \dfrac{s}{r}$ என்றும் அதன் கோணத்திசைவேகத்தை $\vec{\omega} = \dfrac{d\theta}{dt}$ எனவும் வரையறுக்கலாம்.
- நேர்க்கோட்டுத் திசைவேகத்திற்கும், கோணத்திசை வேகத்திற்கும் உள்ள தொடர்பு $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$ ஆகும்.
- மைய நோக்கு முடுக்கம் $a_c = -\dfrac{v^2}{r}$ அல்லது $-\omega^2 r$ என வரையறுக்கலாம். மேலும் மைய நோக்கு முடுக்கம் எப்போதும் வட்ட மையத்தை நோக்கியே செயல்படும்.

கருத்து வரைபடம்

இயக்கத்தை அளவிடல்

குறிப்பாயம்

வெக்டர், ஸ்கேலர்

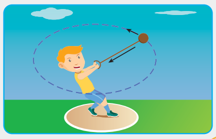
நிலை வெக்டர், கடந்த தொலைவு மற்றும் இடப்பெயர்ச்சி வெக்டர்

நுண்கணிதம்

திசைவேகம், சராசரித் திசைவேகம், வேகம், சராசரி வேகம்

முடுக்கம்

சராசரி முடுக்கம்



வட்ட இயக்கம்

சீரான முடுக்கம் பெற்ற பொருளின் இயக்கம்

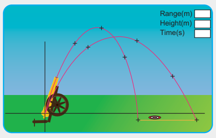
சீரான வட்ட இயக்கம்

சீரற்ற வட்ட இயக்கம்

இயக்கச் சமன்பாடுகள்

இயக்கச் சமன்பாடுகள்

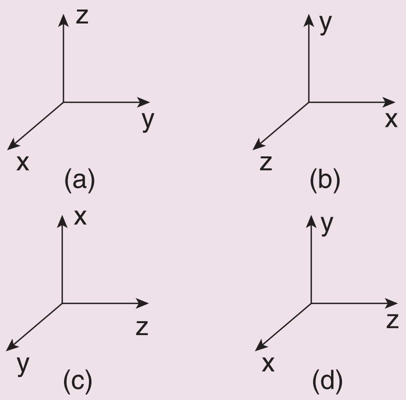
எறிபொருளின் இயக்கம்



மதிப்பீடு

I. சரியான விடையை தேர்ந்தெடுத்து எழுதுக.

1. பின்வரும் எந்த கார்டீசியன் ஆய அச்சுத்தொகுப்பு இயற்பியலில் பயன்படுத்தப்படுவதில்லை.



2. பின்வருவனவற்றுள் எது ஓரலகு வெக்டர்?

(a) $\hat{i}+\hat{j}$ (b) $\dfrac{\hat{i}}{\sqrt{2}}$

(c) $\hat{k}-\dfrac{\hat{j}}{\sqrt{2}}$ (d) $\dfrac{\hat{i}+\hat{j}}{\sqrt{2}}$

3. பின்வருவனவற்றுள் எந்த இயற்பியல் அளவு ஸ்கேலரால் குறிப்பிட இயலாது?

(a) நிறை

(b) நீளம்

(c) உந்தம்

(d) முடுக்கத்தின் எண்மதிப்பு

4. m_1 மற்றும் m_2 நிறை கொண்ட இரண்டு பொருட்கள் h_1 மற்றும் h_2 உயரத்திலிருந்து விழுகின்றன. அவை தரையை அடையும்போது அவற்றின் உந்தங்களின் எண்மதிப்புகளின் விகிதம் என்ன?

(a) $\sqrt{\dfrac{h_1}{h_2}}$ (b) $\sqrt{\dfrac{m_1h_1}{m_2h_2}}$

(c) $\dfrac{m_1}{m_2}\sqrt{\dfrac{h_1}{h_2}}$ (d) $\dfrac{m_1}{m_2}$

5. துகளொன்று எதிர்குறி திசைவேகத்தையும், எதிர்குறி முடுக்கத்தையும் பெற்றுள்ளது எனில், அத்துகளின் வேகம்

(a) அதிகரிக்கும்

(b) குறையும்

(c) மாறாது

(d) சுழி

337IHF

6. துகளொன்றின் திசைவேகம் $\vec{v}=2\hat{i}+t^2\hat{j}-9\vec{k}$ எனில், $t = 0.5$ வினாடியில் அத்துகளின் முடுக்கத்தின் எண்மதிப்பு யாது?

(a) 1m s^{-2} (b) 2 m s^{-2}

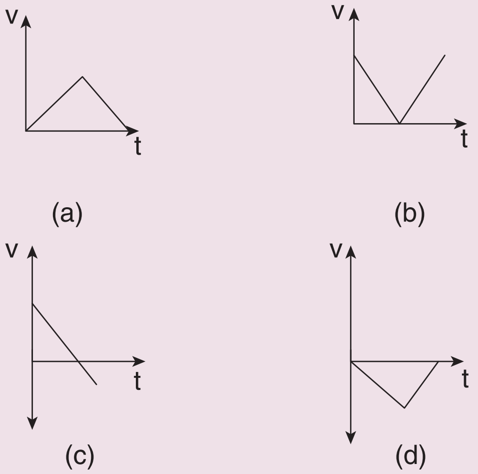
(c) சுழி (d) -1 m s^{-2}

7. பொருளொன்று கட்டிடத்தின் உச்சியிலிருந்து கீழே விழுகிறது, அப்பொருள் 4 வினாடியில் தரையை அடைந்தால் கட்டிடத்தின் உயரமென்ன? (காற்றுத்தடையைப் புறக்கணிக்க)

(a) 77.3 m (b) 78.4 m

(c) 80.5 m (d) 79.2 m

8. v என்ற திசைவேகத்துடன் பந்து ஒன்று செங்குத்தாக மேல்நோக்கி எறியப்படுகிறது அது t நேரத்தில் தரையை அடைகிறது. பின்வரும் எந்த v – t வரைபடம் இவ்வியக்கத்தினை சரியாக விளங்குகிறது. (NSEP 2000–2001)

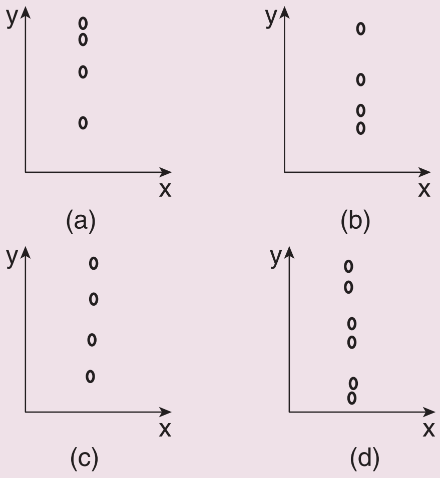


9. சமஉயரத்தில் உள்ள இரு பொருட்களில் ஒன்று தானாக கீழ்நோக்கி விழுகிறது. மற்றொன்று கிடைத்தளத்தில் எறியப்படுகிறது. 't' வினாடியில் அவை கடந்த செங்குத்து தொலைவுகளின் விகிதம் என்ன?

(a) 1 (b) 2

(c) 4 (d) 0.5

10. குறிப்பிட்ட உயரத்திலிருந்து பந்து ஒன்று கீழே விழுகிறது. பின்வருவனவற்றுள் எப்படம் பந்தின் இயக்கத்தினைச் சரியாக விளக்குகிறது?



11. xy தளம் ஒன்றில் துகளொன்று கடிகாரமுள் சுழலும் திசையில் சீரான வட்ட இயக்கத்தை மேற்கொள்கிறது. அத்துகளின் கோணத் திசைவேகத்தின் திசை

(a) +y திசையில்

(b) +z திசையில்

(c) −z திசையில்

(d) −x திசையில்

12. துகளொன்று சீரான வட்ட இயக்கத்தை மேற்கொள்கிறது. இதற்கான சரியான கூற்றை தேர்வு செய்க.

(NEET 2016)

(a) துகளின் திசைவேகம் மற்றும் வேகம் மாறிலி

(b) துகளின் முடுக்கம் மற்றும் வேகம் மாறிலி

(c) துகளின் திசைவேகம் மற்றும் முடுக்கம் மாறிலி

(d) துகளின் வேகம் மற்றும் முடுக்கத்தின் எண்மதிப்பு மாறிலி

13. பொருளொன்று u ஆரம்பத்திசை வேகத்துடன் தரையிலிருந்து செங்குத்தாக மேல் நோக்கி எறியப்படுகிறது. அப்பொருள் மீண்டும் தரையை அடைய எடுத்துக்கொள்ளும் நேரம்

(a) $\dfrac{u^2}{2g}$ (b) $\dfrac{u^2}{g}$

(c) $\dfrac{u}{2g}$ (d) $\dfrac{2u}{g}$

14. கிடைத்தளத்தைப் பொருத்து $30°$ மற்றும் $60°$ கோணத்தில் இரண்டு பொருட்கள் எறியப்படுகின்றன. அவற்றின் கிடைத்தள நெடுக்கம் முறையே R_{30^0} மற்றும் R_{60^0} எனக்கருதினால், பின்வருவனவற்றுள் பொருத்தமான இணையை தேர்வு செய்க.

(a) $R_{30^0} = R_{60^0}$

(b) $R_{30^0} = 4R_{60^0}$

(c) $R_{30^0} = \dfrac{R_{60^0}}{2}$

(d) $R_{30^0} = 2\ R_{60^0}$

15. கோள் ஒன்றில், 50 m உயரத்திலிருந்து பொருளொன்று கீழே விழுகிறது. அது தரையை அடைய எடுத்துக்கொள்ளும் நேரம் 2 வினாடி எனில், கோளின் ஈர்ப்பு முடுக்கத்தின் மதிப்பு என்ன ?

(a) $g = 20\ m\ s^{-2}$ (b) $g = 25\ m\ s^{-2}$

(c) $g = 15\ m\ s^{-2}$ (d) $g = 30\ m\ s^{-2}$

விடைகள்

1) d	2) d	3) c	4) c	5) a
6) a	7) b	8) c	9) a	10) a
11) c	12) d	13) d	14) a	15) b

II. சிறு வினாக்கள்:

1. கார்டீசியன் ஆய அச்சுத்தொகுப்பு என்றால் என்ன?

2. வெக்டர் – வரையறு. எடுத்துக்காட்டுகள் தருக

3. ஸ்கேலர் – வரையறு. எடுத்துக்காட்டுகள் தருக

4. இரண்டு வெக்டர்களின் ஸ்கேலர் பெருக்கல் பற்றி சிறுகுறிப்பு வரைக.

5. இரண்டு வெக்டர்களின் வெக்டர் பெருக்கல் பற்றி சிறுகுறிப்பு வரைக.

6. இரண்டு வெக்டர்கள் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தாக உள்ளனவா என எவ்வாறு கண்டறிவாய்?

7. இடப்பெயர்ச்சி மற்றும் கடந்தத் தொலைவை வரையறு.

8. திசைவேகம் மற்றும் வேகத்தை வரையறு.

9. முடுக்கம் – வரையறு.

10. திசைவேகம் மற்றும் சராசரித் திசைவேகம் இவற்றிக்கிடையேயான வேறுபாடுகள் யாவை?

11. ஒரு ரேடியன் – வரையறு.

12. கோண இடப்பெயர்ச்சி மற்றும் கோணத்திசை வேகம் இவற்றை வரையறு.

13. சீரற்ற வட்ட இயக்கம் என்றால் என்ன?

14. கோண இயக்கத்தின் இயக்கச் சமன்பாடுகளை எழுதுக.

15. சீரற்ற வட்ட இயக்கத்தில் தொகுபயன் முடுக்கம் ஆர வெக்டருடன் ஏற்படுத்தும் கோணத்திற்கான கோவையை எழுதுக.

III. நெடு வினாக்கள்

1. வெக்டர் கூடுதலின் முக்கோண விதியை விரிவாக விளக்கவும்.

2. ஸ்கேலார் மற்றும் வெக்டர் பெருக்கல்களின் பண்புகளை விவரி.

3. மாறாத முடுக்கம் பெற்ற பொருளின் இயக்கச் சமன்பாடுகளை வருவிக்கவும்.

4. பின்வரும் பொருட்களின் இயக்கச் சமன்பாடுகளை வருவிக்கவும்
(அ) செங்குத்தாக கீழே விழும் பொருள்
(ஆ) செங்குத்தாக எறியப்பட்ட பொருள்.

5. கிடைத்தளத்துடன் θ கோணம் சாய்வாக எறியப்பட்ட எறிபொருள் ஒன்றின் கிடைத்தள நெடுக்கம் மற்றும் பெரும உயரம் ஆகியவற்றிற்கான சமன்பாடுகளைப் பெறுக.

6. மைய நோக்கு முடுக்கத்திற்கான கோவையைப் பெறுக.

7. சீரற்ற வட்ட இயக்கத்தின் தொகுபயன் முடுக்கத்திற்கான கோவையைப் பெறுக.

IV. பயிற்சி வினாக்கள்

1. துகளொன்றின் நிலை வெக்டரின் நீளம் 1m. அது x அச்சுடன் 30° கோணத்தில் உள்ளது எனில், நிலைவெக்டரின் x மற்றும் y கூறுகளின் நீளங்களைக் காண்க.

(விடை: $l_x = \frac{\sqrt{3}}{2}, l_y = 0.5$)

2. துகளொன்று நிலை $\vec{r}_1 = 3\hat{i} + 4\hat{j}$ லிருந்து $\vec{r}_2 = \hat{i} + 2\hat{j}$ க்கு இடம்பெயர்கிறது எனில், அத்துகளின் இடப்பெயர்ச்சி வெக்டரைக் $(\Delta\vec{r})$ காண்க. மேலும் இரு பரிமாண கார்டீசியன் ஆய அச்சுத்தொகுப்பில் $\vec{r}_1$, $\vec{r}_2$ மற்றும் $\Delta\vec{r}$ இன் நிலையினை வரைந்து காட்டவும்.

(விடை: $\Delta\vec{r} = -2\hat{i} - 2\hat{j}$)

3. துகள் ஒன்று 5 வினாடிகளில் நிலைவெக்டர் $\vec{r}_1 = 5\hat{i} + 6\hat{j}$ லிருந்து நிலைவெக்டர் $\vec{r}_2 = 2\hat{i} + 3\hat{j}$ க்கு மாறுகிறது அத்துகளின் சராசரி திசைவேகம் என்ன?

(விடை: $\vec{v}_{avg} = -\frac{3}{5}(\hat{i} + \hat{j})$)

4. கொடுக்கப்பட்ட வெக்டர் $\vec{r} = 3\hat{i} + 2\hat{j}$ இவ்வெக்டரை ஓரலகு வெக்டராக மாற்றுக.

(விடை: $\hat{r} = \frac{(3\hat{i} + 2\hat{j})}{\sqrt{13}}$)

5. கொடுக்கப்பட்ட இவ்விரண்டு வெக்டர்களின், வெக்டர் பெருக்கலின் தொகுபயன் வெக்டரைக் காண்க.

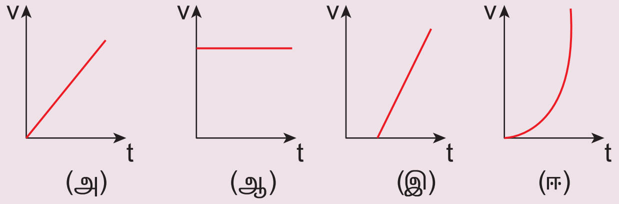
$\vec{A} = 4\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$ மற்றும் $\vec{B} = 5\hat{i} + 3\hat{j} - 4\hat{k}$

(விடை: $5\hat{i} + 21\hat{j} + 22\hat{k}$)

6. பொருளொன்றை கிடைத்தளத்துடன் எக்கோணத்தில் எறிந்தால், அப்பொருளின் கிடைத்தள நெடுக்கம் பெரும உயரத்தைப் போன்று நான்கு மடங்காக இருக்கும்?

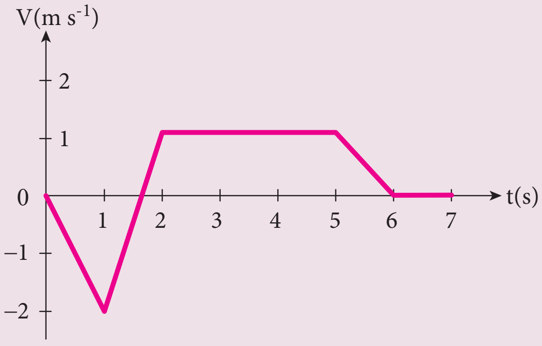
(விடை: θ = 45°)

7. பின்வரும் திசைவேகம்–நேரம் வரைபடங்களினால் குறிப்பிடப்படும் துகளின் இயக்க வகையினைக் காண்க.



(விடை: அ) $\vec{a}$ = மாறிலி, ஆ) $\vec{v}$ = மாறிலி, இ) $\vec{a}$ = மாறிலி ஆனால் முதல் வரைபடத்தில் உள்ளதைவிட அதிகம், ஈ) $\vec{a}$ = மாறிலி

8. நேர்குறி x அச்சுத்திசையில் இயங்கும் துகளொன்றின் திசைவேகம் – நேரம் வரைபடம் காட்டப்பட்டுள்ளது. 0 விலிருந்து 7 வினாடி வரை உள்ள கால இடைவெளியில் அத்துகளின் இயக்கத்தினைப் பகுப்பாய்வு செய்க. மேலும் 0 முதல் 2 வினாடிவரை துகள் அடைந்த இடப்பெயர்ச்சி மற்றும் அத்துகள் கடந்த தொலைவு ஆகியவற்றைக் கணக்கிடுக.



(விடை: கடந்த தொலைவு = 1.75 m, இடப்பெயர்ச்சி = −1.25 m)

9. பொருளொன்று கிடைத்தளத்துடன் θ கோணத்தில் எறியப்படுகின்றது. இந்நிகழ்வினை அடிப்படையாகக் கொண்டு கீழ்க்கண்டவற்றைப் பொருத்துக.

v_x	– குறையும் மற்றும் அதிகரிக்கும்
v_y	– மாறாது
முடுக்கம்	– மாற்றமடையும்
நிலைவெக்டர்	– எப்போதும் கீழ்நோக்கிச் செயல்படும்.

(விடை)

v_x	– மாறாது
v_y	– குறையும் மற்றும் அதிகரிக்கும்
முடுக்கம்	– எப்போதும் கீழ்நோக்கிச் செயல்படும்
நிலைவெக்டர்	– மாற்றமடையும்.

10. தரையிலுள்ள நீர்த்தெளிப்பான் ஒன்று அதனைச்சுற்றியுள்ள பகுதி முழுவதும் நீரினைத் தெளிக்கிறது. நீர்த்தெளிப்பானிலிருந்து வெளியேறும் நீரின் வேகம் v எனில் நீர் தெளிக்கப்பட்ட பரப்பினைக் காண்க.

(விடை: பரப்பு = $\dfrac{\pi v^4}{g^2}$)

11. பின்வரும் அட்டவணை வெவ்வேறு கோள்களில் எறியப்பட்ட எறிபொருள் அடைந்த கிடைத்தள நெடுக்கத்தைக் காட்டுகிறது. அனைத்து பொருட்களும் ஒரே கிடைத்தள கோணத்துடனும் சம ஆரம்பத்திசைவேகத்துடனும் எறியப்பட்டுள்ளன. இவ்விவரங்களிலிருந்து மிக அதிக மற்றும் மிகக் குறைந்த ஈர்ப்பு முடுக்கமுடைய கோள்களைக் கண்டுபிடி. மேலும் கோள்களை அவற்றின் ஈர்ப்பு முடுக்கத்தின் (g) அடிப்படையில் ஏறுவரிசையில் அமைக்கவும்.

கோள்	கிடைத்தள வீச்சு
வியாழன்	50 m
புவி	75 m
செவ்வாய்	90 m
புதன்	95 m

(விடை: வியாழனின் ஈர்ப்பு முடுக்கம் மிக அதிகம் புதனின் ஈர்ப்பு முடுக்கம் மிக குறைவு)

12. A மற்றும் B வெக்டர்களின் தொகுபயன் வெக்டர், A வெக்டருக்கு செங்குத்தாக உள்ளது. மேலும் தொகுபயன் வெக்டரின் எண்மதிப்பு B வெக்டரின் எண்மதிப்பில் பாதியாக உள்ளது எனில், A மற்றும் B வெக்டர்களுக்கு இடைப்பட்ட கோணத்தின் மதிப்பு என்ன?

a) 30° b) 45°

c) 150° d) 120°

(விடை: $\theta = 150°$)

13. கொடுக்கப்பட்ட வெக்டர்களின் கூறுகளை ஒப்பிடுக

a) $T\hat{j} - mg\hat{j} = ma\hat{j}$

b) $\vec{T} + \vec{F} = \vec{A} + \vec{B}$

c) $\vec{T} - \vec{F} = \vec{A} - \vec{B}$

d) $T\hat{j} + mg\hat{j} = ma\hat{j}$

(விடை: (a) $T - mg = ma$
(b) $T_x + F_x = A_x + B_x$; $T_y + F_y = A_y + B_y$; $T_z + F_z = A_z + B_z$)

14. $\vec{A} = 5\hat{i} - 3\hat{j}$, $\vec{B} = 4\hat{i} + 6\hat{j}$, வெக்டர்களை பக்கங்களாகக் கொண்ட முக்கோணத்தின் பரப்பினைக் கணக்கிடுக.

(விடை: பரப்பு = 21)

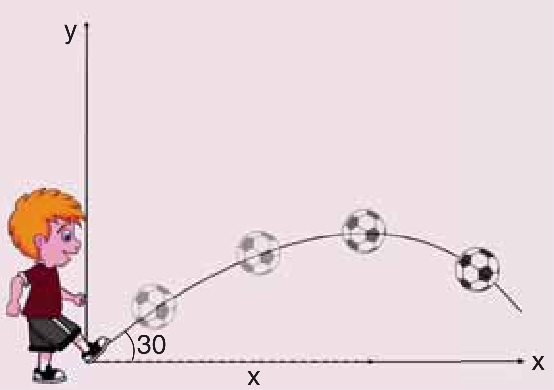
15. ஒரு முழுசுற்றினை நிறைவு செய்ய புவி எடுத்துக்கொள்ளும் நேரம் 24 மணிநேரமாகும். இந்நிலையில் புவி ஒரு மணி நேரத்தில் அடைந்த கோண இடப்பெயர்ச்சியைக் கணக்கிடு. விடையை ரேடியன் மற்றும் டிகிரி இரண்டிலும் தருக.

(விடை: $\theta = 15°$ அல்லது $\frac{\pi}{12}$)

16. எறிபொருளொன்று $30°$ எறிகோணத்தில் எறியப்படுகிறது. அதன் ஆரம்பத்திசை வேகம் $5\ m\ s^{-1}$ எனில் எறிபொருள் அடைந்த பெரும உயரம் மற்றும் கிடைத்தள நெடுக்கத்தைக் கணக்கிடுக.

(விடை: உயரம் = 0.318 m
நெடுக்கம் = 2.21 m

17. ஒரு கால்பந்துவீரர் $20\ m\ s^{-1}$ திசைவேகத்தில் கிடைத்தளத்துடன் $30°$ கோணத்தில் பந்து ஒன்றினை உதைக்கிறார். பந்தின் இயக்கம் படத்தில் காட்டப்பட்டுள்ளது. இலக்குக் கம்பங்கள் (goal post) அவரிடமிருந்து 40 m தொலைவில் உள்ளன, பந்து இலக்கினை அடையுமா?



(விடை: பந்து இலக்கினை அடையாது. ஏனெனில் கிடைத்தள நெடுக்கம் = 35.3 m)

18. 100 m உயரம் உள்ள கட்டிடம் ஒன்றின் உச்சியிலிருந்து, $10\ m\ s^{-1}$ திசைவேகத்துடன் எறிபொருளொன்று கிடைத்தளத்தில் வீசி எறியப்படுகிறது. எறிபொருள் அடைந்த கிடைத்தள நெடுக்கம் என்ன?

(விடை: R = 45 m)

19. பொருளொன்று $\frac{\pi}{12}$ rad s^{-1} என்ற கோண வேகத்துடன் சீரான வட்ட இயக்கத்தினை மேற்கொள்கிறது. $t = 0$ வினாடியில் அப்பொருள் A புள்ளியிலிருந்து வட்ட இயக்கத்தினை மேற்கொள்கிறது எனக் கருதுக. 4 வினாடிகளுக்குப் பிறகு அப்பொருள் அடைந்த கோண இடப்பெயர்ச்சி என்ன?

(விடை: 30°)

20. x அச்சினை கிழக்குத் திசையாகவும் y அச்சினை வடக்குத்திசையாகவும் மேலும் z அச்சினை செங்குத்தான மேல் நோக்கிய திசையாகவும் கருதி கீழ்க்கண்டவற்றை வெக்டர் முறையில் குறிப்பிடுக.

a) 5 மீட்டர் வட கிழக்கு மற்றும் 2 மீட்டர் மேல் நோக்கியத்திசையில்

b) 4 மீட்டர் தென்கிழக்கு மற்றும் 3 மீட்டர் மேல் நோக்கியத்திசையில்

c) 2 மீட்டர் வடமேற்கு மற்றும் 4 மீட்டர் மேல்நோக்கியத் திசையில்

(விடை: (a) $\frac{5\left(\hat{i}+\hat{j}\right)}{\sqrt{2}}+2\hat{k}$ (b) $\frac{4\left(\hat{i}-\hat{j}\right)}{\sqrt{2}}+3\hat{k}$

(c) $(-\hat{i}+\hat{j})\sqrt{2}+4\hat{k}$)

21. நிலவு, புவியை தோராயமாக 27 நாட்களுக்கு ஒரு முறை முழு சுற்று சுற்றி வருகிறது. இந்நிலையில் நிலவு ஒரு நாளில் பூமியை சுற்றும் கோணத்தின் மதிப்பு என்ன?

(விடை: $13^\circ 3'$)

22. m நிறையுடைய பொருளொன்றின் கோண முடுக்கம் $\alpha = 0.2\, rad\, s^{-2}$. 3 வினாடிகளில் அப்பொருள் எவ்வளவு கோண இடப்பெயர்ச்சியை அடையும்? (பொருள் சுழி திசை வேகத்துடன் சுழி கோணத்தில் தன்னுடைய இயக்கத்தை துவக்குகிறது எனக் கருதுக).

(விடை: 0.9 rad (அல்லது) 51°)

மேற்கோள் நூல்கள்

1. Charles Kittel, Walter Knight, Malvin Ruderman, Carl Helmholtz and Moyer, *Mechanics*, 2nd edition, Mc Graw Hill Pvt Ltd,
2. A.P.French, *Newtonian Mechanics*, Viva-Norton Student edition
3. SomnathDatta, *Mechanics*, Pearson Publication
4. H.C.Verma, *Concepts of physics* volume 1 and Volume 2, Bharati Bhawan Publishers
5. Serway and Jewett, *Physics for scientist and Engineers with modern physics*, Brook/ Coole publishers, Eighth edition
6. Halliday, Resnick & Walker, *Fundamentals of Physics*, Wiley Publishers, 10th edition

இணையச் செயல்பாடு

எறிபொருள் இயக்கம்

குறி பார்த்து எறி

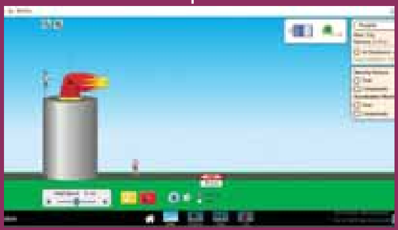
இந்தச் செயல்பாட்டின் மூலம் எறிபொருளின் திசைவேகம், எறிகோணம் மற்றும் கிடைத்தள நெடுக்கம் ஆகியவற்றிற்கு இடையேயான தொடர்பினை அறியலாம்.

படிகள்

- கீழ்க்காணும் உரலி / விரைவுக் குறியீட்டைப் பயன்படுத்தி PhET – projectile–motion என்னும் இணையப் பக்கத்திற்குச் செல்லவும். 'Intro' என்பதைச் சொடுக்கிச் செயல்பாட்டைத் துவங்கவும்.
- சிவப்பு நிறத்தில் இருக்கும் சுடும் பொத்தானை (shoot button) அழுத்தவும். பீரங்கியிலிருந்து வெளிவரும் பந்தானது அதன் இலக்கை அடைய வேண்டும்.
- உருளையின் (cylinder) உயரத்தை மாற்ற 'up & down' என்பதைச் சொடுக்கவும். பந்தின் வேகத்தைக் கூட்ட (அ) குறைக்க இடப்புற வலப்புற பொத்தான்களை அழுத்தவும்.
- இலக்குப் பெட்டியைச் (target box) சரி செய்து இலக்கை அடையும் நேரம், நெடுக்கம் மற்றும் உயரத்தை அளக்கலாம். பீரங்கியிலிருந்து வெளிவரும் பந்தின் நெடுக்கத்தை மீட்டர் நாடாவைப் பயன்படுத்தி அளக்கலாம். திசைவேகத்தையும் முடுக்கத்தையும் தெரிந்துகொள்ள வலப்பக்க மேல்பகுதியில் உள்ள பெட்டிகளைச் சொடுக்கவும்.

படி 1

படி 2



படி 3

படி 4

உரலி:

https://phet.colorado.edu/sims/html/projectile-motion/latest/projectile-motion_en.html

*படங்கள் அடையாளத்திற்கு மட்டும்.

* Flash Player or Java Script தேவையெனில் அனுமதிக்க.

B126_11_PHY_TM

அலகு

3

இயக்க விதிகள் (Laws of motion)

"உலகம் தோன்றிய காலத்திலிருந்தே இயந்திரவியல் உள்ளது" – வான் லாவ்

கற்றலின் நோக்கங்கள்

இந்த அலகில் மாணவர்கள் அறிந்து கொள்ள இருப்பது

- நியூட்டனின் விதிகள்
- நியூட்டனின் விதிகளுக்கிடையேயான தர்க்கரீதியான தொடர்பு
- தனித்த பொருளின் விசைப்படம் மற்றும் தொடர்புடைய கணக்குகள்
- உந்த மாறாவிதி
- பொருட்களின் இயக்கத்தில் உராய்வு விசையின் பங்கு
- மையநோக்கு மற்றும் மைய விலக்கு விசைகள்
- மையவிலக்கு விசையின் தோற்றுவாய் (origin)

33CS16

3.1 அறிமுகம்

பிரபஞ்சத்தில் உள்ள ஒவ்வொரு பொருளும், மற்ற பொருட்களுடன் தொடர்பு கொண்டுள்ளன. குளிர்ந்த தென்றல் மரத்துடன் தொடர்பு கொண்டுள்ளது, மரம் மண்ணுடன் தொடர்பு கொண்டுள்ளது. சுருங்கக்கூறின் அனைத்து உயிரினங்களும் இயற்கையுடன் தொடர்பு கொண்டுள்ளன. மற்ற உயிரினங்கள் இயற்கையுடன் கொண்டுள்ள தொடர்பைவிட, மனித இனம் இயற்கையுடன் கொண்டுள்ள தொடர்பு கொஞ்சம் வேறுபட்டதாகும். ஏனெனில் மனித இனம் இயற்கை நிகழ்வுகளை புரிந்து கொண்டு அவற்றை அறிவியல் முறையில் விளக்க முற்படுகிறது.

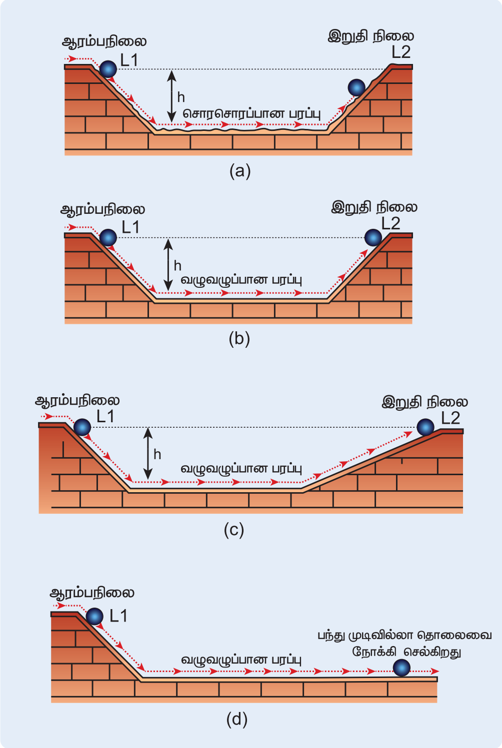
மனித இன வரலாற்றில் மனிதனால் மிகுந்த ஆர்வமுடன் கேட்கப்பட்ட அறிவியல் கேள்விகள் இயங்கும் பொருட்களைப் பற்றியது ஆகும். அவை "பொருட்கள் எவ்வாறு இயங்குகின்றன?" "பொருட்கள் ஏன் இயங்குகின்றன?" என்பன போன்றவை.

ஆச்சரியம் என்னவென்றால் இந்த எளிய கேள்விகள்தான் மனித இனத்தை பண்டைய நாகரீக காலத்திலிருந்து 21 ஆம் நூற்றாண்டின் தொழில்நுட்ப காலகட்டத்திற்கு வருவதற்கு பாதை அமைத்துக் கொடுத்தது.

ஒரு பொருள் நகரக் காரணம் ஏதோ ஒன்று அதை இழுக்கிறது அல்லது தள்ளுகிறது. உதாரணமாக, புத்தகம் ஒன்று ஓய்வு நிலையில் உள்ளது. வெளிப்புற விசை அதன் மீது செயல்படாதவரை அது நகராது. சுருங்கக்கூறின் பொருட்களை நகர வைக்க கட்டாயம் அதன்மீது ஒரு விசை செயல்பட வேண்டும். 2500 ஆண்டுகளுக்கு முன்னர் புகழ் பெற்ற தத்துவஞானி அரிஸ்டாட்டில் (Aristotle) *விசை இயக்கத்தை ஏற்படுத்துகிறது* என்று கூறினார். அவரின் கூற்று பொதுப்புரிதலின் (common sense) அடிப்படையில் அமைந்திருந்தது. ஆனால் அறிவியல் கூற்றுகள் என்பது பொதுப்புரிதலின் அடிப்படையில் மட்டும் அமைந்திருக்க முடியாது. மாறாக அறிவியல் சோதனையின் அடிப்படையில் அனைவராலும் ஒப்புக்கொள்ளப்பட வேண்டும். 15 ஆம் நூற்றாண்டில், கலிலீயோ தொடர்ச்சியாக மேற்கொண்ட சோதனைகளின் அடிப்படையில்

இயக்கம் பற்றிய அரிஸ்டாட்டிலின் கூற்றினை மறுத்தார். ஒரு பொருள் தொடர்ந்து இயங்குவதற்கு விசை அவசியமில்லை என்று கலிலீயோ ஒரு புதிய கருத்தினை முன்மொழிந்தார்.

கலிலீயோ இயக்கம் பற்றிய தன்னுடைய கருத்தை, ஒரு எளிய சோதனைமூலம் விளக்கினார். அச்சோதனையின்படி, படம் 3.1 (a) வில் காட்டியுள்ளபடி பந்து ஒன்று குறிப்பிட்ட கோணமுடைய சாய்தளம் ஒன்றின் மேற்புறத்திலிருந்து உருண்டு கீழே வருகிறது. அது தரையை அடைந்து சிறிது தூரம் உருண்டு சென்று எதிரே உள்ள அதே கோணமுடைய மற்றொரு சாய்தளத்தின் வழியே உருண்டு மேலே ஏறுகிறது. சாய்தளங்களை நன்கு வழுவழுப்பாக்கிய பின்னர் இச்சோதனையை மீண்டும் நிகழ்த்தும் போது பந்து முதல் சாய்தளத்தில் எவ்வளவு உயரத்திலிருந்து (L1) உருண்டு கீழே வந்ததோ அதே உயரத்திற்கு இரண்டாவது சாய்தளம் வழியாக மேலே உருண்டு



படம் 3.1 கலிலீயோவின் சாய்தளம் மற்றும் பந்து சோதனை (a) இரண்டு சாய்தளங்களும் ஒரே சாய்கோணத்தில் உள்ளபோது (b) சாய்தளப்பரப்பின் வழுவழுப்புத்தன்மையை அதிகரித்த பின்னர் (c) இரண்டாவது சாய்தளத்தின் சாய்கோணத்தைக் குறைத்த பின்னர் (d) இரண்டாவது சாய்தளத்தின் சாய்கோணத்தை சுழியாக்கிய பின்னர்

செல்கிறது (L2). (படம் 3.1 (b)) இரண்டாவது சாய்தளத்தின் கோணத்தைக் குறைத்து (படம் 3.1 (c)) அதே வழுவழுப்புடன் இச்சோதனையை மீண்டும் நிகழ்த்தும் போது, பந்து இரண்டாவது சாய்தளத்தில் சற்றே அதிக தூரம் உருண்டு சென்று எவ்வளவு உயரத்திலிருந்து வந்ததோ அதே உயரத்தை சென்றடைகிறது.

சாய்கோணத்தை சுழியாக்கும் போது பந்து கிடைத்தளத் திசையில் என்றென்றும் தொடர்ந்து சென்று கொண்டே இருக்கும் (படம் 3. 1 (d)).

ஒரு வேளை அரிஸ்டாட்டிலின் இயக்கம் பற்றிய கருத்து உண்மையாக இருப்பின், எவ்வளவு வழுவழுப்பான சாய்தளமாக இருந்தாலும் அந்தப் பந்து கிடைத்தளத் திசையில் உருண்டு சென்றிருக்காது. ஏனெனில், கிடைத்தளத்திசையில் எவ்விதமான விசையும் செயல்படவில்லை.

இந்த எளிய சோதனை மூலம் கலிலீயோ இயக்கம் தொடர்ந்து நடைபெற விசை அவசியமில்லை என்று நிரூபித்துக் காட்டினார். எனவே, விசைசெயல்படாத நிலையிலும் பொருளினால் தொடர்ந்து இயங்க முடியும்.

சுருங்கக் கூறின், அரிஸ்டாட்டில் இயக்கத்தோடு விசையினை இணைத்தார் ஆனால் கலிலீயோ, இயக்கத்தினை விசையிலிருந்து தனியே பிரித்தார்.

33GEP3

3.2 நியூட்டனின் விதிகள்

கலிலீயோ, கெப்ளர் மற்றும் கோபர்நிக்கஸ் போன்ற அறிவியல் அறிஞர்களின் இயக்கம் பற்றிய கருத்துக்களை பகுத்து ஆராய்ந்து, இயக்கம் பற்றிய ஒரு ஆழமான புரிதலை நியூட்டன் தனது மூன்று விதிகளின் வடிவில் ஏற்படுத்தினார்.

3.2.1 நியூட்டனின் முதல்விதி

ஒரு பொருளின்மீது வெளிப்புற விசை ஒன்று செயல்படாதவரை அது, தனது ஓய்வு நிலையிலோ அல்லது மாறாத்திசைவேகத்திலுள்ள சீரான இயக்க நிலையிலோ தொடர்ந்து இருக்கும்.

பொருளொன்றின், தானே இயங்க முடியாதத் தன்மை அல்லது தனது இயக்க நிலையைத் தானே மாற்றிக்கொள்ள இயலாதத்தன்மைக்கு நிலைமம் என்று பெயர். நிலைமம் என்றாலே பொருள் தனது நிலையை மாற்றுவதை எதிர்க்கும் தன்மை என்று அழைக்கலாம். இயக்கச் சூழலுக்கு ஏற்ப நிலைமத்தினை மூன்று வகைகளாகப் பிரிக்கலாம்.

(1) ஓய்வில் நிலைமம்

ஓய்வு நிலையிலுள்ள பேருந்து ஒன்று இயங்கத்தொடங்கும் போது அப்பேருந்தில் உள்ள பயணிகள் நிலைமத்தின் காரணமாக திடீரென்று பின்னோக்கித் தள்ளப்படுகின்றனர். ஏனெனில் பயணியின் உடல் நிலைமப்பண்பின் காரணமாக தொடர்ந்துஓய்வுநிலையிலேயேஇருக்கமுயல்கிறது. ஆனால் பேருந்து இயங்கத் தொடங்குகிறது. இதன் காரணமாகவே பயணிகளின் உடல் பின்னோக்கித் தள்ளப்படுகிறது. (படம் 3.2)

படம் 3.2 ஓய்வில் நிலைமப்பண்பின் காரணமாக பயணிகள் பின்னோக்கித் தள்ளப்படுதல்

தனது ஓய்வு நிலையைத் தானே மாற்றிக்கொள்ள இயலாத பொருளின் தன்மை, ஓய்வில் நிலைமம் எனப்படும்.

(2) இயக்கத்தில் நிலைமம்

இயக்கத்திலுள்ள ஒரு பேருந்தின் தடையை (Brake) திடீரென்று அழுத்தும்போது, பேருந்தில் உள்ள பயணிகள் நிலைமத்தின் காரணமாக முன்னோக்கித் தள்ளப்படுகின்றனர். ஏனெனில், பயணியின் உடல் நிலைமப்பண்பின் காரணமாக தொடர்ந்து இயக்க நிலையிலேயே இருக்க முயல்கிறது. ஆனால் பேருந்து ஓய்வுநிலைக்கு வரத் தொடங்குகிறது. (படம் 3.3)

மாறாத்திசை வேகத்திலுள்ள ஒரு பொருள் தனது இயக்க நிலையைத் தானே மாற்றிக்கொள்ள இயலாதத் தன்மை, இயக்கத்தில் நிலைமம் எனப்படும்.

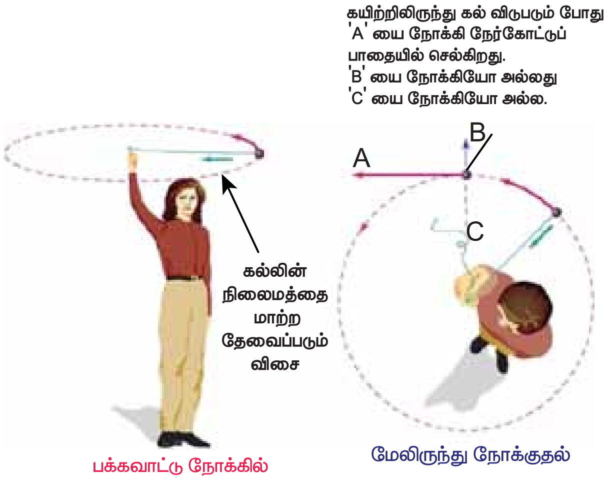
படம் 3.3 இயக்கத்தில் நிலைமப்பண்பின் காரணமாக பயணிகள் முன்னோக்கித் தள்ளப்படுதல்

(3) இயக்கத் திசையில் நிலைமம்

ஒருமுனையில்கல்கட்டப்பட்ட, சுழற்சிஇயக்கத்திலுள்ள கல்லின் கயிறு திடீரென்று அறுபட்டால், கல் தொடர்ந்து வட்டப்பாதையில் சுற்ற முடியாது. அக்கல் படம் 3.4 இல் காட்டியுள்ளவாறு வட்டத்தின் தொடுகோட்டுப்பாதையில் செல்லும். ஏனெனில் வெளிப்புறவிசை செயல்படாதவரை பொருளினால் தானே தன்னுடைய இயக்கத்திசையை மாற்றிக்கொள்ள இயலாது.

இது படம் 3.4 இல் காட்டப்பட்டுள்ளது.

33LN2T



படம் 3.4 சுழற்சி இயக்கத்தில் இருந்த, கயிற்றிலிருந்து அறுபட்ட கல் நிலைமப்பண்பின் காரணமாக தொடுகோட்டுப்பாதையில் செல்லுதல்.

தனது இயக்கத்திசையினைத் தானே மாற்றிக்கொள்ள இயலாத பொருளின் தன்மை, இயக்கத்திசையில் நிலைமம் எனப்படும்.

பொருளொன்றின் ஓய்வுநிலை அல்லது மாறா திசைவேகத்திலுள்ள இயக்க நிலையை குறிப்பாயம் இன்றி கூறினால் அது பொருளற்றதாகிவிடும். எனவே, இயற்பியலில் அனைத்து இயக்கங்களையும் குறிப்பாயத்தைப் பொருத்தே வரையறுக்க வேண்டும். நிலைமக்குறிப்பாயம் என்ற ஒரு சிறப்புக் குறிப்பாயத்திற்கு மட்டுமே நியூட்டனின் முதல்விதியை பயன்படுத்த முடியும். உண்மையில் நியூட்டனின் முதல்விதி நிலைமக் குறிப்பாயத்தைத்தான் வரையறுக்கிறது.

நிலைமக் குறிப்பாயங்கள் (Inertial frames)

நிலைமக் குறிப்பாயத்திலிருந்து பார்க்கும்போது எவ்வித விசையும் செயல்படாத ஒரு பொருளானது ஓய்வு நிலையிலோ அல்லது மாறாதிசை வேகம் கொண்ட சீரான இயக்க நிலையிலோ காணப்படும். எனவே நிலைமக்குறிப்பாயம் என்ற ஒரு சிறப்புக் குறிப்பாயத்தில் உள்ள பொருள் எவ்வித விசையும் அதன்மீது செயல்படாத நிலையில் மாறாத்திசைவேகம் கொண்ட இயக்க நிலையிலோ அல்லது ஓய்வு நிலையிலோ காணப்படும். ஆனால் ஒரு பொருள் விசையை உணர்கிறதா இல்லையா என்பதை நாம் எவ்வாறு அறிவது? புவியிலுள்ள அனைத்துப் பொருட்களும் புவியீர்ப்பு விசையினை உணரும். இலட்சிய நிலையில் ஒரு பொருள் புவி மற்றும் பிற பொருட்களை விட்டு வெகுதொலைவில் உள்ளபோது மட்டுமே விசைகளற்ற நிலையை (Free body) அடையும். அப்பொருளுக்கு நியூட்டனின் முதல்விதி முழுமையாகப் பொருந்தும். வெகுதொலைவில் உள்ள அப்பகுதியை நிலைமக் குறிப்பாயமாகக் கருதலாம். ஆனால் நடைமுறையில் இது போன்ற நிலைமக் குறிப்பாயம் சாத்தியமற்றது.

நடைமுறையில் புவியினை நாம் ஒரு நிலைமக்குறிப்பாயமாகக் கருதலாம். ஏனெனில் ஆய்வகத்தில் மேசை மீது வைக்கப்பட்ட புத்தகம் எப்போதும் ஓய்வு நிலையிலேயே உள்ளதாக கருதப்படுகிறது. அப்பொருள் எப்போதும் கிடைத்தளத்திசையில் முடுக்கமடைவதில்லை. ஏனெனில் கிடைத்தளத்திசையில் அதன்மீது எவ்விதமான விசையும் செயல்படுவதில்லை. எனவே, அனைத்து இயற்பியல் ஆய்வுகள் மற்றும் கணக்கீடுகளுக்கு ஆய்வகத்தினை ஒரு நிலைமக்குறிப்பாயமாகக் கருதலாம்.

நாம் இந்த முடிவை எடுக்க பொருளின் கிடைத்தள இயக்கத்தினை மட்டும் கணக்கில் எடுத்துக்கொண்டோம். ஏனென்றால் பொருளின்மீது கிடைத்தளத் திசையில் எந்த விசையும் செயல்படவில்லை. ஆனால் இதே முடிவை எடுக்க நாம் செங்குத்துத் திசையில் பொருளின் இயக்கத்தை பகுத்தாராயக் கூடாது. ஏனெனில் கீழ்நோக்கிச் செயல்படும் புவியீர்ப்பு விசையும் மேல்நோக்கிச் செயல்படும் செங்குத்து விசையும் ஒன்றை ஒன்று சமன்செய்து பொருளை ஓய்வுநிலையில் வைக்கின்றன.

எனவே, நியூட்டனின் முதல்விதி விசைகளற்ற பொருளின் இயக்கத்தை ஆராய்கிறதே தவிர செயல்படும் விசைகளின் தொகுபயன் மதிப்பு சுழியாக உள்ள பொருட்களின் இயக்கத்தை ஆராய்வதில்லை.

நிலைமக் குறிப்பாயத்தைப் பொருத்து மாறாத் திசைவேகத்துடன் செல்லும் இரயில் வண்டி ஒன்றைக்கருதுக. இரயில்வண்டிக்கு வெளியே நிலைமக்குறிப்பாயத்தைப் பொருத்து ஓய்வுநிலையிலுள்ள பொருள், இரயில் வண்டிக்கு உள்ளே அமர்ந்திருக்கும் பயணிக்கு, இரயில் வண்டியைப் பொருத்து மாறாத்திசை வேகத்துடன் இயக்க நிலையில் இருப்பதுபோன்று தெரியும். ஏனெனில் இங்கு இரயில் வண்டி நிலைமக் குறிப்பாயமாகக் கருதப்படுகிறது.

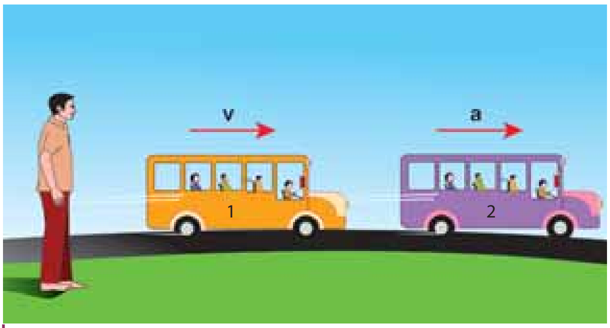
அனைத்து நிலைமக் குறிப்பாயங்களும் ஒன்றைப் பொருத்து மற்றொன்று மாறாத்திசைவேகத்துடன் இயங்குகிறது.

ஒரு நிலைமக் குறிப்பாயத்தில் ஓய்வு நிலையில் உள்ளது போன்று தோன்றும் ஒரு பொருள், மற்றொரு நிலைமக் குறிப்பாயத்தைப் பொருத்து மாறாத் திசை வேகத்துடன் இயக்க நிலையில் இருப்பது போன்று தோன்றும். படம் 3.5 இல் தரையில் நின்று கொண்டிருக்கும் ஒரு நபரைப் பொருத்து, v என்ற மாறாத்திசை வேகத்தில் வாகனம் ஒன்று சென்று கொண்டிருக்கிறது. தரையில் நின்று கொண்டிருக்கும் மனிதனும், அவனைப் பொறுத்து மாறாத் திசைவேகத்தில் சென்று கொண்டிருக்கும் வாகனம் இரண்டுமே நிலைமக் குறிப்பாயங்கள் ஆகும்.

படம் 3.5 மனிதன் மற்றும் வாகனம் இரண்டும் நிலைமக்குறிப்பாயங்கள்

மாறா திசைவேகத்தில் சென்று கொண்டுள்ள இரயில் வண்டியின் உள்ளே வழுவழுப்பான மேசை மீது வைக்கப்பட்டுள்ள பொருள் ஒன்றைக் கருதுக. இரயில் வண்டி திடீரென்று முடுக்கமடையும்போது எவ்விதமான விசையும் செயல்படாத நிலையில் மேசை மீதுள்ள பொருள் எதிர்த்திசையில் முடுக்கமடைவது போன்று தோன்றும். இது நியூட்டனின் முதல் விதிக்கு முற்றிலும் எதிராக உள்ளது. ஏனெனில், எவ்வித விசையும் செயல்படாத நிலையில் பொருள் முடுக்கமடைகிறது.

இதிலிருந்து நாம் புரிந்து கொள்ளவேண்டிய உண்மை என்னவெனில், இரயில்வண்டி முடுக்கமடையும்போது அது ஒரு நிலைமக் குறிப்பாயம் அல்ல. எடுத்துக்காட்டாக, படம் 3.6 இல் காட்டப்பட்டுள்ள தரையைப் பொருத்து $\vec{a}$ முடுக்கத்துடன் செல்லும் இரண்டாவது வாகனம் நிலைமக்குறிப்பாயம் அல்ல. மாறாக அது நிலைமமற்றக் குறிப்பாயம் (Non–inertial frame) ஆகும்.



படம் 3.6 நிலைமமற்றக் குறிப்பாயம் (a முடுக்கத்துடன் செல்லும் வாகனம் 2)

இவ்வகையான நிலைமமற்ற குறிப்பாயங்களுக்கு முடுக்கப்பட்ட குறிப்பாயங்கள் (accelerated frames of references) என்று பெயர். சுழலும் குறிப்பாயங்களும் முடுக்கப்பட்ட குறிப்பாயங்களே, ஏனெனில், சுழற்சி இயக்கத்திற்கு முடுக்கம் அவசியமாகும். இக்கருத்தின்படி, புவி உண்மையில் ஒரு நிலைமக் குறிப்பாயம் அல்ல. ஏனெனில் புவிக்கு தற்சுழற்சி மற்றும் நீள்வட்டச் சுழற்சி என்ற இரு இயக்கங்கள் உள்ளன.

நடைமுறையில் காணப்படும் சில பொதுவான இயக்கங்களுக்கு புவியின் சுழற்சியினால் ஏற்படும் விளைவுகளைப் புறக்கணிக்கலாம். உதாரணமாக எறிபொருளின் இயக்கம், ஆய்வகம் ஒன்றில் கணக்கிடப்படும் தனி ஊசலின் அலைவு நேரம் போன்றவற்றில் புவியின் தற்சுழற்சி விளைவுகளின் தாக்கம் புறக்கணிக்கத்தக்க அளவிலேயே காணப்படும். எனவே, இத்தகைய நேர்வுகளில் புவியினை ஒரு நிலைமக் குறிப்பாயமாகக் கருதலாம். ஆனால் அதே நேரத்தில் செயற்கைக்கோள் ஒன்றின் இயக்கம் மற்றும் புவியின் காற்று மேலடுக்குச் சுழற்சி போன்ற நிகழ்வுகளில் புவியினை ஒரு நிலைமக் குறிப்பாயமாகக் கருத இயலாது. ஏனெனில் புவியின் தற்சுழற்சி இவற்றின் மீது வலிமையான தாக்கத்தை ஏற்படுத்துகிறது.

3.2.2 நியூட்டனின் இரண்டாம் விதி

ஒரு பொருளின் மீது செயல்படும் விசையானது அந்தப் பொருளின் உந்த மாறுபாட்டு வீதத்திற்கு சமமாகும்.

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} \qquad (3.1)$$

சுருங்கக் கூறின், எப்பொழுதெல்லாம் ஒரு பொருளின் உந்தத்தில் மாற்றம் ஏற்படுகிறதோ, அப்பொழுதெல்லாம் அப்பொருளின்மீது விசை செயல்படுகிறது. பொருள் ஒன்றின் உந்தம் $\vec{p} = m\vec{v}$ என வரையறுக்கப்படுகிறது. பொருட்கள் இயங்கும்போது பெரும்பாலான நேரங்களில் அதன் நிறை மாறாமல் ஒரு மாறிலியாகவே இருக்கிறது.

அத்தகைய நிகழ்வுகளில் மேற்கண்ட சமன்பாடு பின்வரும் எளிய வடிவினைப் பெறுகிறது.

$$\vec{F} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a}.$$

$$\vec{F} = m\vec{a}. \quad (3.2)$$

பொருள் எப்பொழுதெல்லாம் முடுக்கமடைகிறதோ, அப்பொழுதெல்லாம் அதன்மீது ஒரு விசை செயல்படுகிறது என்ற உண்மையை மேற்கண்ட சமன்பாடு நமக்கு உணர்த்துகிறது. விசை $\vec{F}$ மற்றும் முடுக்கம் $\vec{a}$ இரண்டும் எப்பொழுதும் ஒரேதிசையில் செயல்படும்.

நியூட்டனின் இரண்டாம் விதி என்பது அரிஸ்டாட்டிலின் இயக்கம் பற்றிய கருத்திலிருந்து அடிப்படையிலேயே வேறுபட்டதாகும். நியூட்டனைப் பொறுத்தவரை இயக்கத்தினை ஏற்படுத்த விசை அவசியமில்லை. மாறாக இயக்கத்தில் ஒரு மாற்றத்தை ஏற்படுத்தத்தான் விசை தேவைப்படுகிறது. நியூட்டனின் இரண்டாம் விதியை நாம் நிலைமக் குறிப்பாயங்களில் மட்டுமே பயன்படுத்த வேண்டும் என்பதை நினைவில் கொள்ள வேண்டும்.

முடுக்கப்பட்ட குறிப்பாயங்களுக்கு நியூட்டனின் இரண்டாம் விதியை இதேவடிவில் பயன்படுத்த முடியாது, சில மாற்றங்கள் தேவைப்படும்.

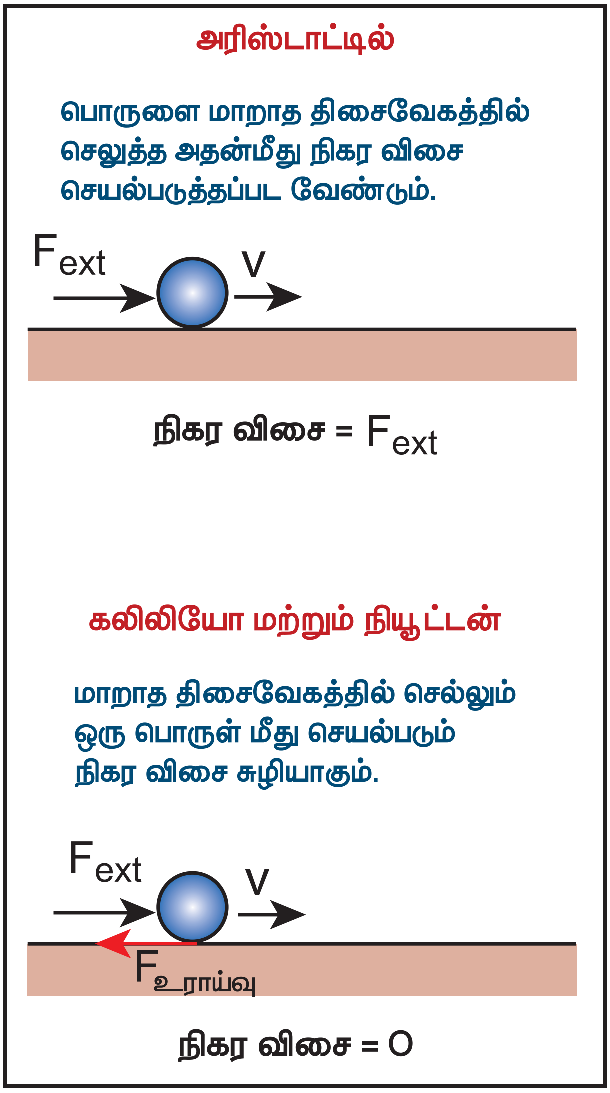
SI அலகு முறையில் விசையின் அலகு நியூட்டன். இதன் குறியீடு N ஆகும்.

1 kg நிறையுடைய பொருளின்மீது ஒரு விசை செயல்பட்டு, அந்த விசையின் திசையிலேயே 1 m s^{-2} முடுக்கத்தை ஏற்படுத்தினால் அவ்விசையின் அளவே ஒரு நியூட்டன் எனப்படும்.

சறுக்கிச் செல்லும் பொருட்கள் பற்றிய அரிஸ்டாட்டில் மற்றும் நியூட்டனின் கருத்து

பிரிவு 3.1 இல் விவாதிக்கப்பட்ட சாய்தளம் மற்றும் பந்து சோதனைக்கான சரியான விளக்கத்தினை நியூட்டனின் இரண்டாம் விதி வழங்குகிறது. அந்த சோதனையில் உராய்வினைக் கணக்கில் எடுத்துக்கொள்ளும்போது பந்து சாய்தளத்தின் அடிப்பரப்பை அடைந்தவுடன் (படம் 3.1) சிறிது தூரம் உருண்டு பின்பு ஓய்வு நிலையை அடைகிறது. இதற்குக் காரணம் பந்தின் திசைவேகத்திற்கு எதிரான திசையில் ஒரு உராய்வு விசை செயல்பட்டு பந்தினை ஓய்வு நிலைக்குக் கொண்டுவருகிறது. இவ்வுராய்வு விசைதான் திசைவேகத்தைப் படிப்படியாகக் குறைத்து அதனை சுழியாக்கி பொருளின் இயக்கத்தை நிறுத்துகிறது. ஆனால் அரிஸ்டாட்டிலின் கருத்துப்படி, பொருள் சாய்தளத்தின் அடிப்பரப்பை அடைந்த உடன் சிறிது தூரம் உருண்டு சென்று பின்னர் ஓய்வு நிலைக்கு வரும். ஏனெனில் அப்பொருளின் மீது எவ்விதமான விசையும் செயல்படவில்லை.

அடிப்படையில் அரிஸ்டாட்டில் பொருளின் மீது செயல்படும் உராய்வு விசையை முற்றிலுமாகப் புறக்கணித்து விட்டார்.



படம் 3.7 பொருட்களின் இயக்கம் பற்றிய அரிஸ்டாட்டில், கலிலியோ மற்றும் நியூட்டனின் கருத்துக்கள்

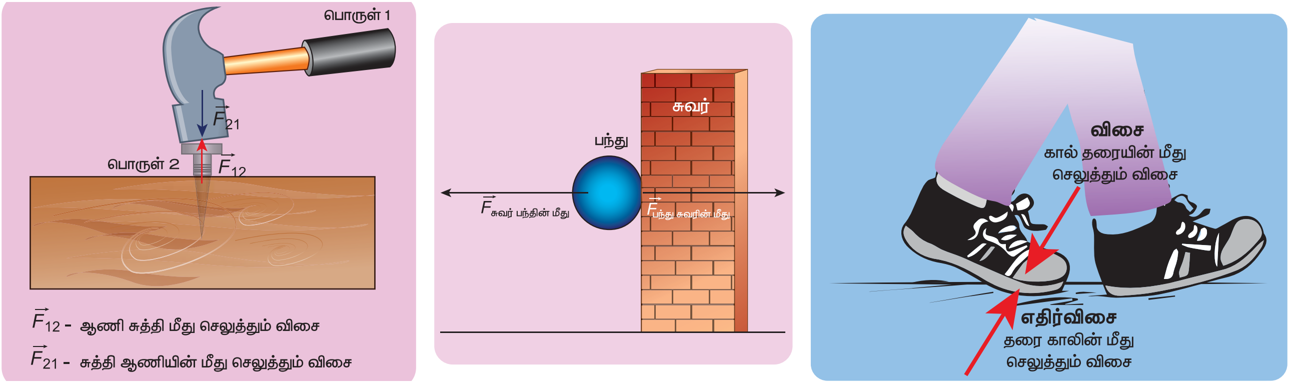
3.2.3 நியூட்டனின் மூன்றாம் விதி

படம் 3.8 (a) வைக் கருதுக. எப்பொழுதெல்லாம் ஒரு பொருள்(1) இன்னொரு பொருளின்(2) மீது ஒரு விசையைச்செலுத்துகிறதோ $(\vec{F}_{21})$,அப்பொழுதெல்லாம் அந்த இரண்டாவது பொருளும் (2) அவ்விசைக்குச் சமமான, எதிர்திசையில் செயல்படும் ஒரு விசையை $(\vec{F}_{12})$ முதல் பொருளின் மீது செலுத்தும். இவ்விரண்டு விசைகளும் இரு பொருட்களையும் இணைக்கும் கோட்டின் வழியே செயல்படும்.

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

விசைகள் சமமாகவும், எதிர்சோடிகளாகவும் (opposite pair) தோன்றும் என்பதை நியூட்டனின் மூன்றாம் விதி உறுதிப்படுத்துகிறது. தனித்த விசை அல்லது ஒரேயொரு விசை என்பது இயற்கையில் தோன்றுவதில்லை. நியூட்டனின் மூன்றாம் விதிப்படி, எந்தவொரு செயல் விசைக்கும் (action force) சமமான எதிர் செயல்விசை (reaction force) உண்டு. இங்கு செயல் மற்றும் எதிர்ச்செயல் விசைகளின் சோடி ஒரே பொருளின் மீது செயல்படுவதில்லை. மாறாக, வெவ்வேறு பொருட்களின் மீது செயல்படுகின்றன. ஏதேனும் ஒரு விசையை செயல்விசை என்று அழைத்தால் மற்றொன்றை எதிர்ச்செயல்விசை என்று அழைக்க வேண்டும். நியூட்டனின் மூன்றாம் விதி நிலைமம் மற்றும் முடுக்குவிக்கப்பட்ட இவ்விரண்டு குறிப்பாயங்களுக்கும் பொருந்தும்.

இச்செயல் – எதிர்ச்செயல் விசைகள் *காரணம் மற்றும் விளைவு* (cause and effect) வகைகள் அல்ல. எவ்வாறெனில், முதல்பொருள் இரண்டாவது பொருளின் மீது ஒரு விசையினைச் செலுத்தும் அதே கணத்தில் இரண்டாவது பொருள் முதல் பொருளின் மீது சமமான எதிர்விசையைச் செலுத்தும்.



(a) (b) (c)

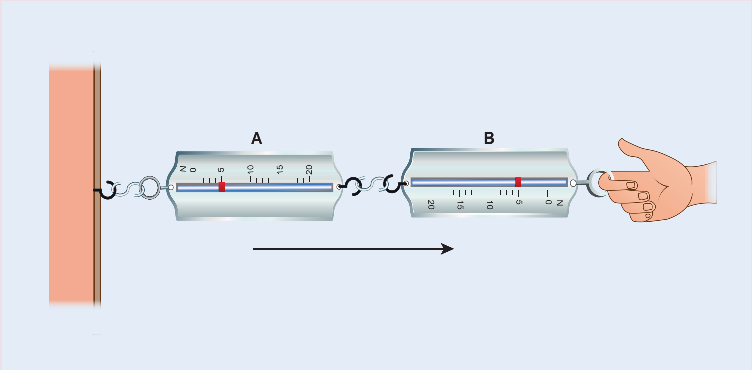
படம் 3.8 நியூட்டனின் மூன்றாம் விதிக்கான செயல்விளக்கம்
(a) சுத்தியல் மற்றும் ஆணி (b) சுவற்றில் பட்டு பின்னோக்கி வரும் பந்து (c) உராய்வுடன் தரையில் நடத்தல்

செய்து கற்க

நியூட்டனின் மூன்றாம் விதியை சரிபார்த்தல்

படத்தில் உள்ளவாறு இரண்டு சுருள்வில் தராசுகளை இணைக்கவும் ஒரு முனையை உறுதியாகப் பொருத்தவும் மறுமுனையை உங்கள் கரங்களில் வைத்துக் கொள்ளவும்.

உங்களின் கரங்களில் உள்ள முனையை மெதுவாக இழுக்கவும் இரண்டு தராசுகளும் காட்டும் அளவீடுகளைக் குறிக்கவும் இச்சோதனையை பல முறை செய்து அளவீடுகளை அட்டவணைப்படுத்தவும்.



குறிப்பு

B தராசு, A தராசின் மீது செலுத்தும் விசையினால் A தராசில் அளவீடு கிடைக்கிறது. அதே போன்று A தராசு, B தராசின் மீது செலுத்தும் எதிர் விசையினால் B தராசில் அளவீடு கிடைக்கிறது. நியூட்டனின் மூன்றாம் விதிப்படி இவ்விரண்டு அளவீடுகளும் (விசைகளும்) ஒன்றுக்கொன்று சமமாக இருக்கும்.

33QAQQ

3.2.4 நியூட்டன் விதிகள் பற்றிய ஒரு உரையாடல்

1. நியூட்டன் விதிகள் வெக்டர் விதிகளாகும். $\vec{F} = m\vec{a}$ என்பது ஒரு வெக்டர் சமன்பாடு ஆகும். அடிப்படையில் இச்சமன்பாடு மூன்று ஸ்கேலர் சமன்பாடுகளுக்கு இணையானதாகும். கார்டீசியன் ஆயக்கூறுகளின் அடிப்படையில் இதனை கீழ்க்கண்டவாறு எழுதலாம்.

$$F_x\hat{i} + F_y\hat{j} + F_z\hat{k} = ma_x\hat{i} + ma_y\hat{j} + ma_z\hat{k}$$

இருபுறமும் வெக்டர் கூறுகளை ஒப்பிடும்போது நமக்குக் கிடைக்கும் ஸ்கேலர் சமன்பாடுகள் பின்வருமாறு

$F_x = ma_x$. இங்கு x அச்சுத்திசையில் ஏற்படும் முடுக்கம் (a_x), விசையின் x அச்சுக்கூறினை (F_x) மட்டுமே சார்ந்ததாகும்.

$F_y = ma_y$. இங்கு y அச்சுத்திசையில் ஏற்படும் முடுக்கம் (a_y), விசையின் y அச்சுக் கூறினை (F_y) மட்டுமே சார்ந்ததாகும்.

$F_z = ma_z$. இங்கு z அச்சுத்திசையில் ஏற்படும் முடுக்கம் (a_z), விசையின் z அச்சுக் கூறினை (F_z) மட்டுமே சார்ந்ததாகும்.

மேற்கண்ட சமன்பாடுகளிலிருந்து நாம் அறிய வேண்டியது என்னவெனில், y திசையில் செயல்படும் விசை, x திசையில் ஏற்படும் முடுக்கத்தை எவ்விதத்திலும் பாதிக்காது. அதேபோன்று F_z ஆனது a_y மற்றும் a_x ஐ எவ்விதத்திலும் பாதிக்காது. இந்தப்புரிதல் கணக்குகளைத் தீர்வு காண்பதில் முக்கிய பங்காற்றுகிறது.

2. ஒரு குறிப்பிட்ட நேரத்தில் (t), பொருள் அடையும் முடுக்கம், அதே நேரத்தில் அப்பொருளின் மீது செயல்படும் விசையினை மட்டுமே சார்ந்தது. அந்நேரத்திற்கு (t) முன்னர் செயல்பட்ட விசையினைப் பொருத்ததல்ல. இதனை பின்வருமாறு எழுதலாம்.

$$\vec{F}(t) = m\vec{a}(t)$$

பொருளின் முடுக்கம், கடந்தகால விசையைச் சார்ந்ததல்ல. எடுத்துக்காட்டாக கிரிக்கெட் விளையாட்டில் சுழற்பந்து அல்லது வேகப்பந்து வீச்சாளரால் வீசப்பட்ட பந்து அவரின் கரத்தை விட்டு விடுபட்ட பின்பு புவியீர்ப்பு விசை மற்றும் காற்றின் உராய்வு விசை இவைகளை மட்டுமே உணரும். இந்நிலையில் பந்தின் முடுக்கம் அது எவ்வாறு (எவ்வளவு வேகமாக அல்லது மெதுவாக) வீசப்பட்டது என்பதைப் பொருத்ததல்ல.

3. பொதுவாக பொருளின் இயக்கம் விசையின் திசையிலிருந்து மாறுபட்டு அமையலாம். சில நேரங்களில் விசையின் திசையிலேயே பொருள் இயங்கினாலும், பொதுவாக இது உண்மையல்ல. அதற்கான சில உதாரணங்களை கீழே காணலாம்.

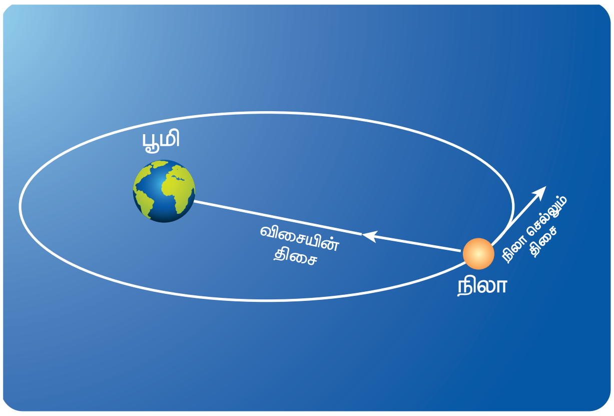
நேர்வு (1): விசையும் இயக்கமும் ஒரே திசையில்

ஆப்பிள், புவியினை நோக்கி விழும்போது ஆப்பிளின் இயக்கத் திசையும் (திசை வேகமும்), ஆப்பிளின் மீது செயல்படும் புவிஈர்ப்பு விசையும் ஒரே கீழ்நோக்கிய திசையில் அமைந்துள்ளது. இது படம் 3.9 (a) இல் காட்டப்பட்டுள்ளது.

நேர்வு (2) விசையும் இயக்கமும் வெவ்வேறு திசைகளில்:

நிலா புவியினை நோக்கி ஒரு விசையை உணர்கிறது ஆனால், நிலா புவியை ஒரு நீள்வட்டப்பாதையில் சுற்றி வருகிறது. இந்நிகழ்வில் இயக்கத்தின் திசை விசையின் திசையிலிருந்து மாறுபட்டு உள்ளதை படம் 3.9 (b) யிலிருந்து அறியலாம்.

படம் 3.9 (a) விசை மற்றும் இயக்கம் ஒரே திசையில்



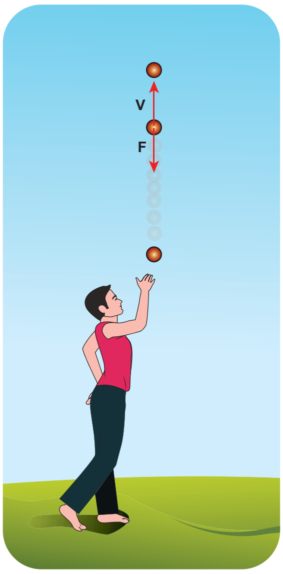
படம் 3.9 (b) விசை மற்றும் இயக்கம் வெவ்வேறு திசைகளில் (புவியை நீள்வட்டப்பாதையில் சுற்றிவரும் நிலா)

நேர்வு (3) விசையும் இயக்கமும் எதிரெதிர் திசையில்:

பொருள் ஒன்றை செங்குத்தாக மேல் நோக்கி எறியும்போது இயக்க திசை மேல் நோக்கியும், பொருளின் மீது செயல்படும் புவியீர்ப்பு விசையின் திசை கீழ்நோக்கியும் செயல்படும். இது படம் 3.9 (c) இல் காட்டப்பட்டுள்ளது.

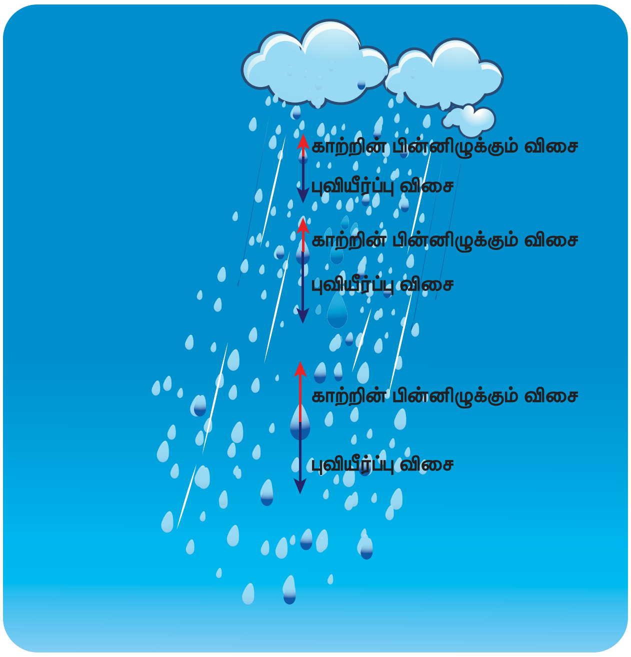
நேர்வு (4) சுழி நிகர விசையுடன் பொருளின் இயக்கம்

மேகத்திலிருந்து விடுபட்ட மழைத்துளி ஒன்று கீழ்நோக்கிச் செயல்படும் புவியீர்ப்பு விசை மற்றும் மேல் நோக்கிச் செயல்படும் காற்றின் இழுவிசை இவ்விரண்டு விசைகளையும் உணர்கிறது. மழைத்துளி கீழ் நோக்கி வரும் போது காற்றின் இழுவிசை (பாகியல் விசை) அதிகரித்துக் கொண்டே சென்று ஒரு நிலையில்



படம் 3.9 (c) விசையும், இயக்கமும் எதிரெதிராக

கீழ் நோக்கிச் செயல்படும் புவியீர்ப்பு விசையை சமன்செய்துவிடும். அக்கணத்திலிருந்து மழைத்துளி தரையில் விழும்வரை மாறாத்திசை வேகத்துடன் வருகிறது. எனவே மழைத்துளி சுழி நிகர விசையுடனும் ஆனால் சுழியற்ற முற்றுத்திசை வேகத்துடனும் (terminal velocity) தரையை அடைகிறது. இதுபடம் 3.9 (d) இல் காட்டப்பட்டுள்ளது.

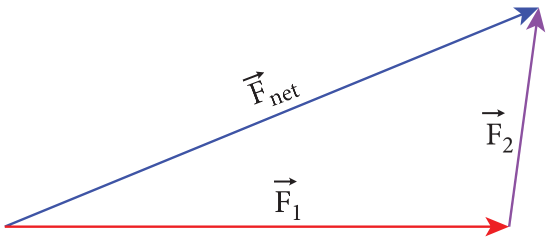


படம் 3.9 (d) சுழிநிகரவிசை மற்றும் சுழியற்ற முற்றுத்திசை வேகத்துடன் தரையை அடையும் மழைத்துளி

4. பல்வேறு விசைகள்

1) $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3 \ldots \vec{F}_n$ விசைகள் ஒரு பொருளின் மீது செயல்படும் போது, அப்பொருளின் மீது செயல்படும் நிகரவிசை $(\vec{F}_{net})$ தனித்தனி விசைகளின் வெக்டர் கூடுதலுக்குச் சமமாகும். அந்த நிகர விசை $(\vec{F}_{net})$ பொருளின் மீது முடுக்கத்தை ஏற்படுத்தும்.

$$\vec{F}_{net} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \ldots + \vec{F}_n$$



$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{F}_{net}$

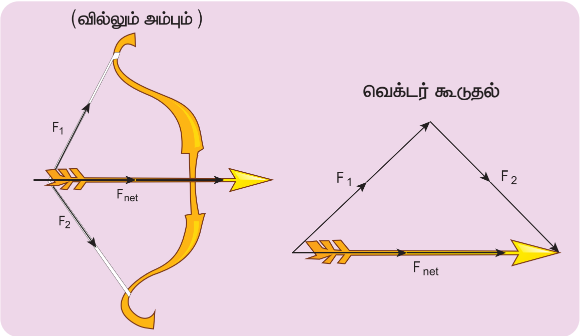
படம் 3.10 இரண்டு விசைகளின் வெக்டர் கூடுதல்

இத்தகைய நேர்வுகளில் நியூட்டனின் இரண்டாம் விதியை கீழ்க்கண்டவாறு எழுதலாம்

$$\vec{F}_{net} = m\vec{a}$$

முடுக்கத்தின் திசை, நிகர(net) விசையின் திசையில் இருக்கும்

எடுத்துக்காட்டு: வில்லும் அம்பும்



படம் 3.11 வில் மற்றும் அம்பு–நிகர விசை அம்பின் மீது உள்ளது.

2) நியூட்டன் இரண்டாம் விதியை பின்வரும் வடிவிலும் எழுதலாம் ஏனெனில் முடுக்கமென்பது பொருளின் இடப்பெயர்ச்சி வெக்டரின் இரண்டாம்படி வகைகெழு ஆகும். $\left(\vec{a} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}\right)$, எனவே பொருளின் மீது செயல்படும் விசை பின்வருமாறு எழுதப்படுகிறது.

$$\vec{F} = m\frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$$

இச்சமன்பாட்டிலிருந்து நாம் அறிந்துகொள்வது நியூட்டன் இரண்டாம் விதியானது அடிப்படையில் ஒரு இரண்டாம்படி வகைக்கெழுச் சமன்பாடாகும். எப்பொழுதெல்லாம் இடப்பெயர்ச்சி வெக்டரின் இரண்டாம் வகைக்கெழு சுழியல்லாத மதிப்பினை பெறுகிறதோ அப்பொழுதெல்லாம் பொருளின் மீது விசை செயல்படுகிறது.

பொருளின் மீது எவ்விதமான விசையும் செயல்படாத நிலையில் நியூட்டனின் இரண்டாம் விதி, $m\frac{d\vec{v}}{dt} = 0$ அதாவது பொருள் மாறாதத்திசை வேகத்துடன் (v = மாறிலி) இயங்குகின்றது என்று நமக்கு உணர்த்துகிறது. இதிலிருந்து நியூட்டனின் இரண்டாம் விதி, முதல்விதியோடு இயல்பாகப் பொருந்துவதை நாம் உணரலாம். ஆனாலும் ஒரே பொருளின் மீது எந்த விசையும் செயல்படாத போது நியூட்டனின் இரண்டாம் விதியானது முதல் விதியாக மாறுகிறது என்று நாம் கருதக்கூடாது. நியூட்டனின் முதல் விதி மற்றும் இரண்டாம் விதி இவ்விரண்டும் ஒன்றையொன்று சாராத விதிகளாகும். அவை இயல்பாக ஒன்றுடன் ஒன்று பொருந்துகின்றன. ஆனால் ஒன்றிலிருந்து மற்றொன்றை தருவிக்க இயலாது (cannot be derived from each other).

7. நியூட்டனின் இரண்டாம் விதி காரணம் மற்றும் விளைவு வகையைச் சார்ந்தது. விசை ஒரு காரணம் எனில் முடுக்கம் அதற்கான விளைவு ஆகும். மரபுப்படி சமன்பாட்டின் இடதுகை பக்கம், விளைவையும் வலதுகை பக்கம் காரணத்தையும் எழுத வேண்டும். எனவே நியூட்டனின் இரண்டாம் விதியின் சரியான வடிவம் $m\vec{a} = \vec{F}$ அல்லது $\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}$

3.3 நியூட்டன் விதிகளின் பயன்பாடு

3.3.1 தனித்த பொருளின் விசைப்படம் (Free Body Dragram)

தனித்த பொருளின் விசைப்படம் என்பது நியூட்டன் விதிகளைப் பயன்படுத்தி பொருளின் இயக்கத்தினை பகுத்தறியப் பயன்படும் ஒரு எளிய

முறையாகும். தனித்த பொருளின் விசைப்படத்தை உருவாக்கும் போது கீழ்கண்ட நெறிமுறைகளை வரிசைப்படி பின்பற்ற வேண்டும். அவை

1. பொருளின் மீது செயல்படும் விசைகளைக் கண்டறிய வேண்டும்.
2. பொருளை ஒரு புள்ளியாகக் குறிப்பிட வேண்டும்.
3. பொருள் மீது செயல்படும் விசைகளைக் குறிப்பிடும் வெக்டர்களை வரைய வேண்டும்.

தனித்த விசைப்படம் வரையும்போது பொருட்கள் ஏற்படுத்தும் விசைகளை படத்தில் குறிப்பிட்டுக் காட்டக்கூடாது என்பதைக் கவனத்தில் கொள்ளவும்.

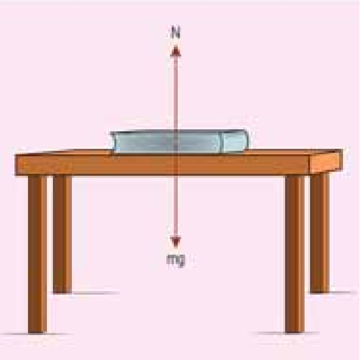
எடுத்துக்காட்டு 3.1

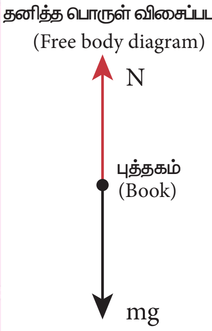
m நிறையுள்ள புத்தகம் ஒன்று மேசை ஒன்றின் மீது ஓய்வு நிலையில் உள்ளது.

1. புத்தகத்தின் மீது செயல்படும் விசைகள் யாவை?
2. புத்தகம் செலுத்தும் விசைகள் யாவை?
3. புத்தகத்தின் விசைப்படத்தை வரைக.

தீர்வு

1) புத்தகத்தின் மீது இரண்டு விசைகள் செயல்படுகின்றன. அவை
   i. கீழ்நோக்கிச் செயல்படும் புவிஈர்ப்பு விசை (mg).
   ii. புத்தகத்தின் மீது மேசையின் பரப்பு ஏற்படுததும் செங்குத்து விசை (N). இது மேல் நோக்கியத்திசையில் செயல்படும்.





குறிப்பு இங்கு குறிப்பிட்டுள்ள விசைப்படத்தில் செங்குத்து விசை (N) மற்றும் புவியீர்ப்பு விசை (mg) இரண்டின் எண் மதிப்புகளும் சமம். எனவே இவ்விரண்டு வெக்டர்களின் நீளமும் சம அளவில் உள்ளதை கவனிக்கவும்.

2) நியூட்டனின் மூன்றாம் விதிப்படி, புத்தகம் இரண்டு எதிர்விசைகளைத் தருகிறது.
   i. புவியீர்ப்பு விசை (mg) க்கு எதிராக புத்தகம் புவியின்மீது செலுத்தும் விசை. இது மேல்நோக்கிச் செயல்படும்
   ii. மேசையின் பரப்புமீது, செங்குத்து விசை (N) க்கு எதிராக புத்தகம் செலுத்தும் விசை. இவ்விசை கீழ்நோக்கி செயல்படும்.

குறிப்பு நியூட்டனின் மூன்றாம் விதியை இங்கு நாம் பயன்படுத்தும்போது கவனத்தில் கொள்ள வேண்டிய முக்கிய அம்சம் என்னவெனில், புவி, புத்தகத்தின் மீது செலுத்தும் கீழ்நோக்கிய புவியீர்ப்பு விசை மற்றும் இதற்குச் சமமாக புத்தகத்தின் மீது மேசை செலுத்தும் எதிர்விசை இவைகள் இரண்டும் ஒன்றை ஒன்று சமன் செய்து கொள்வதால்தான் புத்தகம் ஓய்வு நிலையில் உள்ளது என்று தவறாகப் புரிந்து கொள்ளக் கூடாது. ஏனெனில் விசை (action) மற்றும் எதிர்விசை (reaction) இரண்டும் ஒரே பொருளின் மீது எப்பொழுதும் செயல்படாது

3. புத்தகத்தின் தனித்த பொருள் விசைப்படம் மேலே உள்ள படத்தில் காட்டப்பட்டுள்ளது.

எடுத்துக்காட்டு 3.2

2.5 kg மற்றும் 100 kg நிறையுடைய இரண்டு பொருள்களின் மீதும் 5 N விசை செயல்படுகிறது. ஒவ்வொரு பொருளின் முடுக்கத்தைக் காண்க.

தீர்வு

நியூட்டனின் இரண்டாம் விதிப்படி (எண்மதிப்பு அளவில்) F=ma

2.5 kg நிறையுடைய பொருள் பெறும் முடுக்கம்

$$a = \frac{F}{m} = \frac{5}{2.5} = 2\ m\ s^{-2}$$

100 kg நிறையுடைய பொருள் பெறும் முடுக்கம்

$$a = \frac{F}{m} = \frac{5}{100} = 0.05\ m\ s^{-2}$$

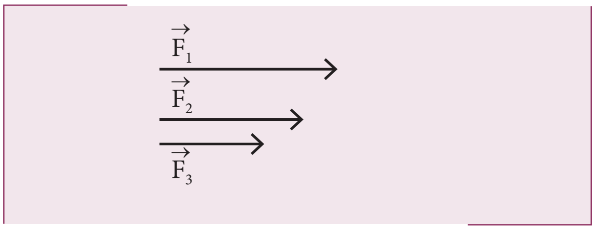
> **குறிப்பு**
>
> இரண்டு பொருள்களின் மீதும் ஒரே அளவுடைய விசை செயல்பட்ட போதிலும் அவைகள் பெற்ற முடுக்கம் வெவ்வேறானவை, ஏனெனில் முடுக்கம் நிறைக்கு எதிர்த்தகவில் இருக்கும். அதாவது, ஒரே அளவான விசைக்கு, கனமான பொருள் அடையும் முடுக்கம் குறைவாகவும், லேசான பொருள் அடையும் முடுக்கம் அதிகமாகவும் இருக்கும்.

ஆப்பிள், மரத்திலிருந்து கீழே விழும் போது அது புவி ஈர்ப்பு விசையை உணரும். நியூட்டனின் மூன்றாவது விதிப்படி ஆப்பிளும் இதற்குச் சமமான எதிர்விசையை புவியின் மீது செலுத்தும். இவ்விரண்டு விசைகளும் ஒன்றுக்கொன்று சமமாக இருப்பினும் அவைகள் பெறும் முடுக்கம் வெவ்வேறானவை.

புவியின் நிறை, ஆப்பிளின் நிறையுடன் ஒப்பிடும்போது மிகவும் அதிகம். எனவே, ஆப்பிள் மிக அதிக முடுக்கத்தைப் பெறுகிறது. ஆனால் புவி மிகவும் குறைவான புறக்கணிக்கதக்க முடுக்கத்தையே பெறுகிறது. எனவேதான் ஆப்பிள் கீழே விழும் போது புவி ஓய்வு நிலையில் உள்ளது போன்று தோன்றுகிறது.

எடுத்துக்காட்டு 3.3

படத்தில் காட்டப்பட்டுள்ள $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ மூன்று விசைகளில் பெரும விசை எது?



தீர்வு

விசை ஒரு வெக்டர். ஒரு வெக்டரின் எண் மதிப்பு அதன் நீளத்தால் குறிக்கப்படுகிறது. எனவே கொடுக்கப்பட்ட வெக்டர்களில் $\vec{F}_1$ ன் நீளம் அதிகம் எனவே $\vec{F}_1$ வெக்டர் பெரும விசையாகும்.

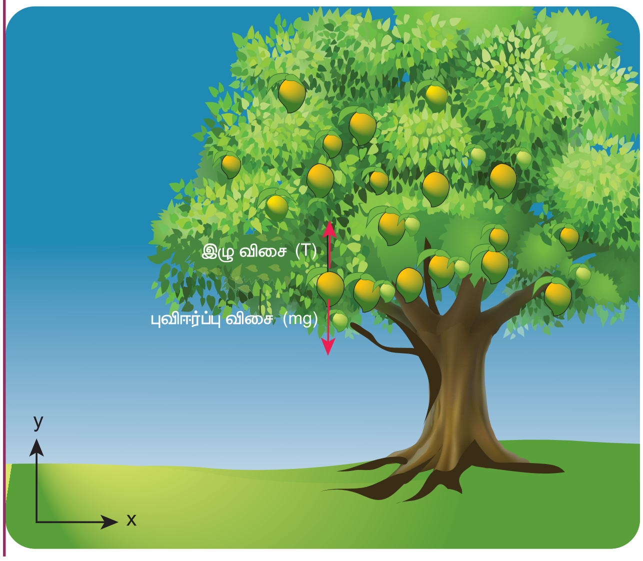
எடுத்துக்காட்டு 3.4

400 g நிறை கொண்ட மாங்காய் ஒன்று மரத்தில் தொங்கிக் கொண்டிருக்கிறது. நியூட்டனின் இரண்டாம் விதியைப் பயன்படுத்தி மாங்காயைத் தாங்கியுள்ள காம்பின் இழுவிசையைக் காண்க.

தீர்வு

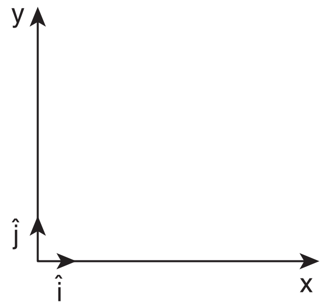
குறிப்பு: நியூட்டன் விதிகளைப் பயன்படுத்தும் போது பின்வரும் கருத்துக்களை கவனமுடன் பின்பற்ற வேண்டும்.

1. பொருத்தமான நிலைமக்குறிப்பாயம் ஒன்றைக் கருத வேண்டும் பொதுவாக புவியினை ஒரு நிலைமக்குறிப்பாயமாகக் கருதலாம்.
2. நியூட்டன் விதிகளைப் பயன்படுத்தத் தேவையான அமைப்பைக் கண்டறிய வேண்டும். அவ்வமைப்பானது ஒரு பொருள் அமைப்பாகவோ அல்லது ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட பொருள்கள் சேர்ந்த அமைப்பாகவோ இருக்கலாம்.
3. பொருளின் மீது செயல்படும் விசைகளைக் கண்டறிந்து அவற்றைக் கொண்டு விசைப்படம் வரைய வேண்டும். பின்னர் நியூட்டனின் இரண்டாம் விதியை பயன்படுத்த வேண்டும். இடப்பக்கம் பொருளின் மீது செயல்படும் விசைகளை வெக்டர் வடிவில் குறிப்பிட வேண்டும். வலப்பக்கம் பொருளின் நிறை மற்றும் அப்பொருள் முடுக்கம் இவற்றின் பெருக்கல்பலனை வெக்டர் வடிவில் குறிப்பிட வேண்டும். ஏனெனில் முடுக்கம் ஒரு வெக்டர் அளவாகும்.



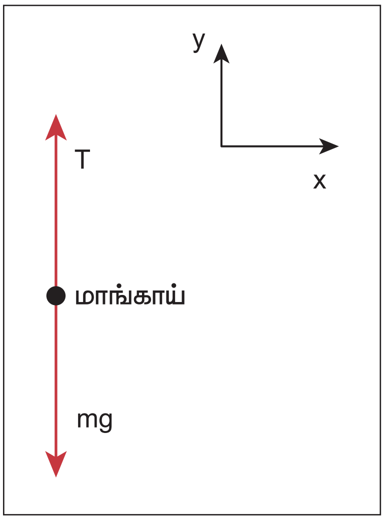
4. முடுக்கம் கொடுக்கப்பட்டிருப்பின் விசையைக் கண்டறியலாம். அதே போல் விசை கொடுக்கப்பட்டிருப்பின் பொருளின் முடுக்கத்தைக் காணலாம்.

மேலே கொடுக்கப்பட்டுள்ள கருத்துக்களின்படி படத்தில் காட்டியுள்ளவாறு தரையில் ஒரு நிலைமக் குறிப்பாயத்தைக் கருத வேண்டும்.



மாங்காயின் மீது பின்வரும் இரண்டு விசைகள் செயல்படுகின்றன.

i. மாங்காயின் மீது எதிர்க்குறி y அச்சுத்திசையில் கீழ் நோக்கி செயல்படும் புவியீர்ப்பு விசை, நேர்க்குறி y அச்சுத்திசையில் செயல்படும் மாங்காயைத் தாங்கியுள்ள காம்பு, மாங்காயின் மீது செலுத்தும் மேல் நோக்கிய இழுவிசை. மாங்காயின் விசைப்படம் கீழே காட்டப்பட்டுள்ளது.



$$\vec{F}_g = mg\left(-\hat{j}\right) = -mg\hat{j}$$

இங்கு mg என்பது புவியீர்ப்பு விசையின் எண்மதிப்பு மற்றும் $\left(-\hat{j}\right)$ என்பது எதிர்க்குறி y அச்சுத்திசையைக் குறிக்கும் ஓரலகுவெக்டர்.

$$\vec{T} = T\hat{j}$$

இங்கு T என்பது மாங்காயின் மீது செயல்படும் இழுவிசை மற்றும் $\left(\hat{j}\right)$ என்பது நேர்க்குறி y அச்சுத்திசையைக் குறிக்கும் ஓரலகு வெக்டர்

$$\vec{F}_{net} = \vec{F}_g + \vec{T} = -mg\hat{j} + T\hat{j} = \left(T - mg\right)\hat{j}$$

நியூட்டன் இரண்டாம் விதிப்படி, $\vec{F}_{net} = m\vec{a}$

நம்மைப்பொருத்து (நிலைமக்குறிப்பாயத்தை பொருத்து) மாங்காய் ஓய்வு நிலையில் உள்ளது. எனவே அதன் முடுக்கம் சுழி $(\vec{a} = 0)$

எனவே, $\vec{F}_{net} = m\vec{a} = 0$

$$\left(T - mg\right)\hat{j} = 0$$

மேலே உள்ள சமன்பாட்டின் இரண்டுபக்கங்களின் வெக்டர் கூறுகளை ஒப்பிடும்போது $T - mg = 0$ எனக்கிடைக்கும்.

எனவே, மாங்காய்க் காம்பின் இழுவிசை $T = mg$

மாங்காயின் நிறை m = 400g மேலும் g = 9.8 $m\ s^{-2}$

எனவே மாங்காயின் மீது செயல்படும் இழுவிசை

$$T = 0.4 \times 9.8 = 3.92\ N$$

எடுத்துக்காட்டு 3.5

இருசக்கர வாகனங்களில் தனித்தனியே பயணம் செய்யும் இருவரில், ஒருவர் தரையைப் பொருத்து மாறா திசைவேகத்தில் பயணம் செய்கிறார். மற்றொருவர் தரையை பொருத்து $\vec{a}$ என்ற முடுக்கத்துடன் பயணம் செய்கிறார். இவ்விரண்டு பயணிகளில் எந்தப் பயணி நியூட்டனின் இரண்டாம் விதியைப் பயன்படுத்தலாம்?

தீர்வு:

தரையைப் பொருத்து $\vec{a}$ என்ற முடுக்கத்துடன் பயணம் செய்யும் நபர் நியூட்டன் இரண்டாம் விதியை பயன்படுத்த முடியாது. ஏனெனில் அவர் நிலைமக்குறிப்பாயத்தில் இல்லை. நிலைமக்குறிப்பாயத்தில் உள்ள பொருள் தானாக முடுக்கமடையாது. தரையை பொருத்து

$\vec{v}$ என்ற மாறாத்திசை வேகத்துடன் பயணம் செய்யும் நபர் நியூட்டனின் இரண்டாம் விதியைப் பயன்படுத்தலாம் ஏனெனில் அவர் தரையைப் பொறுத்து நிலைமக் குறிப்பாயத்தில் பயணிக்கிறார்.

எடுத்துக்காட்டு 3.6

துகளொன்றின் நிலை வெக்டர் $\vec{r} = 3t\hat{i} + 5t^2\hat{j} + 7\hat{k}$. எந்த திசையில் இந்த துகள் நிகர விசையை உணர்கிறது?

தீர்வு

துகளின் திசைவேகம் =

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d}{dt}(3t)\hat{i} + \frac{d}{dt}(5t^2)\hat{j} + \frac{d}{dt}(7)\hat{k}$$

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = 3\hat{i} + 10t\hat{j}$$

துகளின் முடுக்கம்

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = 10\hat{j}$$

இங்கு, நேர்குறி y அச்சுத்திசையில் மட்டுமே துகள் முடுக்கமடையும். நியூட்டன் இரண்டாம் விதிப்படி நிகர விசையின் திசையும் நேர்குறி y அச்சின் திசையிலேயே அமையும். மேலும் இத்துகள் நேர்குறி x அச்சுத்திசையில் மாறாத் திசைவேகத்தைப் பெற்றுள்ளது. ஆனால் z அச்சுத்திசையில் எவ்வித திசைவேகத்தையும் பெறவில்லை. எனவே, x அல்லது z திசையில் எந்த நிகர விசையும் செயல்படவில்லை.

எடுத்துக்காட்டு 3.7

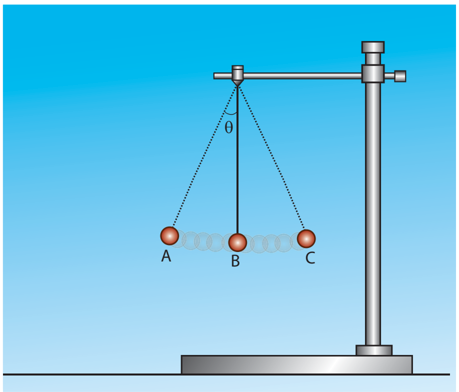
நீட்சித்தன்மையற்ற மெல்லிய கயிறு ஒன்றில் கட்டி தொங்கவிடப்பட்ட ஊசல்குண்டு ஒன்றைக் கருதுக. அதன் அலைவுகள் படத்தில் காட்டப்பட்டுள்ளது.

a) ஊசல் குண்டின் மீது செயல்படும் விசைகள் யாவை?

b) ஊசல்குண்டின் முடுக்கத்தினைக் காண்க.

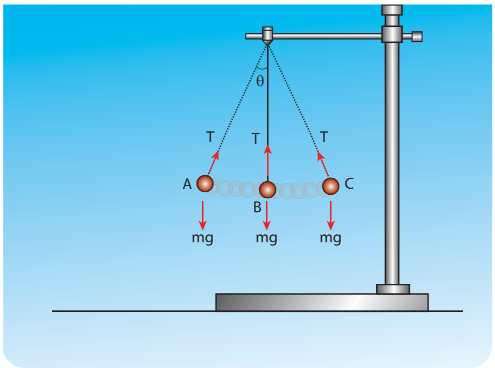
தீர்வு:

ஊசல் குண்டின் மீது பின்வரும் இரண்டு விசைகள் செயல்படுகின்றன அவை

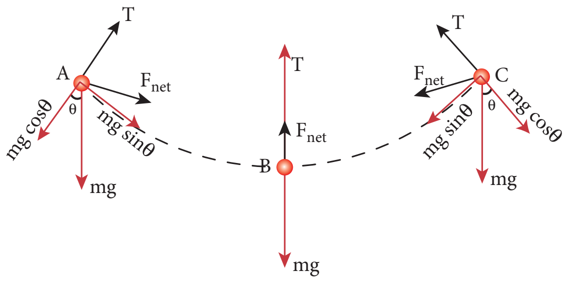


i. கீழ் நோக்கிச் செயல்படும் புவி ஈர்ப்பு விசை (mg)

ii. குண்டின் மீது நூல் செலுத்தும் இழுவிசை (T). இந்த இழுவிசையின் திசையை ஊசல்குண்டின் நிலை (position) தீர்மானிக்கிறது. அது பின்வரும் படத்தில் காட்டப்பட்டுள்ளது.



படத்தில் காட்டியுள்ளவாறு ஊசல்குண்டு ஒரு வட்டவில் பாதையில் இயங்குகிறது. எனவே இது ஒரு மைய நோக்கு முடுக்கத்தைப் பெறும். ஊசல் குண்டு A மற்றும் C புள்ளிகளில் கண நேர ஓய்வில் இருந்து, பின்னர் B புள்ளியை நோக்கிச் செல்லும்போது அதன் திசைவேகம் அதிகரிக்கும். எனவே, ஊசல்குண்டு வட்டவில்பாதையில் ஒரு தொடு கோட்டு முடுக்கத்தைப் பெறும். கீழே உள்ள படத்தில் காட்டியுள்ளவாறு புவியீர்ப்பு விசையை (mg cosθ, mg sinθ) என இருகூறுகளாகப் பிரிக்கலாம்.

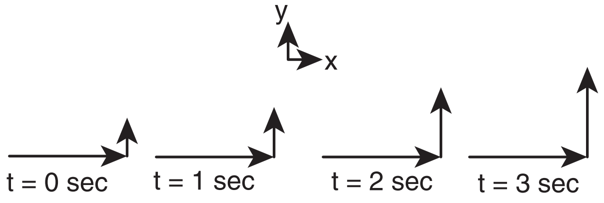


குறிப்பு

ஊசல்குண்டு, நிகர விசையின் திசையில் இயங்கவில்லை என்பதை இங்கு கவனிக்கவும். A மற்றும் C புள்ளிகளில் இழுவிசை T= mg cosθ, மற்ற அனைத்து புள்ளிகளிலும் இழுவிசை T ஆனது mg cosθ வை விட அதிகம். ஏனெனில், ஊசல்குண்டு சுழியற்ற மைய நோக்கு முடுக்கத்தை பெற்றுள்ளது. புள்ளி B யில், நிகர விசை நூலின் வழியாக மேல் நோக்கிச் செயல்படுகிறது. இந்த ஊசல் குண்டின் இயக்கத்தினை சீரற்ற வட்ட இயக்கத்திற்கு உதாரணமாகக் கருதலாம். ஏனெனில் ஊசல்குண்டு மைய நோக்கு முடுக்கம் மற்றும் தொடுகோட்டு முடுக்கம் இரண்டையும் பெற்றுள்ளது.

எடுத்துக்காட்டு 3.8.

தளம் ஒன்றில் இயங்கும் துகளின் திசைவேகம் பின்வரும் படத்தில் காட்டப்பட்டுள்ளது. துகள் மீது செயல்படும் விசையின் திசையைக் காண்க.



தீர்வு:

துகளின் திசைவேகம் $\vec{v} = v_x\hat{i} + v_y\hat{j} + v_z\hat{k}$. படத்தில் காட்டப்பட்டுள்ளது போன்று துகள் x y தளத்தில் இயங்குகிறது. z அச்சில் எவ்வித இயக்கமும் இல்லை. எனவே $v_z = 0$.

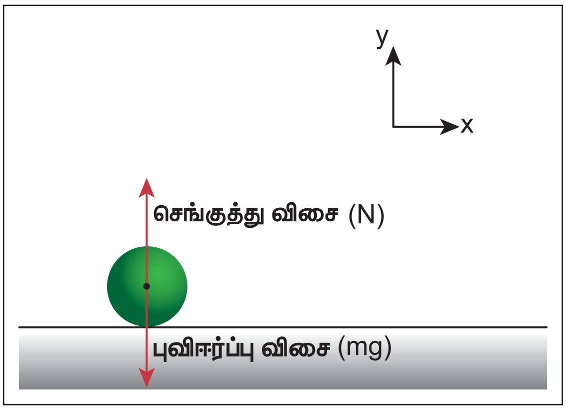
திசைவேகத்தின் x கூறு v_x மற்றும் y கூறு v_y என்க. t = 0 வினாடியிலிருந்து t = 3 வினாடிவரை உள்ள நேர இடைவெளியில் y அச்சுத்திசையில் வெக்டரின் நீளம் அதிகரிப்பதைக் காணலாம். எனவே y அச்சுத்திசையில் திசைவேகத்தின் கூறு (v_y) நேரத்தைப் பொருத்து அதிகரிக்கிறது. நியூட்டனின் இரண்டாம் விதிப்படி y அச்சுத்திசையில் துகள் ஒரு முடுக்கத்தினைப் பெறும். எனவே y அச்சுத்திசையில் துகளின் மீது ஒரு விசை செயல்படும். x அச்சுத்திசையில் வெக்டரின் நீளம் மாறாமதிப்பினைப் பெற்றுள்ளது. இதன்மூலம் துகள் x அச்சில்மாறாத்திசைவேகத்துடன் இயங்குவதைக் காட்டுகிறது. எனவே x அச்சில் நிகர விசை சுழியாகும்.

எடுத்துக்காட்டு 3.9

புவிப்பரப்பில் ஓய்வு நிலையிலுள்ள பொருள் ஒன்றுக்கு நியூட்டனின் இரண்டாம் விதியினைப் பயன்படுத்தி அதன் மூலம் பெறப்படும் முடிவுகளைஆராய்க.

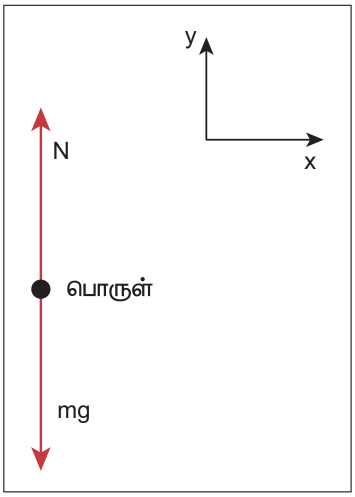
தீர்வு:

நிலைமக்குறிப்பாயமாகக் கருதப்படும் புவியைப் பொருத்து பொருளொன்று ஓய்வு நிலையில் உள்ளது என்க. அப்பொருளின் மீது பின்வரும் இரண்டு விசைகள் செயல்படுகின்றன அவை,



(i) எதிர்க்குறி y அச்சுதிசையில் செயல்படும் புவியீர்ப்பு விசை (mg)

(ii) நேர்க்குறி y அச்சுதிசையில் செயல்படும் புவிப்பரப்பு பொருளின் மீது செலுத்தும் மேல் நோக்கிய செங்குத்துவிசை (N). பொருளின் விசைப்படம் பின்வருமாறு.



$$\vec{F}_g = -mg\hat{j}$$
$$\vec{N} = N\hat{j}$$

தொகுபயன் விசை $\vec{F}_{net} = -mg\hat{j} + N\hat{j}$ ஆனால், பொருள் எவ்வித முடுக்கத்தையும் பெறவில்லை எனவே $\vec{a} = 0$.

நியூட்டன் இரண்டாம் விதிப்படி

$(\vec{F}_{net} = m\vec{a})$

இருபுறமும் சமன்பாட்டின் கூறுகளை ஒப்பிடும்போது

$$(-mg + N)\hat{j} = 0$$
$$-mg + N = 0$$
$$N = mg$$

மேற்கண்ட சமன்பாட்டிலிருந்து நாம் அறிவது என்னவெனில், பொருள் ஓய்வு நிலையில் உள்ளபோது செங்குத்து விசையின் எண்மதிப்பும் புவியீர்ப்பு விசையின் எண்மதிப்பும் ஒன்றுக்கொன்று சமமாகும்.

எடுத்துக்காட்டு 3.10

2 kg நிறையுடைய பொருளின்மீது பின்வரும் இரண்டு விசைகள் செயல்படுகின்றன.

$\vec{F}_1 = 5\hat{i} + 8\hat{j} + 7\hat{k}$ மற்றும் $\vec{F}_2 = 3\hat{i} - 4\hat{j} + 3\hat{k}$.

பொருளின் முடுக்கத்தைக் காண்க.

தீர்வு:

நியூட்டனின் இரண்டாவது விதிப்படி, $\vec{F}_{net} = m\vec{a}$

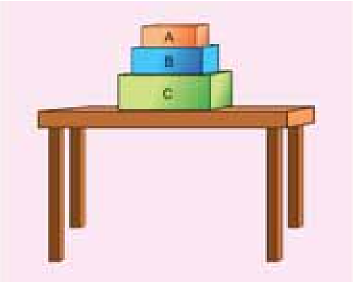
இங்கு $\vec{F}_{net} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$.

மேற்கண்ட சமன்பாடுகளின்படி $\vec{a} = \dfrac{\vec{F}_{net}}{m}$

$$\vec{F}_{net} = (5+3)\hat{i} + (8-4)\hat{j} + (7+3)\hat{k}$$
$$\vec{F}_{net} = 8\hat{i} + 4\hat{j} + 10\hat{k}$$
$$\vec{a} = \left(\frac{8}{2}\right)\hat{i} + \left(\frac{4}{2}\right)\hat{j} + \left(\frac{10}{2}\right)\hat{k}$$
$$\vec{a} = 4\hat{i} + 2\hat{j} + 5\hat{k}$$

எடுத்துக்காட்டு 3.11

படத்தில் காட்டியுள்ள A, B மற்றும் C என்ற கனச் செவ்வகத்துண்டுகளின் மீது செயல்படும் விசைகளை காண்க.



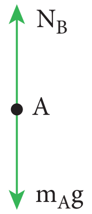
கனச்செவ்வகத்துண்டு A யின் மீது செயல்படும் விசைகள்:

(i) புவி ஏற்படுத்தும் கீழ்நோக்கிய ஈர்ப்பு விசை $(m_A g)$

(ii) பொருள் B ஏற்படுத்தும் மேல் நோக்கிய செங்குத்து எதிர்விசை (N_B)

A யின் "தனித்த பொருளின் விசைப் படம் கீழே காட்டப்பட்டுள்ளது.

A ன் மீது செயல்படும் விசை



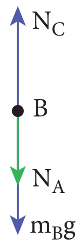
பொருள் B மீதான விசைகள்:

(i) கீழ்நோக்கிச் செயல்படும் புவியீர்ப்பு விசை $(m_B g)$

(ii) கனச்செவ்வகத் துண்டு A ஏற்படுத்தும் கீழ்நோக்கிய விசை. (N_A)

(iii) கனச்செவ்வகத் துண்டு C ஏற்படுத்தும் மேல்நோக்கிய விசை (N_C)

B ன் மீது செயல்படும் விசை



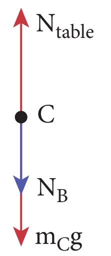
கனச்செவ்வகத் துண்டு C இன் மீது செயல்படும் விசை:

(i) கீழ்நோக்கிச் செயல்படும் புவியீர்ப்பு விசை ($m_c g$)

(ii) கனச்செவ்வகத் துண்டு B ஏற்படுத்தும் கீழ்நோக்கிய விசை (N_B)

(iii) மேசை ஏற்படுத்தும் மேல்நோக்கிய செங்குத்து விசை (N_{table})

C ன் மீது செயல்படும் விசை



எடுத்துக்காட்டு 3.12

வண்டியில் கட்டப்பட்ட குதிரை ஒன்றைக் கருதுக. தொடக்கத்தில் அக்குதிரை ஓய்வு நிலையில் உள்ளது. குதிரை முன் நோக்கி நடக்கத் தொடங்கும்போது, வண்டி முன்நோக்கி ஒரு முடுக்கத்தைப்பெறும். F_h என்ற விசையுடன் குதிரை, வண்டியை முன்நோக்கி இழுக்கும். அதேநேரத்தில் நியூட்டனின் மூன்றாம் விதிப்படி வண்டியும், அதற்கு சமமான எதிர்திசையில் செயல்படும் $(F_c = F_h)$ என்ற விசையுடன் குதிரையைப் பின்னோக்கி இழுக்கும். எனவே குதிரை மற்றும் வண்டி என்ற தொகுப்பின் விசை சுழியாக இருப்பினும் ஏன் குதிரை மற்றும் வண்டி முடுக்கமடைந்து முன்நோக்கி செல்கின்றன?

தீர்வு:

இம்முரண் கூற்றுக்குக் காரணம் நியூட்டனின் இரண்டாம் மற்றும் மூன்றாம் விதிகளை தவறாக பயன்படுத்துவதுதான். நியூட்டனின் விதிகளை பயன்படுத்துவதற்கு முன் அமைப்பினை (system) தீர்மானிக்க வேண்டும்.

இவ்வாறு அமைப்பினைக் கண்டறிந்த பின்னர் அவ்வமைப்பின் மீது செயல்படும் அனைத்து விசைகளையும் எளிதாகக் கண்டறியலாம். இங்கு அமைப்பு ஏற்படுத்தும் விசைகளைக் கருதக் கூடாது என்பதை நினைவில் கொள்ளவும். அமைப்பின் மீது ஏதேனும் சமன் செய்யப்படாத விசைகள் செயல்பட்டால், அமைப்பு தொகுபயன் விசையின் திசையில்முடுக்கமடையும்.பின்வரும்கருத்துக்களை வரிசைப்படி பின்பற்றி குதிரை மற்றும் வண்டியின் இயக்கத்தைப் பகுப்பாய்வு செய்யலாம்.

குதிரை மற்றும் வண்டி இவை இரண்டையும் ஒன்றாக ஒரு அமைப்பு (system) என்று கருதினால் குதிரை, வண்டியின் மீது செலுத்தும் விசையையும், வண்டி குதிரையின் மீது செலுத்தும் எதிர்விசையையும் கருதக் கூடாது. மாறாக இந்த இரு விசைகளையும் அகவிசைகளாகக் கருத வேண்டும். மேலும் நியூட்டனின் மூன்றாம் விதிப்படி அகவிசைகளின் தொகுப்பயன் சுழி. அவை அமைப்பினை முடுக்கமடையச் செய்யாது. மீது ஏற்படும் முடுக்கம் புறவிசையால் மட்டுமே ஏற்படும். நாம் கருதும் இந்நிகழ்வில், சாலையானது அமைப்பின் மீது செலுத்தும் விசை புறவிசையாகும்.

அமைப்பின் மீது செயல்படும் அனைத்து விசைகளையும் கருதாமல் குதிரை மற்றும் வண்டியின் தொகுபயன் விசை சுழி என்று கருதுவது தவறாகும். சாலையானது, வண்டி – குதிரை அமைப்பை முன்னோக்கித் தள்ளுகிறது. வெளிப்புற விசை ஒன்று அமைப்பின் மீது செயல்படும் போது நியூட்டனின் மூன்றாம் விதியைப் பயன்படுத்தாமல் இரண்டாம் விதியைப் பயன்படுத்த வேண்டும். பின்வரும் படம் இதனை விளக்குகிறது.

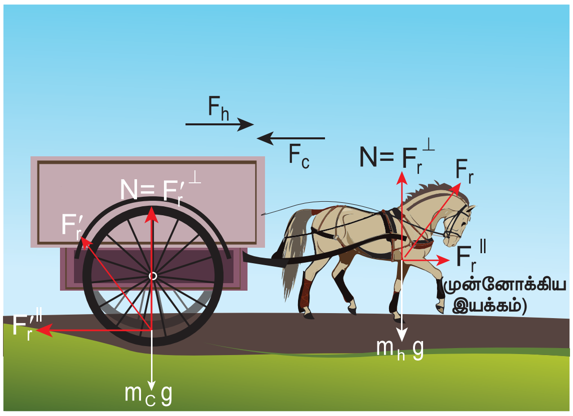
குதிரையை அமைப்பு என்று கருதினால், அதன்மீது பின்வரும் மூன்று விசைகள் செயல்படுகின்றன.

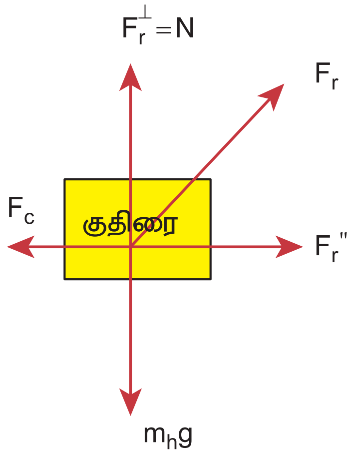
(i) கீழ்நோக்கிச் செயல்படும் புவியீர்ப்பு விசை ($m_n g$)

(ii) சாலை, குதிரையின் மீது செலுத்தும் விசை (F_r)

(iii) வண்டி, குதிரையின் மீது செலுத்தும் பின்னோக்கிய விசை (F_c)

இவை பின்வரும் படத்தில் காட்டப்பட்டுள்ளது. குதிரையின் மீது செயல்படும் விசைகள்





F_r – சாலை குதிரையின் மீது செலுத்தும் விசை

F_c – வண்டி குதிரையின் மீது செலுத்தும் விசை

$F_r^{\perp}$ – விசை F_r இன் செங்குத்துக் கூறு = N

$F_r^{||}$ – விசை F_r இன் கிடைத்தளக் கூறு.
(இதுவே முன்னோக்கிய இயக்கத்திற்குக் காரணம்)

சாலை, குதிரையின் மீது செலுத்தும் விசையை, கிடைத்தளக்கூறு மற்றும் செங்குத்துக் கூறு என இரண்டாகப்பிரிக்கலாம். செங்குத்துக்கூறு கீழ்நோக்கிச் செயல்படும் புவியீர்ப்பு விசையை சமன் செய்கிறது. முன்னோக்கிய திசையில் செயல்படும் கிடைத்தளக் கூறு பின்னோக்கிய விசை (F_c) ஐ விட அதிகம். எனவே முன்னோக்கியத் திசையில் ஒரு தொகுபயன் விசை செயல்பட்டு குதிரையை முன்னோக்கி இயக்குகிறது.

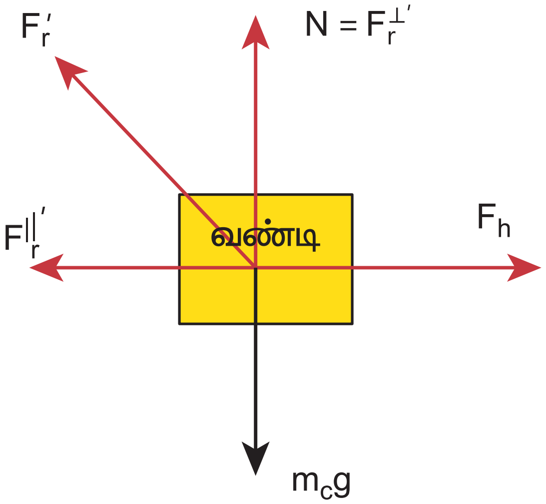
வண்டியை அமைப்பாகக் கருதினால், அதன்மீது பின்வரும் மூன்று விசைகள் செயல்படுகின்றன.

(i) கீழ்நோக்கிச் செயல்படும் புவியீர்ப்பு விசை $(m_c g)$

(ii) சாலை, வண்டியின் மீது செலுத்தும் விசை (F_r')

(iii) குதிரை, வண்டியின் மீது செலுத்தும் விசை (F_h)

இது பின்வரும் படத்தில் குறிப்பிட்டு காட்டப்பட்டுள்ளது.



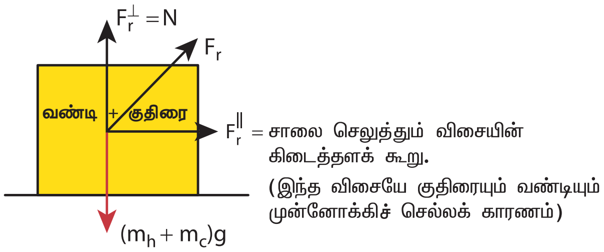
சாலை வண்டியின் மீது செலுத்தும் விசையை $(\vec{F_r'})$ இரண்டு கூறுகளாகப்பிரிக்கலாம். செங்குத்துக் கூறு, கீழ்நோக்கியீர்ப்பு விசையை $(m_c g)$ சமன் செய்யும். கிடைத்தளக்கூறு பின்னோக்கிச் செயல்படும். மேலும் குதிரை, வண்டியின் மீது செலுத்தும் விசை $(\vec{F_h})$ முன்னோக்கிச் செயல்படும். இது பின்னோக்கிச் செயல்படும் கிடைத்தளக் கூறைவிட அதிகம். எனவே, முன்னோக்கியத் திசையில் ஒரு தொகுபயன் விசை கிடைக்கும். இதன் காரணமாக வண்டி முன்னோக்கி முடுக்கமடையும்.

குதிரை மற்றும் வண்டி இரண்டையும் ஒரு அமைப்பாகக் கருதினால், இவ்வமைப்பின் மீது இரண்டு விசைகள் செயல்படும். அவை பின்வருமாறு

(i) கீழ்நோக்கிச் செயல்படும் புவியீர்ப்பு விசை $(m_h + m_c)g$

(ii) சாலை, அமைப்பின் மீது செலுத்தும் விசை (F_r)

இவை, பின்வரும் படத்தில் காட்டப்பட்டுள்ளன.



(iii) இந்நிகழ்வில், சாலை, அமைப்பின் மீது ஏற்படுத்தும் விசையை (F_r) இரு கூறுகளாகப்பிரிக்கலாம்.

(iv) சாலை, அமைப்பின் மீது செலுத்தும் விசையின் சமன் செய்யப்படாத கிடைத்தளக்கூறு, குதிரை மற்றும் வண்டி அமைப்பு முன்னோக்கிச் செல்வதற்கு காரணமாக அமைகிறது.

செங்குத்துக்கூறு புவியீர்ப்பு விசை $(m_h+m_c)g$ யை சமன் செய்யும்.

எடுத்துக்காட்டு 3.13

$y = ut - \frac{1}{2}gt^2$ என்ற சமன்பாடு துகள் ஒன்றின் நிலையைக் குறிக்கிறது.

(a) அத்துகளின் மீது செயல்படும் விசை மற்றும்

(b) அத்துகளின் உந்தத்தைக் காண்க.

தீர்வு

துகளின் மீது செயல்படும் விசையைக் காண அத்துகள் அடையும் முடுக்கத்தைக் கணக்கிட வேண்டும்.

எனவே முடுக்கம் $a = \frac{d^2y}{dt^2}$ (அல்லது) $a = \frac{dv}{dt}$

இங்கு

v என்பது y– அச்சில் துகளின் திசைவேகம்

$$v = \frac{dy}{dt} = u - gt$$

துகளின் உந்தம் = mv =m(u-gt)

$$a = \frac{dv}{dt} = -g$$

$$F = ma = -mg$$

விசை, எதிர்குறி y அச்சுத்திசையில் செயல்படுவதை எதிர்குறி காட்டுகிறது. மேலும் இதே விசைதான் எறிபொருள் ஒன்றின் மீது செயல்படும் விசையாகும்.

3.3.2 சாய்தளத்தில் இயங்கும் பொருளின் இயக்கம்

m நிறையுடைய பொருள் ஒன்று, சாய் கோணம் கொண்ட உராய்வற்ற சாய்தளம் ஒன்றில் படம் 3.12 இல் காட்டியுள்ளவாறு சறுக்கிச் செல்கிறது என்க. அப்பொருளின் மீது செயல்படும் விசைகள் பின்வருவனவற்றைத் தீர்மானிக்கின்றன.

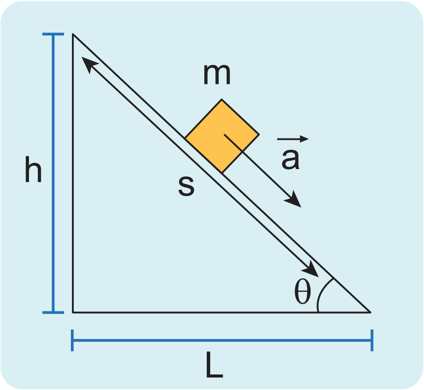
(a) பொருளின் முடுக்கம்

(b) பொருள் தரையை அடையும்போது அதன் வேகம்

பொருளின் மீது செயல்படும் விசைகள்

(i) கீழ்நோக்கிச் செயல்படும் புவியீர்ப்பு விசை (mg)

(ii) சாய்தளத்திற்குச் செங்குத்தாகப் பொருளின்மீது செயல்படும் செங்குத்து விசை (N)



படம் 3.12 சாய்தளத்தில் இயங்கும் பொருள்

பொருளின் தனிப் பொருள் விசைப்படம் வரைய, அப்பொருளை ஒரு புள்ளிநிறையாகக் கருத வேண்டும்.

(படம் 3.13 (a)) இல் காட்டியுள்ளபடி இயக்கம் சாய்தளத்தில் நடைபெறுவதால் படம் 3.13 (b) இல் காட்டியவாறு சாய்தளத்திற்கு இணையாக உள்ள ஒரு ஆய அச்சு அமைப்பினை தேர்வு செய்ய வேண்டும்.

புவியீர்ப்பு விசை mg ஐ இரண்டு கூறுகளாகப் பிரிக்க வேண்டும்

$mg\sin\theta$ கூறு சாய்தளத்திற்கு இணையாகவும், $mg\cos\theta$ கூறு சாய்தளத்திற்கு செங்குத்தாகவும் உள்நோக்கி செயல்படுகின்றன. (படம் 3.13 (b)).

புவியீர்ப்பு விசை (mg) சாய்தளத்தின் கீழ்நோக்கிய செங்குத்துடன் ஏற்படுத்தும் கோணம், படம் 3.13 (c)) இல் காட்டப்பட்டுள்ள சாய் கோணம் (θ)விற்குச் சமம்.

y அச்சுத்திசையில் எவ்விதமான இயக்கமும் முடுக்கமும் இல்லை

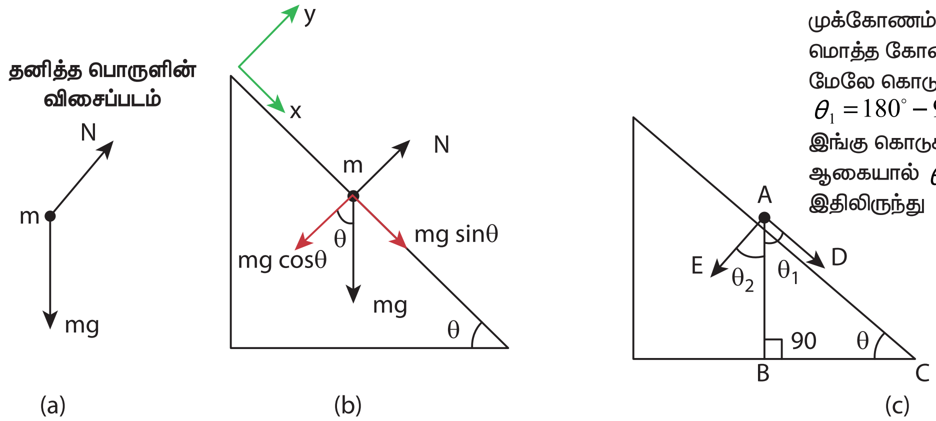
y அச்சுத்திசையில் நியூட்டனின் இரண்டாம் விதியைப் பயன்படுத்தினால்

$-mg\cos\theta\hat{j} + N\hat{j} = 0$ (முடுக்கம் இல்லை)

சமன்பாட்டின் இருபுறமும் உள்ள கூறுகளை ஒப்பிடும் போது $N - mg\cos\theta = 0$

$$N = mg\cos\theta$$

சாய்தளப்பரப்பு ஏற்படுத்தும் செங்குத்து விசையின் (N) எண்மதிப்பு $mg\cos\theta$ விற்குச் சமம்.



முக்கோணம் ABC ல்
மொத்த கோணம் = $90^\circ+\theta+\theta_1=180^\circ$
மேலே கொடுக்கப்பட்ட சமன்பாட்டிலிருந்து
$\theta_1=180^\circ-90^\circ-\theta=90^\circ-\theta$
இங்கு கொடுக்கப்பட்ட படத்திலிருந்து $\theta_2+\theta_1=90^\circ$
ஆகையால் $\theta_2=90^\circ-\theta_1=90^\circ-(90^\circ-\theta)$
இதிலிருந்து $\theta_2=\theta$

படம் 3.13 (a) தனிப்பொருள் விசைப்படம் (b) mgன் கிடைத்தள மற்றும் செங்குத்துக் கூறுகள் (c) கோணம் θ_2 θ க்குச் சமம்.

பொருள் x அச்சுத்திசையில் a முடுக்கத்துடன் சறுக்கிச் செல்கிறது. எனவே x அச்சுத்திசையில் நியுட்டன்இரண்டாம் விதியை பயன்படுத்தினால்

$$mg\sin\theta\hat{i}=ma\hat{i}$$

இருபுறமும் கூறுகளை ஒப்பிடும்போது

$$mg\sin\theta=ma$$

சறுக்கும் பொருளின் முடுக்கம்

$$a=g\ sin\theta$$

இங்கு பொருளின் முடுக்கம், சாய்கோணம் θ வைச் சார்ந்தது என்பதை கவனிக்க வேண்டும். சாய்கோணம் θ = 90° எனில் பொருள் (a = g) என்ற முடுக்கத்துடன் செங்குத்தாக கீழ்நோக்கி வரும்.

பொருள் தரையை அடையும்போது அதன் வேகத்தை நியூட்டனின் இயக்கச் சமன்பாடுகள் கொண்டு அறியலாம். இயக்கம் முழுமைக்கும் முடுக்கம் ஒரு மாறிலி ஆகும்.

$$v^2=u^2+2as \text{ (x அச்சுத் திசையில்)} \qquad (3.3)$$

முடுக்கம் a = gsin θ க்குச். பொருள் ஓய்வு நிலையிலிருந்து நகரத்துவங்கும்போது ஆரம்பத் திசைவேகம் u சுழியாகும். மேலும் சாய்தளத்தின் நீளம் இங்கு s ஆகும்.

சமன்பாடு (3.3) லிருந்து தரையை அடையும் போது பொருளின் வேகம் (v)

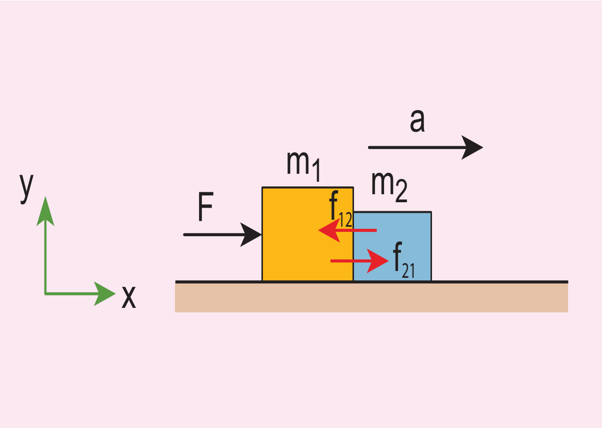
$$v=\sqrt{2sg\ sin\theta} \qquad (3.4)$$

குறிப்பு இங்கு நாம் சாய்தளத்திற்கு இணையாக ஆய அச்சுத் தொகுப்பினை தேர்வு செய்தோம். மாறாக சமதளப்பரப்பிற்கு இணையாக ஆயக் கூறுகளை தேர்வு செய்தாலும் இதே முடிவுகள்தான் கிடைக்கும். இருப்பினும் கணிதமுறை சற்றே கடினமாக இருக்கும். எனவே கொடுக்கப்பட்ட வினாவிற்கு ஏற்ப ஆயக்கூறுகளை தேர்வு செய்வது சாலச்சிறந்ததாகும்.

3.3.3 சமதளப்பரப்பில் ஒன்றை ஒன்று தொட்டுக் கொண்டிருக்கும் இரண்டு பொருட்கள்:

m_1 மற்றும் m_2 நிறை கொண்ட இரண்டு கனச் செவ்வகத்துண்டுகளைக் கருதுக ($m_1 > m_2$) அவை இரண்டும் உராய்வற்ற, வழுவழுப்பான சமதளப்பரப்பில் ஒன்றை ஒன்று தொட்டுக்கொண்டு உள்ளன. (படம் 3.14 (a))

F என்ற கிடைத்தள விசையைச் செலுத்தும்போது இவ்விரண்டு துண்டுகளும் a என்ற முடுக்கத்துடன் விசையின் திசையிலேயே இயங்குகின்றன.



படம் 3.14 (a) m_1 மற்றும் m_2 நிறை கொண்ட ($m_1 > m_2$) கனச்செவ்வகத் துண்டுகள் உராய்வற்ற வழுவழுப்பான சமதளப்பரப்பில் ஒன்றை ஒன்று தொட்டுக் கொண்டுள்ளன.

முடுக்கம் $\vec{a}$ ஐ கண்டறிய நியூட்டனின் இரண்டாம் விதியைப் பயன்படுத்த வேண்டும்.

(கூட்டு நிறை $m = m_1 + m_2$)

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

இரு நிறைகள் கொண்ட இவ்வமைப்பு நேர்க்குறி x அச்சு திசையில் இயங்கினால் சமன்பாட்டினை வெக்டர் கூறு வடிவில் எழுதலாம். $\vec{F} = m\vec{a}$ என்ற சமன்பாட்டின் இரண்டு பக்கங்களிலும் வெக்டர் கூறுகளை ஒப்பிட $F = ma$ என கிடைக்கும்

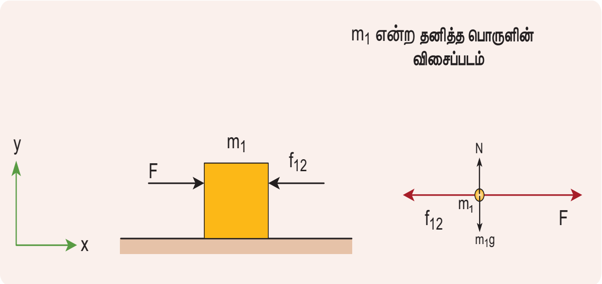
இங்கு $m = m_1 + m_2$ ஆகும்.

$$\text{அமைப்பின் முடுக்கம் } \therefore a = \frac{F}{m_1 + m_2} \quad (3.5)$$

நிறை m_1 தனது இயக்கத்தின் காரணமாக, நிறை m_2 வின் மீது செலுத்தும் விசை தொடு விசை (contact force) $(\vec{f}_{21})$ எனப்படும். நியூட்டனின் மூன்றாம் விதிப்படி, நிறை m_2 நிறை m_1 மீது இதற்குச் சமமான எதிர்திசையில் அமைந்த ஒரு எதிர்விசையை $(\vec{f}_{12})$ செலுத்தும்.

m_1 நிறைக்கான விசைப்படம் படம் 3.14 (b) ல் காட்டப்பட்டுள்ளது.

$$\therefore F\hat{i} - f_{12}\hat{i} = m_1 a\hat{i}$$



படம் 3.14 (b) m_1 நிறையின் விசைப்படம்

சமன்பாட்டின் இருபுறமும் கூறுகளை ஒப்பிடும்போது

$$F - f_{12} = m_1 a$$

$$f_{12} = F - m_1 a \quad (3.6)$$

சமன்பாடு (3.5) ஐ (3.6)ல் பிரதியிட

$$f_{12} = F - m_1\left(\frac{F}{m_1 + m_2}\right)$$

$$f_{12} = F\left[1 - \frac{m_1}{m_1 + m_2}\right]$$

$$f_{12} = \frac{Fm_2}{m_1 + m_2} \quad (3.7)$$

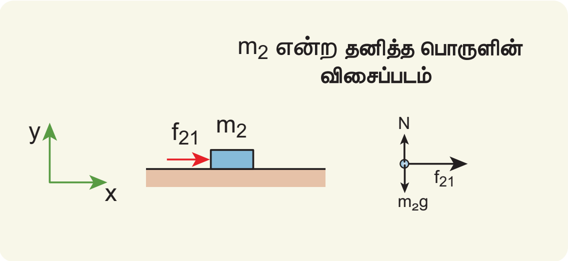
சமன்பாடு (3.7) லிருந்து f_{12} வின் எண்மதிப்பு எதிர்விசையை ஏற்படுத்தும் நிறை m_2 வை சார்ந்திருப்பதை அறியலாம். இங்கு விசை எதிர்குறி x – அச்சுத்திசையில் செயல்படுவதை நினைவில் கொள்ளவும். m_1 மீது செயல்படும் எதிர்விசை வெக்டர் குறியீட்டின்படி $\vec{f}_{12} = -\frac{Fm_2}{m_1 + m_2}\hat{i}$

நிறை m_2 வைப் பொருத்தவரை x அச்சுத்திசையில் அதன்மீது m_1 நிறை ஏற்படுத்தும் ஒரே ஒரு விசை மட்டுமே கிடைத்தளத்திசையில் செயல்படுகிறது. 3.14 (c) ல் நிறை m_2 வின் விசைப்படம் காட்டப்பட்டுள்ளது.

நிறை m_2 விற்கு நியூட்டன் இரண்டாம் விதியைப் பயன்படுத்தினால் $f_{21}\hat{i} = m_2 a\hat{i}$

சமன்பாட்டின் இருபுறமும் கூறுகளை ஒப்பிடும்போது

$$f_{21} = m_2 a \quad (3.8)$$



படம் 3.14 (c) நிறைm_2 வின் தனித்த பொருளின் விசைப்படம் (F B D)

சமன்பாடு (3.5) லிருந்து முடுக்கத்தினை (3.8) ல் பிரதியிடும்போது $f_{21} = \frac{Fm_2}{m_1 + m_2}$

எனவே, தொடுவிசையின் எண் மதிப்பு

$$f_{21} = \frac{Fm_2}{m_1 + m_2}$$

இது நேர்க்குறி x அச்சுத்திசையில் செயல்படும்

வெக்டர் குறியீட்டின்படி நிறை m_1, நிறை m_2 மீது செலுத்தும் விசை $\vec{f}_{21} = \frac{Fm_2}{m_1 + m_2}\hat{i}$

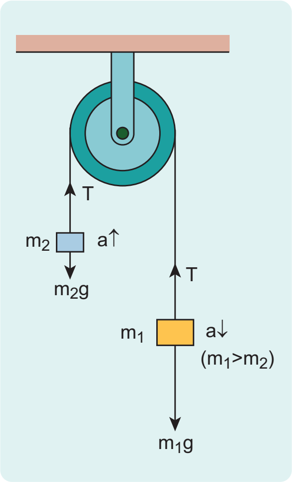
இங்கு $\vec{f}_{12} = -\vec{f}_{21}$ என்பதைக் கவனிக்க. இது நியூட்டனின் மூன்றாம் விதியை உறுதிப்படுத்துகிறது.

3.3.4 ஒன்றுடன் ஒன்று பிணைக்கப்பட்ட பொருட்களின் இயக்கம்

நீட்சித் தன்மையற்ற மெல்லிய கயிறு ஒன்றில் பிணைக்கப்பட்ட பொருட்களின் மீது, செங்குத்து அல்லது கிடைத்தளமாக அல்லது சாய்தளத்தில் விசை F ஒன்றை செலுத்தும் போது, அது மெல்லிய கயிற்றில் ஒரு இழு விசையை ஏற்படுத்தும், இதன் விளைவாக முடுக்கத்தில் ஒரு குறிப்பிடத்தக்க மாற்றம் ஏற்படும். இந்நிகழ்வினை வெவ்வேறு கோணங்களில் பகுப்பாய்வு செய்யலாம்.

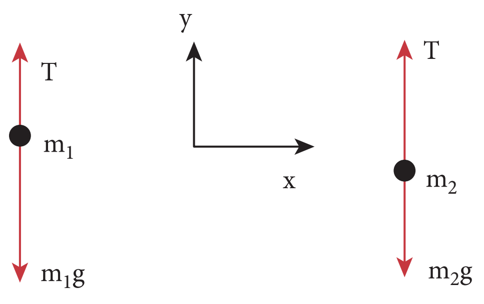
நேர்வு 1: செங்குத்து இயக்கம்

m_1, மற்றும் m_2 நிறை கொண்ட இரண்டு கனச்செவ்வகத் துண்டுகள் ($m_1 > m_2$) ஒரு மெல்லிய நீட்சித்தன்மையற்ற கயிறு ஒன்றில் பிணைக்கப்பட்டுள்ளன. இது கப்பி ஒன்றின் வழியே படம் 3.15ல் காட்டியுள்ளவாறு பொருத்தப்பட்டுள்ளது.



படம் 3.15 கப்பி ஒன்றில் பிணைக்கப்பட்டுள்ள இரண்டு கனச்செவ்வகத் துண்டுகள்

கயிற்றின் இழுவிசை T மற்றும் முடுக்கம் a என்க. அமைப்பினை விடுவிக்கும்போது, இரண்டு நிறைகளும் இயங்கத்துவங்கும். m_2 செங்குத்தாக மேல்நோக்கியும் மற்றும் m_1 செங்குத்தாக கீழ்நோக்கியும் a என்ற சம முடுக்கத்துடன் இயங்கும். m_1 மீது செயல்படும் புவியீர்ப்பு விசை m_1 g, m_2 நிறையை மேல்நோக்கி உயர்த்த பயன்படுகிறது. மேல்நோக்கிய திசையை y அச்சு எனக்கருதுக படம் 3.16 ல் இரு நிறைகளுக்கான விசைப்படம் காட்டப்பட்டுள்ளது.



படம் 3.16 m_1 மற்றும் m_2 நிறைகளின் தனித்த பொருளின் விசை படம் (free body diagram)

நிறை m_2 விற்கு நியூட்டனின் இரண்டாம் விதியைப் பயன்படுத்துக

$$T\hat{j} - m_2 g\hat{j} = m_2 a\hat{j}$$

மேற்கண்ட சமன்பாட்டின் இடது கை பக்கம் நிறை மீது செயல்படும் மொத்த விசையும், வலது கை பக்கம் நிறை மற்றும் y அச்சுத்திசையில் அது அடையும் முடுக்கம் இவற்றின் பெருக்கற்பலனும் காட்டப்பட்டுள்ளன.

இருபுறக் கூறுகளையும் ஒப்பிட கீழ்கண்ட சமன்பாடு கிடைக்கும்,

$$T - m_2 g = m_2 a \qquad (3.9)$$

இதே போன்று m_1 நிறைக்கும் நியூட்டனின் இரண்டாம் விதியைப் பயன்படுத்தும்போது பின்வரும் சமன்பாடு கிடைக்கிறது.

$$T\hat{j} - m_1 g\hat{j} = -m_1 a\hat{j}$$

நிறை m_1 கீழ்நோக்கி இயங்குவதால் $(-\hat{j})$ அதன் முடுக்கமும் கீழ்நோக்கிச் $(-\hat{j})$ செயல்படும்.

இருபுறமும் கூறுகளையும் ஒப்பிட

$$T - m_1 g = -m_1 a$$
$$m_1 g - T = m_1 a \qquad (3.10)$$

சமன்பாடு (3.9) மற்றும் (3.10), யைக் கூட்டுக.

$$m_1 g - m_2 g = m_1 a + m_2 a$$
$$(m_1 - m_2) g = (m_1 + m_2) a \qquad (3.11)$$

சமன்பாடு (3.11), லிருந்து, இரண்டு நிறைகளின் மீதான முடுக்கம்

$$a = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right) g \qquad (3.12)$$

இரண்டு நிறைகளும் சமமாக இருந்தால் $(m_1 = m_2)$ அமைப்பு சுழி முடுக்கத்தைப் பெற்று ஓய்வு நிலையில் இருக்கும் என்பதை இது காட்டுகிறது.

கயிற்றின் மீது செயல்படும் இழுவிசையைக் காண சமன்பாடு (3.12) இல் உள்ள முடுக்கத்தை, சமன்பாடு (3.9) இல் பிரதியிட வேண்டும்.

$$T - m_2 g = m_2 \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right)$$

$$T = m_2 g + m_2 \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right) g \qquad (3.13)$$

சமன்பாடு (3.13) இன் வலப்பக்கமுள்ள $m_2 g$ ஐ பொதுவாக வெளியே எடுக்கும்போது

$$T = m_2 g \left(1 + \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right)$$
$$T = m_2 g \left(\frac{m_1 + m_2 + m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right)$$
$$T = \left(\frac{2m_1 m_2}{m_1 + m_2}\right) g$$

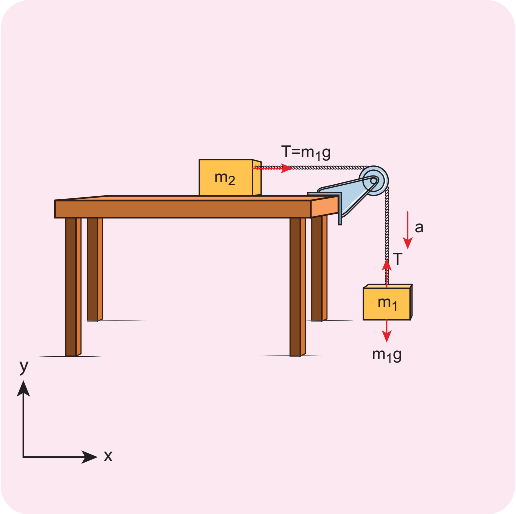
சமன்பாடு (3.12) முடுக்கத்தின் எண் மதிப்பை மட்டுமே கொடுக்கும்.

நிறை m_1 ன் முடுக்க வெக்டர் பின்வருமாறு

$\vec{a} = -\left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right)\hat{j}$. அதே போல நிறை m_2 இன் முடுக்கவெக்டர் பின்வருமாறு $\vec{a} = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right)\hat{j}$

நேர்வு 2: கிடைத்தள இயக்கம்

இவ்வகை இயக்கத்தில் நிறை m_2 மேசை ஒன்றின் கிடைத்தளப்பரப்பிலும், m_1 கப்பி ஒன்றின் வழியே படம் 3.17 இல் உள்ளவாறு தொங்கவிடப்படுள்ளன. இங்கு பரப்பின் மீது எவ்வித உராய்வும் இல்லை எனக் கருதுக.



படம் 3.17 கனச் செவ்வகத் துண்டுகளின் கிடைத்தள இயக்கம்

நீட்சித்தன்மையற்ற மெல்லிய கயிற்றில் கட்டப்பட்ட இரண்டு நிறைகளில், m_1 நிறை a முடுக்கத்துடன் கீழ்நோக்கியும், அதே முடுக்கத்துடன் m_2 நிறை கிடைத்தளத்திலும் இயக்கத்தை மேற்கொள்கின்றன எனக்கருதுக.

m_2 நிறையின் மீது செயல்படும் விசைகள் பின்வருமாறு

(i) கீழ்நோக்கிச் செயல்படும் புவியீர்ப்பு விசை (m_2g)

(ii) மேசைப்பரப்பு ஏற்படுத்தும் மேல்நோக்கிய செங்குத்து விசை (N)

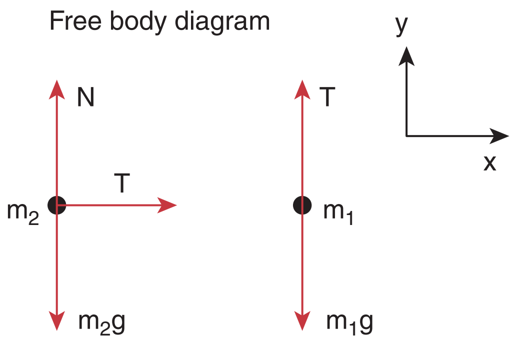
(iii) மெல்லிய கயிறு ஏற்படுத்தும் கிடைத்தள இழுவிசை (T)

இதேபோன்று, m_1 நிறையின் மீது செயல்படும் விசைகள் பின்வருமாறு

(i) கீழ்நோக்கிச் செயல்படும் புவியீர்ப்பு விசை (m_1g)

(ii) மெல்லிய கயிறு ஏற்படுத்தும் மேல்நோக்கிச் செயல்படும் இழுவிசை (T)

பின்வரும் படம் 3.18 இரண்டு நிறைகளின் விசைப்படத்தைக் காட்டுகிறது.



படம் 3.18 நிறைகள் m_1 மற்றும் m_2 வின் விசைப்படம்

m_1 நிறைக்கு நியூட்டன் இரண்டாம் விதியைப் பயன்படுத்தினால்

$$T\hat{j} - m_1 g\hat{j} = -m_1 a\hat{j} \text{ (y அச்சுத் திசையில்)}$$

இருபுறமும் கூறுகளை ஒப்பிட

$$T - m_1 g = -m_1 a \quad (3.14)$$

m_2 நிறைக்கு நியூட்டனின் இரண்டாம் விதியைப் பயன்படுத்துக

$$T\hat{i} = m_2 a\hat{i} \text{ (x அச்சு திசையில்)}$$

இருபுறமும் கூறுகளை ஒப்பிட

$$T = m_2 a \quad (3.15)$$

Y அச்சு திசையில் நிறைக்கு எவ்வித முடுக்கமும் இல்லை

$$N\hat{j} - m_2 g\hat{j} = 0$$

இருபுறமும் கூறுகளை ஒப்பிட

$$N - m_2 g = 0$$
$$N = m_2 g \quad (3.16)$$

சமன்பாடு (3.15) ஐ சமன்பாடு (3.14) ல் பிரதியிட்டால் முடுக்கம் a கிடைக்கும்.

$$m_2 a - m_1 g = -m_1 a$$
$$m_2 a + m_1 a = m_1 g$$
$$a = \frac{m_1}{m_1 + m_2} g \quad (3.17)$$

கயிற்றின் இழுவிசைக்கான சமன்பாட்டைப் பெறலாம், சமன்பாடு (3.17) ஐ (3.15) ல் பிரதியிடுவதன் மூலம் பெறலாம்.

$$T = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} g \quad (3.18)$$

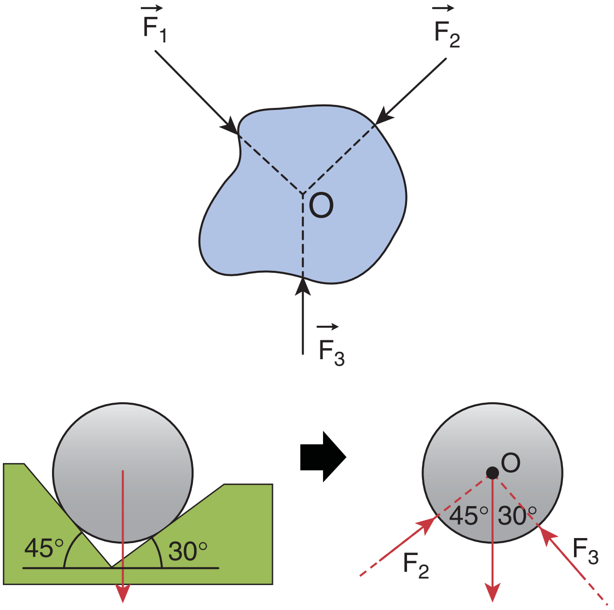
இரண்டு நேர்வுகளிலும் உள்ள இயக்கங்களை ஒப்பிடும்போது, கிடைத்தள இயக்கத்திலுள்ள கயிற்றின் இழுவிசையானது, செங்குத்து இயக்கத்திலுள்ள கயிற்றின் இழுவிசையில் பாதியளவே உள்ளதை அறியலாம்.

இம்முடிவு தொழில் துறையில் முக்கியப் பங்காற்றுகிறது. கிடைத்தள இயக்கத்திலுள்ள இயங்கு பட்டையில் (conveyor belt) பயன்படும் கயிறுகள் செங்குத்து இயக்கத்திலுள்ள மின்உயர்த்தி (lift) மற்றும் எடைத்தூக்கி (crane)

இவற்றில் பயன்படும் கயிறுகளைவிட நீண்ட ஆயுளைப் பெற்றிருக்கும்.

3.3.5 ஒருமைய விசைகள் மற்றும் லாமியின் தேற்றம்

பல்வேறு விசைகள் ஒரே புள்ளியில் சந்திக்குமானால், அவ்விசைகளை ஒருமைய விசைகள் என்று அழைக்கலாம். படம் 3.19 ஒருமைய விசைகளைக் காட்டுகிறது. ஒருமைய விசைகள், ஒரே தளத்தில் அமைய வேண்டிய அவசியமில்லை. மாறாக அவை ஒரேதளத்தில் அமைந்தால் அவ்விசைகளை ஒருமைய மற்றும் ஒருதள விசைகள் என்று அழைக்கலாம்.

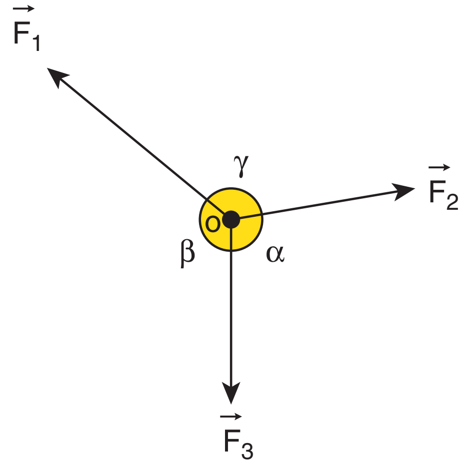


படம் 3.19 ஒருமைய விசைகள்

3.4 லாமியின் தேற்றம் (Lami's theorem)

லாமி தேற்றத்தின்படி, சமநிலையில் இருக்கும் மூன்று ஒருதள மற்றும் ஒருமைய விசைகள் கொண்ட அமைப்பில், ஒவ்வொரு விசையின் எண் மதிப்பும், மற்ற இரண்டு விசைகளுக்கிடைப்பட்ட கோணத்தின் சைன் மதிப்பிற்கு நேர்த்தகவில் இருக்கும். இம்மூன்று விசைகளுக்கான தகவுமாறிலி சமமாகும்.

படம் 3.20 வில் காட்டியுள்ளபடி $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ மற்றும் $\vec{F}_3$ என்ற மூன்று ஒரு தள மற்றும் ஒரு மைய விசைகள் O என்ற புள்ளியில் செயல்பட்டு அப்புள்ளியை சமநிலையில் வைக்கின்றன என்க. லாமியின் தேற்றப்படி



படம் 3.20 O என்ற புள்ளியில் செயல்படும் $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ மற்றும் $\vec{F}_3$ என்ற மூன்று ஒரு தள மற்றும் ஒருமைய விசைகள்

$$\left|\vec{F}_1\right| \propto \sin\alpha$$

$$\left|\vec{F}_2\right| \propto \sin\beta$$

$$\left|\vec{F}_3\right| \propto \sin\gamma$$

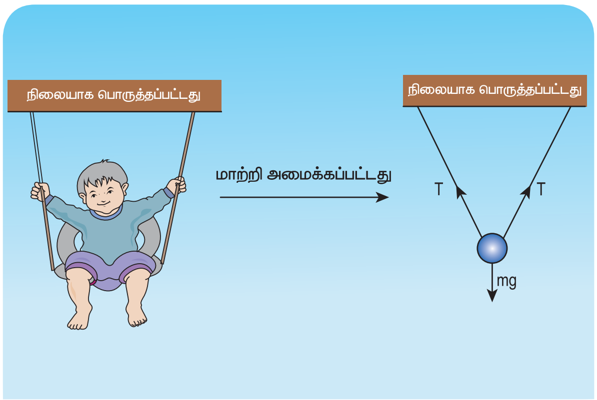
எனவே,
$$\frac{\left|\vec{F}_1\right|}{\sin\alpha} = \frac{\left|\vec{F}_2\right|}{\sin\beta} = \frac{\left|\vec{F}_3\right|}{\sin\gamma} \qquad (3.19)$$

விசைகள் செயல்பட்டு, ஓய்வுச் சமநிலையில் உள்ள பொருள்களை பகுப்பாய்வு செய்வதில், லாமியின் தேற்றம் மிக முக்கியமாகப் பயன்படுகிறது.

லாமி தேற்றத்தின் பயன்பாடு

எடுத்துக்காட்டு 3.14

ஒத்த இரண்டு சங்கிலிகளால் செய்யப்பட்ட ஓய்வு நிலையில் உள்ள ஒரு ஊஞ்சல் ஒன்றில் குழந்தை ஒன்று அமர்ந்திருக்கிறது. அக்குழந்தையின் மீது செயல்படும் விசைகளைக் காண்க. மேலும் லாமியின் தேற்றத்தைப் பயன்படுத்தி சங்கிலியின் இழுவிசையைக் கணக்கிடுக.



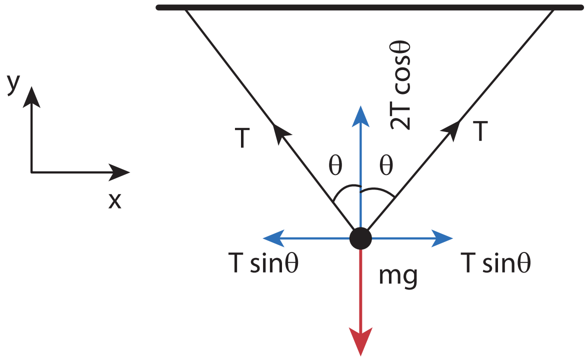
தீர்வு:

ஊஞ்சலில் அமர்ந்திருக்கும் குழந்தையை, நிறை ஒன்று நீட்சித்தன்மையற்ற மெல்லிய இரண்டு கயிறுகளால் கட்டித் தொங்கவிடப்பட்ட அமைப்பாகக் கருதலாம். குழந்தையின் மீது இரண்டு விசைகள் செயல்படுகின்றன. அவை

(i) எதிர்குறி y அச்சுத் திசையில் செயல்படும் கீழ்நோக்கிய புவியீர்ப்பு விசை (mg)

(ii) இரண்டு கயிறுகளின் வழியே செயல்படும் இழுவிசைகள் (T)

இவ்விரண்டு விசைகளும் படத்தில் காட்டியுள்ளபடி ஒருதள மற்றும் ஒருமைய விசைகளாகும்.



லாமி தேற்றத்தின்படி,

$$\frac{T}{\sin(180-\theta)} = \frac{T}{\sin(180-\theta)} = \frac{mg}{\sin(2\theta)}$$

இங்கு $\sin(180-\theta) = \sin\theta$ மற்றும் $\sin(2\theta) = 2\sin\theta\cos\theta$

எனவே, $$\frac{T}{\sin\theta} = \frac{mg}{2\sin\theta\cos\theta}$$

இதிலிருந்து ஒவ்வொரு கயிற்றின் இழுவிசை (T) பின்வருமாறு காணப்படும் $T = \frac{mg}{2\cos\theta}$

குறிப்பு

$\theta = 0°$ எனில், கயிறுகள் செங்குத்தாக இருக்கும். ஒவ்வொரு கயிற்றின் இழுவிசை $T = \frac{mg}{2}$ ஆகவும் இருக்கும்.

3.5 மொத்த நேர்க்கோட்டு உந்த மாறா விதி

மாறா விதிகள் (conservation laws) இயற்கையில் ஒரு முக்கியமான அங்கத்தை வகிக்கிறது. மாறா விதிகளைப்பயன்படுத்தி இயங்கும் பொருட்களின் இயக்கங்களை சிறப்பாக பகுப்பாய்வு செய்ய இயலும். இயங்கியலில் அல்லது எந்திரவியலில் மூன்று மாறா விதிகள் உள்ளன. அவை பின்வருமாறு

(i) ஆற்றல் மாறா விதி (law of conservation of energy)

(ii) மொத்த நேர்க்கோட்டு உந்த மாறா விதி (law of conservation of total linear momentum.) மற்றும் கோண உந்த மாறா விதி (law of conservation of angular momentum.)

நியூட்டனின் இரண்டாம் விதி மற்றும் மூன்றாம் விதிகளை ஒன்றிணைத்து, மொத்த நேர்க்கோட்டு உந்த மாறா விதியைப் பெறலாம்.

இரண்டு துகள்கள், ஒன்றோடொன்று தொடர்பு கொள்ளும் போது, ஒரு துகள் செயல் எதிர்செயல் புரியும்போது ஒவ்வொரு துகளும் மற்ற துகளின் மீது $\vec{F}_{21}$ என்ற விசையை செலுத்தினால், அதே நேரத்தில் இரண்டாவது துகள், முதல் துகளின்மீது $\vec{F}_{12}$ என்ற சமமான எதிர்விசையைச் செலுத்தும். எனவே நியூட்டனின் மூன்றாம் விதிப்படி

$$\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12} \quad (3.20)$$

துகள்களின் உந்தங்கள் அடிப்படையில் ஒவ்வொரு துகள் மீதும் செயல்படும் விசையை நியூட்டன் இரண்டாம் விதியினைக் கொண்டு கணக்கிடலாம்.

$$\vec{F}_{12} = \frac{d\vec{p}_1}{dt} \text{ மற்றும் } \vec{F}_{21} = \frac{d\vec{p}_2}{dt}. \quad (3.21)$$

இங்கு $\vec{p}_1$ என்பது முதல் துகளின் உந்தம், அது இரண்டாம் துகள் செலுத்தும் $\vec{F}_{12}$ என்ற விசையினால்

மாற்றமடைகிறது. அதே போல $\vec{p}_2$ என்பது இரண்டாம் துகளின் உந்தம். இவ்வுந்தமானது முதல் துகள் இரண்டாவது துகளின் மீது செலுத்தும் $\vec{F}_{21}$ என்ற விசையினால் மாற்றமடைகிறது

(சமன்பாடு 3.21) சமன்பாடு (3.20) இல் பிரதியிடுக

$$\frac{d\vec{p}_1}{dt} = -\frac{d\vec{p}_2}{dt} \qquad (3.22)$$

$$\frac{d\vec{p}_1}{dt} + \frac{d\vec{p}_2}{dt} = 0 \qquad (3.23)$$

$$\frac{d}{dt}\left(\vec{p}_1 + \vec{p}_2\right) = 0$$

இதிலிருந்து $\vec{p}_1 + \vec{p}_2$ = எப்பொழுதும் மாறா வெக்டர் என்பதை அறியலாம்.

இங்கு $\vec{p}_1 + \vec{p}_2$ என்பது இரண்டு துகள்களின் மொத்த நேர்க்கோட்டு உந்தமாகும்.

$(\vec{p}_{tot} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2)$ இதை

அமைப்பின் மொத்த நேர்க்கோட்டு உந்தம் என்றும் அழைக்கலாம். இம்முடிவிலிருந்து மொத்த நேர்க்கோட்டு உந்த மாறா விதியை பின்வருமாறு வரையறை செய்யலாம்.

அமைப்பின் மீது எவ்வித வெளிப்புற விசையும் செயல்படாத நிலையில், அமைப்பின் மொத்த நேர்க்கோட்டு உந்தம் எப்பொழுதும் ஒரு மாறா வெக்டராகும். வேறு வகையில் கூறுவோமாயின் அமைப்பின் மொத்த நேர்க்கோட்டு உந்தம் நேரத்தைப் பொருத்து மாறாது.

இங்கு $\vec{p}_1$ மற்றும் $\vec{p}_2$ வில் ஏதேனும் மாற்றம் ஏற்பட்டாலும் அமைப்பின் மொத்த நேர்க்கோட்டு உந்தம் $\vec{p}_1 + \vec{p}_2$ மாறாது என்பதைப் புரிந்துகொள்ள வேண்டும். $\vec{F}_{12}$ மற்றும் $\vec{F}_{21}$ விசைகளை அமைப்பின் அகவிசைகள் என்று அழைக்கலாம். ஏனெனில் இவ்விசைகள் துகள்களுக்கிடையே மட்டும் செயல்படுகின்றன. துகளின் மீது எவ்வித வெளிப்புற விசையும் செயல்படாத நிலையில் அமைப்பின் மொத்த நேர்க்கோட்டு உந்தம் ஒரு மாறா வெக்டராகும்.

எடுத்துக்காட்டு 3.15

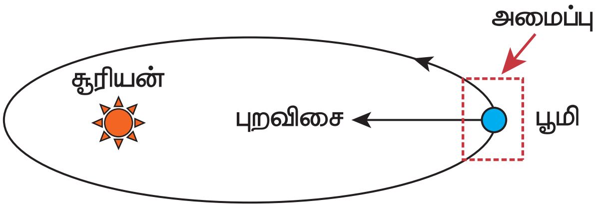
கீழ்க்கண்ட அமைப்புகளில் செயல்படும் அக மற்றும் புற விசைகளை காண்க.

a) புவியை மட்டும் தனியாகக் கொண்ட அமைப்பு
b) புவி மற்றும் சூரியன் இணைந்த அமைப்பு
c) நடக்கும் மனிதன் – என்ற அமைப்பு
d) நமது உடல் மற்றும் புவி இணைந்த அமைப்பு

தீர்வு

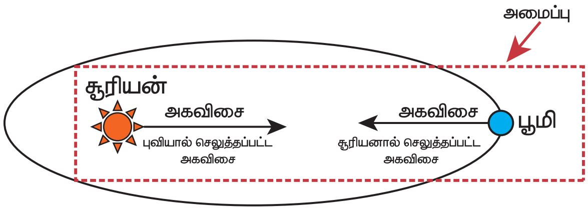
(a) புவி மட்டும் கொண்ட அமைப்பு

சூரியனின் ஈர்ப்பு விசையினால், புவி சூரியனைச் சுற்றிவருகிறது. புவியினைத் தனித்த அமைப்பு எனக்கருதினால், சூரியனின் ஈர்ப்பு விசையை புறவிசையாகக் கருதலாம். நிலவையும் நாம் கணக்கில் எடுத்துக்கொண்டால், நிலவும் புவியின் மீது ஒரு புறவிசையைச் செலுத்தும்.



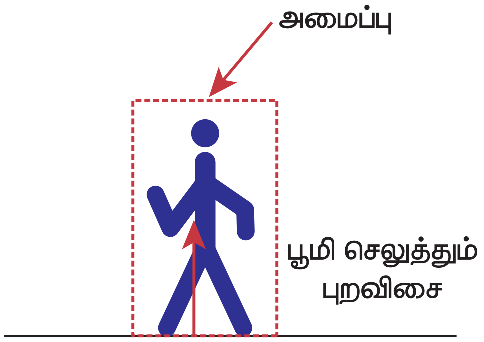
(b) புவி மற்றும் சூரியன் இணைந்த அமைப்பு

இந்நேர்வில், இரண்டு அக விசைகள் செயல் – எதிர்ச்செயல் விசை சோடியாக செயல்படுகின்றன. ஒன்று சூரியன் புவியின் மீது செலுத்தும் ஈர்ப்பு விசை, மற்றொன்று புவி சூரியனின் மீது செலுத்தும் ஈர்ப்புவிசை ஆகும்.



(c) நடக்கும் மனிதன் – என்ற அமைப்பு

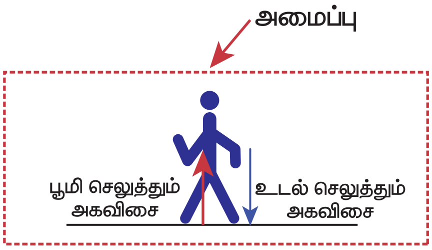
நடக்கும் போது, நாம் புவியின் மீது ஒரு விசையை செலுத்தும்அதே நேரத்தில்புவியும் இதற்குச்சமமான எதிர்விசை ஒன்றை நம்மீது செலுத்துகிறது. நமது உடலை மட்டும் ஒரு அமைப்பாகக் கருதினால் புவி நம்மீது செலுத்தும் எதிர்விசையை புறவிசை எனக்கருதலாம்.



நமது உடல் ஒரு தொகுதி

(d) **நமது உடல் மற்றும் புவி இணைந்த அமைப்பு**

இந்நிகழ்வில், இரண்டு அக விசைகள் அமைப்பில் உள்ளன. ஒன்று நாம் புவியின் மீது செலுத்தும் விசை, மற்றொன்று புவி நம்மீது செலுத்தும் சமமான எதிர்விசை.



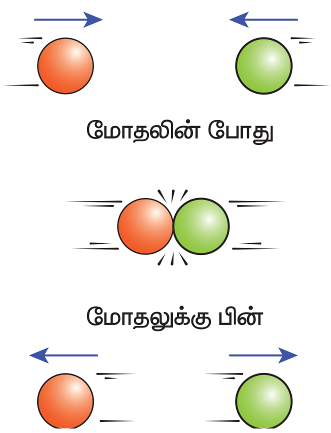
நமது உடல் மற்றும் புவி இணைந்த அமைப்பு

உந்த மாறா விதியின் பொருள்

1) உந்த மாறா விதி ஒரு வெக்டர் விதியாகும். இவ்விதி மொத்த நேர்க்கோட்டு உந்தத்தின் எண் மதிப்பு மற்றும் திசை மாறாதவை எனக்காட்டுகிறது. சில நேர்வுகளில் மொத்த நேர்க்கோட்டு உந்தம் சுழி மதிப்பையும் பெறலாம்.

2) பொருளொன்றின் இயக்கத்தினைப் பகுப்பாய்வு செய்யும்போது நியூட்டனின் இரண்டாம் விதி அல்லது நேர்க்கோட்டு உந்தமாறா விதியை நாம் பயன்படுத்தலாம். நியூட்டனின் இரண்டாவது விதியைப் பயன்படுத்த வேண்டுமானால் நாம் பொருளின் மீது செயல்படும் விசைகளைக் குறிப்பிட வேண்டும். நடைமுறைச் சூழலில் இது கடினமாகும். ஆனால் உந்த மாறா விதியில், இவ்வாறு விசைகளைச் சுட்டிக்காட்ட வேண்டிய அவசியமில்லை. எனவே உந்த மாறா விதி பயன்படுத்துவதற்கு எளிமையானது மற்றும் முக்கியத்துவம் வாய்ந்ததாகும்.

எடுத்துக்காட்டாக, இரண்டு பொருட்கள் ஒன்றுடன் ஒன்று மோதும் நிகழ்வில் அவ்விரண்டு பொருட்களும் ஒன்றின்மீது மற்றொன்று செலுத்தும் விசையைக் குறிப்பிடுவது சற்றே கடினமாகும். ஆனால் மோதலின்போது உந்த மாறா விதியை பயன்படுத்துவது எளிமையாகும்.



இரு துகள்களின் மோதல்

எடுத்துக்காட்டுகள்

(1) துப்பாக்கி சுடும் நிகழ்வு ஒன்றைக் கருதுக. இங்கு துப்பாக்கி மற்றும் குண்டு இரண்டும் சேர்ந்தது ஒரு அமைப்பு ஆகும். தொடக்கத்தில் துப்பாக்கி மற்றும் குண்டு இரண்டும் ஓய்வு நிலையில் உள்ளன எனவே அமைப்பின் மொத்த நேர்க்கோட்டு உந்தம் சுழியாகும். $\vec{p}_1$ என்பது குண்டின் உந்தமாகவும், $\vec{p}_2$ என்பது துப்பாக்கியின் உந்தமாகவும் கருதுக. இங்கு இரண்டும் ஓய்வு நிலையில் உள்ளன.

$$\vec{p}_1 = 0, \vec{p}_2 = 0.$$

சுடுவதற்கு முன் மொத்த உந்தம் சுழி $\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = 0$ நேர்க்கோட்டு உந்த அழிவின்மை விதிப்படி, துப்பாக்கி சுட்ட பின்பும் மொத்த நேர்க்கோட்டு உந்தம் சுழி மதிப்பைப் பெற வேண்டும்.

துப்பாக்கி சுடப்படும்போது, துப்பாக்கி முன்னோக்கிய திசையில் ஒரு விசையை குண்டின் மீது செலுத்தும். எனவே குண்டின் உந்தம் $\vec{p}_1$ லிருந்து $\vec{p}_1^{\,\prime}$ க்கு மாற்றமடையும். நேர்க்கோடு உந்த மாறா விதியின்

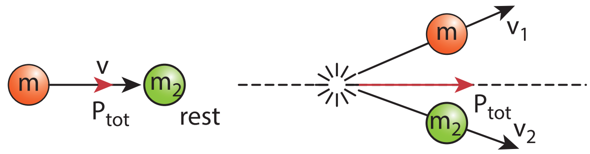
காரணமாக துப்பாக்கியின் உந்தமும் $\vec{p}_2$ விலிருந்து $\vec{p}_2^{\,'}$ மாற்றமடையும். உந்த மாறா விதிப்படி $\vec{p}_1' + \vec{p}_2' = 0$ இதிலிருந்து $\vec{p}_1' = -\vec{p}_2'$ என அறியலாம். எனவே துப்பாக்கியின் உந்தம் துப்பாக்கிக் குண்டின் உந்தத்திற்கு எதிர்திசையில் இருக்கும்.

இதன் காரணமாகத்தான் துப்பாக்கி சுடப்பட்டபின்பு, $\left(-\vec{p}_2^{\,'}\right)$ என்ற ஒரு உந்தத்துடன் பின்னோக்கி இயங்கும். இதற்கு 'பின்னியக்க உந்தம்' என்று பெயர். இந்த இயக்கம் உந்த மாறா விதிக்கு ஒரு எடுத்துக் காட்டு ஆகும்.

33VJ4G

(2) ஓய்வு நிலையிலுள்ள ஒரு பொருள், மற்றும் அதை நோக்கிய திசையில் இயங்கும் பொருள் ஆகிய இரண்டு பொருட்களைக் கருதுக. இவை இரண்டும் ஒன்றுடன் ஒன்று மோதி, மோதலுக்குப்பின் தன்னிச்சையான திசையில் செல்கின்றன.

இந்நிகழ்வில், மோதலுக்கு முன்பு அமைப்பின் மொத்த நேர்க்கோட்டு உந்தம், இயக்கத்திலுள்ள பொருட்களின் தொடக்க நேர்க்கோட்டு உந்தத்திற்குச் சமமாகும். நேர்க்கோட்டு உந்த மாறா விதிப்படி, மோதலுக்கு பின்பும் அமைப்பின் மொத்த நேர்க்கோட்டு உந்தம் முன்னோக்கிய திசையில் செயல்படும். பின்வரும் படம் இதனை விளக்குகிறது.



மோதலுக்கு முன் மோதலுக்குப் பின்

மோதலுக்கு முன்பு

பிரிவு 4.4 இல் இம்மோதல் பற்றிய விரிவான கணக்கீடுகள் வழங்கப்பட்டுள்ளன. இங்கு பின்வரும் கருத்தைப் புரிந்து கொள்வது பயனுள்ளதாக இருக்கும். மோதலுக்கு முன்பும், பின்பும் மொத்த உந்த வெக்டர் ஒரே திசையில் உள்ளது. இது மொத்த நேர்க்கோட்டு உந்தம் மோதலுக்கு முன்பும் பின்பும் ஒரு மாறிலி வெக்டர் என்பதை எளிமையாக விளக்குகின்றது.

மோதலின்போது ஒவ்வொரு பொருளும் மற்ற பொருளின் மீது ஒரு விசையைச் செலுத்தும். இவ்விரண்டு பொருட்களையும் ஒரு அமைப்பு எனக்கருதினால், இவ்விரண்டு விசைகளும் அகவிசைகளாகும். எனவே இந்த அகவிசைகள் மொத்த நேர்க்கோட்டு உந்தத்தை மாற்றாது.

3.5.1 கணத்தாக்கு

மிக அதிக விசை, மிகக்குறுகிய நேரத்திற்கு ஒரு பொருளின் மீது செயல்பட்டால் அவ்விசையை கணத்தாக்கு விசை அல்லது கணத்தாக்கு என்று அழைக்கலாம்.

F என்ற விசை, மிகக் குறுகிய நேர இடைவெளியில் (Δt) ஒரு பொருளின் மீது செயல்பட்டால் நியூட்டன் இரண்டாம் விதியின் எண் மதிப்பு வடிவில் இந்நிகழ்வினை பின்வருமாறு குறிப்பிடலாம்.

$$F dt = dp$$

தொடக்க நேரம் t_i மற்றும் இறுதி நேரம் t_f என்ற கால இடைவெளியில் இச்சமன்பாட்டை தொகையிட

$$\int_i^f dp = \int_{t_i}^{t_f} F\,dt$$

$$p_f - p_i = \int_{t_i}^{t_f} F\,dt$$

p_i என்பது t_i என்ற நேரத்தில் பொருளின் ஆரம்ப உந்தம்

p_f என்பது t_f என்ற நேரத்தில் பொருளின் இறுதி உந்தம்

$p_f - p_i = \Delta p$ என்பது $t_f - t_i = \Delta t$ என்ற நேர இடைவெளியில் பொருளில் ஏற்பட உந்த மாற்றமாகும்.

தொகையீடு $\int_{t_i}^{t_f} F\,dt = J$ என்பது கணத்தாக்கு எனப்படும். மேலும், இக்கணத்தாக்கு பொருளின் உந்த மாற்றத்திற்கு சமமாகும்.

கொடுக்கப்பட்ட நேர இடைவெளியில் விசை ஒரு மாறா மதிப்பைப் பெற்றிருப்பின்

$$\int_{t_i}^{t_f} F\,dt = F\int_{t_i}^{t_f} dt = F\left(t_f - t_i\right) = F\Delta t$$

$$F\Delta t = \Delta p \qquad (3.24)$$

சமன்பாடு (3.24) க்கு "கணத்தாக்கு – உந்தச் சமன்பாடு" என்று பெயர்

விசை ஒரு மாறா மதிப்பைப் பெற்றுள்ளபோது, கணத்தாக்கு $J = F\Delta t$ எனக் குறிப்பிடப்படுகிறது. மேலும், இது Δt என்ற நேர இடைவெளியில் பொருளில் ஏற்படும் உந்த மாற்றத்திற்கு (Δp) சமம் ஆகும்.

கணத்தாக்கு ஒரு வெக்டர் அளவாகும். இதன் அலகு $N\,s$

ஒரு சிறிய நேர இடைவெளியில் பொருளின்மீது செயல்படும் சராசரி விசையைப் பின்வருமாறு வரையறை செய்யலாம்.

$$F_{avg} = \frac{\Delta p}{\Delta t} \quad (3.25)$$

சமன்பாடு (3.25) லிருந்து, நேர இடைவெளி மிகக் குறுகியதாக இருப்பின், பொருளின்மீது செயல்படும் சராசரி விசை மிக அதிகமாக இருக்கும். பொருளின் உந்தம் எப்பொழுதெல்லாம் மிகவேகமாக மாற்றமடைகிறதோ, அப்பொழுதெல்லாம் சராசரி விசை மிக அதிகமாக இருக்கும்.

கணத்தாக்கை, சராசரி விசையின் அடிப்படையிலும் எழுதலாம். ஏனெனில் பொருளின் உந்த மாற்றம் Δp கணத்தாக்கு (J) க்கு சமமாகும். எனவே

$$J = F_{avg}\Delta t \quad (3.26)$$

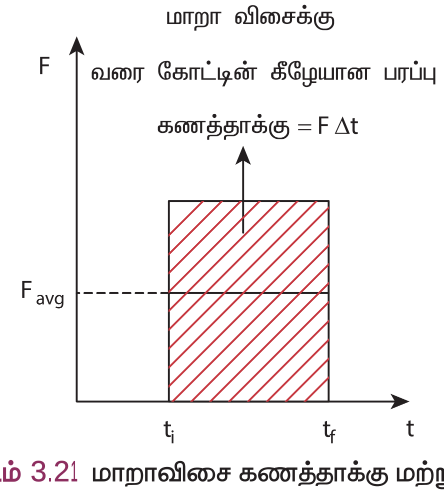
மாறா விசையினால் ஏற்படும் கணத்தாக்கு மற்றும் மாறும் விசையினால் ஏற்படும் கணத்தாக்கு ஆகியவற்றின் வரைபடம் படம் 3.21 இல் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது

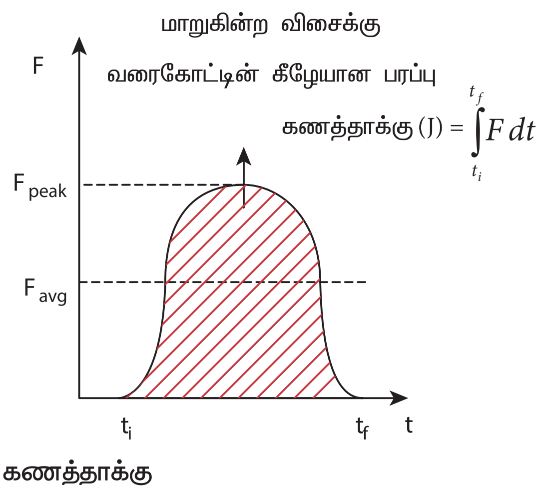
எடுத்துக்காட்டுகள்

1. கிரிக்கெட் வீரர், வேகமாகவரும் பந்தினை பிடிக்கும்போது அவரின் கரங்களை பந்து வரும் திசையிலேயே படிப்படியாக தாழ்த்துவதன் காரணம் என்ன?

   கிரிக்கெட் வீரர் பந்தைப்பிடித்த உடன் தன்னுடைய கரங்களை தாழ்த்தாமல் உடனடியாக நிறுத்தினால் பந்து உடனடியாக ஓய்வுநிலைக்கு வரும். அதாவது பந்தின் உந்தம் உடனடியாக சுழியாகிறது. இதனால் கரங்களின் மீது பந்து செலுத்தும் சராசரி விசை பெரும மதிப்பைப் பெறும். எனவே கிரிக்கெட் வீரரின் கரங்கள் வேகமாக தாக்கப்பட்டு அவர் அதிக வலியினை உணர்வார். இதனைத் தவிர்ப்பதற்காகத்தான் அவர் தன்னுடைய கரங்களை படிப்படியாக தாழ்த்துகிறார்.

2. வேகமாகச் செல்லும் கார் ஒன்று விபத்திற்குள்ளாகும்போது அதன் உந்தம்





படம் 3.21 மாறாவிசை கணத்தாக்கு மற்றும் மாறும் விசை கணத்தாக்கு

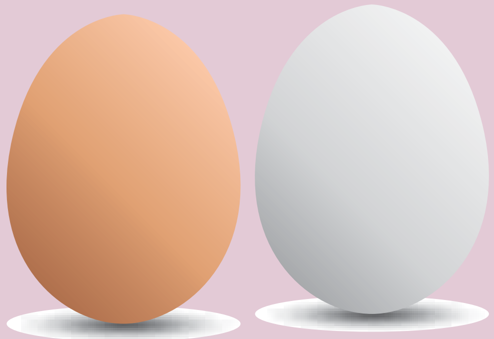
மிகக்குறைந்த நேரத்தில் மிக வேகமாகக் குறைகிறது. இது பயணிகளுக்கு பேராபத்தை விளைவிக்கும். ஏனெனில் பயணிகளின் மீது இவ்வுந்த மாற்றம் பெரும விசையினைச் செலுத்தும். மரணத்தை ஏற்படுத்தும் இந்த விளைவிலிருந்து பயணிகளைக் காக்க காற்றுப்பைகளுடன் கார்கள் தற்போது வடிவமைக்கப்படுகின்றன. இந்தக் காற்றுப்பைகள் பயணிகளின் உந்த மாற்றக் காலத்தை நீட்டித்து அவர்கள் பெரும் விசையைப்பெறுவதிலிருந்து தடுக்கிறது.

3. இரு சக்கர வாகனங்களில் பொருத்தப்பட்டுள்ள அதிர்வுத்தாங்கிகள் (Shock absorbers):

   கார்களில் உள்ள காற்றுப்பைகள் போன்றே இவையும் அதிர்வுதாங்கிகளாக செயலாற்றுகின்றன. மேடுபள்ளங்களில் வாகனம் செல்லும் போது ஒரு திடீர் விசையானது உடனடியாகவாகனத்தின்மீதுசெலுத்தப்படுகிறது. இவ்விசை பயணிகளை உடனடியாகத் தாக்காமல் அதன் தாக்குதல் நேரத்தை நீட்டிக்க அதிர்வுத்தாங்கிகள் பயன்படுகின்றன. எனவே பயணிகள் பெரும விசையை உணர்வதிலிருந்து தடுக்கப்படுகின்றனர். அதிர்வுத்தாங்கிகள் சரிவர இயங்காத வாகனங்களில் பயணம் செய்வது நமது உடலை பாதிக்கும்.

4. மணல் நிரப்பிய தரையில் குதிப்பதைவிட, கான்கிரீட் தரையில் குதிப்பது பேராபத்தை விளைவிக்கும். ஏனெனில், மணல் நிரப்பப்பட்ட தரை நமது உடல் ஓய்வு நிலையை அடையும் நேரத்தை நீடித்து உடல் பெரும விசையைப் பெறுவதிலிருந்து தடுக்கும். ஆனால் கான்கிரீட் தளத்தில் குதிக்கும் போது உடல் உடனடியாக ஓய்வு நிலைக்கு வந்து ஒரு பெரும விசையை உணரும். இது பேராபத்தை விளைவிக்கும்.

கணத்தாக்கு



முட்டை ஒன்று வீசி எறியப்படுகிறது அம்முட்டையை உடையாமல் உங்களால் பிடிக்க முடியுமா? எப்படி என்று விளக்குக.

எடுத்துக்காட்டு 3.16

15$m\ s^{-1}$ வேகத்தில் இயங்கும் 10 kg நிறையுடையபொருள் சுவர் மீது மோதி

அ) 0.03 s

ஆ) 10 s

ஆகிய நேர இடைவெளிகளில் ஓய்வுநிலையை அடைகிறது. இவ்விரண்டு நேர இடைவெளிகளிலும் பொருளின் கணத்தாக்கு மற்றும் பொருளின் மீது செயல்படும் சராசரி விசை ஆகியவற்றைக் காண்க.

தீர்வு

பொருளின் ஆரம்ப உந்தம்

$p_i = 10 \times 15 = 150\ kg\ m\ s^{-1}$

பொருளின் இறுதி உந்தம் $p_f = 0$

$$\Delta p = 150 - 0 = 150\ kg\ ms^{-1}$$

(அ) கணத்தாக்கு $J = \Delta p = 150\,N\,s.$ (நேர்வு அ)

(ஆ) கணத்தாக்கு $J = \Delta p = 150\,N\,s$ (நேர்வு ஆ)

(அ) சராசரி விசை $F_{avg} = \dfrac{\Delta p}{\Delta t} = \dfrac{150}{0.03} = 5000\,N$ (நேர்வு அ)

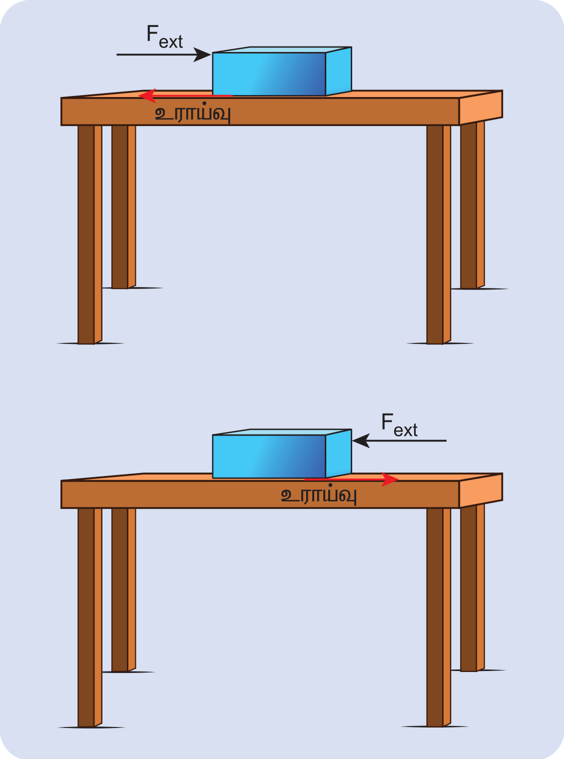
(ஆ) சராசரி விசை $F_{avg} = \frac{150}{10} = 15\,N$ (நேர்வு ஆ)

இரண்டு நேர்வுகளிலும் பொருளின் கணத்தாக்கு சமம். ஆனால் பொருளின் மீது செயல்படும சராசரி விசை வெவ்வேறானவை.

3.6 உராய்வு

3.6.1 அறிமுகம்

மேசை ஒன்றில் ஓய்வு நிலையிலுள்ள பொருளின் மீது இலேசான விசையைச் செலுத்தினால் அப்பொருள் இயங்காது. இதற்குக் காரணம், மேசையின்பரப்பு பொருள் நகர்வதைத் தடுக்கும் வகையில் அப்பொருளின் மீது செலுத்தும் எதிர்விசையாகும். இந்த எதிர்விசைக்கு உராய்வு விசை என்று பெயர். இவ்வுராய்வு விசையானது பொருள் மற்றும் பொருள் வைக்கப்பட்ட பரப்பு இவற்றிற்கிடையேயான சார்பியக்கத்தை (relative motion) எதிர்க்கும் வகையில் அமையும். பொருளின்மீது நாம் செலுத்தும் விசையின் அளவை



படம் 3.22 உராய்வு விசை

படிப்படியாக அதிகரிக்கும்போது ஒரு குறிப்பிட்ட விசைக்கு பொருள் நகரத் தொடங்கும்.

சார்பு இயக்கம்: பொருள் வைக்கப்பட்டுள்ள தளத்திற்கு இணையாக ஒரு விசையை பொருளின்மீது செலுத்தினால், அவ்விசை பொருள் வைக்கப்பட்டுள்ள தளத்தைப் பொருத்து பொருளை இயங்கவைக்க முயற்சிக்கலாம். இச்சார்பு இயக்கத்தை எதிர்க்கும் வகையில் பொருள் வைக்கப்பட்டுள்ள பரப்பு, நாம் செலுத்தும் விசைக்கு எதிர்த் திசையில் பொருளின் மீது உராய்வு விசையைச் செலுத்தும்.

உராய்வு விசை எப்பொழுதும் பொருள் வைக்கப்பட்டுள்ள பரப்புக்கு இணையாக அப்பொருளின் மீது செயல்படும்.

உராய்வு இரண்டு வகைப்படும். அவை

1. ஓய்வு நிலை உராய்வு (Static friction)
2. இயக்க நிலை உராய்வு (Kinetic friction)

3.6.2 ஓய்வு நிலை உராய்வு ($\vec{f}_s$)

ஓய்வுநிலை உராய்வு ஒரு பரப்பில் வைக்கப்பட்டுள்ள பொருள் நகரத் தொடங்குவதை எதிர்க்கும் வகையில் அமையும் விசையாகும். பரப்பு ஒன்றில் ஓய்வு நிலையிலுள்ள பொருளின் மீது இரண்டு விசைகள் செயல்படும். அவை கீழ்நோக்கிச் செயல்படும் புவியீர்ப்பு விசை மற்றும் மேல்நோக்கிச் செயல்படும் செங்குத்து விசை. பொருளின் மீது செயல்படும் இவ்விரண்டு விசைகளின் தொகுபயன் சுழியாகும். இதன் விளைவாக பொருள் ஓய்வுநிலையில் இருக்கும்.

பரப்பு ஒன்றில் ஓய்வு நிலையிலுள்ள பொருளின்மீது பரப்பிற்கு இணையாக வெளிப்புற விசை (F_{ext}) ஒன்று செயல்படும்போது, அப்பரப்பு இவ்வெளிப்புற விசைக்குச் சமமான எதிர் விசையை பொருளின் மீது செலுத்தி அதன் இயக்கத்தைத் தடுத்து அப்பொருளை ஓய்வு நிலையில் வைக்க முயற்சிக்கும். இதிலிருந்து வெளிப்புற விசையும், உராய்வு விசையும் ஒன்றுக்கொன்று சமம் மற்றும் எதிரெதிராக செயல்படும் என்பதை அறியலாம். எனவே பரப்புக்கு இணையாக எவ்வித இயக்கமும் ஏற்படாது.

ஆனால் பொருளின் மீது செலுத்தப்படும் வெளிப்புற விசையின் அளவை படிப்படியாக அதிகரிக்கும்போது, ஒரு குறிப்பிட்ட எல்லைக்குமேல்

பொருள் வைக்கப்பட்டுள்ள பரப்பு, பொருளின் மீது செலுத்தப்படும் வெளிப்புற விசையைச் சமன்செய்யும் அளவிற்கு எதிர் உராய்வு விசையைப் பொருளின்மீது செலுத்த இயலாது. எனவே பொருள் பரப்பின் மீது சறுக்கிச் செல்லத்தொடங்கும். இதுவே பொருள் வைக்கப்பட்டுள்ள பரப்பு பொருளின் மீது செலுத்தும் பெரும ஓய்வு நிலை உராய்வு விசை ஆகும். சோதனை ரீதியாக, இப் பெரும ஓய்வுநிலை உராய்வு விசையானது அனுபவத்தின் அடிப்படையில் (empirical formula) பெற்ற கீழ்க்காணும் கணிதத் தொடர்பைக் கொண்டிருக்கும்.

$$0 \le f_s \le \mu_s N \qquad (3.27)$$

இங்கு μ_s என்பது ஓய்வு நிலை உராய்வுக் குணகம் எனப்படும். இது ஒன்றை ஒன்று தொடும் இரு பரப்புகளின் தன்மையைச் சார்ந்திருக்கும். N என்பது பொருள் வைக்கப்பட்டுள்ள பரப்பு, பொருளின் மீது செலுத்தும் செங்குத்து விசையாகும். சில நேரங்களில் இச்செங்குத்து விசை mg க்கு சமமாகும். ஆனால் இது எப்பொழுதும் mg க்கு சமமாக இருக்க வேண்டிய அவசியமில்லை என்பதை நினைவில் கொள்ள வேண்டும்.

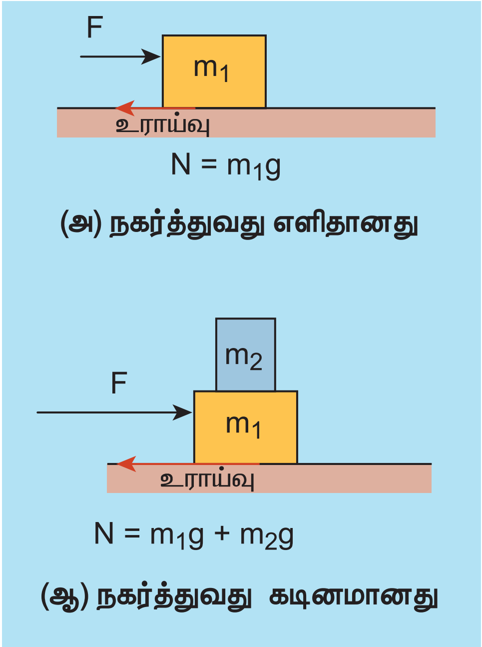
ஓய்வு நிலை உராய்வு விசை, சுழி முதல் μ_sN வரையிலான எந்த மதிப்பையும் பெற்றிருக்கலாம் என்பதைச் சமன்பாடு (3.27) நமக்கு உணர்த்துகிறது.

எவ்வித வெளிப்புற விசையும் செயல்படாதபோது, ஓய்வுநிலையிலுள்ள பொருள் மீது செயல்படும் ஓய்வு நிலை உராய்வு விசை f_s ன் மதிப்பு சுழியாகும் ($f_s = 0$)

ஓய்வுநிலையிலுள்ள பொருளின்மீது, அப்பொருள் வைக்கப்பட்டுள்ள பரப்பிற்கு இணையாக வெளிப்புற விசையொன்று செயல்படும்போது, பொருள் வைக்கப்பட்டுள்ள பரப்பு பொருளின் மீது செலுத்தும் ஓய்வு நிலை உராய்வு விசை, பொருளின்மீது செலுத்தப்படும் வெளிப்புற விசைக்குச் சமமாகும். ($f_s = F_{ext}$) இருப்பினும் f_s ன் மதிப்பு μ_sN ஐ விடக் குறைவாகத்தான் இருக்கும்.

பொருளானது, பரப்பின் மீது நகரத் தொடங்கும்போது, பொருளின்மீது செயல்படும் ஓய்வு நிலை உராய்வு விசை (f_s) பெரும மதிப்பை அடையும்.

ஓய்வு நிலை உராய்வு மற்றும் பிற்பகுதியில் நாம் கற்கவிருக்கும் இயக்க உராய்வு இவ்விரண்டும் பொருளின் மீது செலுத்தப்படும் செங்குத்து விசையைச் சார்ந்திருக்கும். பொருள், அப்பொருள் வைக்கப்பட்ட பரப்பை எவ்வளவு வலிமையாக அழுத்துகிறதோ அதற்கேற்ப பொருளின் மீது செயல்படும் செங்குத்து விசையும் அதிகரிக்கும். இதன்விளைவாகப் பொருளை நகர்த்துவது மேலும் கடினமாகும். இது படங்கள் 3.23 (அ) மற்றும் 3.23 (ஆ) ல் காட்டப்பட்டுள்ளது. மேலும் ஓய்வு நிலை உராய்வு விசை பொருள் மற்றும் பொருள் வைக்கப்பட்டுள்ள பரப்பு இவ்விரண்டும் தொட்டு கொண்டிருக்கும் பரப்பின் அளவைச் சார்ந்ததல்ல.



படம் 3.23 ஓய்வு நிலை உராய்வு விசை

எடுத்துக்காட்டு 3.17

2 kg நிறையுடைய பொருளொன்று தளம் ஒன்றில் ஓய்வுநிலையில் உள்ளது என்க. பொருள் மற்றும் தளத்திற்கிடையேயான ஓய்வு நிலை உராய்வுக் குணகம் μ_s = 0.8 எனில், அத்தளத்தின் மீது பொருளை நகர்த்துவதற்கு எவ்வளவு விசையைச் செலுத்த வேண்டும்.

தீர்வு

பொருள் ஓய்வு நிலையில் உள்ளதால், பொருளின் மீது செயல்படும் புவியீர்ப்பு விசை, அப்பொருள் வைக்கப்பட்டுள்ள தளமானது, பொருளின் மீது செலுத்தும் செங்குத்து விசையினால் சமன் செய்யப்படும்

$$N = mg$$

ஓய்வு நிலை உராய்வு விசையின் பெரும மதிப்பு $f_s^{max} = \mu_s N = \mu_s mg$

$$f_s^{max} = 0.8 \times 2 \times 9.8 = 15.68\,N$$

எனவே, பொருளைப் பரப்பின் மீது நகர்த்துவதற்குச் செலுத்த வேண்டிய புறவிசை, கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள பெரும ஓய்வு நிலை உராய்வு விசையை விட அதிகமாக இருக்கவேண்டும்

$$F_{ext} > 15.68\,N$$

எடுத்துக்காட்டு 3.18

50 kg நிறையுடைய பொருள் தளம் ஒன்றில் ஓய்வுநிலையில் உள்ளது. அப்பொருளினை நகர்த்த அதன் மீது 5 N விசை செலுத்தப்படுகிறது. எனினும் பொருள் நகரவில்லை. இந்நிலையில் பொருள் வைக்கப்பட்டுள்ள தளம், பொருளின் மீது செலுத்தும் உராய்வு விசையைக் கண்டுபிடி.

தீர்வு

பொருள் ஓய்வு நிலையில் உள்ளபோது, பொருளின் மீது செலுத்தப்படும் வெளிப்புற விசையும், பொருள் வைக்கப்பட்டுள்ள தளம் பொருளின்மீது செலுத்தும் உராய்வு விசையும் ஒன்றுக்கொன்று சமம் மற்றும் எதிரெதிராகச் செயல்படும்.

இவ்விரு விசைகளின் எண் மதிப்புகளும் சமமாகும்
$f_s = F_{ext}$

எனவே, பொருளின் மீது செயல்படும் ஓய்வு நிலை உராய்வு விசை

$$f_s = 5\,N.$$

உராய்வு விசையின் திசை, வெளிப்புற விசையின் திசைக்கு F_{ext} எதிர்த் திசையில் இருக்கும்.

எடுத்துக்காட்டு 3.19

7 kg மற்றும் 5 kg நிறையுடைய இரண்டு பொருட்கள் படத்தில் காட்டியுள்ளவாறு மேசையின் முனையில் பொருத்தப்பட்டுள்ள கப்பி ஒன்றின் வழியே செல்லும் மெல்லிய கயிற்றின் இரண்டு முனைகளில் இணைக்கப்பட்டுள்ளன. பொருளுக்கும், பொருள் வைக்கப்பட்டுள்ள பரப்புக்கும் இடையேயான ஓய்வு நிலை உராய்வுக் குணகத்தின் மதிப்பு 0.9 எனில் பரப்பின் மீது வைக்கப்பட்டிருக்கும் 7 kg நிறையுடைய m_1 என்ற பொருள் நகருமா? அவ்வாறு நகரவில்லை எனில் m_2 நிறையின் எம்மதிப்பிற்கு m_1 நிறை நகரத் துவங்கும்?

தீர்வு

படத்தில் காட்டியவாறு m_1 நிறையின் மீது நான்கு விசைகள் செயல்படுகின்றன

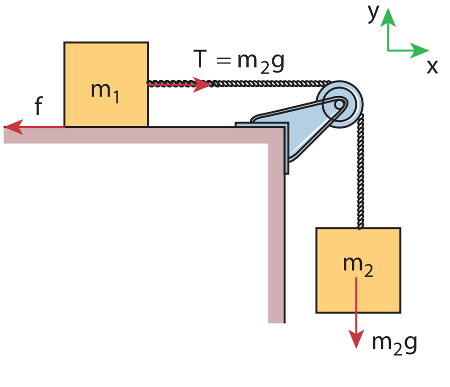
அ) எதிர்க்குறி y அச்சுத்திசையில் கீழ்நோக்கிச் செயல்படும் புவியீர்ப்பு விசை (m_1g)

ஆ) நேர்க்குறி y அச்சுத்திசையில் மேல் நோக்கிச் செயல்படும் செங்குத்து விசை (N)

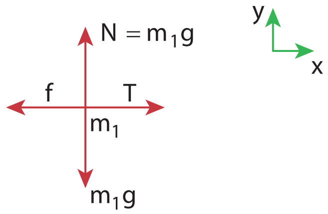
இ) m_2 நிறையினால் நேர்க்குறி x அச்சுத்திசையில் செயல்படும் இழுவிசை

ஈ) எதிர்க்குறி திசையில் x அச்சுத்திசையில் செயல்படும் உராய்வு விசை

இங்கு, நிறை m_1 எவ்விதமான செங்குத்து இயக்கத்தையும் மேற்கொள்ளவில்லை. எனவே, $m_1g = N$



நிறை m_1 - யின் தனித்த பொருள் விசைப்படம்



பரப்பின் மீது m_1 நிறை நகர்கிறதா எனக் கண்டறிய, m_1 நிறை வைக்கப்பட்டுள்ள பரப்பு, m_1 நிறையின்மீது செலுத்தும் பெரும ஓய்வுநிலை உராய்வினைக் காண வேண்டும். நிறை m_1 மீது செயல்படும் இழுவிசை, பெரும ஓய்வு நிலை உராய்வு விசையை விட அதிகமாகவோ இருப்பின் பொருள் நகரத்துவங்கும்.

$$f_s^{max} = \mu_s N = \mu_s m_1 g$$
$$f_s^{max} = 0.9X7X9.8 = 61.74\ N$$

இழுவிசை = $T = m_2 g = 5X9.8 = 49\ N$

$$T < f_s^{max}$$

நிறை m_1 மீது செயல்படும் இழுவிசை, ஓய்வு நிறை உராய்வை விடக் குறைவாக இருப்பதனால் நிறை m_1 பரப்பின் மீது நகராது.

m_1 நிறையை நகர்த்த $T > f_s^{max}$ இங்கு $T = m_2 g$

$$m_2 = \frac{\mu_s m_1 g}{g} = \mu_s m_1$$
$$m_2 = 0.9X7 = 6.3\ kg$$

நிறை m_2 மதிப்பு 6.3 kg விட அதிகம் எனில், நிறை m_1 பரப்பின் மீது நகரத் தொடங்கும்.

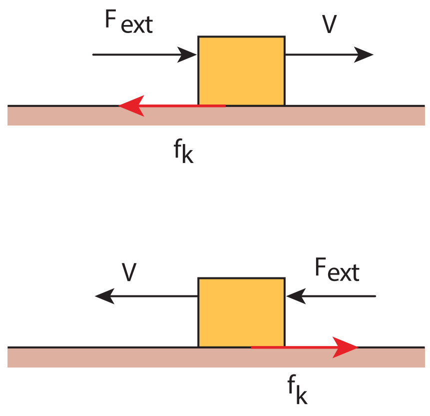
பரப்பில் எவ்வித உராய்வும் இல்லை எனில் அதாவது வழுவழுப்பான பரப்பு எனில், நிறை m_2 வின் எந்தவொரு மதிப்பிற்கும் நிறை m_1 பரப்பின் மீது நகர்ந்து செல்லும் என்பதை இங்கு நினைவில் கொள்ள வேண்டும்.

சோடிப்பொருட்களின் பரப்புகளுக்கிடையேயான ஓய்வு நிலை உராய்வுக் குணகத்தின் மதிப்பு, அட்டவணை 3.1 இல் காட்டப்பட்டுள்ளது பனிக்கட்டித் துண்டுகளுக்கிடையேயான ஓய்வு நிலை உராய்வுக் குணகம் மிகக்குறைந்த மதிப்பைப் பெற்றுள்ளதை இங்கு கவனிக்கவும். ஒரு பனிக்கட்டித்துண்டை மற்றொரு பனிக்கட்டித் துண்டின்மீது எளிதாக நகர்த்த முடியும் என்பதை இது சுட்டிக்காட்டுகிறது.

3.6.3 இயக்க உராய்வு (Kinetic fricton)

பொருளின்மீது செலுத்தப்படும் புறவிசை, ஓய்வு நிலை உராய்வு விசையின் பெரும மதிப்பைவிட அதிகமாக இருக்கும்போது, பொருள் பரப்பின் மீது நகர்ந்து செல்லத் துவங்கும். அவ்வாறு நகர்ந்து செல்லும் பொருளின் மீது, பொருள் நகர்ந்து செல்லும் பரப்பு ஒரு உராய்வு விசையைச் செலுத்தும், அவ்வுராய்வு விசையே இயக்கநிலை உராய்வு எனப்படும்.

இவ்வியக்க உராய்வு, சறுக்கு உராய்வு என்றும் அழைக்கப்படும். பொருளொன்றை சீரான திசைவேகத்தில் இயக்க, அப்பொருளின் மீது செயல்படும் இயக்க உராய்வின் எண்மதிப்பிற்குச் சமமாகவும் அதற்கு எதிர்த்திசையிலும் ஒரு விசையினைப் பொருளின்மீது செலுத்த வேண்டும்.



படம் 3.24 இயக்க உராய்வு

இயக்க உராய்வின் எண்மதிப்பு கீழ்க்காணும் சமன்பாட்டின்படி அமைய வேண்டும் என்று சோதனைகளின் அடிப்படையில் கண்டறியப்பட்டுள்ளது.

அட்டவணை 3.1 சோடிப் பொருள்களுக்கிடையேயான ஓய்வுநிலை உராய்வுக் குணகம்

சோடிப் பொருள்கள்	ஓய்வுநிலை உராய்வுக் குணகம்
கண்ணாடி மற்றும் கண்ணாடி	1.0
பனிக்கட்டி மற்றும் பனிக்கட்டி	0.10
எ∴கு மற்றும் எ∴கு	0.75
மரக்கட்டை மற்றும் மரக்கட்டை	0.35
இரப்பர் டயர் மற்றும் கான்கீரிட் சாலை	1.0
இரப்பர் டயர் மற்றும் ஈரமான சாலை	0.7

$$f_k = \mu_k N \qquad (3.28)$$

இங்கு μ_k என்பது இயக்க உராய்வுக் குணகம் மற்றும் N என்பது பொருள் நகர்ந்து செல்லும் பரப்பு பொருளின் மீது செலுத்தும் செங்குத்துவிசை.

மேலும் $\mu_k < \mu_s$

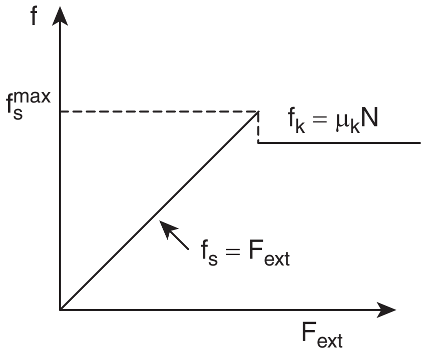
இதிலிருந்து நாம் அறிந்து கொள்வது என்னவெனில் இயங்கும் பொருள் ஒன்றைத் தொடர்ந்து இயங்கவைப்பதைவிட, அப்பொருளின் இயக்கத்தைத் தொடங்குவது கடினமாகும்.

ஓய்வு நிலை உராய்வு மற்றும் இயக்கநிலை உராய்வு ஆகியவற்றின் சிறப்புக்கூறுகள் அட்டவணை 3.2 இல் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

அட்டவணை 3.2 ஓய்வுநிலை உராய்வு மற்றும் இயக்க உராய்வின் சிறப்புக் கூறுகள்

ஓய்வு நிலை உராய்வு	இயக்க உராய்வு
பொருள் நகரத்தொடங்குவதை எதிர்க்கும்	பொருள் நகரும் பரப்பைப் பொருத்து பொருளின் சார்பியக்கத்தை எதிர்க்கும்.
தொடும் பரப்பின் அளவினைச் சார்ந்ததில்லை	தொடும் பரப்பின் அளவினைச் சார்ந்ததில்லை
கொடுக்கப்படும் விசையின் எண் மதிப்பைச் சார்ந்தது	விசையின் எண் மதிப்பைச் சார்ந்ததில்லை
ஓய்வு நிலை உராய்வுக் குணகம் μ_s ஒன்றை ஒன்று தொடும் பரப்பு பொருட்களின் தன்மையை (Nature of materials) சார்ந்திருக்கும்.	இயக்க உராய்வுக் குணகம் μ_k ஒன்றை ஒன்று தொடும் பரப்புகளின் தன்மை மற்றும் பரப்புகளின் வெப்பநிலை ஆகியவற்றைச் சார்ந்திருக்கும்.
சுழியிலிருந்து $\mu_s N$ வரை உள்ள எந்த ஒரு மதிப்பினையும் பெற்றிருக்கும்.	இது எப்பொழுதும் சுழி மதிப்பினைப் பெறாது. மேலும் பொருள் எந்த வேகத்தில் இயங்கினாலும் இதன்மதிப்பு எப்பொதும் μ_k க்குச் சமமாகும். (பொருளின் வேகம் $10 ms^{-1}$ ஐவிட குறைவாக உள்ளபோது இது பொருந்தும் என்பதை நினைவில் கொள்ளவும்).
$f_s^{max} > f_k$ ஓய்வுநிலை உராய்வு விசையின் பெரும மதிப்பு அதிகமாக இருக்கும்.	இயக்கநிலை உராய்வு விசை குறைவாக இருக்கும்.
$\mu_s > \mu_k$ ஓய்வுநிலை உராய்வுக் குணகம் அதிகமான மதிப்பைப் பெற்றிருக்கும்.	இயக்கநிலை உராய்வுக் குணகம், குறைவான மதிப்பைப் பெற்றிருக்கும்.

பொருளின் மீது செலுத்தப்படும் புறவிசையினைப் பொருத்து ஏற்படும் ஓய்வு நிலை உராய்வுவிசை மற்றும் இயக்கநிலை உராய்வு விசையின் மாறுபாடு வரைபடம் 3.25 இல் காட்டப்பட்டுள்ளது.



படம் 3.25 புறவிசையினைப் பொருத்து ஓய்வு நிலை உராய்வு விசை மற்றும் இயக்க உராய்வு விசையில் ஏற்படும் மாறுபாடு

படம் 3.25 லிருந்து, ஓய்வு நிலை உராய்வு விசையானது, ஒரு பெரும மதிப்பை அடையும்வரை, வெளிப்புறத்திலிருந்து பொருளின் மீது செலுத்தப்படும் புறவிசையோடு நேர்க்கோட்டுத் தொடர்பில் அதிகரிக்கும். பொருள் இயங்கத் தொடங்கும்போது இயக்கநிலை உராய்வு விசை ஓய்வு நிலை உராய்வு விசையின் பெரும மதிப்பைவிடச் சற்றே குறைவான மதிப்பைப் பெறும். மேலும் இயக்க உராய்வு விசை ஒரு மாறா மதிப்பைப் பெற்றிருப்பதுடன் அது பொருளின் மீது செலுத்தப்படும் வெளிப்புற விசையைச் சார்ந்ததல்ல என்பதை நினைவில் கொள்ளவும்.

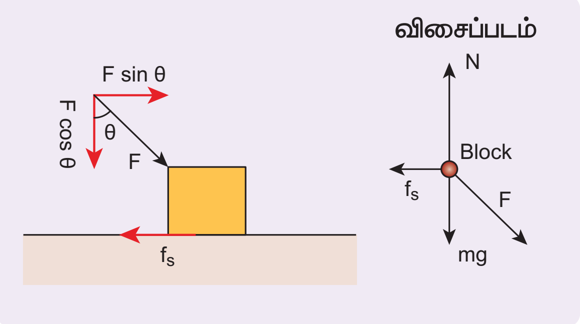
குறிப்பு

ஓய்வு நிலை உராய்வு விசை $f_s = \mu_s N$ ஆனது ஒரு வெக்டர் தொடர்பு அல்ல. ஏனெனில் செங்குத்துவிசை N மற்றும் ஓய்வு நிலை உராய்வு விசை f_s இரண்டும் ஒரேதிசையில் செயல்படாது. மேலும், f_s ன் மதிப்பு செங்குத்து விசையின் μ_s மடங்காக இருப்பினும் இவை இரண்டும் ஒரேதிசையில் செயல்படாது. இக்கருத்து இயக்கநிலை உராய்வு விசை தொடர்பிற்கும் பொருந்தும்.

3.6.4 பொருள் ஒன்றினை நகர்த்த எளிமையான முறை எது? அப்பொருளைத் தள்ளுவதா? அல்லது இழுப்பதா?

பொருள் ஒன்றை சுழி முதல் $\frac{\pi}{2}$ வரையிலான ஒரு குறிப்பிட்ட கோணத்தில் தள்ளும்போது, பொருளின் மீது செலுத்தப்படும் புறவிசையை F பரப்பிற்கு இணையாக F sinθ என்றும் பரப்பிற்குச் செங்குத்தாக F cosθ என்றும் இரு கூறுகளாகப் பிரிக்கலாம். இது படம் 3.26 இல் காட்டப்பட்டுள்ளது. பொருளின் மீது செயல்படும் கீழ்நோக்கிய மொத்த விசை mg+Fcosθ *இது பொருள் மீது செயல்படும் செங்குத்து விசை அதிகரிக்கும் என்பதைக் காட்டுகிறது. இங்கு செங்குத்துத் திசையில் எவ்விதமான முடுக்கமும் இல்லை. எனவே, பொருளின் மீது செயல்படும் செங்குத்துவிசை*

$$N_{push} = mg + F\cos\theta \qquad (3.29)$$



படம் 3.26 பொருளொன்றை θ கோணத்தில் தள்ளுதல்

இதன் விளைவாக ஓய்வு நிலை உராய்வின் பெரும மதிப்பும் பின்வரும் சமன்பாட்டின்படி அதிகரிக்கும்

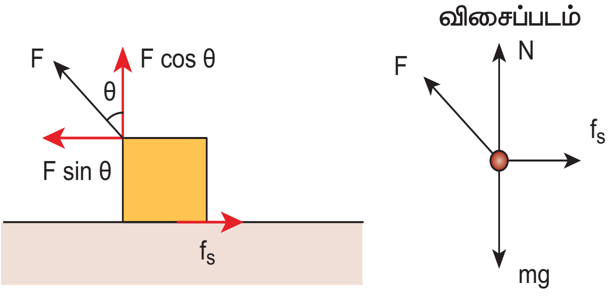
$$f_s^{max} = \mu_s N_{push} = \mu_s\left(mg + F\cos\theta\right) \qquad (3.30)$$

சமன்பாடு (3.30) லிருந்து பொருளைத் தள்ளுவதன் மூலம் நகர்த்துவதற்கு அதிக விசை தேவைப்படும் என்பது புலனாகிறது.

பொருளொன்றை θ கோணத்தில் இழுக்கும்போது, பொருளின் மீது நாம் செலுத்தும் விசையினை படம் 3.27 இல் காட்டியுள்ளபடி இரு கூறுகளாகப் பிரிக்கலம்.

பொருளின் மீதான மொத்த கீழ்நோக்கு விசை

$$N_{pull} = mg - F\cos\theta \qquad (3.31)$$



படம் 3.27 பொருளொன்றை θ கோணத்தில் இழுத்தல்

சமன்பாடு 3.31 லிருந்து பொருள் மீது செயல்படும் செங்குத்து விசை N_{pull} இன் மதிப்பு N_{push} இன் மதிப்பை விட குறைவே என்பதை அறியலாம். எனவே 3.29 மற்றும் 3.31 ஆகியவற்றிலிருந்து ஒரு பொருளை நகர்த்துவதற்குத் தள்ளுவதை விட இழுப்பதே எளிய வழி என்பது புரிகிறது.

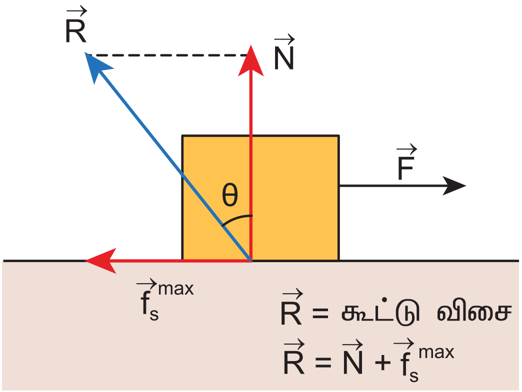
3.6.5 உராய்வுக் கோணம்

செங்குத்து எதிர் விசை மற்றும் பெரும உராய்வு விசை (f_s^{max}) ஆகிய இரண்டின் தொகுபயனுக்கும் (R) செங்குத்து எதிர்விசை (N) க்கும் இடையேயான கோணம் உராய்வுக் கோணம் எனப்படுகிறது.

படம் 3.28 லிருந்து தொகுபயன் விசை

$$R = \sqrt{\left(f_s^{max}\right)^2 + N^2}$$

$$\tan\theta = \frac{f_s^{max}}{N} \qquad (3.32)$$



படம் 3.28 உராய்வுக் கோணம்

உராய்வுத் தொடர்புகளிலிருந்து $f_s^{max} = \mu_s$ N ஆக இருக்கும்போது பொருள் சறுக்கத் துவங்கும் அதனை கீழ்க்காணுமாறும் எழுதலாம்.

$$\frac{f_s^{பெருமம்}}{N} = \mu_s \qquad (3.33)$$

சமன்பாடு (3.32) மற்றும் (3.33) ஆகியவற்றிலிருந்து ஓய்வுநிலை உராய்விற்கான குணகம்

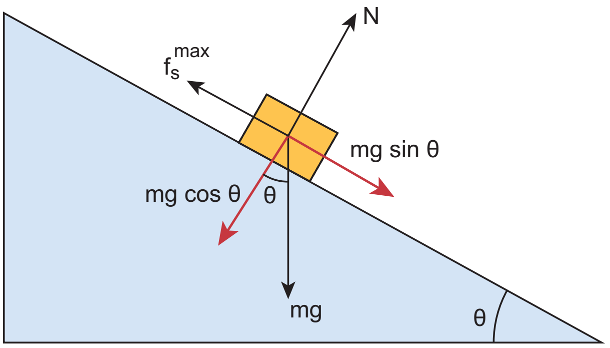
$$\mu_s = tan\theta \qquad (3.34)$$

ஓய்வுநிலை உராய்விற்கான குணகம் உராய்வுக் கோணத்தின் டான்ஜென்ட் (tanθ) மதிப்பிற்குச் சமமாக இருக்கும்.

345F64

3.6.6 சறுக்குக்கோணம் (Angle of repose)

படம் 3.29 இல் காட்டியவாறு பொருளொன்று சாய்தளப்பரப்பில் வைக்கப்பட்டுள்ளது. இச்சாய்தளப்பரப்பு கிடைத்தளத்துடன் θ கோணத்தில் உள்ளது. θ வின் சிறிய மதிப்புகளுக்கு சாய்தளத்தில் வைக்கப்பட்டுள்ள பொருள் நகராது. θ வின் மதிப்பை படிப்படியாக உயத்ததும் போது, ஒரு குறிப்பிட்ட மதிப்பிற்கு, சாய்தளத்தில் வைக்கப்பட்டுள்ள பொருள் நகரத் தொடங்கும். அக்குறிப்பிட்ட கோணமே சறுக்குக்கோணம் எனப்படும். சாய்தளத்தில் வைக்கப்பட்டுள்ள பொருள், கிடைத்தளப் பரப்புடன் சாய்தளம் ஏற்படுத்தும் எக்கோணத்தில் நகரத் தொடங்குகிறதோ, அக்கோணமே, சறுக்குக்கோணம் எனப்படும்.



படம் 3.29 சறுக்கு கோணம்

பொருளின்மீது செயல்படும் பல்வேறு விசைகளைக் கருதுக. புவியீர்ப்புவிசை *mg* ஐ இரு கூறுகளாகப் பிரிக்கலாம். சாய்தளப்பரப்பிற்கு இணையான கூறு *mg* sinθ மற்றும் சாய்தளப்பரப்பிற்கு எதிர் செங்குத்தான கூறு *mg* cosθ ஆகும்.

சாய்தளப்பரப்பிற்கு இணையாகச் செயல்படும் புவியீர்ப்பு விசையின் கூறு (*mg* sinθ) பொருளை கீழ்நோக்கி நகர்த்த முயற்சிக்கும். சாய்தளப்பரப்பிற்கு செங்குத்தாகச் செயல்படும் புவியீர்ப்பு விசையின் கூறு (*mg* cosθ), செங்குத்து விசை (N) ஐ சமன் செய்யும்

எனவே $N = mg\cos\theta$

பொருள் நகரத் தொடங்கும் போது, ஓய்வுநிலை உராய்வு விசை

$$f_s = f_s^{max} = \mu_s\, mg\cos\theta \qquad (3.35)$$

இந்த ஓய்வுநிலை உராய்வின் பெருமமதிப்பு, பின்வரும் சமன்பாட்டையும் நிறைவு செய்யும்.

$$f_s^{max} = mg\, sin\theta \qquad (3.36)$$

சமன்பாடு(3.36) ஐ (3.35) ஆல்வகுக்கக்கிடைப்பது,

$$\mu_s = sin\theta \,/\, cos\theta = tan\theta$$

மேலும் உராய்வுக்கோணவரையறையிலிருந்து

$$\tan\theta = \mu_s \qquad (3.37)$$

இங்குθ என்பது உராய்வு கோணமாகும்.

எனவே, சறுக்குக்கோணமும் உராய்வுக் கோணமும் ஒன்றுக்கொன்று சமமாகும். ஆனால் இவற்றிற்கிடையேயான வேறுபாடு என்னவெனில், சறுக்குக்கோணத்தை சாய்தளப்பரப்பில் மட்டுமே பயன்படுத்தமுடியும்.ஆனால்உராய்வுக்கோணத்தை எத்தகைய பரப்பிலும் பயன்படுத்தலாம்.

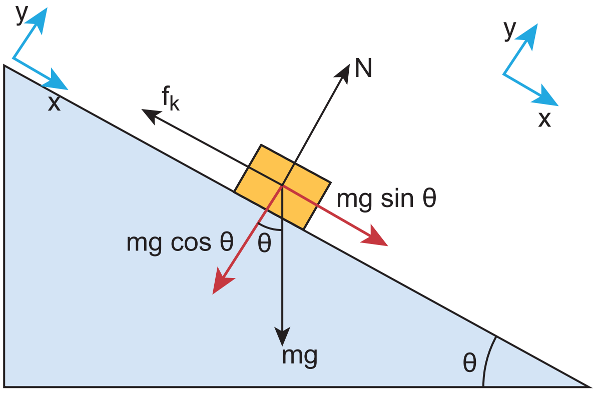
எடுத்துக்காட்டு3.20

கிடைத்தளத்துடன் $60°$ கோணத்தில் சாய்ந்துள்ள, சாய்தளத்தின்மீது m நிறையுள்ள பொருளொன்று வைக்கப்பட்டுள்ளது. அப்பொருள் $\frac{g}{2}$ என்ற முடுக்கத்துடன் கீழ்நோக்கிச் சறுக்கி சென்றால் அப்பொருளின் இயக்க உராய்வு குணகத்தைக் காண்க.

தீர்வு

பொருள் சாய்தளத்தில் சறுக்கிச் செல்லும்போது இயக்க உராய்வு ஏற்படுகிறது.

பொருளின்மீது கீழ்க்கண்ட விசைகள் செயல்படுகின்றன அவை தளத்திற்கு செங்குத்தாக செயல்படும். செங்குத்து விசை, கீழ்நோக்கிச் செயல்படும் புவியீர்ப்புவிசை மற்றும் தளத்திற்கு இணையாகச் செயல்படும் இயக்க உராய்வு விசை



x அச்சுத்திசையில்

$$mg\sin\theta - f_k = \mathrm{ma}$$

ஆனால் $a = g/2$

$$mg\sin 60° - f_k = \mathrm{mg}/2$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2}\mathrm{mg} - f_k = \mathrm{mg}/2$$

$$f_k = mg\left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}\right)$$

$$f_K = \left(\frac{\sqrt{3}-1}{2}\right)\mathrm{mg}$$

y– அச்சுத்திசையில் எவ்வித இயக்கமும் இல்லை. எனவே செங்குத்து விசை (N), mg cosθ என்ற கூறினால் சமன் செய்யப்படுகிறது.

$$\mathrm{mg}\cos\theta = \mathrm{N} = \mathrm{mg}/2$$

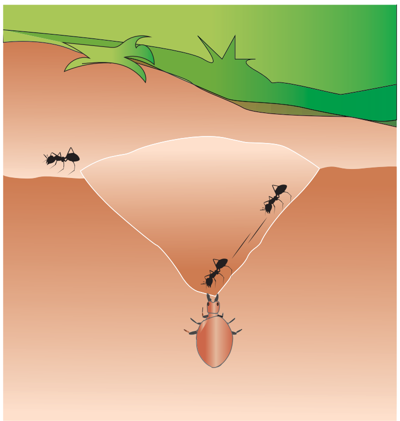
$$f_K = \mu_K \mathrm{N} = \mu_K \mathrm{mg}/2$$

$$\mu_K = \frac{\left(\frac{\sqrt{3}-1}{2}\right)mg}{\frac{mg}{2}}$$

$$\mu_K = \sqrt{3} - 1$$

3.6.7 சறுக்குக் கோணத்தின் பயன்கள்:

1) எறும்புகளை உணவாகக் கொள்ளும் குள்ளாம்பூச்சி (Antlion) எனப்படும் ஒரு வகைப் பூச்சியினம், மணற் பரப்பில் சிறு சிறு குழிகளை ஏற்படுத்தியிருக்கும். அக்குழிக்குள் செல்லும் எறும்பு போன்றவை குழிக்குள் சறுக்கி விழும். அவற்றால் தப்பிச் செல்ல முடியாது. குழியின் அடியில் காத்திருக்கும் குள்ளாம்பூச்சி, எறும்பினை உட்கொள்ளும். குழிகளின் சாய்கோணம் சறுக்குக் கோணத்திற்குச் சமமாக இருக்கும்படி குழிகள் உருவாக்கப்பட்டிருப்பதை படம் 3.30 இல் காணலாம்.



படம் 3.30 குள்ளாம் பூச்சிகளினால் (antlions) உருவாக்கப்பட்டிருக்கும் மணற்குழிகள்

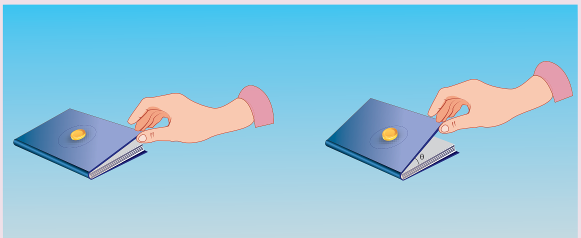
2) குழந்தைகள் ஆர்வமுடன் விளையாடும் சறுக்குமர விளையாட்டு படம் 3.31 இல் காட்டப்பட்டுள்ளது. சறுக்கு மரத்தின் சாய்கோணம், அதன் சறுக்குக் கோணத்தை விட அதிகமாக உள்ளபோது சறுக்கி விளையாடுவது சுலபமாகும். அதே நேரத்தில் சறுக்குக்கோணம் மிகவும் அதிகமாக இருந்தால், சறுக்கி விளையாடும் குழந்தை மிக அதிக வேகத்துடன் அடிப்பரப்பை அடையும் இது குழந்தைகளுக்கு உடல் வலியை ஏற்படுத்திவிடும்.

படம் 3.31 சறுக்குமரம்

செய்து கற்க

உராய்வுக் குணகத்தை அளவிடல்

கெட்டியான அட்டையிலான நோட்டுப் புத்தகம் ஒன்றை எடுத்துக் கொள்ளவும். ஒரு நாணயத்தை அதன் அட்டையின்மீது வைக்கவும். படத்தில் உள்ளவாறு அட்டை கிடைத்தளத்துடன் ஏற்படுத்தும் சாய்கோணத்தை படிப்படியாக உயர்த்தவும். சாய்கோணம் சறுக்குக் கோணத்திற்கு சமமாகும்போது, புவியீர்ப்பு விசையின் கிடைத்தளக் கூறு $(mg \sin\theta)$ உராய்வுவிசையை சமன்செய்து விடும். எனவே நாணயம் நழுவிச் செல்லத் தொடங்கும். இந்நிலையில் சாய்கோணத்தை அளவிட்டு அதன் டேன்ஜண்ட் $(\tan\theta)$ மதிப்பினை கண்டறிந்தால் அம்மதிப்பு அட்டைப் பரப்பு மற்றும் நாணயம் இவற்றிற்கிடையேயான ஓய்வுநிலை உராய்வுக் குணகத்தைக் கொடுக்கும். இதே சோதனையை பல்வேறு பொருட்களுக்கு அதாவது அழிக்கும் இரப்பர் போன்ற பொருட்களுக்கு செய்து பார்த்து ஒவ்வொரு நேர்விலும் எவ்வாறு ஓய்வுநிலை உராய்வுக் குணகம் வேறுபடுகிறது என்பதை அட்டவணைப்படுத்தவும்.



குறிப்பு

பொருள் சறுக்கிச் செல்லத் தொடங்கும் புள்ளியில், $\tan\theta_s = \mu_s$ இயக்க உராய்வுக் குணகத்தைக் கண்டறிய, பொருள் நழுவிச் செல்லத் தொடங்கிய பின்னர், படிப்படியாக சாய்கோணத்தை குறைக்கலாம், எக்கோணத்திற்கு நாணயம், அழிப்பான் போன்ற பொருட்கள் மாறா திசைவேகத்தில் செல்கிறதோ, அக்கோணத்தின் டேன்ஜண்ட் மதிப்பு இயக்கஉராய்வுக் குணகத்தைக் கொடுக்கும்.

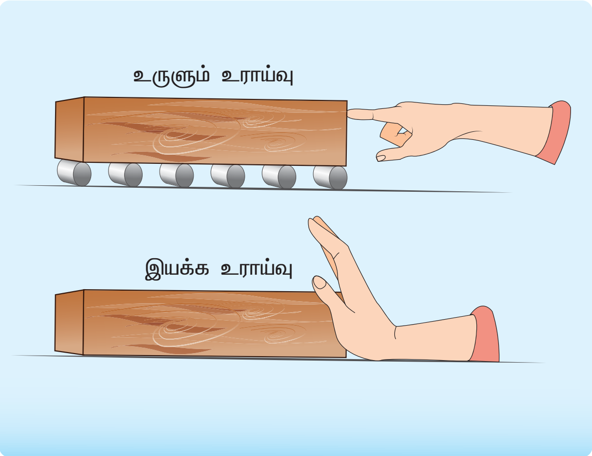
இயக்கஉராய்வு விசையை பின்வரும் சமன்பாட்டிலிருந்த கணக்கிடலாம். $\mu_k = \tan\theta_k$

மேற்கண்ட ஆய்விலிருந்து $\theta_k < \theta_s$ என்பதை அறியலாம்.

3.6.8 உருளும் உராய்வு (Rolling friction)

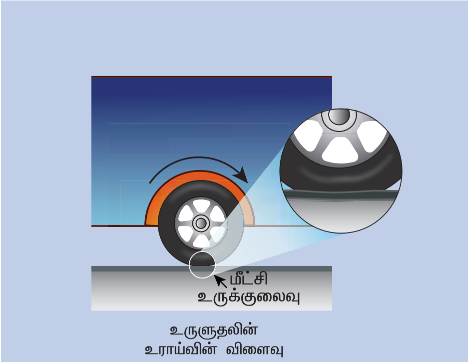
மனித நாகரிக வளர்ச்சியில், சக்கரத்தின் பங்கு மகத்தானது. பயணப் பெட்டிகளின் (Suitcases) அடியில் சக்கரங்களைப் பொருத்தி அவற்றை சுமந்து செல்லாமல் இழுத்துச் செல்வதை (Rolling Suitcase) நாம் அன்றாட வாழ்வில் பார்க்கிறோம். பொருளொன்று பரப்பில் இயங்குகிறது எனில் அடிப்படையில் அப்பொருள் பரப்பில் சறுக்கிச் செல்கிறது. ஆனால் சக்கரங்கள் உருளுவதன் மூலம் பரப்பில் இயங்குகின்றன.

சக்கரம் பரப்பில் இயங்கும்போது, சக்கரத்தின் எப்புள்ளி பரப்பைத் தொடுகிறதோ, அப்புள்ளி எப்பொழுதும் ஓய்வுநிலையில் இருக்கும். அதாவது, சக்கரத்திற்கும், பரப்பிற்கும் இடையே எவ்விதமான சார்பியக்கமும் இல்லை. எனவே உராய்வு விசையும் மிகக்குறைவு. அதே நேரத்தில் பொருளொன்று பரப்பின்மீது சக்கரங்கள் இன்றி செல்லும்போது, பொருளுக்கும் பரப்பிற்கும் இடையே ஒரு சார்பியக்கம் ஏற்படுகிறது. இதன் விளைவாக அதிக உராய்வு விசை ஏற்படுகிறது. இதனால் பொருளினை நகர்த்துவது கடினமாகும். படம் 3.32 உருளுதலின் உராய்விற்கும், இயக்க உராய்விற்கும் உள்ள வேறுபாட்டைச் சுட்டிக் காட்டுகிறது.



படம் 3.32 உருளுதலின் உராய்வு மற்றும் இயக்க உராய்வு

சறுக்கலற்ற உருளும் இயக்கத்தில் பரப்பினைத் தொடும்புள்ளி ஓய்வுநிலையில் இருப்பது இலட்சிய நிலையில் மட்டுமே சாத்தியமாகும். ஆனால் நடைமுறையில் அவ்வாறு இருப்பதில்லை. பொருட்களின் நெகிழ்வுத் தன்மை (elastic) காரணமாக தரையைத் தொடும்புள்ளி சற்றே தரையில் அழுத்தி மிகக்குறைவான உராய்வினை ஏற்படுத்துகிறது. இது படம் 3.33 இல் காட்டப்பட்டுள்ளது. எனவே வாகனத்தின் சக்கரத்திற்கும், சாலையின் பரப்பிற்குமிடையே உராய்வுவிசை ஏற்படுகிறது. இவ்வுராய்வு, இயக்க உராய்வை விட மிகவும் வலிமை குறைந்தது ஆகும்.



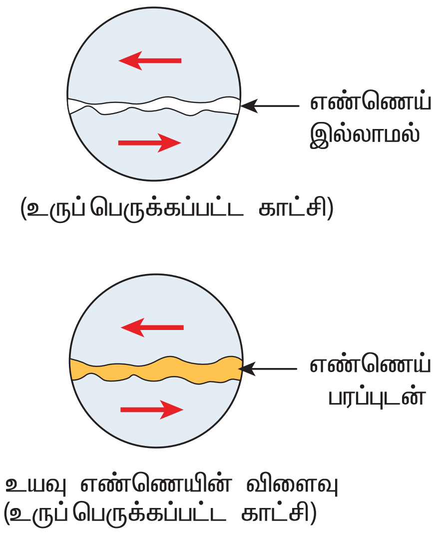
படம் 3.33 உருளுதலின் உராய்வு

3.6.9 உராய்வைக் குறைக்கும் முறைகள்:

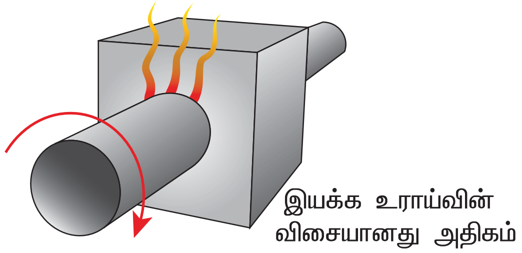
உராய்வு நடைமுறை வாழ்க்கையில் நன்மை, தீமை இரண்டையும் ஏற்படுத்துகிறது. சில சூழ்நிலைகளில் உராய்வு மிகவும் அவசியமானதாகும். உராய்வின் காரணமாகத்தான் நம்மால் நடக்க முடிகிறது. வாகனங்களின் சக்கரங்களுக்கும், சாலையின் பரப்பிற்கும் இடையே ஏற்படும் உராய்வு விசையின் காரணமாகத்தான் வாகனங்களால் இயங்கமுடிகிறது.

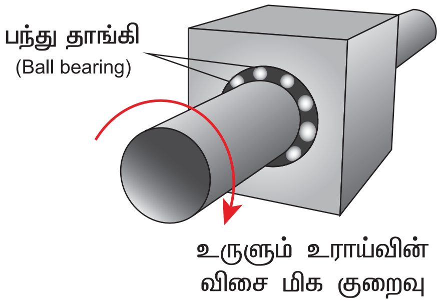
சக்கரத்தடை அமைப்புகளில் (braking systems) உராய்வு மிக முக்கியப் பங்காற்றுகிறது. நாம் முற்பகுதியில் கற்றவாறு இரண்டு பரப்புகளுக்கு இடையே சார்பியக்கம் நிகழும்போது அங்கு உராய்வு விசை ஏற்படுகிறது.

தொழிற்சாலைகளில் உள்ள கனரக இயந்திரங்களின் பரப்புகள் ஒன்றுடன் ஒன்று சார்பியக்கத்தில் உள்ளபோது உராய்வு ஏற்பட்டு வெப்ப வடிவில் ஆற்றல் இழக்கப்படுகிறது. இதனால் கனரக இயந்திரங்களின் செயல் திறன் குறைந்து விடுகிறது. இவ்வாறு ஏற்படும் இயக்க உராய்வினை குறைப்பதற்காக உயவு எண்ணெய்கள் (lubricants) எவ்வாறு பயன்படுகின்றன என்பதை படம் 3.34 விளக்குகிறது.



படம் 3.34 உயவு எண்ணெயைப் பயன்படுத்தி இயக்க உராய்வினைக் குறைத்தல்





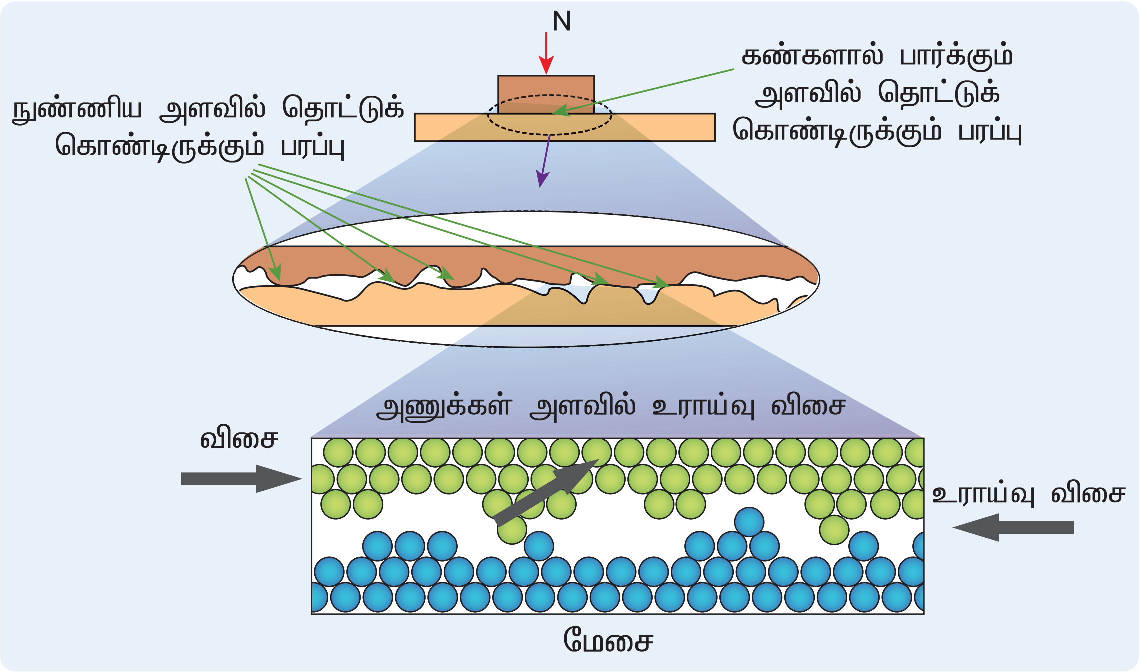
படம் 3.35 பந்து தாங்கி அமைப்பைப் பயன்படுத்தி இயக்க உராய்வைக் குறைத்தல்

பந்து தாங்கி அமைப்பு (Ball bearings) இயந்திரங்களில் இயக்க உராய்வைக் குறைப்பதில் பெரும்பங்காற்றுகின்றன. இது படம் 3.35 இல் காட்டப்பட்டுள்ளது. இரண்டு பரப்புகளுக்கு நடுவே பந்து தாங்கி அமைப்பைப் பொருத்துவதன் மூலமாக இரண்டுபரப்புகளின் சார்பியக்கம் நடைபெறும் நேர்வுகளில் இயக்க உராய்வினை முழுவதுமாக தடுத்து உருளுதலின் உராய்வு மட்டுமே பந்து தாங்கி அமைப்பினால் ஏற்படுகிறது. நாம் முற்பகுதியில் கற்றவாறு உருளுதலின் உராய்வு, இயக்க உராய்வை விட மிகக் குறைவு. எனவே இயந்திரங்களின் தேய்மானத்தைக் குறைத்து பந்து உருளை அமைப்பு அவற்றை நீண்ட காலத்திற்கு இயங்க வைக்கிறது.

நியூட்டன் மற்றும் கலிலியோ வாழ்ந்த காலகட்டத்தில் உராய்வு விசையானது, புவியீர்ப்பு விசை போன்றதொரு இயற்கை விசை என்று நம்பப்பட்டது. ஆனால் இருபதாம் நூற்றாண்டில், அணுக்கள், எலக்ட்ரான்கள் மற்றும் புரோட்டான்கள் போன்றவற்றைப் பற்றிய அறிவு, உராய்வு விசை பற்றிய புரிதலை மாற்றியமைத்தது. உராய்வு விசையானது உண்மையில் சார்பியக்கத்திலுள்ள இரண்டு பரப்புகளின் அணுக்களுக்கிடையேயான மின்காந்தவிசையாகும்.நன்குவழுவழுப்பாக்கப்பட்ட பரப்புகளும் மீநுண்ணளவில் (microscopic level) மேடு பள்ளங்களைப் பெற்றுள்ளன. இதனை படம் 3.36 விளக்குகிறது.

காரணம்கூறு

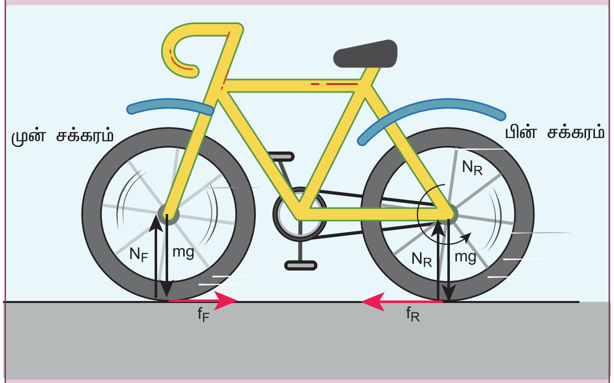
ஈரமான, சலவைக்கல் பதிக்கப்பட்ட (tiled floor) பரப்பில் நடக்கும்போது நாம் வழுக்கி விழுவதற்கு அதிகமான வாய்ப்புள்ளது. ஏன்அவ்வாறு வழுக்குகிறது? காரணம் கூறுக.



படம் 3.36 உருப்பெருக்கப்பட்ட படத்தில் தளங்களின் சீரற்ற தன்மை

மிதிவண்டி இயக்கத்தில் உராய்வு விசை:

மிதிவண்டி முன்னோக்கிச் செல்லும்போது, அதன் முன் சக்கரம் மற்றும் பின்சக்கரங்களின் உராய்வு விசையின் திசையினைக் காண்க?



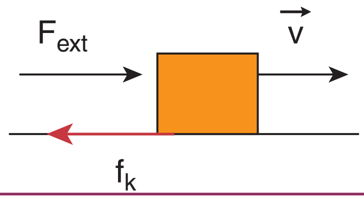
மிதி வண்டியினை இயக்கும் போது மிதி கட்டைகளின் மூலம் (pedal) பரப்பினைப் பின்னோக்கித் தள்ள முயற்சிக்கிறோம். எனவே பின்சக்கரத்தின் சாலையைத் தொடும்புள்ளி ஒரு பின்னோக்குத் திசைவேகத்தைப் பெறும். இதற்கு எதிராக உராய்வு விசை செயல்பட்டு பின்சக்கரத்தை முன்னோக்கித் தள்ளுகிறது.

முன் சக்கரம் மிதிவண்டியில் உறுதியாகப் பொருத்தப் பட்டிருப்பதால், பின்சக்கரம் முன் சக்கரத்தை முன்னோக்கித் தள்ளுகிறது. அதனால் உராய்வு விசையானது முன்சக்கரத்தை பின்னோக்கித் தள்ள முயற்சிக்கிறது. இரண்டு சக்கரங்களிலும் செயல்படும் உராய்வுவிசை இயக்க உராய்வு விசை அல்ல. அவை நிலை உராய்வு விசைதான் என்பதைக் கவனத்தில் கொள்ள வேண்டும். சக்கரங்கள் சுழலாமல் சறுக்கிச் செல்லும்போது தான் இயக்க உராய்வு விசை ஏற்படும்.

மிதிவண்டியின் சக்கரங்களில் ஏற்படும் நிலை உராய்வுடன் கூடுதலாகப் பின்னோக்கிய திசையில் உருளுதலின் உராய்வும் ஏற்படுகிறது.

எடுத்துக்காட்டு 3.21

பொருளொன்று மாறாத் திசைவேகத்தில் கிடைத்தளப் பரப்பில் இயங்குகின்றது எனக் கருதுக. வெளிப் புறவிசை அப்பொருளின் மீது செயல்பட்டு அதனை மாறாத் திசைவேகத்தில் இயக்கினால், அப்பொருளின் மீது செயல்படும் தொகுபயன் விசையின் மதிப்பு என்ன?



தீர்வு

பொருள் மாறாத் திசைவேகத்தில் இயங்கும்போது அப்பொருளின் முடுக்கம் சுழி. நியூட்டனின் இரண்டாம் விதிப்படி பொருளின்மீது எவ்விதமான தொகுபயன் விசையும் செயல்படவில்லை. வெளிப்புற விசையானது இயக்க உராய்வினால் சமன் செய்யப்படுகிறது.

குறிப்பு

இங்கு பொருளின்மீது எந்த விசையும் செயல்படவில்லை என்று கருதக் கூடாது. உண்மையில் பொருளின்மீது இரண்டு விசைகள் செயல்படுகின்றன; அவை இரண்டும் ஒன்றை ஒன்று சமன் செய்வதால், பொருளின்மீது செயல்படும் தொகுபயன் விசை சுழி.

3.7 வட்ட இயக்கத்தின் இயக்க விசையியல்

முற்பகுதியில் நியூட்டனின் விதிகளைப் பயன்படுத்தி பொருட்களின் நேர்க்கோட்டு இயக்கத்தை எவ்வாறு பகுப்பாய்வு செய்வது என்று அறிந்து கொண்டோம். இதே போன்று நியூட்டனின் விதிகளை வட்டஇயக்கத்திற்கு எவ்வாறு பயன்படுத்துவது என்று அறிந்து கொள்வதும் அவசியமாகும்.

ஏனெனில்வட்டஇயக்கம்நம்வாழ்க்கையில்தவிர்க்க முடியாத ஒன்றாகும். புறவிசை செயல்பட்டாலும் அல்லது செயல்படாவிட்டாலும் ஒரு பொருளானது நேர்க்கோட்டு இயக்கத்தை மேற்கொள்ளலாம். ஆனால் பொருளின்மீது விசை செயல்பட்டால் மட்டுமே வட்ட இயக்கம் சாத்தியமாகும். வட்ட இயக்கத்திற்கு நியூட்டனின் முதல் விதி என்ற ஒன்று இல்லை. அதாவது பொருளின்மீது விசை செயல்படாமல் அப்பொருளினால் வட்ட இயக்கத்தை மேற்கொள்ள இயலாது. பொருளின்மீது செயல்படும் விசை அப்பொருளின் திசைவேகத்தை மூன்று வழிகளில் மாற்றியமைக்கும்.

1) திசைவேகத்தின் திசையை மாற்றாமலேயே அதன் எண்மதிப்பை மட்டும் மாற்றுவது. இந்நிகழ்வில் துகள் ஒரே திசையில் முடுக்கத்துடன் இயங்கும்.

எடுத்துக் காட்டுகள்

செங்குத்தாகக் கீழே விழும் பொருள், முடுக்கத்துடன் நேரான சாலையில் செல்லும் வாகனம்

2) திசைவேகத்தின் எண்மதிப்பை (வேகம்) மாற்றாமல் அதன் திசையை மட்டும் மாற்றுவது. இவ்வாறு இயங்கும் இயக்கதை நாம் சீரான வட்ட இயக்கம் என்று அழைக்கிறோம்.

3) திசைவேகத்தின் எண்மதிப்பு (வேகம்) மற்றும் திசை இவ்விரண்டிலும் மாற்றம் ஏற்பட்டால் வட்டமற்ற இயக்கம் ஏற்படும் (Non circular motion) எடுத்துக்காட்டுகள்

   ஊஞ்சல், தனி ஊசல், நீள் வட்டப்பாதையில் சூரியனைச் சுற்றி வரும் கோள்களின் இயக்கம் போன்றவை.

இப்பிரிவில் சீரான வட்ட இயக்கம் மற்றும் சீரற்ற வட்ட இயக்கங்களைப் பற்றி அறியலாம்.

3.7.1 மையநோக்கு விசை

துகளொன்று சீரான வட்டப்பாதையில் சுற்றி வரும்போது வட்டமையத்தை நோக்கி வட்டப்பாதையின் ஆரம் வழியாக மையநோக்கு முடுக்கம் ஏற்படும். நியூட்டனின் இரண்டாம் விதிப்படி முடுக்கம் ஏற்பட்டால் நிலைமக் குறிப்பாயத்தைப் பொருத்து துகளின்மீது ஒரு விசை செயல்பட வேண்டும். அவ்வாறு துகளின் மீது செயல்படும் விசையே மையநோக்கு விசை எனப்படும்.

அலகு 2இல்நாம்கற்றபடி,வட்டப்பாதையில்இயங்கும் துகளின் மீது செயல்படும் மையநோக்கு முடுக்கம் $a=\frac{v^2}{r}$ ஆகும். இம்முடுக்கம் வட்டமையத்தை நோக்கிச் செயல்படுகிறது. நியூட்டனின் இரண்டாம் விதிப்படி, மையநோக்கு விசை

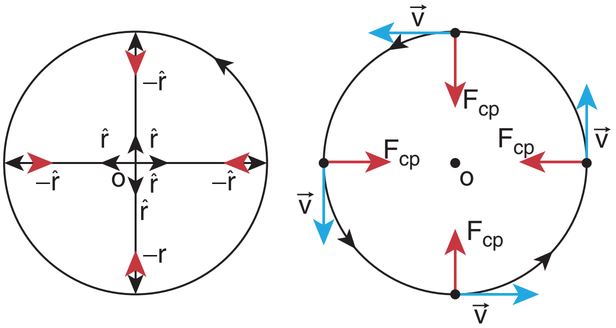
$$F_{cp}=ma_{cp}=\frac{mv^2}{r}$$

இங்கு மையநோக்கு விசை என்பதன் பொருள், துகள் வட்டப்பாதையில் எங்கு இருப்பினும் அதன் முடுக்கம் எப்போதும் மையத்தை நோக்கியே இருக்கும் என்பதைக் குறிக்கிறது.

வெக்டர் குறியீட்டின் படி $\vec{F}_{cp}=-\frac{mv^2}{r}\hat{r}$

சீரான வட்ட இயக்கத்திற்கு $\vec{F}_{cp}=-m\omega^2 r\,\hat{r}$

இங்கு $-\hat{r}$ இன் திசை வட்ட மையத்தை நோக்கிக் குறிக்கிறது. மேலும் இதுவே மையநோக்கு விசையின் திசையைக் குறிக்கிறது. இதுபடம் 3.38 இல் தெளிவாக குறிப்பிட்டுக் காட்டப்பட்டுள்ளது.



படம் 3.38 மையநோக்குவிசை

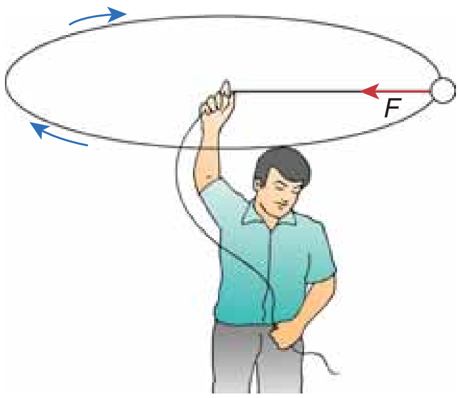
மையநோக்குவிசை, புவியீர்ப்பு விசை அல்லது சுருள்வில் விசை போன்ற ஒரு இயற்கை விசையல்ல என்பதை இங்கு கவனிக்க வேண்டும். மையத்தை நோக்கிச் செயல்படும் ஒரு விசை என்றே அழைக்கப்படுகிறது. புவியீர்ப்பு விசை, கயிற்றின் இழுவிசை, உராய்வு விசை, கூலும் விசை போன்ற ஏதேனும் ஒரு விசையே மையநோக்கு விசையாகச் செயல்படுகிறது.

1) மெல்லிய கயிற்றின் ஒரு முனையில் கட்டி சுழற்றப்படும் கல்லின் இயக்கத்தில், கயிற்றின் இழுவிசையே மையநோக்கு விசையாகச் செயல்படுகிறது. பொழுதுபோக்குப் பூங்காக்களில் இயக்கப்படும் இராட்டினம் போன்ற சுழற்சி இயக்கத்தில், இராட்டினத்தைத் தாங்கும் இரும்புக் கம்பிகளின் இழுவிசை மையநோக்கு விசையை அளிக்கிறது.

2) புவியினைச் சுற்றி வரும் செயற்கைக் கோளின் இயக்கத்தில், புவி, செயற்கைக் கோளின் மீது செலுத்தும் புவியீர்ப்பு விசையே மையநோக்கு விசையாகச் செயல்படுகிறது. செயற்கைக்கோள் இயக்கத்திற்கு நியூட்டனின் இரண்டாம் விதியை கீழ்காணுமாறு எழுதலாம்

$$F = \text{புவிஈர்ப்பு விசை} = \frac{mv^2}{r}$$

இங்கு r என்பது புவியின் மையத்திலிருந்து செயற்கைக்கோள் உள்ள தொலைவு

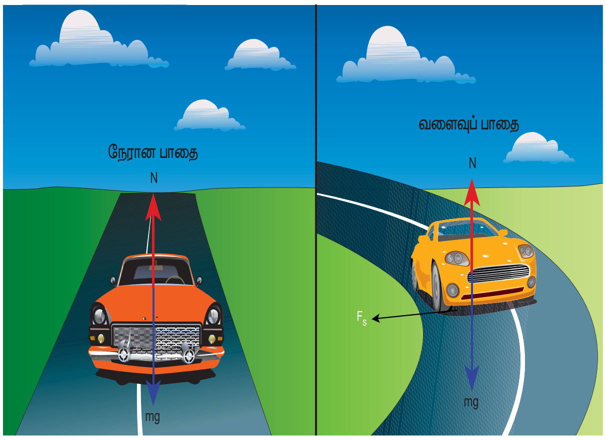


படம் 3.39 சுழல் இயக்கப் பொருள்கள்

m – என்பதுசெயற்கைக்கோளின் நிறை

v – என்பதுசெயற்கைக் கோளின் வேகம்

3) கார் ஒன்று வட்டவடிவப்பாதையில் செல்லும்போது, மையநோக்கு விசையானது காரின் டயருக்கும், சாலைக்கும் இடையே ஏற்படும் உராய்வு விசையினால் ஏற்படுகிறது.



படம் 3.40 வட்ட வடிவப்பாதையில் செல்லும் கார்

இந்நிகழ்விற்கான நியூட்டன் இரண்டாம் விதியை கீழ்க்காணுமாறு எழுதலாம்

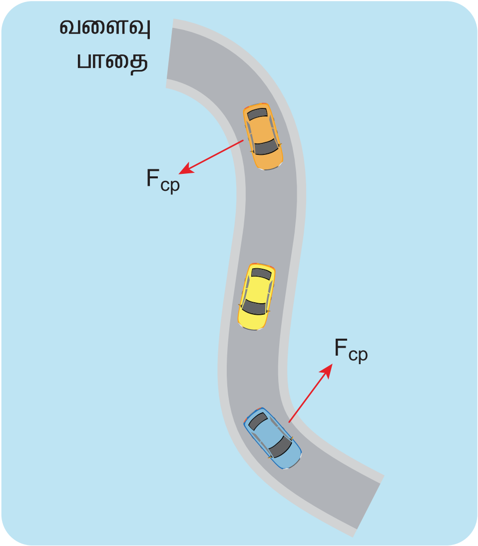
உராய்வு விசை = $\frac{mv^2}{r}$

m– என்பது காரின் நிறை

v– என்பது காரின் வேகம்

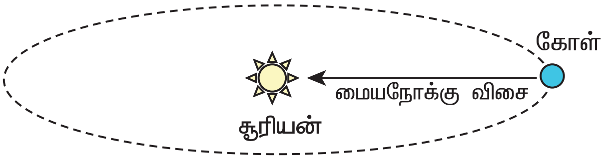
r– என்பது பாதையின் வளைவு ஆரம்.

கார்வளைவுப் பாதையில் செல்லும் போதும், மையநோக்கு விசையைப் பெறுகிறது. காரின் டயருக்கும், சாலைக்கும் இடையே ஏற்படும் உராய்வு விசையினால் இம்மையநோக்கு விசை ஏற்படுகிறது. இது படம் 3.41 இல் காட்டப்பட்டுள்ளது.



படம் 3.41 காரின் டயருக்கும், சாலைக்கும் இடையே ஏற்படும் உராய்வு விசையினால் ஏற்படும் மையநோக்கு விசை

4) கோள்கள் சூரியனைச் சுற்றி வரும்போது, அவை சூரியனின் மையத்தை நோக்கிய, ஒரு மையநோக்கு விசையைப் பெறுகின்றன. இங்கு கோள்களின் மீதான சூரியனின் ஈர்ப்பு விசை, மையநோக்கு விசையாகச் செயல்படுகிறது. இது படம் 3.42 இல் காட்டப்பட்டுள்ளது.



படம் 3.42 சூரியனின் ஈர்ப்பு விசையினால் சூரியனைச் சுற்றிவரும் கோளின் மீது ஏற்படும் மையநோக்கு விசை

இந்நிகழ்விற்கான நியூட்டனின் இரண்டாம் விதியை பின்வருமாறு எழுதலாம்

கோள்களின் மீது சூரியனின் ஈர்ப்புவிசை = $\frac{mv^2}{r}$

எடுத்துக்காட்டு3.22

0.25 kg நிறையுடைய கல் ஒன்று கயிற்றின் முனையில் கட்டப்பட்டு 2 m s^{-1} வேகத்தில் 3 m ஆரமுடைய சீரானவட்ட இயக்கத்தை மேற்கொள்கிறது. கல்லின் மீது செயல்படும் இழுவிசையினைக் கண்டுபிடி

தீர்வு:

$$F_{cp} = \frac{\frac{1}{4}\times(2)^2}{3} = 0.333 \text{ N.}$$

எடுத்துக்காட்டு3.23

நிலா, புவியினை வட்டப்பாதைக்கு ஒத்த ஒரு பாதையில் 27.3 நாட்களில் முழுமையாகச் சுற்றி வருகிறது. புவியின் ஆரம் 6.4×10^6 m எனில் நிலாவின் மீது செயல்படும் மையநோக்கு முடுக்கத்தைக் காண்க.

தீர்வு

மையநோக்குமுடுக்கம் $a = \frac{v^2}{r}$. இச் சமன்பாடு வெளிப்படையாகவே நிலவின் வேகத்தைச் சார்ந்தது. இந்த வேகத்தை கணக்கிடுவது சற்றுக் கடினமாகும். எனவே நாம் பின்வரும் சமன்பாட்டினைப் பயன்படுத்தலாம்.

$$\omega^2 R_m = a_m$$

இங்கு a_m என்பது புவியின் ஈர்ப்பு விசையினால், நிலா பெறும் மைய நோக்கு முடுக்கமாகும்.

ω என்பது கோணத் திசைவேகம்

R_m என்பது புவியிலிருந்து நிலா வரை உள்ள தொலைவு. இது புவியின் ஆரத்தைப் போன்று 60 மடங்காகும்.

$$R_m = 60R = 60 \times 6.4 \times 10^6 = 384 \times 10^6 \; m$$

நாமறிந்த படி கோணத் திசைவேகம் $\omega = \frac{2\pi}{T}$

மேலும் T = 27.3 நாட்கள் $= 27.3 \times 24 \times 60 \times 60$

$= 2.358 \times 10^6 s$

இம்மதிப்புகளை முடுக்கச் சமன்பாட்டில் பிரதியிடும் போது $a_m = \omega^2 R_m$

$$= \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 R_m$$

$$= \frac{4\pi^2}{T^2} R_m$$

$$a_m = \frac{(4\pi^2)(384 \times 10^6)}{(2.358 \times 10^6)^2} = 0.00272 \text{ m s}^{-2}$$

புவியை நோக்கி நிலாவின் மையநோக்கு முடுக்கம் 0.00272 m s^{-2}

குறிப்பு

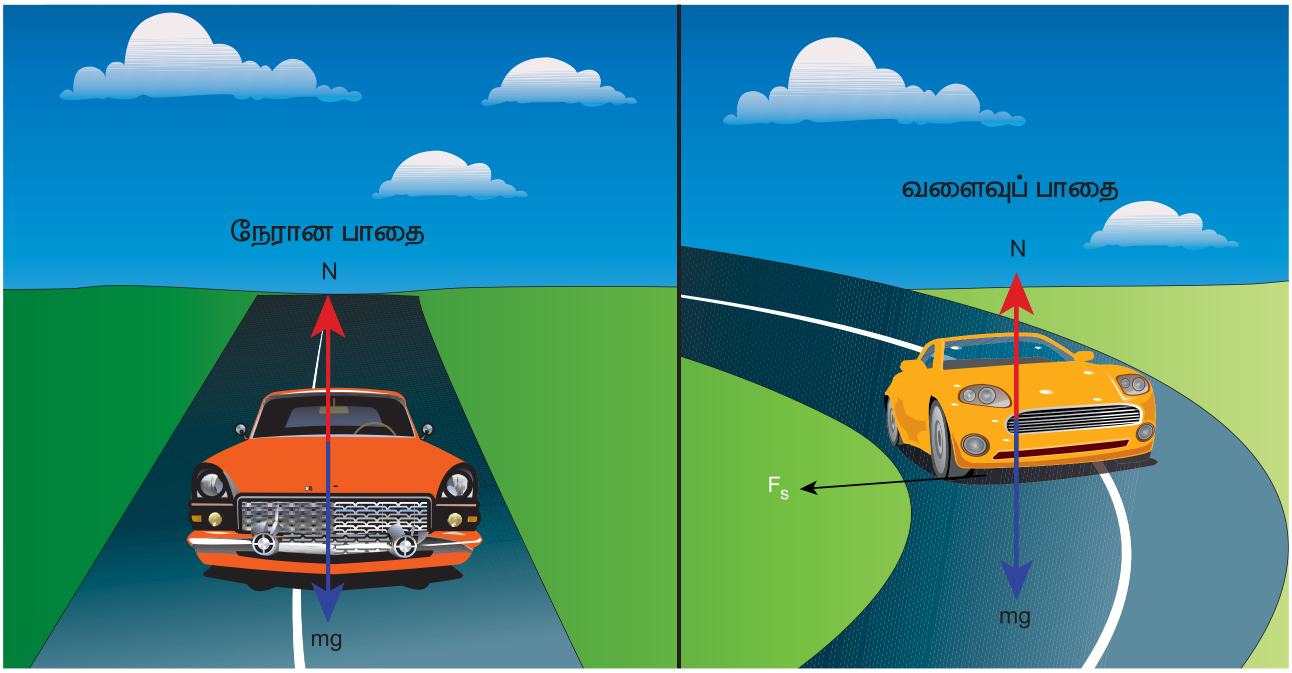
இந்தக் கணக்கீடு நியூட்டனாலேயே செய்யப்பட்டதாகும். இம்முடிவினை நாம் பிற்பகுதியில் கற்கவுள்ள அலகு 6 இல் பயன்படுத்துவோம்.

3.7.2 சரி சமமான வட்டச் சாலையில் செல்லும் வாகனம்

வாகனமொன்று வளைவுப்பாதையில் செல்லும் போது, அவ்வாகனத்தின் மீது மையநோக்கு விசை செயல்படுகிறது. வாகனத்தின் டயர் மற்றும் சாலையின் மேற்பரப்பு இவற்றிற்கிடையேயான உராய்வு விசையின் காரணமாக இம்மையநோக்குவிசை ஏற்படுகிறது. m நிறையுடைய வாகனமொன்று r ஆரமுடைய வட்டவடிவப் பாதையில் v வேகத்தில் இயங்குகிறது எனில், அவ்வாகனத்தின் மீது மூன்று விசைகள் செயல்படுகின்றன. அவை படம் 3.43 இல் காட்டப்பட்டுள்ளன.

1) கீழ்நோக்கிச் செயல்படும் புவிஈர்ப்புவிசை (mg)
2) மேல்நோக்கிச் செயல்படும் செங்குத்துவிசை N
3) சாலையின் கிடைத்தளப் பரப்பின் வழியே உள்நோக்கிச் செயல்படும் உராய்வு விசை (F_s)

சாலை கிடைத்தளமாக இருப்பின், செங்குத்து விசையும், புவியீர்ப்பு விசையும் ஒன்றுக்கொன்று சமம் மற்றும் எதிரெதிராக இருக்கும். வாகனத்தின் டயருக்கும், சாலையின் பரப்பிற்கும் இடையே ஏற்படும் உராய்வு விசை தேவையான மையநோக்கு விசையை அளிக்கிறது. இம்மையநோக்கு விசை வட்டச்சாலையின் மையத்தை நோக்கிச் செயல்படுகிறது.



படம் 3.43 சரி சமமான வட்டப்பாதையில் செல்லும் வாகனத்தின் மீது செயல்படும் விசைகள்

நாம் முற்பகுதியில் கற்றபடி, நிலை உராய்வுவிசை சுழி முதல் பெரும மதிப்பு விசை வரை எந்த மதிப்பையும் பெறலாம். எனவே

இங்கு இரண்டு நிபந்தனைகள் சாத்தியமாகிறது:

a) வாகனம் சறுக்காமல் வளைவதற்கான நிபந்தனை $\frac{mv^2}{r} \leq \mu_s mg$,

அல்லது $\mu_s \geq \frac{v^2}{rg}$ அல்லது $\sqrt{\mu_s rg} \geq v$

(பாதுகாப்பாக வளைதல்)

வளைவுச்சாலையில், வாகனம் வளைவதற்குத் தேவையான மையநோக்கு விசையை நிலை உராய்வு கொடுக்கிறது. எனவே வாகனத்தின் டயர் மற்றும் சாலையின் பரப்பு இவற்றிற்கிடையேயான நிலை உராய்வுக் குணகம் வாகனம் சறுக்காமல் வளைவுப்பாதையில் வளைவதற்கான பெருமவேகத்தை நிர்ணயிக்கிறது.

b) வாகனம் சறுக்குவதற்கான நிபந்தனை

$\frac{mv^2}{r} > \mu_s mg$, அல்லது $\mu_s < \frac{v^2}{rg}$ (சறுக்குதல்)

வாகனம் வளைவதற்குத் தேவையான மையநோக்கு விசையை நிலை உராய்வுவிசையினால் கொடுக்க இயலவில்லை எனில், வாகனம் சறுக்கத் தொடங்கும்.

எடுத்துக்காட்டு3.24

ஆரம் 10 m மற்றும் நிலை உராய்வுக் குணகம் 0.81 கொண்ட சரிசமமான வட்டவடிவச் சாலை ஒன்றைக் கருதுக. அச்சாலையில் மூன்று கார்கள் (A,B மற்றும் C) முறையே 7 m s^{-1}, 8 m s^{-1} , 10 m s^{-1} வேகத்தில் செல்கின்றன. இவற்றுள் எந்த கார் வட்ட வடிவச்சாலையில் செல்லும் போது சறுக்கி விழும்? ($g = 10$ m s^{-2})

தீர்வு

சரி சமமான வட்டச்சாலையில் செல்லும் வாகனம் சறுக்காமல் இருக்கத் தேவையான நிபந்தனை, வாகனத்தின் வேகம் (v) இன் மதிப்பு $\sqrt{\mu_s rg}$ ஐ விடக் குறைவாகவோ அல்லது சமமாகவோ இருக்க வேண்டும்.

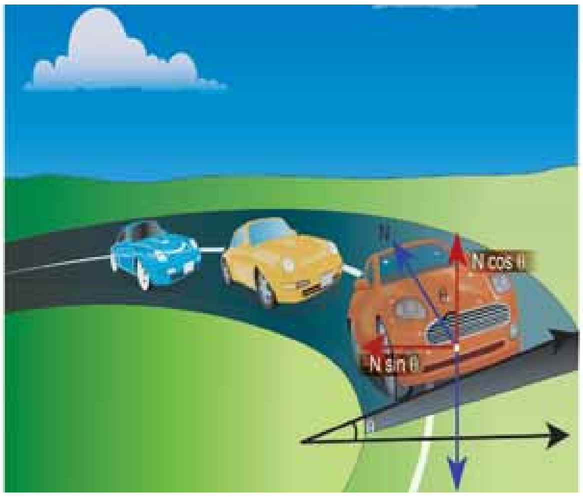
$$v \leq \sqrt{\mu_s rg}$$

$$\sqrt{\mu_s rg} = \sqrt{0.81 \times 10 \times 10} = 9\, m\, s^{-1}$$

C காரினைப் பொருத்தவரை $\sqrt{\mu_s rg}$ இன் மதிப்புகாரின் வேகம் v ஐ விடக் குறைவு. கார் A மற்றும் B இரண்டும் பாதுகாப்பாக வளையும், ஆனால் கார் C இன் வேகம், நிர்ணயிக்கப்பட்ட வேகத்தை விட ($\sqrt{\mu_s rg}$) அதிகமாக உள்ளதால் அது சறுக்கி விடும்.

3.7.3 வெளிவிளிம்பு உயர்த்தப்பட்ட சாலை

சரிசமமான வட்டச் சாலையில், வாகனங்கள் சறுக்கி விபத்துக்குள்ளாவது, சாலைப் பரப்பின் நிலை உராய்வு குணகத்தை சார்ந்திருக்கிறது. இந்த நிலை உராய்வுக் குணகத்தின் பெரும மதிப்பு பரப்பின் தன்மையைச் சார்ந்ததாகும். இதன் காரணமாக வாகனங்களுக்கு ஏற்படும் விபத்தினைத் தடுப்பதற்காகச் சாலையின் வெளிவிளிம்பு உட்புற விளிம்பை விட சற்றே உயர்த்தி அமைக்கப்பட்டிருக்கும். இதற்கு வெளிவிளிம்பு உயர்த்தப்பட்ட சாலை (banking of tracks) என்று பெயர். வெளிவிளிம்பு உயர்த்தப்பட்டிருப்பதால் இது ஒரு சாய்தளம் போன்று அமையும். கிடைத்தளப் பரப்புடன் இந்தச் சாய்தளம் ஏற்படுத்தும் கோணம் வெளி விளிம்புக் கோணம் (banking angle) எனப்படும்.



படம் 3.44 வாகனங்கள் சறுக்குவதைத் தவிர்ப்பதற்காக வெளிவிளிம்பு சற்றே உயர்த்தப்பட்டிருக்கும் சாலை

கிடைத்தளத்துடன் θ கோணத்தில் உள்ள சாலையின் பரப்பைக் கருதுக. செங்குத்துவிசை, செங்குத்து அச்சுடன் இதே θ கோணத்தை ஏற்படுத்தும். இச்சாலையில் செல்லும் கார் ஒன்று வளையும்போது அதன் மீது இரண்டு விசைகள் செயல்படும்.

அ) கீழ்நோக்கிச் செயல்படும் புவியீர்ப்பு விசை (mg)

ஆ) சாலையின் பரப்பிற்குச் செங்குத்தாகச் செயல்படும் செங்குத்து விசை (N)

செங்குத்து விசை N ஐ இரண்டு கூறுகளாகப் பிரிக்கலாம். இவை $N\cos\theta$ மற்றும் $N\sin\theta$ ஆகும். இவை படம் 3.44 இல் காட்டப்பட்டுள்ளன. $N\cos\theta$ கூறு, கீழ்நோக்கிச் செயல்படும் புவியிர்ப்பு விசையை (mg) சமன் செய்கிறது. $N\sin\theta$ கூறு தேவையான மையநோக்கு விசையைக் கொடுக்கிறது.

நியூட்டனின் இரண்டாம் விதியைப் பயன்படுத்தி பின்வரும் சமன்பாடுகளை அமைக்கலாம்

$$N\cos\theta = mg$$

$$N\sin\theta = \frac{mv^2}{r}$$

இவ்விரு சமன்பாடுகளையும் வகுக்கும் போது

$\tan\theta = \frac{v^2}{rg}$ எனக் கிடைக்கும்

$$v = \sqrt{rg\tan\theta}$$

வெளி விளிம்புக் கோணம் மற்றும் சாலையின் வளைவு ஆரம் (r) இவ்விரண்டும் வளைவுச் சாலையில் பாதுகாப்பாக வாகனங்களை இயக்க வேண்டிய வேகத்தைத் (v) தீர்மானிக்கின்றன. வாகனம் ஒன்றின் வேகம் நிர்ணயிக்கப்பட்ட வேகத்தைவிட அதிக வேகத்தில் செல்லும் போது சாலையின் வெளிப்புறத்தை நோக்கி சறுக்கத் தொடங்கும். ஆனால் உராய்வு விசை செயல்பட்டு கூடுதல் மையநோக்கு விசையினைக் கொடுத்து வெளிப்புறச் சறுக்குதலைத் தடுக்கும். அதே நேரத்தில் காரின் வேகம் நிர்ணயிக்கப்பட்ட வேகத்தை விட குறைவாக இருப்பின் கார் உட்புறத்தை நோக்கி நகரத் தொடங்கும். உராய்வு விசை செயல்பட்டு மையநோக்கு விசையைக் குறைத்து உட்புறத்தை நோக்கி சறுக்குவதைத் தடுக்கும். இருப்பினும் காரின் வேகம் மிக அதிகம் எனில் உராய்வு விசையினால் கார் சறுக்குவதைத் தடுக்க முடியாது.

எடுத்துக்காட்டு 3.25

20 m ஆரமுடைய வட்டச்சாலையைக் கருதுக. அதன் வெளிவிளிம்புக் கோணம் 15°என்க. அச்சாலையில் செல்லும் வாகனம் நழுவி விழாமல் பாதுகாப்பாக வளைவதற்குத் தேவையான வேகத்தைக் காண்க.

தீர்வு

$$v = \sqrt{(rg\tan\theta)} = \sqrt{20\times 9.8\times \tan 15^\circ}$$

$$= \sqrt{20\times 9.8\times 0.26} = 7.1\text{ m s}^{-1}$$

சறுக்கி விழாமல் பாதுகாப்பாக வளைவதற்குத் தேவையான வேகம் = 7.1 m s^{-1}

3.7.4 மையவிலக்கு விசை

வட்ட இயக்கத்தை இருவேறு குறிப்பாயங்களைப் பொருத்து ஆய்வு செய்யலாம். அவற்றுள் ஒன்று நிலைமக் குறிப்பாயமாகும். இக்குறிப்பாயம் ஓய்வுநிலை அல்லது சீரான இயக்கநிலை இவற்றுள் ஏதேனும் ஒரு நிலையில் இருக்கும். இங்கு இயக்கத்தில் உள்ள பொருட்கள் நியூட்டனின் இயக்க விதிகளுக்குக் கட்டுப்பட்டு இயங்கும். மற்றொரு குறிப்பாயம் முடுக்கமடைகின்ற, நிலைமமற்ற குறிப்பாயமான சுழற்சிக் குறிப்பாயமாகும் (rotational frames). வட்ட இயக்கத்தினை இவ்விரு குறிப்பாயங்களைப் பொருத்து வெவ்வேறு கண்ணோட்டத்தில் ஆய்வு செய்யலாம். சுழற்சிக் குறிப்பாயத்தில் நியூட்டனின் முதல் விதி மற்றும் இரண்டாம் விதியைப் பயன்படுத்தும் போது ஒரு போலியான விசையை (Pseudo force) சேர்த்துக் கருத வேண்டும். இந்தப் போலியான விசையே மையவிலக்கு விசையாகும். இத்தகைய மையவிலக்கு விசை சுழற்சிக் குறிப்பாயத்தைப் பொருத்து பொருளின் மீது செயல்படும். மையவிலக்கு விசையினைப் புரிந்து கொள்ள கீழ்க்கண்ட விளக்கம் பெரிதும் துணை புரியும்.

மெல்லிய கயிற்றின் ஒரு முனையில் கட்டப்பட்டு சுழற்சி இயக்கத்தை மேற்கொள்ளும் கல் ஒன்றைக் கருதுவோம். ஓய்வுநிலையிலுள்ள நிலைமக் குறிப்பாயத்தைப் பொருத்து கல்லின் கோணத் திசைவேகம் ω என்க. ω கோணத் திசைவேகத்தில் கல்லுடன் சேர்ந்து சுழற்சி இயக்கத்திலுள்ள

மற்றொரு குறிப்பாயத்திலிருந்து கல்லினைப் பார்க்கும்போது அக்கல் ஓய்வுநிலையில் இருப்பது போன்று தோன்றும்.

சுழற்சிக் குறிப்பாயத்தைப் பொருத்து, வட்டமையத்தை நோக்கிச் செயல்படும் மையநோக்கு விசையான $-m\omega^2 r$ உடன், அதற்குச் சமமான எதிர்திசையில் வெளிநோக்கிச் செயல்படும் $+m\omega^2 r$ என்ற விசை கல்லின் மீது செயல்படுகிறது. எனவே சுழற்சி இயக்கத்திலுள்ள குறிப்பாயத்தைப் பொருத்து கல்லின் மீது செயல்படும் தொகுபயன் விசை சுழியாகும் என்பதை இது காட்டுகிறது. $(-m\omega^2 r + m\omega^2 r = 0)$ இங்கு வெளிநோக்கிச் செயல்படும் $+m\omega^2 r$ விசைக்கு மையவிலக்கு விசை என்று பெயர்.

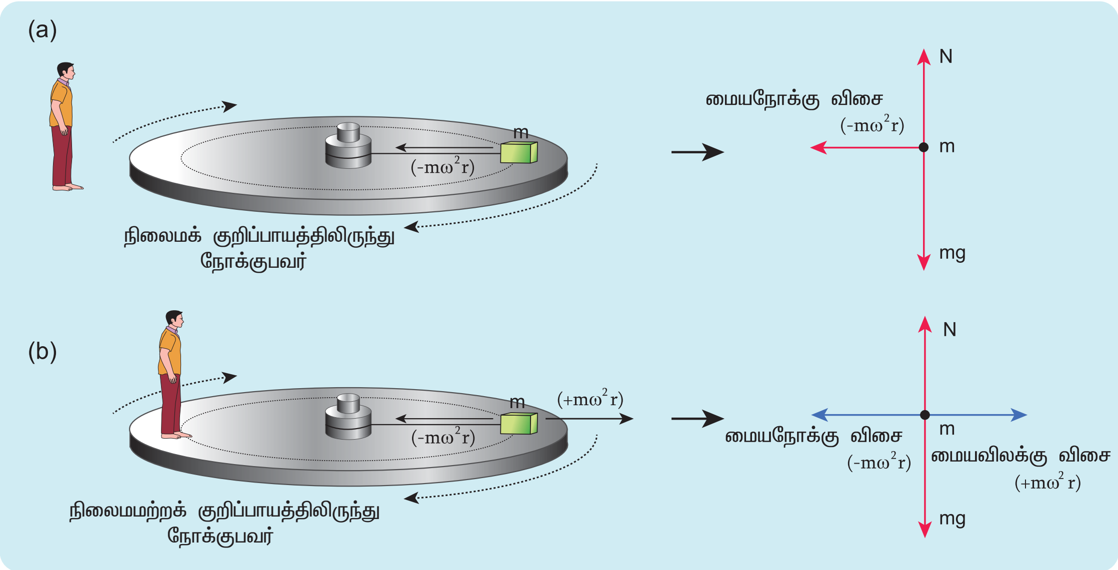
மையவிலக்கு என்பதன் பொருள் மையத்தை விட்டு வெளிநோக்கிச் செயல்படுவது என்பதாகும். சுழற்சிக் குறிப்பாயத்தைப் பொருத்து கல்லின் சுழற்சி இயக்கத்தை ஆய்வு செய்யும்போது மட்டும் மையவிலக்கு விசை கல்லின் மீது செயல்படுவதாகத் தோன்றும். இக்காரணத்தினால் தான் மையவிலக்கு விசையை ஒரு போலியான விசை என்று அழைக்கிறோம். இப்போலியான விசை எந்த மூலத்திலிருந்தும் தோன்றுவதில்லை (It has no origin). இங்கு போலி விசை தோன்றுவதற்கான காரணம், நாம் கருதும் சுழற்சி குறிப்பாயம் ஒரு நிலைமமற்ற குறிப்பாயம் என்பதாலே ஆகும்.

நிலைமக் குறிப்பாயத்தைப் பொருத்து கல்லின் சுழற்சி இயக்கத்தை ஆய்வு செய்யும்போது மையநோக்கு விசை மட்டுமே செயல்படும். இம்மையநோக்கு விசை கல் கட்டப்பட்டிருக்கும் மெல்லிய கயிற்றின் இழுவிசையால் பெறப்படுகிறது. சுழற்சி குறிப்பாயத்தை பொருத்து சுழற்சி இயக்கக் கணக்குகளைத் தீர்வு செய்ய வரையப்படும் தனித்த பொருளின் விசைப்படங்களில் படம் 3.45 இல் உள்ளவாறு மையவிலக்கு விசை கண்டிப்பாகக் காட்டப்பட வேண்டும்.

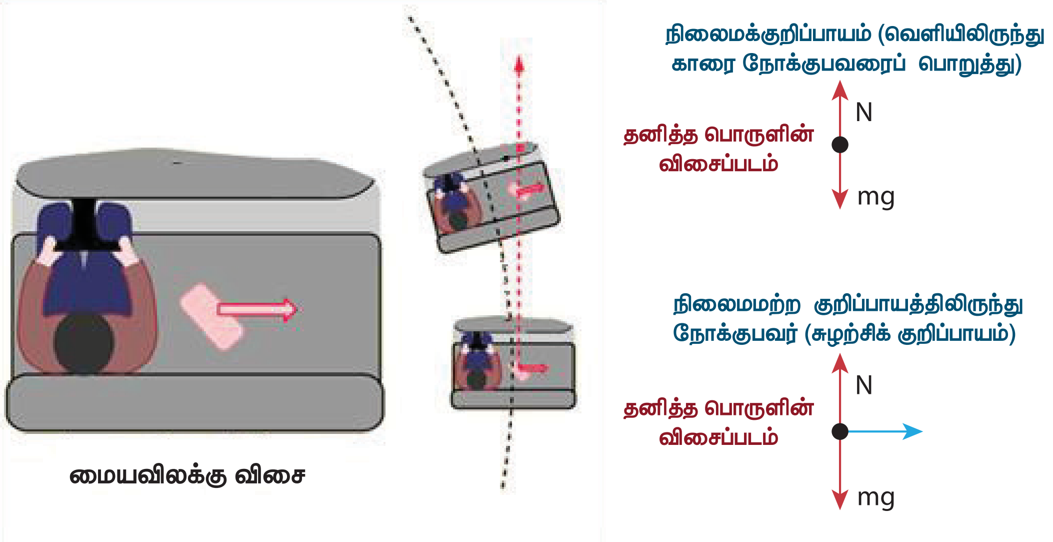
3.7.5 மைய விலக்கு விசையின் விளைவுகள்

மையவிலக்கு விசை ஒரு போலியான விசையாக இருப்பினும் அதன் விளைவுகள் உண்மையாகும். கார் ஒன்று வளைவுப்பாதையில் திரும்பும்போது, காரின் உள்ளே அமர்ந்திருப்பவர் ஒரு வெளிப்புறவிசையை உணர்வார். அவ்விசை அவரை வெளிநோக்கித் தள்ளும். இவ்வெளிநோக்கிய விசையையும் மையவிலக்கு விசை என்றே அழைக்கலாம். காரின் இருக்கைக்கும், அமர்ந்திருக்கும் நபருக்கும் இடையே உள்ள போதுமான உராய்வுவிசை இருந்தால் அவர் வெளியே தள்ளப்படுவது தவிர்க்கப் படுகிறது.

நேர்க்கோட்டுப் பாதையில் சென்று கொண்டிருக்கும் கார் ஒன்று திடீரென்று தன்பாதையிலிருந்து வளையும்போது, காரின் உள்ளே நிலையாகப் பொருத்தப்படாத பொருள், திசையில் நிலைமப் பண்பின் (Inertia of direction) காரணமாக நேர்க்கோட்டுப் பாதையிலேயே தொடர்ந்து இயங்க முயற்சிக்கும்.



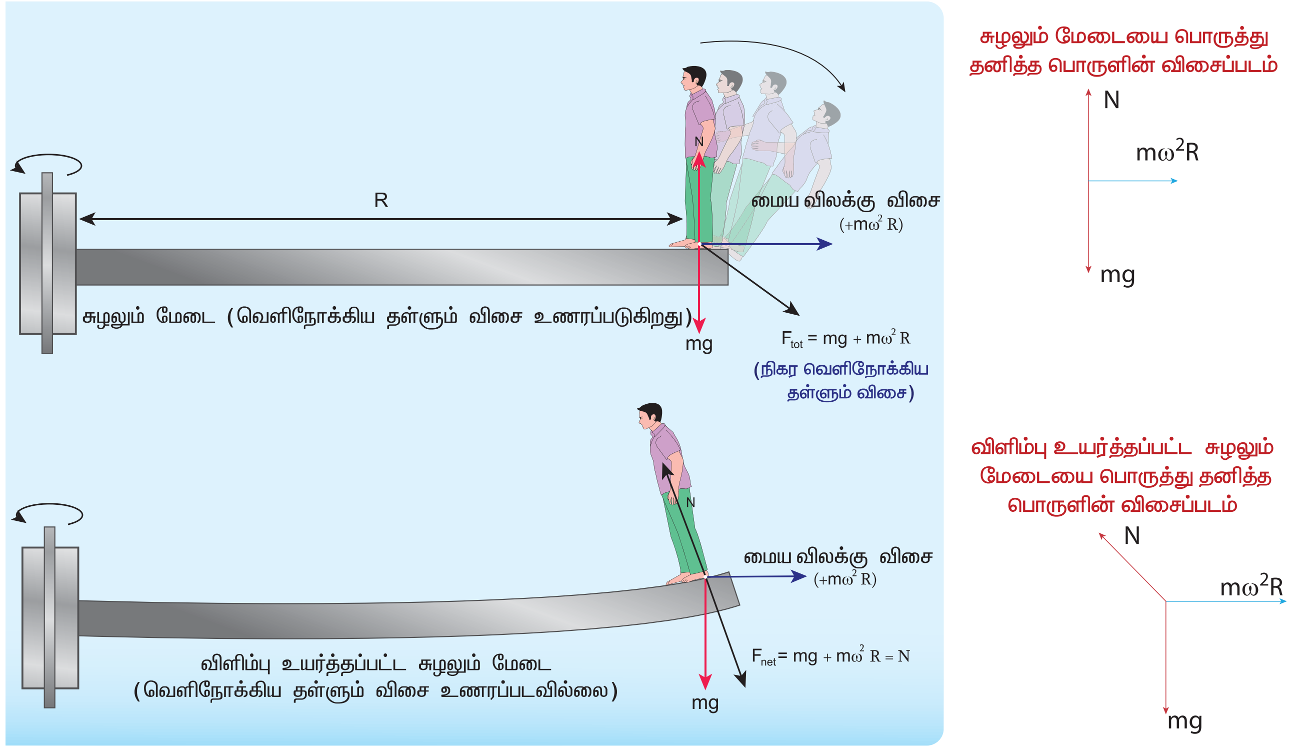
படம் 3.45 மையவிலக்கு விசையுடன் வரையப்பட்ட தனித்த பொருளின் விசைப்படம்



படம் 3.46 மைய விலக்கு விசையின் விளைவு

இவ்வியக்கத்தை நிலைமக் குறிப்பாயத்திலிருந்து பார்க்கும் போது படம் 3.46 இல் காட்டியுள்ளவாறு நேர்கோட்டு இயக்கமாகத் தெரியும். ஆனால் சுழற்சிக் குறிப்பாயத்திலிருந்து பார்க்கும்போது இயக்கம் வெளிநோக்கிச் செல்வது போன்று தோன்றும்.

சுழலும் மேடையில் நின்று கொண்டிருக்கும் நபர் வெளிப்புற மையவிலக்கு விசையை உணர்வார். இதன் காரணமாக மேடையிலிருந்து அவர் வெளியே தள்ளப்பட வாய்ப்பு அதிகம். நின்று கொண்டிருக்கும் நபருக்கும், மேடைக்குமான உராய்வுவிசை வெளிநோக்கித் தள்ளப்படும் விசையினைச் சமன் செய்யப் போதுமானதல்ல. இதனைத் தவிர்ப்பதற்காக மேடையின் வெளிப்புற விளிம்பு சற்றே மேல்நோக்கி உயர்த்தப்பட்டிருக்கும். இவ் உயர்வு நின்று கொண்டிருக்கும் நபரின் மீது ஒரு செங்குத்து விசையைச் செலுத்தி அவர் வெளியே விழுவதைத் தடுக்கும். இது படம் 3.47 இல் காட்டப்பட்டுள்ளது.



படம் 3.47 சுழலும் மேடையில் ஏற்படும் மையவிலக்கு விசை

எச்சரிக்கை

பேருந்தில் பயணம் செய்யும்போது திறந்திருக்கும் கதவு அல்லது படிக்கட்டில் நின்று கொண்டு பயணம் செய்வது மிகவும் ஆபத்தானது. பேருந்து வளைவுப்பாதையில் திடீரென்று வளையும் போது மையவிலக்கு விசையின் காரணமாக நின்று கொண்டிருக்கும் நபர் வெளிநோக்கித் தள்ளப்படலாம். மையவிலக்கு விசை ஒரு போலியான விசையாக இருப்பினும் அதன் விளைவுகள் உண்மையாகும்.

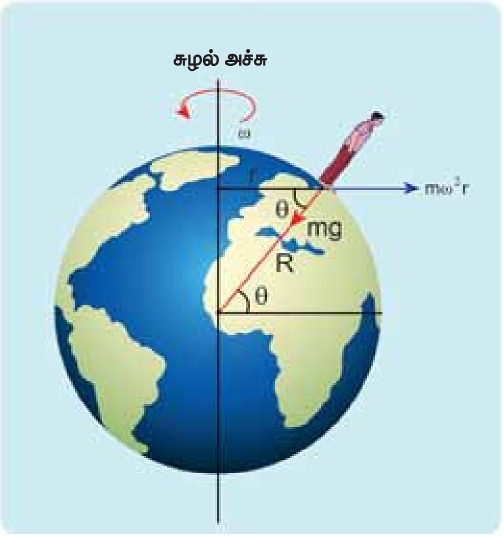
3.7.6 புவியின் சுழற்சியால் ஏற்படும் மையவிலக்கு விசை

புவியினை ஒரு நிலைமக் குறிப்பாயமாகக் கருதினாலும் உண்மையில் அவ்வாறு இல்லை. புவி ω என்ற கோணத் திசைவேகத்தில் தன் அச்சினைப் பொருத்து தன்னைத்தானே சுற்றி வருகிறது. புவிப்பரப்பிலுள்ள எந்த ஒரு பொருளும் (சுழற்சிக் குறிப்பாயத்தில் உள்ள பொருள்)மையவிலக்கு விசையை உணரும். இம்மையவிலக்கு விசை சுழல் அச்சிலிருந்து மிகச் சரியாக எதிர் திசையில் செயல்படுவதாகத் தோன்றும். இது படம் 3.48 இல் காட்டப்பட்டுள்ளது

புவிப்பரப்பில் நின்று கொண்டிருக்கும் மனிதரின் மையவிலக்கு விசை $F_{cf} = m\omega^2 r$

இங்கு r என்பது சுழல் அச்சிற்கும் மனிதனுக்கும் இடையே உள்ள செங்குத்துத் தொலைவு. படம் 3.48 இல் காட்டப்பட்டுள்ள செங்கோண முக்கோணத்திலிருந்து தொலைவு $r = R\cos\theta$. இங்கு R என்பது புவியின் ஆரம்.

மேலும் θ என்பது மனிதன் நின்று கொண்டிருக்கும் புள்ளியில் புவியின் குறுக்குக் கோடு (latitude) ஆகும்.



படம் 3.48 புவிப்பரப்பில் உள்ள மனிதர்கள் மீது செயல்படும் மையவிலக்கு விசை

எடுத்துக்காட்டு 3.26

சென்னையிலுள்ள 60 kg நிறையுடைய மனிதரின் மீது செயல்படும் மையவிலக்கு விசையைக் காண்க

(கொடுக்கப்பட்டவை: சென்னையில் குறுக்குக் கோடு $\theta = 13°$)

தீர்வு

மையவிலக்கு விசை $F_{cf} = m\omega^2 R\cos\theta$

புவியின் கோணத் திசைவேகம் $(\omega) = \dfrac{2\pi}{T}$

இங்கு T என்பது புவியின் அலைவு நேரம் (24 மணிநேரம்)

$$\omega = \frac{2\pi}{24\times 60\times 60} = \frac{2\pi}{86400}$$
$$= 7.268\times 10^{-5}\, rad\ sec^{-1}$$

புவியின் ஆரம் R = 6400 *km* = 6400×10^3 m

சென்னையின் குறுக்கு கோடு (Latitude) = 13°

$$F_{cf} = 60 \times (7.268\times10^{-5})^2 \times 6400 \times 10^3$$
$$\times \cos(13°) = 1.9678\ N$$

60 kg நிறையுடைய மனிதரொருவர் உணரும் மையவிலக்குவிசை தோராயமாக 2 நியூட்டனாகும். ஆனால் புவியின் ஈர்ப்பு விசையின் காரணமாக 60 kg நிறையுடைய அம்மனிதர் உணரும் விசை = mg = 60 × 9.8 = 588 N. இந்த விசைமையவிலக்கு விசையை விட மிக அதிகம்.

3.7.7 மையநோக்கு விசை மற்றும் மையவிலக்கு விசை – ஓர் ஒப்பீடு:

மையநோக்கு விசை மற்றும் மையவிலக்கு விசை ஆகியவற்றின் சிறப்புக் கூறுகள் அட்டவணை 3.4 இல் ஒப்பிட்டுக் காட்டப்பட்டுள்ளன.

அட்டவணை 3.4 மையநோக்கு விசை மற்றும் மையவிலக்கு விசை இவற்றின் சிறப்புக் கூறுகள்

மையநோக்குவிசை	மையவிலக்குவிசை
புவியீர்ப்புவிசை, கம்பியின் இழுவிசை, செங்குத்துவிசை போன்ற புறவிசைகளினால் பொருளின் மீது செலுத்தப்படும் உண்மை விசையாகும்	இது போலியான அல்லது பொய்யான விசையாகும். இவ்விசை புவியீர்ப்பு விசை, கம்பியின் இழுவிசை, செங்குத்து விசை போன்ற புறவிசைகளினால் தோன்றாது.
நிலைம மற்றும் நிலைம மற்ற குறிப்பாயங்கள், இரண்டிலும் இவ்விசை செயல்படும்	நிலைமமற்ற சுழலும் குறிப்பாயங்களில் மட்டுமே இவ்விசை செயல்படும்
சுழல் அச்சினை நோக்கிச் செயல்படும் வட்டப்பாதை இயக்கத்தில் வட்டத்தின் மையத்தை நோக்கி செயல்படும்.	சுழல் அச்சிலிருந்து வெளிநோக்கிச் செயல்படும். மேலும் வட்ட இயக்கத்தில் வட்டமையத்திலிருந்து ஆரத்தின் வழியே வெளிநோக்கிச் செயல்படும்.
$\left\|F_{cp}\right\| = m\omega^2 r = \dfrac{mv^2}{r}$	$\left\|F_{cf}\right\| = m\omega^2 r = \dfrac{mv^2}{r}$
இது ஒரு உண்மையான விசை. இதன் விளைவுகளும் உண்மையானவை	இது ஒரு போலிவிசை. ஆனால் இதன் விளைவுகள் உண்மையானவை.
இரண்டு பொருட்களுக்கிடையேயான உறவே (interaction) மையநோக்கு விசைக்கு அடிப்படையாக அமைகிறது	ஒரு பொருளின் நிலைமத் தன்மையே (inertial property) மையவிலக்கு விசைக்கு அடிப்படையாக அமைகிறது. இவ்விசை பொருட்களுக்கிடையேயான உறவால் (interaction) தோன்றாது. நிலைமக் குறிப்பாயம் ஒன்றில் இயங்கும் பொருளின் நிலைம இயக்கம் தான், சுழற்சிக் குறிப்பாயத்தில் மையவிலக்கு விசையாகத் தோன்றுகிறது.
நிலைமக் குறிப்பாயத்தில் தனித்தபொருளின் விசைப்படம் வரையும்போது, மையநோக்கு விசையை குறிப்பிட வேண்டும்.	நிலைமக் குறிப்பாயத்தில் மையவிலக்கு விசை இல்லை சுழலும் குறிப்பாயத்தில், மையநோக்கு விசை மற்றும் மையவிலக்குவிசை இரண்டையும் தனித்த பொருளின் விசைப்படத்தில் குறிப்பிட வேண்டும்.

பாடச்சுருக்கம்

- இயக்கம் பற்றிய அரிஸ்டாட்டிலின் கூற்று: பொருள் தொடர்ந்து இயங்க ஒரு விசை தேவைப்படுகிறது.
- இயக்கம் பற்றிய கலிலியோவின் கூற்று : பொருள் தொடர்ந்து இயங்கவிசை தேவையில்லை
- நிறை என்பது ஒரு பொருளின் நிலைமத்தின் அளவாகும்.
- நியூட்டனின் முதல் விதிப்படி, புறவிசை ஒன்று பொருளின் மீது செயல்படாதவரை அப்பொருள் தன் நிலையிலேயேத் தொடர்ந்து இருக்கும்.
- நியூட்டனின் இரண்டாம் விதியின்படி, பொருளின் உந்தத்தினை மாற்ற, அப்பொருளின் மீது ஒரு புறவிசை ஒன்று செயல்படவேண்டும்.

- கணிதவியல் படி $\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$ என இதனை வரையறுக்கலாம்.
- நியூட்டனின் முதல் விதி மற்றும் இரண்டாம் விதி நிலைமக் குறிப்பாயங்களுக்கு மட்டுமே பொருந்தும்
- நிலைமக் குறிப்பாயத்தில் இயங்கும் பொருளின்மீது புறவிசை ஒன்று செயல்படாதவரை, அப்பொருள் மாறாத் திசைவேகத்தில் இயங்கும்.
- நியூட்டனின் மூன்றாம் விதியின்படி, ஒவ்வொரு விசைக்கும் அதற்குச் சமமான, எதிர்த்திசையில் செயல்படும் ஒரு எதிர் விசை உண்டு இந்த இணைவிசைகளுக்கு செயல்மற்றும் எதிர்ச் செயல் இணை (action and reaction pair) என்றுபெயர்.
- தனித்த பொருளின் விசைப்படம் வரையும் போது பின்பற்ற வேண்டிய வழிமுறைகள்
  - விசைப்படம் வரைய வேண்டிய பொருளை மற்ற பொருட்களிலிருந்து தனிமைப் படுத்த வேண்டும். மேலும் அப்பொருளின் மீது செயல்படும் விசைகளைக் கண்டறிய வேண்டும்.
  - அந்தப்பொருள், மற்ற பொருட்களின் மீது செலுத்தும் விசையை எடுத்துக் கொள்ளக்கூடாது.
  - ஒவ்வொரு விசையின் திசையையும் தொடர்புடைய எண்மதிப்புடன் குறிப்பிட்டுக் காட்ட வேண்டும்.
  - ஒவ்வொரு திசையிலும் நியூட்டனின் இரண்டாம் விதியைப் பயன்படுத்த வேண்டும்.
- அமைப்பின் மீது எவ்வித புறவிசையும் செயல்படவில்லை எனில், அமைப்பின் மொத்த உந்தம் ஒரு மாறா வெக்டராகும்.
- அமைப்பில் செயல்படும் அக விசைகள், அமைப்பின் மொத்த உந்தத்தை மாற்றாது.
- லாமி தேற்றத்தின்படி ஒரு தள விசைகள் பொருளின் மீது செயல்பட்டு, அப்பொருளை சமநிலையில் வைக்கும்போது, ஒவ்வொரு விசை மற்றும் தொடர்புடைய எதிர் கோணத்தின் சைன் மதிப்பு இவற்றின் தகவு ஒன்றுக் கொன்று சமமாகும்.
- பொருளின் மீது செயல்படும் கணத்தாக்கு விசை அப்பொருளின் உந்தமாற்றத்திற்கு சமமாகும். மிகக் குறைந்த நேரத்தில் பொருளின்மீது செயல்படும் விசையைக் கணக்கிட இயலாது. ஆனால் கணத்தாக்கு விசையைக் கணக்கிடலாம்.
- ஓய்வுநிலை உராய்வு என்பது ஓய்வுநிலையிலிருந்து பொருள் நகர்வதை எப்பொழுதும் எதிர்க்கும். இதன் மதிப்பு சுழியிலிருந்து $\mu_s N$ வரை உள்ள எந்த மதிப்பையும் பெறலாம். $\mu_s N$ ஐ விட அதிக வெளிப்புற விசை பொருளின் மீது செயல்பட்டால், பொருள் நகரத் தொடங்கும்.
- பொருள் நகரத் தொடங்கிய உடன் பொருளின் மீது இயக்க உராய்வு செயல்படத் தொடங்கும். அப்பொருள் மாறாத் திசைவேகத்தில் இயங்க வேண்டுமானால், பொருளின் மீது வெளிப்புறவிசை செயல்பட்டு இயக்க உராய்வினை சமன் செய்ய வேண்டும். இயக்க உராய்வு $\mu_k N$ ஆகும்.

- ஓய்வுநிலை உராய்வு மற்றும் இயக்க உராய்வை விட உருளுதலின் உராய்வின் மதிப்பு குறைவு. இதன் காரணமாகத்தான் கனமான பொருட்களை நகர்த்துவதற்கு அதன் அடியில் உருளும் கட்டைகளைப் பொருத்துகிறார்கள். உதாரணம் உருளும் சக்கரங்கள் பொருத்தப்பட்ட பயணப்பெட்டி (Rolling suitcase)

- ஒன்றை ஒன்று தொடும் பரப்பில் உள்ள, அணுக்களின் மின்காந்த விசையே (Electro magnetic interaction)உராய்விற்கு அடிப்படையாக அமைகிறது.

- வளைவுப்பாதை இயக்கத்தில் வளைவுப் பாதையின் மையத்தை நோக்கி மையநோக்கு விசை செயல்படுகிறது. சீரான வட்ட இயக்கத்தில், வட்டத்தின் மையத்தை நோக்கி மையநோக்கு விசை செயல்படுகிறது.

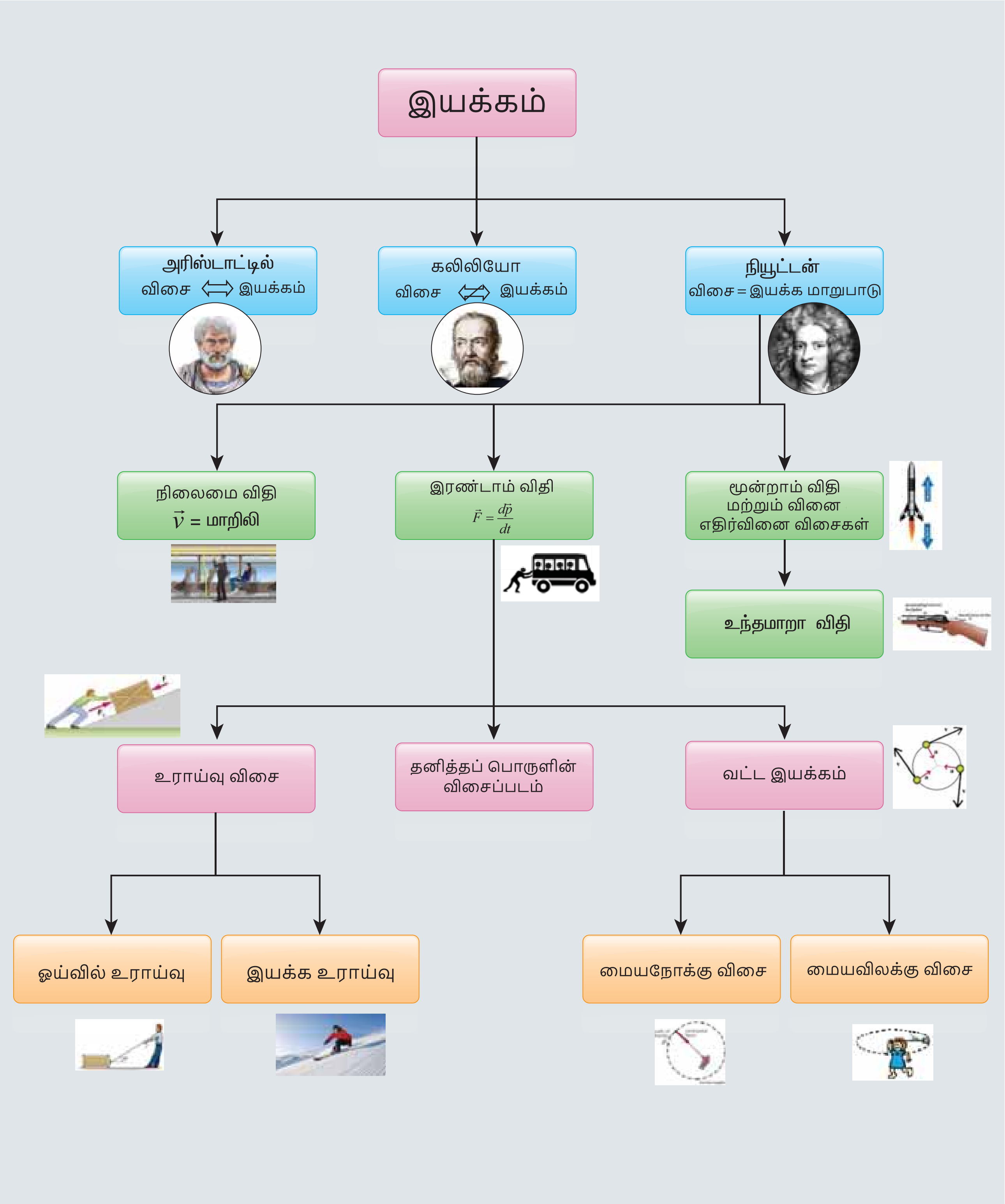
- மையநோக்கு விசையானது ஒரு தனித்த இயற்கை விசையல்ல. எந்த ஒரு இயற்கை விசையும் மையநோக்கு விசையாகச் செயல்படலாம்.

- கோள்களின் இயக்கத்தில், சூரியனின் ஈர்ப்புவிசை மையநோக்கு விசையாகச் செயல்படுகிறது. மெல்லிய கயிற்றில் கட்டப்பட்டு சுழல் இயக்கத்தை மேற்கொள்ளும் கல்லின் இயக்கத்தில், கயிற்றின் இழுவிசை மையநோக்கு விசையாகச் செயல்படுகிறது. புவியினைச் சுற்றிவரும் நிலவின் இயக்கத்தில் நிலவின் மீது செயல்படும் புவியின் ஈர்ப்பு விசை மையநோக்கு விசையாகச் செயல்படும்.

- பொருளின் இயக்கத்தினைச் சுழலும் குறிப்பாயத்தில் பகுப்பாய்வு செய்யும்போது மையவிலக்கு விசை தோன்றுகிறது. இது ஒரு போலி விசையாகும். சுழலும் குறிப்பாயத்தில் பொருளின் நிலைம இயக்கம் மையவிலக்கு விசையாகத் தோன்றும்.

- மையநோக்கு விசை மற்றும் மையவிலக்கு விசை இவ்விரண்டின் எண்மதிப்பும் $m\omega^2 r$ ஆகும். ஆனால் வட்ட இயக்கத்தில் மையநோக்கு விசை வட்டமையத்தை நோக்கிச் செயல்படும். மேலும் சுழற்சிக் குறிப்பாயத்தைப் பொறுத்து மையவிலக்கு விசை மையநோக்கு விசையின் திசைக்கு எதிர்த் திசையில் செயல்படும்.

கருத்து வரைபடம்



இயக்கம்
அரிஸ்டாட்டில்
விசை ⟺ இயக்கம்
கலிலியோ
விசை ⇎ இயக்கம்
நியூட்டன்
விசை = இயக்க மாறுபாடு
நிலைமை விதி
$\vec{v}$ = மாறிலி
இரண்டாம் விதி
$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$
மூன்றாம் விதி மற்றும் வினை எதிர்வினை விசைகள்
உந்தமாறா விதி
உராய்வு விசை
தனித்தப் பொருளின் விசைப்படம்
வட்ட இயக்கம்
ஓய்வில் உராய்வு
இயக்க உராய்வு
மையநோக்கு விசை
மையவிலக்கு விசை

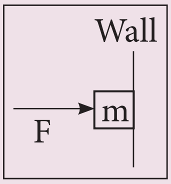
I. சரியான விடையைத் தேர்ந்தெடுத்து எழுதுக

349201

1. வளைவுச் சாலை ஒன்றில் கார் ஒன்று திடீரென்று இடது புறமாகத் திரும்புபோது அக்காரிலுள்ள பயணிகள் வலது புறமாகத் தள்ளப்படுவதற்கு, பின்வருவனற்றுள் எது காரணமாக அமையும்?
   a) திசையில் நிலைமம்
   b) இயக்கத்தில் நிலைமம்
   c) ஓய்வில் நிலைமம்
   d) நிலைமமற்ற தன்மை

2. பின்வரும் படத்தில் காட்டப்பட்டுள்ளவாறு, m என்ற நிறை செங்குத்துச் சுவரொன்று நழுவாமல் நிற்பதற்காக F என்ற கிடைத்தள விசை அந்நிறையின் மீது செலுத்தப்படுகிறது இந்நிலையில் கிடைத்தள விசை F ன் சிறும மதிப்பு என்ன?

   (IIT JEE 1994)



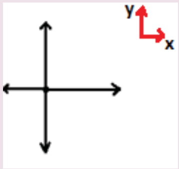
   a) mg ஐ விடக் குறைவு
   b) mg க்குச் சமம்
   c) mg ஐ விட அதிகம்
   d) கண்டறிய முடியாது

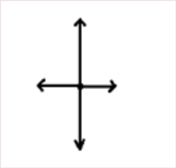
3. நேர்க்குறி x அச்சுத்திசையில் சென்று கொண்டிருக்கும் வாகனத்தின் தடையை (brake) திடீரென்று செலுத்தும்போது நடைபெறுவதுஎது?
   a) எதிர்க்குறி x அச்சுத்திசையில் வாகனத்தின்மீது உராய்வுவிசை செயல்படும்
   b) நேர்க்குறி x அச்சுத் திசையில் வாகனத்தின் மீது உராய்வுவிசை செயல்படும்
   c) வாகனத்தின் மீது எவ்வித உராய்வு விசையும் செயல்படாது
   d) கீழ்நோக்கிய திசையில் உராய்வுவிசை செயல்படும்.

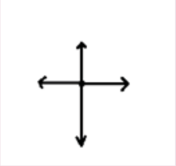
4. மேசைமீது வைக்கப்பட்டிருக்கும் புத்தகத்தின் மீது மேசை செலுத்தும் செங்குத்து விசையை, எதிர்ச்செயல் விசை என்று கருதினால்; நியூட்டனின் மூன்றாம் விதிப்படி இங்கு செயல் விசையாக (action force) எவ்விசையைக் கருத வேண்டும்?
   a) புவி, புத்தகத்தின் மீது செலுத்தும் ஈர்ப்புவிசை
   b) புத்தகம், புவியின் மீது செலுத்தும் ஈர்ப்புவிசை
   c) புவி, மேசையின் மீது செலுத்தும் செங்குத்துவிசை
   d) மேற்கண்ட எதுவுமில்லை

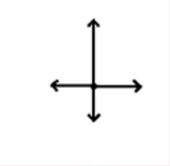
5. $m_1 < m_2$ என்றநிபந்தனையில்இருநிறைகளும் ஒரே விசையினை உணர்ந்தால், அவற்றின் முடுக்கங்களின் தகவு .
   a) 1
   b) 1 ஐ விடக் குறைவு
   c) 1 ஐ விட அதிகம்
   d) மேற்கண்டஅனைத்தும்

6. எதிர்க்குறி y அச்சு திசையில் முடுக்கமடையும் துகளின் "தனித்த பொருள் விசை படத்தை" தேர்ந்தெடு. (ஒவ்வொரு அம்புக் குறியும் துகளின் மீதான விசையைக் காட்டுகிறது)

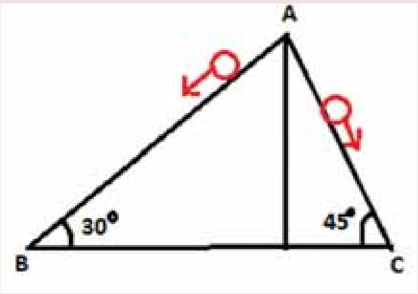
   a) 

   b) 

   c) 

   d) 

7. m என்ற நிறை படத்தில் காட்டப்பட்டுள்ளவாறு, வழு வழுப்பான இரட்டைச் சாய்தளத்தில் நழுவிச் செல்லும்போது, அந்நிறை உணர்வது



a) பாதை AB பாதையில் அதிக முடுக்கத்தைப் பெறும்

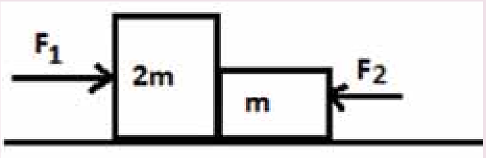
b) பாதை AC பாதையில் அதிக முடுக்கத்தைப் பெறும்

c) இருபாதையிலும் சம முடுக்கத்தைப் பெறும்

d) இருபாதைகளிலும் முடுக்கத்தையும் இல்லை

8. படத்தில் காட்டியவாறு வழுவழுப்பான கிடைத்தள பரப்பில் m, 2m நிறைகள் வைக்கப்பட்டுள்ளன. முதல் நிலையில் F_1 விசைஇடப்புறமிருந்துசெயல்படுத்தப்படுகிறது. பிறகு F_2 விசை மட்டும் வலப்புறமிருந்து செயல்படுத்தப்படுகிறது. பொருள்கள் ஒன்றையொன்று தொடும் பரப்பில், இரு நிலைகளிலும் சமவிசைகள் செயல்படுகின்றன எனில் $F_1 : F_2$

[இயற்பியல் ஒலிம்பியாட் 2016]



a) 1:1 b) 1:2

c) 2:1 d) 1:3

9. மாறாத் திசைவேகத்தில் செல்லும் துகளின் மீது செயல்படும் விசையின் மதிப்பு என்ன?

a) எப்பொழுதும் சுழி

b) சுழியாக இருக்க வேண்டிய அவசியமில்லை

c) எப்பொழுதும் சுழியற்ற மதிப்பு

d) முடிவு செய்ய இயலாது

10. ஓய்வுநிலை உராய்வுக் குணகம் μ_s கொண்ட, கிடைத்தளப் பரப்புடன் θ கோணம் சாய்ந்துள்ள சாய்தளமொன்றில் m என்ற நிறைவழுக்கிச் செல்லத் தொடங்குகிறது எனில் அந்தப் பொருள் உணரும் பெரும ஓய்வுநிலை உராய்வு விசையின் அளவு

a) mg

b) $\mu_s mg$

c) $\mu_s mg \sin\theta$

d) $\mu_s mg \cos\theta$

11. பொருளொன்று மாறாத் திசைவேகத்தில் சொர சொரப்பான பரப்பில் செல்லும்போது கீழ்க்கண்டவற்றுள்ளது சாத்தியம்?

a) பொருளின் மீதான தொகுபயன் விசைசுழி

b) பொருளின்மீது விசை ஏதும் செயல்படவில்லை

c) பொருளின் மீது புறவிசை மட்டும் செயல்படுகிறது.

d) இயக்க உராய்வு மட்டும் செயல்படுகிறது.

12. பொருளொன்று சொர சொரப்பான சாய்தளப்பரப்பில் ஓய்வுநிலையில் உள்ளது எனில் கீழ்க்கண்டவற்றுள் எது சாத்தியம்?

a) பொருளின் மீது செயல்படும் ஓய்வுநிலை உராய்வு மற்றும் இயக்க உராய்வு சுழி

b) ஓய்வுநிலை உராய்வு சுழி ஆனால் இயக்க உராய்வு சுழியல்ல

c) ஓய்வுநிலை உராய்வு சுழியல்ல, இயக்க உராய்வு சுழி

d) ஓய்வுநிலை உராய்வு, இயக்க உராய்வு இரண்டும் சுழியல்ல

13. மையவிலக்கு விசை எங்கு ஏற்படும்?

a) நிலைமக் குறிப்பாயங்களில் மட்டும்

b) சுழல் இயக்க குறிப்பாயங்களில் மட்டும்

c) எந்த ஒரு முடுக்கமடையும் குறிப்பாயத்திலும்

d) நிலைம, நிலைமமற்ற குறிப்பாயம்

14. பின்வருவனவற்றுள் சரியான கூற்றைத் தேர்வு செய்க

a) மையவிலக்கு மற்றும் மையநோக்கு விசைகள் செயல், எதிர்செயல் இணைகள்

b) மையநோக்கு விசை இயற்கை விசையாகும்.

c) மையவிலக்கு விசை, ஈர்ப்பு விசையிலிருந்து உருவாகிறது

d) வட்ட இயக்கத்தில் மையநோக்கு விசை மையத்தை நோக்கியும், மையவிலக்கு விசை வட்டமையத்திலிருந்து வெளி நோக்கியும் செயல்படுகிறது.

15. மனிதரொருவர் புவியின் துருவத்திலிருந்து, நடுவரைக் கோட்டுப் பகுதியை நோக்கி வருகிறார். அவரின்மீது செயல்படும் மையவிலக்கு விசை

a) அதிகரிக்கும்

b) குறையும்

c) மாறாது

d) முதலில் அதிகரிக்கும். பின்பு குறையும்

விடைகள்

1) a	2) c	3) a	4) c	5) c
6) c	7) b	8) c	9) b	10) d
11) a	12) c	13) b	14) d	15) a

II குறுவினாக்கள்

1. நிலைமம் விளக்குக. இயக்கத்தில் நிலைமம். ஓய்வில் நிலைமம் மற்றும் திசையில் நிலைமம் ஒவ்வொன்றிற்கும் இரு எடுத்துக்காட்டுகள் தருக.
2. நியூட்டனின் இரண்டாவது விதியைக் கூறுக
3. ஒரு நியூட்டன் – வரையறு
4. கணத்தாக்கு என்பது உந்தத்தில் ஏற்படும் மாற்றம் என்று விளக்குக.
5. ஒரு பொருளை நகர்த்த அப்பொருளை இழுப்பது சுலபமா? அல்லதுதள்ளுவதுசுலபமா? தனித்த பொருளின் விசைப்படம் வரைந்து விளக்குக
6. உராய்வின் பல்வேறு வகைகளை விளக்குக.உராய்வினைக்குறைப்பதற்கான வழிமுறைகள் சிலவற்றைத் தருக.
7. போலி விசை என்றால் என்ன?
8. ஓய்வுநிலை உராய்வு மற்றும் இயக்க உராய்வு ஆகியவற்றிற்கான அனுபவ கணிதத் தொடர்பைக் (empirical law) கூறுக
9. நியூட்டன் மூன்றாவது விதியைக் கூறுக.
10. நிலைமக் குறிப்பாயம் என்றால் என்ன?
11. சரி சமமான வளைவுச்சாலையில் கார்ஒன்று சறுக்குவதற்கான நிபந்தனை என்ன?

III நெடுவினாக்கள்

1. நேர்கோட்டு உந்தமாறா விதியை நிரூபி. இதிலிருந்து துப்பாக்கியிலிருந்து குண்டு வெடிக்கும்போது ஏற்படும் துப்பாக்கியின் பின்னியக்கத்திற்கான கோவையைப் பெறுக.
2. ஒரு மையவிசைகள் என்றால் என்ன? லாமியின் தேற்றத்தைக் கூறு.
3. மெல்லியகம்பி/நூலினால்இணைக்கப்பட்ட கனப்பொருள்களின் இயக்கத்தை

   (i) செங்குத்து

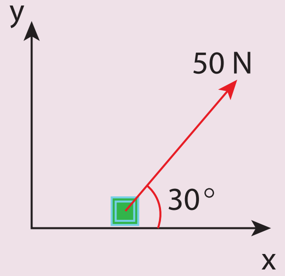
   (ii) கிடைமட்ட திசையில் விவரி.
4. உராய்வு எவ்வாறு தோன்றுகிறது என்பதை விவரி. சாய்தளம் ஒன்றில் உராய்வுக் கோணம், சறுக்குக் கோணத்திற்குச் சமம் எனக் காட்டுக.
5. நியூட்டனின் மூன்று விதிகளின் முக்கியத்துவத்தை விளக்குக.
6. மையநோக்கு மற்றும் மையவிலக்கு விசைகளுக்கிடையேயான ஒத்த, வேறுபட்ட கருத்துகளை விவரி.
7. மையவிலக்கு விசையைத் தகுந்த எடுத்துக்காட்டுகளுடன் சுருக்கமாக விளக்குக.
8. உருளுதலின் உராய்வினைப் பற்றி சுருக்கமாக விளக்குக.
9. சறுக்குக் கோணத்தை கண்டறிவதற்கான சோதனையைச் சுருக்கமாக விவரி.
10. வளைவுச் சாலைகளின் வெளி விளிம்பு உயர்த்தப்பட்டிருப்பதன் நோக்கம் என்ன? விளக்குக.
11. புவியினை நோக்கி நிலவின் மையநோக்கு முடுக்கத்தைக் காண்க.

IV கருத்துரு வினாக்கள்

1. கார் ஒன்றின் உள்ளே இருந்து அக்காரைத் தள்ள முடியாது. ஏன்?
2. பரப்புகளை ஒரு குறிப்பிட்ட எல்லைக்கு மேல் வழுவழுப்பாக்கினால் அவற்றின் உராய்வுத் தடை குறைவதற்குப் பதிலாக அதிகரிப்பதன் காரணம் என்ன ?
3. ஒரே ஒரு தனித்த விசை இயற்கையில் தோன்றுமா?
4. பாராசூட் மெதுவாகக் கீழே விழுவதன் காரணம் என்ன?
5. பனிக்கட்டி மீது நடக்கும் போது நெருக்கமாக அடி எடுத்து வைக்க வேண்டும். ஏன்?
6. மனிதரொருவர்தரையில்நடக்கும்போது, மனிதரின் மீது செயல்படும் தரையின் உராய்வு விசை அவரின் இயக்கத்திசைக்கு எதிராகச் செயல்படும். சரியா? தவறா?
7. உராய்வுக் குணகம் ஒன்றை விட அதிகமாக இருக்க முடியுமா?
8. பொருள் மீது செயல்படும் விசையின் திசையைக் கொண்டு இயக்கத்திசையைக் கூற முடியுமா?
9. துகள் அமைப்பின் உந்தம் எப்பொழுதும் மாறாது. சரியா தவறா?

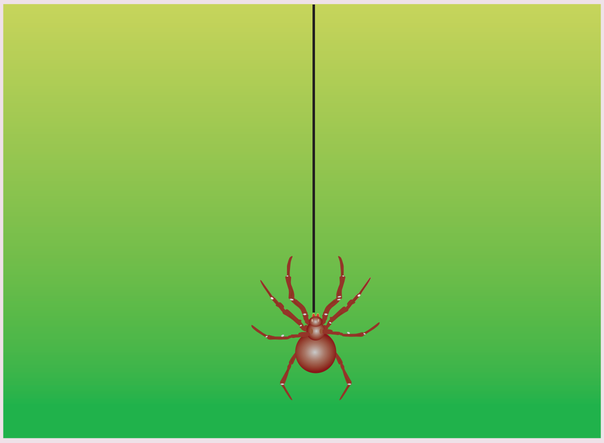
IV கணக்குகள்

1. 20 kg நிறையுள்ள பொருள் மீது 50 N விசை படத்தில் காட்டியவாறு செயல்படுகிறது. x , y திசைகளில் பொருளின் முடுக்கங்களைக் காண்க.



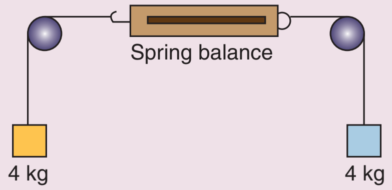
விடை: $a_x = 2.165\ ms^{-2}$; $a_y = 1.25\ ms^{-2}$

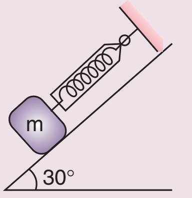
2. 50 g நிறையுள்ள சிலந்தி ஒன்று படத்தில் காட்டியவாறு அதன் வலையிலிருந்து தொங்குகிறது. வலையின் இழுவிசை யாது?



விடை: T = 0.49N

3. கீழே காட்டப்பட்டுள்ள படத்திலிருந்து சுருள்வில் தராசு காட்டும் அளவீடு என்ன?





m = 2kg

விடை: சுழி, 9.8 N

4. மேசை ஒன்றின் மீது +1 இயற்பியல் தொகுதி 1 மற்றும் தொகுதி 2, +2 இயற்பியல் தொகுதி 1 மற்றும் தொகுதி 2 இவை வரிசையாக ஒன்றின் மீது ஒன்று அடுக்கி வைக்கப்பட்டுள்ளன

   a) ஒவ்வொரு புத்தகத்தின் மீதும் செயல்படும் விசைகளைக் காண்க. "தனித்த பொருள் விசை படங்கள்" அவற்றிற்கு வரைக.

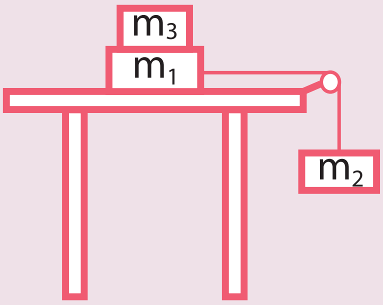
   b) ஒவ்வொரு புத்தகமும் மற்ற புத்தகங்கள் மீது தரும் விசைகளைக் கண்டுபிடி.

5. மெல்லிய கயிற்றில் கட்டப்பட்டுள்ள ஊசல் குண்டொன்று முன்னும் பின்னும் அலைவுறுகிறது. ஊசல் குண்டின்மீது செயல்படும் விசைகளைக் கூறுகளாகப் பிரிக்கவும். மேலும் θ கோணத்தில் அந்த ஊசல் குண்டு பெறும் முடுக்கத்தைக் கணக்கிடுக?

விடை: தொடுகோட்டு முடுக்கம் $= g \sin\theta$

மையநோக்குமுடுக்கம் $= \dfrac{(T - mg\cos\theta)}{m}$.

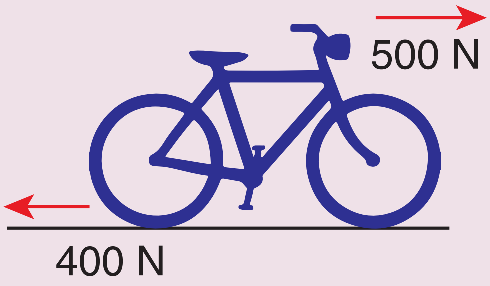
6. படத்தில் காட்டியவாறு m_1 மற்றும் m_2 இரண்டு நிறைகள் மெல்லிய கயிற்றினால் உராய்வற்ற கப்பியின் வழியே இணைக்கப்பட்டுள்ளன. மேசையுடனான m_1 க்கும் மேசைக்கும் இடையேயான ஓய்வுநிலை உராய்வுக் குணகம் μ_s. m_1 மீது எவ்வளவு சிறும நிறை m_3 வைத்தால் m_1 நகராது? $m_1 = 15$ kg, $m_2 = 10$ kg, $m_3 = 25$ kg, $\mu_s = 0.2$ எனில் உனது விடையை சரி பார்.

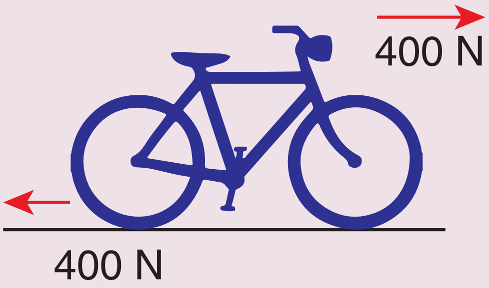


விடை: $m_3 = \dfrac{m_2}{\mu_s} - m_1$ எனில்

m_1, m_3 இவ்விரண்டு நிறைகளும் சேர்ந்த அமைப்பு $m_1 + m_3$ சறுக்கத் தொடங்கும்.

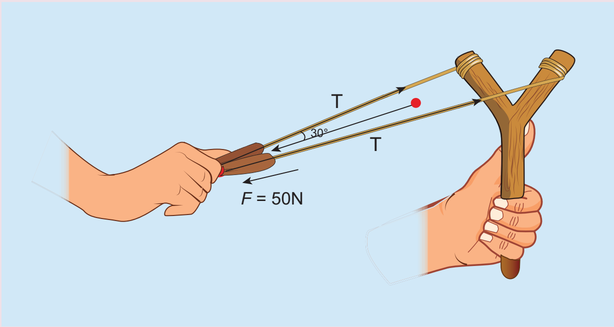
7. படம் 1 மற்றும் 2 இல் காட்டப்பட்ட 25 kg மிதிவண்டிகளின் முடுக்கங்களைக் கணக்கிடு.





விடை: $a = 4\ ms^{-2}$, **சுழி**

8. படத்தில் காட்டப்பட்டுள்ள கவணிற்கு (கல்லெறி கருவி) லாமி தேற்றத்தை பயன்படுத்தி இழு கயிற்றின் இழுவிசையைக் காண்க?



விடை: T = 28.868N.

9. கால்பந்து வீரரொருவர் 0.8 kg நிறையுடைய கால்பந்தை உதைத்து அதை 12 m s⁻¹ திசைவேகத்தில் இயக்க வைக்கிறார். அவ்வீரர் வினாடியில் ஆறில் ஒரு பங்கு நேரமே பந்தை உதைத்தார் எனில் அப்பந்தின் மீது அவர் செலுத்திய சராசரி விசையைக் காண்க.

விடை: 576N.

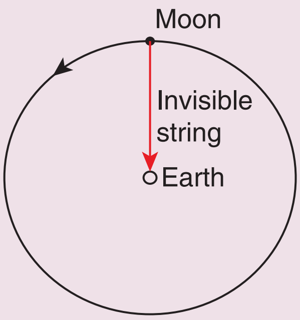
10. 1 m நீளமுள்ள 2 kg நிறையுள்ள கல் ஒன்று நூலில் கட்டப்பட்டு சுழல்கிறது. நூல் தாங்கக்கூடிய பெரும இழுவிசை 200 N. வட்ட இயக்கத்தில் கல் செல்லக்கூடிய பெரும வேகம் யாது?

விடை: $v_{max} = 10ms^{-1}$

11. புவி மற்றும் நிலவு இவற்றிற்கிடையேயான ஈர்ப்புவிசை கண்ணுக்குப் புலப்படாத அவற்றை இணைக்கும் மெல்லிய கயிற்றின் வழி அளிக்கப்படுகிறது என்று கருதுக. புவி நிலாவிற்கு அளிக்கும் மையநோக்கு முடுக்கத்தால் ஏற்படும் இழுவிசையை கணக்கிடுக.

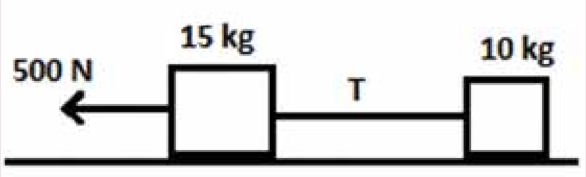
(நிலாவின் நிறை = 7.34×10^{22} kg

புவிக்கும் நிலாவிற்கும் உள்ள தொலைவு = 3.84×10^{8} m)



விடை: $T \approx 2 \times 10^{20} N$

12. 15 kg, 10 kg நிறை கொண்ட இரண்டு பொருட்கள் மெல்லிய கயிற்றின் மூலம் இணைக்கப்பட்டு வழுழுப்பான தரையின் மீது வைக்கப்பட்டுள்ளன. படத்தில் காட்டியுள்ளவாறு F= 500 N விசையானது 15 kg நிறை மீது செலுத்தப்பட்டால், கயிற்றின் மீது செயல்படும் இழுவிசையின் மதிப்பு என்ன?



விடை: $T = 200N$

13. மக்கள் அடிக்கடி "எல்லா செயல்களுக்கும் சமமான எதிர்ச்செயல் உண்டு" என்று கூறுகிறார்கள். இங்கு "செயல்கள்" என்பது மனிதர்களின் செயல்களைக் குறிக்கிறது. மனிதர்களின் செயல்களுக்கு நியூட்டனின் மூன்றாம் விதியைப் பயன்படுத்துவது சரியா? நியூட்டனின் மூன்றாம் விதியில் குறிப்பிடப்படும் செயல் (Action) என்பது எதனைக் குறிக்கிறது?

விடை: மனிதர்களின் செயல்களில் எங்கெல்லாம் அவர்களின் உடல் விசை பயன்படுத்தப்படுகிறதோ அங்கு மட்டுமே நியூட்டனின் மூன்றாம் விதியினைப் பயன்படுத்தலாம். ஆனால் அவர்களின் மன ரீதியான உளவியல் செயல்களுக்கும், எண்ணங்களுக்கும் நியூட்டனின் மூன்றாம் விதியைப் பயன்படுத்த முடியாது.

14. 10m வளைவு ஆரம் கொண்ட வட்ட வடிவச் சாலையில் செல்லும் கார், 50 ms^{-1} திசைவேகத்தில் வளைகிறது. அக்காரினுள்ளே அமர்ந்திருக்கும் 60 kg நிறையுடைய மனிதர் உணரும் மையவிலக்கு விசையைக் காண்க.

விடை: 15,000 N

15. தரையில் கிடைத்தளமாக வைக்கப்பட்டுள்ள கம்பு (stick) ஒன்றிலிருந்து 10 m தொலைவில் உள்ள நபரால், 0.5kg நிறைகொண்ட கல்லினை அக்கம்பில் படுமாறு வீசி எறியத் தேவைப்படும் சிறுமத் திசைவேகத்தைக் காண்க. (இயக்க உராய்வுக் குணகம் $\mu_k = 0.7$ என்க)

விடை: 11.71 ms^{-1}

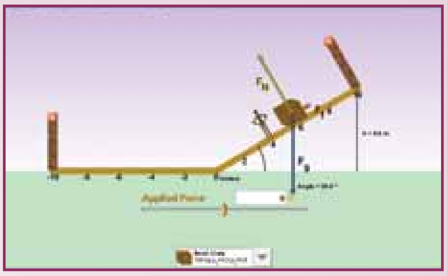
மேற்கோள்நூல்கள்

1. Charles Kittel, Walter Knight, Malvin Ruderman, Carl Helmholtz and Moyer, *Mechanics,* 2nd edition, Mc Graw Hill Pvt Ltd,
2. A.P.French, *Newtonian Mechanics,* Viva-Norton Student edition
3. SomnathDatta, *Mechanics,* Pearson Publication
4. H.C.Verma, *Concepts of physics* volume 1 and Volume 2, Bharati Bhawan Publishers
5. Serway and Jewett, *Physics for scientist and Engineers with modern physics*, Brook/ Coole publishers, Eighth edition
6. Halliday, Resnick & Walker, *Fundamentals of Physics*, Wiley Publishers, 10th edition

இணையச் செயல்பாடு

விசையும் இயக்கமும்

விசையையும் இயக்கத்தையும்
விளையாடிக் கற்போமா?

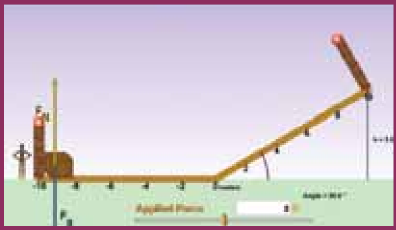


படிகள்

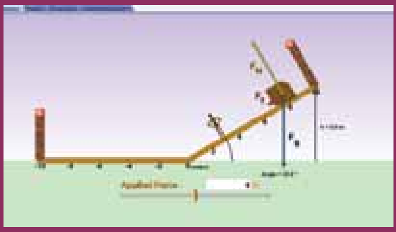
- கீழ்க்காணும் உரலி / விரைவுக் குறியீட்டைப் பயன்படுத்தி PhET – force and motion என்னும் இணையப் பக்கத்திற்குச் செல்லவும். OK என்பதைச் சொடுக்கிச் செயல்பாட்டைத் துவங்கவும்.
- விசைக்கு வெவ்வேறு மதிப்புகளை அளித்து அதனால் இயக்கத்தில் ஏற்படும் மாற்றத்தை உற்று நோக்குக.
- பொருள்களின் நிலையை மாற்றி, அவற்றின் சாய்வுதளக் கோணங்களில் ஏற்படும் மாற்றங்களை உற்றுநோக்குக.
- பொருள்களின் எடையை மாற்றி அமைத்து, விசை மற்றும் சாய்வு தளக் கோணத்தில் ஏற்படும் மாற்றங்களை உற்றுநோக்குக.

படி 1

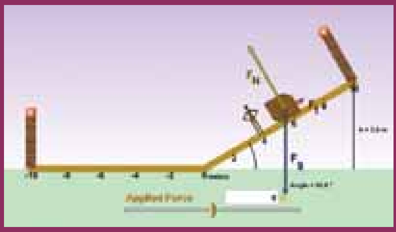
படி 2



படி 3



படி 4



உரலி:

https://phet.colorado.edu/en/simulation/ramp-forces-and-motion

*படங்கள் அடையாளத்திற்கு மட்டும்.

* Flash Player or Java Script தேவையெனில் அனுமதிக்க.

B126_11_PHY_TM

அலகு

4

வேலை, ஆற்றல் மற்றும் திறன் (WORK, ENERGY AND POWER)

"பருப்பொருளே ஆற்றல், ஆற்றலே ஒளி, நாம் அனைவரும் ஒளி மனிதர்கள்" – ஆல்பர்ட் ஐன்ஸ்டீன்

கற்றலின் நோக்கங்கள்

இந்த அலகில் மாணவர்கள் அறிந்து கொள்ள இருப்பது

- வேலையின் வரையறை
- மாறா மற்றும் மாறக்கூடிய விசையினால் செய்யப்பட்ட வேலை
- பல்வேறு வகையான ஆற்றல்
- ஆற்றல் மாறா விதி
- செங்குத்து வட்ட இயக்கம்
- திறனின் வரையறை
- பல்வேறு வகையான மோதல்கள்

34EB7R

4.1 அறிமுகம்

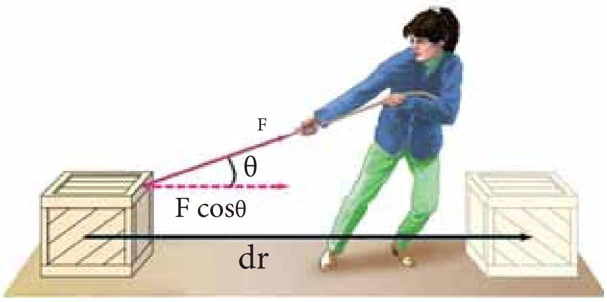
அன்றாட வாழ்வில் வேலை என்ற சொல் பலதரப்பட்ட தருணங்களில் பயன்படுத்தப்படுகிறது. இது உடல் சார்ந்த வேலை மற்றும் மனம் சார்ந்த வேலை ஆகிய இரண்டையும் குறிக்கும். உண்மையில் எந்த ஒரு செயல்பாடும் பொதுவாக வேலை என்றே அழைக்கப்படும். ஆனால் இயற்பியலில் வேலை என்ற சொல் துல்லியமான வரையறையைக் கொண்டுள்ள ஒரு இயல் அளவாகக் கருதப்படுகிறது. ஒரு பொருளின் மீது செயல்படுத்தப்பட்ட விசை அதனை இடம்பெயரச் செய்தால் விசையினால் வேலை செய்யப்படுகிறது. வேலை செய்வதற்கு ஆற்றல் தேவை. அதாவது, வேலை செய்வதற்கான திறன் ஆற்றல் என வரையறுக்கப்படுகிறது. எனவே வேலையும் ஆற்றலும் ஒத்த பரிமாணத்தைப் பெற்றுள்ளன. இயற்பியலில் ஆற்றலானது இயந்திர ஆற்றல், மின் ஆற்றல், வெப்ப ஆற்றல், அணுக்கரு ஆற்றல் போன்ற பல்வேறு வடிவங்களில் உள்ளன. பல இயந்திரங்கள் ஒரு வகையான ஆற்றலை எடுத்துக்கொண்டு வேறு வகையான ஆற்றலை வெளிப்படுத்துகின்றன. இப்பாடப் பகுதியில் முக்கியமாக இயந்திர ஆற்றலின் இரு வகை ஆற்றல்களான இயக்க ஆற்றல் மற்றும் நிலை ஆற்றல் ஆகியவற்றைக் காண்போம். அடுத்து விவாதிக்கப்பட இருப்பது, வேலை செய்யும் வீதம் அல்லது ஆற்றல் வெளியிடப்படும் வீதம் ஆகும். வேலை செய்யப்படும் வீதம் திறன் எனப்படும். கிரிக்கெட் விளையாட்டில் ஒரு சக்திவாய்ந்த அடி என்பது மட்டையால் பந்தை வேகமாக அடிப்பதைக் குறிக்கிறது. இந்தப் பாடப்பகுதியானது வேலை, ஆற்றல் மற்றும் திறன் ஆகிய மூன்று இயல் அளவுகள் மற்றும் அவற்றின் முக்கியத்துவம் குறித்த ஒரு நல்ல புரிதலை வளர்க்கும் நோக்கத்தைக் கொண்டுள்ளது.

4.1.1 வேலை [WORK]

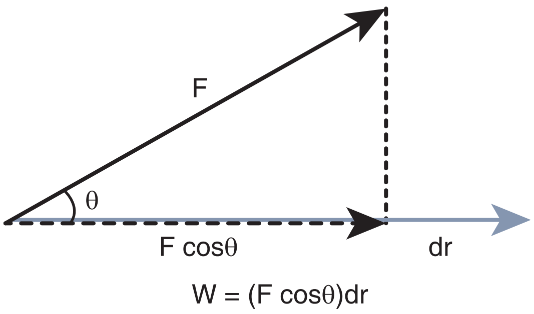
படம் 4.1 இல் காட்டியுள்ளவாறு ஒரு பொருளின் மீது செயல்படும் $\vec{F}$ என்ற விசை அதனை $d\vec{r}$ என்ற இடப்பெயர்ச்சி ஏற்படுத்தி நகர்த்துவதாகக் கருதுவோம்.

கணிதவியலின்படி, பொருளின் மீது விசையினால் செய்யப்பட்ட வேலை (W) பின்வருமாறு எழுதப்படுகிறது.

$$W = \vec{F} \cdot d\vec{r} \qquad (4.1)$$



படம் 4.1 விசையினால் செய்யப்பட்ட வேலை



படம் 4.2 செய்யப்பட்ட வேலையைக் கணக்கிடுதல்

இங்கு $\vec{F}\cdot d\vec{r}$ இன் பெருக்கல்பலன் ஒரு ஸ்கேலர் பெருக்கல் அல்லது புள்ளிப் பெருக்கல் ஆகும். இரு வெக்டர்களின் ஸ்கேலர் பெருக்கல் பலன் ஒரு ஸ்கேலர் மதிப்பாகும். (பகுதி 2.5.1 ஐக் காண்க). எனவே செய்யப்பட்ட வேலை ஒரு ஸ்கேலர் அளவாகும். இது எண்மதிப்பை மட்டும் பெற்றுள்ளது மற்றும் திசையற்றது. SI அலகு முறையில் செய்யப்பட்ட வேலையின் அலகு N m அல்லது ஜீல் (J) ஆகும். அதன் பரிமாண வாய்ப்பாடு $[ML^2T^{-2}]$ ஆகும்.

சமன்பாடு (4.1) இல் இருந்து

$$W = F\,dr\cos\theta \qquad (4.2)$$

இதனைப் படம் 4.2 ஐப் பயன்படுத்திப் புரிந்துகொள்ளலாம். ($\vec{a}\cdot\vec{b} = ab\cos\theta$ என்பதால்). இங்கு θ என்பது பொருளின் மீது செயல்படுத்தப்பட்ட விசைக்கும் அந்தப்பொருளின் இடப்பெயர்ச்சிக்கும் இடையே உள்ள கோணமாகும்.

விசையினால் செய்யப்பட்ட வேலை என்பது விசை $(\vec{F})$ இடப்பெயர்ச்சி $(\vec{dr})$ மற்றும் அவற்றிற்கிடையே உள்ள கோணம் θ ஆகியவற்றை சார்ந்தது.

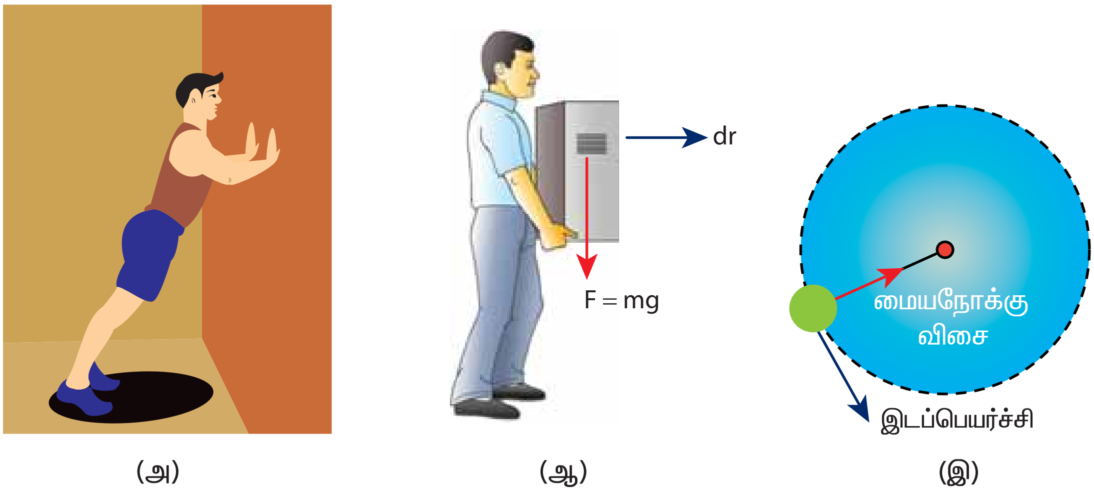
கீழ்கண்ட நேர்வுகளில் செய்யப்பட்ட வேலை சுழியாகும்.

(i) விசை சுழியாகும் போது $(F = 0)$

உதாரணமாக, உராய்வற்ற ஒரு கிடைத்தளப் பரப்பில் மாறா திசைவேகத்தில் நகரும் (உராய்வு இல்லாததால்) ஒருபொருள் தொடர்ந்து இயங்கிக் கொண்டே இருக்கும். (இது ஒரு இலட்சிய (ideal) சூழ்நிலை)

(ii) இடப்பெயர்ச்சி சுழியாகும் போது $(dr = 0)$

உதாரணமாக, திடமாக உள்ள ஒரு சுவரின் மீது விசை செலுத்தப்பட்டால் விசையானது எந்த இடப்பெயர்ச்சியையும் ஏற்படுத்தாது. எனவே படம் 4.3 (அ) இல் காட்டியுள்ளவாறு செய்யப்பட்ட வேலை சுழியாகும்.



படம் 4.3 சுழிவேலை செய்யப்படும் மாறுபட்ட நேர்வுகள்

(iii) விசையும் இடப்பெயர்ச்சியும் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தாக உள்ளபோது ($\theta = 90^o$).

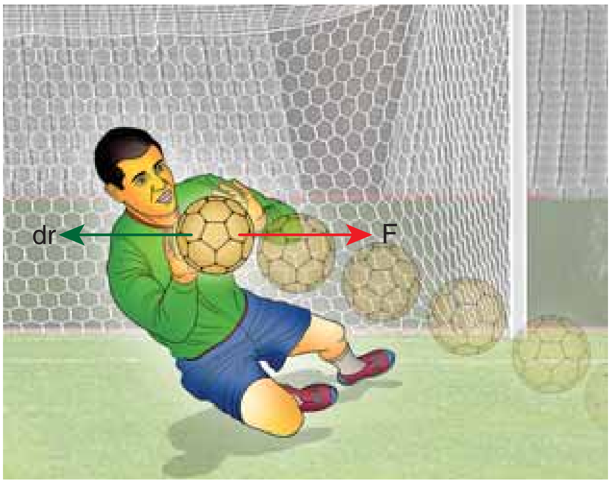
படம் 4.3 (ஆ) இல் காட்டியுள்ளவாறு ஒரு பொருளானது கிடைத்தளத் திசையில் நகரும்போது புவியீர்ப்புவிசை (mg) பொருளின் மீது வேலை ஏதும் செய்யாது, ஏனெனில் அது இடப்பெயர்ச்சிக்கு செங்குத்தாக செயல்படுகிறது.

படம் 4.3 (இ) இல் காட்டியுள்ளவாறு வட்ட இயக்கத்தில் உள்ள பொருளின்மீது செயல்படும் மையநோக்கு விசையானது வேலை ஏதும் செய்யாது. ஏனெனில் அது எப்போதும் இடப்பெயர்ச்சிக்கு செங்குத்தாக உள்ளது.

கொடுக்கப்பட்ட விசை (F) மற்றும் இடப்பெயர்ச்சி (dr) க்கு அட்டவணை 4.1 இல் தொகுத்துள்ளவாறு அவற்றிற்கிடையே உள்ள கோணம் θ ஆனது செய்யப்பட்ட வேலையின் மதிப்பை முடிவு செய்கிறது.

விசையினால் செய்யப்படும் எதிர்க்குறி வேலைக்கு பல உதாரணங்கள் உள்ளன. கால்பந்து விளையாட்டில், வீரர் (Goal keeper) அவரை நோக்கி வரும் பந்தை ஒரு விசையைச் செலுத்திப் பிடிக்கிறார். அவ்விசையானது பந்தின் இயக்கத்திற்கு எதிர்திசையில் பந்து அவரது கைகளில் ஓய்வுநிலைக்கு வரும் வரை செலுத்தப்படுகிறது. படம் 4.4 இல் காட்டியுள்ளவாறு விசையைச் செலுத்தும் நேரத்தில் அவர் பந்தின்மீது எதிர்வேலை செய்கிறார். இந்தப் பாடப்பகுதியில் மேலும் பல எதிர்வேலைக்கான சூழ்நிலைகள் பற்றி கற்ப்போம்.

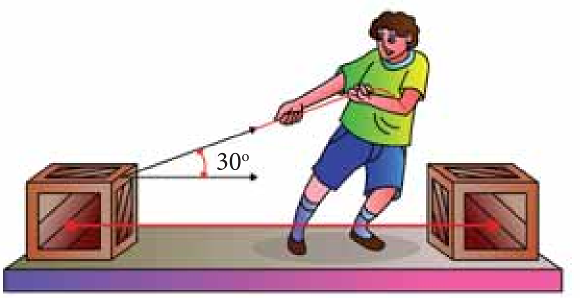
34HXVN



படம் 4.4 எதிர்வேலை செய்யப்படுதல்

எடுத்துக்காட்டு 4.1

ஒரு பெட்டி 25 N விசையினால் 15 m இடப்பெயர்ச்சி ஏற்படுமாறு இழுக்கப்படுகிறது. விசைக்கும் இடப்பெயர்ச்சிக்கும் இடையே உள்ள கோணம் $30°$ எனில் விசையினால் செய்யப்பட்ட வேலையைக் காண்க.



தீர்வு

விசை $F = 25$ N

இடப்பெயர்ச்சி $dr = 15$ m

அட்டவணை 4.1 கோணம் (θ)மற்றும் வேலையின் தன்மை

கோணம் (θ)	$\cos\theta$	வேலை
$\theta = 0^o$	1	நேர்க்குறி, பெருமம்
$0 < \theta < 90^o$ (குறுங்கோணம்)	$0 < \cos\theta < 1$	நேர்க்குறி
$\theta = 90^o$ (செங்கோணம்)	0	சுழி
$90^o < \theta < 180^o$	$-1 < \cos\theta < 0$	எதிர்க்குறி
$\theta = 180^o$	-1	எதிர்க்குறி, பெருமம்

F மற்றும் dr இடையே உள்ள கோணம் $\theta = 30^{\circ}$

செய்யப்பட்ட வேலை $W = F\,dr\cos\theta$

$$W = 25\times15\times\cos30^{\circ} = 25\times15\times\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$W = 324.76\ J$$

4.1.2 மாறா விசையினால் செய்யப்பட்ட வேலை

ஒரு பொருளின் மீது F என்ற மாறா விசை செயல்படும்போது, விசையினால் dr என்ற சிறு இடப்பெயர்ச்சியை ஏற்படுத்தச் செய்யப்பட்ட சிறு வேலை dW க்கான தொடர்பு

$$dW = (F\cos\theta)\,dr \qquad (4.3)$$

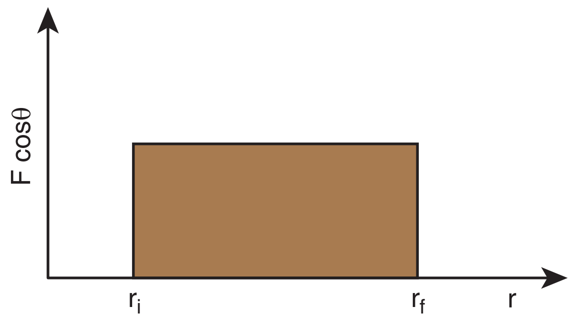
தொடக்க நிலை r_i முதல் இறுதி நிலை r_f வரை இடப்பெயர்ச்சி ஏற்படுத்த செய்யப்படும் மொத்த வேலை,

$$W = \int_{r_i}^{r_f} dW \qquad (4.4)$$

$$W = \int_{r_i}^{r_f} (F\cos\theta)\,dr = (F\cos\theta)\int_{r_i}^{r_f} dr =$$

$$(F\cos\theta)(r_f - r_i) \qquad (4.5)$$

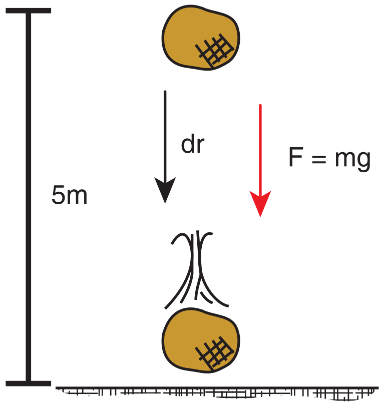
மாறாத விசையினால் செய்யப்பட்ட வேலை படம் 4.5 இல் காட்டப்பட்டுள்ளது. வரைபடத்தின் கீழ் உள்ள பரப்பு மாறாத விசையினால் செய்யப்பட்ட வேலையைக் குறிக்கிறது.



படம் 4.5 மாறாத விசையினால் செய்யப்பட்ட வேலை

எடுத்துக்காட்டு 4.2

2 kg நிறையுள்ள ஒரு பொருள் 5 m உயரத்தில் இருந்து தரையில் விழுகிறது. புவியீர்ப்பு விசையினால் பொருளின் மீது செய்யப்பட்ட வேலை என்ன? (காற்றின் தடையைப் புறக்கணிக்கவும். புவியீர்ப்பு முடுக்கம் $g = 10\ m\ s^{-2}$ எனக் கொள்க)



தீர்வு

இந்நேர்வில் பொருளின் மீது செயல்படும் விசை கீழ் நோக்கிய புவியீர்ப்பு விசை $m\vec{g}$ ஆகும். இது மாறா விசையாகும்.

புவியீர்ப்பு விசையினால் செய்யப்பட்ட வேலை

$$W = \int_{r_i}^{r_f} \vec{F}\cdot d\vec{r}$$

$$W = (F\cos\theta)\int_{r_i}^{r_f} dr = (mg\cos\theta)\,(r_f - r_i).$$

மேலும் பொருளானது படத்தில் காட்டியுள்ளவாறு கீழ்நோக்கிய புவியீர்ப்பு விசையின் $\vec{F} = m\vec{g}$ திசையில் நகருகிறது. எனவே, அவற்றிற்கிடையே உள்ள கோணம் $\theta = 0^{\circ}$, $\cos0^{\circ} = 1$ மற்றும் இடப்பெயர்ச்சி $(r_f - r_i) = 5\ m$

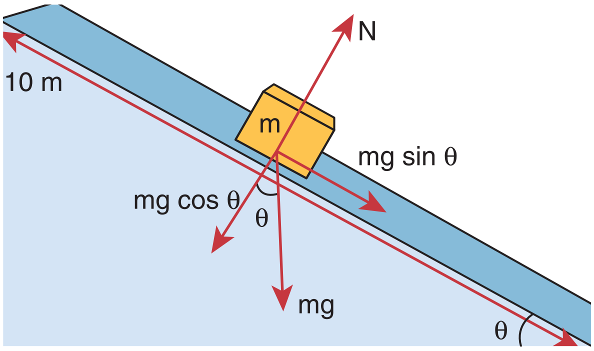
$$W = mg\,(r_f - r_i)$$

$$W = 2\times10\times5 = 100\ J$$

எனவே பொருளின் மீது செயல்படும் புவியீர்ப்பு விசையினால் செய்யப்பட்ட வேலை நேர்க்குறி மதிப்பைப் பெறுகிறது.

எடுத்துக்காட்டு 4.3

படத்தில் காட்டியுள்ளவாறு நிறை m = 1 kg கொண்ட ஒரு பொருள் $\theta = 30^\circ$ சாய்வுக்கோணம் கொண்ட 10 m நீளமுள்ள உராய்வற்ற தளத்தில் மேலிருந்து கீழ்நோக்கிச் சறுக்குகிறது. புவியீர்ப்பு விசை மற்றும் செங்குத்து விசையினால் பொருளின் மீது செய்யப்பட்ட வேலையைக் கணக்கிடுக. புவியீர்ப்பு முடுக்கம் (g) = 10 m s^{-2} எனக் கருதுக.



தீர்வு:

சாய்வுத்தளத்தில் பொருள் அடையும் முடுக்கம் $g\sin\theta$ என முந்தைய பாடப்பகுதியில் கணக்கிட்டுள்ளோம்.

நியூட்டனின் இரண்டாம் விதிப்படி, சாய்வுத்தளத்தில் பொருளின்மீது செயல்படும் விசை $F = mg\sin\theta$. இந்த விசையானது பொருளின் இயக்கம் முழுவதும் மாறாது என்பதை அறியவும்.

புவியீர்ப்பு விசையின் சாய்வுத்தளத்தின் கிடைத்தளக் கூறினால் ($mg\sin\theta$) செய்யப்பட்ட வேலை

$$W = \vec{F}.d\vec{r} = Fdr\cos\phi$$

இங்கு ϕ என்பது விசை ($mg\sin\theta$) மற்றும் பொருள் செல்லும் திசைக்கும் (dr) இடையே உள்ள கோணமாகும். இந்நேர்வில், விசை ($mg\sin\theta$) மற்றும் இடப்பெயர்ச்சி $d\vec{r}$ ஆகியவை ஒரே திசையில் உள்ளன. எனவே $\phi = 0^\circ$ மற்றும் $\cos\phi = 1$

$$W = F\,dr = (mg\sin\theta)\,(dr)$$

(dr = சாய்தளத்தின் நீளம்)

$$W = 1 \times 10 \times \sin 30^\circ \times 10 = 100 \times \frac{1}{2} = 50\,J$$

$mg\cos\theta$ என்ற கூறு மற்றும் செங்குத்து விசை N ஆகியவை பொருள் செல்லும் திசைக்குச் செங்குத்தாக உள்ளதால் அவை எந்த வேலையும் செய்யாது.

எடுத்துக்காட்டு 4.4

மேல்நோக்கி எறியப்பட்ட 2 kg நிறையுள்ள ஒரு பொருள் 5 m உயரத்தை அடைந்து பின்னர் தரையில் வந்து விழுகிறது (காற்றுத்தடையைப் புறக்கணிக்கவும்) எனில் பின்வருவனவற்றை கணக்கிடுக.

(a) பொருள் 5 m உயரத்தை அடையும்போது புவியீர்ப்பு விசையால் செய்யப்பட்ட வேலை

(b) பொருள் மீண்டும் தரையை அடையும்போது புவியீர்ப்பு விசையால் செய்யப்பட்ட வேலை

(c) புவியீர்ப்பு விசையினால் மேல்நோக்கிய மற்றும் கீழ்நோக்கிய இயக்கத்தில் செய்யப்பட்ட மொத்தவேலை மற்றும் முடிவின் இயற்பியல் முக்கியத்துவத்தைக் குறிப்பிடுக

தீர்வு

பொருள் மேல்நோக்கிச் செல்லும்போது இடப்பெயர்ச்சி மேல்நோக்கிய திசையிலும் பொருளின் மீது செயல்படும் புவியீர்ப்பு விசை கீழ்நோக்கிய திசையிலும் செயல்படுகின்றன. எனவே இடப்பெயர்ச்சிக்கும் புவியீர்ப்பு விசைக்கும் இடையே உள்ள கோணம் 180° ஆகும்.

(a) மேல்நோக்கிய இயக்கத்தில் புவியீர்ப்பு விசையினால் செய்யப்பட்ட வேலை

இங்கு $dr = 5\ m$ மற்றும் $F = mg$

$$W_{\text{மேல்}} = Fdr\cos\theta = mgdr\cos 180^\circ$$

$$W_{\text{மேல்}} = 2 \times 10 \times 5 \times (-1) = -100\ J$$

[cos 180° = –1]

(b) பொருள் கீழ்நோக்கி விழும்போது புவியீர்ப்பு விசை மற்றும் இடப்பெயர்ச்சி இரண்டும் ஒரே திசையில் உள்ளன. இதன் மூலம் புவியீர்ப்பு விசைக்கும் இடப்பெயர்ச்சிக்கும் இடையே உள்ள கோணம் $\theta = 0^\circ$ என அறியலாம்.

$$W_{கீழ்} = Fdr\cos 0°$$

$$W_{கீழ்} = 2 \times 10 \times 5 \times (1) = 100J$$

$$[\cos 0° = 1]$$

(c) பொருளின் முழு பயணத்தின்போது (மேல்நோக்கிய மற்றும் கீழ் நோக்கிய இயக்கம்) புவியீர்ப்பு விசையினால் செய்யப்பட்ட மொத்த வேலை

$$W_{மொத்தம்} = W_{மேல்} + W_{கீழ்}$$
$$= -100J + 100J = 0$$

புவியீர்ப்பு விசையானது பொருளிற்கு எவ்வித ஆற்றலையும் மாற்றவில்லை என்பதை இது குறிக்கிறது. பொருள் மேல்நோக்கி எறியப்படும்போது புறக்காரணிகளால் பொருளுக்கு ஆற்றல் அளிக்கப்படுகிறது. பொருள் திரும்ப வந்து தரையில் மோதும்போது பொருள் பெற்ற ஆற்றலானது புவிப்பரப்பிற்கு மாற்றப்படுகிறது (தரையினுள் செல்கிறது)

எடுத்துக்காட்டு 4.5

ஒரு பளு தூக்குபவர் 250 kg நிறையை 5000 N விசையால் 5 m உயரத்திற்கு தூக்குகிறார்.

(a) பளுதூக்குபவரால் செய்யப்பட்ட வேலை என்ன?

(b) புவியீர்ப்பு விசையால் செய்யப்பட்ட வேலை என்ன?

(c) பொருளின் மீது செய்யப்பட்ட நிகர வேலை என்ன?

தீர்வு

(a) பளுதூக்குபவர் நிறையைத் தூக்கும்போது விசையும் இடப்பெயர்ச்சியும் ஒரே திசையில் உள்ளதால் அவற்றிற்கிடையே உள்ள கோணம் $\theta = 0°$. எனவே பளுதூக்குபவரால் செய்யப்பட்ட வேலை

$$W_{ப.தூ} = F_w h\cos\theta = F_w h(\cos 0°)$$
$$= 5000 \times 5 \times (1) = 25000\ J = 25\ kJ$$

(b) பளுதூக்குபவர் நிறையைத் தூக்கும்போது புவியீர்ப்புவிசை கீழ்நோக்கி செயல்படுவதால் விசையும் இடப்பெயர்ச்சியும் எதிரெதிர் திசையில் உள்ளன. எனவே அவற்றிற்கிடையே உள்ள கோணம் $\theta = 180^0$.

$$W_{ஈ} = F_g h\cos\theta = mgh(\cos 180°)$$
$$= 250 \times 10 \times 5 \times (-1)$$
$$= -12500\ J = -12.5\ kJ$$

(c) பொருளின் மீது செய்யப்பட்ட நிகர வேலை (மொத்த வேலை)

$$W_{நிகரம்} = W_{ப.தூ} + W_{ஈ}$$
$$= 25\ kJ - 12.5\ kJ = +12.5\ kJ$$

4.1.3 மாறுபடும் விசையினால் செய்யப்பட்ட வேலை

மாறுபடும் விசை (F) ஒன்றின் கூறு ஒரு பொருளின் மீது செயல்படும்போது dr என்ற சிறு இடப்பெயர்ச்சியை ஏற்படுத்த விசையினால் செய்யப்பட்ட சிறு வேலை (dW) க்கான தொடர்பு

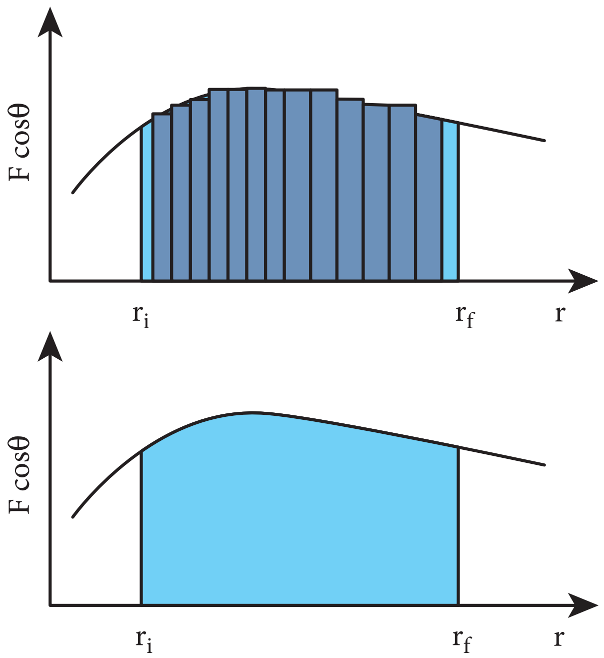
$$dW = (F\cos\theta)dr$$

[F cos θ என்பது F என்ற மாறும் விசையின் கூறு ஆகும்]

இங்கு, F மற்றும் θ ஆகியவை மாறிகள் ஆகும். தொடக்க நிலை r_i முதல் இறுதிநிலை r_f வரை இடப்பெயர்ச்சி ஏற்படுத்த செய்யப்பட்ட மொத்த வேலை

$$W = \int_{r_i}^{r_f} dW = \int_{r_i}^{r_f} F\cos\theta\ dr \qquad (4.6)$$

மாறுபடும் விசையினால் செய்யப்பட்ட வேலை படம் 4.6 இல் வரைபடம் மூலம் காண்பிக்கப்பட்டுள்ளது. வரைபடத்தின் கீழ் உள்ள பரப்பு மாறும் விசையினால் செய்யப்பட்ட வேலையைக் குறிக்கிறது.



படம் 4.6. மாறுபடும் விசையினால் செய்யப்பட்ட வேலை

எடுத்துக்காட்டு 4.6

தொடக்கத்தில் ஓய்வில் உள்ள ஒரு பொருளின் மீது $F = kx^2$ என்ற மாறும் விசை செயல்படுகிறது. பொருளானது $x = 0$ m முதல் $x = 4$ m வரை இடப்பெயர்ச்சி அடைய விசையினால் செய்யப்பட்ட வேலையைக் கணக்கிடுக. (மாறிலி $k = 1$ N m^{-2} எனக்கருதுக)

தீர்வு

செய்யப்பட்ட வேலை

$$W = \int_{x_i}^{x_f} F(x)\,dx = k\int_0^4 x^2 dx = \frac{64}{3}\,\text{N}\,m$$

4.2 ஆற்றல் (ENERGY)

ஆற்றல் என்பது வேலை செய்யும் திறமையே ஆகும். அதாவது, செய்யப்பட்ட வேலை என்பது ஆற்றலின் செயல்பாடே ஆகும். அதனால் தான் வேலை மற்றும் ஆற்றல் இரண்டும் ஒரே பரிமாணத்தைக் கொண்டுள்ளன (ML^2T^{-2}).

வேலை ⇔ ஆற்றல்

ஆற்றலின் முக்கியமான அம்சம் யாதெனில் ஒரு தனித்த அமைப்பிற்கு அனைத்து வகை ஆற்றல்களின் கூடுதல், அதாவது மொத்த ஆற்றல் எந்தச் செயல்பாட்டிலும் எவ்வகையான அகமாற்றங்கள் ஏற்பட்டாலும் மாறாமல் இருக்கும். இதன் பொருளானது ஒரு வடிவில் மறையும் ஆற்றல் மற்றொரு வடிவில் வெளிப்படும். இதுவே ஆற்றல் மாறா விதி எனப்படும். இப்பாடப்பகுதியில் நாம் இயந்திர ஆற்றல் பற்றி மட்டும் கற்ப்போம்.

இயந்திர ஆற்றல் இரு வகைப்படும்.

1. இயக்க ஆற்றல்
2. நிலை ஆற்றல்

ஒரு பொருள் தனது இயக்கத்தினால் கொண்டுள்ள ஆற்றல் இயக்க ஆற்றல் எனப்படும். ஒரு பொருள் தனது நிலைப்பாட்டினால் கொண்டுள்ள ஆற்றல் நிலை ஆற்றல் ஆகும்.

ஆற்றலின் SI அலகானது செய்யப்பட்ட வேலையின் அலகே ஆகும். அதாவது N m (அல்லது) ஜீல் (J). ஆற்றலின் பரிமாணம், செய்யப்பட்ட வேலையின் பரிமாணமே ஆகும். அதன் பரிமாணம் $[ML^2T^{-2}]$ ஆகும். ஆற்றலின் வேறு அலகுகள் மற்றும் அவற்றின் SI மதிப்புகள் அட்டவணை 4.2 இல் காண்பிக்கப்பட்டுள்ளன.

அட்டவணை 4.2. ஆற்றலின் மற்ற அலகுகளுக்குச் சமமான SI மதிப்புகள்

அலகு	இணையான ஜூல் மதிப்புகள்
1 எர்க் (CGS அலகு)	10^{-7} J
1 எலக்ட்ரான் வோல்ட் (eV)	$1.6\text{x}10^{-19}$ J
1 கலோரி (cal)	4.186 J
1 கிலோவாட் மணி (kW h)	$3.6\text{x}10^{6}$ J

4.2.1 இயக்க ஆற்றல் [Kinetic Energy]

இயக்க ஆற்றல் என்பது ஒரு பொருள் அதன் இயக்கத்தால் பெற்றுள்ள ஆற்றலாகும். அனைத்து இயங்கும் பொருட்களும் இயக்க ஆற்றலைக் கொண்டுள்ளன. இயக்கத்தில் உள்ள ஒரு பொருள் வேலை செய்வதற்கான திறமையைப் பெற்றிருக்கும். உதாரணமாக, ஒரு ஆணியின் மீது ஓய்வு நிலையில் வைக்கப்பட்ட ஒரு சுத்தியல் ஆணியை மரத்தினுள் செலுத்தாது. அதேசமயம் படம் 4.7 இல் காட்டியவாறு அந்த சுத்தியலால் ஆணியை அடிக்கும்போது அது ஆணியை மரத்தினுள் செலுத்துகிறது. ஒரு பொருள் இயங்கும்போது, இயக்கத்திற்காக செய்யப்படும் வேலையின் அளவாக இயக்க ஆற்றல் அளவிடப்படுகிறது. இயங்கும் பொருளின் இயக்கத்திற்காக செய்யப்பட்ட வேலையின் அளவு பொருளின் நிறை மற்றும் திசைவேகத்தின் எண்மதிப்பு ஆகியவற்றைச் சார்ந்தது. இயக்கத்தில் இல்லாத ஒரு பொருள் இயக்க ஆற்றலைக் கொண்டிருக்காது.

4.2.2 வேலை-இயக்க ஆற்றல் தேற்றம்

வேலையும் ஆற்றலும் சமமானவை. இது இயக்க ஆற்றலுக்கும் பொருந்தும். இதனை நிரூபிக்க m நிறையுள்ள ஒரு பொருள் உராய்வற்ற கிடைத்தளப் பரப்பில் ஓய்வில் இருப்பதாகக் கருதுவோம்

(F) என்ற மாறா விசையினால் அதே திசையில் (s) என்ற இடப்பெயர்ச்சியை ஏற்படுத்த செய்யப்பட்ட வேலை

$$W = Fs \qquad (4.7)$$

மாறாத விசைக்கான சமன்பாடு,

$$F = ma \qquad (4.8)$$

மூன்றாது இயக்கச் சமன்பாட்டை (பகுதி 2.10.3 ஐக் காண்க) இவ்வாறு எழுதலாம்.

$$v^2 = u^2 + 2as$$

$$a = \frac{v^2 - u^2}{2s}$$

a இன் மதிப்பை சமன்பாடு 4.8 இல் பிரதியிட

$$F = m\left(\frac{v^2 - u^2}{2s}\right) \qquad (4.9)$$

சமன்பாடு 4.9 ஐ 4.7 இல் பிரதியிட,

$$W = m\left(\frac{v^2}{2s}s\right) - m\left(\frac{u^2}{2s}s\right)$$

$$W = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mu^2 \qquad (4.10)$$

இயக்க ஆற்றலுக்கான கோவை :

மேற்கண்ட சமன்பாட்டில் $\left(\frac{1}{2}mv^2\right)$ என்பது (v) திசைவேகத்தில் இயங்கும் (m) நிறையுள்ள பொருளின் இயக்க ஆற்றலைக் குறிக்கும்.

$$KE = \frac{1}{2}mv^2 \qquad (4.11)$$

பொருளின் இயக்க ஆற்றல் எப்பொழுதும் நேர்குறி மதிப்புடையதாகும்.

சமன்பாடு (4.10) மற்றும் (4.11) இல் இருந்து

$$\Delta KE = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mu^2 \qquad (4.12)$$

எனவே $W = \Delta KE$

படம் 4.7 இயக்க ஆற்றலுக்கான காட்சி விளக்கம்

சமன்பாடு 4.12 இல் வலது பக்கத்தில் உள்ள கோவை பொருளின் இயக்க ஆற்றல் மாறுபாடு (ΔKE) ஆகும்.

பொருளின் மீது விசையினால் செய்யப்பட்ட வேலை பொருளின் இயக்க ஆற்றலை மாற்றுகிறது என்பதை இது குறிக்கிறது. இதுவே வேலை – இயக்க ஆற்றல் தேற்றம் எனப்படும்.

வேலை – இயக்க ஆற்றல் தேற்றமானது கீழ்காண்பவற்றை உணர்த்துகிறது.

1. பொருளின் மீது விசையினால் செய்யப்பட்ட வேலை நேர்க்குறியாக இருந்தால் அதன் இயக்க ஆற்றல் அதிகரிக்கிறது.
2. பொருளின் மீது விசையினால் செய்யப்பட்ட வேலை எதிர்குறியாக இருந்தால் அதன் இயக்க ஆற்றல் குறைகிறது.
3. பொருளின் மீது விசையினால் வேலை ஏதும் செய்யப்பட வில்லை எனில் அதன் இயக்க ஆற்றல் மாறாது. இது, பொருளின் நிறை மாறாதபோது விசையினால் பொருளானது மாறா வேகத்தில் இயங்கியது என்பதைக் குறிக்கிறது.

4.2.3 உந்தம் மற்றும் இயக்க ஆற்றல் இடையே உள்ள தொடர்பு

m நிறையுள்ள ஒரு பொருள் $\vec{v}$ என்ற திசைவேகத்தில் இயங்குவதாகக் கருதுவோம். அதன் நேர்கோட்டு உந்தம் $\vec{p} = m\vec{v}$ மற்றும் அதன் இயக்க ஆற்றல்,

$$KE = \frac{1}{2}mv^2$$

$$KE = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\left(\vec{v}.\vec{v}\right) \qquad (4.13)$$

சமன்பாடு 4.13 இன் பகுதி மற்றும் தொகுதியை நிறை m ஆல் பெருக்க

$$KE = \frac{1}{2}\frac{m^2\left(\vec{v}.\vec{v}\right)}{m}$$

$$= \frac{1}{2}\frac{(m\vec{v}).(m\vec{v})}{m} \qquad [\vec{p} = m\vec{v}]$$

$$= \frac{1}{2}\frac{\vec{p}.\vec{p}}{m}$$

$$= \frac{p^2}{2m}$$

$$KE = \frac{p^2}{2m} \qquad (4.14)$$

இங்கு $|\vec{p}|$ என்பது உந்தத்தின் எண் மதிப்பாகும். நேர்கோட்டு உந்தத்தின் எண் மதிப்பை இவ்வாறு பெறலாம்.

$$|\vec{p}| = p = \sqrt{2m\ (KE)} \qquad (4.15)$$

இயக்க ஆற்றல் மற்றும் நிறை கொடுக்கப்பட்டால் உந்தத்தின் எண் மதிப்பை மட்டுமே கணக்கிட இயலும். ஆனால் உந்தத்தின் திசையைக் கணக்கிட இயலாது என்பதை அறியவும். ஏனென்றால் இயக்க ஆற்றல் மற்றும் நிறை ஆகியவை ஸ்கேலர் அளவுகளாகும்.

எடுத்துக்காட்டு 4.7

2 kg மற்றும் 4 kg நிறை கொண்ட இரு பொருள்கள் 20 kg m s^{-1} என்ற சம உந்தத்துடன் இயங்குகின்றன.

(a) அவை சம இயக்க ஆற்றலைப் பெற்றிருக்குமா?

(b) அவை சம வேகத்தைப் பெற்றிருக்குமா?

தீர்வு

(a) பொருளின் இயக்க ஆற்றல்

$$KE = \frac{p^2}{2m}$$

2 kg நிறையுள்ள பொருளின் இயக்க ஆற்றல்

$$KE_1 = \frac{(20)^2}{2\times 2} = \frac{400}{4} = 100\,J$$

4 kg நிறையுள்ள பொருளின் இயக்க ஆற்றல்

$$KE_2 = \frac{(20)^2}{2\times 4} = \frac{400}{8} = 50\,J$$

$KE_1 \neq KE_2$ என அறியவும். அதாவது இருபொருட்களும் சம உந்தத்தைப் பெற்றிருந்தாலும் அவற்றின் இயக்க ஆற்றல் சமமல்ல. கனமான பொருள் இலேசான பொருளை விட குறைவான இயக்க ஆற்றலைப் பெற்றுள்ளது. ஏனென்றால் கொடுக்கப்பட்ட உந்தத்திற்கு இயக்க ஆற்றலானது நிறைக்கு எதிர் விகிதத்தில் உள்ளது $(KE \propto \frac{1}{m})$

(b) உந்தம் p = mv என்பதால் இரு பொருட்களும் சம வேகத்தைப் பெற்றிருக்காது.

4.2.4 நிலை ஆற்றல் [Potential Energy]

ஒரு பொருளின் நிலை ஆற்றல் என்பது சுற்றுப்புறத்தைப் பொறுத்து அதன் நிலை மற்றும் அமைப்பைச் சார்ந்தது. ஏனென்றால் பொருளின் மீது செயல்படும் பல்வேறு விசைகளும் அதன் நிலை மற்றும் அமைப்பைச் சார்ந்ததே.

(P என்ற புள்ளியில் உள்ள ஒரு பொருளின் நிலை ஆற்றல் என்பது அப்பொருளை ஒரு தொடக்கநிலைப் புள்ளி O (தொடக்க நிலை) முதல் புள்ளி P (இறுதிநிலை) வரை மாறா திசைவேகத்தில் நகர்த்த புறவிசையால் செய்யப்பட்ட வேலையின் அளவு என வரையறுக்கப்படுகிறது.) O என்ற தொடக்கப் புள்ளியில் நிலை ஆற்றல் சுழி என எடுத்துக் கொள்ளலாம்.

கணிதவியலின்படி, நிலை ஆற்றல்

$$U = \int \vec{F}_a . d\vec{r} \qquad (4.16)$$

இங்கு தொகையீட்டின் எல்லை(limit) தொடக்கநிலைப்புள்ளி O முதல் இறுதி நிலைப்புள்ளி P வரை அமையும்.

நிலை ஆற்றல் பல வகைப்படும். ஒவ்வொரு வகையும் ஒரு குறிப்பிட்ட விசையுடன் தொடர்புடையது. உதாரணமாக

(i) புவிஈர்ப்பு விசையினால் பொருள் பெற்றுள்ள ஆற்றலானது ஈர்ப்பு அழுத்த ஆற்றல் ஆகும்.

(ii) சுருள்வில் விசை மற்றும் இதுபோன்ற இணையான விசைகளினால் பெறப்படும் ஆற்றலானது மீட்சியழுத்த ஆற்றல் ஆகும்.

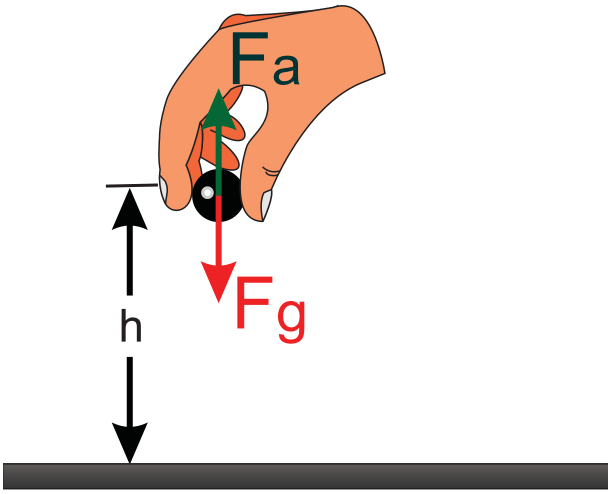
(iii) நிலை மின்னியல் விசையால் பெறப்படும் ஆற்றல் மின்னழுத்த ஆற்றல் ஆகும்.

ஆற்றல் மாற்றா விசைகளைப் பற்றி பாடப்பகுதி 4.2.7 இல் மேலும் விரிவாகக் காணலாம். தற்போது நாம் ஈர்ப்பு அழுத்த ஆற்றல் மற்றும் மீட்சியழுத்த ஆற்றல் பற்றி விரிவாக விவாதிக்கலாம்.

4.2.5 புவிப்பரப்பிற்கு அருகில் நிலை ஆற்றல்

புவியிலிருந்து h உயரத்தில் ஈர்ப்பு அழுத்த ஆற்றல் (U) என்பது பொருளை தரையிலிருந்து h உயரத்திற்கு மாறா திசைவேகத்தில் கொண்டு செல்லத் தேவையான வேலையின் அளவுக்குச் சமமாகும்.

படம் 4.8 இல் (m) நிறையுள்ள ஒரு பொருள் தரையிலிருந்து h உயரத்திற்கு புவியீர்ப்பு விசைக்கு எதிராக நகர்த்தப்படுவதாகக் கருதுவோம்.



படம் 4.8. ஈர்ப்பு அழுத்த ஆற்றல்

பொருளின் மீது செயல்படும் புவிஈர்ப்பு விசை $(\vec{F}_g)$ ஆனது $\vec{F}_g = -mg\,\hat{j}$ (விசையானது y திசையில் உள்ளதால் அலகு வெக்டர் $\hat{j}$ இங்கு பயன்படுத்தப்படுகிறது). இங்கு எதிர்குறியானது விசை செங்குத்தாக கீழ்நோக்கி செயல்படுவதைக் குறிக்கிறது. பொருளை முடுக்கம் இன்றி (மாறா திசைவேகத்துடன்) நகர்த்த, புவிஈர்ப்பு விசை $(\vec{F}_g)$ க்கு சமமான எண் மதிப்பையும் எதிர்திசையையும் கொண்ட $(\vec{F}_a)$ என்ற புறவிசை ஒன்று பொருளின் மீது செயல்படுத்தபட வேண்டும். அதாவது $(\vec{F}_a = -\vec{F}_g)$. இது $\vec{F}_a = +mg\,\hat{j}$ என்பதைக் குறிக்கிறது. நேர்க்குறியானது செயல்படுத்தப்பட்ட விசை மேல்நோக்கி செங்குத்தாக உள்ளது என்பதைக் குறிக்கிறது. எனவெ பொருள் மேல்நோக்கி

உயர்த்தப்படும்போது அதன் திசைவேகம் மாறாமல் இருக்கும், அதனால் அதன் இயக்க ஆற்றலும் மாறாது.

'h' உயரத்தில் ஈர்ப்பு அழுத்த ஆற்றல் (U) என்பது பொருளை தரையிலிருந்து (h) உயரத்திற்கு கொண்டு செல்ல தேவையான வேலையின் அளவாகும்.

$$U = \int \vec{F}_a . d\vec{r} = \int_0^h |\vec{F}_a| \, |d\vec{r}| \cos\theta \qquad (4.17)$$

இடப்பெயர்ச்சியும் செயல்படுத்தப்பட்ட விசையும் அதே மேல்நோக்கிய திசையில் உள்ளதால் அவற்றிற்கிடையே உள்ள கோணம், $\theta = 0^\circ$. எனவே $\cos 0^0 = 1$ மற்றும் $|\vec{F}_a| = mg$, $|d\vec{r}| = dr$

$$U = mg \int_0^h dr \qquad (4.18)$$

$$U = mg[r]_0^h = mgh \qquad (4.19)$$

பொருளில் சேமிக்கப்பட்டுள்ள நிலையாற்றலானது புறவிசையினால் செய்யப்பட்ட நேர்குறி மதிப்புள்ள வேலையின் மூலம் வரையறுக்கப்படுகிறது என்பதை அறியவும். இயல்பாக இது குறிப்பது யாதெனில் புறவிசையைச் செயல்படுத்தும் அமைப்பு பொருளுக்கு ஆற்றலை மாற்றுகிறது மற்றும் அது நிலையாற்றலாகச் சேமிக்கப்படுகிறது. பொருளானது h உயரத்திலிருந்து வீழுந்தால் சேமிக்கப்பட்டுள்ள நிலையாற்றல் இயக்க ஆற்றலாக மாற்றப்படுகிறது.

குறிப்பு

- **ஒரு பொருளின் மீது புறவிசை செயல்படும்போது அப்பொருள் எவ்வாறு சுழி முடுக்கத்துடன் (மாறா திசைவேகத்தில்) இயங்கும்?**

செயல்படுத்தப்படும் புறவிசைக்கு சரியாக எதிர்திசையில் மற்றொரு விசை செயல்பட்டால் இது சாத்தியமே. அவை இரண்டும் சமமான எண்மதிப்பைக் கொண்டு, ஒன்றுக்கொன்று எதிர் திசையில் செயல்படுவதால், பொருளின் மீது செயல்படும் நிகரவிசை சுழியாகும். எனவே பொருளானது சுழி முடுக்கத்துடன் இயங்கும்.

- **நாம் நிலையாற்றலை வரையறை செய்யும்போது பொருளானது ஏன் மாறா திசைவேகத்தில் நகர்த்தப்பட வேண்டும்?**

பொருளானது மாறா திசைவேகத்தில் நகரவில்லை என்றால் அது தொடக்க மற்றும் இறுதி நிலைகளில் மாறுபட்ட திசைவேகங்களைக் கொண்டிருக்கும். வேலை – இயக்க ஆற்றல் தேற்றப்படி புறவிசையானது கூடுதலாக இயக்க ஆற்றலைச் செலுத்தும். ஆனால் நாம் நிலையாற்றலை புவியீர்ப்பு விசை, சுருள்வில் விசை மற்றும் கூலும் விசை போன்ற விசைகளுக்கு வரையறுத்துள்ளோம். எனவே பொருளை தொடக்க நிலை முதல் இறுதிநிலை வரை நகர்த்தும்போது புற அமைப்பு (புற விசை) எந்த இயக்க ஆற்றலையும் செலுத்தக்கூடாது.

எடுத்துக்காட்டு 4.8

2 kg நிறையுள்ள பொருள் தரையிலிருந்து 5 m உயரத்திற்குக் கொண்டு செல்லப்படுகிறது ($g = 10\ m\ s^{-2}$) எனில்

a) பொருளினுள் சேமிக்கப்பட்டுள்ள நிலையாற்றல் யாது?

b) இந்த நிலையாற்றல் எங்கிருந்து கிடைத்தது?

c) பொருளை அந்த உயரத்திற்கு எடுத்துச் செல்ல எவ்வளவு புறவிசை செயல்படவேண்டும்?

d) பொருளானது 'h' உயரத்திற்கு எடுத்துச் செல்லப்படும் போது அதன் மீது செயல்படும் நிகர விசை யாது?

தீர்வு:

a) நிலையாற்றல் $U = m\,g\,h = 2 \times 10 \times 5 = 100\ J$

இங்கு நேர்க்குறியானது பொருளினுள் ஆற்றல் சேமிக்கப்பட்டுள்ளதைக் குறிக்கிறது.

b) இந்த நிலையாற்றலானது, புற விசையை செயல்படுத்தும் வெளிப்புற அமைப்பிலிருந்து பொருளுக்கு மாற்றப்பட்டுள்ளது .

c) பொருளை 5 m உயரத்திற்கு எடுத்துச் செல்ல செயல்படுத்தப்பட்ட புற விசை $(\vec{F}_a)$ ஆனது

$\vec{F}_a = -\vec{F}_g$

$$\vec{F}_a = -\left(-mg\,\hat{j}\right) = mg\,\hat{j}$$

$\hat{j}$ ஆனது செங்குத்தாக மேல்நோக்கியத் திசையில் செயல்படும் ஓரலகு வெக்டர் ஆகும்.

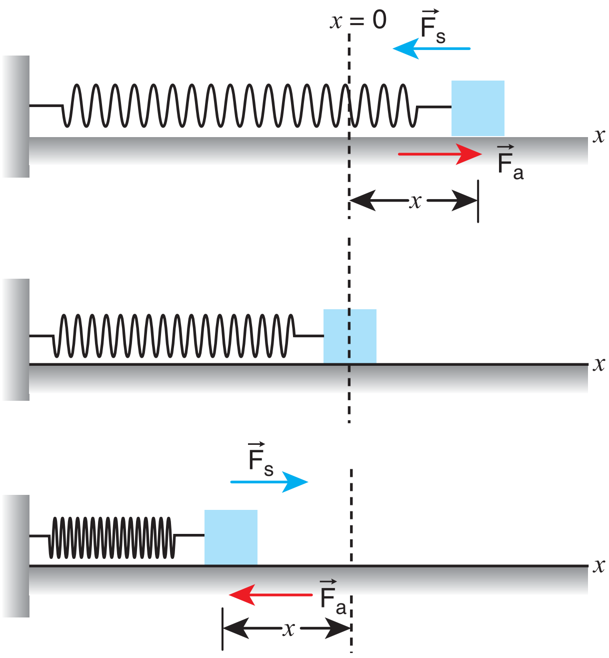
d) நிலையாற்றலின் வரையறையில் இருந்து, பொருளானது மாறாத் திசைவேகத்தில் நகர்த்தப்பட வேண்டும். எனவே, பொருளின் மீது செயல்படும் நிகர விசை சுழி ஆகும்.

$$\vec{F}_g + \vec{F}_a = 0$$

4.2.6 மீட்சி நிலை ஆற்றல் [Elastic Potential Energy]

ஒரு சுருள்வில் நீட்சியடையச் செய்யப்பட்டால் அதனுள் ஒரு மீள்விசை உருவாகிறது. சுருள்வில்லை நீட்சிக்கக்கூடிய அல்லது அமுக்கக்கூடிய விசையினால் சுருள்வில் பெற்றுள்ள நிலை ஆற்றல் மீட்சி நிலை ஆற்றல் எனப்படும். மீள் விசைக்கு எதிராகச் செயல்படுத்தப்பட்ட விசையினால் செய்யப்பட்ட வேலை சுருள்வில்லில் மீட்சி நிலை ஆற்றலாகச் சேமிக்கப்படுகிறது.

ஒரு சுருள்வில் – நிறை அமைப்பைக் கருதுக. படம் 4.9 இல் காட்டியவாறு உராய்வற்ற கிடைத்தள



படம் 4.9 சுருள்வில்லின் நிலை ஆற்றல் (மீட்சி நிலை ஆற்றல்)

மேசையில் m என்ற நிறை வைக்கப்பட்டுள்ளதாக கருதுவோம்.

இங்கு $x = 0$ என்பது சமநிலைப் புள்ளி ஆகும். சுருள்வில்லின் ஒரு முனை ஒரு திடமான சுவரிலும் மறுமுனை நிறையுடனும் இணைக்கப்பட்டுள்ளது.

சுருள்வில்லானது சமநிலையில் இருக்கும் வரை அதன் நிலை ஆற்றல் சுழியாகும். தற்போது ஒரு புறவிசை $(\vec{F}_a)$ சுருள்வில் நிறை மீது செயல்படுத்தப்பட்டு விசையின் திசையில் (x) தொலைவு நீட்சியடைகிறது

சுருள்வில் விசை $(\vec{F}_s)$ என்றழைக்கப்படும் ஒரு மீள்விசை சுருள்வில்லில் உருவாகி நிறையை அதன் தொடக்க நிலைக்குக் கொண்டுவர முயலுகிறது. செயல்படுத்தப்பட்ட விசை மற்றும் சுருள்வில் விசை ஆகியவை எண்மதிப்பில் சமமாகவும் எதிரெதிர் திசையிலும் உள்ளன. அதாவது $(\vec{F}_a = -\vec{F}_s)$. ஹீக் விதியின் படி, சுருள்வில்லில் உருவாகும் மீள்விசை ,

$$\vec{F}_s = -k\,\vec{x} \qquad (4.20)$$

மேற்கண்ட சமன்பாட்டில் உள்ள எதிர்க்குறியானது சுருள்வில்விசை எப்போதும் இடப்பெயர்ச்சி $(\vec{x})$ க்கு எதிர்த்திசையில் உள்ளது என்பதைக் குறிக்கிறது மற்றும் k என்பது விசை மாறிலி ஆகும். எனவே செயல்படுத்தப்பட்ட விசை $\vec{F}_a = +k\,\vec{x}$. நேர்குறியானது செயல்படுத்தப்பட்ட விசை இடப்பெயர்ச்சியின் திசையில் உள்ளது என்பதைக் குறிக்கிறது. சுருள்வில் விசை இடப்பெயர்ச்சி $\vec{x}$ ஐ சார்ந்திருப்பதால் இது மாறும் விசைக்கு ஒரு எடுத்துக்காட்டாகும். சுருள்வில் dx என்ற சிறு தொலைவுக்கு நீட்சியடைவதாகக் கருதுவோம். சுருள்வில்லின் மீது செயல்படுத்தப்பட்ட விசையினால் $\vec{x}$ இடப்பெயர்ச்சி அடைவதற்கு செய்யப்பட்ட வேலை மீட்சி நிலை ஆற்றலாக சேமிக்கப்படுகிறது.

$$U = \int \vec{F}_a . d\vec{r} = \int_0^x \left|\vec{F}_a\right| \left|d\vec{r}\right| \cos\theta$$
$$= \int_0^x F_a \, dx \cos\theta \qquad (4.21)$$

செயல்படுத்தப்பட்ட விசை $\vec{F}_a$ மற்றும் இடப்பெயர்ச்சி $d\vec{r}$ (அதாவது இங்கு dx) ஆகியவை ஒரே திசையில் உள்ளன. தொடக்க நிலையைச் சமநிலை அல்லது நடுநிலையாக எடுத்துக்கொண்டால் $x = 0$ என்பது தொகையீட்டின் கீழ் எல்லையாக உள்ளது.

$$U = \int_0^x kx\,dx \qquad (4.22)$$

$$U = k\left[\frac{x^2}{2}\right]_0^x \qquad (4.23)$$

$$U = \frac{1}{2}kx^2 \qquad (4.24)$$

தொடக்கநிலை சுழியில்லை எனில் நிறையானது நிலை x_i முதல் x_f வரை நகர்த்தப்பட்டால் மீட்சி நிலை ஆற்றல்

$$U = \frac{1}{2}k\left(x_f^2 - x_i^2\right) \qquad (4.25)$$

சமன்பாடு (4.24) மற்றும் (4.25) மூலம் அறிவது யாதெனில் நீட்டப்பட்ட சுருள்வில்லின் நிலை ஆற்றலானது விசை மாறிலி k மற்றும் நீட்சி அல்லது அமுக்கம் x ஆகியவற்றைச் சார்ந்தது.

குறிப்பு

சுருள்வில்லினுள் சேமிக்கப்பட்டுள்ள நிலை ஆற்றலானது சுருள்வில்லுடன் இணைக்கப்பட்டுள்ள நிறையைச் சார்ந்ததல்ல.

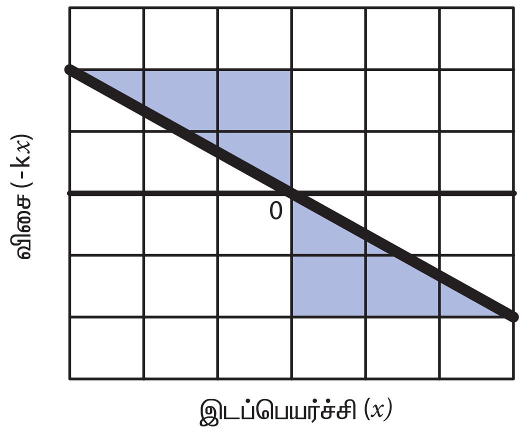
சுருள் வில்லின் விசை – இடப்பெயர்ச்சி வரைபடம்

விசையும் இடப்பெயர்ச்சியும் F = – kx என்ற நேர்விகிதத் தொடர்பில் உள்ளதாலும் மற்றும் அவை எதிரெதிர் திசையில் இருப்பதாலும் F மற்றும் x இடையே உள்ள வரைபடமானது படம் 4.10 ல் காட்டியுள்ளவாறு இரண்டு மற்றும் நான்காவது கால்பகுதியில் மட்டுமே அமைந்த நேர் கோடாக உள்ளது. ஒரு F – x வரைபடம் வரைவதன் மூலம் மீட்சி நிலை ஆற்றலை எளிதாகக் கணக்கிடலாம்.

நிழலிடப்பட்ட பரப்பு (முக்கோணம்) சுருள்வில் விசையால் செய்யப்பட்ட வேலை ஆகும்.

$$\text{பரப்பு} = \frac{1}{2}\,(\text{அடிப்பக்கம்})\,(\text{உயரம்}) = \frac{1}{2}\times(x)\times(kx)$$

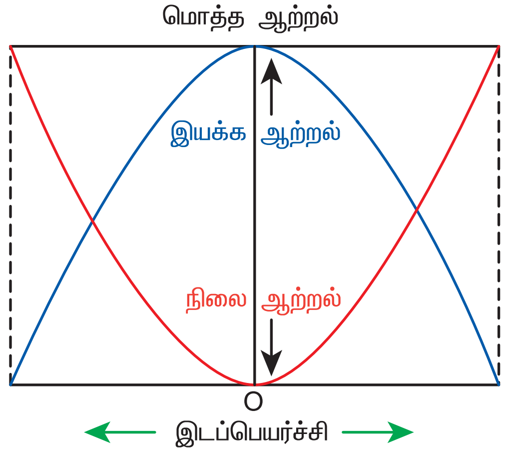
$$= \frac{1}{2}kx^2$$



படம் 4.10 சுருள் வில்லின் விசை – இடப்பெயர்ச்சி வரைபடம்

சுருள்வில்லின் நிலை ஆற்றல் – இடப்பெயர்ச்சி வரைபடம்

ஒரு அமுக்கப்பட்ட அல்லது நீட்டப்பட்ட சுருள்வில் தன்னுள் சேமிக்கப்பட்ட நிலை ஆற்றலை அதனுடன் இணைக்கப்பட்ட நிறையின் இயக்க ஆற்றலாக மாற்றுகிறது. நிலை ஆற்றல் – இடப்பெயர்ச்சி வரைபடமானது படம் 4.11 இல் காட்டப்பட்டுள்ளது.



படம் 4.11 சுருள்வில் – நிறை அமைப்பின் நிலை ஆற்றல் – இடப்பெயர்ச்சி வரைபடம்.

உராய்வற்ற சூழலில், ஆற்றலானது அமைப்பின் மொத்த ஆற்றல் மாறாதவாறு இயக்க ஆற்றலில் இருந்து நிலை ஆற்றலாகவும் மற்றும் நிலை ஆற்றலில் இருந்து இயக்க ஆற்றலாகவும் மீண்டும் மீண்டும் மாற்றமடைகிறது. சமநிலையில்,

$$\Delta KE = \Delta U \qquad (4.26)$$

எடுத்துக்காட்டு 4.9

இரு சுருள்வில்கள் A மற்றும் B யின் சுருள்மாறிலிகள் $k_A > k_B$ என்றவாறு உள்ளன. அவை சம விசைகளால் நீட்சியடையச் செய்யப்பட்டால் எந்த சுருள்வில்லின் மீது அதிக வேலை செய்யப்பட வேண்டும்?

தீர்வு

$$F = k_A x_A = k_B x_B$$

$$x_A = \frac{F}{k_A};\ x_B = \frac{F}{k_B}$$

சுருள்வில்கள் மீது செய்யப்பட்ட வேலை சுருள்வில்களில் நிலை ஆற்றலாக சேமிக்கப்படுகிறது.

$$U_A = \frac{1}{2}k_A x_A^2\ ;\ U_B = \frac{1}{2}k_B x_B^2$$

$$\frac{U_A}{U_B} = \frac{k_A x_A^2}{k_B x_B^2} = \frac{k_A\left(\frac{F}{k_A}\right)^2}{k_B\left(\frac{F}{k_B}\right)^2} = \frac{\frac{1}{k_A}}{\frac{1}{k_B}}$$

$$\frac{U_A}{U_B} = \frac{k_B}{k_A}$$

$k_A > k_B$ குறிப்பது $U_B > U_A$ ஆகும். எனவே A – வை விட B – இன் மீது அதிக வேலை செய்யப்பட வேண்டும்.

எடுத்துக்காட்டு 4.10

m நிறையுள்ள ஒரு பொருள் சுருள்வில்லுடன் இணைக்கப்பட்டு, செயல்படுத்தப்படும் விசையினால் அது நடுநிலையில் இருந்து 25 cm அளவிற்கு நீட்சியடைகிறது.

(a) சுருள்வில் – நிறை அமைப்பில் சேமிக்கப்பட்ட நிலை ஆற்றலைக் கணக்கிடுக.

(b) இந்த நீட்சியில் சுருள்வில் விசையால் செய்யப்பட்ட வேலை யாது?

(c) சுருள்வில்லானது அதே 25 cm அளவிற்கு அமுக்கப்பட்டால் சேமிக்கப்படும் நிலை ஆற்றல் மற்றும் அமுக்கத்தின்போது சுருள்வில் விசையால் செய்யப்பட்ட வேலை ஆகியவற்றைக் கணக்கிடுக. (சுருள்வில் மாறிலி $k = 0.1\ N\ m^{-1}$)

தீர்வு

சுருள்வில் மாறிலி $k = 0.1\ N\ m^{-1}$

இடப்பெயர்ச்சி $x = 25\ cm = 0.25\ m$

(a) சுருள்வில்லில் சேமிக்கப்பட்ட நிலை ஆற்றல்

$$U = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}\times 0.1\times(0.25)^2 = 0.0031 J$$

(b) சுருள்வில் விசை $\vec{F}$ ஆல் செய்யப்பட்ட வேலை W_s மதிப்பு

$$W_s = \int_0^x \vec{F}_s\cdot d\vec{r} = \int_0^x \left(-k x\hat{i}\right)\cdot(dx\,\hat{i})$$

சுருள்வில்விசை $\vec{F}_s$ எதிர்க்குறி x அச்சின் திசையில் செயல்படுகிறது. அதேசமயம் நீட்சியானது நேர்க்குறி x அச்சின் திசையில் செயல்படுகிறது.

$$W_s = \int_0^x (-kx)\,dx = -\frac{1}{2}kx^2$$

$$W_s = -\frac{1}{2}\times 0.1\times(0.25)^2 = -0.0031 J$$

வெளிப்புற அமைப்பால் செய்யப்பட்ட வேலையின் மூலம் நிலை ஆற்றலை வரையறுக்கலாம். நிலை ஆற்றலில் உள்ள நேர்க்குறி, ஆற்றலானது

அமைப்பிலிருந்து பொருளுக்கு மாற்றப்படுவதைக் குறிக்கிறது. ஆனால் இந்நேர்வில் மீள் விசையால் செய்யப்பட்ட வேலை எதிர்க்குறி மதிப்புடையது. ஏனென்றால் மீள்விசையானது இடப்பெயர்ச்சியின் திசைக்கு எதிர்த்திசையில் செயல்படுகிறது.

(c) அமுக்கத்தின் போதும் பொருளில் அதே அளவு நிலை ஆற்றல் சேமிக்கப்படுகிறது.

$$U = \frac{1}{2}kx^2 = 0.0031\,J.$$

அமுக்கப்படும் போது சுருள்வில் மீள் விசையால் செய்யப்பட்ட வேலை

$$W_s = \int_o^x \vec{F}_s.\vec{dr} = \int_o^x (kx\hat{i}).(-dx\hat{i})$$

அமுக்கப்படும் நேர்வில் சுருள்வில் மீள்விசை நேர்க்குறி x அச்சை நோக்கி செயல்படுகிறது. மற்றும் இடப்பெயர்ச்சியானது எதிர்க்குறி x அச்சின் திசையில் உள்ளது.

$$W_s = \int_0^x (-kx)\,dx = -\frac{1}{2}kx^2 = -0.0031J$$

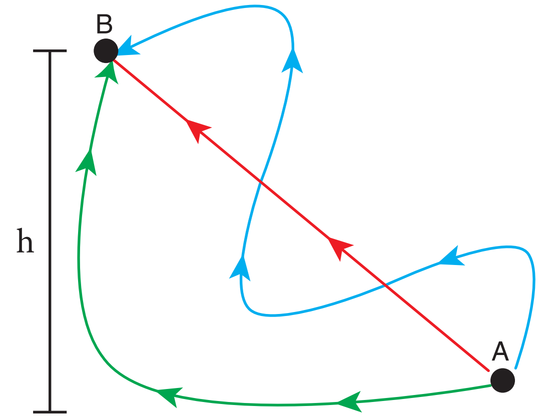
4.2.7 ஆற்றல் மாற்றா மற்றும் ஆற்றல் மாற்றும் விசைகள் (Conservative force and Non Conservative force)

ஆற்றல் மாற்றா விசை (Conservative Force)

ஒரு பொருளை நகர்த்தும் போது விசையினால் அல்லது விசைக்கெதிராக செய்யப்பட்ட வேலை பொருளின் தொடக்க மற்றும் இறுதி நிலைகளை மட்டும் சார்ந்தும், பொருளின் தொடக்க மற்றும் இறுதி நிலைகளுக்கிடையே சென்ற பாதையின் இயல்பைச் சாராமலும் இருப்பின்; அவ்விசை, ஆற்றல் மாற்றா விசை எனப்படும்.

புவியில் A என்ற புள்ளியில் உள்ள ஒரு பொருளைக் கருதுவோம். படம் 4.12இல் காட்டியுள்ளவாறு இதனை h உயரத்தில் உள்ள B என்ற மற்றொரு புள்ளிக்கு மூன்று பாதைகளில் எடுத்துச் செல்லலாம்.

பாதை எவ்வாறு இருப்பினும் தொடக்க மற்றும் இறுதி நிலைகள் மாறாமல் இருக்கும் வரை புவியீர்ப்பு விசைக்கெதிராக செய்யப்பட்ட வேலை மாறாது. இதுவே புவியீர்ப்பு விசையானது ஆற்றல் மாற்றா விசையாக இருப்பதற்கு காரணமாகும். ஆற்றல் மாற்றா விசை நிலை ஆற்றலின் எதிர்க்குறி சாய்வுக்கு சமமாகும்.



படம் 4.12 ஆற்றல் மாற்றா விசை

ஒரு பரிமாண நேர்வில்

$$F_x = -\frac{dU}{dx} \qquad (4.27)$$

மீட்சி சுருள்வில் விசை, நிலைமின்னியல் விசை, காந்த விசை, புவியீர்ப்பு விசை போன்றவை ஆற்றல் மாற்றா விசைகளுக்கு உதாரணங்கள் ஆகும்.

ஆற்றல் மாற்றும் விசை (Non – Conservative Force)

ஒரு பொருளை விசையினால் அல்லது விசைக்கெதிராக நகர்த்தச் செய்யப்பட்ட வேலை தொடக்க மற்றும் இறுதி நிலைகளுக்கிடையே உள்ள பாதையைச் சார்ந்திருப்பின் அவ்விசை ஆற்றல் மாற்றும் விசை எனப்படும். இதன் பொருள் வேவ்வேறு பாதைகளில் செய்யப்பட்ட வேலையின் மதிப்பு மாறுபடும் என்பதாகும்.

1. உராய்வு விசைகள் ஆற்றல் மாற்றும் விசைகள் ஆகும். ஏனென்றால் உராய்வுக்கு எதிராக செய்யப்பட்ட வேலை பொருள் நகர்ந்த பாதையின் தொலைவைச் சார்ந்தது.
2. காற்றுத்தடையால் ஏற்படும் விசை, பாகியல் விசை ஆகியவையும் ஆற்றல் மாற்றும் விசைகள் ஆகும். இவ்விசையால் அல்லது

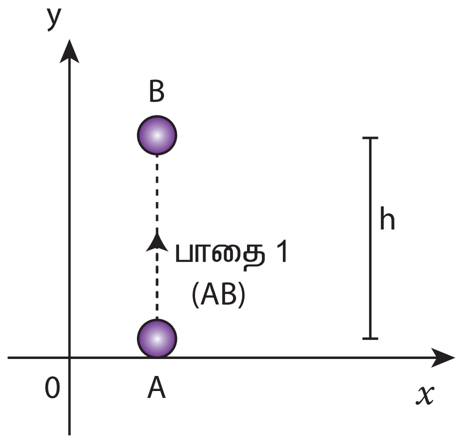
அட்டவணை 4.3 ஆற்றல் மாற்றா மற்றும் ஆற்றல் மாற்றும் விசைகளை ஒப்பிடுதல்		
வ.எண்	ஆற்றல் மாற்றா விசைகள்	ஆற்றல் மாற்றும் விசைகள்
1.	செய்யப்பட்ட வேலை பாதையைச் சார்ந்ததல்ல	செய்யப்பட்ட வேலை பாதையைச் சார்ந்தது
2.	ஒரு சுற்றில் செய்யப்பட்ட வேலை சுழியாகும்	ஒரு சுற்றில் செய்யப்பட்ட வேலை சுழியல்ல
3.	மொத்த ஆற்றல் மாறாது	ஆற்றலானது வெப்ப ஆற்றல், ஒளி ஆற்றலாக வெளிப்படுகிறது.
4.	செய்யப்பட்ட வேலை முழுவதும் மீட்கப்படக் கூடியது	செய்யப்பட்ட வேலை முழுவதும் மீட்கப்படக் கூடியது அல்ல.
5.	விசையானது நிலை ஆற்றலின் எதிர்க்குறி சாய்வுக்கு சமமாகும்.	அது போன்ற தொடர்பு இல்லை

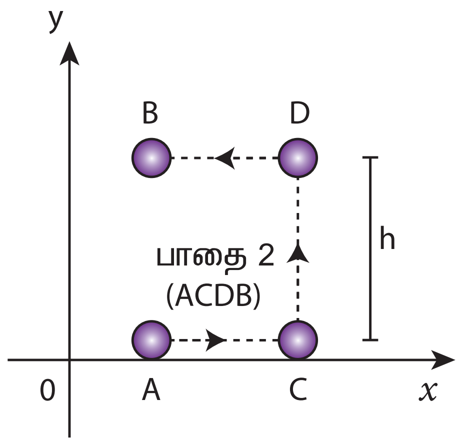
விசைக்கெதிராக செய்யப்பட்ட வேலை இயக்கத்தின் திசைவேகத்தைச் சார்ந்தது.

ஆற்றல் மாற்றா மற்றும் ஆற்றல் மாற்றும் விசைகளின் பண்புகள் அட்டவணை 4.3இல் தொகுக்கப்பட்டுள்ளன.

எடுத்துக்காட்டு 4.11

கீழ்கண்ட நேர்வுகளில் புவியீர்ப்பு விசையினால் செய்யப்பட்ட வேலையைக் கணக்கிடுக.





தீர்வு

விசை $\vec{F} = mg\left(-\hat{j}\right) = -mg\hat{j}$

இடப்பெயர்ச்சி வெக்டர் $d\vec{r} = dx\hat{i} + dy\hat{j}$

(இடப்பெயர்ச்சி இரு பரிமாணத்தில் உள்ளதால் அலகு வெக்டர்கள் $\hat{i}$ மற்றும் $\hat{j}$ பயன்படுத்தப்படுகிறது)

(a) இயக்கமானது செங்குத்தாக மட்டும் உள்ளதால், இடப்பெயர்ச்சியின் கிடைத்தளக்கூறு dx சுழியாகும். எனவே பாதை 1 இன் வழியே விசையினால் செய்யப்பட்ட வேலை (h தொலைவிற்கு)

$$W_{\text{பாதை 1}} = \int_A^B \vec{F}.d\vec{r} = \int_A^B \left(-mg\hat{j}\right).\left(dy\,\hat{j}\right)$$

$$= -mg\int_0^h dy = -mgh$$

பாதை 2இல் செய்யப்பட்ட மொத்த வேலை

$$W_{\text{பாதை 2}} = \int_A^B \vec{F}.d\vec{r} = \int_A^C \vec{F}.d\vec{r} + \int_C^D \vec{F}.d\vec{r} + \int_D^B \vec{F}.d\vec{r}$$

ஆனால்

$$\int_A^C \vec{F}.d\vec{r} = \int_A^C \left(-mg\hat{j}\right).\left(dx\,\hat{i}\right) = 0$$

$$\int_C^D \vec{F}.d\vec{r} = \int_C^D \left(-mg\hat{j}\right).\left(dy\,\hat{j}\right)$$

$$= -mg\int_0^h dy = -mgh$$

$$\int_D^B \vec{F}.d\vec{r} = \int_D^B \left(-mg\hat{j}\right).\left(-dx\,\hat{i}\right) = 0$$

எனவே பாதை 2 இன் வழியே விசையினால் செய்யப்பட்ட மொத்த வேலை

$$W_{\text{பாதை 2}} = \int_A^B \vec{F}.d\vec{r} = -mgh$$

ஆற்றல் மாற்றா விசையினால் செய்யப்பட்ட வேலை பாதையைச் சார்ந்ததல்ல என்பதை அறியவும்.

எடுத்துக்காட்டு 4.12

2 kg நிறையுள்ள ஒரு பொருள் இயக்க உராய்வுக் குணகம் 0.9 கொண்டுள்ள ஒரு பரப்பில் 20 N புறவிசையினால் 10 m தொலைவிற்கு நகர்த்தப்படுவதாகக் கருதுக. புறவிசை மற்றும் இயக்க உராய்வினால் செய்யப்பட்ட வேலை என்ன? முடிவைப் பற்றிய கருத்தைக் கூறுக ($g = 10\ m\ s^{-2}$ எனக் கொள்க)

தீர்வு

$m = 2$ kg, $d = 10$ m, $F_{ext} = 20$ N, $\mu_k = 0.9$

ஒரு பொருள் கிடைமட்ட பரப்பில் இயங்கும்போது அது இரு விசைகளைப் பெறுகிறது.

(a) புற விசை $F_{ext} = 20\ N$

(b) இயக்க உராய்வு விசை

$f_k = \mu_k mg = 0.9 \times (2) \times 10 = 18$ N

புறவிசையினால் செய்யப்பட்ட வேலை

$W_{ext} = Fd = 20 \times 10 = 200$ J

இயக்க உராய்வு விசையினால் செய்யப்பட்ட வேலை

$W_k = f_k d = (-18) \times 10 = -180$ J

இங்கு எதிர்க்குறியானது இயக்க உராய்வு விசை, இடப்பெயர்ச்சியின் திசைக்கு எதிராக உள்ளதைக் குறிக்கிறது.

பொருளின் மீது செய்யப்பட்ட மொத்த வேலை

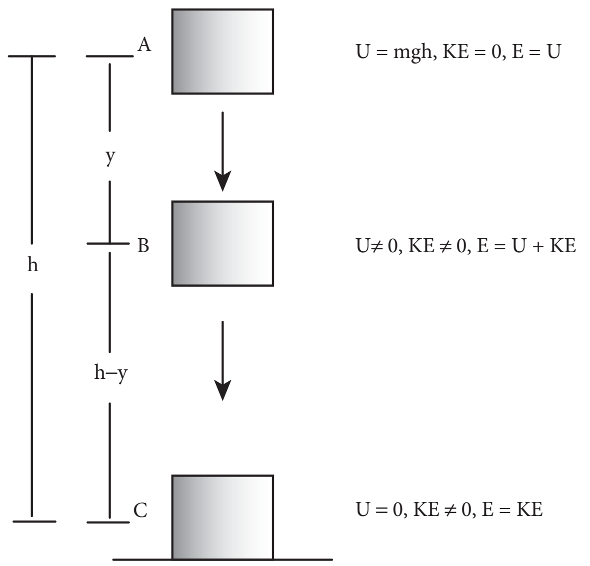
$W_{total} = W_{ext} + W_k = 200 - 180 = 20$ J

உராய்வு விசை ஒரு ஆற்றல் மாற்றும் விசை என்பதால் புறவிசையால் கொடுக்கப்பட்ட 200 J இல் 180 J இழக்கப்பட்டது மற்றும் இதனை மீட்டெடுக்க இயலாது.

4.2.8 ஆற்றல் மாறா விதி (Law of Conservation of energy)

ஒரு பொருளை நாம் மேல்நோக்கி எறிந்தால் அதன் இயக்க ஆற்றல் குறைந்து கொண்டே செல்கிறது மற்றும் அதன் நிலை ஆற்றல் அதிகரித்துக் கொண்டே செல்கிறது (காற்றுத் தடையை புறக்கணிக்கும்போது). பொருளானது பெரும உயரத்தை அடையும்போது ஆற்றல் முழுவதும் நிலை ஆற்றலாகும். அதுபோன்று பொருளானது பெரும உயரத்தில் இருந்து வீழுந்தால் அதன் இயக்க ஆற்றல் அதிகரிக்கும் மற்றும் நிலை ஆற்றல் குறையும். தரையைத் தொடும்போது அதன் ஆற்றல் முழுவதும் இயக்க ஆற்றலாகும். படம் 4.13 இல் காட்டியுள்ளவாறு இடைப்பட்ட புள்ளிகளில் ஆற்றலானது இயக்க ஆற்றலாகவும் நிலை ஆற்றலாகவும் இருக்கும். பொருளானது தரையை அடையும் போது இயக்க ஆற்றல் முழுவதுமாக ஒலி, வெப்பம், ஒளி மற்றும் பொருளின் உருக்குலைவு போன்ற வேறுவகை ஆற்றலாக வெளிப்படும்.

இந்த உதாரணத்தில் ஒவ்வொரு புள்ளியிலும் நிலையாற்றல் மற்றும் இயக்க ஆற்றல் மாறும். எனினும், இயக்க ஆற்றல் மற்றும் நிலை ஆற்றலின் கூடுதல் அதாவது மொத்த இயந்திர ஆற்றல் எப்போதும் மாறாது. இது மொத்த ஆற்றல் மாறாது என்பதைக் குறிக்கிறது. இதுவே ஆற்றல் மாறா விதியாகும்.



படம் 4.13 ஆற்றல் மாறா நிலை

ஆற்றல் மாறா விதியின்படி ஆற்றலை ஆக்கவோ அழிக்கவோ இயலாது. ஆற்றலானது ஒரு வகையிலிருந்து மற்றொரு வகையாக மாறக்கூடியது. ஆனால் ஒரு தனித்த அமைப்பின் மொத்த ஆற்றல் மாறிலியாக இருக்கும்.

படம் 4.13 விளக்குவது யாதெனில், h உயரத்தில் ஓய்வில் உள்ள ஒரு பொருளின் மொத்த ஆற்றல் முழுவதும் நிலை ஆற்றல் (U = mgh) மட்டுமே. மேலும் h உயரத்தில் அதன் இயக்க ஆற்றல் (KE) சுழியாகும். பொருள் கீழே விழும்போது 'y' தொலைவில் அதன் நிலையாற்றல் மற்றும் இயக்க ஆற்றல் சுழியாகாது. அதேசமயம் h உயரத்தில் இருந்த அதே அளவில் மொத்த ஆற்றல் மாறாமல் இருக்கும். பொருள் தரையைத் தொட நெருங்கும் போது நிலை ஆற்றல் சுழியாகும் மற்றும் மொத்த ஆற்றல் இயக்க ஆற்றலாக மட்டுமே இருக்கும்.

எடுத்துக்காட்டு 4.13

1 kg நிறையுள்ள ஒரு பொருள் h = 10 m உயரத்திலிருந்து விழுகிறது.

(a) h = 10 m உயரத்தில் பொருளின் மொத்த ஆற்றல்

(b) h = 4 m உயரத்தில் பொருளின் நிலை ஆற்றல்

(c) h = 4 m உயரத்தில் பொருளின் இயக்க ஆற்றல்

(d) பொருள் தரையில் மோதும் வேகம் ஆகியவற்றைக் கணக்கிடுக.

($g = 10\ m\ s^{-2}$ எனக் கொள்க)

தீர்வு

(a) புவியீர்ப்பு விசை ஆற்றல் மாற்றா விசையாகும். எனவே இயக்கம் முழுவதும் மொத்த ஆற்றல் மாறாமல் இருக்கும்.

h = 10 m உயரத்தில் மொத்த ஆற்றல் (E) முழுவதும் நிலை ஆற்றலாக இருக்கும்.

$$E = U = mgh = 1 \times 10 \times 10 = 100\ J$$

(b) h = 4 m உயரத்தில் நிலை ஆற்றல்

$$U = mgh = 1 \times 10 \times 4 = 40\ J$$

(c) இயக்கம் முழுவதும் மொத்த ஆற்றல் மாறிலி என்பதால் h = 4 m உயரத்தில் இயக்க ஆற்றலானது

$$KE = E - U = 100 - 40 = 60\ J$$

மாறாக 4 m உயரத்தில் பொருளின் திசைவேகத்தில் இருந்தும் இயக்க ஆற்றலைக் காணலாம். 6 m வீழ்ந்த பிறகு உள்ள திசைவேகத்தை இயக்கச் சமன்பாட்டிலிருந்து கணக்கிடலாம்.

$$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \times 10 \times 6} = \sqrt{120}\ m\ s^{-1};$$

$$v^2 = 120$$

இயக்க ஆற்றல் $KE = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \times 1 \times 120 = 60\,J$

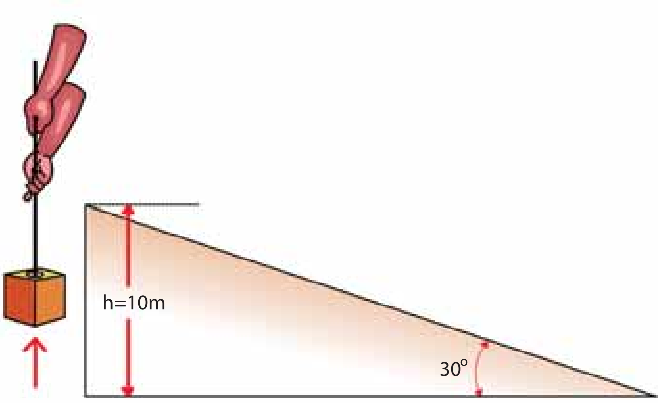
(d) பொருள் தரையில் மோதும் நிலையில் மொத்த ஆற்றல் முழுவதும் இயக்க ஆற்றலாகும். மேலும் நிலை ஆற்றல் U = 0

$$E = KE = \frac{1}{2}mv^2 = 100\ J$$

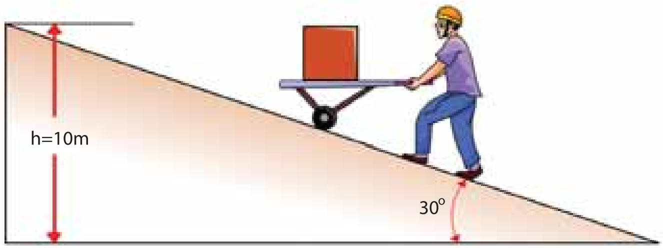
$$v = \sqrt{\frac{2}{m}KE} = \sqrt{\frac{2}{1} \times 100} = \sqrt{200} \approx 14.12\ m\ s^{-1}$$

எடுத்துக்காட்டு 4.14

படத்தில் காட்டியுள்ளவாறு 100 kg நிறையுள்ள ஒரு பொருள் தரையிலிருந்து 10 m உயரத்திற்கு இரு மாறுபட்ட வழிகளில் தூக்கப்படுகிறது. இரு நேர்வுகளிலும் புவியீர்ப்பால் செய்யப்பட்ட வேலை என்ன? சாய்தளத்தின் வழியாக பொருளை எடுத்துச் செல்வது எளிதாக உள்ளது ஏன்?



பாதை (1) நேராக,மேல்திசையில்



பாதை (2) சாய்தளத்தின் வழியாக

தீர்வு

m = 100 kg, h = 10 m

பாதை (1) இன் வழியே:

பொருளை 10 m உயரத்திற்குத் தூக்கத் தேவையான சிறும விசை F_1 ஆனது புவியீர்ப்பு விசைக்குச் சமமாக இருக்க வேண்டும்.

$F_1 = mg = 100 \times 10 = 1000$ N

பாதை (1)இன் வழியே நகர்ந்த தொலைவு h = 10 m

பாதை (1)இன் வழியே பொருளின் மீது செய்யப்பட்ட வேலை

$$W = Fh = 1000 \times 10 = 10{,}000 J$$

பாதை (2) இன் வழியே:

சாய்தளத்தின் வழியே பொருளைக் கொண்டு செல்ல பொருளின் மீது நாம் செலுத்தும் சிறும விசை F_2 ஆனது mg–க்கு சமமாக இல்லை, மாறாக $mg \sin\theta$ –க்கு சமமாகும். $(mg \sin\theta < mg)$

$$(mg \sin\theta = 100 \times 10 \times \sin 30°)$$
$$= 100 \times 10 \times 0.5 = 500 \text{ N}$$

எனவே $(mg \sin\theta < mg)$

சாய்தளப் பாதையின் நீளமானது

$$l = \frac{h}{\sin 30°} = \frac{10}{0.5} = 20\,m$$

பாதை (2) இன் வழியே பொருளின் மீது செய்யப்பட்ட

வேலை $W = F_2 l = 500 \times 20 = 10{,}000$ J

புவியீர்ப்பு விசையானது ஆற்றல் மாற்றா விசை என்பதால் புவியீர்ப்பால் பொருளின் மீது செய்யப்பட்ட வேலை அதனை கொண்டு சென்ற பாதையைச் சார்ந்ததல்ல.

இரு பாதைகளிலும் புவியீர்ப்பு விசையால் செய்யப்பட்ட வேலை 10,000 J ஆகும்.

பாதை (1) இன் வழியே: குறைவான தொலைவு நகர்த்த புவியீர்ப்புக்கு எதிராக அதிகமான விசை செலுத்த வேண்டியுள்ளது.

பாதை (2) இன் வழியே: அதிகமான தொலைவு நகர்த்த புவியீர்ப்புக்கு எதிராக குறைவான விசை செலுத்த வேண்டியுள்ளது.

சாய்தளத்தின் வழியே செலுத்தப்பட வேண்டிய விசை குறைவாக உள்ளதால் சாய்தளத்தின் வழியாக பொருளை எடுத்துச் செல்வது எளிதாக உள்ளது.

எடுத்துக்காட்டு 4.15

m நிறையுள்ள ஒரு பொருள் தரையிலிருந்து v_o என்ற தொடக்க வேகத்துடன் எறியப்படுகிறது. h உயரத்தில் அதன் வேகத்தைக் காண்க.

தீர்வு

புவியீர்ப்பு விசை ஆற்றல் மாற்றா விசை என்பதால் இயக்கம் முழுவதும் மொத்த ஆற்றல் மாறாது.

ஆற்றல்	தொடக்கத்தில்	இறுதியில்
இயக்க ஆற்றல்	$\frac{1}{2}mv_0^2$	$\frac{1}{2}mv^2$
நிலை ஆற்றல்	0	mgh
மொத்த ஆற்றல்	$\frac{1}{2}mv_0^2+0=\frac{1}{2}mv_0^2$	$\frac{1}{2}mv^2+mgh$

h உயரத்தில் நிலை ஆற்றல், இயக்க ஆற்றல் மற்றும் மொத்த ஆற்றல் ஆகியவற்றின் இறுதி மதிப்புகள் கணக்கிடப்பட்டுள்ளன.

ஆற்றல் மாறா விதியின் படி தொடக்க மற்றும் இறுதி மொத்த ஆற்றல்கள் சமமாகும்.

$$\frac{1}{2}mv_0^2=\frac{1}{2}mv^2+mgh$$

$$v_0^2=v^2+2gh$$

$$v=\sqrt{v_0^2-2gh}$$

பாடப்பகுதி (2.11.2) இல் இயக்கவியல் சமன்பாட்டைப் பயன்படுத்தி நுண்கணித முறைப்படி இது போன்ற முடிவு பெறப்பட்டதை கவனிக்கவும். எனினும் ஆற்றல் மாறா விதியின் முறைப்படி கணக்கிடுவது நுண்கணித முறையைவிட மிகவும் எளிதாக உள்ளது.

எடுத்துக்காட்டு 4.16

ஒரு சுருள்வில்லுடன் இணைக்கப்பட்ட 2 kg நிறையுள்ள ஒரு பொருள் அதன் சமநிலையிலிருந்து x = 10 m என்ற தொலைவுக்கு நகர்த்தப்படுகிறது. சுருள்வில் மாறிலி k = 1 N m^{-1} மற்றும் பரப்பு உராய்வற்றதாகக் கருதுக.

(a) பொருளானது சமநிலையைக் கடக்கும்போது அதன் வேகம் என்ன?

(b) பொருளானது சமநிலையைக் கடக்கும் போதும், $x=\pm 10\ m$ என்ற விளிம்பு நிலையை கடக்கும்போதும் பொருளின் மீது செயல்படும் விசை யாது?

தீர்வு

(a) சுருள்வில் விசை ஒரு ஆற்றல் மாற்றா விசை ஆகையால் மொத்த ஆற்றல் மாறிலி ஆகும். x=10 m எனும்போது மொத்த ஆற்றல் முழுவதும் நிலை ஆற்றலாக மட்டுமே இருக்கும்.

$$E=U=\frac{1}{2}kx^2=\frac{1}{2}\times(1)\times(10)^2=50\text{ J}$$

பொருள் சமநிலையைக் கடக்கும்போது $(x=0)$, நிலை ஆற்றலானது

$$U=\frac{1}{2}\times1\times(0)=0\text{ J}$$

இந்நிலையில் முழு ஆற்றலும் இயக்க ஆற்றலாக மட்டுமே உள்ளது.

$$E=KE=\frac{1}{2}mv^2=50\text{ J}$$

வேகம்

$$v=\sqrt{\frac{2KE}{m}}=\sqrt{\frac{2\times50}{2}}=\sqrt{50}\,ms^{-1}\approx7.07\,ms^{-1}$$

(b) சுருள்வில்லின் மீள்விசை F = – kx என்பதால் பொருளானது நடுநிலையைக் கடக்கும் போது அது எவ்விசையையும் உணராது. நடுநிலையில் பொருளானது மிக வேகமாக நகருகிறது என்பதை அறியவும். பொருளானது $x=+10$ m (நீட்சி) என்ற நிலையில் உள்ளபோது விசை F = – kx

F = – (1) (10) = – 10 N இங்கு எதிர்குறியானது விசை நடுநிலையை நோக்கி, அதாவது எதிர் x– அச்சை நோக்கி உள்ளதைக் குறிக்கிறது. மேலும் பொருளானது

x= –10 m (அமுக்கம்) என்ற நிலையில் உள்ளபோது அது உணரும் விசை

F= – (1) (–10) = + 10 N. இங்கு நேர்க்குறியானது விசை நேர் x – அச்சை நோக்கி உள்ளதைக் குறிக்கிறது.

$x = \pm 10$ m என்ற நிலையில் பொருளானது இந்த இரு விளிம்பு புள்ளிகளிலும் பெரும விசையை உணர்ந்தாலும் கணநேர ஓய்வு நிலைக்கு வருகிறது.

4.2.9 செங்குத்து வட்ட இயக்கம் [Motion in a vertical circle]

m நிறையுள்ள ஒரு பொருள் நிறையற்ற, நீட்சித் தன்மையற்ற நூலின் ஒரு முனையில் இணைக்கப்படுகிறது. மேலும், நூலின் மறுமுனையானது நிலையாக இருக்குமாறு பொருத்தப்பட்டுள்ளது. அந்தப்பொருள் செங்குத்துத் தளத்தில் அமைந்த வட்ட இயக்கத்தை மேற்கொள்வதாகக் கருதுவோம். நூலின் நீளமானது வட்டப்பாதையின் ஆரமாக ($\vec{r}$) உள்ளது. (படம் 4.14)

படத்தில் காட்டியுள்ளவாறு பொருளின் இயக்கத்தைப் பற்றி அறிய தனித்த பொருளின் விசைப்படம் (Free body diagram) ஒன்றைக் கருதுவோம். இங்கு நிலைவெக்டர் ($\vec{r}$) ஆனது செங்குத்தான கீழ்நோக்கிய திசையுடன் θ கோணத்தை ஏற்படுத்தி படத்தில் உள்ளவாறு உடனடி திசைவேகத்தைக் கொண்டுள்ளது.

பொருளின் மீது இரு விசைகள் செயல்படுகின்றன.

1. கீழ் நோக்கி செயல்படும் புவியீர்ப்பு விசை
2. நூலின் வழியே செயல்படும் இழுவிசை

பொருளின் மீது நியூட்டனின் இரண்டாம் விதியைப் பயன்படுத்த,
தொடுகோட்டுத் திசையில்,

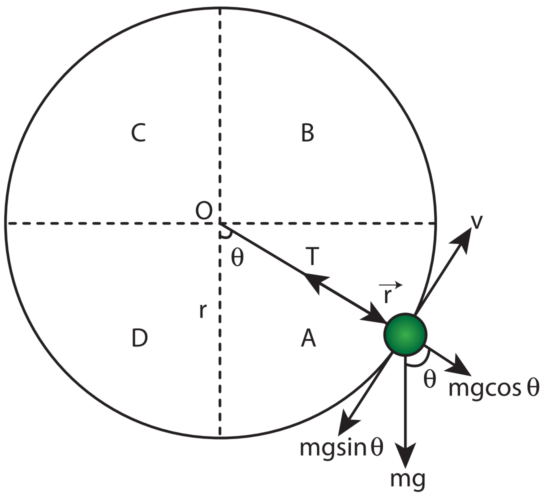
$$mg\sin\theta = ma_t$$
$$mg\sin\theta = -m\left(\frac{dv}{dt}\right) \qquad (4.28)$$

இங்கு $a_t = -\frac{dv}{dt}$ என்பது தொடுகோட்டுத் திசையில் எதிர் முடுக்கம் ஆகும்.

ஆரத்திசையில்,

$$T - mg\cos\theta = ma_r$$
$$T - mg\cos\theta = \frac{mv^2}{r} \qquad (4.29)$$

இங்கு $a_r = \frac{v^2}{r}$ என்பது மையநோக்கு முடுக்கம் ஆகும்.



படம் 4.14 செங்குத்து வட்ட இயக்கம்

இயக்கத்தை நன்கு புரிந்து கொள்ளும்வகையில் வட்டத்தை A, B, C, D என்ற நான்கு பகுதிகளாகப் பிரிக்கலாம். மேற்கண்ட இரு சமன்பாடுகளில் இருந்து கீழ்க்கண்டவாறு நான்கு முக்கிய கருத்துகளை புரிந்து கொள்ளலாம்.

(i) பொருளானது அனைத்து θ மதிப்புகளுக்கும் ($\theta = 0^o$ தவிர) தொடுகோட்டுத் திசையில் முடுக்கத்தை (g sin θ) கொண்டிருக்கிறது. இந்த செங்குத்து வட்ட இயக்கம் ஒரு சீரான வட்ட இயக்கம் அல்ல என்பது தெளிவாகிறது.

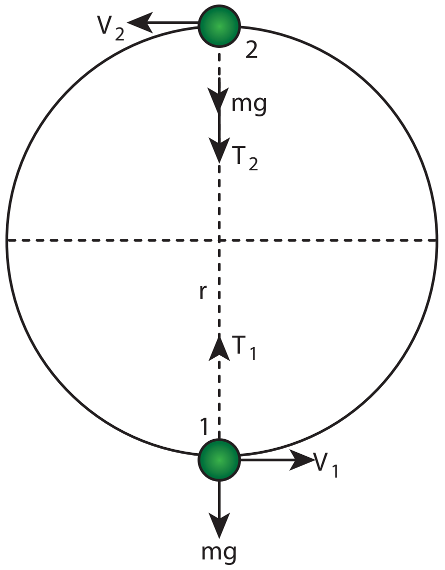
(ii) சமன்பாடுகள் (4.28) மற்றும் (4.29) இல் இருந்து அறிந்து கொள்வது என்னவெனில் இயக்கத்தின் போது திசைவேகத்தின் எண் மதிப்பு மாறுவதால், நூலின் இழுவிசையும் மாறுகின்றது.

(iii) சமன்பாடு (4.29), $T = mg\cos\theta + \frac{mv^2}{r}$ சுட்டிக்காட்டுவது வட்டத்தின் A மற்றும் D பகுதிகளில் ($-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$ மற்றும் cosθ நேர்க்குறி) mg cosθ எப்போதும் சுழியைவிட அதிகமாகும். எனவே திசைவேகம் சுழியானாலும் இழுவிசை சுழியாகாது.

(iv) சமன்பாடு (4.29), $\frac{mv^2}{r} = T - mg\cos\theta$ மேலும் சுட்டிக்காட்டுவது வட்டத்தின் B மற்றும் C பகுதிகளில் ($\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{3\pi}{2}$ மற்றும் $\cos\theta$ எதிர்க்குறி), சமன்பாட்டின் இரண்டாவது பகுதி ($-mg\cos\theta$) எப்போதும் சுழியை விட அதிகமாகும். எனவே இழுவிசை சுழியானாலும் திசைவேகம் சுழியாகாது.

செங்குத்து வட்ட இயக்கம் தொடர்பான கணக்குகளை தீர்வுகாணும்போது மேற்கண்ட கருத்துகளை மனதில் கொள்ள வேண்டும்.

படம் 4.15 இல் காட்டியுள்ளவாறு அடிப்பக்க புள்ளி 1 மற்றும் மேற்பக்கபுள்ளி 2 ஆகிய இரு நிலைகளை மட்டும் கருத்தில் கொண்டு மேலும் பகுப்பாய்வு செய்வோம். பொருளின் திசைவேகமானது அடிப்பக்கபுள்ளி 1 இல் $\vec{v}_1$ எனவும், மேற்பக்க புள்ளி 2 இல் $\vec{v}_2$ எனவும் வேறு எந்த புள்ளியிலும் $\vec{v}$ எனவும் கொள்க. திசைவேகத்தின் திசை அனைத்துப் புள்ளிகளிலும் வட்டப்பாதையின் தொடுகோட்டுத் திசையில் உள்ளது. அடிப்பக்கப் புள்ளியிலிருந்து நூலின் இழுவிசையானது $\vec{T}_1$ எனவும், மேற்பக்க புள்ளியிலிருந்து இழுவிசை $\vec{T}_2$ எனவும் வேறு எந்த புள்ளியிலும் இழுவிசை $\vec{T}$ எனவும் கொள்க. ஒவ்வொரு புள்ளியிலும் இழுவிசை மையப்புள்ளியை நோக்கி செயல்படுகிறது. ஆற்றல் மாறா விதியைப் பயன்படுத்தி இந்த இரு புள்ளிகளிலும் இழுவிசைகள் மற்றும் திசைவேகங்களை கணக்கிடலாம்.



படம் 4.15 அடிப்பக்க மற்றும் மேற்பக்க புள்ளிகளுக்கான செங்குத்து வட்ட இயக்கம்

அடிப்பக்க புள்ளி (1) :

பொருளானது அடிப்பக்க புள்ளி 1 இல் உள்ளபோது புவியீர்ப்பு விசை $m\vec{g}$ பொருளின் மீது செங்குத்தாக கீழ்நோக்கி செயல்படுகிறது மற்றும் இழுவிசை $\vec{T}_1$ செங்குத்தாக மேல்நோக்கி அதாவது மையப்புள்ளியை நோக்கி செயல்படுகிறது. சமன்பாடு (4.29) இல் இருந்து நாம் பெறுவது

$$T_1 - mg = \frac{mv_1^2}{r} \quad (4.30)$$

$$T_1 = \frac{mv_1^2}{r} + mg \quad (4.31)$$

மேற்பக்க புள்ளி (2) :

மேற்பக்க புள்ளி 2 இல் பொருளின் மீதான புவியீர்ப்பு விசை $m\vec{g}$ மற்றும் இழுவிசை $\vec{T}_2$ ஆகிய இரண்டும் கீழ்நோக்கி அதாவது மையப்புள்ளியை நோக்கி செயல்படுகிறது.

$$T_2 + mg = \frac{mv_2^2}{r} \quad (4.32)$$

$$T_2 = \frac{mv_2^2}{r} - mg \quad (4.33)$$

சமன்பாடுகள் (4.31) மற்றும் (4.33) இல் இருந்து $T_1 > T_2$ என அறியலாம். இழுவிசையின் வேறுபாடு $T_1 - T_2$ஆனது சமன்பாடு (4.33)ஐ சமன்பாடு (4.31) இல் இருந்து கழிப்பதன் மூலம் பெறப்படுகிறது.

$$T_1 - T_2 = \frac{mv_1^2}{r} + mg - \left(\frac{mv_2^2}{r} - mg\right)$$

$$= \frac{mv_1^2}{r} + mg - \frac{mv_2^2}{r} + mg$$

$$T_1 - T_2 = \frac{m}{r}\left[v_1^2 - v_2^2\right] + 2mg \quad (4.34)$$

புள்ளி 1 மற்றும் 2 இல் ஆற்றல் மாறா விதியைப் பயன்படுத்தி $\left[v_1^2 - v_2^2\right]$ மதிப்பை எளிதாகக் கணக்கிடலாம்.

குறிப்பு

இழுவிசையும் பொருள் செல்லும் திசையும் எப்போதும் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தாக உள்ளதால் இழுவிசையானது பொருளின்மீது எவ்வித வேலையும் செய்யாது.

புவியீர்ப்பு விசையானது பொருளின் மீது வேலை செய்கிறது. மேலும் அது ஆற்றல் மாற்றா விசை என்பதால் இயக்கம் முழுவதும் பொருளின் மொத்த ஆற்றல் மாறாது.

புள்ளி 1 இல் உள்ள மொத்த ஆற்றல் (E_1) புள்ளி 2 இல் உள்ள மொத்த ஆற்றல் (E_2) க்கு சமமாகும்.

$$E_1 = E_2 \quad (4.35)$$

புள்ளி 1 இல் நிலை ஆற்றல் $U_1 = 0$ (புள்ளி 1 ஐ குறிப்புப் புள்ளியாக எடுத்துக்கொள்வதன் மூலம்)

புள்ளி 1 இல் இயக்க ஆற்றல் $KE_1 = \frac{1}{2}mv_1^2$

புள்ளி 1 இல் மொத்த ஆற்றல்

$$E_1 = U_1 + KE_1 = 0 + \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}mv_1^2$$

இதுபோன்றே புள்ளி 2 இல் நிலை ஆற்றல் $U_2 = mg\,(2r)$

(புள்ளி 1 இல் இருந்து h மதிப்பு 2r ஆகும்)

புள்ளி 2 இல் இயக்க ஆற்றல் $KE_2 = \frac{1}{2}mv_2^2$

புள்ளி 2 இல் மொத்த ஆற்றல்

$$E_2 = U_2 + KE_2 = 2\ mg\ r + \frac{1}{2}mv_2^2$$

சமன்பாடு (4.35) இல் உள்ளவாறு ஆற்றல் மாறா விதிப்படி

$$\frac{1}{2}mv_1^2 = 2mgr + \frac{1}{2}mv_2^2$$

மாற்றியமைக்க

$$\frac{1}{2}m\left(v_1^2 - v_2^2\right) = 2mgr$$

$$v_1^2 - v_2^2 = 4gr \quad (4.36)$$

சமன்பாடு (4.34) இல் சமன்பாடு (4.36) ஐ பிரதியிட

$$T_1 - T_2 = \frac{m}{r}[4gr] + 2mg$$

எனவே இழுவிசையில் மாறுபாடானது

$$T_1 - T_2 = 6\ mg \quad (4.37)$$

மேற்பக்க புள்ளி (2) இல் சிறும வேகம்:

பொருளானது புள்ளி 2 இல் ஒரு சிறும வேகத்தைக் கொண்டிருக்க வேண்டும், இல்லையெனில் புள்ளி 2 ஐ அடையும் முன்பாக நூலானது தளர்வுற்று அதனால் பொருள் வட்டப்பாதையை நிறைவு செய்யாது. இந்த சிறும வேகத்தைக் கணக்கிட சமன்பாடு (4.33) இல் இழுவிசை $T_2 = 0$ எனக் கொள்வோம்.

$$0 = \frac{mv_2^2}{r} - mg$$

$$\frac{mv_2^2}{r} = mg$$

$$v_2^2 = rg$$

$$v_2 = \sqrt{gr} \quad (4.38)$$

பொருளானது வட்டப்பாதையில் தொடர்ந்து இயங்க புள்ளி 2 இல் $v_2 \geq \sqrt{gr}$ என்ற வேகத்தைக் கொண்டிருக்க வேண்டும்.

அடிப்புள்ளி (1) இல் சிறும வேகம்:

புள்ளி 2 இல் இந்த சிறும வேகத்தைப் $\left(v_2 = \sqrt{gr}\right)$ பெற பொருளானது புள்ளி 1லும் ஒரு சிறும வேகத்தைக் கொண்டிருக்க வேண்டும்.

சமன்பாடு (4.36) ஐப் பயன்படுத்தி புள்ளி 1 இல் சிறும வேகத்தை நாம் காணலாம்.

$$v_1^2 - v_2^2 = 4gr$$

சமன்பாடு (4.38) ஐ (4.36) இல் பிரதியிட

$$v_1^2 - gr = 4gr$$

$$v_1^2 = 5gr$$

$$v_1 = \sqrt{5gr} \quad (4.39)$$

பொருளானது வட்டப்பாதையில் தொடர்ந்து இயங்க புள்ளி 1 இல் $(v_1 \geq \sqrt{5gr})$ என்ற வேகத்தைக் கொண்டிருக்க வேண்டும்.

சமன்பாடுகள் (4.38) மற்றும் (4.39) இல் இருந்து அறிவது என்னவெனில் பொருள் வட்டப்பாதையை விட்டு விலகாமல் நிறைவு செய்ய அடிப்புள்ளி 1 இல் சிறும வேகமானது மேற்பக்க புள்ளி 2 இல் உள்ள சிறும வேகத்தை விட $\sqrt{5}$ மடங்கு இருக்க வேண்டும்.

எடுத்துக்காட்டு 4.17

கயிற்றுடன் கட்டப்பட்ட ஒரு வாளியில் உள்ள நீர் 0.5 m ஆரமுள்ள செங்குத்து வட்டத்தை சுற்றி சுழற்றப்படுகிறது. இயக்கத்தின்போது நீரானது வாளியில் இருந்து சிந்தாமல் இருக்க அடிப்புள்ளியில் இருக்கவேண்டிய சிறும திசைவேகத்தைக் கணக்கிடுக. ($g = 10\ m\ s^{-2}$)

தீர்வு

வட்டத்தின் ஆரம் r = 0.5 m

மேற்பக்க புள்ளியில் தேவையான வேகம்

$v_2 = \sqrt{gr} = \sqrt{10 \times 0.5} = \sqrt{5}\ m\ s^{-1}$

அடிப்பக்க புள்ளியில் வேகம்

$v_1 = \sqrt{5gr} = \sqrt{5} \times \sqrt{gr} = \sqrt{5} \times \sqrt{5} = 5\ m\ s^{-1}$

34N79E

4.3 திறன் (POWER)

4.3.1 திறனின் வரையறை

திறன் என்பது எவ்வளவு வேகமாக அல்லது மெதுவாக ஒரு வேலை செய்யப்படுகிறது என்பதன் அளவாகும். வேலை செய்யப்படும் வீதம் அல்லது ஆற்றல் வெளிப்படும் வீதம், திறன் என வரையறுக்கப்படுகிறது.

$$\text{திறன் (P)} = \frac{\text{செய்யப்பட்ட வேலை (W)}}{\text{எடுத்துக்கொண்ட நேரம் (t)}}$$

$$P = \frac{W}{t}$$

சராசரித் திறன்

செய்யப்பட்ட மொத்த வேலைக்கும் எடுத்துக்கொண்ட மொத்த நேரத்திற்கும் இடையே உள்ள விகிதம் சராசரித்திறன் ($P_{\text{சராசரி}}$) என வரையறுக்கப்படுகிறது.

$$(P_{\text{சராசரி}}) = \frac{\text{செய்யப்பட்ட மொத்த வேலை}}{\text{எடுத்துக்கொண்ட மொத்த நேரம்}}$$

உடனடித் திறன்

ஒரு கண நேரத்தில் (நேர இடைவெளி சுழியை நெருங்கும்போது) வெளிப்படும் திறன் உடனடித் திறன் ($P_{\text{உடனடி}}$) என வரையறுக்கப்படுகிறது.

$$(P_{\text{உடனடி}}) = \frac{dw}{dt}$$

4.3.2 திறனின் அலகு

திறன் ஒரு ஸ்கேலர் அளவாகும். அதன் பரிமாணம் $[ML^2T^{-3}]$. திறனின் SI அலகு வாட் (W) என்று நீராவி இயந்திரத்தைக் கண்டுபிடித்த ஜேம்ஸ் வாட் பெயரால் அழைக்கப்படுகிறது.

ஒரு வினாடியில் ஒரு ஜூல் வேலை செய்யப்பட்டால் திறன் ஒரு வாட் என வரையறுக்கப்படுகிறது. $(1W = 1Js^{-1})$. கிலோவாட் (KW), மெகாவாட் (MW) மற்றும் ஜிகாவாட் (GW) ஆகியவை திறனின் உயர் அலகுகள் ஆகும்.

1 KW = 1000 W = 10^3 வாட்

1 MW = 10^6 வாட்

1 GW = 10^9 வாட்

மோட்டார்கள், இயந்திரங்கள் மற்றும் சில தானியங்கி வாகனங்களுக்கு குதிரைத்திறன் (horse – power) (hp) என்றழைக்கப்படும் திறனின் பழைய அலகானது வணிகரீதியாக இன்னும் பயன்பாட்டில் உள்ளது. குதிரைத்திறனை (hp) வாட் (W) என்ற அலகில் மாற்ற

1 hp = 746 W

அனைத்து மின் சாதனங்களின் மீதும் ஒரு குறிப்பிட்ட திறனின் அளவு அச்சிடப்பட்டு வழங்கப்படுகின்றன. ஒரு 100 வாட் விளக்கு (bulb) ஒரு வினாடியில் 100 ஜூல் மின் ஆற்றலை நுகர்கிறது. ஜூல் என்ற அலகால் அளக்கப்படும் ஆற்றலின் திறனை வாட் என்ற அலகிலும் நேரத்தை வினாடி என்ற அலகிலும்

குறிப்பிடுவதால் $1\,J = 1\,Ws$ என எழுதலாம். மின் உபகரணங்கள் பல மணி நேரத்திற்கு பயன்பாட்டில் உள்ளபோது அவை அதிக அளவிலான ஆற்றலை நுகருகின்றன. மின் ஆற்றலை வாட் வினாடி (Ws) என்ற சிறிய அலகில் அளவிடும்போது பெரிய எண் மதிப்புகளைக் கையாள வேண்டும். எனவே மின் ஆற்றலானது கிலோவாட் மணி (kilowatt hour – kwh) என்ற அலகால் அளவிடப்படுகிறது.

$$1 \text{ மின் அலகு } (1 \text{ யூனிட்}) = 1\,KWh = 1 \times (10^3\,W) \times 3600\,s$$
$$1 \text{ மின் அலகு } = 3600 \times 10^3\,W\,s$$
$$1 \text{ மின் அலகு } = 3.6 \times 10^6\,J$$
$$1\,KWh = 3.6 \times 10^6\,J$$

மின் ஆற்றல் நுகர்வுக்கு KWh என்ற அலகில் மின்கட்டண பட்டியல்கள் தயாரிக்கப்படுகின்றன. 1 அலகு மின் ஆற்றல் என்பது 1 KW h ஆகும்.

(**குறிப்பு:** KWh என்பது ஆற்றலின் அலகு; திறனின் அலகு அல்ல)

எடுத்துக்காட்டு 4.18

ஒரு 75 W மின்விசிறி தினமும் 8 மணி நேரம் ஒரு மாதத்திற்கு (30 நாட்கள்) பயன்படுத்தப்பட்டால் நுகரப்பட்ட ஆற்றலை மின் அலகில் கணக்கிடுக.

தீர்வு

திறன் P = 75 W

பயன்பாட்டு நேரம் t = 8 மணி x 30 நாட்கள் = 240 மணி. நுகரப்பட்ட மின் ஆற்றலானது திறன் மற்றும் பயன்பாட்டு நேரம் ஆகியவற்றின் பெருக்கல் பலன் ஆகும்.

மின் ஆற்றல் = திறன் x பயன்பாட்டு நேரம் = P x t

= 75 வாட் x 240 மணி

= 18000 வாட் மணி

= 18 கிலோ வாட் மணி = 18 KW h

1 மின் அலகு = 1 KW h

மின் ஆற்றல் = 18 அலகு

உங்களுக்குத் தெரியுமா?

மின்னிழை விளக்குகள் 1000 மணி நேரம் ஒளிவீசும். CFL விளக்குகள் 6000 மணி நேரம் ஒளிவீசும். ஆனால் LED விளக்குகள் 50000 மணிநேரம் ஒளி வீசும் (ஏறத்தாழ 25 ஆண்டுகள், நாளொன்றுக்கு 5.5 மணி நேரம்)

4.3.3 திறன் மற்றும் திசைவேகம் ஆகியவற்றுக்கு இடையே உள்ள தொடர்பு

$\vec{F}$ என்ற விசையினால் $d\vec{r}$ என்ற இடப்பெயர்ச்சிக்கு செய்யப்பட்ட வேலை

$$W = \int \vec{F} \cdot d\vec{r} \qquad (4.40)$$

சமன்பாடு (4.40) இன் இடது பக்கத்தில் உள்ளதை இவ்வாறு எழுதலாம்.

$$W = \int dW = \int \frac{dW}{dt} dt \qquad (4.41)$$

(dt – ஆல் பெருக்கவும் வகுக்கவும் செய்ய)

திசைவேகம் $\vec{v} = \dfrac{d\vec{r}}{dt}$; என்பதால் $d\vec{r} = \vec{v}\,dt$

சமன்பாடு (4.40) இன் வலது பக்கத்தில் உள்ளதை இவ்வாறு எழுதலாம்.

$$\int \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int \left(\vec{F} \cdot \frac{d\vec{r}}{dt} \right) dt = \int \left(\vec{F} \cdot \vec{v} \right) dt \quad \left[\because \vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} \right] \qquad (4.42)$$

சமன்பாடு (4.41) மற்றும் (4.42) ஐ சமன்பாடு (4.40) இல் பிரதியிட

$$\int \frac{dW}{dt} dt = \int \left(\vec{F} \cdot \vec{v} \right) dt$$
$$\int \left(\frac{dW}{dt} - \vec{F} \cdot \vec{v} \right) dt = 0$$

இந்த தொடர்பானது dt இன் எந்த ஒரு தன்னிச்சையான மதிப்பிற்கும் சரியாக உள்ளது. அடைப்புக்குறிக்குள் உள்ள மதிப்பு சுழியாக இருக்க வேண்டும் என்பதை இது குறிக்கிறது. அதாவது

$$\frac{dW}{dt} - \vec{F} \cdot \vec{v} = 0 \quad \text{அல்லது}$$

$$\frac{dW}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v} \quad (4.43)$$

எடுத்துக்காட்டு 4.19

1250 kg நிறையுள்ள ஒரு வாகனம் ஒரு சமமான நேர் சாலையில் 0.2 m s^{-2} முடுக்கத்துடன் 500 N என்ற எதிர்க்கும் புறவிசைக்கெதிராக இயக்கப்படுகிறது. வாகனத்தின் திசைவேகம் 30 m s^{-1} எனில் வாகனத்தின் இயந்திரம் வெளிப்படுத்தும் திறனைக் கணக்கிடுக.

தீர்வு

வாகனத்தின் இயந்திரம், எதிர்க்கும் விசைக்கெதிராக வேலை செய்து வாகனத்தை ஒரு முடுக்கத்துடன் இயக்க வேண்டும். எனவே வாகனத்தின் இயந்திரம் வெளிப்படுத்தும் திறன்

P = (எதிர்க்கும் விசை + (நிறை × முடுக்கம்)) (திசைவேகம்)

$$P = \vec{F}_{tot} \cdot \vec{v} = (F_{resistive} + F)v$$

$$P = \vec{F}_{tot} \cdot \vec{v} = (F_{resistive} + ma)v$$

= (500 + (1250 x 0.2)) (30) = 22.5 kW

4.4 மோதல்கள் (COLLISIONS)

மோதல் என்பது நம்மைச் சுற்றி அவ்வப்போது நடைபெறக்கூடிய ஒரு பொதுவான நிகழ்வு ஆகும். உதாரணமாக கேரம், பில்லியர்ட்ஸ், கோலிக்குண்டு போன்ற விளையாட்டுகள் இரு பொருட்களுக்கிடையே மோதல்களானது தொடுதலுடன் அல்லது தொடுதலின்றி ஏற்படலாம்.

அனைத்து மோதல் செயல்முறைகளிலும் நேர்க்கோட்டு உந்தம் மாறாது. இரு பொருட்கள் மோதலுற்றால் அவற்றிற்கிடையே செயல்படும் சமமான கணத்தாக்கு விசைகள் Δt என்ற மோதலுறும் நேரத்தில் அவற்றின் உந்தங்களில் மாற்றத்தை ஏற்படுத்துகிறது. அதாவது முதல் பொருள் $\vec{F}_{12}$ என்ற விசையை இரண்டாவது பொருளின் மீது செலுத்துகிறது. அதேபோல் நியூட்டனின் மூன்றாம் விதிப்படி, இரண்டாவது பொருளானது முதல் பொருளின் மீது $\vec{F}_{21}$ என்ற விசையை செலுத்துகிறது. இவை முதல் மற்றும் இரண்டாவது பொருட்களின் உந்தத்தில் முறையே $\Delta\vec{P}_1$ மற்றும் $\Delta\vec{P}_2$ என்ற மாற்றத்தை ஏற்படுத்துகிறது. தற்போது இதன் தொடர்புகளை கீழ்க்கண்டவாறு எழுதலாம்.

$$\Delta\vec{p}_1 = \vec{F}_{12}\Delta t \quad (4.44)$$

$$\Delta\vec{p}_2 = \vec{F}_{21}\Delta t \quad (4.45)$$

சமன்பாடு (4.44) மற்றும் (4.45) இரண்டையும் கூட்ட

$$\Delta\vec{p}_1 + \Delta\vec{p}_2 = \vec{F}_{12}\Delta t + \vec{F}_{21}\Delta t = \left(\vec{F}_{12} + \vec{F}_{21}\right)\Delta t$$

நியூட்டனின் மூன்றாம் விதிப்படி $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$

$$\Delta\vec{P}_1 + \Delta\vec{P}_2 = 0$$

$$\Delta(\vec{P}_1 + \vec{P}_2) = 0$$

இருபுறமும் Δt – ஆல் வகுக்க, மற்றும் எல்லை $\Delta t \rightarrow 0$ எனக் கொள்ள நாம் பெறுவது

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\left(\vec{p}_1 + \vec{p}_2\right)}{\Delta t} = \frac{d\left(\vec{p}_1 + \vec{p}_2\right)}{dt} = 0$$

மேற்கண்ட சமன்பாடு மொத்த நேர்க்கோட்டு உந்தம் ஒரு மாறா அளவு என்பதைக் குறிக்கிறது.

குறிப்பு: உந்தம் ஒரு வெக்டர் அளவாகும். எனவே மோதலின்போது தனித்தனி பொருட்களின் உந்தத்தைக் காண வெக்டர் கூடுதல் பின்பற்றப்பட வேண்டும்.

4.4.1 மோதல்களின் வகைகள்

எந்த ஒரு மோதல் செயல்முறையிலும் மொத்த நேர்க்கோட்டு உந்தமும், மொத்த ஆற்றலும் எப்போதும் மாறாது. அதேசமயம் மொத்த இயக்க ஆற்றலானது எப்போதும் மாறாமல் இருக்கத்

தேவையில்லை. தொடக்க இயக்க ஆற்றலின் ஒரு பகுதி வேறு வகையான ஆற்றலாக மாற்றமடைகிறது. ஏனென்றால் மோதல்கள் மற்றும் மோதல்களால் ஏற்படும் உருக்குலைவு ஆகியவற்றின் தாக்கம் பொதுவாக வெப்பம், ஒலி, ஒளி போன்றவற்றை உருவாக்குகிறது. இந்த விளைவுகளை கணக்கில் கொண்டு மோதல்களை நாம் கீழ்க்கண்டவாறு வகைப்படுத்தலாம்.

(a) மீட்சி மோதல்

(b) மீட்சியற்ற மோதல்

(a) மீட்சி மோதல் (Elastic Collision)

ஒரு மோதலில் பொருட்களின் தொடக்க மொத்த இயக்க ஆற்றலானது (மோதலுக்கு முன்) பொருட்களின் இறுதி மொத்த இயக்க ஆற்றலுக்கு (மோதலுக்குப் பின்) சமமாக இருந்தால் அது மீட்சிமோதல் எனப்படும். அதாவது

மோதலுக்கு முன் மொத்த இயக்க ஆற்றல் = மோதலுக்குப் பின் மொத்த இயக்க ஆற்றல்

(b) மீட்சியற்ற மோதல் (Inelastic Collision)

ஒரு மோதலில் பொருட்களின் தொடக்க மொத்த இயக்க ஆற்றலானது (மோதலுக்கு முன்) பொருட்களின் இறுதி மொத்த இயக்க ஆற்றலுக்கு (மோதலுக்குப் பின்) சமமாக இல்லையெனில் அது மீட்சியற்ற மோதல் எனப்படும். அதாவது

மோதலுக்கு முன் மொத்த இயக்க ஆற்றல் $\neq$ மோதலுக்குப் பின் மொத்த இயக்க ஆற்றல்

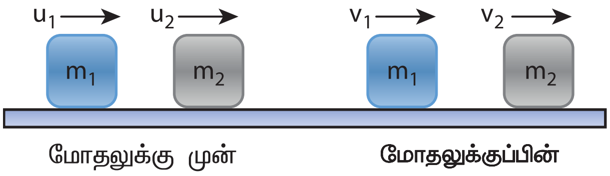
$$\begin{bmatrix}\text{மோதலுக்கு முன்}\\ \text{மொத்த இயக்க ஆற்றல்}\end{bmatrix} - \begin{bmatrix}\text{மோதலுக்குப் பின்}\\ \text{மொத்த இயக்க ஆற்றல்}\end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix}\text{மோதலின்போது}\\ \text{ஆற்றல் இழப்பு}\end{bmatrix} = \Delta Q$$

இயக்க ஆற்றல் மாறும் எனினும் மொத்த ஆற்றல் மாறாது. ஏனென்றால் மொத்த ஆற்றலானது இயக்க ஆற்றலின் சமன்பாடு மற்றும் மோதலின்போது ஏற்பட்ட அனைத்து இழப்புகளையும் உள்ளடக்கிய சமன்பாடு (ΔQ) ஆகியவற்றைக் கொண்டுள்ளது. மோதலின்போது இயக்க ஆற்றலில் ஏற்படும் இழப்பு ஒலி, வெப்பம் போன்ற வேறு வகையான ஆற்றலாக மாற்றமடைகிறது என்பதை அறியவும். மேலும் மோதலுறும் இரு பொருள்களும் மோதலுக்குப் பின் ஒன்றுடன் ஒன்று ஒட்டிக்கொண்டால் அவ்வகை மோதல்கள் முழு மீட்சியற்றமோதல் அல்லது மீட்சியற்ற மோதல் எனப்படும். அவ்வகையான மோதலை அடிக்கடி காணலாம். உதாரணமாக, ஈரமான ஒரு களிமண் உருண்டை (அல்லது பபிள்கம்) ஒரு இயங்கும் வாகனத்தின் மீது எறியப்பட்டால், அது இயங்கும் வாகனத்துடன் ஒட்டிக்கொள்கிறது மற்றும் அவை சம திசைவேகத்துடன் இயங்குகின்றன.

4.4.2 ஒரு பரிமாண மீட்சி மோதல்கள்

m_1 மற்றும் m_2 நிறையுள்ள இரு மீட்சிப் பொருள்கள் படம் 4.16 இல் காட்டியுள்ளவாறு ஒரு உராய்வற்ற கிடைத்தளப் பரப்பில் நேர்க்கோட்டில் (நேர் x- அச்சின் திசையில்) இயங்குவதாகக் கருதுக.



படம் 4.16 ஒரு பரிமாண மீட்சி மோதல்

அட்டவணை 4.4 மீட்சி மற்றும் மீட்சியற்ற மோதல்களை ஒப்பிடுதல்

வ. எண்	மீட்சி மோதல்	மீட்சியற்ற மோதல்
1.	மொத்த உந்தம் மாறாது	மொத்த உந்தம் மாறாது
2.	மொத்த இயக்க ஆற்றல் மாறாது	மொத்த இயக்க ஆற்றல் மாறும்
3.	தொடர்புடைய விசைகள் ஆற்றல் மாற்றா விசைகள்	தொடர்புடைய விசைகள் ஆற்றல் மாற்றும் விசைகள்
4.	இயந்திர ஆற்றல் சிதைவடையாது	இயந்திர ஆற்றலானது வெப்பம், ஒளி, ஒலி போன்றவையாக வெளிப்படுகிறது.

நிறை	தொடக்க திசைவேகம்	இறுதி திசைவேகம்
நிறை m_1	u_1	v_1
நிறை m_2	u_2	v_2

மோதல் நிகழ நிறை m_1 நிறை m_2 ஐ விட வேகமாக இயங்குவதாகக் கருதுக. அதாவது $u_1 > u_2$. மீட்சி மோதலுக்கு இரு பொருள்களின் மொத்த நேர்க்கோட்டு உந்தம் மற்றும் இயக்க ஆற்றல்கள் மோதலுக்கு முன்பும் மோதலுக்குப் பின்பும் மாறாமல் ஒரே அளவாக இருக்க வேண்டும்.

	நிறை m_1 இன் உந்தம்	நிறை m_2 இன் உந்தம்	மொத்த நேர்க்கோட்டு உந்தம்
மோதலுக்கு முன்	$p_{i1} = \mathrm{m_1 u_1}$	$p_{i2} = \mathrm{m_2 u_2}$	$p_i = p_{i1} + p_{i2}$ $p_i = \mathrm{m_1 u_1 + m_2 u_2}$
மோதலுக்குப் பின்	$p_{f1} = \mathrm{m_1 v_1}$	$p_{f2} = \mathrm{m_2 v_2}$	$p_f = p_{f1} + p_{f2}$ $p_f = \mathrm{m_1 v_1 + m_2 v_2}$

நேர்க்கோட்டு உந்த மாறா விதியில் இருந்து

மோதலுக்கு முன் மொத்த உந்தம் (p_i) = மோதலுக்குப் பின் மொத்த உந்தம் (p_f)

$$\mathrm{m_1 u_1 + m_2 u_2 = m_1 v_1 + m_2 v_2} \quad (4.46)$$

அல்லது $$\mathrm{m_1 (u_1 - v_1) = m_2 (v_2 - u_2)} \quad (4.47)$$

மேலும்

	நிறை m_1 இன் இயக்க ஆற்றல்	நிறை m_2 இன் இயக்க ஆற்றல்	மொத்த இயக்க ஆற்றல்
மோதலுக்கு முன்	$KE_{i1} = \frac{1}{2}\mathrm{m_1 u_1^2}$	$KE_{i2} = \frac{1}{2}\mathrm{m_2 u_2^2}$	$KE_i = KE_{i1} + KE_{i2}$ $KE_i = \frac{1}{2}\mathrm{m_1 u_1^2} + \frac{1}{2}\mathrm{m_2 u_2^2}$
மோதலுக்குப் பின்	$KE_{f1} = \frac{1}{2}\mathrm{m_1 v_1^2}$	$KE_{f2} = \frac{1}{2}\mathrm{m_2 v_2^2}$	$KE_f = KE_{f1} + KE_{f2}$ $KE_f = \frac{1}{2}\mathrm{m_1 v_1^2} + \frac{1}{2}\mathrm{m_2 v_2^2}$

மீட்சி மோதலுக்கு

மோதலுக்கு முன் மொத்த இயக்க ஆற்றல் KE_i = மோதலுக்குப் பின் மொத்த இயக்க ஆற்றல் KE_f

$$\frac{1}{2}\mathrm{m_1 u_1^2} + \frac{1}{2}\mathrm{m_2 u_2^2} = \frac{1}{2}\mathrm{m_1 v_1^2} + \frac{1}{2}\mathrm{m_2 v_2^2} \quad (4.48)$$

சுருக்கிய பிறகு மாற்றியமைக்க $\mathrm{m_1(u_1^2 - v_1^2) = m_2(v_2^2 - u_2^2)}$

மேற்கண்ட சமன்பாட்டை $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ என்ற வாய்ப்பாட்டைப் பயன்படுத்தி மீண்டும் எழுத

$$\mathrm{m_1 (u_1 + v_1)(u_1 - v_1) = m_2 (v_2 + u_2)(v_2 - u_2)} \quad (4.49)$$

சமன்பாடு (4.49) ஐ (4.47) – ஆல் வகுக்க கிடைப்பது

$$\frac{m_1(u_1+v_1)(u_1-v_1)}{m_1(u_1-v_1)}=\frac{m_2(v_2+u_2)(v_2-u_2)}{m_2(v_2-u_2)}$$

$$u_1 + v_1 = v_2 + u_2$$

மாற்றியமைக்க

$$u_1 - u_2 = v_2 - v_1 \qquad (4.50)$$

சமன்பாடு (4.50) – ஐ இவ்வாறு எழுதலாம்.

$$u_1 - u_2 = -(v_1 - v_2)$$

இதன் பொருளானது எந்த ஒரு நேரடி மீட்சி மோதலிலும், மோதலுக்குப்பின் இரு மீட்சிப் பொருள்களின் ஒப்புமை வேகம் மோதலுக்கு முன் இருந்த அதே எண் மதிப்பைக் கொண்டும் ஆனால் எதிர்த்திசையிலும் இருக்கும் என்பதாகும். மேலும் இந்த முடிவு நிறையைச் சார்ந்ததல்ல என்பதை அறியவும்.

மேற்கண்ட சமன்பாட்டிலிருந்து v_1 மற்றும் v_2 மதிப்புகளைக் காண

$$v_1 = v_2 + u_2 - u_1 \qquad (4.51)$$

அல்லது

$$v_2 = u_1 + v_1 - u_2 \qquad (4.52)$$

இறுதி திசைவேகங்கள் v_1 மற்றும் v_2 கண்டறிதல்:

சமன்பாடு (4.52) ஐ சமன்பாடு (4.47) இல் பிரதியிடுவதன் மூலம் m_1 இன் திசைவேகமானது

$$m_1(u_1-v_1)=m_2(u_1+v_1-u_2-u_2)$$

$$m_1(u_1-v_1)=m_2(u_1+v_1-2u_2)$$

$$m_1u_1-m_1v_1=m_2u_1+m_2v_1-2m_2u_2$$

$$m_1u_1-m_2u_1+2m_2u_2=m_1v_1+m_2v_1$$

$$(m_1-m_2)u_1+2m_2u_2=(m_1+m_2)v_1$$

அல்லது $$v_1=\left(\frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}\right)u_1+\left(\frac{2m_2}{m_1+m_2}\right)u_2 \qquad (4.53)$$

இது போன்றே சமன்பாடு (4.51) ஐ சமன்பாடு (4.47) இல் பிரதியிட அல்லது சமன்பாடு (4.53) ஐ சமன்பாடு (4.52) இல் பிரதியிட m_2 இன் இறுதி திசைவேகமானது

$$v_2=\left(\frac{2m_1}{m_1+m_2}\right)u_1+\left(\frac{m_2-m_1}{m_1+m_2}\right)u_2 \qquad (4.54)$$

நேர்வு 1: பொருள்கள் ஒரே நிறையைக் கொண்டிருந்தால் அதாவது $m_1 = m_2$

சமன்பாடு (4.53) $\Rightarrow v_1=(0)\ u_1+\left(\frac{2m_2}{2m_2}\right)u_2$

$$v_1 = u_2 \qquad (4.55)$$

சமன்பாடு (4.54) $\Rightarrow v_2=\left(\frac{2m_1}{2m_1}\right)u_1+(0)u_2$

$$v_2 = u_1 \qquad (4.56)$$

சமன்பாடுகள் (4.55) மற்றும் (4.56) தெரிவிப்பது என்னவெனில் ஒரு பரிமாண மீட்சி மோதலில் சம நிறையுள்ள இரு பொருள்கள் மோதிக்கொண்டால் மோதலுக்குப் பின் அவற்றின் திசைவேகங்கள் பரிமாறிக் கொள்ளப்படுகின்றன.

நேர்வு 2: பொருள்கள் ஒரே நிறையைக் கொண்டிருந்தால், அதாவது $m_1 = m_2$ மற்றும் இரண்டாவது பொருள் (வழக்கமாக இலக்கு என அழைக்கப்படுவது) ஓய்வு நிலையில் உள்ளபோது ($u_2 = 0$).

$m_1 = m_2$ மற்றும் ($u_2 = 0$) என்ற மதிப்புகளை சமன்பாடுகள் (4.53) மற்றும் (4.54) இல் பிரதியிட

சமன்பாடு (4.53) $\Rightarrow v_1 = 0$ (4.57)

சமன்பாடு (4.54) $\Rightarrow v_2 = u_1$ (4.58)

சமன்பாடு (4.57) மற்றும் (4.58) தெரிவிப்பது என்னவெனில் முதல் பொருள் மோதலுக்குப் பின் ஓய்வு நிலைக்கு வரும்போது இரண்டாவது பொருள் முதல் பொருளின் தொடக்க திசைவேகத்தில் இயங்குகிறது.

நேர்வு 3: முதல் பொருளானது இரண்டாவது பொருளின் நிறையைவிட குறைவாக இருந்தால், $\left(m_1 \ll m_2, \frac{m_1}{m_2} \ll 1\right)$ பிறகு விகிதம் $\frac{m_1}{m_2} \approx 0$ மற்றும் இலக்கு ஓய்வு நிலையில் உள்ளபோது ($u_2 = 0$) சமன்பாடு (4.53) இன் தொகுதி மற்றும் பகுதியை m_2 ஆல் வகுக்க

$$v_1 = \left(\frac{\frac{m_1}{m_2} - 1}{\frac{m_1}{m_2} + 1}\right) u_1 + \left(\frac{2}{\frac{m_1}{m_2} + 1}\right)(0)$$

$$v_1 = \left(\frac{0-1}{0+1}\right) u_1$$

$$v_1 = -u_1 \quad (4.59)$$

இது போன்றே,

சமன்பாடு (4.54) இன் தொகுதி மற்றும் பகுதியை m_2– ஆல் வகுக்க

$$v_2 = \left(\frac{2\frac{m_1}{m_2}}{\frac{m_1}{m_2} + 1}\right) u_1 + \left(\frac{1 - \frac{m_1}{m_2}}{\frac{m_1}{m_2} + 1}\right)(0)$$

$$v_2 = (0) u_1 + \left(\frac{1 - \frac{m_1}{m_2}}{\frac{m_1}{m_2} + 1}\right)(0)$$

$$v_2 = 0 \quad (4.60)$$

நிறை குறைவாக உள்ள முதல் பொருளானது அதே தொடக்க திசைவேகத்துடன் எதிர்த்திசையில் திரும்புகிறது (மீண்டெழுகிறது) என்பதைச் சமன்பாடு (4.59) இல் உள்ள எதிர்க்குறி குறிக்கிறது. அதிக நிறையுள்ள இரண்டாவது பொருளானது மோதலுக்குப் பிறகும் ஓய்வு நிலையிலேயே தொடர்ந்து இருக்கிறது என்பதைச் சமன்பாடு (4.60) குறிக்கிறது. எடுத்துக்காட்டாக, பந்து ஒன்று நிலையான சுவரின் மீது எறியப்பட்டால் பந்தானது எறியப்பட்ட அதே திசைவேகத்திலேயே எதிர்த்திசையில் சுவரில் இருந்து திரும்பி வரும்.

நேர்வு 4: இரண்டாவது பொருளானது முதல் பொருளைவிட நிறை குறைவாக உள்ளபோது, $\left(m_2 \ll m_1, \frac{m_2}{m_1} \ll 1\right)$, பிறகு விகிதம் $\frac{m_2}{m_1} \approx 0$ மற்றும் இலக்கு ஓய்வு நிலையில் உள்ளபோது ($u_2 = 0$) சமன்பாடு (4.53) இன் தொகுதி மற்றும் பகுதியை m_1–ஆல் வகுக்க

$$v_1 = \left(\frac{1 - \frac{m_2}{m_1}}{1 + \frac{m_2}{m_1}}\right) u_1 + \left(\frac{2\frac{m_2}{m_1}}{1 + \frac{m_2}{m_1}}\right)(0)$$

$$v_1 = \left(\frac{1-0}{1+0}\right) u_1 + \left(\frac{0}{1+0}\right)(0)$$

$$v_1 = u_1 \quad (4.61)$$

இதுபோன்றே,

சமன்பாடு (4.58) இன் தொகுதி மற்றும் பகுதியை m_1–ஆல் வகுக்க

$$v_2 = \left(\frac{2}{1 + \frac{m_2}{m_1}}\right) u_1 + \left(\frac{\frac{m_2}{m_1} - 1}{1 + \frac{m_2}{m_1}}\right)(0)$$

$$v_2 = \left(\frac{2}{1+0}\right) u_1$$

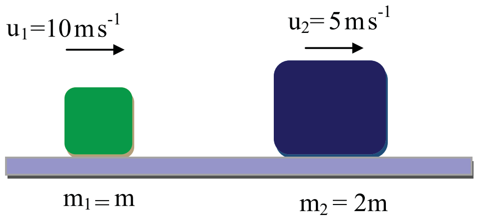
$$v_2 = 2u_1 \quad (4.62)$$

கனமாக உள்ள முதல் பொருளானது மோதலுக்குப் பிறகு அதே திசைவேகத்துடன் தொடர்ந்து இயங்குகிறதுஎன்பதைச்சமன்பாடு(4.61)குறிக்கிறது. நிறை குறைவாக உள்ள இரண்டாவது பொருள் முதல் பொருளின் தொடக்க திசைவேகத்தைப் போல இரு மடங்கு திசைவேகத்துடன் இயங்குகிறது என்பதைச் சமன்பாடு (4.62) குறிக்கிறது. நிறை குறைவாக உள்ள பொருள் மோதலுறும் புள்ளியிலிருந்து வேகமாகச் செல்கிறது.

எடுத்துக்காட்டு 4.20

10 m s^{-1} வேகத்தில் இயங்கும் ஒரு நிறை குறைவான பொருள் அதன் நிறையைப் போன்று இரு மடங்கு மற்றும் அதன் வேகத்தில் பாதியளவு கொண்ட அதே திசையில் இயங்கும் மற்றொரு பொருளின் மீது மோதுகிறது. மோதலானது ஒரு பரிமாண மீட்சி மோதல் எனக் கருதுக. மோதலுக்குப் பிறகு இரு பொருள்களின் வேகம் என்ன?

தீர்வு:



முதல் பொருளின் நிறை m என்க, மற்றும் அதன் தொடக்க திசைவேகம் u_1 = 10 m s^{-1}. எனவே இரண்டாவது பொருளின் நிறை 2 m மற்றும் அதன் தொடக்க திசைவேகம்

$$u_2 = \frac{1}{2} u_1 = \frac{1}{2}\left(10 \text{ m s}^{-1}\right)$$

சமன்பாடுகள் (4.53) மற்றும் (4.54) இல் இருந்து இரு பொருள்களின் இறுதி திசைவேகங்களைக் கணக்கிடலாம்.

$$v_1 = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right)u_1 + \left(\frac{2m_2}{m_1 + m_2}\right)u_2$$

$$v_1 = \left(\frac{m - 2m}{m + 2m}\right)10 + \left(\frac{2 \times 2m}{m + 2m}\right)5$$

$$v_1 = -\left(\frac{1}{3}\right)10 + \left(\frac{4}{3}\right)5 = \frac{-10 + 20}{3} = \frac{10}{3}$$

$$v_1 = 3.33 \text{ m s}^{-1}$$

$$v_2 = \left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2}\right)u_1 + \left(\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}\right)u_2$$

$$v_2 = \left(\frac{2m}{m + 2m}\right)10 + \left(\frac{2m - m}{m + 2m}\right)5$$

$$v_2 = \left(\frac{2}{3}\right)10 + \left(\frac{1}{3}\right)5 = \frac{20 + 5}{3} = \frac{25}{3}$$

$$v_2 = 8.33 \text{ m s}^{-1}$$

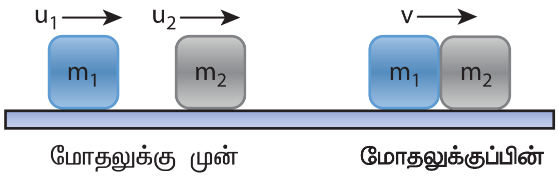
v_1 மற்றும் v_2 ஆகிய இரு வேகங்களும் நேர்க்குறியாக உள்ளதால் அவை இரண்டும் முறையே 3.33 m s^{-1} மற்றும் 8.33 m s^{-1} என்ற திசைவேகங்களுடன் மோதலுக்கு முன் இயங்கிய திசையிலேயே இயங்குகின்றன.

4.4.3 முழு மீட்சியற்ற மோதல் (Perfect Inelastic Collision)

முழு மீட்சியற்ற மோதலில் பொருள்கள் மோதலுக்குப்பிறகு ஒரு பொதுவான திசைவேகத்தில் இயங்கும் வகையில் ஒன்றுடன் ஒன்று நிரந்தரமாக ஒட்டிக்கொள்கின்றன. m_1 மற்றும் m_2 நிறை கொண்ட இரு பொருள்கள் மோதலுக்கு முன் முறையே u_1 மற்றும் u_2 என்ற தொடக்க திசைவேகங்களுடன் இயங்குவதாகக் கொள்க. படம் (4.17) இல் காட்டியுள்ளவாறு முழு மீட்சியற்ற மோதலுக்குப் பிறகு பொருட்கள் v என்ற பொதுவான திசைவேகத்துடன் ஒன்றாக இயங்குகின்றன.

மோதலின் போது நேர்க்கோட்டு உந்தம் மாற்றப்படாமல் உள்ளதால்

$$m_1 u_1 + m_2 u_2 = (m_1 + m_2)\, v$$



படம் 4.17. ஒரு பரிமாண முழு மீட்சியற்ற மோதல்

பொருள்	திசைவேகம்		நேர்க்கோட்டு உந்தம்	
	தொடக்கம்	இறுதி	தொடக்கம்	இறுதி
நிறை m_1	u_1	v	m_1u_1	m_1v
நிறை m_2	u_2	v	m_2u_2	m_2v
மொத்தம்			$m_1u_1 + m_2u_2$	$(m_1+m_2)v$

பொதுவான திசைவேகத்தை கீழ்க்கண்டவாறு கணக்கிடலாம்.

$$v = \frac{m_1u_1 + m_2u_2}{(m_1 + m_2)} \qquad (4.63)$$

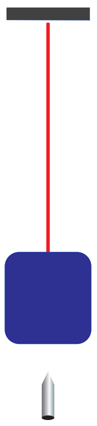
எடுத்துக்காட்டு 4.21

50 g நிறையுள்ள ஒரு துப்பாக்கி குண்டு 450 g நிறையுள்ள ஒரு தொங்கவிடப்பட்ட பொருளின் அடிப்பகுதியிலிருந்து சுடப்படுகிறது. துப்பாக்கி குண்டு பொருளினுள் பொதிந்து பொருளானது 1.8 m உயரத்திற்கு மேல்நோக்கிச் செல்கிறது. துப்பாக்கி குண்டின் வேகத்தைக் கணக்கிடுக.

$g = 10\ m\ s^{-2}$ எனக் கொள்க.

தீர்வு

$m_1 = 50\ g = 0.05\ kg; \quad m_2 = 450\ g = 0.45\ kg$



துப்பாக்கி குண்டின் வேகம் u_1 ஆகும். இரண்டாவது பொருள் ஓய்வு நிலையில் உள்ளது $(u_2 = 0)$. துப்பாக்கி குண்டு பொருளினுள் பொதிந்த பிறகு துப்பாக்கி குண்டு மற்றும் பொருள் ஆகியவற்றின் பொதுவான திசைவேகம் v என்க.

$$v = \frac{m_1u_1 + m_2u_2}{(m_1 + m_2)}$$

$$v = \frac{0.05u_1 + (0.45 \times 0)}{(0.05 + 0.45)} = \frac{0.05}{0.50}u_1$$

பொதுவான திசைவேகமானது துப்பாக்கி குண்டு மற்றும் பொருள் ஆகிய ஒருங்கிணைந்த அமைப்பின் மேல்நோக்கிய செங்குத்து இயக்கத்திற்கான தொடக்க திசைவேகம் ஆகும். இரண்டாவது இயக்கச் சமன்பாட்டிலிருந்து

$$v = \sqrt{2gh}$$

$$v = \sqrt{2 \times 10 \times 1.8} = \sqrt{36}$$

$$v = 6\,m\,s^{-1}$$

இதனை மேற்கண்ட சமன்பாட்டில் பிரதியிட்டு u_1 மதிப்பைப்பெற

$$6 = \frac{0.05}{0.50}u_1 \quad \text{அல்லது} \quad u_1 = \frac{0.50}{0.05} \times 6 = 10 \times 6$$

$$u_1 = 60\,m\,s^{-1}$$

4.4.4 முழு மீட்சியற்ற மோதலில் ஏற்படும் இயக்க ஆற்றல் இழப்பு

முழு மீட்சியற்ற மோதலின்போது இயக்க ஆற்றலின் இழப்பானது ஒலி, வெப்பம், ஒளி போன்ற வேறு வகையான ஆற்றலாக மாற்றப்படுகிறது. மோதலுக்கு முன் மொத்த இயக்க ஆற்றல் KE_i மற்றும் மோதலுக்குப்பின் மொத்த இயக்க ஆற்றல் KE_f எனக் கொள்க.

மோதலுக்கு முன் மொத்த இயக்க ஆற்றல்

$$KE_i = \frac{1}{2}m_1u_1^2 + \frac{1}{2}m_2u_2^2 \qquad (4.64)$$

மோதலுக்குப் பின் மொத்த இயக்க ஆற்றல்

$$KE_f = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v^2 \qquad (4.65)$$

எனவே இயக்க ஆற்றலில் ஏற்படும் இழப்பு

$\Delta Q = KE_i - KE_f$

$$= \frac{1}{2}m_1u_1^2 + \frac{1}{2}m_2u_2^2 - \frac{1}{2}(m_1+m_2)v^2 \quad (4.66)$$

சமன்பாடு (4.63) ஐ சமன்பாடு (4.66) இல் பிரதியிட்டு $(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$ என்ற இயற்கணித சமன்பாட்டைப் பயன்படுத்தி, சுருக்க நாம் பெறுவது

இயக்க ஆற்றலில் ஏற்படும் இழப்பு

$$\Delta Q = \frac{1}{2}\left(\frac{m_1m_2}{m_1+m_2}\right)(u_1-u_2)^2 \quad (4.67)$$

4.4.5 மீட்சியளிப்பு குணகம் (e) (Coefficient of restitution)

ஒரு இரப்பர் பந்து மற்றும் ஒரு பிளாஸ்டிக் பந்து இரண்டையும் ஒரே தளத்தில் விழச்செய்வதாகக் கொள்வோம். இரப்பர் பந்தானது பிளாஸ்டிக் பந்தைவிட அதிக உயரத்திற்கு மேலெழும்பும். ஏனென்றால் ஒரு மீட்சிப் பண்புள்ள இரப்பர் பந்திற்கு இயக்க ஆற்றலின் இழப்பு பிளாஸ்டிக் பந்திற்கான இழப்பைவிட மிக குறைவாகும். பொதுவாக மோதலுக்குப் பிறகு இரு பொருள்களின் இயக்க ஆற்றல் மதிப்பினை மீட்சியளிப்பு குணகம் (Coefficient of Restitution – COR) எனப்படும் ஒரு பரிமாணமற்ற எண் மூலமாக அளந்தறியலாம்.

மோதலுக்குப் பின் உள்ள விலகும் திசைவேகத்திற்கும் (சார்புத் திசைவேகம்) மோதலுக்கு முன் உள்ள நெருங்கும் திசைவேகத்திற்கும் (சார்புத் திசைவேகம்) இடையே உள்ள விகிதம் மீட்சியளிப்பு குணகம் என வரையறுக்கப்படுகிறது.

அதாவது

$$e = \frac{\text{விலகும் திசைவேகம் (மோதலுக்குப் பின்)}}{\text{நெருங்கும் திசைவேகம் (மோதலுக்கு முன்)}} = \frac{(v_2-v_1)}{(u_1-u_2)} \quad (4.68)$$

மீட்சி மோதலில் விலகும் திசைவேகமானது நெருங்கும் திசைவேகத்திற்கு சமம் என கிடைக்கப் பெற்றோம்.

அதாவது

$$(u_1-u_2) = (v_2-v_1) \rightarrow \frac{(v_2-v_1)}{(u_1-u_2)} = 1 = e$$

மீட்சி மோதலுக்கு மீட்சியளிப்பு குணகம் e = 1 என்பதை இது குறிக்கிறது. இயல்பாக, மோதலுக்குப் பிறகு இயக்க ஆற்றலில் இழப்பு ஏதுமில்லை என்பதே இதன் பொருளாகும். எனவே பொருளானது அதே இயக்க ஆற்றலுடன் மேலெழும்புகிறது. இது வழக்கமாக முழு மீட்சி என அழைக்கப்படுகிறது.

எவ்வித உண்மையான மோதல் நிகழ்வுகளிலும் மோதலினால் இயக்க ஆற்றலில் ஏதாவது இழப்பு ஏற்படும். இதன் பொருள் e இன் மதிப்பு எப்பொழுதும் 1 – ஐ விடக் குறைவாக இருக்கும். முழுமையான பிளாஸ்டிக் பந்தாக இருந்தால் அது மீண்டும் மேலெழும்பாது. ஆகையால் மோதலுக்குப் பிறகு அவற்றின் விலகும் திசைவேகம் சுழியாகும். எனவே மீட்சியளிப்பு குணகத்தின் மதிப்பு $e = 0$.

பொதுவாக, ஒரு பொருளின் மீட்சியளிப்பு குணகம் $0 < e < 1$ என இருக்கும்.

எடுத்துக்காட்டு 4.22

ஒரு மீட்சியற்ற மோதலில் ஒரு பொருள் நிலையாக உள்ளபோது சமநிறைகள் கொண்ட பொருள்களின் திசைவேகங்களின் விகிதம் $\frac{v_1}{v_2} = \frac{1-e}{1+e}$ எனக் காட்டுக.

தீர்வு

$$e = \frac{\text{விலகும் திசைவேகம் (மோதலுக்குப் பின்)}}{\text{நெருங்கும் திசைவேகம் (மோதலுக்கு முன்)}}$$

$$= \frac{(v_2-v_1)}{(u_1-u_2)} = \frac{(v_2-v_1)}{(u_1-0)} = \frac{(v_2-v_1)}{u_1}$$

$$\Rightarrow v_2 - v_1 = eu_1 \quad (1)$$

நேர்க்கோட்டு உந்தம் மாறா விதியிலிருந்து

$$mu_1 = mv_1 + mv_2 \Rightarrow u_1 = v_1 + v_2 \quad (2)$$

சமன்பாடு (2) இல் உள்ள u_1 இன் மதிப்பை சமன்பாடு (1) இல் பிரதியிட

$$v_2 - v_1 = e(v_1 + v_2)$$

இதனைச் சுருக்க

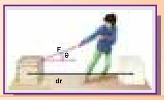
$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{1-e}{1+e}$$

பாடச்சுருக்கம்

- $\vec{F}$ என்ற ஒரு விசை ஒரு பொருளின் மீது செயல்பட்டு அதனை $d\vec{r}$ தொலைவு இடம்பெயரச் செய்தால், விசையினால் செய்யப்பட்ட வேலை $W = \vec{F}.d\vec{r} = Fdr\cos\theta$
- மாறக்கூடிய விசையால் செய்யப்பட்ட வேலை $\int_i^f \vec{F}.d\vec{r}$ என வரையறுக்கப்படுகிறது.
- வேலை – இயக்க ஆற்றல் தேற்றம்: பொருளின் மீது விசையினால் செய்யப்பட்ட வேலை அதன் இயக்க ஆற்றலின் மாறுபாட்டிற்குச் சமமாகும்.
- இயக்க ஆற்றலை உந்த மதிப்பின் மூலமாகவும் வரையறை செய்யலாம். அதன்படி $K.E = \frac{p^2}{2m}$
- P என்ற புள்ளியில் நிலை ஆற்றலானது பொருளை ஒரு குறிப்புப் புள்ளி O முதல் புள்ளி P வரை மாறா திசைவேகத்துடன் நகர்த்தத் தேவையான வேலையின் அளவு என வரையறுக்கப்படுகிறது. இதனை $U = \int_O^P \vec{F}_{ext}.d\vec{r}$ என எழுதலாம். குறிப்புப் புள்ளியில் நிலை ஆற்றல் சுழி எனக் கருதப்படுகிறது.
- h உயரத்தில் ஈர்ப்பு அழுத்த ஆற்றல் $U = mgh$. நீட்சி அல்லது அமுக்கம் x எனில் சுருள்வில் நிலை ஆற்றல் $U = \frac{1}{2}kx^2$. இங்கு k என்பது சுருள்வில் மாறிலி ஆகும்.
- ஆற்றல் மாற்றா விசையால் ஒரு மூடிய பாதையில் செய்யப்பட்ட வேலை சுழியாகும் மேலும், ஆற்றல் மாற்றும் விசைக்கு இது சுழியல்ல.
- புவியீர்ப்பு விசை, சுருள்வில் விசை மற்றும் கூலூம் விசை ஆகியவை ஆற்றல் மாற்றா விசைகள். ஆனால் உராய்வு விசை ஆற்றல் மாற்றும் விசை ஆகும்.
- ஆற்றல் மாற்றா விசையின் புலத்தில் பொருளின் மொத்த ஆற்றல் மாற்றப்படாது.
- செங்குத்து வட்ட இயக்கத்தில் வட்டத்தை நிறைவு செய்ய வட்டப்பாதையின் கீழ்புள்ளியில் கொடுக்கத் தேவையான சிறும வேகம் $\sqrt{5gr}$ ஆகும். இங்கு r என்பது வட்டத்தின் ஆரம்.
- திறன் என்பது செய்யப்பட்ட வேலையின் வீதம் அல்லது ஆற்றல் வெளிப்படும் வீதம் என வரையறுக்கப்படுகிறது. இதன் மதிப்பு $P = \frac{W}{t} = \vec{F}.\vec{v}$
- மீட்சி மற்றும் மீட்சியற்ற மோதல்கள் இரண்டிலும் அமைப்பின் மொத்த நேர்க்கோட்டு உந்தம் எப்போதும் மாறாது.
- மீட்சி மோதல்களில் அமைப்பின் இயக்க ஆற்றல் மாறாது.
- மீட்சியளிப்பு குணகம் $= \frac{\text{விலகும் திசைவேகம் (மோதலுக்குப் பின்)}}{\text{நெருங்கும் திசைவேகம் (மோதலுக்கு முன்)}}$

கருத்து வரைபடம்

வேலை, ஆற்றல் மற்றும் திறன்



செய்யப்பட்ட வேலை $W = \int \vec{F}.d\vec{r}$

திறன் = செய்யப்பட்ட வேலையின் வீதம் திறன் எனப்படும்.

சராசரித் திறன் $(P_{av}) = \frac{(\text{செய்யப்பட்ட மொத்த வேலை})}{(\text{மொத்த நேரம்})}$

உடனடித் திறன் $(P_{inst}) = \frac{dW}{dt} = \vec{F}.\vec{v}$

செய்யப்பட்ட வேலை மற்றும் ஆற்றல் இரண்டும் ஒரே அலகையும், பரிமாணத்தையும் பெற்றிருக்கிறது.

பரிமாண வாய்ப்பாடு $[M L^2 T^{-2}]$

அலகு ஜீல் (J)

ஆற்றல்

இயக்க ஆற்றல்

$KE = \frac{1}{2}mv^2$

$KE = \frac{p^2}{2m}$

நிலை ஆற்றல்

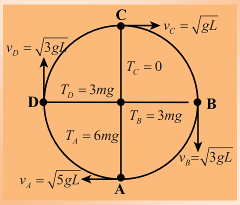
(a) ஈர்ப்பழுத்த ஆற்றல் (U=mgh)

(b) மீட்சிநிலை ஆற்றல் $(U = \frac{1}{2}kx^2)$

வேலை, ஆற்றல், திறன் மற்றும் மோதல்

வேலை – ஆற்றல் – தத்துவம் $W = \Delta KE$

செங்குத்து வட்ட இயக்கம்



துகள் ஒன்று வட்ட வளைவுப் பாதையில் செல்ல வேண்டுமெனில்

$V_A \geq \sqrt{5gr}$

மோதல்கள்

மீட்சி மோதல்

(1) மொத்த நேர்க்கோட்டு உந்தம் மாறாது

(2) மொத்த இயக்க ஆற்றல் மாறாது

மீட்சியற்ற மோதல்

(1) மொத்த நேர்க்கோட்டு உந்தம் மாறாது

(2) மொத்த இயக்க ஆற்றல் மாறும்

I. சரியான விடையை தேர்ந்தெடுத்து எழுதுக

1. $(2\hat{i}+\hat{j})$ N என்ற சீரான விசை 1 kg நிறையுள்ள ஒரு பொருளின்மீது செயல்படுகிறது. பொருளானது $(3\hat{j}+\hat{k})$ என்ற நிலை முதல் $(5\hat{i}+3\hat{j})$ என்ற நிலை வரை இடம்பெயருகிறது. பொருளின் மீது விசையினால் செய்யப்பட்ட வேலை

(AIPMT மாதிரி 2013)

(a) 9 J (b) 6 J
(c) 10 J (d) 12 J

2. 80 m உயரமுள்ள ஒரு கட்டிடத்தின் மேலிருந்து 1 kg மற்றும் 2 kg நிறையுள்ள பந்துகள் போடப்படுகிறது. புவியை நோக்கி ஒவ்வொன்றும் 40 m விழுந்த பிறகு அவற்றின் இயக்க ஆற்றல்களின் விகிதம்

(AIPMT மாதிரி 2013)

(a) $\sqrt{2}:1$ (b) $1:\sqrt{2}$
(c) 2 : 1 (d) 1 : 2

3. 1 kg நிறையுள்ள ஒரு பொருள் 20 m s^{-1} திசைவேகத்துடன் மேல்நோக்கி எறியப்படுகிறது. அது 18 m உயரத்தை அடைந்தவுடன் கணநேர ஓய்வு நிலைக்கு வருகிறது. உராய்வு விசையால் இழக்கப்பட்ட ஆற்றல் எவ்வளவு?

($g=10ms^{-2}$ எனக்கொள்க) (AIPMT 2009)

(a) 20 J (b) 30 J
(c) 40 J (d) 10 J

4. ஒரு இயந்திரம் நீரை தொடர்ச்சியாக ஒரு குழாயின் வழியே இறைக்கிறது. நீரானது v என்ற திசைவேகத்துடன் குழாயை விட்டுச் செல்கிறது மற்றும் இறைக்கப்படும் நீரின் ஓரலகு நீளத்தின் நிறை m என்க. நீருக்கு இயக்க ஆற்றல் அளிக்கப்பட்ட வீதம் யாது?

(AIPMT 2009)

(a) $\frac{1}{2}mv^2$ (b) mv^3
(c) mv^2 (d) $\frac{3}{2}mv^2$

5. 4 m நிறையுளள ஒரு பொருள் – தளத்தில் ஓய்வு நிலையில் உள்ளது. அது திடீரென மூன்று துண்டுகளாக வெடித்துச் சிதறுகிறது. m நிறையுள்ள இரு துண்டுகள் v என்ற சம வேகத்தில் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தாக இயங்குகிறது. வெடிப்பினால் உருவாக்கப்பட்ட மொத்த இயக்க ஆற்றல்

(AIPMT 2014)

(a) m v^2 (b) $\frac{3}{2}mv^2$
(c) 2 m v^2 (d) 4 m v^2

6. ஒரு அமைப்பின் நிலை ஆற்றல் உயருகிறது. எனில்

(a) ஆற்றல் மாற்றா விசைக்கெதிராக அமைப்பினால் வேலை செய்யப்படுகிறது
(b) ஆற்றல் மாற்றும் விசைக்கெதிராக அமைப்பினால் வேலை செய்யப்படுகிறது
(c) ஆற்றல்மாற்றா விசையினால் அமைப்பின் மீது வேலை செய்யப்படுகிறது
(d) ஆற்றல் மாற்றும் விசையினால் அமைப்பின் மீது வேலை செய்யப்படுகிறது

7. R ஆரமுள்ள ஒரு செங்குத்து வட்டத்தை நிறைவு செய்ய m நிறையுள்ள பொருள் கீழ்முனையில் எந்த சிறும திசைவேகத்துடன் வட்டப்பாதையில் நுழைய வேண்டும்?

(a) $\sqrt{2gR}$
(b) $\sqrt{3gR}$
(c) $\sqrt{5gR}$
(d) $\sqrt{gR}$

8. ஒரு மூடிய பாதைக்கு ஆற்றல் மாற்றா விசையினால் செய்யப்பட்ட வேலை ?

(a) எப்போதும் எதிர் குறியுடையது
(b) சுழி
(c) எப்போதும் நேர்குறியுடையது
(d) வரையறுக்கப்படாதது

9. ஒரு பொருளின் நேர்க்கோட்டு உந்தம் 0.1% உயர்ந்தால் அதன் இயக்க ஆற்றல் உயரும் அளவு

(a) 0.1%
(b) 0.2%
(c) 0.4%
(d) 0.01%

34X3B2

10. ஒரு பொருளின் நிலை ஆற்றல் $\alpha - \frac{\beta}{2}x^2$ எனில், பொருளினால் உணரப்பட்ட விசை

(a) $F = \frac{\beta}{2}x^2$

(b) $F = \beta x$

(c) $F = -\beta x$

(d) $F = -\frac{\beta}{2}x^2$

11. காற்றால் இயங்கும் ஒரு மின்னியற்றி காற்று ஆற்றலை மின் ஆற்றலாக மாற்றுகிறது. மின்னியற்றியானது அதன் இறக்கைகளில் படும் காற்று ஆற்றலில் ஒரு குறிப்பிட்ட பகுதியை மட்டும் மின் ஆற்றலாக மாற்றுவதாகக் கருதுக. v என்பது காற்றின் வேகம் எனில், வெளியீடு மின்திறன் எதற்கு நேர்விகிதத்தில் இருக்கும்?

(a) v (b) v^2

(c) v^3 (d) v^4

12. சம நிறையுள்ள இரு பொருள்கள் m_1 மற்றும் m_2 ஒரே நேர்க்கோட்டில் முறையே 5 m s^{-1} மற்றும் –9 m s^{-1} என்ற திசைவேகங்களில் இயங்குகின்றன. மோதலானது மீட்சி மோதல் எனில் மோதலுக்குப்பின் m_1 மற்றும் m_2 பொருள்களின் திசைவேகங்கள், முறையே

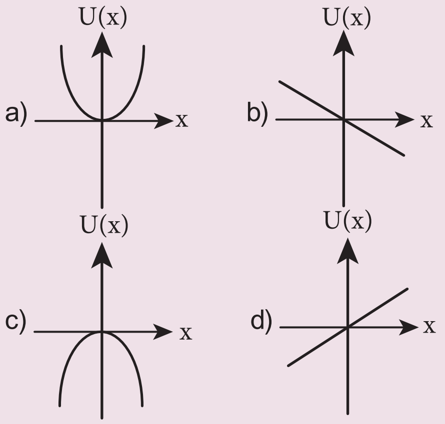
(a) –4 m s^{-1} மற்றும் 10 m s^{-1}

(b) 10 m s^{-1} மற்றும் 0 m s^{-1}

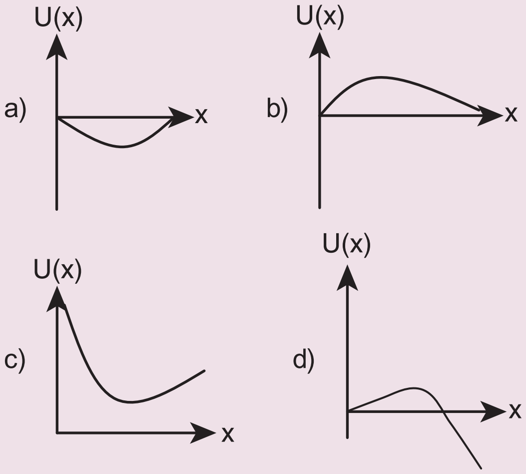
(c) –9 m s^{-1} மற்றும் 5 m s^{-1}

(d) 5 m s^{-1} மற்றும் 1 m s^{-1}

13. ஒரு பொருள் தொடக்கப் புள்ளியில் வைக்கப்பட்டு $F = kx$ என்ற விசை அதன் மீது செயல்படுகிறது (k என்பது நேர்குறி மதிப்புள்ள மாறிலி) U(0) = 0 எனில் U(x) மற்றும் x இடையே உள்ள வரைபடமானது (இங்கு U என்பது நிலை ஆற்றலின் சார்பு)



14. x- அச்சின் வழியே இயங்குமாறு கட்டுப்படுத்தப்பட்ட ஒரு பொருள் அதே திசையில் ஒரு விசைக்கு உட்படுத்தப்படுகிறது. அவ்விசையானது தொடக்கப்புள்ளியில் இருந்து பொருளின் தொலைவு x ஐப் பொறுத்து $F(x) = -kx + ax^3$ என மாறுகிறது. இங்கு k மற்றும் a என்பவை நேர்குறி மதிப்புள்ள மாறிலிகள். $x \geq 0$ என்பதற்கு பொருளின் நிலை ஆற்றலுக்கான சார்பு வடிவம்



15. k என்ற விசை மாறிலி கொண்ட ஒரு சுருள்வில் ஒரு துண்டு மற்றொன்றை விட இரு மடங்கு நீளம் உள்ளவாறு இரு துண்டுகளாக வெட்டப்படுகிறது. நீளமான துண்டு பெற்றுள்ள விசை மாறிலியானது

(a) $\frac{2}{3}k$

(b) $\frac{3}{2}k$

(c) $3k$

(d) $6k$

விடைகள்

1) c	2) d	3) a	4) a	5) b
6) a	7) c	8) b	9) b	10) c
11) c	12) c	13) c	14) d	15) b

II. குறு வினாக்கள்

1. இயற்பியலில் வேலையின் வரையறை–யானது பொதுக்கருத்திலிருந்து எவ்வாறு மாறுபடுகிறது என்பதை விளக்குக.
2. பல்வேறு வகையான நிலை ஆற்றலைக் கூறுக. அதன் சமன்பாடுகளை விளக்குக.
3. ஆற்றல் மாற்றா விசை மற்றும் ஆற்றல் மாற்றும் விசைகளுக்கு இடையே உள்ள வேறுபாடுகளைக்கூறுக.ஒவ்வொன்றிற்கும் இரு உதாரணங்கள் தருக.
4. மீட்சி மற்றும் மீட்சியற்ற மோதலின் சிறப்பியல்புகளை விளக்குக.
5. பின்வருவனவற்றை வரையறு

   (a) மீட்சியளிப்பு குணகம்

   (b) திறன்

   (c) ஆற்றல் மாறா விதி

   (d) மீட்சியற்ற மோதலில் இயக்க ஆற்றல் இழப்பு

III. நெடு வினாக்கள்

1. மாறா விசை மற்றும் மாறும் விசையால் செய்யப்பட்ட வேலைகளுக்கிடையே உள்ள வேறுபாடுகளை வரைபடங்களுடன் விளக்குக.
2. வேலை ஆற்றல் தத்துவத்தைக் கூறி விளக்குக. அதற்கு ஏதேனும் மூன்று உதாரணகளைக் கூறுக.
3. திறன் மற்றும் திசைவேகத்திற்கான கோவையைத் தருவி. அதற்குச் சில உதாரணங்கள் தருக.
4. ஒரு பரிமாண மீட்சி மோதலில் பொருட்களின் திசைவேகத்திற்கான சமன்பாட்டைத் தருவித்து, அதன் பல்வேறு நேர்வுகளை விவரி.
5. மீட்சியற்ற மோதல் என்றால் என்ன? அது மீட்சிமோதலில் இருந்து எவ்வாறு மாறுபட்டது? அன்றாட வாழ்வில் மீட்சியற்ற மோதலுக்கு சில உதாரணங்களைக் கூறுக.

IV. பயிற்சிக் கணக்குகள்

1. 2 kg பளுவை 10 m உயரத்திற்கு தூக்கும் 30 N விசையினால் செய்யப்பட்ட வேலையைக் கணக்கிடுக. ($g=10\ m\ s^{-2}$)

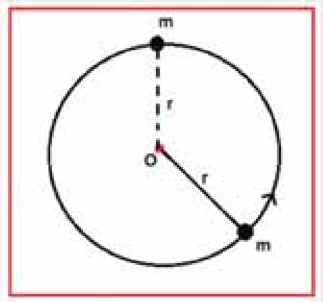
   விடை: 300 J

2. ஒரு உராய்வற்ற கிடைத்தளத்தில் $5\ m\ s^{-1}$ திசைவேகத்தைக் கொண்ட பந்து ஒன்று செங்குத்துடன் $60°$ கோணத்தில் மோதுகிறது. மீட்சியளிப்பு குணகம் 0.5 எனில் மோதலுக்குப் பிறகு பந்தின் திசைவேகம் மற்றும் திசையைக் காண்க.

   விடை: $v = 0.3\ m\ s^{-1}$

3. படத்தில் காட்டியுள்ளவாறு m நிறையுள்ள ஒரு குண்டு r நீளமுள்ள புறக்கணிக்கத் தக்க நிறை கொண்ட கம்பியில் இணைக்கப்பட்டு மறுமுனை o என்ற நிலையான மையத்தில் தடையின்றி சுழலுமாறு பொருத்தப்பட்டுள்ளது. வட்டத்தின் மேற்புள்ளியை அடைய பொருளுக்கு அளிக்க வேண்டிய வேகம் என்ன? (குறிப்பு: ஆற்றல் மாறா விதியைப் பயன்படுத்துக) இந்த வேகம் பாடப்பகுதி 4.2.9 இல் பெறப்பட்ட வேகத்தைவிட குறைவானதா அல்லது அதிகமானதா?

   விடை: $v = \sqrt{4gr}\ m\ s^{-1}$



4. A மற்றும் B என்ற இரு நிறை தெரியாத வெவ்வேறு பொருள்கள் மோதிக் கொள்கின்றன. தொடக்கத்தில் பொருள் A ஓய்வு நிலையிலும், B ஆனது v வேகத்தையும் கொண்டுள்ளது. மோதலுக்குப் பின் பொருள் B ஆனது $\frac{v}{2}$ என்ற வேகத்தைப் பெற்று அதன் ஆரம்ப இயக்க திசைக்கு செங்குத்தாகச் செல்கிறது. மோதலுக்குப்பின் பொருள் A செல்லும் திசையைக் காண்க.

   விடை: $\theta = 26°\ 33'$

5. 20 g நிறை கொண்ட ஒரு துப்பாக்கி குண்டு 5 kg நிறையுள்ள ஊசல் குண்டில் மோதுகிறது. ஊசலின் நிறையின் மையம் 10 cm செங்குத்துத் தொலைவு உயருகிறது. துப்பாக்கிகுண்டுஊசலில்பொதிந்துவிட்டால் அதன் தொடக்க வேகத்தைக் கணக்கிடுக.

   விடை: $v = 351.4\ m\ s^{-1}$

V. கருத்துரு வினாக்கள்

1. தொடக்கத்தில் நீட்டப்படாத நிலையில் உள்ள ஒரு சுருள்வில் முதலில் x தொலைவுக்கும் மீண்டும் x தொலைவுக்கும் நீட்டப்படுகிறது. முதல் நேர்வில் செய்யப்பட்ட வேலை W_1 ஆனது இரண்டாவது நேர்வில் செய்யப்பட்ட வேலை W_2 ல் 1/3 பங்கு இருக்கும். சரியா, தவறா?
2. மீட்சி மோதலில் எது மாற்றப்படாமல் இருக்கும்?–மொத்த ஆற்றல் அல்லது இயக்க ஆற்றல்
3. நேர் சாலையில் மாறா வேகத்தில் செல்லும் கார்மீது புற விசைகளால் நிகர வேலை ஏதும் செய்யப்படுமா?
4. கார் ஒன்று ஓய்வு நிலையில் இருந்து ஒரு பரப்பில்சீரான முடுக்கத்துடன் இயங்குகிறது. இயக்க ஆற்றல் – இடப்பெயர்ச்சி வரைபடம் வரைக. அந்த வரைபடத்திலிருந்து நீ பெறக்கூடிய தகவல்கள் யாவை?
5. ஒரு மின்னூட்டம் பெற்ற துகள் மற்றொரு மின்னூட்டம் பெற்ற துகளை நோக்கி நகருகிறது. அமைப்பின் மொத்த உந்தம் மற்றும் மொத்த ஆற்றல் எந்த சூழ்நிலைகளில் மாறாமல் இருக்கும்?

மேற்கோள் நூல்கள்

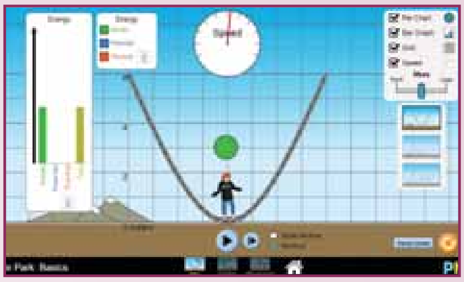
1. Charles Kittel, Walter Knight, Malvin Ruderman, Carl Helmholtz and Moyer, *Mechanics,* 2^{nd} edition, Mc Graw Hill Pvt Ltd,
2. A.P.French, *Newtonian Mechanics,* Viva-Norton Student edition
3. Somnath Datta, *Mechanics,* Pearson Publication
4. H.C.Verma, *Concepts of physics* volume 1 and Volume 2, Bharati Bhawan Publishers
5. Serway and Jewett, *Physics for scientist and Engineers with modern physics*, Brook/ Coole publishers, Eighth edition
6. Paul Tipler and Gene Mosca, *Physics for scientist and engineers with modern physics*, Sixth edition, W.H. freeman and Company.

இணையச் செயல்பாடு

ஆற்றல் சறுக்கி

அறிவோம் ஆற்றலை !

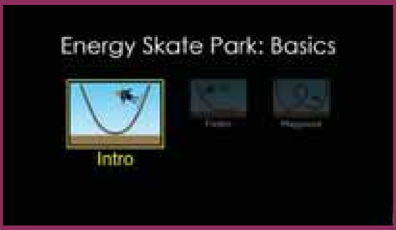
இந்தச் செயல்பாட்டின் மூலம் நிலை ஆற்றல் மற்றும் இயக்க ஆற்றலைப் பற்றி புரிந்து கொள்வோம்.



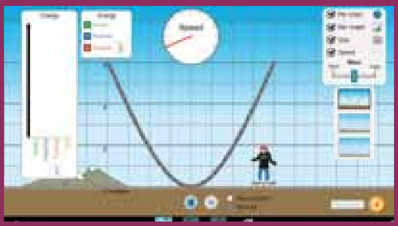
படிகள்

- கீழ்க்காணும் உரலி / விரைவுக் குறியீட்டைப் பயன்படுத்தி PhET – energy–skate என்னும் இணையப் பக்கத்திற்குச் செல்லவும். OK என்பதைச் சொடுக்கிச் செயல்பாட்டைத் துவங்கவும்.
- உயரத்தைத் தேர்வு செய்து இயக்க ஆற்றல் மற்றும் நிலையாற்றலில் ஏற்படும் மாற்றங்களை உற்று நோக்குக.
- அதேபோல் நிறையையும் மாற்றி ஏற்படும் மாற்றங்களை உற்று நோக்குக.
- உங்கள் தேவைக்கேற்ப உராய்வுத் தளத்தை உருவாக்கி, அதில் ஏற்படும் இயக்க ஆற்றல் மற்றும் நிலையாற்றலை உற்று நோக்குக.

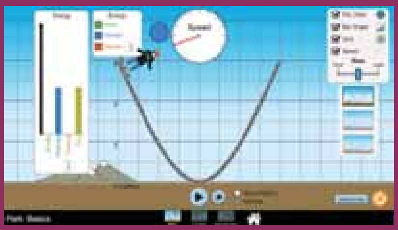
படி 1



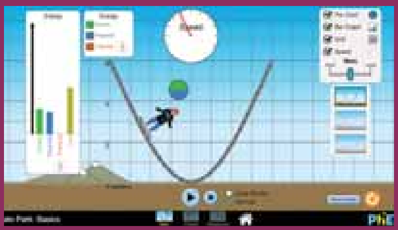
படி 2



படி 3



படி 4



உரலி:

https://phet.colorado.edu/en/simulation/energy-skate-park

*படங்கள் அடையாளத்திற்கு மட்டும்.

* Flash Player or Java Script தேவையெனில் அனுமதிக்க.

B126_11_PHY_TM

அலகு

5

துகள்களாலான அமைப்பு மற்றும் திண்மப்பொருட்களின் இயக்கம்

இயற்கையில் நாம் காண்பது, புள்ளி நிறைகளை அல்ல, மாறாக திண்மப் பொருட்களே... – மேக்ஸ் பிளாங்க் (Max Planck)

கற்றலின் நோக்கங்கள்:

இந்த அலகில் மாணவர்கள் அறிந்து கொள்ள இருப்பது:

- துகள்களால் ஆன பல்வேறு அமைப்பின் நிறை மையம் மற்றும் அதனோடு தொடர்புடைய கருத்துகள்
- சுழற்சி இயக்கத்தின் திருப்பு விசை மற்றும் கோண உந்தம் பற்றிய கருத்து
- சமநிலையின் வகைகள் மற்றும் அதற்கு உரிய எடுத்துக்காட்டுகள்
- பல்வேறு திண்மப் பொருட்களின் நிலைமத்திருப்புத்திறன்
- திண்மப் பொருட்களின் சுழற்சி இயக்கவியல்
- சுழற்சி இயக்கத்தினை இடப்பெயர்வு இயக்கத்திலிருந்து வேறுபடுத்துதல்
- உருளும் இயக்கம், நழுவும் மற்றும் சறுக்கும் இயக்கங்கள்.

356YCP

5.1 அறிமுகம்

அன்றாட வாழ்க்கையில் நாம் பயன்படுத்தும் பொருட்களில் பெரும்பாலானவை அதிக எண்ணிக்கை கொண்ட துகள்களால் ஆனதே. இதற்கு முன் உள்ள அலகுகளில் பொருட்களின் உருவ மற்றும் வடிவ அமைப்பைக் கருதாமல், அவற்றின் இயக்கத்தைப் பற்றி பயின்றோம். இதுவரை மிகப் பெரிய பொருளாக இருந்தாலும் அதை ஒரு புள்ளிப் பொருளாக (Point object) மட்டுமே கருதினோம். இந்த அலகில், பொருளின் உருவ மற்றும் வடிவ அமைப்பிற்கு முக்கியத்துவம் கொடுக்க உள்ளோம். பொதுவாகவே இத்தகைய பொருட்கள் அதிக அளவிலான துகள்களால் ஆனவை. ஆகவே அப் பொருள்கள் நகரும் போது அதை துகள்களால் ஆன ஒரு தொகுப்பின் ஒட்டு மொத்த இயக்கமாகவே கருதுகிறோம். இத்துகள்களால் ஆன அமைப்பினைக் கணக்கில் கொள்ளும் போது, நிறை மையம் என்ற கருத்தை நாம் வரையறுக்கலாம்.

இப்பெரிய (கனமான) பொருட்களின் மீது செயல்படும் விசைகள் அக மற்றும் புற விசைகள் என வகைப்படுத்தப்படுகின்றன. பொருளின் அமைப்பிற்குள் உள்ள துகள்களுக்கிடையே செயல்படும் விசையை அகவிசை என்கிறோம். வெளிப்புறத்தில் இருந்து துகள்கள் அடங்கிய அமைப்பின் மீது செயல்படும் விசையை புற விசை என்கிறோம். இப்பகுதியில், துகள்களினால் ஆன அமைப்புகளைக் கொண்டு உருவாக்கும் திண்மப் பொருட்களைப் பற்றி படிக்க உள்ளோம். *ஒரு பொருளின்மீதுஎத்தகையபுறவிசைசெயல்பட்டாலும், அது தனது பரிமாணத்தையோ, உருவ அமைப்பையோ மாற்றாமல் இருக்குமேயானால் அப்பொருள் திண்மப்பொருள் எனப்படும்.* அதாவது புறவிசைகள் செயல்படும்போதும் திண்மப் பொருளின் அணுவிடைத் தொலைவு மாறாது. ஆனால் நடைமுறையில் முழுமையான திண்மப் பொருள் என்பது கிடையாது. ஏனெனில் விசை செயல்படும் போது அனைத்துப் பொருட்களுமே தனது வடிவத்தையோ அல்லது உருவ அமைப்பையோ மாற்றிக் கொள்கின்றன. இந்த அலகில் திண்மப்

பொருட்களில் ஏற்படும் உருவ மாற்றத்தைப் புறக்கணிக்கத்தக்கதாக எடுத்துக்கொள்கிறோம். அலகு 7 இல் திடப்பொருட்களின் மீட்சியியல் என்ற தலைப்பின் கீழ் பொருட்களின் மீதான உருவ மாற்றத்தைப் பற்றி தனியாகப் பயில உள்ளோம்.

5.1.1 நிறை மையம் (CENTER OF MASS)

இயங்கும் திண்மப்பொருளொன்றில் உள்ள அனைத்து துகள்களும் ஒரே பாதையில் இயங்குவதில்லை. இயக்கத்தின் வகையைப் பொருத்து ஒவ்வொரு துகளும் வெவ்வேறான பாதையை மேற்கொள்ளும். எடுத்துக்காட்டாக, ஒரு பரப்பில் உருளும் சக்கரத்தில், மையத்தின் பாதையும், மற்ற புள்ளிகளின் பாதையும் வெவ்வேறாக இருக்கும். இந்த அலகில் திண்மப்பொருளின் இடப்பெயர்வு மற்றும் சுழல் இயக்கங்களைப் பற்றியும் இவை இரண்டும் இணைந்த இயக்கத்தைப் பற்றியும் விரிவாகப் படிக்க உள்ளோம்.

5.1.2 திண்மப் பொருளின் நிறை மையம்

பொருளொன்று (கிரிக்கெட் மட்டை–bat) காற்றில் குறிப்பிட்ட கோணத்தில் எறியப்படும் போது நிறைமையம் செல்லும் பாதை படம் 5.1 இல் காட்டப்பட்டுள்ளது. மட்டையின் அனைத்துப் புள்ளிகளும் பரவளையப் பாதையை மேற்கொள்கின்றனவா?. உண்மையில் ஒரே ஒரு புள்ளி மட்டுமே பரவளையப் பாதையையும் மற்ற புள்ளிகள் வெவ்வேறு பாதையையும் மேற்கொள்ளும்.

படம் 5.1 நிறை மையத்தின் பரவளையப் பாதை

பரவளையப் பாதையை மேற்கொள்ளும் அக்குறிப்பிட்ட புள்ளியே பொருளின் நிறை மையம் என்றழைக்கப்படுகிறது. இவ்வியக்கமானது தனித்து எறியப்பட்ட புள்ளிப்பொருளின் இயக்கத்தை ஒத்திருக்கும். *பொருளொன்றின் ஒட்டு மொத்த நிறையும் செறிந்திருப்பதாகத் தோன்றும் புள்ளியானது பொருளின் நிறை மையம் என வரையறுக்கப்படுகிறது.* ஆகவே இப்புள்ளியானது ஒட்டு மொத்தப் பொருளையும் குறிக்கிறது.

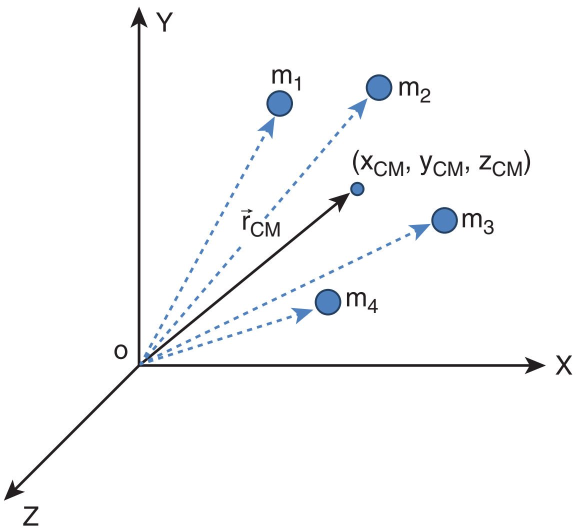
ஒழுங்கான வடிவம் மற்றும் சீரான நிறையைப் பெற்றிருக்கும் பொருட்களில் நிறைமையமானது பொருளின் வடிவியல் மையத்தில்(Geometric centre) அமைந்திருக்கும். எடுத்துக்காட்டாக வட்டம் மற்றும் கோளப் பொருட்களுக்கு நிறை மையமானது அதன் மையத்திலும், சதுரம் மற்றும் செவ்வக வடிவப் பொருட்கள், கனசதுரம் மற்றும் கனசெவ்வகப் பொருட்களுக்கு அவற்றின் மூலைவிட்டங்கள் சந்திக்கும் புள்ளியிலும் நிறைமையம் அமைந்திருக்கும். மற்ற பொருட்களுக்குச் சிலமுறைகளைப் பயன்படுத்திக் காணலாம். நிறை மையமானது பொருட்களின் உள்ளேயோ அல்லது வெளியேயோ அமையலாம்.

5.1.3 பரவலாக அமைந்த புள்ளி நிறைகளின் நிறைமையம்

ஒரு புள்ளி நிறை என்பது எவ்வித வடிவமும் அளவும் இல்லாமல் சுழியற்ற நிறையைக் கொண்டதாக அனுமானிக்கப்பட்ட ஒரு புள்ளியாகும். m_1, m_2, m_3 . . . m_n என்ற n புள்ளி நிறைகளைக் கொண்ட தொகுப்பின் நிறை மையத்தைக் கண்டறிய, முதலில் நாம் ஆதிப்புள்ளியையும் தகுந்த ஆய அச்சு அமைப்பையும் தெரிவு செய்ய வேண்டும். படம் 5.2. இல் காட்டியுள்ள படி $x_1, x_2, x_3 \ldots x_n$ ஆகியவை x அச்சில் புள்ளி நிறைகளின் ஆய அச்சு நிலைகளாகக் கருதுவோம்.

x_{cm} என்பது எல்லா புள்ளி நிறைகளின் நிறை மைய நிலையின் x ஆயத் தொலைவு எனில், அதன் சமன்பாடு

$$x_{CM} = \frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i}$$



படம் 5.2. பரவலாக அமைந்த புள்ளி நிறைகளின் நிறைமையம்

இங்கு, $\sum m_i$ என்பது எல்லாத் துகள்களின் மொத்த நிறை. அதாவது, M என்பது $\left(\sum m_i = M\right)$ ஆகும்.

$$x_{CM} = \frac{\sum m_i x_i}{M} \quad (5.1)$$

இதைப்போன்றே (படம் 5.2 இல் காட்டியுள்ளபடி) பரவலாய் அமைந்துள்ள புள்ளி நிறைகளின் நிறை மையத்திற்கான y, z ஆயத்தொலைவுகளையும் நாம் கண்டறியலாம்.

$$y_{CM} = \frac{\sum m_i y_i}{M} \quad (5.2)$$

$$z_{CM} = \frac{\sum m_i z_i}{M} \quad (5.3)$$

ஆகவே, கார்ட்டீசியன் ஆய அச்சு அமைப்பில் இப்புள்ளி நிறைகளின் நிறை மையத்தின் நிலை (x_{CM}, y_{CM}, z_{CM}) ஆகும். பொதுவாக, நிறைமையத்தின் நிலையை வெக்டர் வடிவிலேயே எழுதுகிறோம்.

$$\vec{r}_{CM} = \frac{\sum m_i \vec{r}_i}{M} \quad (5.4)$$

இங்கு, $\vec{r}_{CM} = x_{CM}\hat{i} + y_{CM}\hat{j} + z_{CM}\hat{k}$ என்பது நிறை மையத்தின் நிலை வெக்டர் ஆகும். மேலும், $\vec{r}_i = x_i\hat{i} + y_i\hat{j} + z_i\hat{k}$ என்பது ஒரு குறிப்பிட்ட புள்ளி நிறையின் நிலை வெக்டர் ஆகும். இங்கு $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$ என்பவை முறையே X, Y மற்றும் Z அச்சுகளின் திசையில் அமைந்த ஓரலகு வெக்டர்கள் ஆகும்.

5.1.4 இருபுள்ளி நிறைகளின் நிறை மையம்

நிறை மையத்திற்கான மேற்கண்ட சமன்பாட்டின் மூலம், X அச்சில் முறையே x_1 மற்றும் x_2 தொலைவில் அமைந்துள்ள m_1, m_2 என்ற இரண்டு புள்ளி நிறைகளின் நிறை மையத்தைக் கண்டறிவோம். இந்நேர்வில், ஆய அச்சு அமைப்பைப் பொருத்து நிறை மையத்தின் நிலையைக் கீழ்க்கண்ட மூன்று வழிகளில் காணலாம்.

(i) நிறைகள் நேர் X அச்சில் உள்ளபோது

படம் 5.3 (a) இல் காட்டப்பட்டுள்ளதைப் போல m_1, m_2 என்ற நிறைகள் தன்னிச்சையாக எடுக்கப்பட்ட ஆதிப்புள்ளியைப் பொருத்து நேர் X அச்சில் முறையே x_1, மற்றும் x_2 நிலைகளில் உள்ளதாக எடுத்துக் கொள்வோம். நேர் X அச்சிலேயே x_{cm} என்ற தொலைவில் அமைந்த நிறை மையத்தின் சமன்பாடானது

$$x_{CM} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2}{m_1 + m_2}$$

(ii) நிறைகளில் ஏதேனும் ஒன்று ஆதியுடன் ஒன்றியுள்ளபோது

படம் 5.3 (b) இல் காட்டப்பட்டுள்ளவாறு ஏதேனும் ஒரு நிறை ஆய அச்சின் ஆதிப்புள்ளியோடு ஒன்றியுள்ள போதுகணக்கீடானதுஇன்னும்எளிதாக்கப்படுகிறது. புள்ளி நிறை m_1 ஆதிப்புள்ளியோடு ஒன்றும்போது, அதன் நிலை x_1 சுழியாகிறது அதாவது, $x_1 = 0$ எனவே,

$$x_{CM} = \frac{m_1(0) + m_2x_2}{m_1 + m_2}$$

இதை மேலும் எளிதாக்கும் போது

$$x_{CM} = \frac{m_2x_2}{m_1 + m_2}$$

(iii) நிறைமையமானது ஆதியுடன் ஒன்றியுள்ளபோது

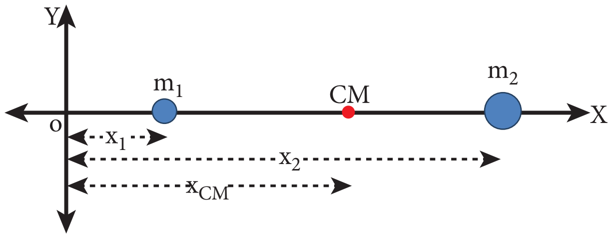
ஆய அச்சு அமைப்பின் ஆதிப்புள்ளியானது நிறை மையத்தோடு ஒன்றியுள்ள போது $x_{CM} = 0$ மேலும் படம் 5.3 (c) இல் காட்டியுள்ளபடி நிறை m_1 ன் நிலையானது எதிர்குறி X அச்சில் அமையும். எனவே இதன் நிலை எதிர்குறியாக இருக்கும்.

$$0 = \frac{m_1(-x_1) + m_2x_2}{m_1 + m_2}$$

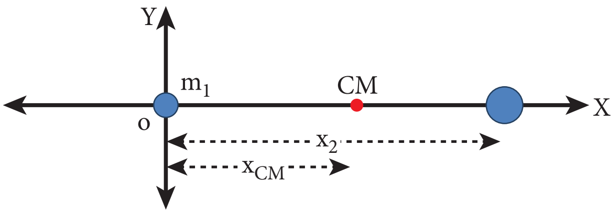
$$0 = m_1(-x_1) + m_2x_2;$$

$$m_1x_1 = m_2x_2$$

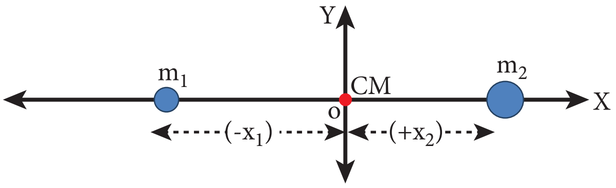
மேலே கொடுக்கப்பட்டுள்ள சமன்பாடு திருப்புதிறன்களின் தத்துவம் எனப்படுகிறது. இதைப்பற்றி பிரிவு 5.3.3 இல் விரிவாகப் பயிலலாம்.



(a) நிறைகள் நேர்குறி X அச்சில் உள்ளபோது



(b) நிறைகளில் ஏதேனும் ஒன்று ஆதிப்புள்ளியோடு ஒன்றியுள்ளபோது



(c) நிறைமையமானது ஆதியுடன் ஒன்றியுள்ளபோது

படம் 5.3. ஆதிப்புள்ளியை நகர்த்துவதன் மூலம் இரண்டு புள்ளிநிறைகளின் நிறைமையம் கணக்கிடப்படுகிறது

எடுத்துக்காட்டு 5.1

3 kg, 5 kg என்ற இரு புள்ளி நிறைகள் X அச்சில் ஆதிப்புள்ளியிலிருந்து முறையே 4 m, 8 m என்ற தொலைவில் உள்ளன. இரு புள்ளி நிறைகளின் நிறை மையத்தின் நிலைகளை,

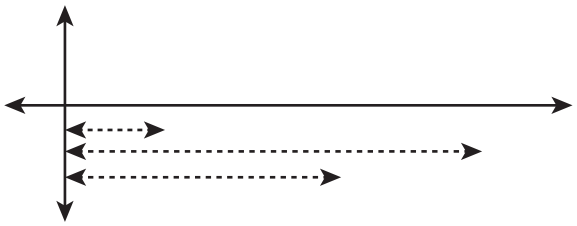
(i) ஆதிப்புள்ளியிலிருந்தும்

(ii) 3 kg நிறையிலிருந்தும் காண்க.

தீர்வு

$m_1 = 3$ kg, $m_2 = 5$ kg என எடுத்துக் கொள்வோம்.

(i) ஆதிப்புள்ளியிலிருந்து நிறை மையத்தைக் கண்டறிதல்



புள்ளி நிறைகள் X அச்சில் ஆதிப்புள்ளியிலிருந்து $x_1 = 4m,\ x_2 = 8m$ என்ற தொலைவில் உள்ளன. எனவே நிறை மையம்.

$$x_{CM} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2}{m_1 + m_2}$$

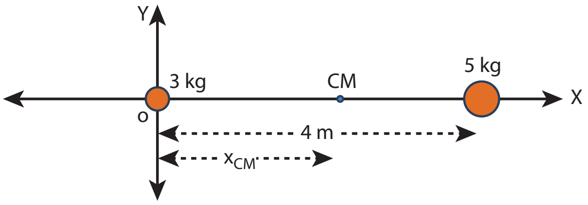
$$x_{CM} = \frac{(3 \times 4) + (5 \times 8)}{3 + 5}$$

$$x_{CM} = \frac{12 + 40}{8} = \frac{52}{8} = 6.5\,m$$

ஆதிப்புள்ளியிலிருந்து நிறை மையம் 6.5 m தொலைவில் அமைந்திருக்கும்.

(ii) 3 kg நிறையிலிருந்து நிறை மையத்தைக் கண்டறிதல்

3 kg நிறையை ஆதிப்புள்ளிக்கு X அச்சில் இடமாற்றம் செய்வதாக கொள்வோம். ஆதிப்புள்ளியானது X அச்சில் 3 kg நிறையுள்ள இடத்தில் எடுத்துக் கொள்ளப்படுகிறது. எனவே 3 kg புள்ளி நிறையின் நிலை சுழியாகும் ($x_1 = 0$) மாற்றப்பட்ட ஆதிப் புள்ளியிலிருந்து 5 kg நிறை 4 m தொலைவில் உள்ளது. ($x_2 = 4$m)



$$x_{CM} = \frac{(3\times 0)+(5\times 4)}{3+5}$$

$$x_{CM} = \frac{0+20}{8} = \frac{20}{8} = 2.5\,m$$

3 kg புள்ளி நிறையிலிருந்து 2.5 m தொலைவில் (5 kg புள்ளி நிறையிலிருந்து 1.5 m தொலைவிலும்) நிறை மையம் அமைந்துள்ளது.

- இம்முடிவானது, நிறை மையம் அதிக நிறைக்கு அருகில் உள்ளதைக் காட்டுகிறது.
- ஆதிப்புள்ளி நிறைமையத்தில் அமையுமாறு கருதும்போது, திருப்புத் திறன்களின் தத்துவத்தை ஒத்து அமைகிறது.
  $m_1 x_1 = m_2 x_2$; $3 \times 2.5 = 5 \times 1.5$; $7.5 = 7.5$

நிகழ்வு (i) யை (ii) உடன் ஒப்பிடும் போது 3 kg நிறையின் நிறைமையத்தினை 6.5 m லிருந்து 4 m ஐக் கழிக்க x_{cm} = 2.5 m எனவும் கண்டறியலாம் இது நிகழ்வு (i) இன் நிறைமையத்தின் நிலையிலேயே உள்ளது

எடுத்துக்காட்டு 5.2

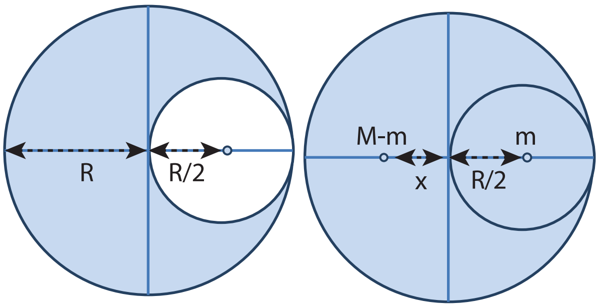
R ஆரமுடைய சீரான பரப்பு நிறை அடர்த்தி கொண்ட வட்டத்தட்டிலிருந்து $\frac{R}{2}$ ஆரமுடைய ஒரு சிறு தட்டு வடிவப் பகுதி படத்தில் காட்டியுள்ளவாறு வெட்டி எடுக்கப்படுகிறது. மீதமுள்ள பகுதியின் நிறை மையத்தைக் கணக்கிடுக.

தீர்வு

வெட்டப்படாத வட்டத்தட்டின் நிறையானது M என எடுத்துக் கொள்க. இதனுடைய நிறை மையமானது வட்டத்தட்டின் வடிவியல் மையத்தில் அமையும். இப்புள்ளியிலேயே ஆதிப்புள்ளியும் ஒருங்கமைகிறது.

வெட்டி எடுக்கப்பட்ட சிறு வட்டத்தட்டின் நிறை m என்க. (அதன் நிறை மையம் ஆதிப்புள்ளிக்கு) வலது புறத்தில் $\frac{R}{2}$ என்ற தொலைவில் படத்தில் காட்டியுள்ளவாறு அமைந்திருக்கும்.

எனவே வட்டத்தட்டின் மீதமுள்ள பகுதியின் நிறை மையம் ஆதிப்புள்ளிக்கு இடது புறத்தில் X தொலைவில் உள்ளதாக எடுத்துக் கொள்வோம். திருப்புத்திறன்களின் தத்துவத்திலிருந்து, கீழ்கண்டவாறு எழுத முடியும்.



$$(M-m)x = (m)\frac{R}{2}$$

$$x = \left(\frac{m}{(M-m)}\right)\frac{R}{2}$$

பரப்பு நிறை அடர்த்தி $\sigma = \frac{M}{\pi R^2}$ (σ என்பது ஓரலகு பரப்பின் நிறை) எனில், சிறிய வட்டத் தட்டின் நிறை (m) என்பது

m = பரப்பு நிறை அடர்த்தி x பரப்பு

$$m = \sigma \times \pi\left(\frac{R}{2}\right)^2$$

$$m = \left(\frac{M}{\pi R^2}\right)\pi\left(\frac{R}{2}\right)^2 = \frac{M}{\pi R^2}\pi\frac{R^2}{4} = \frac{M}{4}$$

$$x = \frac{\frac{M}{4}}{\left(M-\frac{M}{4}\right)}\times\frac{R}{2} = \frac{\frac{M}{4}}{\left(\frac{3M}{4}\right)}\times\frac{R}{2}$$

$$x = \frac{R}{6}$$

மீதமுள்ள வட்டத் தட்டின் நிறைமையமானது வட்டத் தட்டின் மையத்திற்கு இடப்புறம் $\frac{R}{6}$ என்ற தொலைவில் இருக்கும்.

➢ பெரிய வட்டத்தட்டிலிருந்து பொதுவான மையத்தை (common centre) பொருத்து சிறிய பகுதி வெட்டியெடுக்கப்பட்டால் மீதமுள்ள வட்டத்தட்டின் நிறை மையம் எங்கு அமையும்?

எடுத்துக்காட்டு 5.3

10 kg, 5 kg நிறையுடைய இரு புள்ளி நிறைகளின் நிலை வெக்டர்கள் முறையே $(-3\hat{i}+2\hat{j}+4\hat{k})$ m, $(3\hat{i}+6\hat{j}+5\hat{k})$ m ஆகும். நிறை மையத்தின் நிலையைக் கண்டறியவும்.

தீர்வு:

$$m_1 = 10\,kg$$

$$m_2 = 5\,kg$$

$$\vec{r}_1 = (-3\hat{i}+2\hat{j}+4\hat{k})m$$

$$\vec{r}_2 = (3\hat{i}+6\hat{j}+5\hat{k})m$$

$$\vec{r} = \frac{m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2}{m_1+m_2}$$

$$\therefore \vec{r} = \frac{10(-3\hat{i}+2\hat{j}+4\hat{k})+5(3\hat{i}+6\hat{j}+5\hat{k})}{10+5}$$

$$= \frac{-30\hat{i}+20\hat{j}+40\hat{k}+15\hat{i}+30\hat{j}+25\hat{k}}{15}$$

$$= \frac{-15\hat{i}+50\hat{j}+65\hat{k}}{15}$$

$$\vec{r} = \left(-\hat{i}+\frac{10}{3}\hat{j}+\frac{13}{3}\hat{k}\right) m$$

$\vec{r}$ என்பது நிறைமையத்தின் நிலை வெக்டரைக் குறிக்கும்.

5.1.5 சீராகப் பரவியுள்ள நிறையின் நிறை மையம்

ஒரு பெரிய பொருளில் நிறையானது சீராக பரவியுள்ளது எனில் அதில் ஒரு சிறிய நிறை (Δm) ஆனது புள்ளி நிறையாக எடுத்துக் கொள்ளப்படுகிறது. மேலும் அச்சிறிய துகள்களுடைய நிறைகளின் கூட்டுத்தொகையினைக் கொண்டு நிறைமையத்தின் ஆயத்தொலைவுகளுக்கான சமன்பாட்டினைப் பெறலாம்.

$$x_{CM} = \frac{\sum(\Delta m_i)x_i}{\sum \Delta m_i}$$

$$y_{CM} = \frac{\sum(\Delta m_i)y_i}{\sum \Delta m_i} \qquad (5.5)$$

$$y_{CM} = \frac{\sum(\Delta m_i)y_i}{\sum \Delta m_i}$$

மற்றொரு வகையில் அந்தச் சிறிய துகள்களின் நிறையை மீநுண் (infinitesimally small) மதிப்பாக (மிகச்சிறியது) (dm) கருதும்பொழுது கூட்டுத்தொகையை கீழ்க்கண்டவாறு தொகையீடாகக் கூறலாம்.

$$x_{cm} = \frac{\int x\,dm}{\int dm}$$

$$y_{cm} = \frac{\int y\,dm}{\int dm} \qquad (5.6)$$

$$z_{cm} = \frac{\int z\,dm}{\int dm}$$

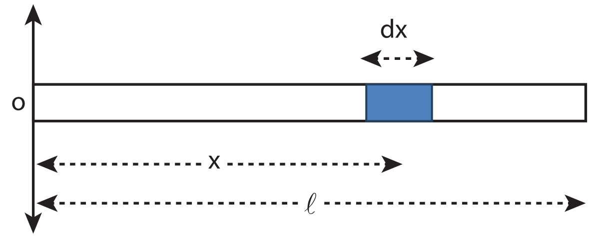
➢ மீநுண் மதிப்பளவு என்பது சுழியை நோக்கிச் செல்லக்கூடிய மிக மிகச் சிறிய அளவாகும்.

எடுத்துக்காட்டு 5.4

M நிறையும் l நீளமும் கொண்ட சீரான நீள் அடர்த்தி கொண்ட (uniform rod) தண்டின் நிறை மையத்தைக் கண்க.

தீர்வு

M நிறையும் l நீளமும் உடைய ஒரு சீரான நீள் அடர்த்தி கொண்ட தண்டினைக் (uniform rod) கருதுக. அதன் ஒரு முனை படத்தில் காட்டியுள்ளபடி ஆதிப்புள்ளியுடன் ஒன்றியிருப்பதாக எடுத்துக்கொள்வோம். தண்டானது X அச்சில் வைக்கப்பட்டுள்ளது. தண்டினுடைய நிறை



மையத்தைக் கண்டறிய, ஆதிப்புள்ளியிலிருந்து x தொலைவில் dx நீளமும் dm என்ற மீநுண் நிறையும் கொண்ட சிறுபகுதியை எடுத்துக் கொள்வோம்.

தண்டின் நீள் அடர்த்தி (ஓரலகு நீளத்திற்கான நிறை) $\lambda = \frac{M}{\ell}$

சிறிய பகுதியின் நிறை $dm = \frac{M}{\ell}dx$ தண்டின் நிறை மையத்திற்கான சமன்பாட்டை கீழ்க்கண்டவாறு எழுதலாம்.

$$x_{CM} = \frac{\int x\,dm}{\int dm}$$

$$x_{CM} = \frac{\int_0^{\ell} x\left(\frac{M}{\ell}dx\right)}{M} = \frac{1}{\ell}\int_0^{\ell} x\,dx$$

$$= \frac{1}{\ell}\left[\frac{x^2}{2}\right]_0^{l} = \frac{1}{\ell}\left(\frac{\ell^2}{2}\right)$$

$$x_{CM} = \frac{\ell}{2}$$

நிலை $\frac{\ell}{2}$ என்பது தண்டின் வடிவியல் மையமாகும். இதிலிருந்து சீரான தண்டினைப் பொறுத்தவரை அதன் வடிவியல் மையத்திலேயே (Geometric center) நிறை மையம் அமையும் என்ற முடிவிற்கு வரலாம்.

5.1.6 நிறை மையத்தின் இயக்கம்

ஒரு திண்மப் பொருள் இயங்கும் போது, அதன் நிறை மையமும் பொருளோடு சேர்ந்தே இயங்கும். நிறை மையத்தின் திசை வேகம் (v_{CM}) முடுக்கம் (a_{CM}) போன்ற இயக்கவியல் அளவுகளைப் பெற, நிறை மையத்தின் நிலையை தொடர் வகையீடு செய்வதன்மூலம் பெறலாம். எளிமையாகக் கணக்கிட, பொருள் X – அச்சில் மட்டும் இயங்குவதாகக் கருதுவோம்.

சமன்பாடு 5.5 லிருந்து

$$\vec{v}_{CM} = \frac{d\vec{x}_{CM}}{dt} = \frac{\sum m_i\left(\frac{d\vec{x}_i}{dt}\right)}{\sum m_i}$$

$$\vec{v}_{CM} = \frac{\sum m_i\vec{v}_i}{\sum m_i} \quad (5.7)$$

$$\vec{a}_{CM} = \frac{d}{dt}\left(\frac{d\vec{x}_{CM}}{dt}\right) = \left(\frac{d\vec{v}_{CM}}{dt}\right) = \frac{\sum m_i\left(\frac{d\vec{v}_i}{dt}\right)}{\sum m_i}$$

$$\vec{a}_{CM} = \frac{\sum m_i\vec{a}_i}{\sum m_i} \quad (5.8)$$

புறவிசைகள் இல்லாத போது, $\vec{F}_{ext} = 0$ அமைப்பின் தனித்தனியான துகள்கள் அகவிசையினால் மட்டுமே இயக்கமோ அல்லது இடப்பெயர்வோ அடையும். இது நிறைமையத்தின் நிலையை பாதிக்காது. அதாவது புறவிசை இல்லாதபோது நிறை மையம் ஓய்வு நிலையிலோ அல்லது சீரான இயக்கநிலையிலோ இருக்கும். எனவே நிறை மையம் ஓய்வு நிலையில் இருக்கும் போது $\vec{v}_{CM}$ சுழியாகும். சீரான இயக்கத்தில் உள்ளபோது நிறைமையத்தின் திசைவேகம் மாறிலியாக இருக்கும். ($\vec{v}_{CM} = 0$ or $\vec{v}_{CM} =$ மாறிலி). இங்கே நிறை மையமானது முடுக்கத்தினைக் கொண்டிருக்காது $\left(\vec{a}_{CM} = 0\right)$.

சமன்பாடு 5.7 மற்றும் 5.8 லிருந்து,

$$\vec{v}_{CM} = \frac{\sum m_i\vec{v}_i}{\sum m_i} = 0 \text{ அல்லது மாறிலி}$$

$$\vec{a}_{CM} = \frac{\sum m_i\vec{a}_i}{\sum m_i} = 0$$

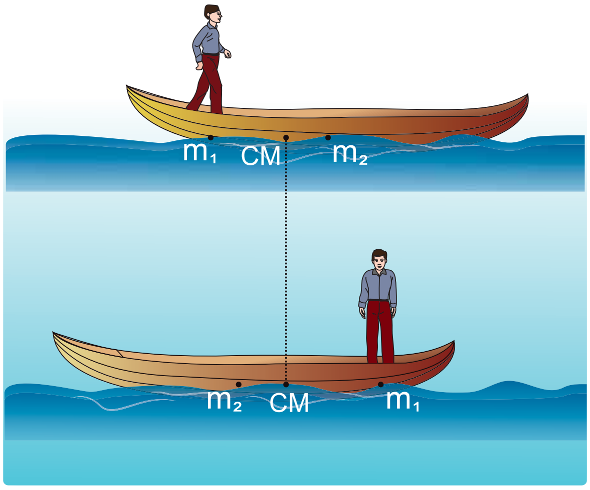
இங்கு ஒவ்வொரு துகளும் அகவிசையின் காரணமாக அவற்றின் திசைவேகம் மற்றும் முடுக்கத்துடன் இயங்குகின்றன.

புறவிசைகள் செயல்படும்போது (i.e. $F_{ext} \neq 0$), நிறைமையத்தின் முடுக்கத்திற்கான சமன்பாட்டை கீழ்க்கண்டவாறு பெறலாம்.

$$\vec{F}_{ext} = \left(\sum m_i\right)\vec{a}_{CM}; \vec{F}_{ext} = M\vec{a}_{CM}; \vec{a}_{CM} = \frac{\vec{F}_{ext}}{M}$$

எடுத்துக்காட்டு 5.5

50 kg நிறையுள்ள ஒரு மனிதர் நிலையான நீரின் பரப்பில் மிதந்து கொண்டிருக்கும் 300 kg நிறையுடைய படகில் ஒரு முனையில் நின்று கொண்டிருக்கிறார். அவர் தரையில் நிலையாக உள்ள ஒருவரை பொருத்து படகின் மறுமுனையை நோக்கி 2 m s^{-1} என்ற மாறா திசைவேகத்தில் நடந்து செல்கிறார். (a) நிலையான உற்றுநோக்குபவரை பொருத்தும் (b) படகில் நடந்து கொண்டிருக்கும் மனிதரைப் பொருத்தும்
படகின் திசைவேகம் என்ன?



[தகவல்: படகுக்கும் மனிதருக்கும் இடையே உராய்வு உள்ளது. ஆனால் படகுக்கும் நீருக்கும் இடையே உராய்வு கிடையாது.]

தீர்வு

மனிதரின் நிறை m_1 = 50 kg

படகின் நிறை m_2 = 300 kg

நிலையான உற்றுநோக்குபவரைப் பொருத்து:

மனிதர் நகரும் திசைவேகம் v_1 = 2 m s^{-1} மேலும் படகு நகரும் திசைவேகம் v_2 (கண்டறியப்பட வேண்டியது) என்க.

(i) தரையில் நிலையாக உள்ள உற்றுநோக்குபவரைப் பொருத்து படகின் திசைவேகத்தைக் கணக்கிடுதல்

அமைப்பின் மீது புறவிசைகள் செயல்படாதபோது, படகு – மனித அமைப்பின் அகவிசையாக செயல்படும் உராய்வின் காரணமாக மனிதன் – படகு அமைப்பு (boat – man system) இயங்குகிறது. ஆகவே நிறைமையத்தின் திசைவேகம் சுழியாகும் ($v_{CM} = 0$).

நிறைமையத்தின் சமன்பாடு (5.7) லிருந்து,

$$0 = \frac{\sum m_i v_i}{\sum m_i} = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}$$

$$0 = m_1 v_1 + m_2 v_2$$

$$-m_2 v_2 = m_1 v_1$$

$$v_2 = -\frac{m_1}{m_2} v_1$$

$$v_2 = -\frac{50}{300} \times 2 = -\frac{100}{300}$$

$$v_2 = -0.33 \text{ m s}^{-1}$$

இங்கே, நிலையாக உள்ள உற்றுநோக்குபவருக்கு எதிர் திசையில் படகு செல்வதை எதிர்குறி காட்டுகிறது.

(ii) **நடக்கும் மனிதரைப் பொருத்து படகின் திசைவேகத்தைக் கண்டறிதல்:** படகின் சார்புத் திசைவேகத்தை பின்வருமாறு கணக்கிடலாம்.

$$v_{21} = v_2 - v_1$$

இங்கே, v_{21} என்பது நடக்கும் மனிதரைப் பொருத்து படகின் சார்புத் திசைவேகமாகும்

$$v_{21} = (-0.33) - (2)$$

$$v_{21} = -2.33 \text{ m s}^{-1}$$

மனிதர் தன்னுடைய வலப்புறம் நகரும்போது படகு அவரின் இடதுபுறமாக நகர்வதை விடையில் உள்ள எதிர்குறி காட்டுகிறது.

- நடக்கும் மனிதனைப்பொருத்து படகின் சார்புத் திசைவேகத்தின் எண்மதிப்பானது, நிலையாக உற்றுநோக்குபவரைப் பொருத்து படகின் சார்புத் திசைவேகத்தின் எண்மதிப்பை விட அதிகம்.
- நிலையாக உற்றுநோக்குபவருக்கும் படகில் நடந்து செல்பவருக்கும் எதிர்திசையில் படகு இயங்குவதால் இரு விடைகளும் எதிர்குறியில் உள்ளன.

வெடித்தலின் நிறை மையம்

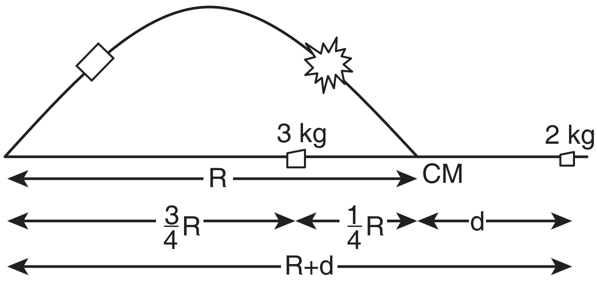
ஒய்வு நிலையிலோ அல்லது சீரான இயக்கத்திலோ உள்ள பொருளின் அகவிசைகளினால் (internal forces) வெடித்தல் நடைபெறுகிறது எனில், அதன் நிறை மையத்தின் நிலை பாதிக்கப்படுவதில்லை. அது, அதே ஓய்வு நிலையிலோ அல்லது சீரான திசைவேகத்திலோ இருக்கும். ஆனால் வெடித்தபகுதிகளின் இயக்கவியல் அளவுகள் (kinematic quantities) பாதிக்கப்படும். வெடித்தலானது புறவிசைகளின் காரணமாக நிகழ்கிறது எனில் நிறைமையம், மற்றும் வெடித்த பகுதிகள் ஆகியவற்றின் இயக்கவியல் அளவுகள் பாதிக்கப்படும்.

எடுத்துக்காட்டு 5.6

5 kg நிறையுள்ள எறியமானது, (projectile) அது இயக்கத்தில் உள்ளபோதே தானாக வெடித்து இரு கூறுகளாகப் பிரிகிறது. அதில் 3 kg நிறையுடைய ஒரு கூறானது, வீச்சின் நான்கில் மூன்று பங்கு $\left(\frac{3}{4}R\right)$ தொலைவில் விழுகிறது. மற்றொரு கூறு எங்கு விழும்?

தீர்வு

புறவிசைகளின் துணையின்றி தானாக வெடிப்பதால் எறியத்தின் நிறை மையம் பாதிக்கப்படாது. மேலும் நிறைமையமானது தொடர்ந்து பரவளையப் பாதையிலேயே செல்லும். ஆனால் அதன் கூறுகளானது பரவளையப் பாதையை மேற்கொள்ளாது. கூறுகள் அனைத்தும் தரையில் விழும்போது நிறைமையம் எறியப்பட்ட புள்ளியிலிருந்து படத்தில் காட்டப்பட்டதுபோல் R தொலைவை (நெடுக்கம்) அடைகிறது. ஆகவே இறுதியில், படத்தில் காட்டியுள்ளபடி நிறை மையமானது எறி புள்ளியிலிருந்து R தொலைவில் (நெடுக்கம்) அமைந்திருக்கும்.



நிறைமையத்தின் இறுதி நிலையை ஆதி புள்ளியாக எடுத்துக் கொண்டால், திருப்புத்திறன்களின் தத்துவத்தின் படி

$$m_1x_1 = m_2x_2$$

இங்கு, m_1 = 3 kg, m_2 = 2 kg, $x_1 = \frac{1}{4}R$ மற்றும் x_2 = d என எடுத்துக் கொள்க.

$$3\times\frac{1}{4}R = 2\times d; d = \frac{3}{8}R$$

எறி புள்ளிக்கும் 2 kg நிறை விழுந்துள்ள புள்ளிக்கும் இடையேயுள்ள தொலைவு R+d.

$$R + d = R + \frac{3}{8}R = \frac{11}{8}R = 1.375R$$

எனவே 2 kg நிறையுடைய மற்றொரு கூறானது எறிபுள்ளியிலிருந்து 1.375 R என்ற தொலைவில் விழுகிறது. (இங்கு R என்பது எறிபொருளின் கிடைத்தள நெடுக்கமாகும்)

5.2 திருப்பு விசை மற்றும் கோண உந்தம் (Torque and Angular Momentum)

ஒரு பொருளின் மீது நிகர விசை செயல்படும்போது, அவ்விசையானது நேர்கோட்டு இயக்கத்தை விசையின் திசையில் ஏற்படுத்தும். பொருளானது ஒரு புள்ளியிலோ அல்லது அச்சிலோ பொருத்தப்பட்டுள்ளது எனில், அவ்விசையானது பொருளை சுழலச் செய்கிறது. சுழற்சியானது விசை

செயல்படும் புள்ளியைப் பொறுத்து அமையும். இவ்வாறு விசை ஏற்படுத்தும் சுழற்சி விளைவை விசையின் திருப்புத்திறன் என்கிறோம். இது திருப்புவிசைஎனவும்அழைக்கப்படுகிறது.இவ்வகை இயக்கத்திற்கு நடைமுறை வாழ்க்கையில் ஏராளமான எடுத்துக்காட்டுகள் உள்ளன. அவற்றில் சில: கீல்களைப் பொறுத்து கதவுகளை திறந்து மூடுதல் மற்றும் திருகு குறடு (wrench) மூலம் திருகு மறையை (nut) சுழலச்செய்தல்.

35FUEC

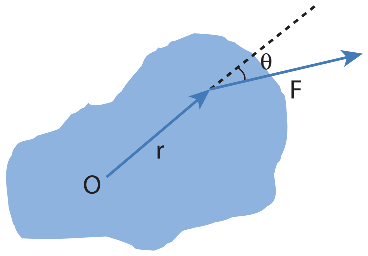
சுழற்சியின் அளவானது விசையின் எண்மதிப்பு, அதன் திசை, மற்றும் விசை செயல்படும் புள்ளிக்கும் அச்சுக்கும் இடைபட்ட தொலைவு இவற்றை சார்ந்தது. திருப்பு விசையானது சுழற்சி இயக்கத்தை ஏற்படுத்தும்பொழுது அப்பொருளின் கோண உந்தமானது நேரத்தைப் பொருத்து மாறுபடும். இப்பகுதியில் திருப்பு விசை மற்றும் திண்மப்பொருளில் அதன் விளைவு ஆகியவை பற்றி பயில்வோம்.

5.2.1 திருப்பு விசையின் வரையறை

ஒரு புள்ளி அல்லது அச்சைப் பொருத்து பொருளின் மீது செயல்படுத்தப்படும்புறவிசையின் திருப்புத்திறன் திருப்பு விசை என வரையறுக்கப்படுகிறது. திருப்பு விசையின் சமன்பாடு

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} \qquad (5.9)$$

இங்கு, $\vec{r}$ என்பது படம் 5.4 ல் காட்டியுள்ளவாறு ஆயபுள்ளியிலிருந்து பொருளின் மீது $\vec{F}$ என்ற விசை செயல்படும் புள்ளியின் நிலை வெக்டராகும்.



படம் 5.4 ஒரு திண்மப்பொருளின் மீதான திருப்புவிசை

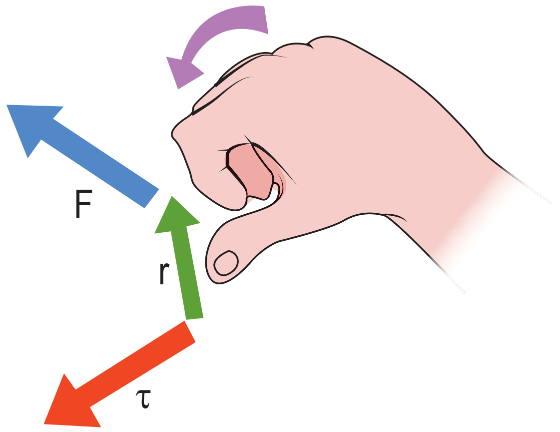
இங்கு $\vec{r}$ மற்றும் $\vec{F}$ இன் பெருக்குத் தொகையை வெக்டர் பெருக்கம் அல்லது குறுக்குப் பெருக்கம் எனலாம். இரு வெக்டர்களை, வெக்டர் பெருக்கம் அல்லது குறுக்கு பெருக்கம் செய்யும்போது வரும் வெக்டரானது அவ்விரு வெக்டர்களுக்கு செங்குத்துத் திசையில் இருக்கும். (அலகு 2 பிரிவு 2.5 இல் காண்க : தலைப்பு : 2.5) எனவே திருப்பு விசை $\vec{\tau}$ என்பது வெக்டர் அளவாகும்.

திருப்பு விசையானது எண்ணளவில் $rF\sin\theta$, என்ற எண்மதிப்பையும், $\vec{r}$ மற்றும் $\vec{F}$ க்கு செங்குத்தான திசையும் பெற்றிருக்கிறது. இதன் அலகு N m.

$$\vec{\tau} = \left(rF\sin\theta\right)\hat{n} \qquad (5.10)$$

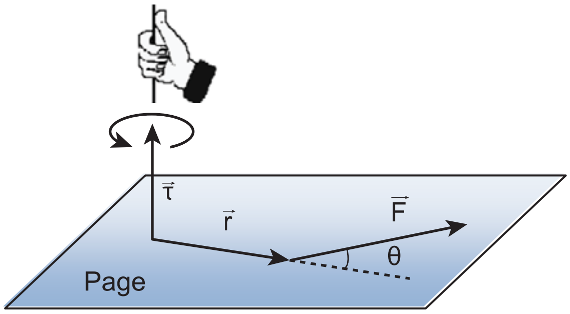
இங்கு θ என்பது $\vec{r}$ மற்றும் $\vec{F}$–க்கு இடைப்பட்ட கோணம் மற்றும் $\hat{n}$ என்பது $\vec{\tau}$ இன் திசையில் அமைந்த ஓரலகு வெக்டர். திருப்புவிசை $\vec{\tau}$ என்பது $\vec{r}$ மற்றும் $\vec{F}$ ஆகிய இரு வெக்டர்களில் இருந்து பெறப்படுவதால், இதனை போலி வெக்டர் (pseudo vector) என்றும் அழைக்கலாம்.

திருப்பு விசையின் திசையினை வலக்கை விதியை பயன்படுத்தி காணலாம். இவ்விதியின்படி, வலதுகையின் விரல்கள் நிலைவெக்டரின் திசையிலும் உள்ளங்கை விசையின் திசையைப் பார்த்தவாறும் வைத்துக்கொண்டு விரல்களை மடக்கும்போது நீட்டப்பட்ட கட்டைவிரல் திருப்பு விசையின் திசையைக் குறிக்கும். இது படம் 5.5 இல் காட்டப்பட்டுள்ளது.

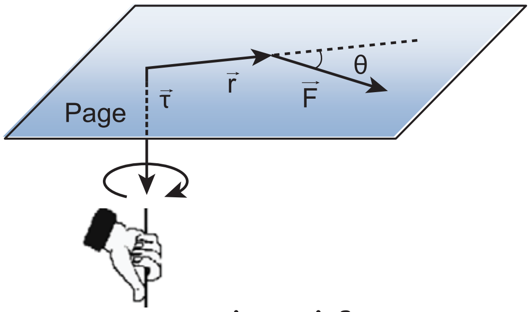


படம் 5.5 வலக்கை விதியின் மூலம் திருப்பு விசையின் திசை

திருப்பு விசையின் திசையைக் கொண்டு, அத்திருப்பு விசை எவ்வகையான சுழற்சியை ஏற்படுத்தும் என்று கண்டறியலாம். உதாரணமாக திருப்பு விசையின் திசையானது தளத்திற்கு வெளியே செயல்படுகிறது எனில் திருப்பு விசையினால் ஏற்படும் சுழற்சி கடிகார முள் சுழலும் (இடஞ்சுழி) திசைக்கு எதிர்த் திசையிலும், மாறாக தளத்தை நோக்கி திருப்பு விசையானது செயல்படுகிறது எனில் சுழற்சியின் திசை கடிகார முள் சுழலும் திசையிலேயே (வலஞ்சுழி) செயல்படுகிறது. இவை படம் 5.6 இல் காட்டப்பட்டுள்ளன.



(அ) கடிகாரமுள் சுழலும் திசைக்கு எதிர்திசை



(ஆ) கடிகாரமுள் சுழலும் திசை

படம் 5.6 திருப்பு விசையின் திசை மற்றும் சுழற்சியின் வகைகள்

திருப்பு விசையின் எண்மதிப்பும், திசையும் பல நிகழ்வுகளில் தனித்தனியே பெறப்படுகின்றன. திருப்பு விசையின் திசையைக் கண்டறிய வலக்கைவிதி அல்லது வெக்டர் விதியை பயன்படுத்தியும், எண்மதிப்பை கண்டறிய ஸ்கேலர் வடிவத்தை பயன்படுத்தியும், அதாவது

$$\tau = r\ F\ \sin\theta \qquad (5.11)$$

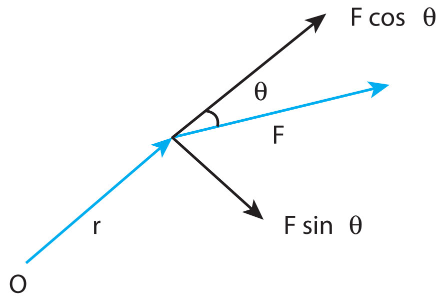
என்ற சமன்பாட்டின் மூலமும் பெறலாம்.

திருப்பு விசையின் எண் மதிப்பை பெற $\sin\theta$ வை r அல்லது F உடன் சேர்த்து இருவகைகளில் குறிக்கலாம்.

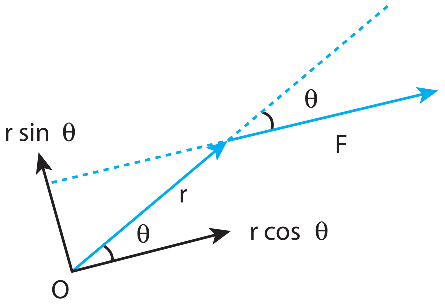
$$\tau = r\left(F\ \sin\theta\right) = r \times \left(F\perp\right) \qquad (5.12)$$

$$\tau = \left(r\ \sin\theta\right)F = \left(r\perp\right) \times F \qquad (5.13)$$

இங்கு, $\left(F\ \sin\theta\right)$ என்பது $\vec{r}$ க்கு செங்குத்தான $\vec{F}$ இன் கூறு. அதே போல் $\left(r\ \sin\theta\right)$ என்பது $\vec{F}$ க்கு செங்குத்தான $\vec{r}$ ன் கூறு. இவ்விரு நிகழ்வுகளையும் படம் 5.7 இல் காணலாம்.



(a) τ = r (F sin θ) = r(F ⊥)



(b) τ =(r sin θ) F = (r ⊥)F

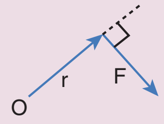
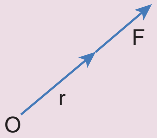
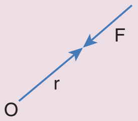
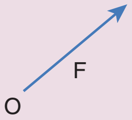
படம் 5.7 திருப்பு விசையைக் கணக்கிடும் இருமுறைகள்

$\vec{r}$ மற்றும் $\vec{F}$ க்கு இடைப்பட்ட கோணம் θ வை அடிப்படையாகக் கொண்டு திருப்பு விசையானது வெவ்வேறு மதிப்புகளைப் பெறும்.

$\vec{r}$ மற்றும் $\vec{F}$ ஆனது ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தாக உள்ளபோது திருப்பு விசையின் மதிப்பு பெருமமாகும். அதாவது $\theta = 90°$ எனும்பொழுது $\sin 90° = 1$, என்பதால் $\tau_{max} = rF$

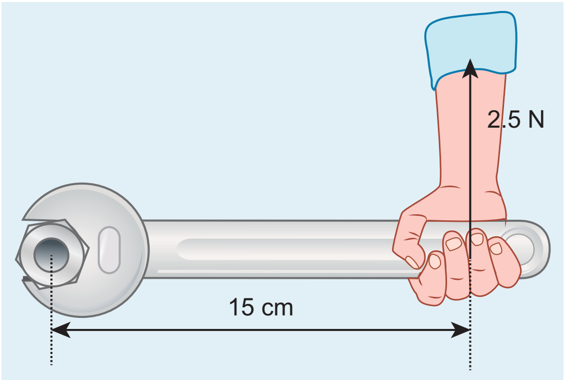
$\vec{r}$ மற்றும் $\vec{F}$ இணையாக ஒரே திசையிலோ, எதிரெதிர் திசையிலோ செயல்படும்போது திருப்பு விசையின் மதிப்பு சுழியாகிறது. இரு வெக்டர்களும் இணையாக ஒரே திசையில் உள்ளபோது $\theta = 0^{o}$ மற்றும் $sin\ 0^{o} = 0$. இரு வெக்டர்களும் இணையாக எதிரெதிர் திசையில் உள்ளபோது $\theta = 180^{o}$ மற்றும் $sin\ 180^{o} = 0$. எனவே விசையானது ஆதாரப்புள்ளியில் செயல்படுகிறதெனில் $\vec{r} = 0$ மற்றும் $\tau = 0$ அதாவது திருப்பு விசையின் மதிப்பு சுழியாகும். இதன் வெவ்வேறான நிகழ்வுகளை கீழ்கண்ட அட்டவணை 5.1 காணலாம்.

அட்டவணை 5.1. வெவ்வேறு நிகழ்வுகளில் τ இன் மதிப்பு

 $\theta = 90^{o};\ \tau_{max} = rF$	 $\theta = 0^{o}; \tau = 0$
 $\theta = 180^{o}; \tau = 0$	 $r = 0; \tau = 0$

எடுத்துக்காட்டு 5.7

ஸ்பேனரின் கைப்பிடிக்கு செங்குத்தாக படத்தில் காட்டியுள்ளவாறு விசை செலுத்தப்படுகிறது. (i) திருகு மறை (Nut) யின் மையத்தைப் பொருத்து விசையின் திருப்பு விசை (ii) திருப்பு விசையின் திசை மற்றும் (iii) திருகு மறையைப் (Nut) பொருத்து திருப்பு விசை ஏற்படுத்தும் சுழற்சியின் வகை ஆகியவற்றைக் காண்க.



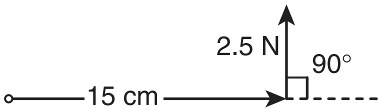
தீர்வு

ஸ்பேனரின் கைப்பகுதியின் நீளம்,

r = 15 cm = 15×10^{-2} m

செலுத்தப்பட்ட விசை, F = 2.5 N

r க்கும் F க்கும் இடைப்பட்ட கோணம் $\theta = 90^{o}$



(i) திருப்பு விசை, $\tau = rF\ \sin\theta$

$$\tau = 15 \times 10^{-2} \times 2.5 \times \sin(90^{\circ})$$

[இங்கு, $\sin 90^{\circ} = 1$]

$$\tau = 37.5 \times 10^{-2}\ N\ m$$

ii) வலக்கை விதிப்படி, திருப்பு விசையின் திசையானது தாளின் தளத்திலிருந்து வெளிநோக்கி அமைந்துள்ளது.

(iii) திருப்பு விசை ஏற்படுத்திய சுழற்சி கடிகாரத்தின் திசைக்கு எதிர்திசையில் உள்ளது.

எடுத்துக்காட்டு 5.8

$(4\hat{i} - 3\hat{j} + 5\hat{k})$ N விசையானது $(7\hat{i} + 4\hat{j} - 2\hat{k})$ m என்ற புள்ளியில் அமைந்த நிலைவெக்டரின் மீது செயல்படுகிறது. ஆதியைப் பொருத்து திருப்பு விசையின் மதிப்பை காண்க.

தீர்வு

$$\vec{r} = 7\hat{i} + 4\hat{j} - 2\hat{k}$$

$$\vec{F} = 4\hat{i} - 3\hat{j} + 5\hat{k}$$

திருப்பு விசை, $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$

$$\vec{\tau} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 7 & 4 & -2 \\ 4 & -3 & 5 \end{vmatrix}$$

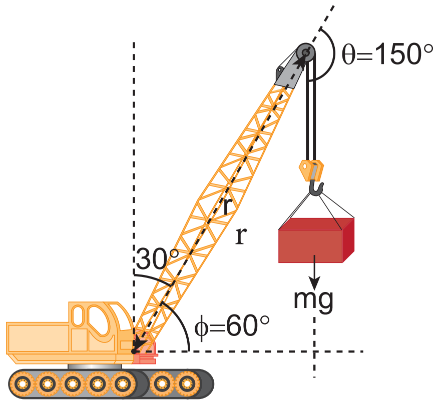
$$\vec{\tau} = \hat{i}(20-6) - \hat{j}(35+8) + \hat{k}(-21-16)$$

$$\vec{\tau} = (14\hat{i} - 43\hat{j} - 37\hat{k})\ N\ m$$

எடுத்துக்காட்டு 5.9

பளு தூக்கி ஒன்றின் கரத்தின் நீளம் 20 m அக்கரமானது செங்குத்து அச்சோடு 30° கோணத்தில் நிறுத்தப்பட்டுள்ளது. 2 டன் எடையானது கரத்தால் தூக்கி நிறுத்தப்பட்டுள்ளது. பளுதூக்கியின் கரம் பொருத்தப்பட்ட நிலையான புள்ளியைப் பொருத்து புவியீர்ப்புவிசை ஏற்படுத்திய திருப்பு விசையைக் காண்க.

[தகவல்: 1 டன் = 1000 kg; g = 10 m s^{-2} , கரத்தின் எடை புறக்கணிக்கத்தக்கது]



தீர்வு

குறிப்பு பெரும்பான்மையான கணக்குகளில் $\vec{r}$ மற்றும் $\vec{F}$ க்கு இடையேயுள்ள கோணம் நேரடியாக கொடுக்கப்படுவதில்லை. எனவே மாணவர்கள் $\vec{r}$ மற்றும் $\vec{F}$க்கு இடையேயுள்ள கோணத்தை θ என எடுத்துக்கொள்ளப் பழகவும். அமைப்பில் உள்ள மற்ற கோணங்களை குறியிடும்போது α, β, ϕ எனவும் குறிக்கலாம்.

தொங்கவிடப்பட்ட நிறையினால் ஏற்படும் விசை

$$F = mg = 2000 \times 10 = 20000\ N;$$

கரத்தின் நீளம் $r = 20$ m

இந்த கணக்கிற்கு மூன்று வெவ்வேறு முறைகளில் தீர்வு காணலாம்.

முறை – I

விசை F க்கும் கரத்தின் நீளம் r க்கும் இடையேயான கோணம் θ = 150°

பொருத்தப்பட்ட நிலை புள்ளியைப் பொருத்து கரத்தின் திருப்பு விசை

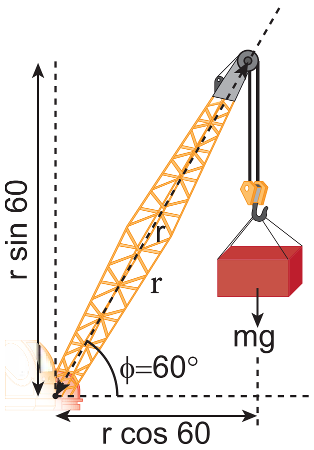
$$\tau = rF\ \sin\theta$$
$$\tau = 20 \times 20000 \times \sin(150^\circ)$$
$$= 400000 \times \sin(90^\circ + 60^\circ)$$

[இங்கு, $\sin(90^\circ + \theta) = \cos\theta$]

$$= 400000 \times \cos(60^\circ)$$
$$= 400000 \times \frac{1}{2} \quad \left[\cos 60^\circ = \frac{1}{2}\right]$$
$$= 200000\ N\,m$$
$$\tau = 2 \times 10^5\ N\,m$$

முறை– II

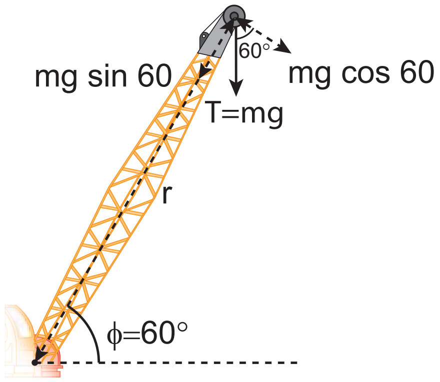
விசையையும், பளுதூக்கியில் கரம் பொருத்தப்பட்ட புள்ளியிலிருந்து செங்குத்து தொலைவையும் கருதுவோம்.



$$\tau = (r\perp)F$$
$$\tau = r\cos\phi\ mg$$
$$\tau = 20 \times \cos 60^\circ \times 20000$$
$$= 20 \times \frac{1}{2} \times 20000$$
$$= 200000\ N\,m$$
$$\tau = 2 \times 10^5\ N\,m$$

முறை– III

பளு தூக்கியின் கரம் பொருத்தப்பட்ட புள்ளியையும் செங்குத்து விசையையும் கருதுவோம்.

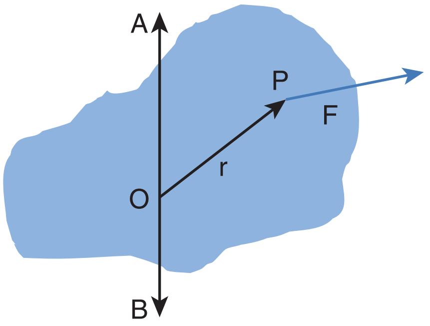


$$\tau = r(F\perp)$$
$$\tau = r\,mg\ \cos\phi$$
$$\tau = 20\times 20000\times \cos 60^{\circ}$$
$$= 20\times 20000\times \frac{1}{2}$$
$$= 200000\ \mathrm{N\,m}$$
$$\tau = 2\times 10^{5}\ \mathrm{N\,m}$$

மூன்று முறைகளும் ஒரே தீர்வினை தருகிறது.

5.2.2 அச்சைப் பொருத்து திருப்பு விசை (Torque about an axis)

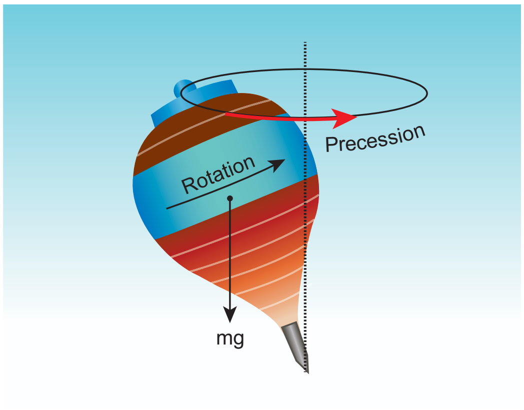
இதுவரை ஒரு புள்ளியைப் பொருத்து திருப்பு விசையைப் பற்றி பயின்றோம். இப்பகுதியில் அச்சைப் பொருத்து திருப்பு விசையைப் பற்றி பயிலலாம். திண்மப்பொருள் ஒன்று AB யைப் பொருத்து சுழல்வது படம் 5.8 இல் காட்டப்பட்டுள்ளது. திண்மப்பொருளில் P என்ற புள்ளியில் F விசை செயல்படுகிறது என கொள்க. விசை F ஆனது தளம் ABP ல் அமையாமல் இருக்கலாம். அச்சு AB யில் ஏதேனும் ஒரு புள்ளியை ஆதிப்புள்ளி O என எடுத்துக்கொள்வோம்.



படம் 5.8 அச்சைப் பொருத்து திருப்பு விசை

படைப்பாற்றல் மற்றும் புதுமைகள் நிறைந்த பாரம்பரிய விளையாட்டுகளுக்கு தமிழகம் பெயர் பெற்றது. அதில் ஒரு புகழ்பெற்ற விளையாட்டு சில்லுக்கோடு (பாண்டி). ஒரு செவ்வக வடிவகட்டத்தினுள் பல செவ்வகப்பிரிவுகள் படத்தில் காட்டியுள்ளவாறு உள்ளன. செவ்வக கட்டங்களில் ஒரு காலினால் தாவிச் செல்ல வேண்டும். ஒற்றை காலில் தாவிச்செல்லும்போது ஒரு புறமாக சாய்ந்து செல்வதற்குக் காரணம், சாய்ந்த நிலையில் இயற்கையாகவே, ஈர்ப்பு விசையையும் (mg), தரையின் செங்குத்து விசையும் (N) ஒன்றுக்கொன்று சமன்செய்யப்படுவதால் திருப்பு விசை சுழியாகிறது. இவ்வாறு இல்லை எனில் இவ்விரு விசைகளும் வெவ்வேறு புள்ளிகளின் வழியே செயல்படும் நிலையில் தொகுபயன் திருப்பு விசை செயல்பட்டு விளையாடுபவரை கீழே விழச்செய்யும்.

புள்ளி O வைப்பொருத்து F ன் திருப்புவிசை, $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$. மேலும் அச்சின் திசையில் இத்திருப்பு விசையின் கூறானது அச்சைப்பொறுத்த விசையின் திருப்பு விசையாகும். இதனை கண்டறிய நாம் முதலில் திருப்பு விசை வெக்டர் $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$ க்கும் மற்றும் அச்சு AB க்கும் இடையேயான கோணம் ϕ யை காண வேண்டும். (விசையின் தளம் ABP யில் இல்லை என்பதை நினைவில் கொள்க) AB யை பொருத்து உள்ள திருப்புவிசை என்பது AB இன் வழியாகச் செல்லும் திருப்பு விசை $|\vec{r} \times \vec{F}|$ யின் கிடைத்தளக்கூறு $|\vec{r} \times \vec{F}| \cos \phi$ ஆகும். அதைப்போல AB க்கு செங்குத்தான திருப்பு விசை $|\vec{r} \times \vec{F}| \sin \phi$ அச்சைப்பொருத்து ஒரு பொருளின்மீது செயல்படும் திருப்புவிசை, அப்பொருளின் அச்சைப்பொருத்து சுழற்றுகிறது. மேலும் அச்சுக்கு செங்குத்தாக உள்ள திருப்பு விசை சுழல் அச்சை பொருத்து சுழற்றுகிறது. இவை இரண்டு ஒரே நேரத்தில் திண்மப்பொருளின் மீது செயல்படும் போது பொருளானது அச்சுச் சுழற்சியை (precession) மேற்கொள்ளும். சுழலும் பம்பரம் ஒன்று ஓய்வு நிலையை நெருங்கும் போது அச்சு சுழற்சியை மேற்கொள்ளும் என்பதை படம் 5.9 லிருந்து அறியலாம்.



படம் 5.9 சுழலும் பம்பரத்தின் அச்சுச் சுழற்சி

அச்சுச் சுழற்சியை விளக்குவது என்பது நம் பாடப்பகுதிக்கு அப்பாற்பட்டது. எனவே, திருப்பு விசைகளின் செங்குத்து கூறுகளின் விளைவை நீக்குவதற்கு சிலவரம்புகளைக் கருதினால் சுழல் அச்சு சுழற்சி அடையாமல் ஒரே அச்சில் நிலை பெற்று இருக்கிறது. எனவே, திருப்புவிசையின் செங்குத்து கூறுகளை கருத வேண்டிய அவசியம் இல்லை. இதன் பின்னர் திண்மப்பொருட்களின் திருப்பு விசைகளின் கணக்கீடுகளுக்கு கீழ்க்கண்டவற்றை மட்டும் கருதினால் போதுமானது. அவை பின்வருமாறு

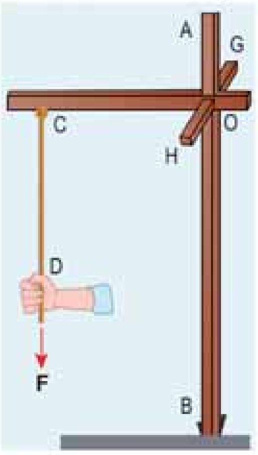
(1) அச்சிற்கு, செங்குத்தான தளத்தில் அமைந்த விசைகளை மட்டும் கருத வேண்டும் (மற்றும் அச்சினை வெட்டிச்செல்லவும் கூடாது)

(2) அச்சிற்கு செங்குத்தாக உள்ள நிலை வெக்டரையே கருத வேண்டும்.

குறிப்பு அச்சுக்கு இணையான விசை, அச்சுக்கு செங்குத்தான திசையில் திருப்பு விசையை கொடுக்கிறது. மேலும் இதனை கருத வேண்டிய அவசியமும் இல்லை. அச்சை வெட்டிச் செல்லும் விசைகள், r = O என்பதால் திருப்பு விசையை உருவாக்காது. அச்சின் வழியேயான நிலை வெக்டர் அச்சிற்கு செங்குத்தாக திருப்பு விசையை விளைவிக்கும் எனவே இதனைக் கருத வேண்டிய அவசியம் இல்லை.

எடுத்துக்காட்டு 5.10

AB, OC, GH என்ற சட்டங்கள் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தாக படத்தில் காட்டியுள்ளவாறு தரையில் நிலையாக பொருத்தப்பட்டுள்ளது. ஒரு கம்பி C என்ற புள்ளியில் கட்டப்பட்டுள்ளது. கம்பியின் தனித்த முனை D யானது விசை F இனால் இழுக்கப்படுகிறது. விசை உருவாக்கிய திருப்பு விசையின் எண் மதிப்பையும், திசையையும்



(i) D, C, O மற்றும் B பொருத்து

(ii) CD, OC, AB மற்றும் GH அச்சுகளைப் பொறுத்து காண்க.

தீர்வு

(i) D யைப் பொருத்து திருப்பு விசை சுழி. (D வழியாக F செயல்படுகிறது).

C யைப் பொருத்து திருப்பு விசை சுழி. (C வழியாக F செயல்படுகிறது).

O யைப் பொருத்து திருப்பு விசை (OC) × FGH வழியாக செயல்படுகிறது).

B யைப் பொருத்து திருப்பு விசை (GH வழியாக செயல்படுகிறது)

(F –ஐப் பொருத்து B–யிலிருந்து செங்குத்து தொலைவு OC).

(ii) CD யைப் பொருத்து திருப்பு விசை சுழி (F ஆனது CD க்கு இணை).

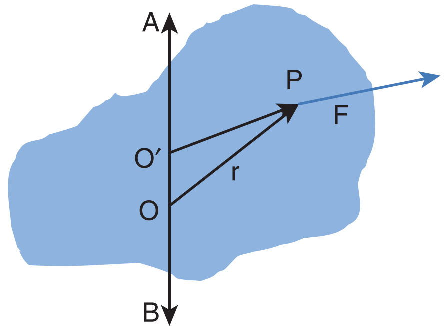
OC யைப் பொருத்து திருப்பு விசை சுழி (OC யினை F ஆனது வெட்டிச் செல்கிறது).

AB யைப் பொருத்து திருப்பு விசை சுழி (AB க்கு F இணையாகிறது).

GH யைப் பொருத்து திருப்பு விசை(OC) X F (GH திசையில் அமையும்.)

ஓர் அச்சைப் பற்றிய விசையின் திருப்பு விசை ஆதிப்புள்ளியை அந்த அச்சிலேயே தேர்ந்தெடுத்தால் ஆதியை தேர்ந்தெடுப்பதை சார்ந்திராமல், அமையும். இதனை கீழ்க்கண்டவாறு காணலாம்.

திண்மப் பொருளொன்றில் உள்ள AB என்ற சுழற்சி அச்சில் உள்ள O என்ற ஆதிப்புள்ளியை எடுத்துக்கொள்வோம். புள்ளி P யின் மீது விசை F செயல்படுவதை படத்தில் காட்டியுள்ளவாறு கருதுவோம். இப்போது அச்சில் ஏதேனும் ஒரு இடத்தில் மற்றொரு புள்ளி O' ஐ படத்தில் காட்டியுள்ளவாறு, தேர்வு செய்ய வேண்டும்.



படம் 5.10 ஆதிப் புள்ளியைச் சார்ந்திராத சுழலும் பொருளின் அச்சைப்பொருத்து திருப்புவிசை

படத்தில் காட்டியுள்ளவாறு மரச்செக்கில் திருப்பு விசையின் திசையைக் கண்டுபிடிக்கவும்

O' யைப் பொருத்த விசையின் திருப்பு விசை,

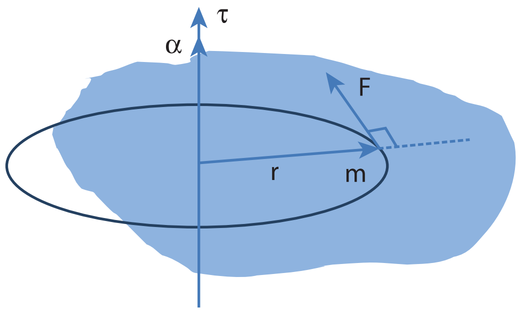
$$\overrightarrow{O'P} \times \vec{F} = \left(\overrightarrow{O'O} + \overrightarrow{OP}\right) \times \vec{F}$$
$$= \left(\overrightarrow{O'O} \times \vec{F}\right) + \left(\overrightarrow{OP} \times \vec{F}\right)$$

$\overrightarrow{O'O} \times \vec{F}$ என்பது $\overrightarrow{O'O}$ க்கு செங்குத்தாக இருப்பதால், இப்பகுதியானது AB வழியாக எந்த கூறையும் பெற்றிருப்பதில்லை. எனவே, $\overrightarrow{O'P} \times \vec{F}, \overrightarrow{OP} \times \vec{F}$ ஆகியவை AB வழியாக சம கூறினைப் பெற்றிருக்கும்.

5.2.3 திருப்பு விசை மற்றும் கோண முடுக்கம் (Torque and Angular Acceleration)

நிலையான அச்சைப் பொருத்து சுழலும் திண்மப் பொருளைக் கருதுக. ஒரு புள்ளி நிறை m ஆனது படத்தில் காட்டியுள்ளவாறு நிலையான அச்சைப் பொருத்து வட்ட இயக்கத்தை மேற்கொள்கிறது. தொடுவியல் விசை $\vec{F}$ ஆனது புள்ளி நிறையை சுழலச் செய்ய தேவையான திருப்பு விசையை அளிக்கிறது. இந்த தொடுவிசை $\vec{F}$ ஆனது புள்ளி நிறையின் நிலை வெக்டருக்கு செங்குத்தாக செயல்படுகிறது.

இது புள்ளி நிறை m இன் மீது உருவாக்கும் திருப்பு விசையானது



படம் 5.11 திருப்பு விசை மற்றும் கோண முடுக்கம்

$$\tau = rF\sin 90 = rF \qquad [\because \sin 90 = 1]$$
$$\tau = r\,ma \qquad [\because (F = ma)]$$
$$\tau = r\,m\,r\alpha = mr^2\alpha \qquad [\because (a = r\alpha)]$$
$$\tau = \left(mr^2\right)\alpha \qquad (5.14)$$

இவ்விசையானது நிலை வெக்டர் $\vec{r}$ க்கு செங்குத்தாக புள்ளி நிறையின் மீது செயல்படுகிறது. அச்சைப்பொருத்து புள்ளி நிறையின் மீது செயல்படும் திருப்பு விசையானது அந்த அச்சைப்பொருத்து புள்ளிநிறையின் மீது கோண முடுக்கம், α வை உருவாக்குகிறது.

வெக்டர் வடிவில்

$$\vec{\tau} = \left(mr^2\right)\vec{\alpha} \qquad (5.15)$$

τ மற்றும் α இவற்றின் திசையானது சுழலும் அச்சின் வழியாகவே அமையும். τ இன் திசையில் α அமைந்தால், இது கோண முடுக்கத்தை ஏற்படுத்தும். மாறாக, τ ன் திசை α வுக்கு எதிராக அமைந்தால் கோண எதிர்முடுக்கத்தை உருவாக்கும். சமன்பாடுகள் 5.14 மற்றும் 5.15 இல் உள்ள கோவை "mr^2" புள்ளி நிறையின் நிலைமத்திருப்புத் திறன் என்று அழைக்கப்படுகிறது. திண்மப் பொருளானது புள்ளி நிறையைப் போன்ற பல துகள்களால் ஆக்கப்பட்டள்ளது. எனவே, அப்பொருளின் நிலைமத் திருப்புத்திறன் என்பது அப்பொருள் உள்ளடக்கிய தனித்தனியான எல்லா புள்ளி நிறைகளின் நிலைமத் திருப்புத் திறன்களின் கூடுதல் $\left(I = \sum m_i r_i^2\right)$ ஆகும். எனவே, திருப்பு விசையின் சமன்பாடு

$$\vec{\tau} = \left(\sum m_i r_i^2\right)\vec{\alpha} \qquad (5.16)$$
$$\vec{\tau} = I\vec{\alpha} \qquad (5.17)$$

வெவ்வேறான வடிவம் கொண்ட பொருட்களின் நிலைமத்திருப்புதிறன் மற்றும் அதன் முக்கியத்துவத்தை மேலும் பிரிவு 5.4 இல் பயிலலாம்.

5.2.4 கோணஉந்தம்

சுழற்சி இயக்கத்தில் கோணஉந்தம் என்பது இடம்பெயர்வு இயக்கத்தில் உள்ள நேர்கோட்டு உந்தத்திற்கு இணையான ஒரு இயற்பியல் அளவு. நேர்கோட்டு உந்தத்தின் திருப்புத்திறனாது புள்ளிநிறையின் கோணஉந்தம் என வரையறுக்கப்படுகிறது மாறாக, ஒரு புள்ளி அல்லது அச்சிலிருந்து $\vec{r}$ நிலையில் உள்ள ஒரு புள்ளி நிறையின் நேர்கோட்டு உந்தம் $\vec{p}$ எனில்,

அதன் கோண உந்தம் $\vec{L}$ –ஐ கணிதவியலின்படி பின்வருமாறு எழுதலாம்.

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} \quad (5.18)$$

கோண உந்தத்தின் எண்மதிப்பு

$$L = r p \sin\theta \quad (5.19)$$

இங்கு θ என்பது $\vec{r}$ க்கும் $\vec{p}$ க்கும், இடைப்பட்ட கோணம். கோண உந்தம் $\vec{L}$ ஆனது $\vec{r}$ மற்றும் $\vec{p}$ இருக்கும் தளத்திற்கு செங்குத்தான தளத்தில் அமையும். திருப்பு விசையை முந்தைய நிகழ்வுகளில் எழுதியது போன்றே இங்கும் sinθ வை $\vec{r}$ அல்லது $\vec{p}$ யோடு சேர்ந்து எழுத முடியும்.

$$L = r\left(p\sin\theta\right) = r\left(p\perp\right) \quad (5.20)$$

$$L = \left(r\sin\theta\right)p = \left(r\perp\right)p \quad (5.21)$$

இங்கு, $p\perp$ என்பது r க்கு செங்குத்தான நேர்கோட்டு உந்தத்தின் கூறு, அதைப்போன்ற $r\perp$ என்பது p க்கு செங்குத்தான நிலைவெக்டரின் கூறு.

நேர்க்கோட்டு உந்தம் சுழியாகும் போதோ $(p = 0)$ அல்லது துகளானது ஆதிப்புள்ளியில் $\left(\vec{r} = 0\right)$ உள்ளபோதோ அல்லது $\vec{r}$ மற்றும் $\vec{p}$ இணையான திசையிலோ, எதிரெதிரான திசையிலோ அமைந்திருக்கும் $(\theta = 0°$ or $180°)$ போதோ கோண உந்தம் சுழி $(L = 0)$ ஆகும்.

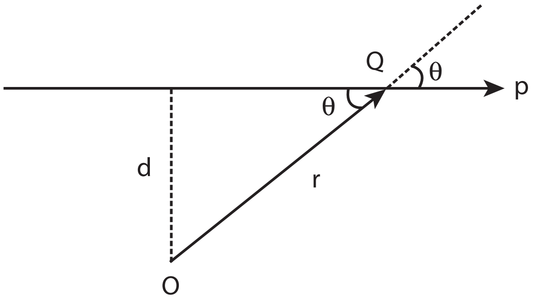
கோண உந்தம் சுழற்சி இயக்கத்திற்கு மட்டும் தொடர்புடையது என தவறுதலாக புரிந்து கொள்ளக் கூடாது. இது உண்மையல்ல. கோண உந்தமானது நேர்கோட்டு இயக்கத்திற்கும் தொடர்புடையது. இதனை கீழ்க்கண்ட எடுத்துக்காட்டிலிருந்து அறிந்து கொள்ளலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 5.11

m நிறை கொண்ட துகளானது v என்ற மாறாத திசை வேகத்துடன் இயங்குகிறது. ஏதேனும் ஒரு புள்ளியைப் பொருத்து இயக்கம் முழுவதிலும் இதன் கோண உந்தம் மாறாதது எனக் காட்டுக.

தீர்வு

m நிறை கொண்ட Q துகளானது மாறா திசைவேகம் $\vec{v}$ யுடன் செல்வதாக கொள்வோம்.



மாறா திசைவேகம் என்பதால் துகளின் பாதை நேர்க்கோட்டு பாதையாக அமையும். அதன் உந்தமும் $(\vec{p} = m\vec{v})$ அதே பாதையில் நேர்கோட்டில் அமையும். அப்பாதையிலிருந்து செங்குத்து தொலைவில் (d) ஆதிப்புள்ளி O வை எடுத்துக் கொள்வோம். ஒரு குறிப்பிட்ட கணத்தில் Q என்ற புள்ளியில் அமைந்த துகளின் நிலை வெக்டர் $\overrightarrow{OQ} = \vec{r}$ என்க. ஒரு குறிப்பிட்ட கணத்தில் $\vec{r}$ க்கும் $\vec{p}$ க்கும் இடைப்பட்ட கோணம் θ என்க எனவே அக்கணத்தில் கோண உந்தத்தின் எண்மதிப்பு

$$L = OQ\,p\sin\theta = OQ\,mv\sin\theta = mv\left(OQ\sin\theta\right)$$

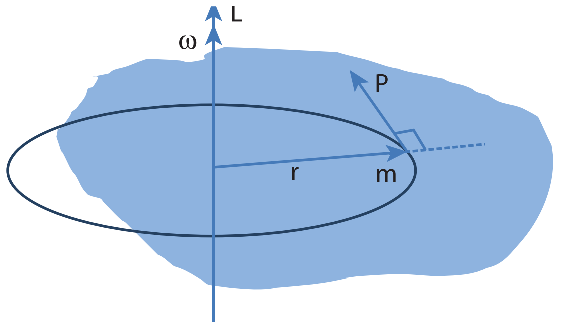
இங்கு $\left(OQ\sin\theta\right)$ என்பது ஆதிப்புள்ளிக்கும் பொருள் செல்லும் திசைக்கும் உள்ள செங்குத்துத் தொலைவு ஆகும். எனவே, துகள் Q வின் ஆதியைப்பொறுத்த கோண உந்தம்

$$L = mvd$$

மேற்கண்ட கோண உந்தத்தின் சமன்பாடு கோணம் θ வை பெற்றிருப்பதில்லை. நேர்கோட்டு உந்தம் p (p = m v) மற்றும் செங்குத்து தொலைவு d இரண்டும் மாறிலிகள். ஆதலால், துகளின் கோண உந்தமும் மாறாது. எனவே கோண உந்தமானது நேர்கோட்டு இயக்கத்தில் உள்ள பொருட்களோடும் தொடர்புடையது. பொருள் செல்லும் நேர்க்கோட்டு திசை, ஒருவேளை ஆதிப்புள்ளி வழியாகச் சென்றால் கோண உந்தம் சுழியாகவும், அது மாறாததாகவும் இருக்கும்.

5.2.5 கோணஉந்தம் மற்றும் கோணத்திசைவேகம்

திண்மப் பொருள் ஒன்று நிலையான அச்சைப் பற்றி சுழல்கிறது. ஒரு புள்ளி நிறை m ஆனது படம் 5.12 இல் காட்டியுள்ளவாறு வட்ட இயக்கத்தை மேற்கொள்கிறது.



படம் 5.12 கோணஉந்தம் மற்றும் கோணதிசைவேகம்

சுழலும் அச்சிலிருந்து r தொலைவில் புள்ளிநிறை m அமைந்துள்ளது. வட்டப்பாதையில் எந்தவொரு கணத்திலும் நேர்கோட்டு உந்தமானது வட்டப்பதையின் தொடுகோட்டு திசையில் இருக்கும். கோண உந்தம் $\vec{L}$ ஆனது $\vec{r}$ மற்றும் $\vec{p}$–க்கு வட்டப்பதையின் செங்குத்தாக இருக்கும். எனவே கோண உந்தம் சுழலும் அச்சின் திசையில் அமையும். இந்நிகழ்வில் θ என்பது $\vec{r}$ கும் $\vec{p}$ க்கும் இடைப்பட்ட கோணம். கோண உந்தம் (L) இன் எண் மதிப்பு $\theta = 90°$ எனும்போது

$$L = r\,mv\sin 90^{\circ} = r\,mv$$

இங்கு, v என்பது நேர்கோட்டு திசைவேகம். வட்ட இயக்கத்தில் கோண திசை வேகத்திற்கும் ω, நேர்க்கோடு திசை வேகத்திற்குமான தொடர்பு $v = r\omega$.

$$L = rmr\omega$$

$$L = \left(mr^2\right)\omega \qquad (5.22)$$

L மற்றும் ω ஆகியவற்றின் திசை சுழலும் அச்சின் திசையிலேயே இருக்கும். மேற்கண்ட சமன்பாட்டின் வெக்டர் வடிவம்,

$$\vec{L} = \left(mr^2\right)\vec{\omega} \qquad (5.23)$$

முன்னர் விவாதித்தது போல சமன்பாடு 5.22 மற்றும் 5.23 இல் கோவை உறுப்பு mr^2 ஆனது புள்ளி நிறையின் நிலைமத் திருப்புத்திறன் ஆகும். திண்மப் பொருளானது புள்ளி நிறைப்போன்ற பல துகள்களினால் உருவாக்கப்பட்டுள்ளது. எனவே திண்மப் பொருளின் நிலைம திருப்புத்திறன் என்பது அப்புள்ளி நிறைகளின் நிலைமத் திருப்புதிறனின் கூட்டுத் தொகை $\left(I = \sum m_i r_i^2\right)$ ஆகும். எனவே, பொருளின் கோணஉந்தமானது,

$$\vec{L} = \left(\sum m_i r_i^2\right)\vec{\omega} \qquad (5.24)$$

$$\vec{L} = I\vec{\omega} \qquad (5.25)$$

பிரிவு 5.4 ல் நிலைமத் திருப்புதிறன் பற்றி தெளிவாக பயிலலாம்.

5.2.6 திருப்பு விசை மற்றும் கோண உந்தம்

திண்மத் பொருளின் கோண உந்தம் எண்ணளவில் $L = I\omega$ மற்றும் திண்மப் பொருளின் திருப்பு விசை $\tau = I\alpha$.

மேலும் திருப்புவிசையின் சமன்பாட்டை பின்வருமாறு எழுதலாம்.

$$\tau = I\frac{d\omega}{dt} \quad \because \left(\alpha = \frac{d\omega}{dt}\right) \qquad (5.26)$$

இங்கு ω என்பது கோணத் திசைவேகம்.

$$\tau = \frac{d(I\omega)}{dt}$$

$$\tau = \frac{dL}{dt} \qquad (5.27)$$

மேற்கண்ட சமன்பாட்டின் மூலம் நாம் காண்பது புற திருப்பு விசையானது திண்மப்பொருள்களின் மீது நிலையான அச்சைப்பொருத்து கோண உந்த மாறுபட்டு வீதத்தை அதனுள் ஏற்படுத்தும். இது சுழற்சி பற்றிய நியூட்டனின் இரண்டாவது விதியாகும். மேலும் இச்சமன்பாடானது நேர்க்கோட்டு இயக்கத்தின் சமன்பாடான $F = \frac{dp}{dt}$ வடிவத்தை ஒத்துள்ளது.

கோண உந்த மாறா விதி (Conservation of angular momentum)

சமன்பாடு 5.27 லிருந்து, புறத்திருப்புவிசையானது திண்மப் பொருட்களின் மீது செயல்படும் போது கோண உந்த மாறுபாட்டை ஏற்படுத்தும் என்பதை அறிகிறோம்.

$$\tau = 0 \text{ எனில் } \frac{dL}{dt} = 0; L = \text{மாறிலி.}$$

மேற்கண்ட சமன்பாடு கோணஉந்த மாறாவிதியைக் குறிக்கிறது. இதனைப் பற்றி பகுதி 5.5 இல் மேலும் பயிலலாம்.

5.3 திண்மப் பொருட்களின் சமநிலை (EQUILIBRIUM OF RIGID BODIES)

ஒரு பொருளானது மேசையின் மீது இயக்கமின்றி ஓய்வு நிலையில் உள்ளபோது பொருளின் மீது எந்த விசையும் செயல்படவில்லை என்கிறோம். உண்மையில் புவியீர்ப்பு விசையானது பொருளின் மீது கீழ்நோக்கியும் மேசையானது பொருளின் மீது ஏற்படுத்தும் எதிர்விசையானது மேல் நோக்கியும் அமைந்திருக்கும்.இவ்விரு விசைகள் ஒன்றை ஒன்று சமன் செய்து கொள்கின்றன. எனவே, பொருளின் மீது நிகர விசை செயல்படவில்லை. பொருளின் மீது விசை செயல்படவில்லை என்பதற்கும், நிகர விசை செயல்பட வில்லை என்பதற்கும் அதிக வேறுபாடு உள்ளது. மேற்கூறிய விவாதமானது திருப்புத்திறன் அல்லது திருப்பு விசையின் அடிப்படையில் அமைந்த சுழற்சி இயங்கத்திற்கும் பொருந்தும்.

திண்மப் பொருளின் நேர்கோட்டு உந்தம் மற்றும் கோண உந்தம் மாறிலியாக இருந்தால் அப்பொருளானது எந்திரவியல் சமநிலையில் உள்ளது எனலாம்.

ஒரு பொருளின் நேர்க்கோட்டு உந்தம் மாறிலி எனில், அப்பொருளின் மீது செயல்படும் நிகரவிசை சுழியாகும்.

$$\vec{F}_{net} = 0 \quad (5.28)$$

இந்நிபந்தனையின் படி பொருளானது இடப்பெயர்வில் சமநிலையில் உள்ளது. இதன்படி, பொருளின் மீது வெவ்வெறான திசைகளில் செயல்படும் $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3 \ldots$ என்ற விசைகளின் வெக்டர் கூடுதல் சுழியாகிறது.

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \cdots + \vec{F}_n = 0 \quad (5.29)$$

பொருளின் மீது $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3 \ldots$ என்ற விசைகள் வெவ்வேறான திசைகளில் செயல்படுகின்றன எனில் அவற்றின் விளைவை முறையே கிடைத்தள மற்றும் செங்குத்து கூறுகளின் மூலம் தீர்வு காணலாம். இந்நிகழ்வில் கிடைத்தளச் சமநிலைக்கோ செங்குத்து சமநிலைக்கோ சாத்தியம் உள்ளது.

இதேபோல் கோண உந்தம் மாறிலியாக உள்ள போது பொருளின் மீதான நிகர திருப்பு விசை சுழியாகும்.

$$\vec{\tau}_{net} = 0 \quad (5.30)$$

இந்நிபந்தனையின் படி பொருளானது சுழற்சி சமநிலையில் உள்ளது. சுழற்சிச் சமநிலையில் வெவ்வேறான சுழற்சியை உருவாக்கும் திருப்பு விசைகள் $\vec{\tau}_1, \vec{\tau}_2, \vec{\tau}_3 \ldots$ ஆகியவற்றின் வெக்டர் கூடுதல் சுழியாகிறது.

$$\vec{\tau}_1 + \vec{\tau}_2 + \vec{\tau}_3 + \cdots + \vec{\tau}_n = 0 \quad (5.31)$$

மேலும் ஒரு திண்மப்பொருளின் மீது நிகர விசையும், நிகர திருப்பு விசையும் சுழியாக இருந்தால் அத்திண்மப் பொருள் எந்திரவியல் சமநிலையில் உள்ளது என கூறலாம்.

$$\vec{F}_{net} = 0 \text{ மற்றும் } \vec{\tau}_{net} = 0 \quad (5.32)$$

விசைகளும், திருப்பு விசைகளும் வெக்டர் அளவு என்பதால் இதன் திசைகளை தக்க குறியீடுகளுடன் பயன்படுத்த வேண்டும்.

5.3.1 சமநிலையின் வகைகள்

மேற்கண்ட விவாதத்தின்படி, வெவ்வேறான நிபந்தனைகளின் அடிப்படையில் வெவ்வேறு வகையான சமநிலைகளுக்கு வாய்ப்புள்ளது என்ற முடிவுக்கு வரலாம். இவை அட்டவணை 5.2 இல் தொகுக்கப்பட்டுள்ளன.

எடுத்துக்காட்டு 5.12

28 kg நிறையும் 10 m நீளமும் கொண்ட சீரான மரத்துண்டை அருண் மற்றும் பாபு சுமந்து செல்கின்றனர். மரத்துண்டின் முனைகளிலிருந்து இவர்கள் முறையே 1 m மற்றும் 2 m தொலைவில் பிடித்துள்ளனர். இவர்களில் யார் மரத்துண்டின் எடையை அதிகம் தாங்கிச் செல்கின்றார்.

தீர்வு

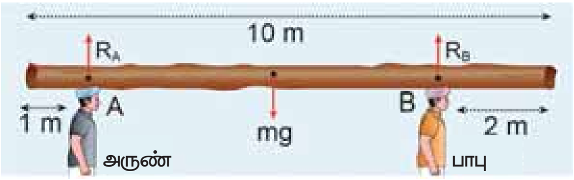
மரத்துண்டானது இயந்திரவியல் சமநிலையில் உள்ளது எனக் கொள்க. அதன்படி மரத்துண்டின் மீது நிகர விசை மற்றும் நிகர திருப்பு விசையின் மதிப்பு சுழி. புவி ஈர்ப்பு விசையானது மரத்துண்டின் நிறைமையத்தில் கீழ் நோக்கி செயல்படும். அருண் மற்றும் பாபு முறையே A மற்றும் B புள்ளிகளில் செலுத்தும் R_A ,R_B என்ற செங்குத்து விசைகள் கீழ்நோக்கிய புவியீர்ப்பு விசையை சமன் செய்கிறது.

மரத்துண்டின் மொத்த எடை , W = mg = 28 x 10 = 280 N, ஆனது இருவராலும் தாங்கப்படுகிறது. மீள் செயல் விசையை இருவரும் தனித்தனியே அளிக்கின்றனர். மரத்துண்டின் மீது செயல்படும் அனைத்து விசைகளையும் தனித்த பொருளின் விசைப்படம் மூலம் காணலாம்.

அட்டவணை 5.2 பல்வேறு வகையான சமநிலைகளும் அதற்கான நிபந்தனைகளும்

சமநிலையின் வகைகள்	நிபந்தனைகள்
இடப்பெயர்வு சமநிலை	■ நேர்கோட்டு உந்தம் மாறிலியாகும். ■ நிகர விசை சுழி
சுழற்சி சமநிலை	■ கோண உந்தம் மாறிலி ■ நிகர திருப்பு விசை சுழி
ஓய்வுச் சமநிலை	■ நேர்கோட்டு மற்றும் கோண உந்தங்களின் மதிப்பு சுழி ■ நிகரவிசை மற்றும் நிகரத் திருப்புவிசை சுழி
இயக்கச் சமநிலை	■ நேர்கோட்டு மற்றும் கோண உந்தங்கள் மாறிலி ■ நிகர விசை மற்றும் நிகரத் திருப்பு விசைகள் சுழி.
உறுதிச் சமநிலை	■ நேர்கோட்டு மற்றும் கோண உந்தங்களின் மதிப்பு சுழி ■ பொருளானது அதன் நிலையில் சிறிய மாற்றம் செய்யும் போது மீண்டும் சமநிலைக்கு வர முயற்சிக்கும். ■ சமநிலையில் ஏற்படும் மாற்றத்தினால் பொருளின் நிறைமையத்தின் நிலையானது சற்றே உயரும். ■ பொருள் சமநிலையில் இருக்கும்போது, அதன் நிலை ஆற்றல் சிறுமமாக இருக்கும். சமநிலையில் இருந்து மாறும்போது அதன் நிலை ஆற்றல் சற்றே உயரும்.
உறுதியற்றச் சமநிலை	■ நேர்கோட்டு மற்றும் கோண உந்தங்கள் சுழி. ■ பொருளானது சமநிலையிலிந்து சற்றே மாற்றம் செய்து விடப்படும் போது மீண்டும் சமநிலைக்குத் திரும்ப வராது. ■ பொருளின் நிறைமையமானது சமநிலையிலிருந்து சற்று கீழ்புறமாக நகர்ந்து அமையும். ■ நிலை ஆற்றலானது சிறுமமாக இருக்காது. மேலும் சமநிலையில் மாற்றம் அடையும்போது, நிலை ஆற்றல் குறைகிறது.
நடுநிலை சமநிலை	■ நேர்கோட்டு உந்தமும் மற்றும் கோண உந்தமும் சுழி. ■ பொருளின் நிலையில் மாற்றம் செய்து விடப்படும் போதும் சமநிலையிலேயே இருக்கும். ■ பொருளின் நிலையில் சிறிய மாற்றம் செய்யும்போது நிறை மையத்தின் நிலை உயரவோ தாழவோ செய்யாது. ■ பொருளின் நிலையில் சிறிய மாறுபாடு ஏற்படும் போதும் நிலை ஆற்றல் மாற்றம் அடையாது.

இடப்பெயர்வு சமநிலையின் படி :



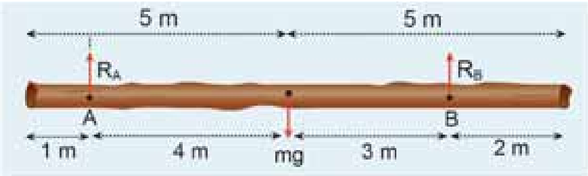
மரத்துண்டின் மீது செயல்படும் நிகர விசை சுழியாகிறது

$$R_A + (-mg) + R_B = 0$$

இங்கு, R_A மற்றும் R_B விசைகள் மேல்நோக்கிய நேர் குறியிலும். ஈர்ப்பியல் ஈர்ப்பு விசை (அல்லது எடை) கீழ்நோக்கி எதிர்குறியிலும் செயல்படுகிறது.

$$R_A + R_B = mg$$

சுழற்சி சமநிலையின் படி:



மரத்துண்டின் மீது செயல்படும் நிகர திருப்பு விசையின் மதிப்பு சுழியாகிறது. விசைகள் தொலைவிற்கு செங்குத்து என்பதால்,

$$(0R_A) + (-4mg) + (7R_B) = 0.$$

இங்கு, எதிர்வினை R_A ஆனது தாங்கும் புள்ளி A யிலேயே செயல்படுவதால் A யைப் பொருத்து R_A யின் திருப்புவிசை சுழியாகும். ஆனால் எடை mg யானது A யைப் பொருத்து கடிகார திசையிலும், எதிர்வினை R_B ஆனது A யைப் பொருத்து எதிர் கடிகார திசையிலும் திருப்பு விசைகளை ஏற்படுத்தும்.

$$7R_B = 4mg$$

$$R_B = \frac{4}{7} mg$$

$$R_B = \frac{4}{7} \times 28 \times 10 = 160 \text{ N}$$

R_B யின் மதிப்பை பிரதியிட ,

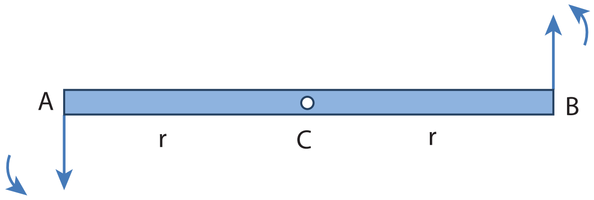
$R_A = mg - R_B$

$R_A = 28 \text{ X} 10 - 160 = 280 - 160 = 120 \text{ N}$

R_B ஆனது R_A ஐ விட அதிகமாக இருப்பதால், பாபு அருணைவிட அதிக எடையை சுமக்கிறார்.

5.3.2 இரட்டை (Couple)

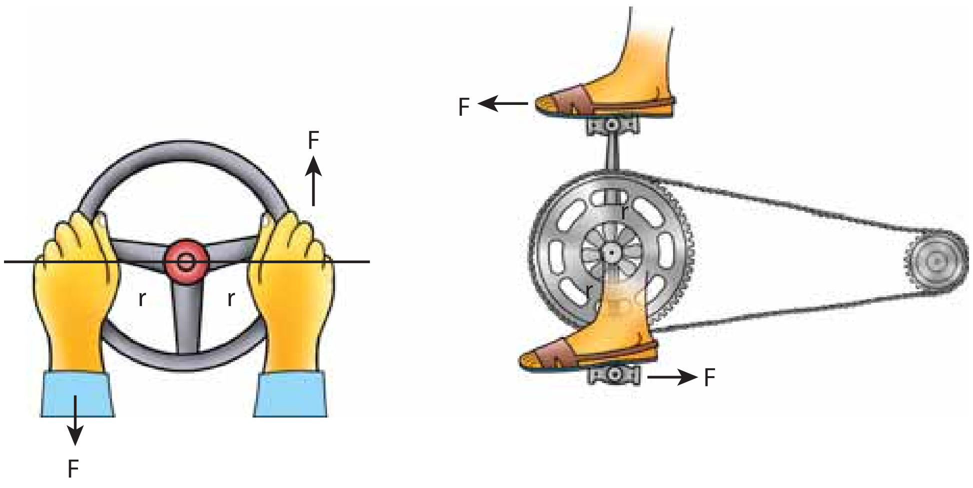
AB என்ற சீரான மெல்லியக் கம்பியை கருதுக, இதன் நிறைமையம் மையப்புள்ளி C யில் அமைந்து உள்ளது. கம்பியின் இரு முனைகள் A, B யில் சமமான எதிரெதிரான விசைகள் முறையே கம்பிக்கு செங்குத்தாக 2r இடைவெளியில் செயல்படுகிறது. படம் 5.13 இல் காட்டியுள்ளவாறு இவ்விரு விசைகளும் செயல்படுகிறது.



படம் 5.13 இரட்டை

இரு சமமான விசைகள் எதிரெதிர் திசையில் செயல்பட்டு ஒன்றை ஒன்று சமன் செய்வதால் கம்பியின் மீதான நிகர விசை சுழியாகும். இப்பொழுது கம்பியானது இடப்பெயர்வு சமநிலையில் உள்ளது ஆனால் சுழற்சி சமநிலையில் இல்லை. எப்படி சுழற்சி சமநிலையில் இல்லை என்பதைக் காண்போம். கம்பியின் முனை A யில் செயல்படும் விசையின் திருப்புத்திறன் மையப்புள்ளி C யைப் பொருத்து எதிர் கடிகாரச் சுற்று (இடஞ்சுழி) திசையில் சுழற்சியை ஏற்படுத்தும். இதே போன்று கம்பியின் மறுமுனை B–ல் செயல்படும் விசையின் திருப்புத் திறனானது எதிர் கடிகாரச் சுற்று (இடஞ்சுழி) திசையிலே சுழற்சியை உருவாக்குகிறது. இவ்விரு விசையின் திருப்புத்திறன்களானது கம்பியின் மீது ஒரே மாதிரியான சுழற்சியை உணரச் செய்கிறது. எனவே, கம்பியானது இடப்பெயர்வு சமநிலையில் உள்ள போதும், சுழற்சி இயக்கத்திற்கு அல்லது திருப்பு விளைவிற்கு உள்ளாகிறது.

ஒரே நேர்கோட்டில் அமையாத, செங்குத்துத் தொலைவில் பிரிக்கப்பட்டுள்ள இரு சமமான



படம் 5.14 இரட்டை

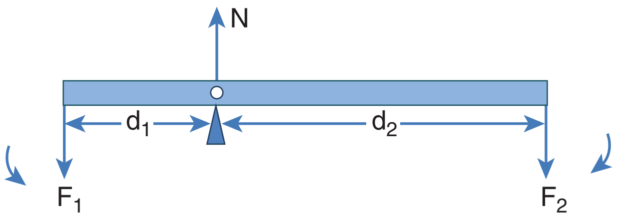
எதிரெதிர் விசைகள் ஏற்படுத்தும் திருப்பு விளைவு இரட்டையின் திருப்புத்திறன் எனப்படும். அன்றாட வாழ்வில் நாம் காணும் பல செயல்களில் இரட்டையின் திருப்புத்திறனை படம் 5.14 இல் காணலாம்.

குறிப்பு

சில நிகழ்வுகளில் இவ்விரு விசைகள் ஒன்றையொன்று சமன் செய்யாது. இரு விசைகள் ஒத்த விசைகளாக இல்லாமல் எதிரெதிர் திசையில் இல்லாமலும் இருப்பின், பொருளானது நேர்கோட்டு இயக்கம் மற்றும் சுழற்சி இயக்கம் இரண்டையும் பெற்றிருக்கும்.

5.3.3 திருப்புத் திறன்களின் தத்துவம்

மெல்லிய, புறக்கணிக்கத்தக்க (negligible) நிறையுள்ள கம்பித் துண்டு, நீளத்தின் வழியாக சுழலியக்க மையத்தில்பொருத்தப்பட்டுள்ளது. F_1 மற்றும் F_2 என்னும் இரு விசைகளானது d_1 மற்றும் d_2 தொலைவுகளில் கம்பியின் முனைகளில் செயல்படுவது படம் 5.15 இல் காட்டப்பட்டுள்ளது. F_1 மற்றும் F_2 என்ற இரு விசைகள் தாங்கு மையத்திலிருந்து d_1 மற்றும் d_2 தொலைவுகளில் செயல்படுவதனால் படத்தில் காட்டியுள்ளவாறு செங்குத்து எதிர்வினை N நிறை சுழலியக்க மையத்தில் செயல்படுகிறது. கம்பியானது கிடைத்தள நிலையில் ஓய்வாக இருப்பதற்கு அது நேர்கோட்டு மற்றும் சுழற்சி சமநிலையில் இருக்க வேண்டும். எனவே, நிகர விசை மற்றும் நிகர திருப்பு விசை இரண்டும் சுழியாகும்.



படம் 5.15 திருப்புத்திறன்களின் தத்துவம்

சுழலியக்க மையத்தை பற்றிய நிகர விசை சுழியானால், $-F_1 + N - F_2 = 0$

$$N = F_1 + F_2$$

நிகர திருப்புவிசை சுழியாவதற்கு, $d_1F_1 - d_2F_2 = 0$

$$d_1F_1 = d_2F_2 \qquad (5.33)$$

இத்தத்துவத்தைக் கொண்டு கோல் தராசானது, $d_1 = d_2$; $F_1 = F_2$ என்ற நிபந்தனையின் படி பொருட்களின் நிறையை அளவிடுகிறது. சமன்பாடு 5.33 யை மாற்றி அமைக்க

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{d_2}{d_1} \qquad (5.34)$$

F_1 பளு எனவும், F_2 வை நமது முயற்சி எனவும் கருதினால், $d_1 < d_2$ என்ற நிபந்தனையில் நமக்கு

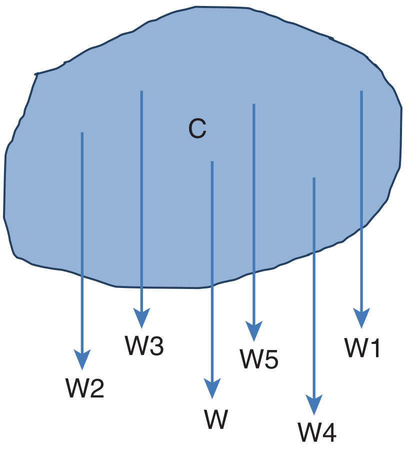
அனுகூலமாக அமையும். இது $F_1 > F_2$ என்பதைக் குறிக்கிறது. எனவே, பெரிய பளுவைக் கூட சிறிய முயற்சியினால் உயர்த்த முடியும். தகவு $\left(\frac{d_2}{d_1}\right)$ எளிய நெம்புகோலின் இயந்திரலாபம் எனப்படும். சுழலியக்க மையப்புள்ளியை ஆதாரப்புள்ளி என்றும் அழைக்கலாம்.

$$\text{இயந்திர லாபம் (MA)} = \frac{d_2}{d_1} \quad (5.35)$$

மேற்காணும் தத்துவத்தின் படி பல எளிய இயந்திரங்கள் இயங்குகின்றன.

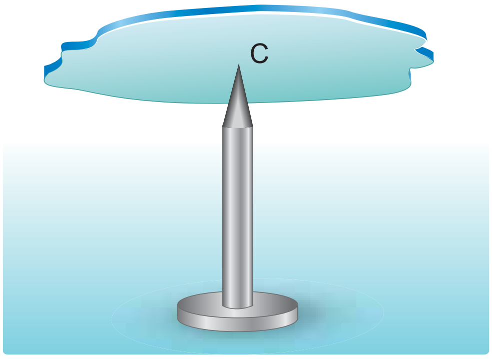
5.3.4 ஈர்ப்பு மையம்

திண்மப் பொருட்கள் அனைத்தும் பல புள்ளி நிறைகளால் ஆக்கப்பட்டுள்ளது. புள்ளி நிறைகள் அனைத்தும் புவியின் மையத்தை நோக்கிய ஈர்ப்பியல் விசையினை உணர்கிறது. நடைமுறை வாழ்வில் எந்தவொரு திண்மப் பொருளின் அளவை விட புவி மிக பெரியதாக இருப்பதால் இவ்விசைகள் அனைத்தும் கீழ்நோக்கி இணையாக செயல்படுவதாக நாம் கருதலாம். இது படம் 5.16 இல் காட்டப்பட்டுள்ளது.



படம் 5.16 ஈர்ப்பு மையம்

இந்த இணையான விசைகளின் தொகுபயன் விசை எப்பொழுதும் ஒரு புள்ளி வழியே செயல்படுகிறது. அப்புள்ளியே பொருளின் ஈர்ப்பு மையம் என்றழைக்கப்படுகிறது (புவியைப் பொருத்து). ஒரு பொருளின் நிலை மற்றும் திசையைக் கருதாத போது, அப்பொருளின் மொத்த எடையும் செயல்படுவதாகத் தோன்றும் புள்ளி அப்பொருளின் ஈர்ப்பு மையம் எனப்படும்.



படம் 5.17 மைய புள்ளியில் தாங்குதல் முறையில் மெல்லிய தளத்தின் ஈர்ப்பு மையத்தை கணக்கிடுதல்

சீரான புவியீர்ப்பு புலத்தில் ஒரு திண்மப்பொருளின் நிறைமையமும், ஈர்ப்பு மையமும் ஒரே புள்ளியில் அமையும். புவியீர்ப்பு புலத்தைப் பற்றி அலகு 6 இல் விளக்கப்பட்டுள்ளது.

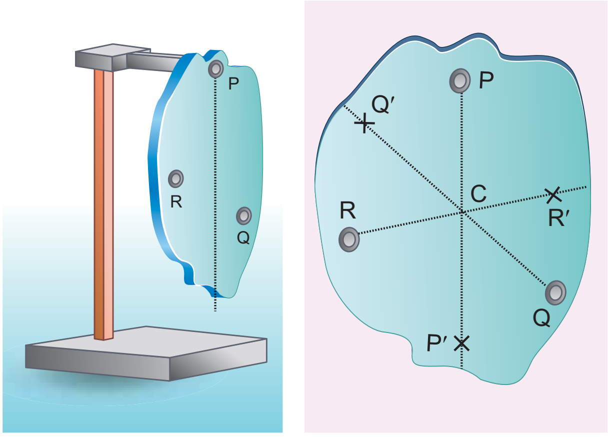
நாம் சீரான ஒழுங்கற்ற வடிவமுள்ள மெல்லிய தகட்டின் ஈர்ப்பு மையத்தைக் கூட வெவ்வேறான சுழலியக்க புள்ளிகளில் பொருத்திப்பார்த்து கண்டறியலாம்.

மெல்லிய பொருளானது கிடைக்கை நிலையில் இருக்கும்பொழுது, பொருளின் மொத்த எடையானது செயல்படும் புள்ளியான ஈர்ப்பு மையத்தில் சுழலியக்க புள்ளி அமைந்திருப்பதை படம் 5.17 இல் காணலாம். படம் 5.17ல் காட்டியுள்ளபடி நிகர ஈர்ப்பு விசைகள் செயல்படும் புள்ளியான ஈர்ப்பு மையத்தில், மெல்லிய பொருளானது நிலைநிறுத்தப்படும் போது கிடக்கையாகவே உள்ளது.

பொருளானது ஈர்ப்பு மையத்தில் நிறுத்தப்பட்டுள்ளபோது திண்மப் பொருளில் உள்ள எல்லா புள்ளி நிறைகளின் மீது செயல்படும் திருப்புவிசைகளின் தொகுபயன் சுழியாகும். மேலும் பொருளின் எடையானது சுழலியக்க புள்ளியில் செயல்படும் செங்குத்து விசையினால் சமன்செய்யப்படுகிறது. பொருளானது உறுதிச் சமநிலையில் கிடைக்கை நிலையிலேயே அமைந்திருக்கும்.

ஒழுங்கற்ற மெல்லிய பொருட்களின் ஈர்ப்பு மையத்தினை மற்றொரு முறையின் மூலமும் கண்டறியலாம். பொருளானது P, Q, R என்ற வெவ்வேறான புள்ளிகளில் படம் 5.18 இல்

காட்டியுள்ளவாறு தொங்கவிடப்படுகிறது எனில், PP′, QQ′, RR′ ஆகிய குத்துக் கோடுகள் அனைத்தும் ஈர்ப்பு மையம் வழியாக செல்கிறது. இங்கு பொருள் தொங்கவிடப்பட்ட புள்ளியில் செயல்படும் எதிர் விசையும் நிறைமையத்தின் மீது செயல்படும் புவியீர்ப்பு விசையும் ஒன்றை ஒன்று சமன் செய்கிறது. மேலும் இவற்றால் ஏற்படும் திருப்பு விசைகளும் குத்து கோடுகளின் மீது உள்ளபோது ஒன்றை ஒன்று சமன் செய்கிறது.

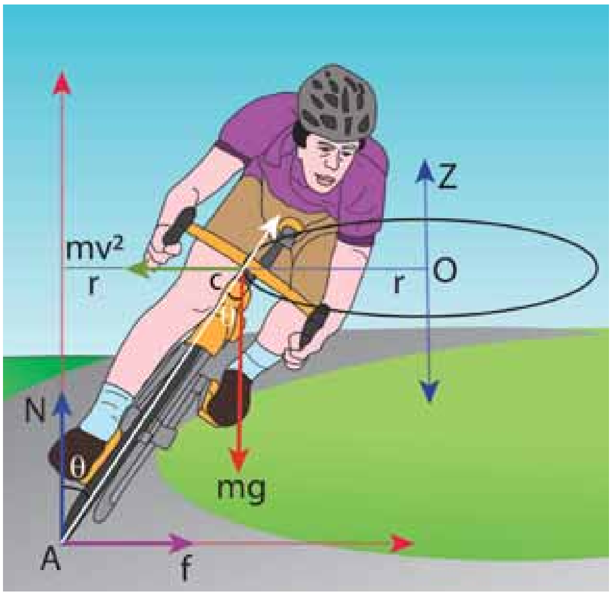


படம் 5.18 தொங்கவிடப்பட்ட மெல்லிய தகட்டின் ஈர்ப்பு மையத்தைக் கண்டுபிடித்தல்

35PQFZ

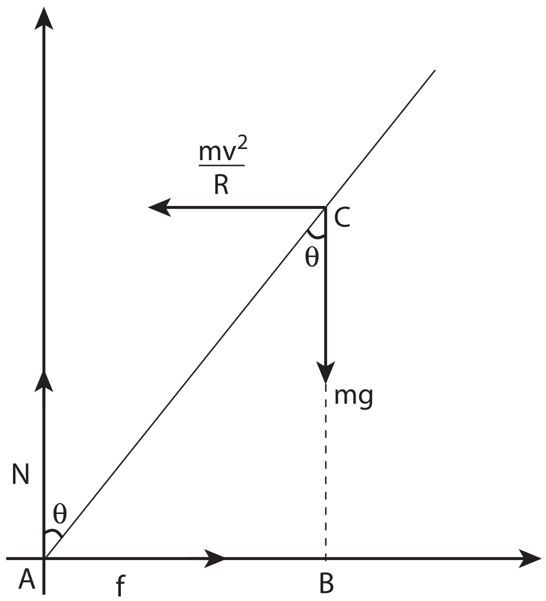
5.3.5 வட்டப்பாதையில் மிதிவண்டி ஒட்டுபவரின் சாய்வு இயக்கம்

மிதிவண்டி ஒட்டுபவர் சமநிலையில் r ஆரம் உள்ள வட்டப்பாதையில் (உயர்த்தப்படாத பாதையில்) v வேகத்துடன் செல்ல முயற்சிப்பதாகக் கருதுவோம். மிதிவண்டி மற்றும் ஒட்டுபவரையும் சேர்த்து m நிறை கொண்ட ஒரே அமைப்பாகக் (simple system) கருதுவோம். இவ்வமைப்பின் நிறைமையம் C மற்றும் இது O வை மையமாக கொண்டு r ஆரம் கொண்ட வட்டப் பாதையில் செல்கிறது. படம் 5.19 இல் காட்டியுள்ளவாறு OC யை X அச்சாகவும், O– வழியே செல்லும் செங்குத்துக் கோடு OZ–ஐ Z–அச்சாகவும் கொள்வோம்.



படம் 5.19 வட்டப்பாதையில் சைக்கிள் ஒட்டுபவரின் இயக்கம்

இவ்வமைப்பு (system) Z –அச்சை சுழல் அச்சாகக் கொண்டு, என்ற கோணத் திசைவேகத்தில் ω, $\left(\omega = \frac{v}{r}\right)$ Z அச்சைப் பொறுத்து சுழல்கிறது. இவ்வமைப்பானது சுழலும் குறிப்பாயத்தில் ஓய்வு நிலையில் உள்ளது. சுழலும் குறிப்பாயத்தைக் கொண்டு நாம் தீர்வுகளை காணும்போது அமைப்பின் மீது மையவிலக்கு விசை (போலி விசை) $\frac{mv^2}{r}$ செயல்படுவதாகக் கருதவேண்டும். இவ்விசையானது ஈர்ப்பு மையம் வழியாக செயல்படுகிறது. இவ்வமைப்பின் மீது செயல்படும் விசைகளாவன (i) புவியீர்ப்பு விசை mg (ii) செங்குத்து விசை N (iii) உராய்வு விசை f மற்றும் (iv) மைய விலக்கு விசை $\left(\frac{mv^2}{r}\right)$. சுழற்சி குறிப்பாயத்தில் அவ்வமைப்பானது சமநிலையில் இருக்க வேண்டுமானால் அதன் மீது செயல்படும் நிகர விசை மற்றும் நிகர திருப்பு விசையின் மதிப்பு சுழியாக வேண்டும். A என்ற புள்ளியைப் பொருத்து அனைத்து திருப்பு விசைகளும் செயல்படுவதாகக் கருதுவோம். அனைத்து திருப்பு விசைகளும் படம் 5.20 இல் காட்டப்பட்டுள்ளது எனக் கருதுக.



படம் 5.20 மிதிவண்டி ஓட்டுபவரின் மீது வளைவுப் பாதையில் செயல்படும் விசைகள்

சுழற்சி சமநிலையில்

$$\vec{\tau}_{net} = 0$$

புள்ளி A வைப் பொருத்து, புவிஈர்ப்பு விசை mg ஆல் ஏற்படும் திருப்பு விசை

= mg (AB) (கடிகார திசையில்)

மையநோக்கு விசையின் திருப்பு விசை

$= \frac{mv^2}{r}$ (BC) (எதிர் கடிகார திசையில்)

எதிர் கடிகார திசையை நேர்க்குறியாகவும், கடிகார திசையை எதிர்க்குறியாகவும் கொள்வது மரபு.

எனவே,

$$-mg\,AB + \frac{mv^2}{r}BC = 0$$

$$mg\,AB = \frac{mv^2}{r}BC$$

Δ ABC, AB = AC sinθ மற்றும் BC = AC cosθ

$$mg\,AC\,\sin\theta = \frac{mv^2}{r}AC\cos\theta$$

$$\tan\theta = \frac{v^2}{rg}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{v^2}{rg}\right) \qquad (5.36)$$

r ஆரம் கொண்ட சமமான வட்டப் பாதையில் v திசைவேகத்துடன் மிதிவண்டி ஓட்டுபவர் கடக்க முயற்சிக்கும்போது கீழே விழாமல் சமநிலையில் இருக்க θ கோணம் சாய்ந்த நிலையில் கடக்க வேண்டும்.

எடுத்துக்காட்டு 5.13

20 m s^{-1} என்ற திசைவேகத்துடன் வட்டப்பாதையில் மிதிவண்டி ஓட்டுபவர் செங்குத்து தளத்துடன் 30° கோணம் சாய்ந்த நிலையில் கடக்கிறார். வட்டப்பாதையின் ஆரம் என்ன?

(g = 10 m s^{-2} எனக் கொள்க)

தீர்வு:

மிதிவண்டி ஓட்டுபவரின் திசை வேகம், v = 20 m s^{-1}

குத்தச்சுடன் கோணம் θ = 30°

வட்டப்பாதையைக் கடக்க நிபந்தனை $\tan\theta = \frac{v^2}{rg}$

மேற்கண்ட சமன்பாட்டை மாற்றி அமைக்க ஆரம் $r = \frac{v^2}{\tan\theta\, g}$ ஐ பிரதியிட,

$$r = \frac{(20)^2}{(\tan 30^\circ)\times 10} = \frac{20\times 20}{(\tan 30^\circ)\times 10}$$

$$= \frac{400}{\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)\times 10}$$

$$r = \left(\sqrt{3}\right)\times 40 = 1.732\times 40$$

$$r = 69.28\,m$$

5.4 நிலைமத் திருப்புத்திறன் (MOMENT OF INERTIA)

திண்மப்பொருட்களின் இது பருப்பொருட்களாக கருதப்படுகிறது (Bulk object). திருப்புவிசை மற்றும் கோண உந்தத்தின் சமன்பாடுகளில் $\sum m_i r_i^2$ என்ற கோவையை (term) நாம் அறிந்துள்ளோம். இது மதிப்பு பருப்பொருளின் நிலைமத்திருப்புத்திறன்

என்று அழைக்கப்படுகிறது. m_i புள்ளி நிறையானது அச்சிலிருந்து r_i தொலைவில் உள்ள போது அதன் நிலைமத்திருப்புத்திறன் $m_i r_i^2$

புள்ளி நிறையின் நிலைமத்திருப்புத்திறன்

$$I = m_i r_i^2 \qquad (5.37)$$

பருப்பொருளின் நிலைமத்திருப்புத்திறன்

$$I = \sum m_i r_i^2 \qquad (5.38)$$

இடப்பெயர்வு இயக்கத்தில் நிறையை நிலைமத்தின் அளவாகவும், அதேபோல் சுழற்சி இயக்கத்தில் நிலைமதிருப்புத்திறனை சுழற்சியில் நிலைமமாகவும் நாம் கருதலாம். நிலைமத்திருப்புத்திறனின் அலகு *kg m²*. இதன் பரிமாண வாய்ப்பாடு ML^2. பொதுவாக, பருப்பொருளின் நிறையானது மாறாதது (கிட்டத்தட்ட ஒளியின் திசைவேகத்தில் பயணிக்கும் பொருட்களைத் தவிர்த்து) ஆனால், நிலைமத்திருப்புத்திறன் மதிப்பானது மாறக்கூடியதாகும். இது பொருளின் நிறையை மட்டுமல்லாது சுழலும் அச்சைப் பொருத்து நிறை பரவி இருக்கும் தன்மையையும் சார்ந்துள்ளது.

ஒரு பொருளில் சீராக பரவியுள்ள நிறையின் நிலைமைத்திருப்புத்திறனைக் கண்டறிய முதலில், நாம் பருப்பொருளின் மீநுண்நிறை (dm) யை ஒரு புள்ளி நிறையாகவும், அச்சைப்பொருத்து அதன் நிலையை (r) என்றும் கருதுவோம். அப்புள்ளி நிறையின் நிலைமத்திருப்புத்திறன்

$$dI = (dm)r^2 \qquad (5.39)$$

எனக் குறிக்கலாம். பருப்பொருளின் மொத்த நிலைமத்திருப்புத்திறனை மேற்கண்ட சமன்பாட்டை தொகையீடு செய்ய,

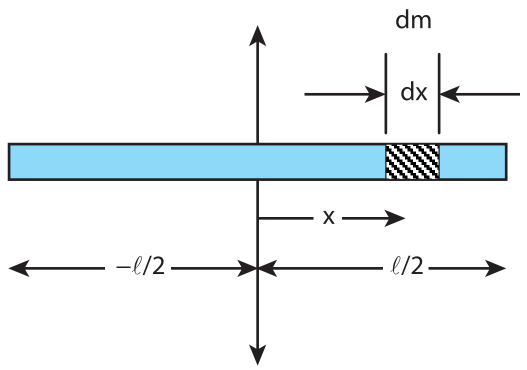
$$I = \int dI = \int (dm) r^2$$

$$I = \int r^2 dm \qquad (5.40)$$

மேற்காணும் சமன்பாட்டை பயன்படுத்தி பொதுவான வடிவங்களான உலோகத்தண்டு, வளையம், வட்டத்தட்டு போன்ற பருப்பொருட்களின் நிலைமத்திருப்புத்திறனை கண்டறியலாம்.

5.4.1 சீரான நிறை அடர்த்தி கொண்ட திண்மத் தண்டின் (uniform rod) நிலைமத்திருப்புத்திறன்

(M) நிறையும் (l) நீளமும் கொண்ட சீரான நிறை அடர்த்தி கொண்ட திண்மத் தண்டு படம் 5.21 இல் காட்டப்பட்டுள்ளது. அத்திண்மதண்டின் நிறைமையத்தின் வழியாகவும் அதன் நீளத்திற்கு செங்குத்தாகவும் செல்லும் அச்சைப் பொருத்து நிலைமத் திருப்புதிறனிற்கான சமன்பாட்டைப் பெறலாம். முதலில் ஆதிப்புள்ளியை ஆய அச்சு அமைப்பைத் திண்மத்தண்டின் வடிவியல் மையத்தில் அமைந்துள்ள நிறைமையத்துடன் பொருத்த வேண்டும். இப்பொழுது திண்மத்தண்டானது x அச்சில் அமைந்துள்ளதாகக் கருதுவோம். ஆதியிலிருந்து x தொலைவில் ஒரு மீநுண் நிறை (dm) ஐக் கருதுவோம்.



படம் 5.21 சீரான நிறை அடர்த்தி கொண்ட திண்மத் தண்டின் நிலைமத் திருப்புத்திறன்

அச்சைப்பொருத்து, பொருளின் மீநுண் நிறையிற்கான (dm) நிலைமத்திருப்புத் திறன் (dI) எனில்,

$$dI = (dm)x^2$$

நிறையானது சீராக பரவியுள்ள போது, ஓரலகு நீளமுள்ள தண்டின் நிறை $\lambda = \dfrac{M}{\ell}$

மிகச்சிறிய நீளமுள்ள தண்டின் நிறை

$$dm = \lambda\, dx = \frac{M}{\ell} dx$$

திண்மத்தண்டின் நீளம் முழுவதற்கும் நிலைமத்திருப்புத்திறனைக் காண dI யை தொகையீடு செய்ய,

$$I = \int dI = \int (dm)x^2 = \int \left(\frac{M}{\ell}dx\right)x^2$$

$$I = \frac{M}{\ell}\int x^2 dx$$

ஆதிப்புள்ளியின் இரு புறமும் நிறையானது பரவி இருப்பதால் தொகையீடு காண அதன் எல்லையை $-\ell/2$ முதல் $\ell/2$ வரை கருதுவோம்.

$$I = \frac{M}{\ell}\int_{-\ell/2}^{\ell/2} x^2 dx = \frac{M}{\ell}\left[\frac{x^3}{3}\right]_{-\ell/2}^{\ell/2}$$

$$I = \frac{M}{\ell}\left[\frac{\ell^3}{24} - \left(-\frac{\ell^3}{24}\right)\right] = \frac{M}{\ell}\left[\frac{\ell^3}{24} + \frac{\ell^3}{24}\right]$$

$$I = \frac{M}{\ell}\left[2\left(\frac{\ell^3}{24}\right)\right]$$

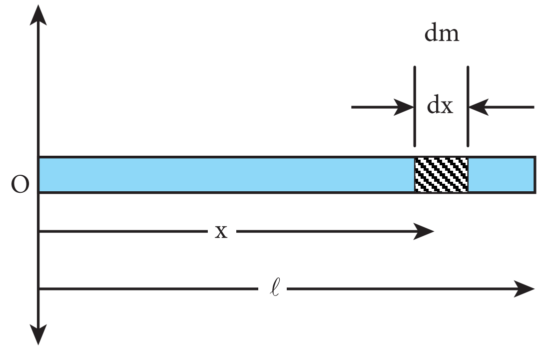
$$I = \frac{1}{12}M\ell^2 \qquad (5.41)$$

எடுத்துக்காட்டு 5.14

சீரான நிறை அடர்த்தி கொண்ட திண்மத்தண்டின் நிலைமத் திருப்புத்திறனை அதற்கு செங்குத்தாகவும் ஏதேனும் ஒரு முனையின் வழியே செல்லும் அச்சைப்பொருத்து காண்க.

தீர்வு

நிலைமத் திருப்புத்திறனிற்கான கருத்துருவானது முந்தைய வருவித்தலின்படி தொகையீடு செய்து சமன்பாட்டைப் பெறலாம். இப்பொழுது திண்மத்தண்டின் இடது முனையினை ஆதியாகக் கொண்டு தொகையீடு காண எல்லையை 0 முதல் l எனக் கருதினால்,



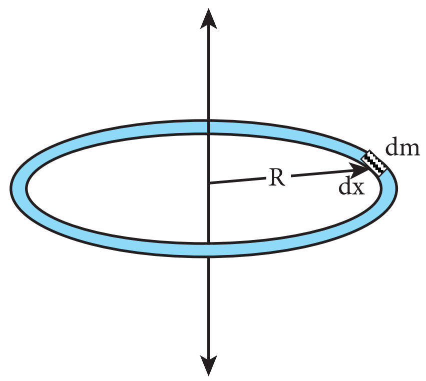
$$I = \frac{M}{\ell}\int_0^{\ell} x^2 dx = \frac{M}{\ell}\left[\frac{x^3}{3}\right]_0^{\ell} = \frac{M}{\ell}\left[\frac{\ell^3}{3}\right]$$

$$I = \frac{1}{3}M\ell^2$$

குறிப்பு வெவ்வேறான அச்சின் நிலைகளைப் பொருத்து சீரான நிறை அடர்த்தி கொண்ட திண்மத்தண்டின் நிலைமத் திருப்புத்திறன் வேறுபடுகிறது. பொருளின் வெளிப்புறத்திலேயே அச்சின் நிலை கருதப்படுகிறது. வெவ்வேறான அச்சுகளைக் கொண்டு நிலைமத் திருப்புத்திறனைக் காண இரண்டு தேற்றங்களை நாம் காண உள்ளோம். இதனைப் பற்றி 5.4.5 என்ற பகுதியில் பயிலலாம்.

5.4.2 சீரான நிறை அடர்த்தி கொண்ட வட்ட வளையத்தின் (uniform ring) நிலைமத் திருப்புத்திறன்

m நிறையும் R ஆரமும் கொண்ட சீரான நிறை அடர்த்தி கொண்ட வட்ட வளையத்தைக் கருதுக. வட்ட வளையத்தின் தளத்திற்கு செங்குத்தாகவும், அதன் மையம் வழிச்செல்லும் அச்சைப் பொருத்து நிலைமத் திருப்புத்திறனைக் காண அவ்வளையத்திலிருந்து மீநுண்நிறை dm ஆனது மிகச் சிறிய நீளம் dx தொலைவில் இருப்பதாக கொள்வோம். இதில் dm ஆனது R தொலைவில் உள்ளது எனக்கொண்டால், அத்தொலைவு படம் 5.22 இல் காட்டப்பட்டது போல் அச்சிலிருந்து வளையத்தின் ஆரத்தைக் குறிக்கிறது.



படம் 5.22 சீரான வட்ட வளையத்தின் நிலைமத் திருப்புத்திறன்

மீநுண்நிறை (dm) இன் நிலைமத் திருப்புத் திறன்.

$$dI = (dm)R^2$$

வட்டவளையத்தின் நீளமானது அதன் சுற்றளவுக்குச் ($2\pi R$) சமமானது. நிறையானது சீராக பரவியுள்ள போது, ஓரலகு நீளமுள்ள நிறையின் மதிப்பு

$$\text{நீளடர்த்தி } \lambda = \frac{\text{நிறை}}{\text{நீளம்}} = \frac{M}{2\pi R}$$

மிகச்சிறிய நீளம் கொண்ட துண்டின் நிறை

$$dm = \lambda\, dx = \frac{M}{2\pi R}dx$$

வட்ட வளையம் முழுவதற்கான நிலைமத் திருப்புத்திறன்

$$I = \int dI = \int (dm)R^2 = \int \left(\frac{M}{2\pi R}dx\right)R^2$$

$$I = \frac{MR}{2\pi}\int dx$$

வட்ட வளையத்தின் மொத்த நீளத்தையும் கணக்கிட, தொகையிடலுக்கான எல்லையை 0 முதல் $2\pi R$ என எடுத்துக் கொள்ள வேண்டும்.

நிலைமத்திருப்புத்திறன்

$$I = \frac{MR}{2\pi}\int_0^{2\pi R} dx$$

$$I = \frac{MR}{2\pi}[x]_0^{2\pi R} = \frac{MR}{2\pi}[2\pi R - 0]$$

$$I = MR^2 \qquad (5.42)$$

5.4.3 சீரான நிறை அடர்த்தி கொண்ட வட்டத்தட்டின் (uniform disk) நிலைமத் திருப்புத்திறன்

M நிறையும் R ஆரமும் கொண்ட வட்டத்தட்டைக் கருதுக. படத்தில் காட்டப்பட்டது போல வட்டத்தட்டானது மிகச்சிறிய வளையங்களால் ஆக்கப்பட்டுள்ளது. இதில் ஒரு வளையத்தின் மீநுண் நிறை dm மிகச்சிறிய தடிமன் dr, மற்றும் ஆரம் r எனக் கொள்க. மிகச்சிறிய வட்ட வளையத்தின் நிலைமத் திருப்புத்திறன் dI ஆனது.

$$dI = (dm)r^2$$

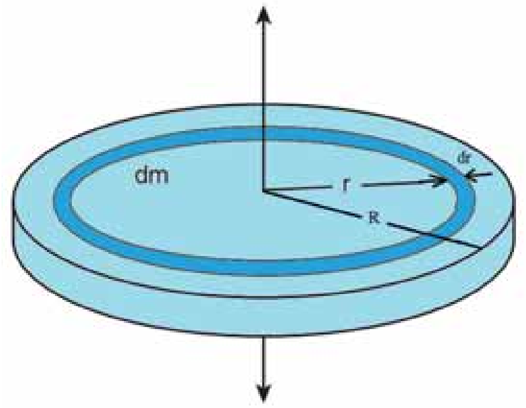
நிறையானது சீராக இருப்பதால்

$$\sigma = \frac{\text{நிறை}}{\text{பரப்பு}} = \frac{M}{\pi R^2} \quad (\sigma \text{ –பரப்பு அடர்த்தி})$$

$$dm = \sigma\, 2\pi r\, dr = \frac{M}{\pi R^2}2\pi r dr$$

இங்கு $2\pi r$ dr என்பது மிகச் சிறிய வளையத்தின் பரப்பு, ($2\pi r$ என்பது அதன் நீளம் மற்றும் dr என்பது அதன் தடிமன்) என்றால் $dm = \frac{2M}{R^2} r dr$

$$dI = \frac{2M}{R^2}r^3 dr$$



படம் 5.23 சீரான நிறை அடர்த்தி கொண்ட வட்டத்தட்டின் நிலைமத் திருப்புத்திறன்

வட்டத்தட்டு முழுவதற்குமான நிலைமத் திருப்புத்திறன் (I) கீழ்க்கண்ட தொடர்பின் படி,

$$I = \int dI$$

$$I = \int_0^R \frac{2M}{R^2} r^3 dr = \frac{2M}{R^2}\int_0^R r^3 dr$$

$$I = \frac{2M}{R^2}\left[\frac{r^4}{4}\right]_0^R = \frac{2M}{R^2}\left[\frac{R^4}{4} - 0\right]$$

$$I = \frac{1}{2}MR^2 \qquad (5.43)$$

5.4.4 சுழற்சி ஆரம் (Radius of Gyration)

ஒழுங்கான உருவ அமைப்பு கொண்ட பருப்பொருட்களின் நிறையானது சீராக பரவி உள்ளது எனக் கருதினால், அச்சைப் பொருத்த நிலைமத் திருப்புத்திறனிற்கான சமன்பாடு என்பது அதன் மொத்த நிறை மற்றும் வடிவியல் அம்சங்களான ஆரம், நீளம், அகலம் போன்றவற்றையும், பொருளின் அளவு மற்றும் வடிவம் ஆகியவற்றையும் உள்ளடக்கியது என்பதை கவனத்தில் கொள்ள வேண்டும். ஆனால் நமக்குத் தேவையான நிலைமத் திருப்புத்திறனிற்கான கோவை என்பது பொருளின் நிறை, வடிவம், அளவு மட்டுமல்லாமல் சுழலும் அச்சைப் பொருத்து அதன் நிலையையும் சேர்த்ததாக இருக்க வேண்டும். இது போன்ற சமன்பாடானது சீரற்ற வடிவம் மற்றும் சீரற்ற நிறை பரவல் கொண்ட பொருட்களுக்கும் பொருந்தக்கூடிய பொதுவான சமன்பாடு ஆகும். நிலைமத் திருப்புத்திறனின் பொதுவான சமன்பாடு

$$I = MK^2 \qquad (5.44)$$

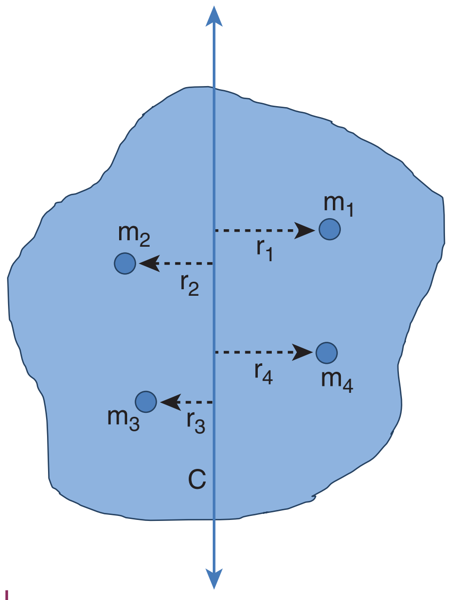
இங்கு, M என்பது பொருளின் மொத்த நிறை மற்றும் K என்பது சுழற்சி ஆரம் என்று அழைக்கப்படுகிறது.

ஒரு பொருளின் சுழற்சி ஆரம் என்பது சுழலும் அச்சிலிருந்து சமான புள்ளி நிறை துகளின் செங்குத்துத் தொலைவு ஆகும். இந்த சமான புள்ளி நிறையானது பொருளின் ஒத்த நிறையையும், நிலைமத் திருப்புத்திறனையும் அவசியம் பெற்றிருக்க வேண்டும்.

சுழற்சி ஆரத்தின் அலகு, தொலைவைப் போன்றே மீட்டர் (m) ஆகும். அதன் பரிமாணம் L ஆகும்.

சுழற்சி இயக்கத்தில் இருக்கும் திண்மப் பொருளானது

$m_1, m_2, m_3, \ldots m_n$ என்ற புள்ளி நிறைகளால் ஆனதாகக் கருதுவோம். இந்த நிறைகள் சுழற்சி அச்சிலிருந்து முறையே $r_1, r_2, r_3 \ldots r_n$ தொலைவில் உள்ளன என்க படம் 5.24 இல் காட்டப்பட்டுள்ளது.



படம் 5.24 சுழற்சி ஆரம்

அந்தப் பொருளின் நிலைமத்திருப்புத்திறன் பின்வருமாறு எழுதப்படுகிறது

$$I = \sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2 = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + m_3 r_3^2 + \cdots + m_n r_n^2$$

"n" எண்ணிக்கை கொண்ட அனைத்து புள்ளி நிறைகளின் நிறையை சமம் எனக் கொண்டால்

$$m = m_1 = m_2 = m_3 = \ldots = m_n$$

பிறகு,

$$I = mr_1^2 + mr_2^2 + mr_3^2 + \cdots + mr_n^2$$

$$= m\left(r_1^2 + r_2^2 + r_3^2 + \cdots + r_n^2\right)$$

$$= nm\left(\frac{r_1^2 + r_2^2 + r_3^2 + \cdots + r_n^2}{n}\right)$$

$$I = MK^2$$

இங்கு, nm என்பது பொருளின் மொத்த நிறை M மற்றும் K என்பது சுழற்சி ஆரம் ஆகும்.

$$K = \sqrt{\frac{r_1^2 + r_2^2 + r_3^2 + \cdots + r_n^2}{n}} \qquad (5.45)$$

மேலே உள்ள சமன்பாட்டில் சுழற்சி ஆரம் K என்பது, *சுழலும் அச்சைப் பொருத்து புள்ளி நிறைகளின் செங்குத்து தொலைவின் இருமடி மூலத்தின் சராசரியின் வர்க்கத்திற்கு சமமாகும்.*

எனவே, எந்தவொரு பொருளின் நிலைமத் திருப்புத்திறனையும் $I = MK^2$. என்ற சமன்பாட்டின் படி கூற இயலும்.

உதாரணமாக, M நிறையும் மற்றும் ℓ நீளமும் கொண்ட ஒரு சீரான நிறை அடர்த்தி கொண்ட திண்மத்தண்டின் நிலைமத்திருப்புத்திறனை எடுத்துக் கொள்க. நிறைமையத்திற்கு செங்குத்தாகச் செல்லும் அச்சிலிருந்து நிலைமைத் திருப்புத்திறன்

$$I = \frac{1}{12}M\ell^2$$

சுழற்சி ஆரத்தின் வாயிலாக, $I = MK^2$

என்பதால், $MK^2 = \frac{1}{12}M\ell^2$

$$K^2 = \frac{1}{12}\ell^2$$

$K = \frac{1}{\sqrt{12}}\ell$ அல்லது $K = \frac{1}{2\sqrt{3}}\ell$ அல்லது

$K = (0.289)\ell$

எடுத்துக்காட்டு 5.15

M நிறையும், R ஆரமும் கொண்ட வட்டத்தட்டு ஒன்றின் நிறை மையத்தின் வழியாகவும் அதன் தளத்திற்கு செங்குத்தாகவும் செல்லும் அச்சைப் பற்றிய சுழற்சி ஆரத்தைக் காண்க.

தீர்வு

வட்டத்தட்டிற்கு செங்குத்தாகவும், நிறை மையம் வழியாகவும் செல்லும் அச்சைப் பற்றிய நிலைமத் திருப்புத்திறன் $I = \frac{1}{2}MR^2$

சுழற்சி ஆரத்திற்கான தொடர்பிலிருந்து, $I = MK^2$

என்பதனால், $MK^2 = \frac{1}{2}MR^2$; $K^2 = \frac{1}{2}R^2$

$K = \frac{1}{\sqrt{2}}R$ அல்லது $K = \frac{1}{1.414}R$ அல்லது

$K = (0.707)R$

இதனால் சுழற்சி ஆரம் என்பது பருப்பொருளின் வடிவியல் அம்சங்களான நீளம், அகலம், ஆரம் இவைகளோடு ஒன்றிணைந்து ஒரு நேர்க்குறி எண்ணின் பெருக்கல் பலனாக இருக்கும்.

5.4.5 நிலைமத் திருப்புத்திறனின் தேற்றங்கள்

ஒரு பொருளின் நிலைமத் திருப்புத்திறனானது சுழலும். அச்சை சார்ந்திருப்பது மட்டுமல்லாமல், அச்சிலிருந்து சுழலும் திசையமைப்பைப் பொருத்தும், வெவ்வேறான அச்சுகளைப் பொருத்தும் மாறுபடும். சுழலும் அச்சுக்களை இடப்பெயர்வு செய்து நிலைமத் திருப்புதிறனைக் காண்பதற்குத் தேவையான இரு முக்கியமான தேற்றங்களைப் பயிலவுள்ளோம்.

(i) இணையச்சுத் தேற்றம்

பொருளின் எந்தவொரு அச்சைப்பற்றிய நிலைமத் திருப்புத்திறனானது நிறை மையத்தின் வழியே செல்லும் இணை அச்சைப் பற்றிய நிலைமத் திருப்புத் திறன் மற்றும் பொருளின் நிறையையும் இரு அச்சுகளுக்கு இடைப்பட்ட தொலைவின் இருமடியையும் பெருக்கி வரும் பெருக்கற்பலன் ஆகியவற்றின் கூடுதலுக்குச் சமமாகும்.

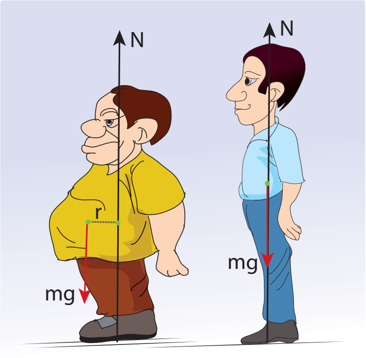
M நிறை கொண்ட பொருளின் நிறை மையத்தின் வழியாகச் செல்லும் அச்சைப் பொருத்த நிலைமத் திருப்புத்திறன் I_C எனில் d தொலைவில் இவ்வச்சிற்கு இணையான அச்சைப் பற்றிய நிலைமத்திருப்புத் திறன்,

$$I = I_C + Md^2 \quad (5.46)$$

திண்மப்பொருள் ஒன்றினை படம் 5.25 இல் உள்ளது போல் கருதுக. நிறை மையம் C யின் வழிச் செல்லும் அச்சு AB க்கு இணையாகவும், AB யிலிருந்து d செங்குத்துத் தொலைவில் மற்றொரு அச்சு DE யைப் பொருத்து பொருளின் நிலைமத்திருப்புத்திறன் I என்க. திருப்புத்திறன் I இன் சமன்பாட்டை I_C யை கொண்டு தருவிக்க முயற்சிக்கலாம். இதற்கு பொருளின் நிறை மையத்திலிருந்து x தொலைவில் அமைந்துள்ள புள்ளி நிறை m ஐ எடுத்துக் கொள்வோம். DE அச்சைப் பொருத்து புள்ளி நிறையின் நிலைமத் திருப்புத் திறன் $m(x+d)^2$.

உங்களுக்குத் தெரியுமா?

உடல் பருமன், திருப்பு விசை மற்றும் நிலைமத் திருப்புத்திறன்



உடல் பருமன், மற்றும் அதனோடு கூடிய உடல் உபாதைகளான முதுகு வலி, மூட்டு வலி போன்றவை உடலின் நிறைமையத்தின் இடப்பெயர்வினால் ஏற்படுகிறது. நிறைமையத்தின் இடப்பெயர்வினால் சமானமற்ற (unbalanced) திருப்பு விசை செயல்பட்டு இந்த உடல் உபாதைகளுக்கு காரணமாகிறது உடலின் மைய அச்சிலிருந்து நிறையானது தூரமாக பரவி இருப்பதால் உடலின் நிலைமத்திருப்புத்திறன் அதிகரிக்கிறது இதனால் உடலை திருப்புவது கடினமாக இருக்கும்

$$I = \sum m\left(x+d\right)^2$$

மேலும் இச்சமன்பாட்டை தீர்க்க

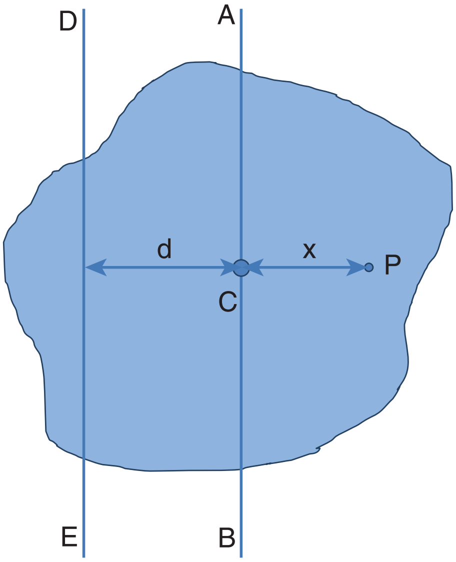
$$I = \sum m\left(x^2 + d^2 + 2xd\right)$$

$$I = \sum \left(mx^2 + md^2 + 2dmx\right)$$

$$I = \sum mx^2 + \sum md^2 + 2d\sum mx$$

இங்கு, $\sum mx^2$ என்பது நிறை மையம் வழிச் செல்லும் அச்சைப் பற்றிய நிலைமத் திருப்புத்திறனாகும். $I_C = \sum mx^2$

மேலும், $\sum mx = 0$, ஏனென்றால் x என்பது AB ஐயைப் பொருத்து நேர் மற்றும் எதிர்க்குறி மதிப்புகளைப் பெற்றிருக்கும். இவற்றின் கூடுதல் $\left(\sum mx\right)$ சுழியாகும்.



படம் 5.25 இணை அச்சுத் தேற்றம்

எனவே, $I = I_C + \sum md^2 = I_C + \left(\sum m\right)d^2$

இங்கு, $\sum m$ என்பது பொருளின் மொத்த நிறையைக் குறிக்கும் $\left(\sum m = M\right)$

$$I = I_C + Md^2$$

இணை அச்சுத் தேற்றம் நிரூபிக்கப்பட்டது.

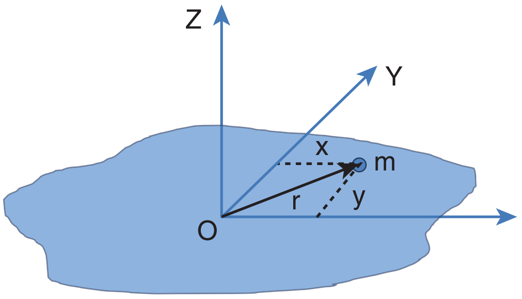
(ii) செங்குத்து அச்சுத் தேற்றம்

இந்தத் தேற்றமானது மெல்லிய பொருட்களுக்கு மிகவும் பொருத்தமானது. மெல்லிய சமதளப் பரப்பிற்கு செங்குத்தான அச்சைப் பற்றிய நிலைமத் திருப்புத்திறனானது அந்த தளத்திலேயே அமைந்த ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தான இரு அச்சுகளைப் பற்றிய நிலைமத்திருப்புத்திறன்களின் கூடுதலுக்கு சமம். இந்த மூன்று அச்சுகளும் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தகவும் ஒரு பொதுப் புள்ளியில் சந்திக்குமாறு அமைந்திருக்கும்.

X மற்றும் Y அச்சுகளினால் ஆன தளத்தில் Z அச்சுக்கு செங்குத்தான மெல்லிய பொருளின் தளம் எனது Z அச்சிற்கு செங்குத்தாக அமைந்துள்ளது எனக் கொள்க. X மற்றும் Y அச்சுகளைப் பொருத்த நிலைமத் திருப்புத் திறன்கள் முறையே I_X மற்றும் I_Y எனில் Z அச்சைப் பொருத்த நிலைமத் திருப்புத்திறன் I_Z ஆகும். எனவே, செங்குத்து அச்சுத் தேற்றத்தின் சமன்பாடு ,

$$I_Z = I_X + I_Y \qquad (5.47)$$

இதனை நிரூபிக்க புறக்கணிக்கத்தக்க (negligible) தடிமன் கொண்ட மெல்லிய பொருளின் மீது ஆதிப்புள்ளி O வைக் கருதுக. படம் 5.26 இல் காட்டப்பட்டது போல் Z அச்சுக்கு செங்குத்தாக X, Y அச்சுகளால் ஆன தளம் உள்ளது. இம்மெல்லிய பொருளானது m நிறை கொண்ட பல துகள்களால் ஆனது எனக் கொள்க O விலிருந்து ஆய புள்ளிகள் (x, y) உடைய P என்ற புள்ளியை எடுத்துக் கொள்வோம்.



படம் 5.26 செங்குத்து அச்சுத் தேற்றம்

Z அச்சைப் பொருத்து துகளின் நிலைமத் திருப்புத் திறன் mr^2

Z அச்சைப் பொருத்து மெல்லிய பொருளின் முழுவதற்குமான நிலைமத்திருப்புத் திறன்

$$I_Z = \sum mr^2$$

இங்கு , $r^2 = x^2 + y^2$

எனவே, $I_Z = \sum m\left(x^2 + y^2\right)$

$$I_Z = \sum mx^2 + \sum my^2$$

இதில் $\sum mx^2$ என்பது Y அச்சைப் பொருத்து நிலைமத் திருப்புத்திறனாகவும், அதேபோல் $\sum my^2$ என்பது X அச்சைப் பொருத்த நிலைமத்திருப்புத் திறன் எனப்படும். எனவே,

$$I_X = \sum my^2 \quad \text{மற்றும்} \quad I_Y = \sum mx^2$$

I_z சமன்பாட்டில் பிரதியிட

$$I_Z = I_X + I_Y$$

செங்குத்து அச்சுத் தேற்றம் நிரூபிக்கப்பட்டது.

35YLHH

எடுத்துக்காட்டு 5.16

3 kg நிறையும் 50 cm ஆரமும் கொண்ட வட்டத் தட்டு ஒன்றின் நிலைமத்திருப்புத்திறனை பின்வரும் அச்சுகளைப் பொருத்து காண்க.

(i) வட்டத்தட்டின் மையத்தில் தளத்திற்கு செங்குத்தாக செல்லும் அச்சு.

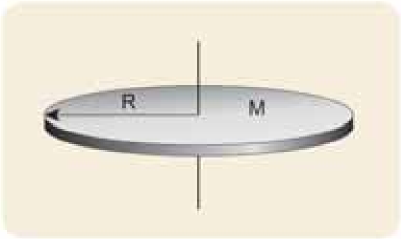
(ii) வட்டத்தட்டின் பரிதியின் ஏதேனும் ஒரு புள்ளியின் வழிச்செல்வதும் தளத்திற்கு செங்குத்தானதுமான அச்சு.

(iii) வட்டத்தட்டின் மையம் வழியாகவும் அதே தளத்திலேயே செல்வதுமான அச்சு,

தீர்வு

நிறை, $M = 3$ kg, ஆரம் $R = 50$ cm $= 50\times10^{-2}$ m $= 0.5$ m

(i) வட்ட தட்டின் மையத்தில் தளத்திற்கு செங்குத்தாக செல்லும் அச்சைப் பற்றிய நிலைமத்திருப்புத் திறன் (I) ஆனது.

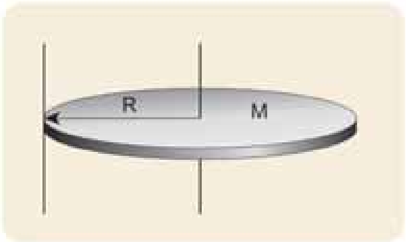


$$I = \frac{1}{2}MR^2$$

$$I = \frac{1}{2}\times3\times(0.5)^2 = 0.5\times3\times0.5\times0.5$$

$I = 0.375$ kg m^2

(ii) வட்டத்தட்டின் பரிதியில் ஏதேனும் ஒரு புள்ளி



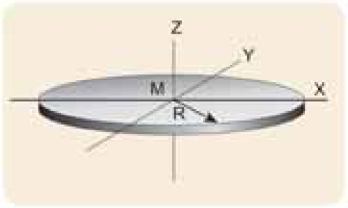
$$I = I_C + Md^2$$

வழிச் செல்வதும் தளத்திற்கு செங்கத்தானதுமான அச்சைப் பற்றிய நிலைமத்திருப்புத்திறன் (I) யை இணையச்சு தேற்றத்தின் படி

இங்கு, $I_C = \frac{1}{2}MR^2$ மற்றும் $d = R$

$$I = \frac{1}{2}MR^2 + MR^2 = \frac{3}{2}MR^2$$
$$I = \frac{3}{2}\times 3\times(0.5)^2 = 1.5\times 3\times 0.5\times 0.5$$
$$I = 1.125\,\text{kg m}^2$$

(ii) வட்டத்தட்டின் மையம் வழியாகவும் அதே தளத்திலேயே செல்வதுமான அச்சைப் பற்றிய நிலைமத்திருப்புத் திறனை, செங்குத்து அச்சு தேற்றத்தின் படி (I),



$$I_Z = I_X + I_Y$$

இங்கு $I_X = I_Y = I$, மற்றும் $I_Z = \frac{1}{2}MR^2$

$$I_Z = 2I;\ I = \frac{1}{2}I_Z$$
$$I = \frac{1}{2}\times\frac{1}{2}MR^2 = \frac{1}{4}MR^2$$
$$I = \frac{1}{4}\times 3\times(0.5)^2 = 0.25\times 3\times 0.5\times 0.5$$
$$I = 0.1875\,\text{kg m}^2$$

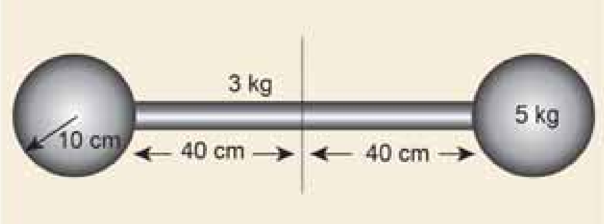
- நிலைமத்திருப்புத்திறன் மதிப்பு எந்த அச்சைப் பொருத்து சுழற்றும் போது சிறுமமாக உள்ளதோ அந்த அச்சைப் பொருத்து சுழற்றுவது எளிமையானது. இந்த எடுத்துக்காட்டில் மூன்றாவதாக சொல்லப்பட்டிருக்கும் அச்சைப்பொறுத்து சுழற்றுவது எளிதானது.

5.4.6 வெவ்வேறு வடிவமுடைய திண்மப் பொருட்களின் நிலைமத்திருப்புத்திறன்

வெவ்வேறு வடிவமுடைய வெவ்வேறு அச்சுகளை பொருத்த நிலைமத்திருப்புத்திறன்கள் அட்டவணை 5.3 இல் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

எடுத்துக்காட்டு 5.17

கீழே படத்தில் காட்டப்பட்டுள்ள மெல்லிய தண்டினால் இணைக்கப்பட்டுள்ள இரு திண்மக் கோளங்களைக் கொண்ட அமைப்பின் நிலைமத் திருப்புத்திறனை அதன் வடிவியல் மையத்தை (Geometric centre) பொறுத்துக் காண்க.



தீர்வு

மேலே காட்டப்பட்டிருக்கும் அமைப்பானது மூன்று பொருள்களால் ஆக்கப்பட்டிருக்கிறது. (ஒரு மெல்லிய தண்டு மற்றும் இரண்டு திண்மக் கோளம்)

தண்டின் நிறை, M = 3 kg மற்றும்

தண்டின் நீளம், l = 80 cm = 0.8 m

நிறைமையத்தைப் பொருத்து தண்டின் நிலைமத்திருப்புத் திறன்,

$$I_{rod} = \frac{1}{12}M\ell^2,\ I_{rod} = \frac{1}{12}\times 3\times(0.8)^2 = \frac{1}{4}\times 0.64$$

$$I_{rod} = 0.16\,\text{kg m}^2$$

கோளத்தின் நிறை, M = 5 kg மற்றும் ஆரம், R = 10 cm = 0.1 m

நிறை மையத்தைப் பொருத்து கோளத்தின் நிலைமத்திருப்புத்திறன், $I_C = \frac{2}{5}MR^2$

அமைப்பின் வடிவியல் மையத்தைப் பொருத்து கோளத்தின் நிலைமத் திருப்புத்திறன்

$$I_{sph} = I_C + Md^2$$

இங்கு, d = 40 cm + 10 cm = 50 cm = 0.5 m

$$I_{sph} = \frac{2}{5}MR^2 + Md^2$$
$$I_{sph} = \frac{2}{5}\times 5\times(0.1)^2 + 5\times(0.5)^2$$
$$I_{sph} = (2\times 0.01) + (5\times 0.25) = 0.02 + 1.25$$
$$I_{sph} = 1.27\,\text{kg m}^2$$

இவ்வமைப்பானது இரு கோளங்களையும் தண்டினையும் பெற்றிருப்பதால் வடிவியல் மையத்தைப் பொருத்த நிலைமத்திருப்பத்திறன் (I) ஆனது, $I = I_{rod} + (2 \times I_{sph})$

$= (0.16) + (2 \times 1.27) = 0.16 + 2.54 = 2.7 kgm^2$

5.5. சுழல் இயக்கவியல் (ROTATIONAL DYNAMICS)

திருப்பு விசை, கோண முடுக்கம், கோண உந்தம், கோணத் திசைவேகம் மற்றும் நிலைமத்திருப்புத் திறன் இவைகளுக்கு இடையேயான தொடர்புகளைப் பகுதி 5.2 இல் பயின்றோம். இதன் தொடர்ச்சியாக இப்பகுதியில் திண்மப்பொருள் ஒன்றின் மீது திருப்பு விசையினால் செய்யப்பட்ட வேலை, இயக்க ஆற்றல் போன்ற இயக்கவியல் அளவுகளுக்கு இடையேயான தொடர்புகளைப் பயிலலாம். இறுதியாக இடப்பெயர்வு இயக்கத்திற்கும், சுழற்சி இயக்கத்திற்கும் இடையேயான மதிப்புகளை ஒப்பிடலாம்.

5.5.1 திண்மப் பொருட்களின் மீது திருப்பு விசையின் விளைவு

திண்மப் பொருள் ஒன்றின் மீது சுழலும் அச்சைப் பொருத்து புற திருப்பு விசை செயல்படும்போது சுழலும் பொருளானது அச்சைப் பொறுத்து கோண முடுக்கத்தைப் பெறுகிறது. திருப்பு விசைக்கும் கோண முடுக்கத்திற்கும் இடையேயான தொடர்பு எண்மதிப்பில்

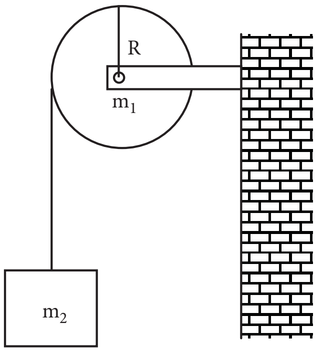
$$\tau = I\alpha \qquad (5.48)$$

இங்கு, I என்பது திண்மப்பொருளின் நிலைமத்திருப்புத்திறன் ஆகும். சுழற்சி இயக்கத்தில் திருப்பு விசை என்பது நேர்கோட்டு இயக்கத்தில் விசைக்குச் சமானமானது.

எடுத்துக்காட்டு 5.18

500 g நிறையும் 10 cm ஆரமும் கொண்ட வட்டத்தட்டு ஒன்று தன்னிச்சையாக படத்தில் காட்டப்பட்டது போல நிலையான அச்சைப் பொருத்துச் சுழல்கிறது. எடையற்ற மற்றும் மீட்சித்தன்மையற்ற கம்பியானது வட்டத்தின் விளம்பில் சுற்றுகள் சுற்றப்பட்டு மற்றொரு முனையானது 100 g நிறையுடன் இணைக்கப்பட்டுள்ளது. 100 g நிறையின் முடுக்கத்தை காண்க. [தகவல் : கம்பியானது வட்டத்தட்டின் விளிம்பில் நழுவவில்லை. மாறாக வட்டத்தட்டுடன் சுழல்கிறது $g = 10\ m\ s^{-2}$]

தீர்வு



வட்டத்தட்டின் நிறையை m_1 எனவும் அதன் ஆரத்தை R எனவும் கொள்க. தொங்கவிடப்பட்ட பொருளின் நிறை m_2.

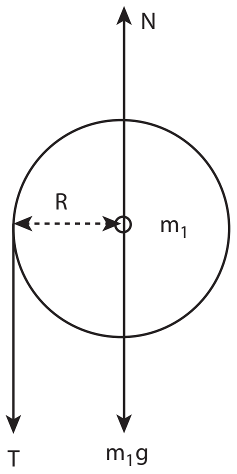
$m_1 = 500\ g = 500 \times 10^{-3}\ kg = 0.5\ kg$

$m_2 = 100\ g = 100 \times 10^{-3}\ kg = 0.1\ kg$

$R = 10\ cm = 10 \times 10^{-2}\ m = 0.1\ m$

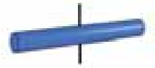
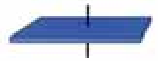
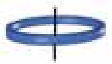
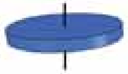
வட்டத்தட்டின் விளம்பில் பல முறை சுற்றப்பட்டுள்ள மிகக் குறைந்த நிறையுள்ள மற்றும் மீட்சியற்ற கம்பியானது நழுவுதல் இல்லாமல் வட்டத் தட்டுடன் சுழல்கிறது. நிறை m_2 வின் தொடுகோட்டு முடுக்கமும் நிறை m_1 இன் இடம்பெயர்வு முடுக்கமும் சமம் . m_1 மற்றும் m_2 விற்கு தனித்தனியே தனித்த பொருளின் விசை (FBD) (Free Body Diagram) படத்தை வரைக.

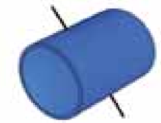
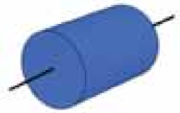
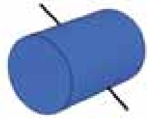
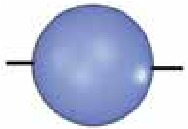
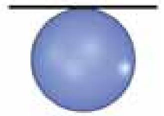
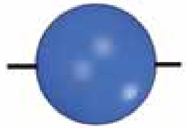
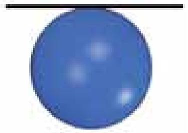
வட்டத்தட்டிற்கான தனித்த பொருளின் விசைப்படம் (FBD) (Free Body Diagram)



வட்டத்தட்டின் மீது செயல்படும் புவியீர்ப்பு விசை (m_1g) ஆனது கீழ்நோக்கியும்

5.3 பல்வேறு திண்மப்பொருளின் நிலைமத்திருப்புத்திறன்கள்

வ. எண்	பொருள்	அச்சைப்பொருத்து	படம்	நிலைமத் திருப்புத்திறன் (I) kg m^2	சுழற்சி ஆரம் (k) m	விகிதம் $\left(\frac{K^2}{R^2}\right)$
1.	மெல்லிய சீரான தண்டு நிறை = M நீளம் = ℓ	நீளத்திற்குச் செங்குத்தாகவும் மையம் வழியாகவும் செல்வதுமான அச்சு		$\frac{1}{12}M\ell^2$	$\frac{\ell}{\sqrt{12}}$	--
		தண்டின் ஒரு முனை வழியாகவும் நீளத்திற்கு செங்கத்தாக செல்வதுமான அச்சு		$\frac{1}{3}M\ell^2$	$\frac{\ell}{\sqrt{3}}$	
2.	சீரான செவ்வகத் தகடு நிறை = M நீளம் = ℓ அகலம் = b	தளத்திற்குக் செங்குத்தான மையத்தின் வழிச் செல்வதுமான அச்சு.		$\frac{1}{12}M(\ell^2+b^2)$	$\sqrt{\frac{(\ell^2+b^2)}{12}}$	--
3.	மெல்லிய சீரான வட்ட வளையம் நிறை = M ஆரம் = R	வட்ட வளையத்தின் தளத்திற்கு செங்குத்தாகவும் அதன் மையம் வழிச் செல்வதுமான அச்சு.		MR^2	R	1
		வட்ட வளையத்தின் தளத்திற்கு செங்குத்தாகவும் விளிம்பு வழிச் செல்வதுமான அச்சு.		$2MR^2$	$(\sqrt{2})R$	2
		வட்ட வளையத்தின் தளத்திற்கு இணையாகவும் மையம் வழிச் செல்வதுமான அச்சு.		$\frac{1}{2}MR^2$	$\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)R$	$\frac{1}{2}$
		வட்ட வளையத்தின் தளத்திற்கு இணையானதும் விளிம்பு வழி செல்வதுமான அச்சு		$\frac{3}{2}MR^2$	$\left(\sqrt{\frac{3}{2}}\right)R$	$\frac{3}{2}$
4.	மெல்லிய சீரான வட்ட தட்டு நிறை= M ஆரம் = R	வட்டத்தட்டின் தளத்திற்கு செங்குத்தாகவும், மையத்தின் வழிச் செல்வதுமான அச்சு.		$\frac{1}{2}MR^2$	$\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)R$	$\frac{1}{2}$
		வட்டத்தளத்திற்கு செங்குத்தாகவும் விளிம்பின் வழியே ஏதேனும் ஒரு புள்ளி வழிச் செல்வதுமான அச்சு.		$\frac{3}{2}MR^2$	$\left(\sqrt{\frac{3}{2}}\right)R$	$\frac{3}{2}$
		வட்டத்தட்டின் தளத்திற்கு இணையாகவும் மையம்வழிச் செல்வதுமான அச்சு		$\frac{1}{4}MR^2$	$\left(\frac{1}{2}\right)R$	$\frac{1}{4}$
		வட்டத்தட்டின் தளத்திற்கு இணையாகவும் விளிம்பின் வழியே ஏதேனும் ஒரு புள்ளி வழிச் செல்வதுமான அச்சு.		$\frac{5}{4}MR^2$	$\left(\sqrt{\frac{5}{4}}\right)R$	$\frac{5}{4}$

5.	மெல்லிய சீரான உள்ளீடற்ற உருளை நிறை= M நீளம் = l ஆரம் = R	உருளையின் மையம் வழியாக அதன் அச்சின் வழிச் செல்வதுமான அச்சு		MR^2	R	1
		உருளையின் மையம் வழியாக அதன் அச்சிற்கு செங்குத்தாக செல்வதுமான அச்சு		$M\left(\frac{R^2}{2}+\frac{\ell^2}{12}\right)$	$\sqrt{\frac{R^2}{2}+\frac{\ell^2}{12}}$	- -
6.	சீரான திண்ம உருளை நிறை = M நீளம் = l ஆரம் = R	உருளையின் மையம் வழியாக அதன் அச்சின் வழிச் செல்வதுமான அச்சு		$\frac{1}{2}MR^2$	$\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)R$	$\frac{1}{2}$
		உருளையின் மையம் வழியாக அதன் அச்சிற்கு செங்குத்தாக செல்வதுமான அச்சு		$M\left(\frac{R^2}{4}+\frac{\ell^2}{12}\right)$	$\sqrt{\frac{R^2}{4}+\frac{\ell^2}{12}}$	- -
7.	சீரான மெல்லிய கோளகக் கூடு நிறை= M ஆரம் = R	கோளகத்தின் விட்டத்தின் வழியாகவும் மையம் வழி செல்வதுமான அச்சு		$\frac{2}{3}MR^2$	$\left(\sqrt{\frac{2}{3}}\right)R$	$\frac{2}{3}$
		கோளகத்தின் விளிம்புவழிச் செல்வதுமான அச்சு		$\frac{5}{3}MR^2$	$\left(\sqrt{\frac{5}{3}}\right)R$	$\frac{5}{3}$
8.	சீரான திண்மக் கோளம் நிறை= M ஆரம் = R	கோளகத்தின் விட்டத்தின் வழியாகவும் மையம் வழி செல்வதுமான அச்சு		$\frac{2}{5}MR^2$	$\left(\sqrt{\frac{2}{5}}\right)R$	$\frac{2}{5}$
		கோளகத்தின் விளிம்புவழிச் செல்வதுமான அச்சு		$\frac{7}{5}MR^2$	$\left(\sqrt{\frac{7}{5}}\right)R$	$\frac{7}{5}$

வட்டத்தட்டானது மையத்தில் பொருத்தப்பட்டுள்ள மையப் புள்ளியின் வழியாக செங்குத்து விசை (N) யும் செயல்படுகிறது. வட்டத்தட்டின் பரிதியில் சுழலும் அச்சிற்குச் செங்குத்தாகக் கீழ்நோக்கி இழுவிசை T செயல்படுகிறது. மேலும் புவியீர்ப்பு விசையும் (m_1g) யும் செங்குத்து விசை N ம் ஒன்றை ஒன்று சமன்செய்கிறது. $m_1g = N$

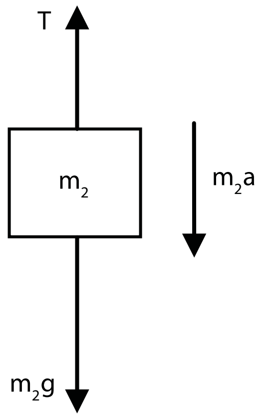
இழுவிசை T ஆனது திருப்பு விசையை (R T) அளிப்பதால் வட்டத்தட்டானது கோண முடுக்கம் $\left(\alpha = \frac{a}{R}\right)$ வுடன் சுழற்சி இயக்கத்திற்கு உட்படுகிறது. இங்கு a என்பது வட்டத்தட்டின் விட்டத்தில் உள்ள புள்ளி தொடுவியல் திசையில் உணரும் நேர்கோட்டு முடுக்கமாகும். இவ்வட்டத்தட்டின் நிலைமத்திருப்புத்திறன் I மற்றும் இதன் சுழற்சி ஆரம் K எனில்

$$RT = I\alpha; \quad RT = \left(m_1K^2\right)\frac{a}{R}$$

$$T = \left(m_1K^2\right)\frac{a}{R^2}$$

கம்பியின் ஒரு முனையில் கட்டப்பட்ட நிறையின் தனித்த பொருளின் விசைப்படம் (FBD)

இதன் புவியீர்ப்பு விசை (m_2g) கீழ்நோக்கிச் செயல்படுகிறது மற்றும் இழுவிசை T மேல்நோக்கி செயல்படுகிறது. இவற்றின் தொகு பயன் விசை நிறையின் மீது கீழ்நோக்கிச் செயல்படுகிறது. ($T < m_2g$)



$$m_2g - T = m_2a$$

வட்டத்தட்டினால் செயல்படும் இழுவிசை T யை பிரதியிட

$$m_2g - \left(m_1K^2\right)\frac{a}{R^2} = m_2a$$

$$m_2g = \left(m_1K^2\right)\frac{a}{R^2} + m_2a$$

$$m_2g = \left[\left(m_1\frac{K^2}{R^2}\right) + m_2\right]a$$

$$a = \frac{m_2}{\left[\left(m_1\frac{K^2}{R^2}\right) + m_2\right]}g$$

$\left(\frac{K^2}{R^2}\right)$ என்ற சமன்பாடு வட்டத்தட்டின் தளத்திற்கு செங்குத்தாகவும் மையம் வழிச் செல்லும் அச்சைப் பற்றி சுழல்வதால் பிரதியிட்டு சுருக்க, $\frac{K^2}{R^2} = \frac{1}{2}$. முடுக்கத்திற்கான சமன்பாடு கீழ்க்கண்டவாறு கிடைக்கும்.

$$a = \frac{m_2}{\left[\left(\frac{m_1}{2}\right) + m_2\right]}g\,; \quad a = \frac{2m_2}{\left[m_1 + 2m_2\right]}g$$

மதிப்புகளைப் பிரதியிட,

$$a = \frac{2 \times 0.1}{\left[0.5 + 0.2\right]} \times 10 = \frac{0.2}{0.7} \times 10$$

$$a = 2.857\,m\,s^{-2}$$

5.5.2 கோணஉந்த மாறா விதி

வெளிப்புற திருப்புவிசை செயல்படாத வரை, சுழலும் திண்மப் பொருளின் மொத்தக் கோணஉந்தம் மாறாது. இதுவே கோண உந்த மாறா விதி

$$\tau = \frac{dL}{dt}$$

$\tau = 0$ எனில், $L =$ மாறிலி (5.49)

கோண உந்தம் $L = I\omega$, எனும் போது

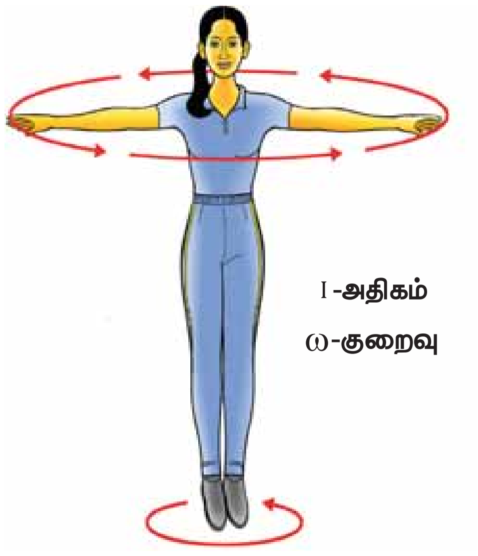
கோணஉந்த மாறா விதியின்படி

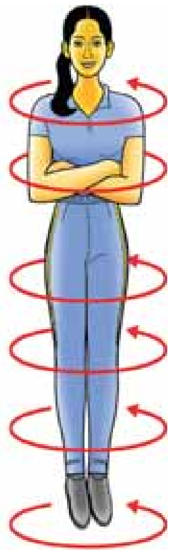
தொடக்க கோணஉந்தம் = இறுதி கோணஉந்தம்.

$$I_i\omega_i = I_f\omega_f \text{ (அல்லது) } I\omega = \text{மாறிலி} \quad (5.50)$$

இச்சமன்பாட்டின் மூலம், கோண உந்தம் மாறாமல் இருக்க I அதிகரிக்கும் போது ω குறையவும், அல்லது ω அதிகரிக்கும் போது I குறையவும் செய்யும் என அறியலாம்.

கோண உந்த மாறா விதியின் தத்துவமானது பல சூழ்நிலைகளில் பயன்பாட்டில் உள்ளது. மிகச் சிறந்த உதாரணமான ஐஸ் நடனக் கலைஞரின் சுழற்சி விளையாட்டு படம் 5.27 இல் காட்டப்பட்டுள்ளது. நடனக் கலைஞர் தன்னைத் தானே சுழற்றும் போது அவரது கைகளை வெளிப்புறமாக நீட்டினால் சுழலும் வேகம் குறைகிறது. ஏனென்றால் கைகளை உடலுக்கு வெளிப்புறமாக நீட்டும் போது நிலைமத்திருப்புத்திறன் அதிகரிப்பதால் கோணத்திசைவேகம் குறைந்து சுழலும் வேகம் குறைகிறது. கைகளை உடலை நோக்கி உட்புறமாக மடக்கும் போது நிலைமத்திருப்புத்திறன் குறைவதால் சுழலும் வேகம் அதிகரிக்கிறது.





படம் 5.27 ஐஸ் நடனக் கலைஞரின் கோண உந்த மாறாவிதியை நிரூபித்தல்

படம் 5.28 நீச்சல் குளத்தில் உயரத்திலிருந்து குதிக்கும் நீச்சல் வீரர் தனது உடலை உட்புறமாக சுருக்கி கொள்வதன் மூலம் நிலைமத்திருப்புத் திறனை குறைப்பது சுழற்சி வேகத்தை அதிகரிக்க உதவுவதால், காற்றில் பறந்து வரும்போது பல குட்டிகர்ணங்களைக் காற்றில் மேற்கொள்கிறார்.

368HJA

எடுத்துக்காட்டு 5.19

ω கோணத் திசைவேகத்துடன் சுழலும் வட்ட மேசையின் மீது சர்க்கஸ் வீரர் ஒருவர் கைகளை நீட்டிய நிலையில் உள்ளார். அவர் கைகளைத் தன்னை நோக்கி உட்புறமாக மடக்கும் போது நிலைமத்திருப்புத் திறனானது ஆரம்ப மதிப்பிலிருந்து மூன்றில் ஒரு பங்காகக் குறைகிறது. அவரது புதிய நிலையில் கோண திசை வேகத்தை காண்க. (தகவல் – புறத்திருப்பு விசை செயல்படாத நிலையில்)

தீர்வு

கைகள் நீட்டப்பட்ட நிலையில் சர்க்கஸ் வீரரின் நிலைமத்திருப்புத்திறன் I என்க. சர்க்கஸ் வீரரின்

மீதும் சுழல்மேசை மீதும் திருப்பு விசை எதுவும் செயல்படாத நிலையில் கோண உந்தம் மாறாது எனவே கோண உந்தத்தின் சமன்பாடானது.

$$I_i\omega_i = I_f\omega_f$$

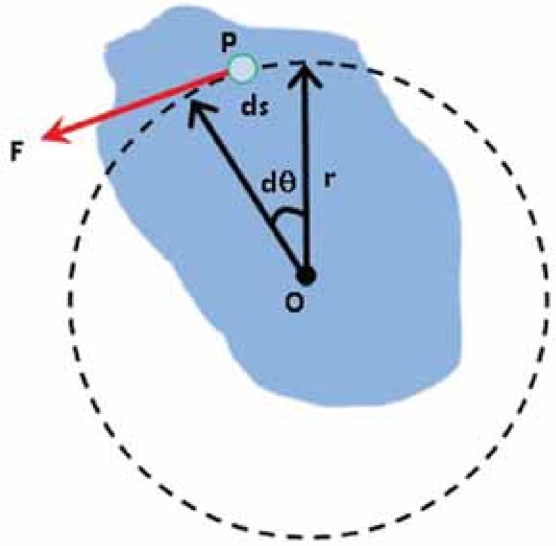
$$I_i\omega_i = \frac{1}{3}I_i\,\omega_f \quad \because\left(I_f = \frac{1}{3}I\right)$$

$$\omega_f = 3\,\omega_i$$

மேற்கண்ட முடிவிலிருந்து ஆரம்பக் கோணத் திசைவேகமானது மூன்று மடங்கு அதிகரித்துள்ளது என்பது தெளிவாகிறது.

5.5.3 திருப்பு விசையினால் செய்யப்பட்ட வேலை

திண்மப்பொருளொன்று நிலையான அச்சைப் பற்றி சுழல்கிறது எனக் கொள்க. இந்தப்பாடப் புத்தகத் தாளின் தளத்திற்குச் செங்குத்தான அச்சைப் பொறுத்துச் சுழலக் கூடிய பொருள் ஒன்றின் குறுக்கு வெட்டுத் தோற்றத்தைப் படம் 5.29 இல் காணலாம். F என்ற தொடுகோட்டு விசை பொருளின் மீது P என்ற புள்ளியில் செயல்படுகிறது.



படம் 5.29 திருப்பு விசையினால் செய்யப்பட்ட வேலை

இந்தத் தொடுகோட்டு விசை F ஆனது பொருளைச் சிறிய அளவில் இடப்பெயர்ச்சி (ds) செய்கிறது. விசையினால் செய்யப்பட்ட வேலை (dW)

$$dW = F\,ds$$

இடப்பெயர்ச்சி ds க்கும் சுழற்சிக் கோணம் dθ க்கும் இடையேயான தொடர்பு

$$ds = r\,d\theta$$

விசையினால் செய்யப்பட்ட வேலைக்கான சமன்பாடு

$$dW = F\,ds; \quad dW = F\,r\,d\theta$$

இதில் F r ஆனது விசையினால் பொருளின் மீது உருவாக்கப்பட்ட திருப்பு விசை τ என்பதால்,

$$dW = \tau\,d\theta \qquad (5.51)$$

ஒரு நிலையான அச்சைப் பொருத்து சுழலும் பொருளின் மீது வெளிப்புறத் திருப்பு விசையினால் (τ) செய்யப்பட்ட வேலை மேற்கண்ட சமன்பாட்டினால் பெறப்படுகிறது.

இடப்பெயர்வு இயக்கத்திற்குத் தொடர்புடைய விசையினால் செய்யப்பட்ட வேலையின் சமன்பாடு.

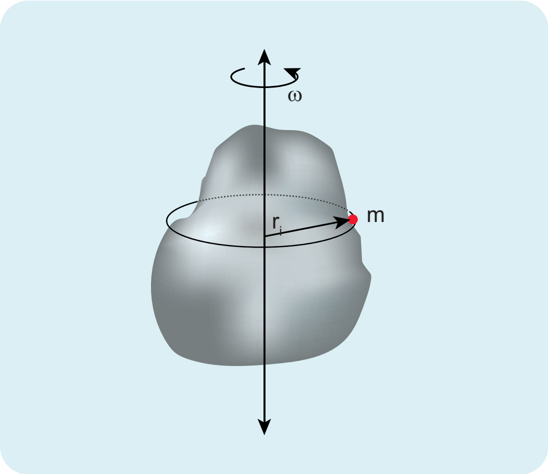
$$dW = F\,ds$$

5.5.4 சுழற்சி இயக்கத்தின் இயக்க ஆற்றல்

திண்மப் பொருள் ஒன்று அச்சைப் பொருத்துக் கோணத் திசைவேகம் ω வுடன் சுழல்வதைப் படம் 5.30 இல் காணலாம். பொருளில் உள்ள ஒவ்வொரு துகளும் அச்சைப் பொறுத்து ஒரே கோண திசைவேகத்தையும் (ω) ஆனால் வெவ்வேறான தொடுகோட்டுத் திசைவேகங்களையும், பெற்றிருக்கும்.

சுழலும் அச்சிலிருந்து m_i நிறையுடன் r_i தொலைவில் உள்ள துகளைக் கருதுக. இந்தத் துகள் கீழ்க்கண்ட சமன்பாட்டின் $v_i = r_i\,\omega$ தொடுகோட்டுத் திசைவேகம் கொண்டிருந்தால் அத்துகளின் இயக்க ஆற்றல்,

$$KE_i = \frac{1}{2}m_i v_i^2$$



படம் 5.30 சுழற்சி இயக்கத்தின் இயக்க ஆற்றல்

இச்சமன்பாட்டை கோண திசைவேகத்தைப் பயன்படுத்தி எழுத

$$KE_i = \frac{1}{2} m_i (r_i \omega)^2 = \frac{1}{2}(m_i r_i^2)\omega^2$$

இதே போன்ற துகள்களால் ஆக்கப்பட்டுள்ள மொத்த பொருளின் இயக்க ஆற்றல்

$$KE = \frac{1}{2}\left(\sum m_i r_i^2\right)\omega^2$$

இங்கு $\sum m_i r_i^2$, என்பது பொருளின் நிலைமத்திருப்புத்திறனாகும்

$$I = \sum m_i r_i^2$$

திண்மப் பொருளின் சுழற்சி இயக்கத்தில் இயக்க ஆற்றலுக்கான சமன்பாடு

$$KE = \frac{1}{2} I\omega^2 \qquad (5.52)$$

இந்த சமன்பாட்டுக்கு இணையான இடப்பெயர்ச்சி இயக்க ஆற்றல் சமன்பாடு,

$$KE = \frac{1}{2} Mv^2$$

சுழல் இயக்க ஆற்றலுக்கும் கோண உந்தத்திற்கும் இடையேயான தொடர்பு

நிலைமத் திருப்புத்திறன் I கொண்ட திண்மப்பொருளொன்று ω கோணத்திசை வேகத்துடன் சுழல்கிறது எனக் கொள்க.

பொருளின் கோண உந்தம், $L = I\omega$

பொருளின் சுழல் இயக்க ஆற்றல், $KE = \frac{1}{2} I\omega^2$

இச்சமன்பாட்டின் பகுதியையும் தொகுதியையும் I ஆல் பெருக்க, I மற்றும் இயக்க ஆற்றல் (KE) இடையேயான தொடர்பைப் பெறலாம்,

$$KE = \frac{1}{2}\frac{I^2\omega^2}{I} = \frac{1}{2}\frac{(I\omega)^2}{I}$$

$$KE = \frac{L^2}{2I} \qquad (5.53)$$

எடுத்துக்காட்டு 5.20

9 kg நிறையும் 3 m ஆரமும் கொண்ட வளையமானது, அந்த வளையத்தின் தளத்திற்கு செங்குத்தாகவும், மையம் வழிச் செல்லும் அச்சைச் பற்றி 240 rpm வேகத்தில் சுழலும்போது அது பெற்றுள்ள சுழல் இயக்க ஆற்றலை கணக்கிடுக.

தீர்வு

பொருளின் சுழல் இயக்க ஆற்றல், $KE = \frac{1}{2} I\omega^2$

வளையத்தின் நிலைமத்திருப்புத்திறன் $I = MR^2$

$$I = 9 \times 3^2 = 9 \times 9 = 81\,kg\,m^2$$

வளையத்தின் கோண வேகம்,

$$\omega = 240\,rpm = \frac{240 \times 2\pi}{60}\,rad\,s^{-1}$$

$$KE = \frac{1}{2} \times 81 \times \left(\frac{240 \times 2\pi}{60}\right)^2 = \frac{1}{2} \times 81 \times (8\pi)^2$$

$$KE = \frac{1}{2} \times 81 \times 64 \times (\pi)^2 = 2592 \times (\pi)^2$$

$$KE \approx 25920\,J \quad \because (\pi)^2 \approx 10$$

KE = 25.920 kJ

5.5.5 திருப்பு விசையின் திறன் (Power Delivered by Torque)

திறன் என்பது ஓரலகு நேரத்தில் செய்யப்பட்ட வேலையாகும். செய்யப்பட்ட வேலையை வேலை செய்யப்பட்ட சிறிய நேரத்தால் வகுக்க கிடைப்பது. உடனடித்திறன் (P) எனப்படும்.

$$P = \frac{dw}{dt} = \tau\frac{d\theta}{dt} \quad \because (dw = \tau d\theta)$$

$$P = \tau\omega \quad (5.54)$$

இந்தச் சமன்பாட்டிற்கு இணையான இடப்பெயர்ச்சி இயக்கத்தின் உடனடித் திறனிற்கான சமன்பாடு

$$P = Fv$$

5.5.6 இடப்பெயர்ச்சி மற்றும் சுழற்சி இயக்க அளவுகளுக்கான ஒப்பீடு

சுழற்சி இயக்கத்திலுள்ள பெரும்பான்மையான சமன்பாடுகள் இடப்பெயர்ச்சி இயக்கத்தினைப் போன்றே இருப்பதால் சுழற்சி இயக்கத்தில் உள்ள அளவுகளை இடப்பெயர்ச்சி இயக்கத்தில் உள்ள அளவுகளோடு அட்டவணை 5.4 இல் ஒப்பிடப்பட்டுள்ளது.

5.6 உருளும் இயக்கம் (ROLLING MOTION)

உருளும் இயக்கத்தை பெரும்பாலான தினசரி வாழ்வியல் செயல்களில், காண இயலும். சக்கரத்தின் இயக்கம் உருளும் இயக்கத்திற்கு சிறந்த எடுத்துக்காட்டு. வட்ட வடிவ பொருட்களான வளையம், வட்டத்தட்டு, கோளம் போன்றவற்றின் இயக்கம் உருளும் இயக்கத்திற்கு சிறந்த எடுத்துக்காட்டுகளாகும்.

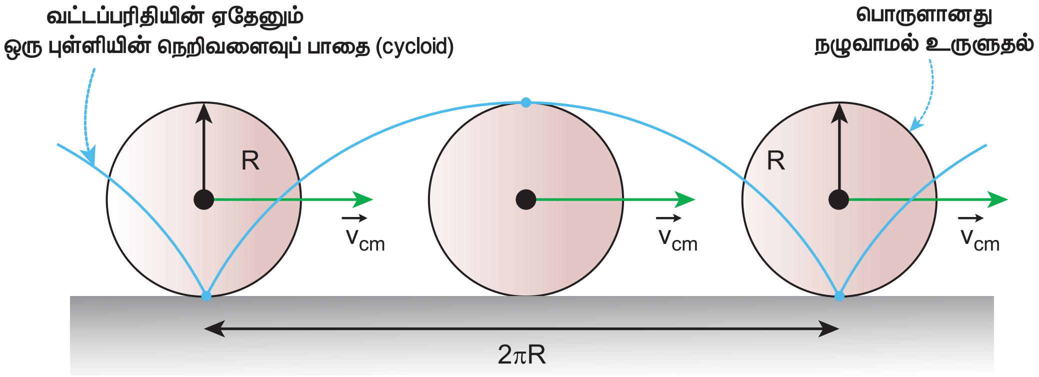
கிடைத்தளப்பரப்பில் வட்டத்தட்டு ஒன்றின் உருளும் இயக்கத்தினைப்பற்றி நாம் இப்போது கற்கலாம். வட்டத்தட்டின் விளிம்பில் P என்ற புள்ளியை கருதுக. உருளும் போது அப்புள்ளியானது நிறை மையத்தினை பொறுத்து சுழற்சி இயக்கத்தினையும். மேலும், நிறைமையத்தோடு சேர்ந்து இடப்பெயர்ச்சி இயக்கத்திற்கும் உள்ளாகிறது.

5.6.1 இடப்பெயர்ச்சியும் சுழற்சியும் சேர்ந்த இயக்கம்

உருளும் இயக்கத்தில் இடப்பெயர்ச்சி மற்றும் சுழற்சி இயக்கங்கள் எவ்வாறு தொடர்புடையது என்பதை இப்பகுதியில் பயிலலாம். சுழலும் தட்டின் ஆரம் R எனில் ஒரு முழு சுழற்சியின் போது அதன் நிறைமையமானது அடையும் இடப்பெயர்ச்சி $2\pi R$ ஒரு முழு சுழற்சியின் போது நிறைமையம் மட்டுமல்லாமல் வட்டத்தட்டில் உள்ள அனைத்து துகள்களும் அதே அளவான $2\pi R$, இடப்பெயர்ச்சியை

அட்டவணை 5.4 சுழல் மற்றும் இடப்பெயர்ச்சி இயக்கங்களின் ஒப்பீடு

வ.எண்	இடப்பெயர்ச்சி இயக்கம்	சுழற்சி இயக்கம்
1	இடப்பெயர்ச்சி, x	கோண இடப்பெயர்ச்சி, θ
2	நேரம், t	நேரம், t
3	திசைவேகம், $v = \frac{dx}{dt}$	கோண திசைவேகம், $\omega = \frac{d\theta}{dt}$
4	முடுக்கம், $a = \frac{dv}{dt}$	கோண முடுக்கம், $\alpha = \frac{d\omega}{dt}$
5	நிறை, m	நிலைமத்திருப்புத்திறன், I
6	விசை, $F = ma$	திருப்பு விசை, $\tau = I\alpha$
7	உந்தம், $p = mv$	கோண உந்தம், $L = I\omega$
8	கணத்தாக்கு, $F\,\Delta t = \Delta p$	கோணகணத்தாக்கு, $\tau\Delta t = \Delta L$
9	விசையினால் செய்யப்பட்ட வேலை, $W = F\,s$	திருப்புவிசையினால் செய்யப்பட்ட வேலை, $W = \tau\,\theta$
10	இயக்க ஆற்றல், $KE = \frac{1}{2} m v^2$	இயக்க ஆற்றல், $KE = \frac{1}{2} I\omega^2$
11	திறன், $P = F\,v$	திறன், $P = \tau\omega$

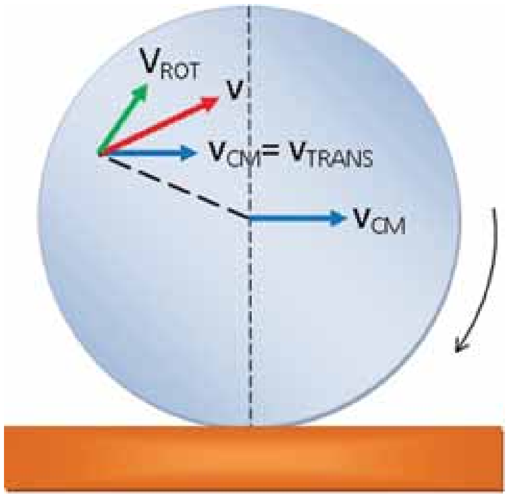


படம் 5.31 இடப்பெயர்ச்சியும் சுழற்சியும் சேர்ந்த இயக்கம்

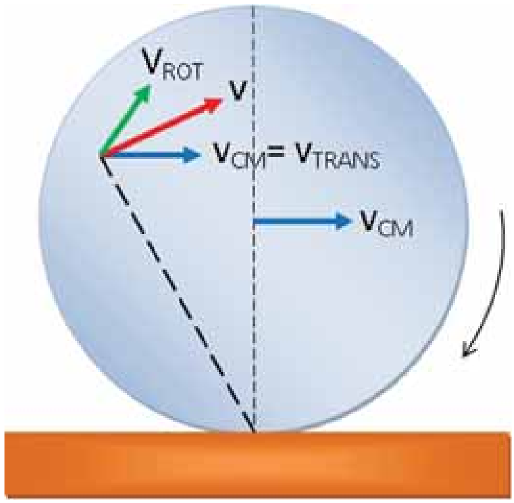
அடைந்துள்ளது இந்நிகழ்வில் நிறைமையமானது நேர்கோட்டுப் பாதையில் இயங்குகின்றது. ஆனால் மற்ற புள்ளிகள் அனைத்தும் இடப்பெயர்ச்சி மற்றும் சுழற்சி ஆகிய இரண்டு இயக்கங்களையும் பெற்றுள்ளன. வட்டத்தட்டின் விளிம்பில் உள்ள புள்ளி மேற்கொள்ளும் பாதையை படம் 5.31 தெளிவாக விளக்குகிறது. இது மேற்கொள்ளும் சிறப்புப் பாதைக்கு சைக்ளாய்டு (cycloid) என்று பெயர்.

36HDKX

நிறை மையத்தின் திசைவேகம் V_{CM} என்பது இடப்பெயர்ச்சி திசைவேகம் V_{TRANS} ($V_{CM} = V_{TRANS}$) க்குச் சமம். மற்ற அனைத்து புள்ளிகளும் இரு திசைவேகங்களை பெற்றுள்ளன. முதலாவதாக இடப்பெயர்ச்சித் திசைவேகம் (V_{TRANS}) நிறைமையத்தின் [திசைவேகத்தை போன்றே] மற்றும் இரண்டாவதாக சுழற்சித் திசைவேகம் V_{ROT} ($V_{ROT} = r\,\omega$ இங்கு r என்பது நிறை மையத்திலிருந்து புள்ளியின் தொலைவு மற்றும் ω கோணத்திசை வேகம்). ஒரு குறிப்பிட்ட கணத்தில் நாம் கருதிய புள்ளியின் திசைவேகம் V_{ROT} ஆனது நிலைவெக்டருக்கு செங்குத்தாக படம் 5.32 (a) இல் அமையும் இவ்விரு திசைவேகங்களின் தொகுபயன் திசைவேகம் V எனப்படும். பொருளானது உருளும் நிலையில் கிடைப்பரப்பை தொடும் புள்ளியிலிருந்து பெறப்படும் நிலை வெக்டருக்கு செங்குத்தாக தொகுபயன் திசைவேகம் V அமைந்திருப்பதை படம் 5.32(b) இல் காணலாம்.



(a) **நிறைமையத்தைப் பொருத்து**



(b) **கிடைப்பரப்பில் தொடும் புள்ளியை** பொருத்து

படம் 5.32 ஏதேனும் ஒரு புள்ளியில் தொகுபயன் திசைவேகம்

உருளும் இயக்கத்தின் போது தொடுபுள்ளியின் முக்கியத்துவத்தை கருதுவோம். நழுவுதலற்ற உருளுதல் (pure rolling) போது, தரைப்பரப்பை தொடும் புள்ளி கணநேரத்திற்கு அமைதி நிலையில் இருக்கும். பொருளின் விளிம்பில் உள்ள அனைத்துப் புள்ளிகளுக்கும் இதே நிகழ்வானது பொருந்தும். உருளுதலின் போது, விளிம்பில் உள்ள அனைத்து புள்ளிகளும் ஒன்றன் பின் ஒன்றாக கிடைப்பரப்புடன் தொடர்பு கொள்ளும்போது கணநேரத்திற்கு அமைதி நிலையை அடைந்து, முன்பே கூறியது போல் சைக்ளாய்டு பாதையை மேற்கொள்கிறது.

எனவே நழுவுதலற்ற உருளுதல் இயக்கத்தை இரு வகைகளாக கருதலாம்.

(i) நிறை மையத்தைப் பொறுத்து இடப்பெயர்ச்சி மற்றும் சுழற்சி இயக்கங்கள்.

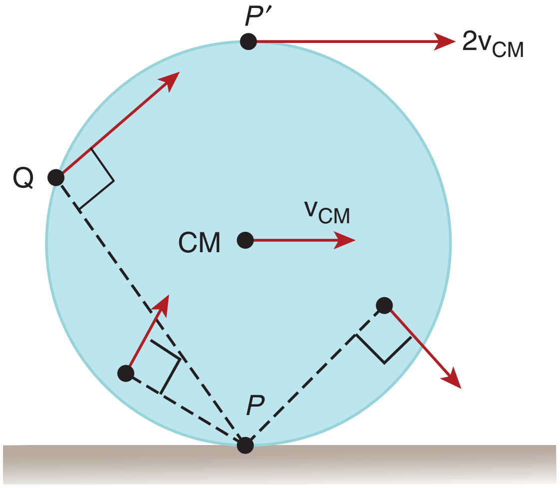
(அல்லது)

(ii) உருள் இயக்கத்தின் போது கிடைப்பரப்பை தொடும் புள்ளியின் கண நேர சுழற்சி இயக்கம்.

நழுவுதலற்ற உருளுதலின் போது கிடைப்பரப்பை தொடும் புள்ளியிலிருந்து அமைதி நிலையை அடைவதால் விளைவுத் திசைவேகம் V சுழியாகிறது (V = 0). உதாரணமாக, படம் 5.33, லிருந்து V_{TRANS} முன்னோக்கியும் மற்றும் V_{ROT} பின்னோக்கியும் எண்ணளவில் சமமாகவும் ஒன்றுக் கொன்று எதிர் திசையிலும் இருப்பதை $V_{TRANS} - V_{ROT} = 0$ குறிக்கிறது. V_{TRANS} மற்றும் V_{ROT} ஆகியவை நழுவுதலற்ற உருளுதலின் போது பொருளின் விளிம்பில் உள்ள அனைத்து புள்ளிகளும் கிடைப்பரப்பைத் தொடும் போது V_{TRANS} மற்றும் v_{ROT} எண்ணளவில் சமமாகவும் உள்ளது ($V_{TRANS} = V_{ROT}$) எனக் கூற இயலும். எனவே $V_{TRANS} = V_{CM}$ மற்றும் $V_{ROT} = R\omega$, எனும் போது நழுவுதலற்ற உருளுதல் பின்வருமாறு எழுதப்படுகிறது.

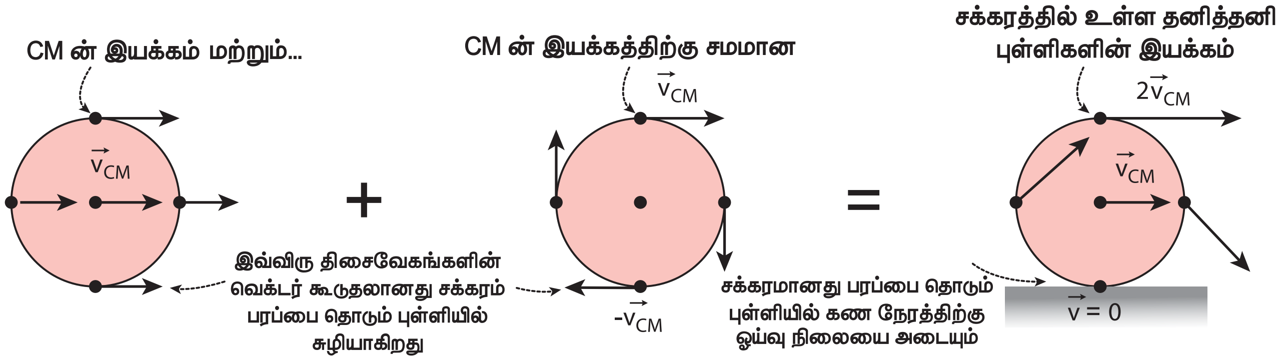
$$v_{CM} = R\,\omega \qquad (5.55)$$

சமன்பாடு 5.55 ஆனது சிறப்பு அம்சங்களைக் கொண்டுள்ளது என்பதை நாம் நினைவில் கொள்ள வேண்டும். சுழற்சி இயக்கத்தின போது, $V = r\omega$ என்ற தொடர்பின் படி, வட்டத்தட்டின் மையத்தில் r சுழியாவதால் மையப்புள்ளி திசைவேகத்தை பெற்றிருக்காது. ஆனால் உருள் இயக்கத்தின் போது சமன்பாடு 5.55 இன் படி வட்டத்தட்டின் மையமானது V_{CM} என்ற திசை வேகத்தை பெற்றிருப்பதை சுட்டிக்காட்டுகிறது.



படம் 5.34 நழுவுதலற்ற உருளுதலின் போது வெவ்வேறான புள்ளிகளில் திசைவேகம்

நழுவுதலற்ற உருளுதலின் போது பெரும உயரப் புள்ளியானது V_{TRANS} மற்றும் V_{ROT} என்ற இரு திசைவேகங்களையும் ஒரே எண்மதிப்பையும்,



படம் 5.33 நழுவுதலற்ற உருளுதலில் பரப்பை தொடும்புள்ளியிடத்து ஓய்வு நிலை

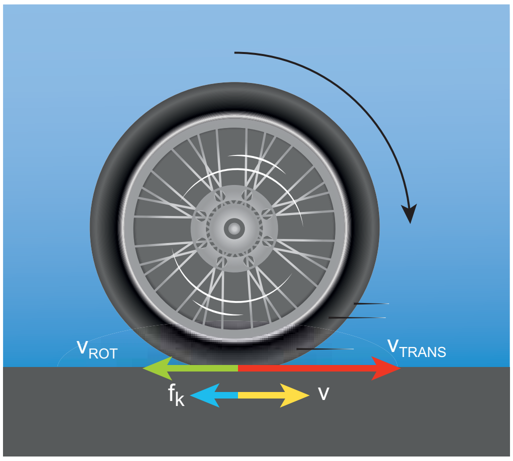
ஒரே திசையையும் (வலப்பக்கமாக) பெற்றிருக்கும். எனவே, தொகுபயன் திசைவேகம், $V = V_{TRANS} + V_{ROT}$. இன்னொரு வடிவில் படம் 5.34 இல் காட்டப்பட்டுள்ளது போல் திசைவேகம், $V = 2\ V_{CM}$

5.6.2 நழுவுதலும் சறுக்குதலும் (Slipping and Sliding)

கோளவடிவப்பொருட்கள்இயங்கும்பொழுதுஎந்தவகை கிடைப்பரப்பிலும் உராய்வுக் குணகம் ($\mu > 0$) சுழியை விட அதிகமாக உள்ளபோது உருள ஆரம்பிக்கும். ஒரு பொருள் உருள தேவைப்படும் உராய்வு விசையை உருளுதலின் உராய்வு என்கிறோம். நழுவுதலற்ற உருளுதலின் போது கிடைப்பரப்பைத் தொடும் புள்ளியானது சார்புத்திசைவேகத்தைப் பெற்றிருக்காது உருளுதலின்போது பொருளின் வேகத்தை அதிகரிக்கவோ அல்லது குறைக்கவோ முறையே முடுக்கத்தை அதிகமாக்குவதாலோ அல்லது குறைப்பதாலோ ஏற்படுகிறது. இது திடீரென்று நடக்கும்போது, உருளும் பொருள் நழுவவோ அல்லது சறுக்கவோ செய்கிறது.

சறுக்குதல்

சறுக்குதல் என்பது $V_{CM} > R\omega$ ($V_{TRANS} > V_{ROT}$) எனும் நிபந்தனையின்போது நிகழ்கிறது. அதாவது இங்கு சுழற்சி இயக்கத்தைவிட இடப்பெயர்ச்சி இயக்கம் அதிகம். இவ்வகையானது, ஒரு இயங்கும் வாகனம் திடீரென தடையை (brake) உணரும்போதோ அல்லது வாகனம் வழுவழுப்பான பரப்பில் இயங்க ஆரம்பிக்கும் போதோ ஏற்படுகிறது. இந்நிகழ்வின் போது கிடைப்பரப்பை தொடும் புள்ளியில் V_{ROT} விட V_{TRANS} அதிகமாக இருக்கும். இதன் தொகுபயன் திசைவேகமானது முன்னோக்கிய திசையில் படம் 5.35 இல் காட்டப்பட்டது போல் அமையும். இயக்க உராய்வு விசையானது (f_k) சார்பு இயக்கத்தை எதிர்க்கும். எனவே இவ்விசை சார்புத் திசைவேகத்திற்கு எதிர் திசையில் செயல்படும. உராய்வு விசையானது இடம்பெயர்வு திசை வேகத்தை குறைய செய்து பொருளானது நழுவுதலற்ற உருளுதலை ஏற்படுத்தும் வரை கோண திசைவேகத்தை அதிகரிக்க செய்யும். சறுக்குதல் என்பதை முன்னோக்கு நழுவுதல் என்றும் கூறலாம்.

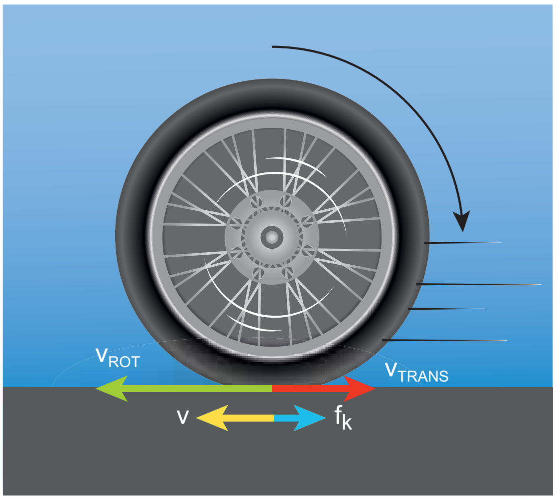


படம் 5.35 சறுக்குதல்

மாட்டு வண்டியின் சக்கரங்கள் பாரம்பரிய வழியில் நுட்பமாக செய்து பயன்படுத்தப்பட்டு வந்தது. இது நழுவுதலற்ற உருளுதலுக்கு ஓர் சிறந்த எடுத்துக்காட்டு.

நழுவுதல்

நழுவுதல் என்பது $V_{CM} < R\omega$ ($V_{TRANS} < V_{ROT}$) எனும் நிபந்தனையின்போது நிகழ்கிறது. நழுவுதலின்போது இடப்பெயர்ச்சி இயக்கத்தை விட சுழற்சி இயக்கம் அதிகம். இவ்வகையானது இயங்கும் வாகனம் ஓய்வு நிலையிலிருந்து திடீரென வேகமாக இயங்க ஆரம்பிக்கும்போதோ அல்லது சேற்றில் மாட்டிய வாகனம் இயங்கும் போதோ ஏற்படுகிறது. இந்நிகழ்வின் போது கிடைப்பரப்பை தொடும் புள்ளியில் v_{TRANS} வை விட v_{ROT} அதிகமாக இருக்கும். இதன் தொகுபயன் திசைவேகமானது பின்னோக்கிய திசையில் படம் 5.36 இல் காட்டப்பட்டுள்ளது போல் இருக்கும். இயக்க உராய்வு விசையானது (f_k) சார்பு இயக்கத்தை எதிர்க்கும். எனவே இவ்விசை சார்புத் திசைவேகத்திற்கு எதிர் திசையில் திசை வேகத்தை குறையச் செய்து பொருளானது நழுவுதலற்ற உருளுதலை ஏற்படுத்தும் வரை இடம்பெயர்வுக்கு திசைவேகத்தை அதிகரிக்கும். இவ்வகை சறுக்குதலை பின்னோக்கி நழுவுதல் என்றும் கூறலாம்.



படம் 5.36 நழுவுதல்

36R9HK

எடுத்துக்காட்டு 5.21

உருளும் சக்கரம் ஒன்றின் நிறைமையமானது 5 m s^{-1} திசைவேகத்துடன் இயங்குகிறது. இதன் ஆரம் 1.5 m மற்றும் கோண திசைவேகம் 3 rad s^{-1}, இச்சக்கரம் நழுவுதலற்ற உருளுதலில் உள்ளதா என சோதிக்க?

தீர்வு

இடம்பெயர்வு திசைவேகம் (v_{TRANS}) அல்லது நிறைமையத்தின் திசைவேகம்

v_{CM} = 5 m s^{-1}

ஆரம், R = 1.5 m மற்றும் கோண திசைவேகம் ω = 3 rad s^{-1}

சுழற்சி திசைவேகம், $v_{ROT} = R\,\omega$

$$v_{ROT} = 1.5 \times 3$$

$$v_{ROT} = 4.5 \text{ m s}^{-1}$$

எனவே $V_{CM} > R\omega$. அல்லது $V_{TRANS} > R\omega$. இந்த இயக்கமானது நழுவுதலற்ற உருளுதல் இல்லை மாறாக சறுக்குதல் இயக்கத்தில் உள்ளது.

5.6.3 நழுவுதலற்ற உருளுதலின் இயக்க ஆற்றல்

நழுவுதலற்ற உருளுதல் இயக்கமானது இடம்பெயர்வு மற்றும் சுழற்சி இயக்கம் இணைந்த இயக்கமாகையால் மொத்த இயக்க ஆற்றலை இடம்பெயர்வு இயக்க ஆற்றல் (KE_{TRANS}) மற்றும் சுழற்சி இயக்க ஆற்றல் (KE_{ROT}) இவற்றின் கூடுதல் எனலாம்.

$$KE = KE_{TRANS} + KE_{ROT} \qquad (5.56)$$

உருளும் பொருளின் நிறை M, நிறைமையத்தின் திசைவேகம் v_{CM}, அதன் நிலைமத்திருப்புத்திறன் நிறைமையத்தைப் பொருத்து I_{CM} மற்றும் கோண திசைவேகம் ω என்றால்,

$$KE = \frac{1}{2}Mv_{CM}^2 + \frac{1}{2}I_{CM}\omega^2 \qquad (5.57)$$

நிறைமையத்தை ஆதாரமாகப் பொருத்து

நிறைமையத்தைப் பொருத்து உருளும் பொருளின் நிலைமத்திருப்புத்திறன் (I_{CM}) , மற்றும் v_{CM} = R. இங்கு, K என்பது சுழற்சி ஆரம்.

$$KE = \frac{1}{2}Mv_{CM}^2 + \frac{1}{2}\left(MK^2\right)\frac{v_{CM}^2}{R^2}$$

$$KE = \frac{1}{2}Mv_{CM}^2 + \frac{1}{2}Mv_{CM}^2\left(\frac{K^2}{R^2}\right) \quad (5.58)$$

$$KE = \frac{1}{2}Mv_{CM}^2\left(1+\frac{K^2}{R^2}\right) \quad (5.59)$$

கிடைப்பரப்பை தொடும் புள்ளியைப் பொருத்து

உருளுதலின் போது கிடைப்பரப்பைத் தொடும் புள்ளியைப் பொருத்து ஏற்படும் கணச் சுழற்சியை எடுத்துக்கொண்டு இயக்க ஆற்றலுக்கான சமன்பாட்டை நாம் பெற இயலும் (உருளுதலுக்கான மற்றொரு முறை) தொடும்புள்ளியை O என எடுத்துக்கொண்டால்,

$$KE = \frac{1}{2}I_o\omega^2$$

இங்கு, I_o தொடும் புள்ளியைப் பொறுத்து நிலைமத் திருப்புத்திறன். இணையச்சு தேற்றத்தின் படி, $I_o = I_{CM} + MR^2$. இதனை, $I_o = MK^2 + MR^2$ என நாம் கூறலாம். மேலும் $v_{cm} = R\omega$ (அ) $\omega = \frac{v_{cm}}{R}$

$$KE = \frac{1}{2}\left(MK^2 + MR^2\right)\frac{v_{CM}^2}{R^2}$$

$$KE = \frac{1}{2}Mv_{CM}^2\left(1+\frac{K^2}{R^2}\right) \quad (5.60)$$

சமன்பாடுகள் (5.59), (5.60) இரண்டும் சமம், ஆதலால் நழுவுதலற்ற உருளுதலுக்கான கணக்குகளுக்கன தீர்வுகளை கீழ்க்கண்ட ஏதேனும் ஒரு நிகழ்வின் மூலம் தீர்மானிக்கலாம். (i) நிறைமையத்தைப் பொருத்து இடம்பெயர்வு மற்றும் சுழல் இயக்கம் இரண்டும் இணைந்த நிகழ்வு (அ)

(ii) தொடும்புள்ளியில் கணச் சுழற்சியைப் பொருத்த நிகழ்வு.

எடுத்துக்காட்டு 5.22

திண்மக் கோளம் ஒன்று நழுவுதலற்ற உருளுதலில் உள்ளது. அதன் இடப்பெயர்ச்சி இயக்க ஆற்றலுக்கும், சுழற்சி இயக்க ஆற்றலுக்கும் இடையேயான விகிதம் என்ன?

தீர்வு

நழுவுதலற்ற உருளுதலின் மொத்த ஆற்றலுக்கான சமன்பாடு,

$$KE = KE_{TRANS} + KE_{ROT}$$

மொத்த இயக்க ஆற்றலுக்கான சமன்பாடுகளிலிருந்து (5.58) மற்றும் (5.59),

$$KE = \frac{1}{2}Mv_{CM}^2 + \frac{1}{2}Mv_{CM}^2\left(\frac{K^2}{R^2}\right)$$

$$KE = \frac{1}{2}Mv_{CM}^2\left(1+\frac{K^2}{R^2}\right)$$

என்பதால்,

$$\frac{1}{2}Mv_{CM}^2\left(1+\frac{K^2}{R^2}\right) = \frac{1}{2}Mv_{CM}^2 + \frac{1}{2}Mv_{CM}^2\left(\frac{K^2}{R^2}\right)$$

மேற்கண்ட சமன்பாட்டிலிருந்து நழுவுதலற்ற உருளுதலின் மொத்த இயக்க ஆற்றலிற்கும் இடப்பெயர்ச்சி மற்றும் சுழற்சி இயக்க ஆற்றலிற்கும் இடையேயான தகவு

$$KE : KE_{TRANS} : KE_{ROT} :: \left(1+\frac{K^2}{R^2}\right) : 1 : \left(\frac{K^2}{R^2}\right)$$

இப்பொழுது, $KE_{TRANS} : KE_{ROT} :: 1 : \left(\frac{K^2}{R^2}\right)$

திண்ம கோளகத்திற்கு, $\frac{K^2}{R^2} = \frac{2}{5}$

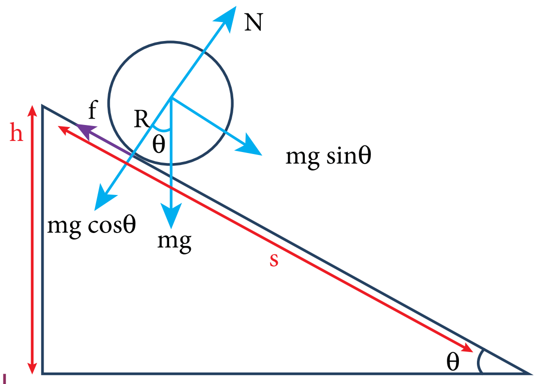
எனவே, $KE_{TRANS} : KE_{ROT} :: 1 : \frac{2}{5}$ or

$$KE_{TRANS} : KE_{ROT} :: 5 : 2$$

5.6.4. சாய்தளத்தில் உருளுதல்

சாய்தளத்தில் நிறை m , ஆரம் R கொண்ட உருளை வடிவப்பொருள் நழுவாமல் கீழ் நோக்கி உருள்வதை படம் (5.34) காட்டுவது போல் கருதுக. சாய்தளத்தில் பொருளின் மீது இரு விசைகள் செயல்படுகின்றன. அதில் ஒன்று புவி ஈர்ப்பு விசையின் கூறு (mg sin θ), மற்றொன்று நிலை உராய்வு (f) ஆகும். புவியீர்ப்பு விசையின் மற்றொரு கூறு (mg cosθ) ஆனது

தளத்திற்குச் செங்குத்தாக செயல்படும் செங்குத்து விசையினால் சமன் செய்யப்படுகிறது. ஆகவே சாய்தளத்தின் மீது ஏற்படும், இவ்வியக்கத்திற்கான சமன்பாட்டை தனித்த பொருளின் விசைப்படம் மூலம் பெறலாம்.



படம் 5.37 சாய்தளத்தில் உருளும் இயக்கம்

mg sinθ வானது இடப்பெயர்ச்சி இயக்கத்தை ஏற்படுத்தும் விசையாகவும், உராய்வு விசை இடப்பெயர்ச்சி இயக்கத்தை எதிர்க்கும் விசையாகவும் இருக்கிறது.

$$mg\ sin\theta - f = ma \qquad (5.61)$$

சுழற்சி இயக்கத்தின் போது, பொருளின் மையத்தை பொருத்து திருப்பு விசையை கருதுக. $mg\ sin\theta$ வின் கூறு திருப்பு விசையை ஏற்படுத்தாது, ஆனால் உராய்வு விசை f திருப்பு விசை Rf யை ஏற்படுத்தும்.

$$Rf = I\alpha$$

$a = r\,\alpha$, $I = mK^2$, என்ற தொடர்புகளின் படி.

$$Rf = mK^2\frac{a}{R};\quad f = ma\left(\frac{K^2}{R^2}\right)$$

(5.59) சமன்பாடானது,

$$mg\ \sin\theta - ma\left(\frac{K^2}{R^2}\right) = ma$$

$$mg\ \sin\theta = ma + ma\left(\frac{K^2}{R^2}\right)$$

$$a\left(1+\frac{K^2}{R^2}\right) = g\ \sin\theta$$

சமன்பாட்டை பின்வருமாறு எழுதினால் முடுக்கமானது (a)

$$a = \frac{g\ \sin\theta}{\left(1+\frac{K^2}{R^2}\right)} \qquad (5.62)$$

சாய்தளத்தில் உருளும் பொருளின் இறுதி திசைவேகத்தை இயக்கச் சமன்பாடுகளின் மூன்றாவது சமன்பாடான $v^2 = u^2 + 2as$ மூலமும் காணலாம். பொருளானது அமைதி நிலையிலிருந்து உருள ஆரம்பிக்கும் போது ஆரம்ப திசை வேகம் சுழி, $(u = 0)$. சாய்தளத்தின் குத்துயரம் h எனும் போது, சாய்தளத்தின் நீளம் s ஆனது, $s = \dfrac{h}{\sin\theta}$

$$v^2 = 2\frac{g\ \sin\theta}{\left(1+\frac{K^2}{R^2}\right)}\left(\frac{h}{\sin\theta}\right) = \frac{2gh}{\left(1+\frac{K^2}{R^2}\right)}$$

இருபுறமும் வர்க்க மூலம் காண,

$$v = \sqrt{\frac{2gh}{\left(1+\frac{K^2}{R^2}\right)}} \qquad (5.63)$$

உருளும் பொருள் சாய்தளத்தில் கீழ்நோக்கி இயங்க (அடிப்பகுதியை அடைய) எடுத்துக்கொள்ளும் காலத்தை இயக்கச் சமன்பாட்டில் முதலாவது சமன்பாடான, $v = u + at$ மூலம் பெறலாம். பொருளானது அமைதி நிலையிலிருந்து உருள ஆரம்பிக்கும் போது $(u = 0)$.,

$$t = \frac{v}{a}$$

$$t = \left(\sqrt{\frac{2gh}{\left(1+\frac{K^2}{R^2}\right)}}\right)\left(\frac{\left(1+\frac{K^2}{R^2}\right)}{g\ \sin\theta}\right)$$

$$t = \sqrt{\frac{2h\left(1+\frac{K^2}{R^2}\right)}{g\ \sin^2\theta}} \qquad (5.64)$$

இச்சமன்பாட்டின் மூலம் நாம் அறிவது, கொடுக்கப்பட்ட ஒரு சாய்தளத்தில், மிகக்குறைந்த சுழற்சி ஆரம் கொண்ட உருளும் பொருள் முதலாவதாக வந்தடையும்.

எடுத்துக்காட்டு 5.23

நான்கு உருளை வடிவ பொருட்களான வளையம், வட்டத்தட்டு, உள்ளீடற்ற கோளம் மற்றும் திண்மக் கோளம் ஆகியவை ஒத்த ஆரம் R உடன் ஒரே நேரத்தில் சாய்தளத்தில் உருள ஆரம்பிக்கிறது. எந்த பொருள் சாய்தளத்தின் அடிப்பகுதியை முதலில் வந்தடையும் என்பதைக் காண்க.

தீர்வு

வளையம், வட்டத்தட்டு, உள்ளீடற்றக் கோளம் மற்றும் திண்ம கோளம் ஆகிய நான்கின் சுழற்சி ஆரங்கள் K ஆனது R, $\sqrt{\frac{1}{2}}R$, $\sqrt{\frac{2}{3}}R$, $\sqrt{\frac{2}{5}}R$ (அட்டவணை (5.3) இன்படி இதன் எண்வடிவு முறையே 1 R, 0.707 R, 0.816 R, 0.632 R ஆகும். நேரத்திற்கான சமன்பாடு

$$t = \sqrt{\frac{2h\left(1+\frac{K^2}{R^2}\right)}{g\sin^2\theta}}$$

சுழற்சி ஆரம் குறைவாகப் பெற்றுள்ள பொருள் அடிப்பகுதியை அடைய குறைந்த நேரத்தை எடுத்துக் கொள்ளும். சாய்தளத்தில் பொருட்கள் வந்தடையும் வரிசை: முதலில் திண்மக்கோளம், இரண்டாவது வட்டத்தட்டு, மூன்றாவது உள்ளீடற்ற கோளம், நான்காவது வளையம் என அமையும்.

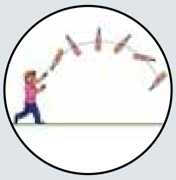
3715P8

பாடச் சுருக்கம்

- துகள்களுக்கிடையேயான தொலைவு மாறாமல் இருந்தால் அது திண்மப்பொருள் என்று கருதப்படுகிறது.
- ஒழுங்கான வடிவமுடைய பொருட்களில் நிறையானது சீராக பரவியிருந்தால் நிறை மையமானது வடிவியல் மையத்திலேயே அமையும்.
- நிகர திருப்புவிசையானது எந்தவொரு பொருளையும் சுழற்சி இயக்கத்திற்கு உட்படுத்தும்.
- ஒரு திண்மப்பொருளானது இடம்பெயர்வு சமநிலையில் உள்ளது எனில் அதன் மீதான மொத்த புறவிசையின் மதிப்பு சுழியாகும். அதேபோல் சுழற்சி சமநிலையில் உள்ளது எனில் அதன் மீதான மொத்த திருப்பு விசையின் மதிப்பு சுழியாகும்.
- ஒழுங்கற்ற அல்லது நீட்டிக்கப்பட்ட பொருட்களின் ஈர்ப்பு மையமானது, ஈர்ப்பியல் திருப்பு விசையின் மதிப்பு சுழியாகும் புள்ளியில் அமையும்.
- பொருளின் மீது செயல்படும் புறத்திருப்பு விசை சுழி எனில் சுழலும் அச்சைப் பொருத்த கோண உந்தம் மாறிலியாக இருக்கும்.
- எல்லா இடம்பெயர்வு இயக்க அளவுகளுக்கும் சமமான சுழற்சி இயக்க அளவுகள் உள்ளது.
- உருளுதல் என்பது இடப்பெயர்வு மற்றும் சுழற்சி சேர்ந்த இயக்கமாகும்.
- உருளுதல் என்பதை கிடைப்பரப்பை தொடும் புள்ளியிடத்து கணச் சுழற்சியாகவும் கருதலாம்.
- நழுவுதலற்ற உருளுதலின் போது மொத்த இயக்க ஆற்றல் என்பது இடப்பெயர்வு இயக்க ஆற்றல் மற்றும் சுழற்சி இயக்க ஆற்றல் ஆகியவற்றின் கூடுதல் ஆகும்.
- சறுக்குதலின் போது சுழற்சி இயக்கத்தை விட இடம்பெயர்வு இயக்கம் அதிகமாக இருக்கும்.
- நழுவதலின் போது இடம்பெயர்வு இயக்கத்தை விட சுழற்சி இயக்கம் அதிகமாக இருக்கும்.

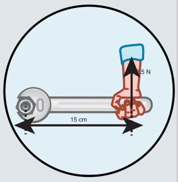
கருத்து வரைபடம்

துகள்களினால் ஆன அமைப்பின் இயக்கமும் திண்மப் பொருளும்

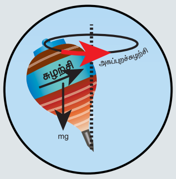


நிறை மையம்

திருப்பு விசை
$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$



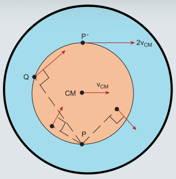
சம நிலை
$F_{net} = 0; \tau_{net} = 0;$



நிலைமத் திருப்புத்திறன்
$I = MR^2$

சுழற்சி இயக்கவியல்
$\tau = I\alpha$

உருளுதல்
$V_{cm} = r\omega$



மதிப்பீடு

I. சரியான விடை தேர்ந்தெடுக்க:

1. துகள்களால் ஆன அமைப்பின் நிறை மையம் சாராதிருப்பது

[AIPMT 1997, AIEEE 2004]

(a) துகள்களின் நிலை

(b) துகள்களுக்கிடையே உள்ள தொலைவு

(c) துகள்களின் நிறை

(d) துகளின் மீது செயல்படும் விசை

2. இரட்டை உருவாக்குவது

[AIPMT 1997]

(a) சுழற்சி இயக்கம்

(b) இடப்பெயர்ச்சி இயக்கம்

(c) சுழற்சி மற்றும் இடப்பெயர்ச்சி

(d) இயக்க மின்மை

3. துகள் ஒன்று மாறாத திசைவேகத்துடன் X அச்சுக்கு இணையான நேர்கோட்டின் வழியே இயங்கி கொண்டிருக்கிறது. ஆதியைப் பொருத்து எண்ணளவில் அதன் கோண உந்தம்.

[IIT 2002]

(a) சுழி

(b) x ஐப் பொருத்து அதிகரிக்கிறது

(c) x ஐப் பொருத்து குறைகிறது.

(d) மாறாதது

4. 3 kg நிறையும் 40 cm ஆரமும் கொண்ட உள்ளீடற்ற உருளையின் மீது கயிறு ஒன்று சுற்றப்பட்டுள்ளது. கயிற்றை 30 N விசையை கொண்டு இழுக்கப்படும் போது உருளையின் கோண முடுக்கத்தை காண்க.

[NEET 2017]

(a) 0.25 rad s^{-2}

(b) 25 rad s^{-2}

(c) 5 m s^{-2}

(d) 25 m s^{-2}

5. உருளை வடிவக் கலனில் பகுதியாக நீர் நிரப்பபட்டு மூடி வைக்கப்பட்டுள்ளது. கலனிற்கு செங்குத்து இரு சம வெட்டியின் வழிச்செல்லும் அச்சைப்பற்றி கிடைத்தளத்தில் சுழலும் போது அதன் நிலைமத் திருப்புத்திறன்.

[IIT 1998]

(a) அதிகரிக்கும்

(b) குறையும்

(c) மாறாது

(d) சுழலும் திசையைச் சார்ந்தது.

6. திண்பொருள் ஒன்று கோண உந்தம் L உடன் சுழல்கிறது இதன் இயக்க ஆற்றல் பாதியானால் கோண உந்தமானது

[AFMC 1998, AIPMT 2015]

(a) L (b) L/2

(c) 2L (d) $L/\sqrt{2}$

7. துகள் ஒன்று சீரான வட்ட இயக்கத்திற்கு உட்படுகிறது. கோண உந்தம் எதைப் பொருத்து மாறாது

[IIT 2003]

(a) வட்டத்தின் மையத்தை

(b) வட்டப்பரிதியில் ஏதேனும் ஒரு புள்ளியை

(c) வட்டத்தின் உள்ளே ஏதேனும் ஒரு புள்ளியை

(d) வட்டத்தின் வெளியே ஏதேனும் ஒரு புள்ளியை

8. ஒரு நிறையானது நிலையான புள்ளியைப் பொருத்து ஒரு தளத்தில் சுழலும்போது, அதன் கோண உந்தத்தின் திசையானது

[AIPMT 2012]

(a) சுழலும் தளத்திற்கு செங்குத்துத் திசையில் செல்லும் கோட்டின் வழியாக இருக்கும்

(b) சுழலும் தளத்திற்கு 45^0 கோணத்தில் செல்லும் கோட்டின் வழியாக இருக்கும்

(c) ஆரத்தின் வழியாக இருக்கும்

(d) பாதையின் தொடுகோட்டு திசையின் வழியாக இருக்கும்.

9. சமமான நிலைமத் திருப்புத்திறன் கொண்ட வட்டத்தட்டுகள், மையம் வழியே வட்டத்தட்டுகளின் தளத்திற்கு செங்குத்தாக

செல்லும். அச்சைப் பற்றி ω_1 மற்றும் ω_2 என்ற கோண திசைவேகங்களுடன் சுழல்கின்றன. இவ்விரு வட்டத்தட்டுகளின் அச்சுகளை ஒன்றிணைக்குமாறு அவை ஒன்றுடன் ஒன்று பொருத்தப்படுகின்றன எனில், இந்நிகழ்வின்போது ஆற்றல் இழப்பிற்கான கோவையானது

(a) $\frac{1}{4}I(\omega_1-\omega_2)^2$ (b) $I(\omega_1-\omega_2)^2$

(c) $\frac{1}{8}I(\omega_1-\omega_2)^2$ (d) $\frac{1}{2}I(\omega_1-\omega_2)^2$

[NEET 2017]

10. I_a நிலைமத் திருப்புத்திறன் கொண்ட வட்டத்தட்டு மாறாத கோண திசைவேகம் ω வுடன் கிடைத்தளத்தில் சமச்சீரான அச்சைப் பற்றி சுழல்கிறது. ஓய்வு நிலையிலுள்ள மற்றொரு வட்டத்தட்டின் I_b என்ற நிலைமத்திருப்புத்திறனுடன் சுழலும் வட்டத்தட்டின் மீது அச்சுழலும் அச்சிலேயே விடப்படுகிறது. இதனால் இரு வட்டத்தட்டுகளும் மாறா கோண வேகத்தில் சுழல்கிறது. இந்நிகழ்வில் உராய்வினால் ஏற்படும் ஆற்றல் இழப்பு

(a) $\frac{1}{2}\frac{I_b^2}{(I_a+I_b)}\omega^2$

(b) $\frac{I_b^2}{(I_a+I_b)}\omega^2$

(c) $\frac{(I_b-I_a)^2}{(I_a+I_b)}\omega^2$

(d) $\frac{1}{2}\frac{I_bI_b}{(I_a+I_b)}\omega^2$ [AIPMT 2001]

11. M நிறையும் R ஆரமும் கொண்ட திண்மக் கோணமானது θ கோணம் உள்ள சாய்தலத்தில் கீழ்நோக்கி நழுவாமல் உருளுதலின் போதும் உருளாமல் சறுக்குதலின் போதும் பெற்றிருக்கும் முடுக்கங்களின் விகிதம்

(a) 5:7 (b)2:3 (c) 2:5 (d) 7:5

[AIPMT 2014]

12. மையத்தை தொட்டுச் செல்லும் R விட்டமுடைய வட்டத்தட்டு வெட்டி எடுக்கப்படுகிறது. மீதமுள்ள பகுதியின் தளத்திற்கு செங்குத்தான அச்சைப் பொருத்து நிலைமத்திருப்புத் திறனானது

(a) $15MR^2/32$ (b) $13MR^2/32$

(c) $11MR^2/32$ (d) $9MR^2/32$

[NEET 2016]

13. திண்மக்கோளம் ஒன்று சறுக்காமல் உச்சியிலிருந்து கீழ்நோக்கி அமைதிநிலையிலிருந்து h குத்துயரம் கொண்ட சாய்தளத்தை கடக்கும்போது அதன் வேகம்.

(a) $\sqrt{\frac{4}{3}gh}$ (b) $\sqrt{\frac{10}{7}gh}$

(c) $\sqrt{2gh}$ (d) $\sqrt{\frac{1}{2}gh}$

14. கிடைத்தளத்தில் உருளும் சக்கரம் ஒன்றின் மையத்தின் வேகம் v_o சக்கரத்தின் பரியில் மையப் புள்ளிக்கு இணையான உயரத்தில் உள்ள புள்ளி இயக்கத்தின் போது பெற்றிருக்கும் வேகம்.

(a) சுழி (b) v_o

(c) $\sqrt{2}\,v_o$ (d) $2v_o$

[PMT 1992, PMT 2003, IIT 2004]

15. சாய்தளத்தில் M நிறையும் R ஆரமும் கொண்ட உருளை வடிவப்பொருள் நழுவாமல் கீழ்நோக்கி உருள்கிறது. அது உருளும் உராய்வு விசையானது

[PMT 2005]

(a) இயக்க ஆற்றலை வெப்ப ஆற்றலாக மாற்றும்

(b) சுழற்சி இயக்கத்தை குறைக்கும்

(c) சுழற்சி மற்றும் இடப்பெயர்ச்சி இயக்கங்களை குறைக்கும்

(d) இடப்பெயர்ச்சி ஆற்றலை சுழற்சி ஆற்றலாக மாற்றும்

விடைகள்

1) d	2) a	3) d	4) b	5) a
6) d	7) a	8) a	9) a	10) d
11) a	12) b	13) a	14) c	15) d

II. குறுவினாக்கள்

1. நிறைமையம் வரையறு.
2. கீழ்கண்ட வடிவியல் அமைப்புகளின் நிறைமையத்தை காண்க.

   (அ) சமபக்க முக்கோணம்
   (ஆ)உருளை
   (இ)சதுரம்
3. திருப்புவிசை வரையறு. அதன் அலகு யாது?
4. திருப்பு விசையை உருவாக்காத விசைகளுக்கான நிபந்தனை யாது?
5. நடைமுறை வாழ்வில் திருப்பு விசை பயன்படுத்தப்படும் எடுத்துக் காட்டுகள் ஏதேனும் இரண்டு கூறு.
6. திருப்பு விசைக்கும் கோண உந்தத்திற்கும் இடையேயான தொடர்பு யாது?
7. சமநிலை என்றால் என்ன?
8. உறுதி மற்றும் உறுதியற்ற சமநிலையை எவ்வாறு வேறுபடுத்துவாய்?
9. இரட்டையின் திருப்புத்திறனை வரையறு.
10. திருப்புத்திறனின் தத்துவத்தை கூறுக.
11. ஈர்ப்பு மையத்தை வரையறு.
12. நிலைமத்திருப்புத்திறனின் சிறப்பு அம்சங்கள் ஏதேனும் இரண்டைக் கூறு?
13. சுழற்சி ஆரம் என்றால் என்ன?
14. கோண உந்த மாறா விதியைக் கூறு.
15. (அ)நிறை

    (ஆ) விசை என்ற இயற்பியல் அளவுகளுக்கு சமமான சுழற்சி இயக்க அளவுகள் யாவை?
16. தூய உருளுதலுக்கான நிபந்தனை என்ன?
17. சறுக்குதலுக்கும் நழுவுதலுக்கும் உள்ள வேறுபாடுகள் யாவை?

III. நெடுவினாக்கள்

1. சமநிலையின் வகைகளை தக்க உதாரணங்களுடன் விளக்குக.
2. ஒழுங்கற்ற வடிவமுடைய பொருட்களின் நிறை மையம் காணும் முறையை விளக்குக.
3. சைக்கிள் ஒட்டுபவர் வளைவுப்பாதையை கடக்க முயலும் போது சாய்வதற்கான காரணம் என்ன? கொடுக்கப்பட்ட திசை வேகத்திற்கு சைக்கிள் ஒட்டுபவர் சாயும் கோணத்திற்கான சமன்பாட்டை பெறுக.
4. தண்டு ஒன்றின் நிலைமத்திருப்புத்திறனை அதன் மையம் வழியாகவும், தண்டிற்கு செங்குத்தாகவும் செல்லும் அச்சைப் பொருத்ததுமான சமன்பாட்டை விவரி.
5. சீரான வளையத்தின் மையம் வழிச் செல்வதும், தளத்திற்கு செங்குத்தானதுமான அச்சைப் பற்றிய நிலைமத்திருப்புத்திறனிற்கான சமன்பாட்டை வருவி.
6. சீரான வட்டத்தட்டின் மையம் வழிச் செல்வதும், தளத்திற்கு செங்குத்தானதுமான அச்சைப் பற்றிய நிலைமத்திருப்பத்திறனைக் காண்க.
7. கோண உந்த மாறா விதியை தக்க உதாரணங்களுடன் விவரி.
8. இணையச்சு தேற்றத்தை கூறி நிரூபிக்க
9. செங்குத்து அச்சுத் தேற்றத்தைக் கூறி நிரூபிக்க
10. சாய்தளத்தில் உருளுதலை விவரி மற்றும் அதன் முடுக்கத்திற்கான சமன்பாட்டை பெறுக.

IV. கருத்துரு வினாக்கள்

1. மரம் வெட்டப்படும் போது, மரமானது வெட்டி வீழ்த்த வேண்டிய திசையின் பக்கமே வெட்டப்பட வேண்டியது ஏன்?
2. மூட்டை தூக்கும் தொழிலாளி, மூட்டையை முதுகில் சுமக்கும் போது முன்நோக்கி சாய்வது ஏன்?
3. தீக்குச்சி ஒன்றை விரல் நுனியில் சமன் செய்வதைவிட மீட்டர் அளவுகோள் ஒன்றை அதே போல் சமன் செய்வது எளிமையாக இருப்பது ஏன்?
4. இரு சமமான அளவு பாட்டில்களில் ஒன்றை நீர் நிரப்பியும் மற்றொன்றை காலியாகவும் கொண்டு சாய்தளத்தில் கீழ்நோக்கி உருளுமாறு அனுமதிக்கப்படுகிறது. இவற்றில் எது சாய்தளத்தின் அடிப்பகுதியை முதலில் அடையும்? விளக்குக.

5. கோண உந்தத்திற்கும் சுழற்சி இயக்க ஆற்றலுக்கும் இடையேயான தொடர்பை தருக. இவற்றிற்கு இடையேயான வரைபடத்தை வரைக. ஒத்த கோண உந்தம் கொண்ட இரு பொருட்களின் நிலைமத்திருப்புத்திறன்களை வரைபடம் மூலம் ஒப்பிடுக.
6. செவ்வக கட்டையானது மேசையின் மீது அமைதி நிலையில் உள்ளது. கட்டையை நகரச் செய்ய மேசையின் தளத்திலிருந்து 'h' உயரத்தில் கிடைத்தள விசை செலுத்தப்படுகிறது. மேசை கட்டையின் மீது செலுத்தும் செங்குத்து விசை N, h –ஐச் சார்ந்து இருக்குமா?
7. மூன்று சாய்தளங்களில் ஒரே மாதிரியான திண்மக் கோளங்கள் கீழ்நோக்கி இயங்குகிறது. சாய்தளங்கள் A,B,C ஆகியவை ஒத்த பரிமாணத்தை உடையன. A யில் உராய்வின்றியும், B இல் நழுவுதலற்ற உருளுதலும் மற்றும் C யில் நழுவி உருளுதலும் ஏற்படுகிறது. சாய்தளத்தின் அடிப்பகுதியில் இவற்றின் இயக்க ஆற்றல்கள் E_{A}, E_{B}, E_{C}, இவற்றை ஒப்பிடுக.
8. கீழ்க்கண்ட கூற்று தவறு எனக் காட்ட ஓர் உதாரணம் தருக "ஏதேனும் இரு விசைகள் ஒன்றிணைந்து ஒரே தொகுபயன் விசையாக ஒரு பொருளின் மீது செயல்படும் போது, விசை ஒரே விளைவைக் கொடுக்கும்".

V. பயிற்சி கணக்குகள்

1. 100 g நிறையுள்ள சீரான வட்டத் தட்டின் விட்டம் 10 cm கிடைத்தள மேசையின் மீது 20 cm s^{-1} திசை வேகத்துடன் உருளும் போது அதன் மொத்த ஆற்றலை கணக்கிடுக.

(**விடை:** 0.1028 J)

2. 5 அலகுகள் நிறை கொண்ட ஒரு துகள் $v=3\sqrt{2}$ அலகுகள் சீரான வேகத்துடன் XOY தளத்தில் y = x + 4 என்ற சமன்பாட்டின் படி இயங்குகிறது. அத்துகளின் கோண உந்தத்தை காண்க.

(**விடை:** 60 அலகுகள்)

3. சுழலும் சக்கரமொன்று சீரான கோண முடுக்கத்துடன் சுழல்கிறது, இதன் கோணத்திசைவேகம் 20π rad s^{-1} லிருந்து 40π rads^{-1} க்கு 10 வினாடிகளில் அதிகரிக்கப்படுகிறது. எனில் சுற்றுகளின் எண்ணிக்கையை காண்க.

(**விடை:**150சுழற்சி)

4. m நிறையும் ,l நீளமும் கொண்ட தண்டு அதன் ஒரு முனையின் வழிச்செல்லும் அச்சைப் பொருத்து θ கோணத்தை ஏற்படுத்துகிறது. அந்த அச்சைப் பற்றிய நிலைமத்திருப்புத்திறனைக் காண்க.

(**விடை:** $\frac{1}{12}M\ell^2\sin^2\theta$)

5. இரு துகள்கள் P மற்றும் Q என்பனவற்றின் நிறைகள் முறையே 1 kg மற்றும் 3 kg அவற்றிற்கு இடையேயான கவர்ச்சி விசையினால் 30 m s^{-1} மற்றும் 6 m s^{-1} என்ற திசைவேகங்களுடன் ஒன்றை ஒன்று நோக்கி நகர்கின்றன. அவற்றின் நிறைமையங்களின் திசைவேகங்கள் என்ன?

(**விடை:** சுழி)

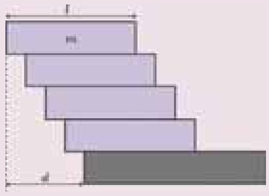
6. ஹைட்ரஜன் மூலக் கூறு ஒன்றின் நிலைமத்திருப்புத்திறனை அதன் நிறைமையத்தின் வழியாகவும் அணுக்களுக்கிடையேயான அச்சிற்கு செங்குத்தாகவும் செல்லும் அச்சைப் பொருத்து காண்க ஹைட்ரஜன் அணுவின் நிறை = 1.7×10^{-27}kg மற்றும் அணுவிடைத் தொலைவு= 4×10^{-10}m என கொள்க. விடை 1.36×10^{-36} kg m^2 (குறிப்பு– ஒரு அணுவிற்கு நிலைமத்திருப்புத்திறனை கண்டறிந்து இருமடங்காக கணக்கிடுக)

(**விடை:** 1.36×10^{-46} kg m^2

7. ஒரு சுவரின் விளிம்பில் ஒரே நீளமுடைய செங்கற்கள் அவற்றின் நிறையால் மட்டும் சம நிலையில் இருக்குமாறு படத்தில் காட்டியவாறு அடுக்கப் படுகின்றன். அடுக்கின் வெளிநீட்சி d ஆனது செங்கல்லின் நீளம் ℓ ஐ விட அதிகமாக இருக்க எத்தனை செங்கற்கள் தேவைப்படும்?

(**குறிப்பு** - செங்கல் ஒன்றின் நிறைமையத்தை கண்டுபிடித்து கூட்டுக)

விடை:



8. போயிங் 747 விமானம் ஒன்று 70m/s என்ற வேகத்தில் தரை இறங்க உள்ளது. விமானத்தின் சக்கரம் தரையை தொடுவதற்கு முன் சுழல் இயக்கத்தில் இல்லை. விமானத்தின் சக்கரம் தரையை தொடும் கணத்திலிருந்து சக்கரமானது சறுக்கும் நேரத்தை காண்க. (அதன் ஆரம் 0.7 m, 100 kg சீராண நிறைபரவல் மற்றும் தரையில் உராய்வு குணகம் 0.5 எனக் கொள்க)

(**விடை:** 2.1 m)

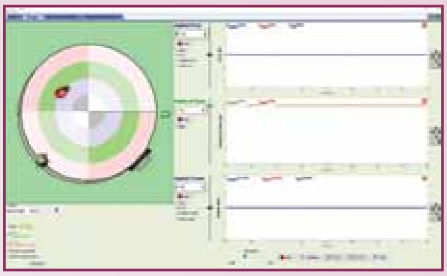
மேற்கோள் நூல்கள்

1. Michael Nelkon and Philip Parker, Advanced Level Physics, 7th Edition, CBS Publishers & Distributers Pvt. Ltd, (2006).
2. David Halliday, Robert Resnick and Jearl Walker,Fundamentals of Physics, 6th Edition, John Wiley & Sons Inc., (2004).
3. H.C. Verma,Concepts of Physics [Part 1], 1st Edition, BharathiBhawan Publishers & Distributers Pvt. Ltd., (2008).
4. Igor Irodov, Problems in General Physics, 3rd Edition, Mir Publishers, Mascow, (2006).
5. Roger A. Freedman, Hugh D. Young, Sears and Zemansky's University Physics: Mechanics, 12th Edition, Pearson, (2011).

இணையச் செயல்பாடு

நிலைமத் திருப்புத்திறன்

எதைச் சுழற்றுவது எளிது?
வட்ட வளையத்தையா அல்லது
வட்டத்தட்டையா?

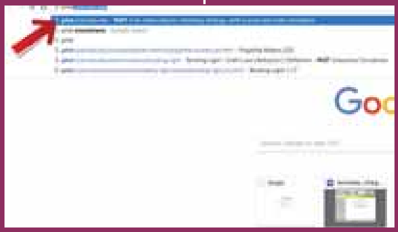


படிகள்

- கீழ்க்காணும் உரலி / விரைவுக் குறியீட்டைப் பயன்படுத்தி 'PhET' திருப்புவிசை பக்கத்திற்குச் சென்று 'java applet'– யைத் தரவிறக்கம் செய்து திறக்கவும்.
- பீடத்தின் நிறை 0.1 kg, வெளிப்புற ஆரம் 4m, (உள் ஆரம் O) என பொருத்திக்கொள்ளவும். தற்போது வட்டதட்டைச் சுழற்ற 'go' என்ற பொத்தானை அழுத்தி நிலைமத் திருப்புத்திறனின் மதிப்பைப் பெறவும்.
- நிறை மற்றும் ஆரத்தின் அளவுகளை மாற்றியமைத்து நடு வரைபடத்தில் ஏற்படும் நிலைமத் திருப்புத்திறனின் மாற்றத்தை உற்று நோக்கவும்.
- வட்டத்தட்டின் உள்ஆரம் மற்றும் வெளி ஆரத்தின் மதிப்புகளைச் சமமாக வைத்து, நிறையை 0.1 kg என்று வைக்கவும். இப்படி வைக்கும் போது வட்டத்தட்டு வட்டவளையமாகும். இப்போது 'OK' என்னும் பொத்தானைச் சொடுக்கவும்.
- நடு வரைபடத்தில் உள்ள நிலைமத் திருப்புத்திறனின் மதிப்பை உற்றுநோக்குக. ஒரே ஆரம் மற்றும் ஒரே நிறை கொண்ட வட்டத்தட்டு மற்றும் வட்டவளையத்தின் நிலைமத் திருப்புத்திறன்களை ஒப்பிடுக.

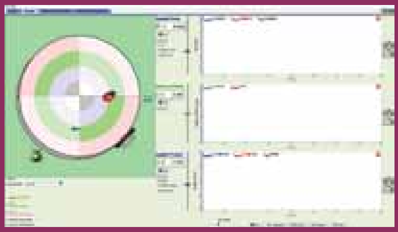
குறிப்பு: நிலைமத் திருப்புத்திறன் அதிகமாக இருந்தால், கோணத்திசையில் முடுக்கமடையச் செய்வது கடினமாக இருக்கும்.

படி 1

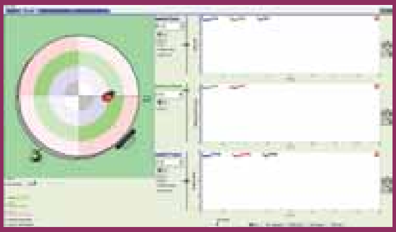


படி 2

படி 3



படி 4



உரலி:

https://phet.colorado.edu/en/simulation/torque

*படங்கள் அடையாளத்திற்கு மட்டும்.

* Flash Player or Java Script தேவையெனில் அனுமதிக்க.

B126_11_PHY_TM

பின் இணைப்பு 1

37IWSI

தீர்க்கப்பட்டகணக்குகள்–அலகு 1

1. $[P+\frac{a}{V^2}][V-b]=RT$ என்ற சமன்பாட்டில் a மற்றும் b – இன் பரிமாண வாய்ப்பாடுகளைக் காண்க. இங்கு P என்பது வாயுவின் அழுத்தத்தையும், V என்பது வாயுவின் பருமனையும் குறிக்கிறது.

தீர்வு

பரிமாணத்தின் ஒரு படித்தான நெறி முறைப்படி a/V^2 என்பது அழுத்தத்தின் பரிமாணமாகும். b என்பது பருமனின் பரிமாணமாகும்.

$[a]$ = [அழுத்தம்] $[V^2] = [ML^{-1}T^{-2}]\,[L^6]$

$=[ML^5T^{-2}]$

$[b]=[V]=L^3$

2. $(P^{-5/6}\rho^{1/2}E^{1/3})$ இன் பரிமாணம் காலத்தின் பரிமாணத்திற்குச் சமம் என நிரூபி. இங்கு P என்பது அழுத்தம், ρ என்பது அடர்த்தி, E என்பது ஆற்றல் ஆகும்.

தீர்வு

அழுத்தத்தின் பரிமாணம் $=[ML^{-1}T^{-2}]$

அடர்த்தியின் பரிமாணம் $=[ML^{-3}]$

ஆற்றலின் பரிமாணம் $=[ML^2T^{-2}]$

இதனைக் கொடுக்கப்பட்ட சமன்பாட்டில் பிரதியிட

$=[ML^{-1}T^{-2}]^{-5/6}[ML^{-3}]^{1/2}[ML^2T^{-2}]^{1/3}$

$=M^{-5/6+1/2+1/3}L^{5/6-3/2+2/3}T^{5/3-2/3}$

$=M^0L^0T^1=[T]$

காலத்தின்பரிமாணமாகும்.

3. நிறையின் பரிமாணத்தை ஆற்றல் [E], நீளம் [L] மற்றும் காலம் [T] ஆகியவற்றைக் கொண்டு கணக்கிடுக

தீர்வு ஆற்றல், நீளம் மற்றும் காலம் இவற்றின் பரிமாணங்கள் முறையே [E], [L] மற்றும் [T] என்க.

விசை = நிறை X முடுக்கம்

என்பதை நாம் அறிவோம்

$$\text{நிறை} = \frac{\text{விசை}}{\text{முடுக்கம்}}$$

$$= \frac{\text{செய்யப்பட்ட வேலை (அல்லது) ஆற்றல்}}{\text{முடுக்கம்} \times \text{இடப்பெயர்ச்சி}}$$

$$[m] = \frac{[\text{ஆற்றல்}]}{[\text{முடுக்கம்}]\ X\ [\text{இடப்பெயர்ச்சி}]}$$

$$=\frac{[E]}{[LT^{-2}][L]}=\frac{[E]}{[L^2T^{-2}]}=[EL^{-2}T^2]$$

4. Q என்ற இயற்பியல் அளவு x, y, z ஆகிய அளவுகளைப் பொறுத்தது எனில் $Q = \frac{x^2 y^3}{z^1}$. என்ற சமன்பாட்டில் x, y மற்றும் z இன் விழுக்காட்டுப் பிழைகள் முறையே 2%, 3% மற்றும் 1% எனில், Qவின் விழுக்காட்டுப் பிழையைக் கணக்கிடுக.

தீர்வு

$$Q = \frac{x^2 y^3}{z} \text{ என்க}$$

$$\frac{\Delta x}{x} = 2\%, \quad \frac{\Delta y}{y} = 3\%, \quad \frac{\Delta z}{z} = 1\%$$

$$\frac{\Delta Q}{Q} = 2\left(\frac{\Delta x}{x}\right) + 3\left(\frac{\Delta y}{y}\right) + 1\left(\frac{\Delta z}{z}\right)$$

$$= 2(2\%) + 3\,(3\%) + 1(1\%)$$

$$\frac{\Delta Q}{Q} = 4\% + 9\% + 1\% = 14\%$$

5. ஒரு பொருளின் நிறை மற்றும் பருமன் முறையே (4 ± 0.03) kg மற்றும் (5 ± 0.01) m எனக் கண்டறியப் பட்டுள்ளது எனில், அடர்த்தியின் பெரும சதவிதப் பிழையைக் கண்டறிக.

தீர்வு

நிறை $m = 4 \pm 0.03$ kg

பருமன் $V = 5 \pm .01\ m^3$

அடர்த்தியின் பிழை = ?

நிறையின் பிழை $= \frac{0.03}{4} \times 100 = 0.75\%$

பருமனின் பிழை $= \frac{0.01}{5} \times 100 = 0.2\%$

அடர்த்தி = $\frac{\text{நிறை}}{\text{பருமன்}}$

அடர்த்தியின் சதவிகிதப்பிழை

= நிறையின் சதவிகிதப்பிழை + பருமனின் சதவிகிதப்பிழை

= 0.75% + 0.2% = 0.95 %

6. வெர்னியர் அளவி கொண்டு கண்டறியப்பட்ட உருளையின் வெவ்வேறு நீளங்கள் 2.36 cm, 2.27 cm, 2.26 cm, 2.28 cm, 2.31 cm, 2.28 cm மற்றும் 2.29 cm. எனில் உருளையின் நீளத்தின் சராசரி, தனிப்பிழை, ஒப்பிட்டுப் பிழை மற்றும் விழுக்காட்டுப் பிழையைக் காண்க.

தீர்வு

கொடுக்கப் பட்ட அளவீடுகள் 2.36 cm, 2.27cm, 2.26 cm, 2.28 cm, 2.31cm, 2.28 cm மற்றும் 2.29 cm ஆகும்.

சராசரி $\bar{l}$ =

$$\frac{2.36 + 2.27 + 2.26 + 2.28 + 2.31 + 2.28 + 2.29}{7}$$

$$\frac{16.05}{7} = 2.29 \text{ cm}$$

அளவீடுகளின் தனிப்பிழைகள்

$$\Delta l_1 = 2.29 - 2.36 = -0.07$$
$$\Delta l_2 = 2.29 - 2.27 = 0.02$$
$$\Delta l_3 = 2.29 - 2.26 = 0.03$$
$$\Delta l_4 = 2.29 - 2.28 = 0.01$$
$$\Delta l_5 = 2.29 - 2.31 = -0.02$$
$$\Delta l_6 = 2.29 - 2.28 = 0.01$$
$$\Delta l_7 = 2.29 - 2.29 = 0.00$$

சராசரி தனிப்பிழை Δl_{mean} =

$$\frac{0.07 + 0.02 + 0.03 + 0.01 + 0.02 + 0.01 + 0.00}{7}$$

$$= \frac{0.16}{7} = 0.02$$

ஒப்பிட்டுப்பிழை

$$= \frac{\Delta l_{mean}}{\bar{l}} = \pm\frac{.02}{2.29} = \pm 8.7 \times 10^{-3}$$

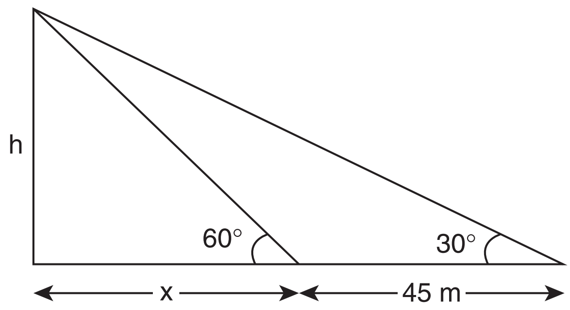
விழுக்காட்டுப்பிழை $= \pm 8.7 \times 10^{-3} \times 100$

$$= \pm(8.7 \times 10^{-1}) = 0.9\%$$

7. இரு வெவ்வேறு நேரங்களில் சமதளத்தில் செங்குத்தாக நிறுத்தப்பட்ட கம்பத்தின் வெவ்வேறு நேரங்களில் ஏற்படும் நிழல்களின் முனையிலிருந்து சூரியனின் ஏற்றக்கோணம் 60° மற்றும் 30° ஆக பெறப்படும் புள்ளிகள் 45 m தொலைவில் உள்ளன எனில் கம்பத்தின் உயரத்தை கணக்கிடுக. $[\sqrt{3} = 1.73]$

தீர்வு

கம்பத்தின் உயரம் h என்க.



$$\frac{x+45}{h} = \cot 30^\circ \Rightarrow h = \frac{x+45}{\cot 30^\circ}$$

x இன் மதிப்பைப் பிரதியிட

$$\frac{x}{h} = \cot 60^\circ \Rightarrow x = h\cot 60^\circ$$

$$h = \frac{h\cot 60^\circ + 45}{\cot 30^\circ}$$

$$h \cot 30^\circ = h \cot 60^\circ + 45$$

$$h (\cot 30^\circ - \cot 60^\circ) = 45$$

$$h = \frac{45}{\cot 30^\circ - \cot 60^\circ} = \frac{45}{\sqrt{3} - \frac{1}{\sqrt{3}}}$$

கம்பத்தின் உயரம் $h = 38.97$ m

8. 100 வயதுடைய முதியவரின் மொத்த இதயத்துடிப்புகளின் எண்ணிக்கையை கணக்கிடுக. ஒரு துடிப்பின் காலம் = 0.8 s.

தீர்வு

மனிதனின் வயது = 100 வருடங்கள்

100 வருடத்தில் 76 சாதாரண ஆண்டுகளும் 24 லீப் ஆண்டுகளும் உள்ளன.

மொத்த நாட்கள் $= (76 \times 365) + (24 \times 366)$

$= 36524$ நாட்கள்

வினாடிகளின் எண்ணிக்கை

$= 36524 \times 24 \times 3600$

$= 3.155 \text{ x } 10^9$ நொடிகள்

துடிப்புகளின் எண்ணிக்கை

$$= \frac{3.155 \times 10^9}{0.8} = 3.94 \times 10^9$$

9. புவியின் நடுவரைக் கோட்டின் எதிரெதிர் புள்ளியல் இருந்து காணும் ஒரு வான் பொருளின் இடமாறு தோற்றக் கோணம் $2'$ எனில் வான்பொருளின் தொலைவைக் கணக்கிடுக. [புவியின்ஆரம் = 6400 km] $[1'' = 4.85 \times 10^{-6}$ rad]

தீர்வு

கோணம் $\theta = 2' = 2 \times 60'' = 120''$

$= 120 \times 4.85 \times 10^{-6}$ rad

$$\theta = 5.82 \times 10^{-4} \text{ rad;}$$

வான் பொருளின் தொலைவு

$$D = \frac{d}{\theta} = \frac{12800 \times 10^3}{5.82 \times 10^{-4}}$$

$$D = 2.19 \times 10^{10} \text{m}$$

10. பரிமாணப் பகுப்பாய்வு மூலம் $72\ km\ h^{-1}$ என்ற திசை வேகத்தை $m\ s^{-1}$ இல் மாற்றுக.

தீர்வு

$n_1 = 72\ kmh^{-1}$ $n_2 = ?$

$L_1 = 1km$ $L_2 = 1m$

$T_1 = 1h$ $T_2 = 1s$

$$n_2 = n_1\left[\frac{L_1}{L_2}\right]^a\left[\frac{T_1}{T_2}\right]^b$$

திசைவேகத்தின் பரிமாண வாய்ப்பாடு

$[M^{\circ} L T^{-1}] = [L T^{-1}]$

$a = 1\ b = -1$

$$n_2 = 72\left[\frac{1\,km}{1\,m}\right]^1\left[\frac{1\,h}{1\,s}\right]^{-1}$$

$$n_2 = 72\left[\frac{1000\,m}{1\,m}\right]^1\left[\frac{3600\,s}{1\,s}\right]^{-1}$$

$$= 72 \times 1000 \times 1/3600 = 20\ m\ s^{-1}$$

$$72\ km\ h^{-1} = 20\ m\ s^{-1}$$

11. பரிமாண முறையில் கீழ்காணும் சமன்பாடு சரியா எனக்கணக்கிடுக. முடிவைப் பற்றி உனது கருத்தைத் தருக.

$s = ut + 1/4\ at^2$ இங்கு s என்பது துகளின் இடப்பெயர்ச்சி, u என்பது ஆரம்பத் திசைவேகம், t என்பது காலம் மற்றும் a என்பது முடுக்கம்.

தீர்வு

இடப்பெயர்ச்சியின் பரிமாணம் $s = [L]$

ஆரம்பத் திசைவேகத்தின் பரிமாணம்

$$u = [LT^{-1}]$$

காலத்தின் பரிமாணம் $t = [T]$

முடுக்கத்தின் பரிமாணம்

$$a = [LT^{-2}]$$

பரிமாணத்தின் ஒரு படித்தான நெறி முறைப்படி,

இடது புறப் பரிமாணங்கள் = வலது புறப் பரிமாணங்கள்

கொடுக்கப்பட்ட சமன்பாட்டில் பரிமாணங்களைப் பிரதியிட

$$s = ut + 1/4\ at^2,$$

$\frac{1}{4}$ ஓர்எண், பரிமாணங்கள்அற்றது

$$[L] = [LT^{-1}]\ [T^1]+[LT^{-2}]\ [T^2]$$
$$[L] = [L] + [L]$$

இடதுபுறம் உள்ள பரிமாண வாய்ப்பாடும் வலதுபுறம் உள்ள பரிமாண வாய்ப்பாடும் சமம்; எனவே, இச்சமன்பாடு பரிமாண முறைப்படி சரியான சமன்பாடாகும்.

கருத்து

இச்சமன்பாடு தவறானது. ஏனெனில் இயக்கத்திற்கான உண்மையான சமன்பாடு $s = ut + 1/2\ at^2$ ஆகும்.

எனவே, பரிமாண முறைப்படிச் சரியான சமன்பாடு அனைத்தும் உண்மையான சமன்பாடாக இருக்காது.

ஆனால் உண்மையான சமன்பாடு, எப்பொழுதும் பரிமாண முறைப்படி சரியானச் சமன்பாடாக இருக்கும்.

12. கீழ்காணும் எண்களைக் குறிப்பிடப்பட்டவாறு முழுமைப்படுத்துக.

அ) 17.234 ஐ 3 இலக்கமாக முழுமைப்படுத்தவும்

ஆ) 3.996×10^5 ஐ 3 இலக்கமாக முழுமைப்படுத்தவும்.

இ) 3.6925×10^{-3} ஐ 2 இலக்கமாக முழுமைப்படுத்தவும்.

ஈ) 124783 ஐ 5 இலக்கமாக முழுமைப்படுத்தவும்.

தீர்வு

அ) 17.2 ஆ) 4.00×10^5

இ) 3.7×10^{-3} ஈ) 124780

13. முக்கிய எண்ணுருக்கள் அடிப்படையில் பின்வருவனவற்றைத் தீர்க்க

அ) $\sqrt{4.5-3.31}$

ஆ) (5.9×10^5) - (2.3×10^4)

இ) 7.18 + 4.3

ஈ) 6.5 + .0136

தீர்வு

அ) இருஎண்களில் , குறைந்த தசம இலக்கம் ஒன்று

$$\sqrt{4.5-3.31} = \sqrt{1.19} = 1.09$$

ஆ) கணக்கிடும் எண்களின் முக்கிய எண்ணுரு 2

$$(5.9\times10^5) - (2.3\times10^4)$$
$$= (5.9\times10^5) - (0.23\times10^5)$$
$$= 5.67\times10^5 = 5.7\times10^5$$

இ) குறைந்த தசம இலக்கம் ஒன்று

7.18 + 4.3 = 11.48 எனவே நாம் பெறுவது 11.5

ஈ) குறைந்த தசம இலக்கம் ஒன்று

$$6.5 + 0.0136 = 6.5136 = 6.5$$

14. ஐன்ஸ்டீன் நிறை ஆற்றல் தொடர்பை பரிமாண முறையில் பெறுக. $(E = mc^2)$

தீர்வு

ஆற்றலானது நிறை மற்றும் ஒளியின் திசைவேகத்தைப் பொறுத்தது எனில்

$$E \,\alpha\, m^a c^b$$

$E = km^a c^b$ இங்கு k என்பது மாறிலி

ஆற்றலின் பரிமாண வாய்ப்பாடு $E = [ML^2T^{-2}]$

நிறையின் பரிமாண வாய்ப்பாடு $= [M]$

திசைவேகத்தின் பரிமாண வாய்ப்பாடு

$$c = [LT^{-1}]$$

பரிமாண மதிப்புகளை சமன்பாட்டில் பிரதியிட

$$[ML^2T^{-2}] = K\,[M]^a[LT^{-1}]^b$$

அடுக்குகளை இருபுறமும் சமன்செய்ய,

$$a = 1$$
$$b = 2$$
$$E = k.mc^2$$

இங்குமாறிலி $k = 1$

$$E = mc^2$$

இதுவே நிறை ஆற்றல் சமன்பாடாகும்.

15. ஒரு பொருளின் திசைவேகத்தின் சமன்பாடு $v = b/t + ct^2 + dt^3$ எனில் b இன் பரிமாணத்தைப் பெறுக.

தீர்வு

(b/t) ஆனது திசைவேகத்தின் பரிமாணத்தைப் பெறும்

$$b = (\text{திசைவேகம்} \times \text{காலம்})$$

$$[b] = [LT^{-1}][T] = [L] = [M^0L^1T^0]$$

16. ஒரு கொள்கலனில் உள்ள திரவத்தின் ஆரம்ப மற்றும் இறுதி வெப்பநிலைகள் முறையே $75.4 \pm 0.5°C$ மற்றும் $56.8 \pm 0.2°C$ எனில் திரவத்தின் வெப்பநிலைத் தாழ்வைக் கணக்கிடுக.

தீர்வு

வெப்பநிலைத் தாழ்வு

$$= (75.4 \pm 0.5)°C - (56.8 \pm 0.2)°C$$

$$= (18.6 \pm 0.7)°C$$

17. $R_1 = (150 \pm 2)\ \Omega$ மற்றும் $R_2 = (220 \pm 6)\ \Omega$ மின்தடை கொண்ட இரு மின்தடையாக்கிகள் பக்க இணைப்பில் இணைக்கப்பட்டுள்ளன. அவற்றின் தொகுபயனைக் கணக்கிடு.

குறிப்பு $\frac{1}{R_1} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$

தீர்வு

மின் தடைகள் பக்க இணைப்பில் உள்ள போது தொகுபயனுக்கு இணையான சமன்பாடு

$$R' = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

$$= \frac{150 \times 220}{150 + 220} = \frac{33000}{370} = 89.1\ \Omega$$

நாம்அறிந்தபடி, $\frac{1}{R'} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$

வகையிட

$$\frac{\Delta R'}{(R')^2} = \frac{\Delta R_1}{R_1^{\ 2}} + \frac{\Delta R_2}{R_2^{\ 2}}$$

$$\Delta R' = (R')^2 \frac{\Delta R_1}{R_1^{\ 2}} + (R')^2 \frac{\Delta R_2}{R_2^{\ 2}}$$

$$= \left(\frac{R'}{R_1}\right)^2 \Delta R_1 + \left(\frac{R'}{R_2}\right)^2 \Delta R_2$$

மதிப்புகளைப்பிரதியிட,

$$\Delta R' = \left[\frac{89.1}{150}\right]^2 \times 2 + \left[\frac{89.1}{220}\right]^2 \times 6$$

$$= 0.070 + 0.098 = 0.168$$

$$R' = (89.1 \pm 0.168)\ \Omega.$$

18. $C = 3.0 \pm 0.1 \mu F$ மின்தேக்குத்திறன் கொண்ட மின்தேக்கி $V = 18 \pm 0.4\ Volt$ மின்மூலத்தால் மின்னேற்றம் செய்யப்படுகிறது. மின்தேக்கியின் மின்னூட்டத்தைக் காண்க

[$Q = CV$ என்ற சமன்பாட்டைப் பயன்படுத்துக]

தீர்வு

$$(C + \Delta C) = (3.0 \pm 0.1)\ \mu F$$

$$(V + \Delta V) = (18 \pm 0.4)\ V$$

$$Q = CV$$

$$Q = 3.0 \times 10^{-6} \times 18 = 54 \times 10^{-6}\ C$$

C இல் உள்ள சதவீதப் பிழை $= \frac{\Delta C}{C} \times 100$

$$= \frac{0.1}{3} \times 100 = 3.3\%$$

V இல் உள்ள சதவீதப் பிழை $= \frac{\Delta V}{V} \times 100$

$$= \frac{0.4}{18} \times 100 = 2.2\%$$

Q இல் உள்ள சதவீதப் பிழை = C இல் உள்ள சதவீதப் பிழை + V இல் உள்ள சதவீதப் பிழை

= 3.3% + 2.2% = 5.5%

∴ மின்னூட்டம் $Q = (54 \times 10^{-6} \pm 5.5\%)\ C$

தீர்க்கப்பட்டகணக்குகள்–அலகு 2

1. துகளொன்றின் நிலைவெக்டர் $\vec{r} = 3t^2\hat{i} + 5t\hat{j} + 6\hat{k}$, என கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. $t = 3s$ என்ற குறிப்பிட்ட நேரத்தில் அத்துகளின் திசைவேகம் மற்றும் வேகம் இவற்றைக் காண்க?

தீர்வு

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = 6t\hat{i} + 5\hat{j}.$$

எந்த ஒரு நேரத்திலும் துகளின் திசைவேகம்

$$\vec{v} = 6t\hat{i} + 5\hat{j}$$

திசைவேகத்தின் எண்மதிப்பே வேகமாகும். எந்த ஒரு நேரத்திலும் துகளின் வேகம் பின்வருமாறு

வேகம் $v(t) = \sqrt{(6t)^2 + 5^2} = \sqrt{36t^2 + 25}$

t = 3 வினாடியில் துகளின் திசைவேகம்

$\vec{v} = 6(3)\hat{i} + 5\hat{j} = 18\hat{i} + 5\hat{j}$ மற்றும்

துகளின் வேகம் $= \sqrt{349}\ m\ s^{-1}$

2. ஒருவர் துப்பாக்கியை மலை ஒன்றிலிருந்து 1.2 km தொலைவில் உள்ள இடத்திலிருந்து சுடுகிறார். அவருக்கு துப்பாக்கி சுடும் ஓசையின் எதிரொலி 8 வினாடிகளுக்குப் பின்பு கேட்கிறது எனில், காற்றில் ஒலியின் திசைவேகம் எவ்வளவு?

தீர்வு

துப்பாக்கி சுடும் ஓசை மலையில் எதிரொலித்து மீண்டும் சுடுபவரை அடையும் போது எதிரொலி கேட்கிறது. எனவே, ஒலி கடந்த மொத்தத் தொலைவு

$2 \times 1.2\ \text{km} = 2.4\ \text{km} = 2400\ \text{m}.$

திசைவேகம் $= \dfrac{2400\ \text{m}}{8s} = 300\ \text{m s}^{-1}$

3. 100 m நீளமுள்ள இரயில் வண்டி ஒன்று 60 km h^{-1} என்ற வேகத்தில் செல்கிறது. 1 km நீளமுள்ள பாலம் ஒன்றை எவ்வளவு நேரத்தில் அந்த இரயில் வண்டி கடந்து செல்லும்?

தீர்வு

கடந்து செல்ல வேண்டிய மொத்தத்தூரம்

= 1 km + 100 m = 1100 m

(பாலம் மற்றும் இரயில் வண்டியின் மொத்த நீளம்)

எனவே, வேகம் = 60 km h^{-1}

$= 60 \times \dfrac{5}{18}\text{m s}^{-1} = \dfrac{150}{9} m\ s^{-1}$

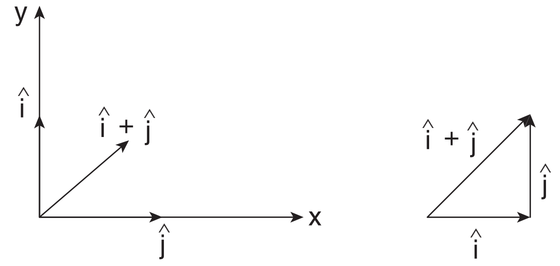
எனவே, மொத்தத் தொலைவை கடந்து செல்ல எடுத்துக் கொள்ளும் நேரம்

$$= \frac{1100}{150/9}\ \text{s} = 66\ \text{s}$$

4. இரு பரிமாண கார்டீசியன் ஆய அச்சுக் கூறுகளைக் கொண்டு $\hat{i}$ மற்றும் $\hat{j}$ ஓரலகு வெக்டர்களின் தொகுபயன் திசையினை வரைக. மேலும் $\hat{i} + \hat{j}$ ஒரு ஓரலகு வெக்டரா என ஆராய்க.

தீர்வு

வெக்டர்களின் கூடுதலின் முக்கோண விதியினைப் பயன்படுத்தி $\hat{i} + \hat{j}$ ஐ பின்வருமாறு வரையலாம்



ஓரலகு வெக்டர் வரையறையிலிருந்து $\hat{A}.\hat{A} = 1$ ஆனால் இங்கு,

$$(i+j).(i+j) = \hat{i}.\hat{i} + \hat{i}.\hat{j} + \hat{j}.\hat{i} + \hat{j}.\hat{j}$$
$$= 1 + 0 + 0 + 1 = 2$$

எனவே $\hat{i} + \hat{j}$ **ஓரலகு வெக்டர் இல்லை**.

எந்த ஒரு வெக்டரையும் ஓரலகு வெக்டராக மாற்ற அவ்வெக்டரை அதன் எண் மதிப்பினால் வகுக்கவேண்டும் $\hat{A} = \dfrac{\vec{A}}{|\vec{A}|}$

$\hat{i} + \hat{j}$ யின் எண்மதிப்பு $= \sqrt{2}$.

எனவே, ஓரலகு வெக்டர் $= \dfrac{\hat{i} + \hat{j}}{\sqrt{2}}$

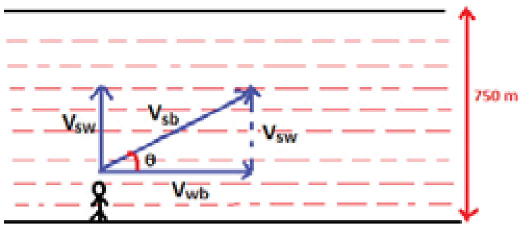
5. 750 m அகலமுள்ள காவேரி ஆற்றினை நீச்சல் வீரரொருவர் நீந்திக் கடக்க முயல்கிறார். ஆற்று நீரினைப் பொருத்து அவரின் நீச்சல் வேகம் $(\vec{v}_{sw})$ $1.5 m s^{-1}$. மேலும், அவர் நீரோட்டத்திற்குச் செங்குத்தாக நீந்திச் செல்கிறார் என்க. ஆற்றின் கரையினைப் பொறுத்து ஆற்றுநீரின் வேகம் $(\vec{v}_{wb})$ $1 m\ s^{-1}$ எனில் பின் வருவனவற்றைக் காண்க.

அ) ஆற்றின் கரையினைப் பொறுத்து, நீச்சல் வீரரின் திசைவேகம் $(\vec{v}_{sb})$.

ஆ) காவேரி ஆற்றினைக் கடக்க நீச்சல் வீரர் எடுத்துக் கொள்ளும் நேரம்

தீர்வு

அ) கொடுக்கப்பட்ட விவரங்களிலிருந்து பின் வரும் படத்தினை வரையலாம்.



ஆற்றின் கரையினைப் பொறுத்து நீச்சல் வீரரின் திசைவேகம் $\vec{v}_{sb} = \vec{v}_{sw} + \vec{v}_{wb}$

இங்கு நீச்சல் வீரர், நீரோட்டத்திற்குச் செங்குத்தான திசையில் நீந்திக் கொண்டிருக்கிறார். எனவே , நீச்சல் வீரரின் திசைவேகத்தின் எண்மதிப்பு

$$\left|\vec{v}_{sb}\right| = \sqrt{v_{sw}^2 + v_{wb}^2} =$$

$$\sqrt{1.5^2 + 1^2} = \sqrt{3.25}\ m\,s^{-1} \simeq 1.802\ m\,s^{-1}$$

ஆற்றின் கரையைப் பொறுத்து, நீச்சல் வீரர் நீந்தும் திசையினைப் பின்வருமாறு கணக்கிடலாம்.

$$tan\theta = \frac{v_{sw}}{v_{wb}} = \frac{1.5}{1} = 1.5$$

$$\theta = tan^{-1}(1.5) \approx 56^\circ$$

ஆ) நீச்சல் வீரர் முழுதூரத்தையும் $1.802\ m\ s^{-1}$ என்ற திசைவேகத்தில் கடக்க எடுத்துக் கொள்ளும் நேரம், ஆற்றினைக் கடக்க எடுத்துக் கொள்ளும் நேரத்திற்குச் சமமாகும்.

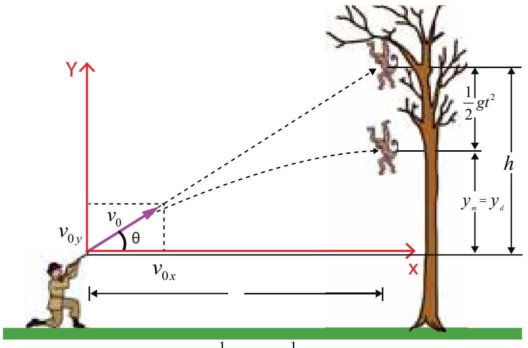
நீச்சல் வீரர் கடந்த மொத்த தூரம்

$$d = \frac{\text{ஆற்றின் அகலம்}}{\sin 56^\circ} = \frac{750}{0.829} = 904.7\,m$$

நீச்சல் வீரர் எடுத்துக் கொண்ட நேரம்

$$T = \frac{d}{v_{sb}} = \frac{904.7}{1.802} \approx 502\,s$$

6. வேட்டைக்காரரொருவர், மரத்தில் தொங்கிக் கொண்டிருக்கும் குரங்கு ஒன்றினை தனது துப்பாக்கியால் கிடைத்தளத் திசையினைப் பொறுத்து θ என்ற கோணத்தில் குறி பார்த்து சுடுகிறார். துப்பாக்கியிலிருந்து குண்டு v_0 என்ற திசைவேகத்தில் பாய்ந்து செல்கிறது. அதேநேரத்தில் மரத்தில் தொங்கிக் கொண்டிருக்கும் குரங்கு துப்பாக்கி குண்டிலிருந்து தப்பிப்பதற்காக படத்தில் காட்டியுள்ளவாறு மரக்கிளையினை விட்டு விடுகிறது. துப்பாக்கிகுண்டு குரங்கினைத் தாக்குமா? அல்லது குரங்கு துப்பாக்கி குண்டிலிருந்து தப்பிக்குமா? (காற்றுத் தடையைப் புறக்கணிக்கவும்)



$$y_m = y_d = v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 = h - \frac{1}{2}gt^2$$

தீர்வு

குரங்கு மரக்கிளையை விடும் போது புவியீர்ப்பு முடுக்கம் g கொண்ட கீழ் நோக்கிய செங்குத்து இயக்கத்தை மேற்கொள்கிறது. எந்த ஒரு நேரம் t யிலும் அதன் இயக்கச் சமன்பாடு பின்வருமாறு

$$y_m = h - \frac{1}{2}gt^2 \qquad (1)$$

துப்பாக்கியிலிருந்து பாய்ந்து செல்லும் குண்டு, கிடைத்தள மற்றும் செங்குத்து திசைவேகக் கூறுகளைப் பெற்றுள்ளது.

$$v_{0x} = v_0 \cos\theta ; v_{0y} = v_0 \sin\theta \qquad (2)$$

வேட்டைக்காரருக்கும் , குரங்கிற்கும் உள்ள கிடைத்தளத் தொலைவு d என்க. t நேரத்தில் துப்பாக்கி குண்டு கடந்த கிடைத்தளத் தொலைவு

$x = v_{0x}t = v_0 \cos\theta$

துப்பாக்கி குண்டு கிடைத்தளத்தில் $x = d$ என்ற நிலையில் உள்ளபோது, $d = v_{0x}T$ இதிலிருந்து $T = d / v_{0x}$ எனப் பெறலாம்.

T என்ற இந்நேரத்தில், துப்பாக்கிகுண்டு கடந்த செங்குத்துத் தொலைவு

$$y_b = v_{0y}T - \frac{1}{2}gT^2 = \frac{v_{0y}d}{v_{0x}} - \frac{1}{2}gT^2.$$

$$y_b = \frac{d\,v_0 \sin\theta}{v_0 \cos\theta} - \frac{1}{2}gT^2$$

$$= d \tan\theta - \frac{1}{2}gT^2 \qquad (3)$$

ஆனால், படத்திலிருந்து $\tan\theta = \frac{h}{d}$

$$h = d \tan\theta .$$

இதனை சமன்பாடு (3) இல் பிரதியிடும் போது

$$y_b = h - \frac{1}{2}gT^2 \qquad (4)$$

எனக் கிடைக்கும்.

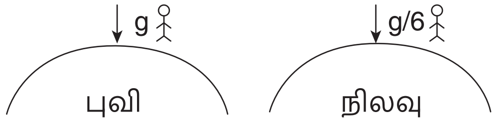
இதேநேரம் T இல், குரங்கின் செங்குத்து நிலையினை சமன்பாடு (1) லிருந்து கீழ்க்கண்டவாறு கணக்கிடலாம்.

$$y_m = h - \frac{1}{2}gT^2 \qquad (5)$$

T என்ற இந்நேரத்தில் குரங்கு மற்றும் துப்பாக்கி குண்டு இவ்விரண்டின் y கூறுகளும் சமமதிப்பினைப் பெற்றுள்ளதை கவனிக்கவும். இதிலிருந்து துப்பாக்கி குண்டு குரங்கினைத் தாக்கும் என அறியலாம்.

7. 100 மீட்டர் உயரமுடைய மூன்று மாடிக் கட்டிடம் புவி மற்றும் நிலவில் உள்ளது எனக் கருதுக. ஒரே நேரத்தில் இவ்விரண்டு கட்டிடங்களின் மேலிருந்து இரண்டு நபர்கள் குதிக்கிறார்கள் எனில், அவர்கள் தரையை அடையும் போது அவர்களின் வேகம் எவ்வளவு எனக் காண்க. ($g = 10\ m\ s^{-2}$)

தீர்வு



இரண்டு நபர்களுக்கும், $u = 0$, $a_e = g$ மற்றும் $a_m = \frac{g}{6}$ எனில்

பூமியிலுள்ள நபருக்கு, $V_{புவி} = \sqrt{2gh}$

$$= \sqrt{2g100} = \sqrt{2 \times 10 \times 100}$$

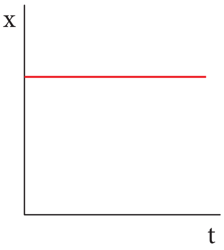
எனவே, $V_{புவி} = \sqrt{2000}\ m\ s^{-1}$ ஆகும்

இதே போன்று நிலவிலுள்ள நபருக்கு,

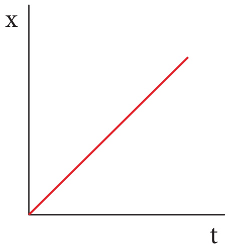
$$V_{நிலவு} = \sqrt{\frac{2gh}{6}} = \frac{\sqrt{2000}}{\sqrt{6}}\ m\ s^{-1}$$

நிலவில் குதிக்கும் நபரை விட, புவியில் குதிக்கும் நபர் அதிக திசைவேகத்துடன் தரையை அடைவார்.

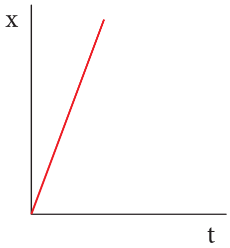
8. பின்வரும் வரைபடங்கள் இடப்பெயர்ச்சி – நேரம் வரைபடங்களாகும். இவற்றை திசைவேகங்கள் அதிகரிக்கும் வகையில் ஏறு வரிசையில் அமைக்கவும்.



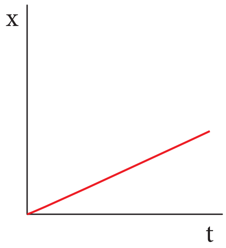
(a)



(b)



(c)



(d)

இடப்பெயர்ச்சி–நேரம் வரைபடத்தின் சாய்வு, துகளின் வேகத்தைக் கொடுக்கும்.

(a) வரைபடத்தின் சாய்வுசுழி, வரைபடம் (b) மற்றும் (d) ஐ விட வரைபடம் (c) ன் சாய்வு அதிகம். எனவே, வேகம் அதிகரிக்கும் வகையில் ஏறுவரிசையில் பின்வருமாறு அமைக்கலாம்.

$$v_a < v_d < v_b < v_c$$

தீர்க்கப்பட்டகணக்குகள் –அலகு 3

1. 100 kg நிறை உள்ள பொருள் 50 cm s^{-2} முடுக்கத்தில் இயங்குகிறதெனில், அப்பொருளின் மீது செயல்படும் விசையின் மதிப்பைக் காண்க.

தீர்வு

நிறை m = 100 kg

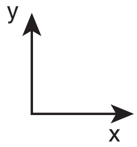
முடுக்கம் a = 50 cm s^{-2}= 0.5 m s^{-2}

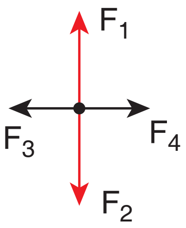
நியூட்டனின் இரண்டாம் விதியைப் பயன்படுத்துக,

F = ma

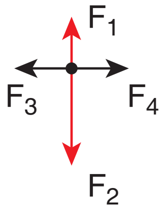
F = 100 kg X 0.5 ms^{-2}= 50 N

2. பின்வரும் தனித்தப் பொருளின் விசைப்படங்களில் எப்படம் நேர்க்குறி X அச்சுத்திசையில் முடுக்கமடையும் துகளின் இயக்கத்தைக் குறிக்கிறது?

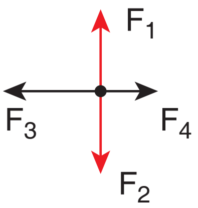




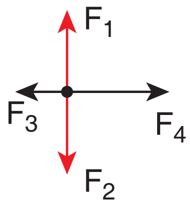
(அ)



(ஆ)



(இ)



(ஈ)

தீர்வு

பொருட்களின், தனித்த பொருளின் விசைப்படம் வரையும்போது, விசைகளின் சார்பு எண் மதிப்பையும் (Relative magnitude) குறிப்பிடவேண்டும்

நேர்வு (அ):

படம் (அ) இல் விசைகள் F_1 மற்றும் F_2 இரண்டும் சம எண் மதிப்புகளை பெற்று, எதிரெதிர் திசையில் செயல்படுகின்றன. எனவே y அச்சுத் திசையில் தொகுபயன் விசை சுழி. விசை சுழி மதிப்பைப் பெற்றுள்ளதால் நியூட்டனின் இரண்டாம் விதிப்படி y அச்சுத் திசையில் ஏற்படும் முடுக்கமும் சுழியாகும். இது போன்று x அச்சுத் திசையிலும் F_3 மற்றும் F_4 விசைகள் இரண்டும் சமநீளங்களுடன் எதிரெதிர் திசைகளில் செயல்படுகின்றன. எனவே, தொகுபயன் விசைசுழி. மேலும், x அச்சுத் திசையிலும் ஏற்படும் முடுக்கமும் சுழியாகும்.

நேர்வு (ஆ):

படம் (ஆ) இல் விசைகள் F_1 மற்றும் F_2 இரண்டும் வெவ்வேறு நீளங்களுடன் எதிரெதிர் திசையில் செயல்படுகின்றன. இது y அச்சுத்திசையில் சமப்படுத்தப் படாத விசைகள் செயல்படுகின்றன என்பதைக் காட்டுகிறது. எனவே, y அச்சுத் திசையில் துகள் முடுக்கமடையும். F_3 மற்றும் F_4 விசைகள் சமநீளத்துடன் எதிரெதிர் திசைகளில் செயல்படுகின்றன. எனவே, x அச்சுத் திசையில் தொகுபயன் விசை சுழியாகும். மேலும் x அச்சுத் திசையில் முடுக்கமும் சுழியாகும்.

நேர்வு (இ):

படம் (இ) இல்விசைகள் F_1 மற்றும் F_2 இரண்டும் சமநீளத்துடன் (எண்மதிப்புடன்) எதிரெதிர் திசையில், செயல்படுகின்றன. எனவே y அச்சுத் திசையில் தொகுபயன்விசை, முடுக்கம் இவ்விரண்டும்சுழியாகும். விசைகள் F_3 மற்றும் F_4 வெவ்வேறு எண்மதிப்புகளுடன் எதிரெதிர் திசைகளில் செயல்படுகின்றன. விசை F_3 இன்எண்மதிப்பு F_4யை விட அதிகம். எனவே, எதிர்குறி x அச்சுத்திசையில் தொகுப்பயன் முடுக்கம் ஏறபடும்.

நேர்வு (ஈ):

படம் (ஈ) இல் F_1 மற்றும் F_2 விசைகளிரண்டும் சமஎண்மதிப்புடன் எதிரெதிர் திசைகளில் செயல்படுகின்றன. எனவே, y அச்சுத் திசையில் செயல்படும் தொகுப்பயன் விசை சுழியாகும். எனவே y அச்சுத் திசையில் முடுக்கம் சுழியாகும். விசைகள் F_3 மற்றும் F_4 வெவ்வேறுஎண் மதிப்புகளுடன் எதிரெதிர் திசைகளில் செயல்படுகின்றன. விசை F_4, F_3 விசையை விட அதிகம். எனவே நேர்குறி x அச்சுத் திசையில் தொகு பயன் முடுக்கம் ஏற்படும்.

3. 25 kg நிறையுள்ள துப்பாக்கியிலிருந்து 30g நிறையுள்ள குண்டு 200 m s^{-1} என்ற திசை வேகத்தில் பாய்ந்து செல்கிறது. துப்பாக்கியின் பின்னியக்க வேகத்தைக் காண்க.

தீர்வு

துப்பாக்கியின் நிறை M = 25 kg

குண்டின் நிறை m = 30 g = 30 X 10^{-3} kg

குண்டின் வேகம் v = 200 m s^{-1}

துப்பாக்கியின் வேகம் V= ?

இங்கு இயக்கம் ஒரு பரிமாணமுடையது; மேலும், உந்தமாறா விதியின் படி

$$MV + mv = 0$$

$$V = \frac{-mv}{M}$$

$$V = \frac{-30\times10^{-3}\times200}{25} = -240\times10^{-3}\,m\,s^{-1}$$

குண்டு பாயந்து செல்லும் திசைக்கு எதிர்த்திசையில் துப்பாக்கி இயங்குவதை எதிர் குறி காட்டுகிறது. மேலும் துப்பாக்கியின் பின்னியக்க வேகத்தின் எண்மதிப்பு, குண்டின் வேகத்துடன் ஒப்பிடும் போது மிகக்குறைவு என்பதை அறியலாம்

4. மரப்பெட்டியொன்று சாய்தளத்தின் மீது ஓய்வு நிலையில் உள்ளது. கோணம் (angle of inclination) 45° இல், மரப்பெட்டி சறுக்கத் தொடங்குகிறதெனில், அதன் உராய்வுக் குணகத்தைக் காண்க

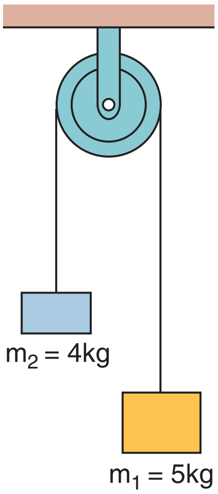
தீர்வு

சாய்கோணம் θ = 45°

உராய்வுக்குணகம் $\mu = \tan\theta = \tan 45° = 1$

5. m_1 = 5 kg மற்றும் m_2= 4 kg என்ற இரண்டு நிறைகள் மெல்லிய நீட்சியற்ற கயிற்றின் மூலம், உராய்வற்ற கப்பியின் வழியே படத்தில் காட்டியுள்ளவாறு தொங்க விடப்பட்டுள்ளன. அவை தானாக இயங்கும் போது ஒவ்வொரு நிறையின் மீதும் செயல்படும் முடுக்கத்தைக் காண்க. (g =10 m s^{-2})

தீர்வு



$$A = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \times g$$

$$= \frac{5-4}{5+4} \times 10 = \frac{1}{9} \times 10 = 1.1\ m\ s^{-2}$$

6. m நிறையுள்ள கனச் செவ்வகப் பொருளொன்று கிடைத்தளப் பரப்பில் உள்ளது. அப்பொருள் u என்ற ஆரம்பத் திசைவேகத்துடன் கணநேரத்திற்குத் தள்ளப்படுகிறது. பொருளுக்கும், கிடைத்தளப் பரப்பிற்கும் இடையே உள்ள இயக்க உராய்வுக்குணகம் μ_k எனில், கனச் செவ்வகப் பொருள் ஓய்வு நிலைக்கு வரும் காலத்தைக் காண்க.

தீர்வு

பொருள் சறுக்கிச் செல்லும் போது அப்பொருளின் மீது செயல்படும் விசை, இயக்க உராய்வு விசையாகும் அதன் $f_k = \mu_k mg$

நியூட்டனின் இரண்டாம் இயக்க விதியிலிருந்து $ma = -\mu_k mg$

உராய்வு விசையின் திசை, இயக்கத் திசைக்கு எதிராகச் செயல்படுவதை எதிர்குறி காட்டுகிறது.

பொருள் சறுக்கிச் செல்லும் போது அதன் முடுக்கம். $a = -\mu_k g$

பொருளின் முடுக்கம், திசைவேகத்திற்கு எதிர்த்திசையில் செயல்படுவதை எதிர்க்குறி காட்டுகிறது.

இங்கு பொருளின் முடுக்கம், இயக்க உராய்வுக் குணகம் μ_k மற்றும் g இவற்றை மட்டுமே பொருத்துள்ளது என்பதை கவனிக்கவும்.

$$v = u + at$$

என்ற இயக்கச் சமன்பாட்டைப் பயன்படுத்தும் போது, பொருள் இறுதியில் ஓய்வு நிலைக்கு வருவதால் v = 0

$$0 = u - \mu_k g t$$

$$t = \frac{u}{\mu_k g}$$

7. 10 kg, 7 kg மற்றும 2 kg நிறையுள்ள மூன்று கனச்செவ்வகப் பொருட்கள் ஒன்றை ஒன்றுத் தொடுமாறு உராய்வற்ற மேசை மீது வைக்கப்பட்டுள்ளன.

50 N விசையானது, கொடுக்கப்பட்ட நிறைகளில் கனமான நிறை மீது செயல் படுத்தப்படுகிறது எனில், அமைப்பின் முடுக்கத்தைக் கணக்கிடுக.

தீர்வு

நாமறிந்த படி

$$A = \left[\frac{F}{m_1 + m_2 + m_3}\right] = \frac{50N}{10kg + 7kg + 2kg}$$

$$= \frac{50}{19} = 2.63\ m\ s^{-2}$$

8. சாய்தளம் ஒன்றின் மீது பொருள் வைக்கப்பட்டுள்ளது. பொருள் மற்றும் பொருள் வைக்கப் பட்டுள்ள தளம் இவற்றிற்கிடையேயான உராய்வுக்குணகம் $\frac{1}{\sqrt{3}}$ எனில், எந்த சாய்வுக் கோணத்திற்கு பொருள் நழுவத்துவங்கும்.

தீர்வு

$$\tan\theta = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \theta = 30°$$

9. சமதளச்சாலை ஒன்றில் செல்லும் கார், 36 m வளைவு ஆரமுடைய வளைவில் சறுக்காமல் வளைவதற்கான பெரும வேகத்தைக் கணக்கிடுக. (காரின் சக்கரம் மற்றும் சாலை இவற்றிற்கிடையேயான உராய்வுக்குணகம் 0.53)

தீர்வு

வளைவு ஆரம் r = 36 m

உராய்வுக் குணகம் μ = 0.53

ஈர்ப்பு முடுக்கம் g = 10 m s^{-2}

$$v_{max} = \sqrt{\mu r g} = \sqrt{0.53 \times 36 \times 10}$$
$$= 13.81 m\, s^{-1}$$

10. சூரியனிலிருந்து 150 மில்லியன் கிலோமீட்டர் தொலைவிலுள்ள புவி, சூரியனைச் சுற்றி வருவதால் ஏற்படும் மையநோக்கு முடுக்கத்தைக் கணக்கிடுக. (இங்கு புவி சூரியனை வட்டப்பாதையில் சுற்றி வருகிறது என்று கருதுக).

தீர்வு

மையநோக்கு முடுக்கம் $a_c = \frac{v^2}{r}$

இங்கு, v என்பது சூரியனைச் சுற்றி வரும் புவியின் திசைவேகம்

r என்பது வட்டப் பாதையின் ஆரம் அல்லது புவிக்கும் சூரியனுக்கும் இடையே உள்ள தொலைவு

புவியின் திசைவேகத்தை கோணத் திசைவேகம் (ω)வைப் பொருத்து எழுதும் போது

$$v = \omega r$$

இதனை மையநோக்கு முடுக்கச் சமன்பாட்டில் பிரதியிடும் போது = $a_c = \frac{\omega^2 r^2}{r} = \omega^2 r$

ஆனால் $\omega = \frac{2\pi}{T}$ இங்கு T என்பது புவி, சூரியனை ஒரு முறை சுற்றி வர ஆகும் காலமாகும். அதாவது ஒரு வருடம்.

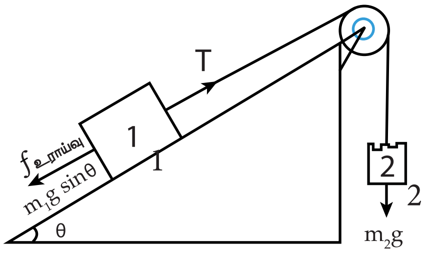
T = 365 நாட்கள் = 365 X 24 X 60 X 60 வினாடி
= 3.15 X 10^7 s

$$\omega = 2.02 \times 10^{-7} rad\ s^{-1}$$
$$a_c = \left(2.02 \times 10^{-7}\right)^2 \times \left(150 \times 10^8\right)$$
$$a_c = 6.12 \times 10^{-4}\ m\ s^{-2}$$

11. கிடைத்தளத்துடன் θ சாய்வுக் கோணத்தில் அமைந்த சாய்தளம் ஒன்றின் வழியே இயங்கும் m_1 நிறை கொண்ட கனச் செவ்வகப் பொருள் 1, நிறையற்ற மற்றும் நீட்சித் தன்மையற்ற மெல்லிய கயிற்றினால் நிறையற்ற கப்பி ஒன்றின் வழியே m_2 நிறை கொண்ட மற்றொரு கனச்செவ்வகப் பொருள் 2 உடன் இணைக்கப்பட்டுள்ளது.

சாய்தளம் மற்றும் கனச் செவ்வகப் பொருள் இரண்டிற்குமான ஓய்வுநிலை உராய்வுக்குணகம் μ_s மற்றும் இயக்க உராய்வுக் குணகம் μ_k என்க.

அமைப்பு சறுக்கத் துவங்கும் நிலையில் இரு கனச் செவ்வகப் பொருட்களின் நிறைகளுக்கு இடையே உள்ள தொடர்பினை வருவிக்கவும்.



தீர்வு

கணக்கீடு முழுமைக்கும் இரண்டு கனச் செவ்வகப் பொருட்களுக்கும் வெவ்வேறு குறிப்பாயங்களைப் பயன்படுத்தினால் தீர்வு காண்பது எளிமையாகும்.

கனச் செவ்வகப் பொருள் 1 ஐப் பொருத்த வரை சாய்தளத்திற்கு இணையாக மேல் நோக்கிச் செல்லும் இயக்கத்தை நேர்குறி X அச்சுத் திசையிலும் சாய்தளத்திற்கு செங்குத்தாக மேல் நோக்கிச் செல்லும் இயக்கத்தை நேர்குறி Y அச்சுத் திசையிலும் கருத வேண்டும். மேலும் கனச் செவ்வகப் பொருள் 2ஐப் பொருத்தவரை அதன் கீழ் நோக்கிய இயக்கத்தை நேர்குறி Y அச்சுத் திசையாகக் கருத வேண்டும்.

கனச் செவ்வகப் பொருள் 1 நிற்கும் சாய்தளத்திற்கும் இடையேயான தொடுவிசையின் செங்குத்துக்கூறு N பின்வருமாறு

$$N = m_1 g\cos\theta \qquad (1)$$

கனச் செவ்வகப்பொருள் 1 இன் மீது செயல்படும் தொகுபயன்விசையின் x கூறு

$$F_{1x} = T - f_{\text{friction}} - m_1 g\sin\theta \qquad (2)$$

இங்கு T என்பது மெல்லிய கயிற்றின் இழு விசை சற்றே சறுக்கும் நிபந்தனையில், உராய்வு விசையின் எண் மதிப்பு

$$f_{\text{friction}} = \mu_s N = \mu_s m_1 g\cos\theta \qquad (3)$$

தொங்கிக் கொண்டிருக்கும் நிறையின் ஈர்ப்பு விசை கயிற்றின் இழு விசையாகச் செயல்படும்

$$T = m_2 g \qquad (4)$$

சற்றே சறுக்கும் நிபந்தனையில் கனச் செவ்வகப் பொருள் 1 இன் மீது செயல்படும் தொகுபயன் விசை சுழியாகும்.

சமன்பாடுகள் (2), (3) மற்றும் (4) ஆகியவற்றிலிருந்து

$$0 = m_2 g - \mu_s m_1 g\cos\theta - m_1 g \sin\theta$$

$$m_2 = m_1(\mu_s \cos\theta + \sin\theta)$$

12. 5 kg மற்றும் 20 kg நிறை கொண்ட இரண்டு பொருட்கள் தொடக்கத்தில் ஓய்வுநிலையில் உளளன. 100 N விசை அப்பொருட்களின் மீது 5 வினாடிகளுக்குச் செலுத்தப்படுகிறது.

   A) 5 வினாடிகளுக்குப் பின்பு ஒவ்வொரு பொருளும் பெறும் உந்தத்தின் மதிப்பு என்ன?

   B) 5 வினாடிகளுக்குப் பின்பு ஒவ்வொரு பொருளும் பெறும் வேகத்தின் மதிப்பு என்ன?

தீர்வு

ஒவ்வொரு பொருளும் பெரும் இறுதி உந்தம்

$\Delta P = F\Delta t$ = 100 X 5 = 500 kg m s^{-1}

5 kg நிறை கொண்ட பொருளின் இறுதிவேகம்

5 kg = 500 /5 = 100 m s^{-1}

20 kg நிறை கொண்ட பொருளின் இறுதிவேகம்

20 kg =500 /20 = 25 m s^{-1}

5 வினாடிகளுக்குப்பின்பு ஒவ்வொரு பொருளின் உந்தமும் சமமதிப்பினைப் பெற்றுள்ளன. ஆனால் திசைவேகம் 5 வினாடிகளுக்குப் பின்பு ஒரே மதிப்பைப் பெறவில்லை. கனமான பொருள் இலேசானப் பொருளை விட குறைந்த வேகத்தையேப் பெற்றுள்ளது.

13. இயக்க உராய்வுக் குணகம் $\mu_k = 0.6$.கொண்ட பரப்பில் 5 kg நிறையுடைய பொருளொன்று தொடக்கத்தில் ஓய்வு நிலையில் உள்ளது. ஓய்வு நிலையிலுள்ள அப்பொருள் 10 m தொலைவு சென்று, பின்னர் ஓய்வு நிலைக்கு வருவதற்கு அப்பொருளுக்கு அளிக்க வேண்டிய ஆரம்பத் திசைவேகம் என்ன?

தீர்வு

தளத்தில் பொருள் இயங்கும் போது அப் பொருள் பின்வரும் மூன்று விசைகளை உணரும்.

(அ) கீழ் நோக்கிக் செயல்படும் ஈர்ப்பு விசை (mg)

(ஆ) மேல் நோக்கிச் செயல்படும் செங்குத்துவிசை (N)

(இ) இயக்கத் திசைக்கு எதிர்த்திசையில் செயல்படும் உராய்வு விசை

இங்கு செங்குத்துத் திசையில் எவ்வித இயக்கமும் இல்லை. எனவே செங்குத்து விசையின் எண் மதிப்பு ஈர்ப்பு விசையின் எண்மதிப்புக்கு சமமாகும்.

$$N = mg$$

x அச்சுத் திசையில் நியூட்டன் இரண்டாம் விதியைப் பயன்படுத்தினால்

$$m\vec{a} = -\mu_k mg\hat{i}$$

$$\vec{a} = -\mu_k g\hat{i}$$

(இங்கு முடுக்கம் x அச்சுத்திசையில் செயல் படுவதால் உராய்வு விசை எதிர்க்குறி x அச்சுத் திசையில் செயல்படும் என்பதை நினைவில் வைக்கவும்)

அல்லது $a = -\mu_k g$

இங்கு இயக்கம் முழுமைக்கும் முடுக்கம் மாறா மதிப்பைப் பெற்றுள்ளதால், இயக்கச் சமன்பாடுகளை இங்கு பயன்படுத்தலாம்.

$$v^2 = u^2 + 2as$$

இங்கு v என்பது இறுதித் திசைவேகம் மற்றும் s தொலைவு செல்வதற்காக பொருளுக்கு அளிக்கப்பட்ட தொடக்கத் திசைவேகம் u ஆகும்.

இக்கணக்கில் s = 10 m

பொருள் இறுதியில் ஓய்வு நிலைக்கு வருவதால்

திசைவேகம் v = 0

$$0 = u^2 - 2\mu_k gs$$

$$u = \sqrt{2\mu_k gs}$$

$$u = \sqrt{2 \times 0.6 \times 9.8 \times 10} = 10.8\ m\ s^{-1}$$

14. பிரிவு 3.6.3 வெளி விளிம்பு உயர்த்தப்பட்ட சாலை உட்பிரிவில், சாலையின் பரப்பு காரின் டயர் மீது செலுத்தும் உராய்வு விசையைப் பற்றி நாம் கணக்கில் எடுத்தக் கொள்ளவில்லை. காரின் டயருக்கும், சாலையின் பரப்பிற்கும் இடையேயுள்ள ஓய்வுநிலை உராய்வுக்குணகம் எனக் கருதி, காரொன்று வளைவுச் சாலையில் சறுக்காமல் வளைவதற்கான பெருமத் திசைவேகத்தின் கோவையைப் பெறுக.

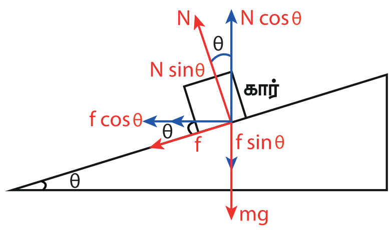
தீர்வு

வெளிவிளிம்பு உயர்த்தப் பட்ட சாலையில் காரொன்று வளையும் போது, கீழ்க்கண்ட மூன்று விசைகள் காரின் மீது செயல்படுகின்றன.

1). கீழ் நோக்கிச் செயல்படும் ஈர்ப்புவிசை (mg)

2). சாலையின் பரப்பிற்கு செங்குத்தாகச் செயல்படும் செங்குத்துவிசை (N)

3). சாலையின் பரப்பு வழியே காரின் மீது செயல்படும் ஓய்வு நிலை உராய்வுவிசை (f) கிடைத்தள மற்றும் செங்குத்துத் திசைகளில் செயல்படும் விசைகளை பின்வரும் படம் காட்டுகிறது.



v என்ற வேகத்தில் கார் வளையும் போது, செங்குத்து விசையின் கிடைத்தளக் கூறு மற்றும் ஓய்வுநிலை உராய்வுவிசை, மையநோக்கு விசையைக் கொடுக்கிறது. இதனைப் பின்வரும் சமன்பாடு காட்டுகிறது.

$$N\sin\theta + f\cos\theta = \frac{mv^2}{r} \qquad (1)$$

செங்குத்துத் திசையில் எவ்வித முடுக்கமும் இல்லை. இது, மேல் நோக்கிச் செயல்படும் செங்குத்து விசையின் (N), செங்குத்துக்கூறு

கீழ் நோக்கிச் செயல்படும் புவியீர்ப்பு விசையை சமன் செய்கிறது என்பதை உணர்த்துகிறது.

இதனைப் பின் வருமாறு எழுதலாம்.

$$N\cos\theta = mg + f\sin\theta$$

அல்லது (2)

$$N\cos\theta - f\sin\theta = mg$$

சமன்பாடு (1) ஐ (2) ஆல் வகுக்கும் போது

$$\frac{N\sin\theta + f\cos\theta}{N\cos\theta - f\sin\theta} = \frac{v^2}{rg} \quad (3)$$

சறுக்காமல் வளைவதற்கான பெருமத் திசைவேக நிபந்தனைக்கு ஓய்வுநிலை உராய்வுக் குணகத்தின் பெருமமதிப்பைப் பயன்படுத்த வேண்டும். இந் நிபந்தனையை சமன்பாடு (3) இல் பயன்படுத்தும்போது

$$\frac{N\sin\theta + \mu_s N\cos\theta}{N\cos\theta - \mu_s N\sin\theta} = \frac{v_{max}^2}{rg}$$

N cos θ வை சமன்பாட்டிலிருந்து வெளியே எடுக்கும் போது

$$\frac{N\cos\theta\left\{\left(\frac{N\sin\theta}{N\cos\theta}\right) + \mu_s\right\}}{N\cos\theta\left(1 - \mu_s\frac{N\sin\theta}{N\cos\theta}\right)} = \frac{v_{max}^2}{rg}$$

$$\frac{(\tan\theta + \mu_s)}{1 - \mu_s\tan\theta} = \frac{v_{max}^2}{rg}$$

சறுக்காமல் வளைவதற்கான பெருமத் திசைவேகம்

$$v_{max} = \sqrt{rg\frac{(\tan\theta + \mu_s)}{(1 - \mu_s\tan\theta)}} \quad (4)$$

நாம் உராய்வின் விளைவைப் புறக்கணிக்கும் போது $(\mu_s = 0)$ நழுவாமல் வளைவதற்கான பெருமத் திசைவேகம்

$$v_{safe} = \sqrt{rg\tan\theta} \quad (5)$$

நழுவாமல் வளைவதற்கான பெருமத் திசைவேகத்தை, உராய்வை அதிகரிப்பதன் மூலம் அதிகரிக்கலாம். (சமன்பாடு (4)). காரொன்று, $v < v_{safe}$, என்றவேகத்தில் வளையும்போது ஓய்வுநிலை உராய்வு மேல் நோக்கிச் செயல்பட்டு கார் உட்புறமாக சறுக்கி விழுவதைத் தடுக்கிறது. மாறாக v_{safe} வேகத்தை விட சற்றே கூடுதலான வேகத்தில் கார் செலுத்தும் போது ஓய்வுநிலை உராய்வுவிசை கீழ் நோக்கிச் செயல்பட்டு கார் வெளிப்புறமாக சறுக்கிவிழுவதைத் தடுக்கிறது. ஆனால் கார் v_{safe} வேகத்தை விட மிக அதிக வேகத்தில் செல்லும் போது ஓய்வுநிலை உராய்வு விசை கார் சறுக்கி விழுவதைத் தடுக்க போதுமானது அல்ல.

தீர்க்கப்பட்டகணக்குகள் –அலகு 4

1. $\vec{F} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ என்ற விசை ஒரு பொருளின் மீது செயல்படும் அதனை $\vec{S} = 4\hat{i} + 6\hat{j}$ என்ற தொலைவுக்கு இடப் பெயர்ச்சி செய்கிறது. விசையால் செய்யப்பட்ட வேலையைக் கணக்கிடுக.

தீர்வு

விசை $\vec{F} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$

தொலைவு $\vec{S} = 4\hat{i} + 6\hat{j}$

செய்யப்பட்டவேலை = $\vec{F}\cdot\vec{S} =$

$(\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k})\ (4\hat{i} + 6\hat{j})$

$= 4 + 12 + 0 = 16\ J$

2. ஒரு பொருளானது F= $3x^2 - 4x + 5$ என்ற விசையின் தாக்கத்தால் X அச்சில் X = 0 முதல் X = 8 வரை நகருகிறது. இச் செயல் பாட்டில் செய்யப்பட்ட வேலையைக் கணக்கிடுக

தீர்வு

பொருளை X = 0 முதல் X = 8 வரை நகர்த்த செய்யப்பட்ட வேலை

$$W = \int_0^8 F dx = \int_0^8 (3x^2 - 4x + 5)dx$$

$$= \left[\frac{3x^3}{3} - \frac{4x^2}{2} + 5x\right]_0^8$$

$$W=\left[3\frac{(8)^3}{3}-4\left(\frac{8^2}{2}\right)+40\right]$$
$$=[512-128+40]=424J$$

3. ஓய்வுநிலையில் உள்ள 10 kg நிறை கொண்ட பொருள் 16 N. விசைக்கு உட்படுத்தப்படுகிறது. 10 s முடிவில் இயக்க ஆற்றலைக் கணக்கிடுக.

தீர்வு

நிறை m = 10 kg

விசை F = 16 N

காலம் t = 10 s

$$a=F/m=\frac{16}{10}=1.6\,m\,s^{-2}$$

நாம் அறிந்தவாறு,

$v = u + at = 0 + 1.6 \times 10 = 16\ m\ s^{-1}$

இயக்க ஆற்றல் K.E = $\frac{1}{2}mv^2$

$$=\frac{1}{2}\times10\times16\times16 = 1280\ J$$

4. 5 kg நிறையுள்ள ஒரு பொருள் 1000 J இயக்க ஆற்றலுடன் மேல் நோக்கி செங்குத்தாக எறியப் படுகிறது. புவியீர்ப்பு முடுக்கம் $10\ m\ s^{-2}$ எனில் இயக்க ஆற்றல் அதன் தொடக்க மதிப்பில் பாதியாகும்உயரத்தைக் கணக்கிடுக.

தீர்வு

நிறை m = 5 kg

இயக்கஆற்றல் K.E = 1000 J

$$g=10ms^{-2}$$

'h' உயரத்தில் mgh = $\frac{K.E}{2}$

$$5\times10\times h=\frac{1000}{2}$$
$$h=\frac{500}{50}=10m$$

5. 60 kg மற்றும் 30 kg நிறை கொண்ட இரு பொருட்கள் ஒரே திசையில் நேர்க்கோட்டில் முறையே 40 cm s^{-1} மற்றும் 30 cm s^{-1} திசைவேகத்தில் இயங்கி ஒரு பரிமாண மீட்சி மோதலுக்குட்படுகிறது. மோதலுக்குப் பிறகு அவற்றின் திசைவேகங்களைக் காண்க.

தீர்வு

நிறை m_1= 60 kg

நிறை m_2= 30 kg

$v_1 = 40\ cm\,s^{-1}$

$v_2 = 30\ cm\,s^{-1}$

$$v_1=\left(\frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}\right)u_1+\left(\frac{2m_2}{m_1+m_2}\right)u_2$$
$$v_2=\frac{(m_2-m_1)}{m_1+m_2}u_2+\frac{2m_1}{m_1+m_2}u_1$$

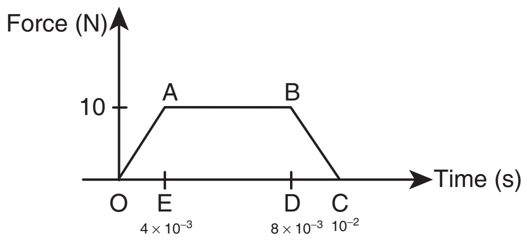
மதிப்புகளைப் பிரதியிட கிடைப்பது

$$v_1=\frac{(60-30)}{90}\times40+\frac{2\times30}{90}\times30$$
$$v_1=\frac{1}{90}[1200+1800]$$
$$=\frac{3000}{90}=33.3\ cm\ s^{-1}$$

இதேபோல்

$$v_2=\frac{(30-60)}{90}\times30+\frac{2\times60}{90}\times40$$
$$v_2=\frac{1}{90}[-900+4800]$$
$$=\frac{3900}{90}=43.3cms^{-1}$$

6. படத்தில் காட்டியுள்ளவாறு 70 g நிறையுள்ள ஒரு பொருள் 50 cm s^{-1} வேகத்தில் நகரும் போது மாறுபட்ட விசைக்கு உட்படுகிறது. விசை செயல்படுவது நிறுத்தப்பட்டவுடன் பொருளின் வேகம் என்ன ?



தீர்வு

வரைபடத்தின் கீழ் உள்ள பரப்பு கணத்தாக்கத்தை தருகிறது.

கணத்தாக்கம் I = ΔOAE இன் பரப்பு + செவ்வகம் ABDE இன் பரப்பு + ΔDBC இன் பரப்பு

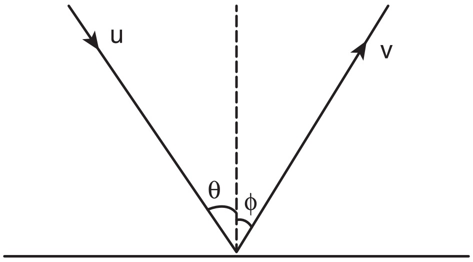
$$I=\frac{1}{2}\times 4\ \times 10^{-3}\times 10+(8-4)\times 10^{-3}$$
$$\times 10+\frac{1}{2}\times 10\times 10^{-2}(1-0.8)$$
$$=2\times 10^{-2}+4\times 10^{-2}+1\times 10^{-2}$$
$$=7\times 10^{-2}kg\ m\ s^{-1}$$

ஆனால் கணத்தாக்கம் = 2× பொருளின் தொடக்க உந்தம்

$$2mu = 7x10^{-2}$$
$$u=\frac{7\times 10^{-2}}{2\times m}=\frac{7\times 10^{-2}}{2\times 70\times 10^{-3}}=50cms^{-1}$$

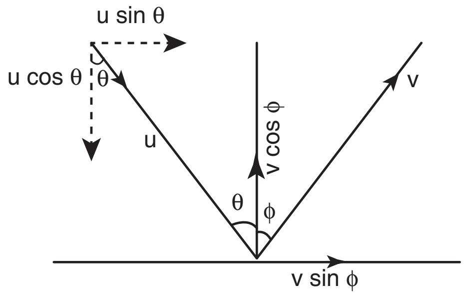
எனவே பொருளானது எதிர்த்திசையில் திரும்பி அதன் தொடக்க வேகத்தில் இயங்கும்.

7. உராய்வற்ற கிடைத்தள தரையில் ஒரு பொருள் செங்குத்து அச்சுடன் θ கோணத்தில் u வேகத்தில் மோதி செங்குத்து அச்சுடன் ϕ கோணத்தில் v வேகத்தில் மீண்டெழுகிறது. பொருளுக்கும் தரைக்கும் இடையே உள்ள மீட்சியளிப்பு குணகம் e. v இன் எண்மதிப்பு யாது ?



திசைவேகக் கூறுகளைப் பயன்படுத்த

தீர்வு



திசைவேகத்தின் X கூறு $u\sin\theta = v\sin\phi$ (1)

திசைவேகத்தின் Y – கூறின் எண்மதிப்பு ஒரே அளவாக இருக்காது. எனவே மீட்சியளிப்பு குணகத்தைப் பயன்படுத்தி

$$e=\frac{v\cos\varphi}{u\cos\theta} \qquad (2)$$

(1) மற்றும் (2) ஐ இரு மடியாக்கி கூட்ட

$$v^2\sin^2\varphi=u^2\sin^2\theta$$
$$v^2\cos^2\varphi=e^2u^2\cos^2\theta$$

கூட்ட $v^2=u^2\sin^2\theta+e^2u^2\cos^2\theta$

$$\therefore v^2=u^2\left[\sin^2\theta+e^2\cos^2\theta\right]$$
$$v=u\sqrt{\sin^2\theta+e^2\cos^2\theta}$$

8. m நிறையுள்ள ஒரு பொருளானது நீட்சியடையா நிலையில் l நீளத்தையும் k விசைமாறிலியையும் கொண்ட லேசான சுருள் வில்லின் ஒரு முனையில் இணைக்கப்பட்டுள்ளது. அது கிடைமட்ட வட்டத்தில் ω என்ற கோணத் திசைவேகத்துடன் சுழற்றப்படுகிறது. சுருள் வில்லின் நீளம் எவ்வளவு அதிகரிக்கும்?

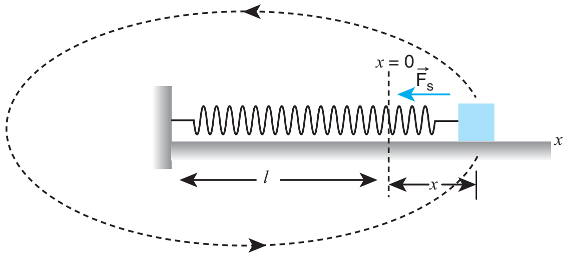
தீர்வு

பொருளின் நிறை = m

விசை மாறிலி = k

நீட்சியடையா நிலையில் சுருள் வில்லின் நீளம் = l

கோணத் திசைவேகம் = ω



சுருள்வில்லின் நீளஅதிகரிப்பு 'x' என்க.

தற்போது புதிய நீளம் = $(l + x) = r$

சுருள்வில் கிடைமட் டவட்டத்தில் சுழலும்போது

சுருள் வில் விசை = மையநோக்கு விசை

$$kx = m\omega^2(l+x) = m\,\omega^2 r$$

$$x = \frac{m\omega^2 l}{k - m\omega^2}$$

9. ஒரு துப்பாக்கி வினாடிக்கு 8 குண்டுகள்வீதம் x என்ற இலக்கில் சுடப்படுகிறது. ஒவ்வொரு குண்டின் நிறை 3 g மற்றும்அதன் வேகம் 600 m s^{-1} எனில் குண்டுகள் வெளிப்படுத்தும் திறனைக் கணக்கிடுக.

தீர்வு

திறன்=ஒருவினாடியில்செய்யப்பட்டவேலை

= ஒருவினாடியில் 8 குண்டுகளின் மொத்த இயக்க ஆற்றல்

P = 8 × ஒரு வினாடியில் ஒவ்வொரு குண்டின் இயக்க ஆற்றல்

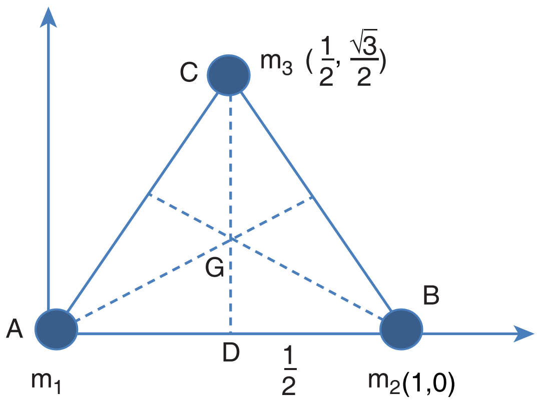
$$= 8 \times \frac{1}{2} \times \left(3 \times 10^{-3}\right) \times \left(600\right)^2$$

$$P = 4320 W$$

$$P = 4.320 \text{ kW}$$

தீர்க்கப்பட்டகணக்குகள் –அலகு 5

1. சமபக்க முக்கோணத்தின் மூன்று முனைகளிலும் மூன்று நிறைகள் முறையே $m_1 = 1$ kg $m_2 = 2$ kg மற்றும் $m_3 = 3$ kg வைக்கப்பட்டுள்ளது. அமைப்பின் நிறைமையத்தை காண்க.



சமபக்க முக்கோணத்தின் நிறை மையமானது வடிவியல் மையம் G இல் அமைகிறது m_1, m_2 மற்றும் m_3 ஆகிய நிறைகள் படத்தில் காட்டப்பட்டுள்ளதுபோல் A, B மற்றும் C என்ற நிலைகளில் வைக்கப்பட்டுள்ளது. கொடுக்கப்பட்ட நிறைகளின் நிலையிலிருந்து m_1 மற்றும் m_2 என்பனவற்றின் ஆயஅச்சுப் புள்ளிகள் முறையே (0, 0) மற்றும் (1, 0) ஆகும். பித்தாகோரஸ் தேற்றத்தை பயன்படுத்தி m_3 யின் நிலையினைக் காண்க. ΔDBC என்பது செங்கோண முக்கோணமாதலால்

$$BC^2 = CD^2 + DB^2$$

$$CD^2 = BC^2 - DB^2$$

$$CD^2 = 1^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 1 - \left(\frac{1}{4}\right) = \frac{3}{4}$$

$$CD = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

m_3 நிறையின் ஆயஅச்சு

$$\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \text{ அல்லது } \left(0.5, 0.5\sqrt{3}\right)$$

X ஆய அச்சைப் பொருத்து நிறை மையம்,

$$x_{CM} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + m_3 x_3}{m_1 + m_2 + m_3}$$

$$x_{CM} = \frac{(1 \times 0) + (2 \times 1) + (3 \times 0.5)}{1 + 2 + 3} = \frac{3.5}{6}$$

$$x_{CM} = \frac{7}{12} \text{ m}$$

Y ஆய அச்சைப் பொருத்து நிறை மையம்

$$y_{CM} = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2 + m_3 y_3}{m_1 + m_2 + m_3}$$

$$y_{CM} = \frac{(1\times 0)+(2\times 0)+(3\times 0.5\times\sqrt{3})}{1+2+3} = \frac{1.5\sqrt{3}}{6}$$

$$y_{CM} = \frac{\sqrt{3}}{4} \text{ m}$$

∴ ஈர்ப்பு மையத்தின் ஆய அச்சுப் புள்ளிகளாவன

$$\left(\frac{7}{12}, \frac{\sqrt{3}}{4}\right)$$

2. எலக்ட்ரான் ஒன்று $9.1 \times 10^{-31} kg$ எனும் நிறையுடனும் 0.53 A ஆரத்துடனும் உட்கருவினை வட்டப் பாதையில் சுற்றி வருகிறது. எலக்ட்ரானின் கோண உந்தம் யாது ? (எலக்ட்ரானின் திசைவேகம் v=2.2 $\times 10^{6} m s^{-1}$)

தீர்வு

எலக்ட்ரானின் நிறை m = $9 \times 10^{-31} kg$

எலக்ட்ரானின் வட்டப் பாதையின் ஆரம் $r = 0.53 \text{ A}^\circ = 0.53 \times 10^{-10} m$

எலக்ட்ரானின் திசைவேகம் $v = 2.2 \times 10^6 \text{ ms}^{-1}$

எலக்ட்ரானின் கோணஉந்தம் $L = I\,\omega$

எலக்ட்ரானின் நிறையை புள்ளிநிறையாக எடுத்துக் கொள்க.

இதன் நிலைமத் திருப்புத்திறன் $I = m\, r^2$.

மேலும் $\omega = \frac{v}{r}$ என்ற தொடர்பையும் பயன்படுத்தும் போது

கோணஉந்தம் $L = mr^2 \times \frac{v}{r} = mvr$

$$= 9.1 \times 10^{-31} \times 2.2 \times 10^{6} \times 0.53 \times 10^{-10}$$

$$L = 10.61 \times 10^{-35} = 1.06 \times 10^{-34} \ kg\ m^2\ s^{-1}$$

3. 20 kg நிறையும் 0.25 m ஆரமும் கொண்ட ஒரு திண்மக் கோளகமானது மையம் வழிச் செல்லும் அச்சைப் பற்றி சுழல்கிறது. அதன் கோண திசைவேகம் 5 rad s^{-1} எனில் கோண உந்தத்தின் மதிப்பு யாது?

தீர்வு

கோளகத்தின் நிறை m = 20 kg

ஆரம் r = 0.25 m

கோணத் திசைவேகம் $\omega = 5 \text{ rad s}^{-1}$

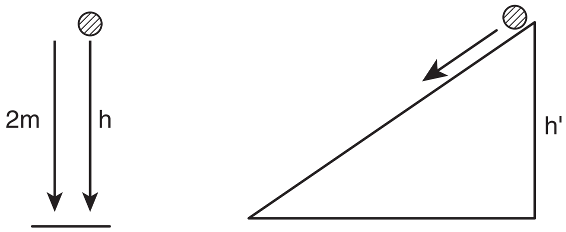
கோண உந்தம் $L = I\omega = \frac{2}{5} mr^2\omega$

$$= \frac{2}{5} \times 20 \times (0.25)^2 \times 5 = 40 \times (0.0625) = 2.5$$

$$L = 2.5 \text{ kg m}^2\text{s}^{-1}$$

4. திண்ம உருளையானது 2m உயரத்திலிருந்து கீழே விடப்பட்டு தரையை அடையும் போது ஒரு குறிப்பிட்ட வேகத்தில் தரையை வந்தடைகிறது. அதே உருளை குறிப்பிட்ட உயரம் கொண்ட சாய்தளம் ஒன்றின் உச்சியிலிருந்து விடப்படும் போதும் அதே வேகத்தில் தரையை அடைகிறது எனில் அந்த சாய்தளத்தின் உயரத்தைக் காண்க. அவ்வுருளையின் திசைவேகத்தையும் காண்க.

தீர்வு



முதல் நிகழ்வு

நிலை ஆற்றல் = இயக்க ஆற்றல்

$$mgh = \frac{1}{2} mv^2$$

$$mg\times 2=\frac{1}{2}mv^2 \qquad (1)$$

இரண்டாவது நிகழ்வு

நிலை ஆற்றல் = இடம் பெயர்வு ஆற்றல் + சுழற்சி ஆற்றல்

$$mgh'=\frac{1}{2}mv^2+\frac{1}{2}I\omega^2$$

$$mgh'=\frac{1}{2}mv^2+\frac{1}{2}\left(\frac{mr^2}{2}\right)\left(\frac{v^2}{r^2}\right)$$

$$\therefore mgh'=\frac{3}{4}mv^2 \qquad (2)$$

(2) ஐ (1) ஆனால் வகுக்க

$$\frac{mgh'}{mg\times 2}=\frac{\frac{3}{4}mv^2}{\frac{1}{2}mv^2}=\frac{3}{4}\times\frac{2}{1}=\frac{3}{2}$$

$$h'=3m$$

சமன்பாடு (1) லிருந்து $2mg=\frac{1}{2}mv^2$

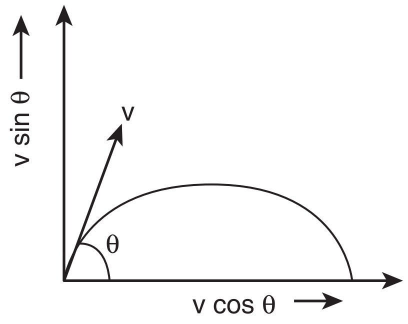
$$v=\sqrt{4g}=2\sqrt{g}$$

$$v=2\times\sqrt{9.81}$$

$$v=6.3ms^{-1}$$

5. X – Y தளத்தில் m நிறை கொண்ட சிறிய துகள்X அச்சுடன் θ கோணத்தில் v என்ற ஆரம்ப திசைவேகத்துடன் படத்தில் காட்டியுள்ளவாறு எறியப்படுகிறது. அப் பொருளின் கோண உந்தத்தை காண்க

தீர்வு



m நிறை கொண்ட பொருள் t கால இடைவெளியில் கிடைத்தளத்தில் நகர்ந்த தொலைவு X என்க.

கோண உந்தம் $\vec{L}=\int\vec{\tau}\,dt$

ஆனால் $\vec{\tau}=\vec{r}\times\vec{F}$

$\vec{r}=x\hat{i}+y\hat{j}$

$$\therefore\vec{\tau}=\left(x\hat{i}+y\hat{j}\right)\times\left(-mg\hat{j}\right)$$

$$\vec{\tau}=-mgx\left(\hat{i}\times\hat{j}\right)=-mgx\hat{k}$$

$$\vec{L}=-mg\int(xdt)\hat{k}=-mgv\cos\theta\left(\int tdt\right)\hat{k}$$

ஆரம்ப நிலையில் t = 0 மற்றும் இறுதி நிலையில் $t=t_f$

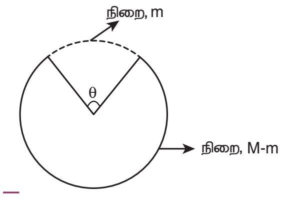
$$\therefore\vec{L}=-mgv\cos\theta\left(\int_0^{t_f}tdt\right)\hat{k}=-\frac{1}{2}mgv\cos\theta t_f^2\ \hat{k}$$

எதிர் குறியானதுஉந்தம் ஆனது தளத்தின் உள் நோக்கியதாக உள்ளது என்பதை குறிக்கிறது.

6. M நிறையும் R ஆரமும் கொண்ட முழுமையான வளையத்தில் மையம் தாங்கும் கோணப்பகுதி θ நீக்கப்படுகிறது. வளையத்தின் தளத்திற்கு செங்குத்தாகவும், அதன் மையம் வழிச் செல்லும் அச்சைப் பொருத்து மீதமுள்ள வளையத்தின் நிலைமத் திருப்புத்திறனைக் காண்க.

தீர்வு

M மொத்த நிறையும் R ஆரமும் கொண்ட முழுமையான வளையத்தை எடுத்துக் கொள்க. அதில் m நிறையுடைய பகுதியானது நீக்கப்படும்போது மீதமுள்ள வளையத்தின் நிறை M – m எனக் கொள்க.



n என்ற நேர்குறி முழு எண்ணை எடுத்துக் கொண்டால்

$$n\theta=360 \qquad n=\frac{360°}{\theta}$$

m என்பதை முழுமையற்ற வளையத்தின் நிறை என எடுத்துக் கொண்டால்

பகுதி நீக்கப்பட்ட வளையத்தின் நிறை = M–m

$$m = \frac{M}{360} \times \theta$$

பகுதி நீக்கப்பட்ட வளையத்தின் நிறை

$$= M - \frac{M}{n} = M\frac{(n-1)}{n}$$

எடுத்துக் காட்டாக

அ) $\theta = 60^\circ$ எனும்பொழுது

$$n = \frac{360^\circ}{60^\circ} = 6$$

$$\therefore n-1 = 5$$

பகுதி நீக்கப்பட்ட வளையத்தின் நிறை $= \frac{5}{6}M$

ஆ) $\theta = 30^\circ$ எனும்பொழுது

$$n = \frac{360^\circ}{30^\circ} = 12$$

$$n-1 = 11$$

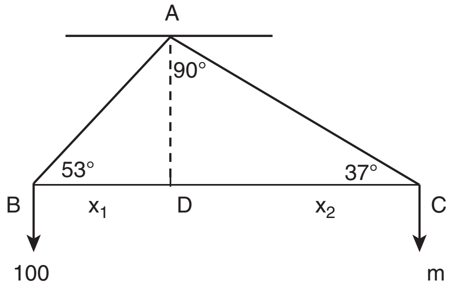
பகுதி நீக்கப்பட்ட வளையத்தின் நிறை = $\frac{11}{12}M$

பகுதி நீக்கப்பட்ட வளையத்தின் நிலைமத் திருப்புத்திறன்

$$I = M\frac{(n-1)}{n}R^2$$

7. நிறையற்ற செங்கோண முக்கோணமானது அதன் செங்கோணம் உள்ள முனையிலிருந்து தொங்கவிடப்பட்டுள்ளது. 100 kg நிறையானது B என்ற மற்றொரு கிடைத்தளத்துடன் முனையில் 53° கோணத்தில் தொங்கவிடப்பட்டுள்ளது. BC என்ற மூலை விட்டப் பக்கமானது கிடைத்தளத்திலேயே இருக்க C என்ற முனையில் தொங்க விடப்பட வேண்டிய நிறையைக் காண்க.

தீர்வு

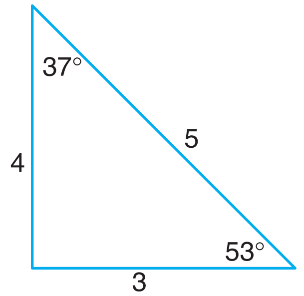


திருப்புத் திறன்களின் தத்துவத்தின்படி,

$$100 \times g \times x_1 = m \times g \times x_2$$

$$100 \times \cos 53^\circ = m \times \cos 37^\circ \qquad (1)$$

இங்கு x_1 மற்றும் x_2 என்பன மூலை விட்ட பகுதிகளின் நீளம். 37° , 53° மற்றும் 90° கோணங்களை கொண்ட செங்கோண முக்கோணம் சிறப்பு வகையாகும். இதன் பக்கங்களின் விகிதமானது படத்தில் உள்ளவாறு 3 : 4 : 5.



$$100 \times \cos 53^\circ = m \times \cos 37^\circ$$

$$100 \times \frac{3}{5} = m \times \frac{4}{5}$$

$$m = 100 \times \frac{3}{4}$$

$$m = 75\,kg$$

8. சுழல்சக்கரம் ஒன்றை 30 rpm லிருந்து 720 rpm ஆக வேகத்தை அதிகப்படுத்த 1000 J ஆற்றல் செலவழிக்கப்படுகிறது. சுழலும் சக்கரத்தின் நிலைமத் திருப்புத் திறனைக் காண்க.

தீர்வு

$$\omega_1 = 30rpm = 2\pi \times \frac{30}{60} rads^{-1} = = \pi\ rad\ s^{-1}$$

$$\omega_2 = 720rpm$$

$$= 2\ \pi \times \frac{720}{60} rads^{-1} = 24\pi\ rads^{-1}$$

இயக்க ஆற்றலின் ஏற்படும் மாறுபாடு

$$\Delta KE = \frac{1}{2} I(\omega_2{}^2 - \omega_1{}^2)$$

$$I = \frac{2 \times \Delta KE}{(\omega_2^2 - \omega_1^2)} = \frac{2 \times 1000}{(24\pi)^2 - (\pi)^2}$$

$$I = \frac{2000}{25\pi \times 23\pi}$$

கவனத்திற்கு:

$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

$I \approx 0.35 \text{ kg m}^2$

மற்றும் $\pi^2 \approx 10$

9. ஒரே ஆரமும், நிறையும் கொண்ட இரு உருளைகளை எடுத்துக்கொள்க. இதின் ஒன்று உள்ளீடற்றதாகவும் மற்றொன்று திண்மமாகவும் உள்ளது. இவை ஒரே திருப்பு விசைக்கு உட்படுத்தும் போது, இவற்றுள் எது கோணமுடுக்கம் அதிகம்?

தீர்வு

திண்ம உருளையின் அச்சைப் பற்றி நிலைமத் திருப்புத் திறன் $I_s = \frac{1}{2}MR^2$

உள்ளீடற்ற உருளையின் அச்சைப் பற்றி நிலைமத் திருப்புத்திறன் $I_h = MR^2$

$I_s = \frac{1}{2} I_h$ அல்லது $I_h = 2I_s$

திருப்புவிசை $\tau = I\alpha$

$$\alpha = \frac{\tau}{I}$$

$\alpha_s = \frac{\tau}{I_s}$ மற்றும் $\alpha_h = \frac{\tau}{I_h}$

$$\alpha_s I_s = \alpha_h I_h \Rightarrow \alpha_s = \alpha_h \frac{I_h}{I_s}$$

இதிலிருந்து,

$$I_h > I_s \Rightarrow \frac{I_h}{I_s} > 1$$

$$\therefore \alpha_s > \alpha_h$$

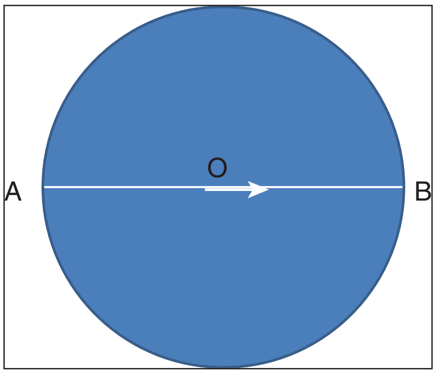
ஒரே திருப்பு விசையின் போது திண்ம உருளையாது உள்ளீடற்ற உருளையை விட அதிக முடுக்கத்தை பெறுகிறது.

10. மெல்லிய வட்டத்தட்டு கிடைத்தளத்தில் அதன் மையத்தின் வழியே செல்லும் செங்குத்து அச்சைப் பற்றி சுழல்கிறது. பூச்சி ஒன்று வட்டத் தட்டின் விட்டத்தில் A லிருந்து நகர்ந்து படத்தில் காட்டியுள்ளவாறு செல்கிறது. வட்டத்தட்டின் கோணவேகம் எவ்வாறு மாற்றம் அடைகிறது என்பதை விவாதிக்க.

தீர்வு

வட்டத் தட்டு பூச்சியுடன் தன்னிச்சையாக சுழல்வதால் அமைப்பின் கோண உந்தம் மாறாதது.

$L = I\omega =$ மாறிலி



பூச்சி விட்டத்தில் A யிலிருந்து மையம் (O) வை நோக்கி நகரும் போது நிலைமத் திருப்புதிறன் (I) குறைகிறது. எனவே கோணத்திசைவேகம் (ω) அதிகரிக்கிறது. அது மையம் (O) விட்டு விலகி B நோக்கி நகரும்பொழுது (O விலிருந்து B) நிலைமத்திருப்புத்திறன் அதிகரிக்கிறது. எனவே கோணத்திசைவேகம் குறைகிறது.

11. (i) $\sqrt{E_{kr}}$ மற்றும் L இவற்றிற்கு இடையே வரையப்படும் வரைபடத்தின் வடிவம் என்ன? (இதில் E_{kr} என்பது சுழற்சி இயக்க ஆற்றல் மற்றும் L என்பது கோணஉந்தம்)

(II) வரை படத்திலிருந்து கிடைக்கப் பெறும் சாய்வின் மூலம் நீங்கள் அறிவது யாது?

(III) $\sqrt{E_{kr}}$ மற்றும் L இவற்றிற்கு இடையே A மற்றும் B என்ற இரு பொருட்களுக்கு வரையப்படும் வரைபடம் வரையப்படுகிறது. இவற்றில் எது அதிக நிலைமத் திருப்புத்திறனை கொண்டிருக்கும்.

தீர்வு

சுழற்சி இயக்க ஆற்றல்

$$E_{kr} = \frac{1}{2} I\omega^2$$

$$= \frac{1}{2} I\omega \times \omega = \frac{1}{2} . L . \omega = \frac{1}{2} \frac{L^2}{I} \qquad \because L = I\omega \quad \omega = L/I$$

$$E_{kr} = \frac{L^2}{2I}$$

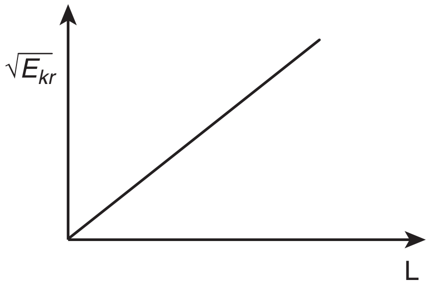
$$L^2 = 2IE_{kr}$$

$$L = \sqrt{2IE_{kr}} = \sqrt{2I} . \sqrt{E_{kr}}$$

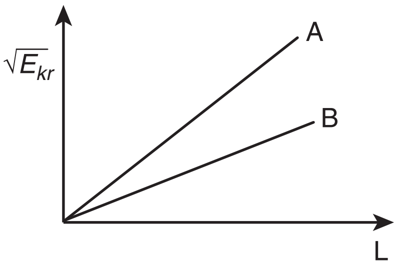
$\sqrt{E_{kr}}$ கும் L கும் இடைப்பட்ட வரைபடம்

இதன் வரைபடம் ஒரு நேர்கோடு.

ii) வரைபடத்தின் சாய்வு நிலைமத் திருப்புத்திறனின் மதிப்பை தரும்



iii) வரைபடத்தின் சாய்வு நிலைமத் திருப்புதிறனை அளிக்கும் என நாம் அறிவோம். A என்ற பொருளிற்கு வரையப்படும். கோடு அதிக சாய்வை பெற்றிருப்பதால், A யின் நிலைமத் திருப்புத்திறன் அதிகம்.



12. சீரான மெல்லிய வட்ட வளையமானது நழுவுதலின்றி சாய்தளத்தில் கீழ் நோக்கி உருள்கிறது. சாய்தளத்தின் சாய்வுக்கோணம் 45° எனில் அதன் வழியே நேர்கோட்டு முடுக்கத்தைக் கணக்கிடுக.

தீர்வு

சாய்தளத்தின் வழியாக நேர்கோட்டு முடுக்கமானது

$$a = \frac{g \sin\theta}{1 + \frac{K^2}{R^2}}$$

சீரான மெல்லிய வளையத்தின் மையம் வழிச்செலலும் அச்சைப் பொருத்து நிலைமத் திருப்புத்திறன் $I = MR^2$

$$\therefore K^2 = R^2 \Rightarrow \frac{K^2}{R^2} = 1.$$

மற்றும் சாய்தளத்தின் சாய்வு, $\theta = 45^\circ$

$$\Rightarrow (\sin 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}})$$

எனவே

$$a = \frac{\frac{g}{\sqrt{2}}}{1+1}$$

$$a = \frac{g}{2\sqrt{2}} \; m\,s^{-2}$$

போட்டித்தேர்வு பகுதி

38UC1R

பின் இணைப்பு 2

37SSU6

A 1.1 இயற்பியலின் நூற்றாண்டு கால முறையான வளர்ச்சி	
பல நூற்றாண்டுகளாக இயற்பியலில் ஏற்பட்டுள்ள தொடர்ச்சியான வளர்ச்சி	**காலம்**
சூரியன், சந்திரன், கோள்கள் மற்றும் விண்மீன்களை உற்றுநோக்கல்	ஏறத்தாழ கி.மு 3000 அளவில் முற்கால கிரேக்கர்கள்
பிரபஞ்சத்தில் உள்ள ஒவ்வொன்றும் மாறிக் கொண்டே இருக்கின்றது. காலவரையறையின்றி மாறாமல் இருக்கக்கூடியது எதுவும் இல்லை. “காலம்” எனும் கருத்து இப்புரிதலின் அடிப்படையில் உருவெடுத்தது	ஏறத்தாழ கி.மு 500 (ஹிராக்ளிட்டஸ்) (Heraclitus)
பொருட்கள் அனைத்தும் மேலும் பகுக்க இயலாத மிகச் சிறிய “அணு” எனும் துகள்களால் ஆனவை. அணுக்கொள்கை வளர்ச்சி அடைந்தது. ஆனால் கருதுகோள் அளவிலேயே இருந்தது. சோதனை ரீதியாக நிறுவப்படவில்லை.	கி.மு 500 முடிவில் (டெமாக்ரைடஸ் மற்றும் லியூஸிப்பஸ்) (Democritus and leuicippus)
■ தினசரி வாழ்வில் நடைபெறும் நிகழ்வுகளுக்கான இயற்பியல் விதிகள் பற்றிய கருத்து ■ ஈர்ப்பு விசையுடன் கூடிய இயக்கம் பற்றிய கருத்து ■ நான்கு தனிமங்கள் கொள்கை (ஒவ்வொரு பொருளும் பூமி, நீர், காற்று நெருப்பு ஆகிய நான்கு தனிமங்களால் ஆனது. இத்தனிமங்கள் ஒன்றிலிருந்து மற்றொன்றாக மாறக்கூடியது). ■ பிரபஞ்சத்தின் மையம் புவி (கருதுகோள்) ■ பொருட்கள் தொடர்ந்து இடம் பெயர விசை தேவை ■ கனமான பொருள் இலேசான பொருளைவிட விரைவாக புவியின் மீது விழும்	ஏறத்தாழ கி.மு 3 ஆம் நூற்றாண்டு அளவில் (அரிஸ்டாட்டில்) (Aristotle)
■ புவி கோள வடிவ முடையது ■ புவியின் ஆரத்தை கிட்டத்தட்ட துல்லியமாக அளத்தல்	ஏறத்தாழ கி.மு 240 அளவில் எரடோஸ்தனிஸ் (Erotosthenes)
■ சூரிய குடும்ப அமைப்பின் மையத்தில் சூரியன் உள்ளது. (கருதுகோள். சோதனை முறை நிரூபணம் இல்லை) ■ தன் அச்சு பற்றி புவி சுழல்தல் பற்றிய கருத்து	ஏறத்தாழ கி.மு 2 ஆம் நூற்றாண்டு (சாமோஸ்– இன் அரிஸ்டார்கஸ்) (Aristarchus of samos) ஏறத்தாழ கி.மு 2 ம் நூற்றாண்டு அளவில் (செலியூசியா) (Seleucia)

A 1.1 இயற்பியலின் நூற்றாண்டு கால முறையான வளர்ச்சி (தொடர்ச்சி)	
■ நீர்ம நிலையியலுக்கான அடித்தளம், நெம்புகோல் தொடர்பான கருத்து ■ கப்பிகள் மூலம் (Pulleys) இயந்திரவியல் வேலை ■ ஆர்க்கிமிடீஸ் தத்துவம் என அறியப்படும் மிதப்பு விதிகள் (Law of Buoyancy) ■ π க்கான துல்லியமான மதிப்பு	ஏறத்தாழ 3 ஆம் நூற்றாண்டு அளவில் (ஆர்க்கமிடீஸ்) (Archimedes)
■ கோள்கள் மற்றும் விண்மீன்களின் இயக்கம் மீது கவனம் செலுத்தப்படுதல் ■ சூரிய கிரகணம் பற்றிய முன்னறிவிப்பு ■ புவிக்கும் நிலவுக்கும் உள்ள தொலைவு மற்றும் புவிக்கும் சூரியனுக்கும் உள்ள தொலைவு கணக்கிடப்படுதல் ■ வானியல் நிகழ்வுகள் உற்றுநோக்கலும் பதிவு செய்தலும்	கி.மு2 ஆம் நூற்றாண்டின் முடிவில் (ஹிப்பார்க்கஸ்) (Hypparchus)
■ புவிமையக் கொள்கை (கருதுகோள் அல்ல. இந்தக் கொள்கை வெறுங்கண்களால் உற்று நோக்கக்கூடிய நிகழ்வுகளை விளக்கியது) ■ கோள்களின் “பின்னோக்கிய இயக்கம்” (retrograde motion) குறித்த விளக்கம் ■ “Almagest” – முதல் வானியல் நூல் வெளியீடு	கி.பி 100 ஆம் ஆண்டளவில் (தாலமி) (Ptolemy)
■ புவியின் தற்சுழற்சிப் பற்றிய கருத்து ■ “சுழி” பற்றிய கருத்து ■ கணிதவியலுக்கான பங்களிப்பு	5 ஆம் நூற்றாண்டு (ஆர்ய பட்டா (Aryabhatta) – இந்தியா)
■ ஆரம்ப கட்ட ஒளியியல் பற்றிய புரிதல் ■ “வானவியல் கருவூலம்” என்ற புத்தகம் – தாலமியின் வானியல் தரவுகளை துல்லியமான தரவுகளை கொடுத்தது	கி.பி 9 ஆம் நூற்றாண்டு (இபின் அல் ஹேதம் – அரேபியா) (Ibn al – hayatham) கி.பி 12 ஆம் நூற்றாண்டு (நஸீர் – ஆல் –தீன் – பெர்சியா வானியல் அறிஞர்) (Nasir – al – Din)
■ 7ஆம் நூற்றாண்டு முதல் 14 ஆம் நூற்றாண்டு வரை அறிவியலில் குறிப்பிடத்தக்க வளர்ச்சியானது இசுலாமிய நாடுகளால் அமைந்தது (அரேபியா, பெர்சியா, இரான் முதலியன)	
■ கோபர் நிக்கஸின் புரட்சி ■ சூரிய மையக் கொள்கை (கருதுகோள் அல்ல. விண்மீன்கள் மற்றும் கோள்களின் இயக்கத்தை தாலமியின் மாதிரியை விட எளிமையாக விளக்கியது) ■ துல்லியமான வானியல் தரவுகள் ■ கோள்களின் இயக்கம் பற்றிய விதிகள்	கி.பி 15 ஆம் நூற்றாண்டு – கோபர்நிக்கஸ் (Copernicus) டீஹோ பிராஹே (Tycho Brahe) கெப்ளர் (Kepler)
■ நிலைம விதி ■ தொலைநோக்கி மூலம் உற்று நோக்கல் ■ வியாழன் கோளின் நிலவுகளின் சுற்றுக் காலத்தை கணக்கிடல் ■ புவி தட்டையானது அல்ல.	கலீலியோ (1564–1642) (நவீன உற்றுநோக்கல் வானியலின் (Observational astronomy) தந்தை)

A 1.1 இயற்பியலின் நூற்றாண்டு கால முறையான வளர்ச்சி (தொடர்ச்சி)	
■ அனைத்துப் பொருட்களும் புவியின் மீது ஒரே வேகத்தில் விழுகின்றன. (அரிஸ்டாட்டிலின் கருத்து தவறு என நிருபிக்கப்பட்டது) ■ நிலைம விதி (பொருளின் இயக்கத்திற்கு அதன் மீது விசை தொடர்ந்து செயல்பட வேண்டியதில்லை. அரிஸ்டாட்டிலின் கொள்கை தவறு என நிருபிக்கப்பட்டது) ■ ஊசல், சாய்தளம் தொடர்பான ஆய்வுகள் ■ எறிபொருட்களின் இயக்கம் பற்றி அறிதல் ■ கட்டுப்படுத்தப்பட்ட ஆய்வுகள் (Controlled experiments) – அறிமுகம்	கலீலியோவின் பார்வை
■ கார்ட்டீசியன் குறிப்பாயங்கள் அமைப்பு அறிமுகம் ■ பகுமுறை வடிவியல் (Anlaytical Geometry) அறிமுகம்	ரெனே டெஸ் கார்தே (Rene Des carte) (1596 – 1650)
17 மற்றும் 18 ஆம் நூற்றாண்டுகளில் வளர்ச்சி	
■ இயக்க விதிகள் ■ இயக்கத்தை (motion) பற்றிய சரியான அறிவியல் கருத்து ■ நுண்கணிதத்தின் (Calculus) வளர்ச்சி (லெய்பினிட்ஸ் –ஐ சாராமல்) (Leibniz) ■ (எதிரொளிப்பு, ஒளி விலகல், முப்பட்டகம்) ■ ஒளியானது நுண்மத்துகள்களால் (Corpuscules) ஆனது. ■ கெப்ளர் விதிகளைத் தருவித்தல் ■ மிகச் சிறந்த அறிவியல் நூலான "The principia mathematica" (1687) வெளியீடு	ஐசக் நியூட்டன் (1642 – 1727) (Isaac Newton) நவீன ஒளியியலின் தந்தை
■ ஒளியின் அலைக் கொள்கை	கிறிஸ்டியன் ஹய்கன்ஸ் (christian Huygens)
■ காந்தவியலில் ஆய்வுகள்	வில்லியம் கில்பெர்ட் (1600 அளவில்) (William Gilbert)
■ வாயுக்களின் தன்மைகள் (Behavior of gases)	இராபர்ட் பாயில் (1627 – 1691) மற்றும் இராபர்ட் ஹீக்
■ பாய்ம இயக்கவியல் – பெர்னூலி தேற்றம் (1734)	டேனியல் பெர்னூலி (1700 – 1782) (Daniel Bernoulli)
■ வாயுக்களின் இயக்கவியற் கொள்கை பற்றிய ஆரம்பகட்ட கருத்துக்கள்	டேனியல் பெர்னூலி (1700 – 1782)
■ கம்பிச்சுருள் இயக்கம் (ஹுக் விதி)	இராபர்ட் ஹுக் (Robert Hooke)
■ மெல்லிய கம்பியில் ஏற்படும் அதிர்வுகளின் அதிர்வெண்ணுக்கான கோவையைத் தருவித்தல் (1714)	டெயிலர் (Taylor)
■ ஆற்றல் வழி அணுகுமுறையின் மூலம் நியூட்டன் இயக்கவியல் மறு சீரமைக்கப்படல் (லெக்ரான்ஞ் இயக்கவியல்)	டி ஆலென்பெர்ட், லெக்ரான்ஞ் (De Alembert, Lagrange)
■ நீராவி இயந்திரம் கண்டுபிடிப்பு (1781)	ஜேம்ஸ் வாட் (James Watt)
■ மின்னூட்டங்களுக்கு இடையேயான விசை (கூலூம் விதி)	கூலூம்
19 ஆம் நூற்றாண்டில் வளர்ச்சி	
■ வெப்ப இயக்கவியலின் ஆரம்ப காலக் கருத்துகள் (1840 களில்) ■ கலோரிக் (CALORIC) கொள்கை	ஜேம்ஸ் ஜூல் (James Joule), கார்னொா (carnot)

A 1.1 இயற்பியலின் நூற்றாண்டு கால முறையான வளர்ச்சி (தொடர்ச்சி)

■ வெப்ப இயக்கவியல் விதிகள் (1850 களில்) ■ வாயுக்களின் தன்மைகள், திசைவேகம் மற்றும் வேகம் (1860 களில்) ■ புள்ளியியல் இயக்கவியல் மற்றும் என்ட்ரோபி (entropy) சமன்பாடு ஆகியவற்றுக்கான அடித்தளம் (1870 களில்)	கெல்வின் (Kelvin), கிளாஸியஸ் (Clausius) ஜேம்ஸ் கிளார்க் மேக்ஸ்வெல் (James Clark Maxwell) போல்ட்ஸ்மேன் (Boltzmann)
■ ஒளியின் அலைத்தன்மை தொடர்பான ஆய்வுகள் ■ மின்னூட்டங்களின் தன்மைகள் ■ மின்னூட்டத்தின் மீதான காந்தப்புல விளைவுகள் (1820 களில்) ■ இணைக் கடத்திகளில் பாயும் மின்னோட்டங்களுக்கிடையே உள்ள விசை ■ மீச்சிறு செயல் கொள்கை (Principle of Least action), ஹாமில்டன் இயக்கவியல் (1821) ■ மின்மோட்டார், மின்னோட்டம் பற்றிய செயல் விளக்கம்	யங் மற்றும் பிரனெல் (Young and Fresnel) ஓர்ஸ்டெட் (Oersted) ஆம்பியர் (Ampere) வில்லியம் ஹாமில்டன் (William Hamilton) மைக்கேல் பாரடே (Michael Faraday)
■ மின்காந்தவியல் – மின்னோட்டவியலையும் காந்தவியலையும் இணைக்கும் பாலம் ■ மேக்ஸ்வெல் சமன்பாடுகள் நவீன தொழில்நுட்பத்தின் திறவுகோல் ■ மாறுதிசை மின்னோட்டம்	ஜேம்ஸ் கிளார்க் மேக்ஸ் வெல் (James Clark Maxwell) டெஸ்லா (Tesla)
20ஆம் நூற்றாண்டில் வளர்ச்சி	
■ முழுகரும்பொருள் (black body) பற்றிய ஆய்வுகள் ■ எலக்ட்ரான் கண்டுபிடிப்பு ■ ரூதர்போர்டு அணுமாதிரி ■ கதிரியக்கம் பற்றிய ஆய்வுகள்	மேக்ஸ் பிளாங்க் (1900 அளவில்) Max Planck J.J. தாம்ஸன் (J.J. Thomson) ரூதர்போர்டு (1910களில்) (Rutherford) மேரி க்யூரி (1920 கள் மற்றும் 1930களில்) (Marie Curie)
■ சிறப்பு சார்பியல் கொள்கை, ஒளி மின்விளைவு, அணுவின் இருப்பை (Existence) நிரூபித்தல் (1905), $E = mc^2$ ■ நியூட்டனுக்குப் பிந்தைய இயற்பியல் புரட்சி ■ வெளி மற்றும் காலம் பற்றிய புதிய சிந்தனை ■ பொதுச் சார்பியல் கொள்கை (20 ஆம் நூற்றாண்டின் இணையற்ற கொள்கை) 1915 ■ தன் வெப்ப ஏற்புத்திறன்கள் பற்றிய ஆய்வுகள்	ஆல்பர்ட் ஐன்ஸ்டீன் (Albert Einstein)
■ அணுக்கள் பற்றிய ஆய்வுகள் ■ போர் அணுமாதிரி ■ எலக்ட்ரான், புரோட்டான்களின் செயல்பாடுகள் ஸ்ரோடிங்கர் (Schrodinger) சமன்பாடு ■ உறுதியில்லாக் கோட்பாடு ■ குவாண்டம் இயற்பியல் உருவாக்கம் ■ குவாண்டம் புலக்கொள்கை உருவாக்கம் ■ துகள் இயற்பியல், திட்ட மாதிரி (Standard model) ■ X–கதிர்கள் விளிம்பு விளைவு (1930 களில்) பொருட்களின் அமைப்பை புரிந்து கொள்ள வழிவகுத்தது.	நீல்ஸ்போர் (Niels Bohr) ஸ்ரோடிங்கர் (Schrodinger) ஹைஸென்பர்க் (Heisenberg) பால் டிராக் (Paul Dirac) பால் டிராக், ஃபெய்மன் (Feynman), ஷ்விங்கர் (Schwinger) கெல்மேன் (Gellman), வைன்பெர்க் (Weinberg), அப்துஸ் சலாம் (Abdus salam)

A 1.1 இயற்பியலின் நூற்றாண்டு கால முறையான வளர்ச்சி (தொடர்ச்சி)	
■ இராமன் விளைவு	சி.வி. இராமன் (இந்தியா)
■ விண்மீன்கள் மற்றும் கருந்துளைகள் (Black holes) பற்றிய ஆய்வுகள்	சந்திர சேகர் (இந்திய வம்சாவளி)
■ டிரான்ஸிஸ்டர் கண்டுபிடிப்பு (1947)	ஜான் பார்டீன் (John Bardeen), வால்டர் பிரெட்டயன் (Walter Brattain), வில்லியம் ஷாக்லீ (William Shockley)
■ வெப்ப நிலையின் அடிப்படையில் விண்மீன்களை வகைப்படுத்துல் (வான் வெப்ப இயக்கவியல் – சாஹா அயனியாக்க சமன்பாடு)	மேக்நாட் சாஹா (Megnad Saha) (இந்தியா)
■ பிரபஞ்சத்தின் தோற்றவியல் துறை (1920களில்) ■ விரிவடையும் பிரபஞ்ச மாதிரி (1922) ■ சிவப்பு இடப்பெயர்ச்சி (Red shift)	எடிங்டன் (Eddington), ஸ்வார்ஷீல்ட் (Schwardzschild) தாமஸ் ப்ரிட்மேன் (Thomes Friedmann) எட்வின் ஹபுள் (Edwin Hubble)
■ பொருட்களின் அறிவியல் (Material Science) தோற்றம் ■ நானோ தொழில் நுட்பவியல், (Nano Science and Technology) அழுக்கப்பட்ட பருப்பொருள் இயற்பியல் (Condensed Matter Physics) ■ ஈர்ப்பியல் அலைகள் (Gravitational waves), இருண்ட ஆற்றல் (Dark energy) ■ இருண்ட பொருள் (Dark matter) ■ இழைக் கொள்கை (String theory)	

பின் இணைப்பு A 1.2

1) **இரு அளவுகளை வகுப்பதால் ஏற்படும் பிழை (வகை நுண்கணித முறையில்)**

$$Z = \frac{A^n}{B^m} \text{ என்க}$$

இருபுறமும் மடக்கை எடுக்க

$$\log Z = \log A^n - \log B^m$$
$$\log Z = n \log A - m \log B$$

இருபுறமும் வகைப்படுத்த

$$\frac{dZ}{Z} = n\frac{dA}{A} - m\frac{dB}{B}$$

பின்னப் பிழை வடிவில் எழுத

$$\pm\frac{\Delta Z}{Z} = \pm n\frac{\Delta A}{A} \mp m\frac{\Delta B}{B}$$

Z இல் ஏற்படக்கூடிய பெரும ஒப்புமை பிழை

$$\frac{\Delta Z}{Z} = n\frac{\Delta A}{A} + m\frac{\Delta B}{B}$$

2) **மூன்று அளவுகளை பெருக்குவதால் ஏற்படும் பிழை (வகை நுண்கணித முறையில்)**

$$\text{let } u = x^m y^n z^p \text{ என்க}$$

இருபுறமும் மடக்கை எடுக்க

$$\log u = \log x^m + \log y^n + \log z^p$$
$$\log u = m \log x + n \log y + p \log z$$

இருபுறமும் வகைப்படுத்த

$$\frac{du}{u} = m\frac{dx}{x} + n\frac{dy}{y} + p\frac{dz}{z}$$

பின்னப் பிழை வடிவில் எழுத

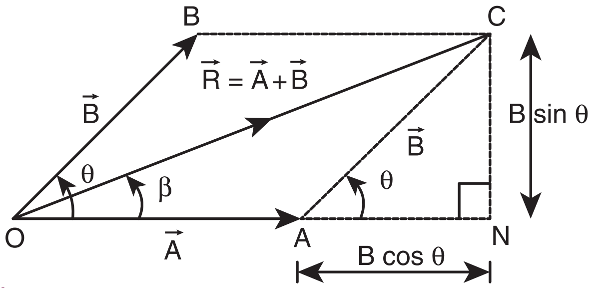
$$\pm\frac{\Delta u}{u} = \pm m\frac{\Delta x}{x} \pm n\frac{\Delta y}{y} \pm p\frac{\Delta z}{z}$$

பின் இணைப்பு A2.1

வெக்டர் கூடுதலின் இணைகர விதி

இரு சுழி அல்லாத வெக்டர்கள் $\vec{A}$ மற்றும் $\vec{B}$ ஆகியவற்றை ஓர் இணைகரத்தின் அடுத்தடுத்த பக்கங்களாகக் குறித்தால், அவற்றின் தொகுபயன், அவ்வெக்டர்கள் வெட்டிக் கொள்ளும் புள்ளி வழியே செல்லும் இணைகரத்தின் மூலைவிட்டத்தால் குறிக்கப்படும்.

கீழே உள்ள படம் 2.19 – ஐ கருதுக. $\vec{A}$ மற்றும் $\vec{B}$ வெக்டர்களின் பொதுவான வால் (Tail) பகுதிகள் θ கோணத்தில் இணைந்துள்ளன. பின்பு இணைகரம் OACB உருவாக்கப்படுகிறது. தொகுபயன் $\vec{R}$– ஐ பொதுவான வால்பகுதி வழியே செல்லும் மூலைவிட்டம் OC குறிக்கிறது.



படம் 2.19 இணைகர முறையில் தொகுபயன் வெக்டரின் எண்மதிப்பு

தொகுபயனின் எண் மதிப்பையும் திசையையும் காண்போம்

(i) **எண்மதிப்பு:**

புள்ளி N வரை கோடு OA ஐ நீட்டுக. Cயிலிருந்து ON–க்கு செங்குத்துக்கோடு CN வரைக. ΔONC ஒரு செங்கோண முக்கோணம்

எனவே $R^2 = (OA + AN)^2 + CN^2$

$$\Rightarrow R^2 = A^2 + B^2 + 2AB\cos\theta$$

$$\therefore R = \left|\vec{R}\right| = \left|\vec{A} + \vec{B}\right| = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB\cos\theta}$$

சிறப்பு நேர்வுகள்

$\theta = 0°$ எனில் R = A+B

$\theta = 180°$ எனில் R = A-B

$\theta = 90°$ எனில் $R = \sqrt{A^2 + B^2}$

திசை $\vec{A}$ மற்றும் $\vec{R}$ வெக்டர்களுக்கு இடைப்பட்ட கோணம் β எனில்

$$\tan\beta = \frac{CN}{ON} = \frac{B\sin\theta}{A + B\cos\theta}$$

பின் இணைப்பு 3

382NVT

சில முக்கியமான தொகை நுண்கணிதச் சமன்பாடுகள்

(1) $\int dx = x\,;\ \frac{d}{dx}(x) = 1$

(2) $\int x^n dx = \left(\frac{x^{n+1}}{n+1}\right);\ \frac{d}{dx}\left(\frac{x^{n+1}}{n+1}\right) = x^n$

(3) $\int cudx = c\int udx$. இங்கு, c என்பது மாறிலி

(4) $\int (u \pm v \pm w)dx = \int udx \pm \int vdx \pm \int wdx$

(5) $\int \frac{1}{x}dx = \ln x$

(6) $\int e^x dx = e^x$

(7) $\int \cos\theta d\theta = \sin\theta$

(8) $\int \sin\theta d\theta = -\cos\theta$

சில முக்கியமான வகைநுண் கணிதச் சமன்பாடுகள்

1. $\frac{d}{dx}(c) = 0,$ c ஒரு மாறிலி

2. y = cu இல் c என்பது மாறிலி மற்றும் u என்பது x இன் சார்பு எனில்

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}(cu) = c\frac{du}{dx}$$

3. y = u ±v ±w வில் u, v, w என்பது x இன் சார்புகளாக இருந்தால்

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}(u \pm v \pm w) = \frac{du}{dx} \pm \frac{dv}{dx} \pm \frac{dw}{dx}$$

4. $y = x^n$ இல் n என்பது முழு எண் (integer) எனில்

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}(x^n) = nx^{n-1}$$

5. y = uv இல் u,v என்பது x இன் சார்புகளாக இருந்தால்

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}(uv) = u\frac{dv}{dx} + v\frac{du}{dx}$$

6. y என்பது x இன் சார்பு எனில்

$$dy = \frac{dy}{dx}.dx$$

7. $\frac{d}{dx}(e^x) = e^x$

8. $\frac{d}{dx}(\ln x) = \frac{1}{x}$

9. $\frac{d}{d\theta}(\sin\theta) = \cos\theta$

10. $\frac{d}{d\theta}(\cos\theta) = -\sin\theta$

11. y என்பது θ வின் திரிகோணமிதிச் சார்பு மற்றும் θ என்பது t இன் சார்பு எனில்

$$\frac{d}{dt}(\sin\theta) = \cos\theta\frac{d\theta}{dt}$$

$$\frac{d}{dt}(\cos\theta) = -\sin\theta\frac{d\theta}{dt}$$

பின் இணைப்பு 4

38BJXG

கிரேக்க எழுத்துகள்
(The Greek Alphabet)

கிரேக்க எழுத்துகள்	பெரிய எழுத்து	சிறிய எழுத்து
Alpha	A	α
Beta	B	β
Gamma	Γ	γ
Delta	Δ	δ
Epsilon	E	ε
Zeta	Z	ζ
Eta	H	η
Theta	Θ	θ
Iota	I	ι
Kappa	K	κ
Lambda	Λ	λ
Mu	M	μ
Nu	N	ν
Xi	€	ξ
Omicron	O	o
Pi	Π	π
Rho	P	ρ
Sigma	Σ	σ
Tau	T	τ
Upsilon	Y	υ
Phi	Φ	ϕ
Chi	X	χ
Psi	Ψ	ψ
Omega	Ω	ω

இயற்பியலில் சில முக்கியமான மாறிலிகள்

(Some important constants in physics)

பெயர்	குறியீடு	மதிப்பு
வெற்றிடத்தில் ஒளியின் திசைவேகம்	c	2.9979×10^{8} m s^{-1}
ஈர்ப்பியல் மாறிலி	G	6.67×10^{-11} N m^{2} kg^{-2}
புவிஈர்ப்புமுடுக்கம் (கடல் மட்டத்தில் 45° குறுக்குக் கோட்டில்)	g	9.8 m s^{-2}
பிளாங்க் மாறிலி	h	6.626×10^{-34} J s
போல்ட்ஸ்மேன் மாறிலி	k	1.38×10^{-23} J K^{-1}
அவகட்ரோ எண்	N_A	6.023×10^{23} mol^{-1}
பொது வாயு மாறிலி	R	8.31 J mol^{-1} K^{-1}
ஸ்டீபன் – போல்ட்ஸ்மேன் மாறிலி	σ	5.67×10^{-8} W m^{-2} K^{-4}
வியனின் மாறிலி (Wien's constant)	b	2.898×10^{-3} m K
வெற்றிடத்தின் உட்புகு திறன்	μ_0	$4\pi \times 10^{-7}$ H m^{-1}
படித்தர வளிமண்டல அழுத்தம்	1 atm	1.013×10^{5} Pa

கலைச்சொற்கள்
GLOSSARY

38KFZ4

1.	முடுக்கம்	-	Acceleration
2.	கோண உந்தம்	-	Angular momentum
3.	வானியற்பியல்	-	Astro physics
4.	சராசரித் திசைவேகம்	-	Average velocity
5.	கோண இடப்பெயர்ச்சி	-	Angular displacement
6.	கோணத் திசைவேகம்	-	Angular velocity
7.	கோண முடுக்கம்	-	Angular acceleration
8.	உராய்வுக் கோணம்	-	Angle of friction
9.	சறுக்குக் கோணம்	-	Angle of repose
10.	மையநோக்கு முடுக்கம்	-	Centripetal acceleration
11.	வட்ட இயக்கம்	-	Circular motion
12.	ஒரு மைய விசைகள்	-	Concurrent forces
13.	ஒரு தள விசைகள்	-	Coplanar force
14.	மையநோக்கு விசை	-	Centripetal force
15.	மையவிலக்கு விசை	-	Centrifugal force
16.	உராய்வுக் குணகம்	-	Coefficient of friction
17.	நிறை மையம்	-	Center of mass
18.	இரட்டை	-	Couple
19.	ஈர்ப்பு மையம்	-	Center of gravity
20.	வட்ட இயக்கம்	-	Circular Motion
21.	மோதல்	-	Collision
22.	ஆற்றல் மாற்றா விசை	-	Conservative force
23.	பரிமாண பகுப்பாய்வு	-	Dimensional analysis
24.	இடப்பெயர்ச்சி	-	Displacement
25.	விடுபடு வேகம்	-	Escape speed
26.	மீட்சியழுத்த ஆற்றல்	-	Elastic potential energy
27.	மீட்சி மோதல்	-	Elastic collision
28.	தனித்த பொருளின் விசைப்படம்	-	Free body diagram
29.	ஈர்ப்பியல் மாறிலி	-	Gravitational constant
30.	ஈர்ப்புப்புலம்	-	Gravitational field
31.	ஈர்ப்பழுத்தம்	-	Gravitational potential
32.	ஈர்ப்பழுத்த ஆற்றல்	-	Gravitational potential energy
33.	மொத்த பிழை	-	Gross error
34.	புவி நிலைத் துணைக்கோள்/ செயற்கைக்கோள்	-	Geo stationary satellite
35.	கிடைத்தளம்	-	Horizontal plane
36.	குதிரைத்திறன்	-	Horse power
37.	உடனடி / கணத் திசைவேகம்	-	Instantaneous velocity

38.	சாய்தளம்	-	Inclined plane
39.	நிலைமக்குறிப்பாயம்	-	Inertial frame
40.	கணத்தாக்கு	-	Impulse
41.	உடனடித்திறன்	-	Instantaneous power
42.	இயக்க உராய்வு	-	Kinetic friction
43.	நேர்கோட்டு இயக்கம்	-	Linear motion
44.	நீள் அடர்த்தி	-	Linear density
45.	நேர்கோட்டு உந்தம்	-	Linear momentum
46.	மீச்சிற்றளவு பிழை	-	Least count error
47.	இயக்கம்	-	Motion
48.	நிலைமத்திருப்புத் திறன்	-	Moment of inertia
49.	ஆற்றல் மாற்றும் விசை	-	Non conservative force
50.	சுற்றியக்க வேகம்	-	Orbital speed
51.	ஒரு பரிமாண இயக்கம்	-	One dimensional motion
52.	துல்லியத்தன்மை	-	accuracy
53.	இடமாறு தோற்றமுறை	-	Parallax method
54.	எறியம்	-	Projectile
55.	புள்ளி நிறை	-	Point mass
56.	நுட்பத்தன்மை	-	Precison
57.	கோள்களின் இயக்கம்	-	Planetary motion
58.	துருவ மைய துணைக்கோள்/ செயற்கைக்கோள்	-	Polar satellite
59.	அச்சுச் சுழற்சி	-	Precession
60.	கப்பி	-	Pulley
61.	உருள்தல்	-	Rolling
62.	ஒழுங்கற்ற பிழை	-	Random error
63.	முழுமைபடுத்துதல்	-	Rounding off
64.	ஓய்வு	-	Rest
65.	எதிர் முடுக்கம்	-	Retardation
66.	சார்புத்திசைவேகம்	-	Relative velocity
67.	கிடைத்தள நெடுக்கம்	-	Range
68.	உருள்தலில் உராய்வு	-	Rolling friction
69.	திண்மப்பொருள்	-	Rigid body
70.	சுழற்சி ஆரம்	-	Radius of gyration
71.	சுழற்சி இயக்கம்	-	Rotational motion
72.	சுருள் மாறிலி	-	Spring constant
73.	நழுவுதல்	-	Sliping
74.	சறுக்குதல்	-	Sliding
75.	முறையான பிழை	-	Systematic error
76.	ஓய்வு நிலை உராய்வு	-	Static friction
77.	முக்கிய எண்ணுரு	-	Significant number
78.	பறக்கும் நேரம்	-	Time of flight
79.	திருப்பு விசை	-	Torque
80.	இடம்பெயர்வு இயக்கம்	-	Translational motion
81.	இழுவிசை	-	Tension
82.	திசைவேகம்	-	Velocity

மடக்கை அட்டவணை (LOGARITHM TABLE)

											Mean Difference								
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.0	0.0000	0.0043	0.0086	0.0128	0.0170	0.0212	0.0253	0.0294	0.0334	0.0374	4	8	12	17	21	25	29	33	37
1.1	0.0414	0.0453	0.0492	0.0531	0.0569	0.0607	0.0645	0.0682	0.0719	0.0755	4	8	11	15	19	23	26	30	34
1.2	0.0792	0.0828	0.0864	0.0899	0.0934	0.0969	0.1004	0.1038	0.1072	0.1106	3	7	10	14	17	21	24	28	31
1.3	0.1139	0.1173	0.1206	0.1239	0.1271	0.1303	0.1335	0.1367	0.1399	0.1430	3	6	10	13	16	19	23	26	29
1.4	0.1461	0.1492	0.1523	0.1553	0.1584	0.1614	0.1644	0.1673	0.1703	0.1732	3	6	9	12	15	18	21	24	27
1.5	0.1761	0.1790	0.1818	0.1847	0.1875	0.1903	0.1931	0.1959	0.1987	0.2014	3	6	8	11	14	17	20	22	25
1.6	0.2041	0.2068	0.2095	0.2122	0.2148	0.2175	0.2201	0.2227	0.2253	0.2279	3	5	8	11	13	16	18	21	24
1.7	0.2304	0.2330	0.2355	0.2380	0.2405	0.2430	0.2455	0.2480	0.2504	0.2529	2	5	7	10	12	15	17	20	22
1.8	0.2553	0.2577	0.2601	0.2625	0.2648	0.2672	0.2695	0.2718	0.2742	0.2765	2	5	7	9	12	14	16	19	21
1.9	0.2788	0.2810	0.2833	0.2856	0.2878	0.2900	0.2923	0.2945	0.2967	0.2989	2	4	7	9	11	13	16	18	20
2.0	0.3010	0.3032	0.3054	0.3075	0.3096	0.3118	0.3139	0.3160	0.3181	0.3201	2	4	6	8	11	13	15	17	19
2.1	0.3222	0.3243	0.3263	0.3284	0.3304	0.3324	0.3345	0.3365	0.3385	0.3404	2	4	6	8	10	12	14	16	18
2.2	0.3424	0.3444	0.3464	0.3483	0.3502	0.3522	0.3541	0.3560	0.3579	0.3598	2	4	6	8	10	12	14	15	17
2.3	0.3617	0.3636	0.3655	0.3674	0.3692	0.3711	0.3729	0.3747	0.3766	0.3784	2	4	6	7	9	11	13	15	17
2.4	0.3802	0.3820	0.3838	0.3856	0.3874	0.3892	0.3909	0.3927	0.3945	0.3962	2	4	5	7	9	11	12	14	16
2.5	0.3979	0.3997	0.4014	0.4031	0.4048	0.4065	0.4082	0.4099	0.4116	0.4133	2	3	5	7	9	10	12	14	15
2.6	0.4150	0.4166	0.4183	0.4200	0.4216	0.4232	0.4249	0.4265	0.4281	0.4298	2	3	5	7	8	10	11	13	15
2.7	0.4314	0.4330	0.4346	0.4362	0.4378	0.4393	0.4409	0.4425	0.4440	0.4456	2	3	5	6	8	9	11	13	14
2.8	0.4472	0.4487	0.4502	0.4518	0.4533	0.4548	0.4564	0.4579	0.4594	0.4609	2	3	5	6	8	9	11	12	14
2.9	0.4624	0.4639	0.4654	0.4669	0.4683	0.4698	0.4713	0.4728	0.4742	0.4757	1	3	4	6	7	9	10	12	13
3.0	0.4771	0.4786	0.4800	0.4814	0.4829	0.4843	0.4857	0.4871	0.4886	0.4900	1	3	4	6	7	9	10	11	13
3.1	0.4914	0.4928	0.4942	0.4955	0.4969	0.4983	0.4997	0.5011	0.5024	0.5038	1	3	4	6	7	8	10	11	12
3.2	0.5051	0.5065	0.5079	0.5092	0.5105	0.5119	0.5132	0.5145	0.5159	0.5172	1	3	4	5	7	8	9	11	12
3.3	0.5185	0.5198	0.5211	0.5224	0.5237	0.5250	0.5263	0.5276	0.5289	0.5302	1	3	4	5	6	8	9	10	12
3.4	0.5315	0.5328	0.5340	0.5353	0.5366	0.5378	0.5391	0.5403	0.5416	0.5428	1	3	4	5	6	8	9	10	11
3.5	0.5441	0.5453	0.5465	0.5478	0.5490	0.5502	0.5514	0.5527	0.5539	0.5551	1	2	4	5	6	7	9	10	11
3.6	0.5563	0.5575	0.5587	0.5599	0.5611	0.5623	0.5635	0.5647	0.5658	0.5670	1	2	4	5	6	7	8	10	11
3.7	0.5682	0.5694	0.5705	0.5717	0.5729	0.5740	0.5752	0.5763	0.5775	0.5786	1	2	3	5	6	7	8	9	10
3.8	0.5798	0.5809	0.5821	0.5832	0.5843	0.5855	0.5866	0.5877	0.5888	0.5899	1	2	3	5	6	7	8	9	10
3.9	0.5911	0.5922	0.5933	0.5944	0.5955	0.5966	0.5977	0.5988	0.5999	0.6010	1	2	3	4	5	7	8	9	10
4.0	0.6021	0.6031	0.6042	0.6053	0.6064	0.6075	0.6085	0.6096	0.6107	0.6117	1	2	3	4	5	6	8	9	10
4.1	0.6128	0.6138	0.6149	0.6160	0.6170	0.6180	0.6191	0.6201	0.6212	0.6222	1	2	3	4	5	6	7	8	9
4.2	0.6232	0.6243	0.6253	0.6263	0.6274	0.6284	0.6294	0.6304	0.6314	0.6325	1	2	3	4	5	6	7	8	9
4.3	0.6335	0.6345	0.6355	0.6365	0.6375	0.6385	0.6395	0.6405	0.6415	0.6425	1	2	3	4	5	6	7	8	9
4.4	0.6435	0.6444	0.6454	0.6464	0.6474	0.6484	0.6493	0.6503	0.6513	0.6522	1	2	3	4	5	6	7	8	9
4.5	0.6532	0.6542	0.6551	0.6561	0.6571	0.6580	0.6590	0.6599	0.6609	0.6618	1	2	3	4	5	6	7	8	9
4.6	0.6628	0.6637	0.6646	0.6656	0.6665	0.6675	0.6684	0.6693	0.6702	0.6712	1	2	3	4	5	6	7	7	8
4.7	0.6721	0.6730	0.6739	0.6749	0.6758	0.6767	0.6776	0.6785	0.6794	0.6803	1	2	3	4	5	5	6	7	8
4.8	0.6812	0.6821	0.6830	0.6839	0.6848	0.6857	0.6866	0.6875	0.6884	0.6893	1	2	3	4	4	5	6	7	8
4.9	0.6902	0.6911	0.6920	0.6928	0.6937	0.6946	0.6955	0.6964	0.6972	0.6981	1	2	3	4	4	5	6	7	8
5.0	0.6990	0.6998	0.7007	0.7016	0.7024	0.7033	0.7042	0.7050	0.7059	0.7067	1	2	3	3	4	5	6	7	8
5.1	0.7076	0.7084	0.7093	0.7101	0.7110	0.7118	0.7126	0.7135	0.7143	0.7152	1	2	3	3	4	5	6	7	8
5.2	0.7160	0.7168	0.7177	0.7185	0.7193	0.7202	0.7210	0.7218	0.7226	0.7235	1	2	2	3	4	5	6	7	7
5.3	0.7243	0.7251	0.7259	0.7267	0.7275	0.7284	0.7292	0.7300	0.7308	0.7316	1	2	2	3	4	5	6	6	7
5.4	0.7324	0.7332	0.7340	0.7348	0.7356	0.7364	0.7372	0.7380	0.7388	0.7396	1	2	2	3	4	5	6	6	7

மடக்கை அட்டவணை (LOGARITHM TABLE)

											Mean Difference								
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
5.5	0.7404	0.7412	0.7419	0.7427	0.7435	0.7443	0.7451	0.7459	0.7466	0.7474	1	2	2	3	4	5	5	6	7
5.6	0.7482	0.7490	0.7497	0.7505	0.7513	0.7520	0.7528	0.7536	0.7543	0.7551	1	2	2	3	4	5	5	6	7
5.7	0.7559	0.7566	0.7574	0.7582	0.7589	0.7597	0.7604	0.7612	0.7619	0.7627	1	2	2	3	4	5	5	6	7
5.8	0.7634	0.7642	0.7649	0.7657	0.7664	0.7672	0.7679	0.7686	0.7694	0.7701	1	1	2	3	4	4	5	6	7
5.9	0.7709	0.7716	0.7723	0.7731	0.7738	0.7745	0.7752	0.7760	0.7767	0.7774	1	1	2	3	4	4	5	6	7
6.0	0.7782	0.7789	0.7796	0.7803	0.7810	0.7818	0.7825	0.7832	0.7839	0.7846	1	1	2	3	4	4	5	6	6
6.1	0.7853	0.7860	0.7868	0.7875	0.7882	0.7889	0.7896	0.7903	0.7910	0.7917	1	1	2	3	4	4	5	6	6
6.2	0.7924	0.7931	0.7938	0.7945	0.7952	0.7959	0.7966	0.7973	0.7980	0.7987	1	1	2	3	3	4	5	6	6
6.3	0.7993	0.8000	0.8007	0.8014	0.8021	0.8028	0.8035	0.8041	0.8048	0.8055	1	1	2	3	3	4	5	5	6
6.4	0.8062	0.8069	0.8075	0.8082	0.8089	0.8096	0.8102	0.8109	0.8116	0.8122	1	1	2	3	3	4	5	5	6
6.5	0.8129	0.8136	0.8142	0.8149	0.8156	0.8162	0.8169	0.8176	0.8182	0.8189	1	1	2	3	3	4	5	5	6
6.6	0.8195	0.8202	0.8209	0.8215	0.8222	0.8228	0.8235	0.8241	0.8248	0.8254	1	1	2	3	3	4	5	5	6
6.7	0.8261	0.8267	0.8274	0.8280	0.8287	0.8293	0.8299	0.8306	0.8312	0.8319	1	1	2	3	3	4	5	5	6
6.8	0.8325	0.8331	0.8338	0.8344	0.8351	0.8357	0.8363	0.8370	0.8376	0.8382	1	1	2	3	3	4	4	5	6
6.9	0.8388	0.8395	0.8401	0.8407	0.8414	0.8420	0.8426	0.8432	0.8439	0.8445	1	1	2	2	3	4	4	5	6
7.0	0.8451	0.8457	0.8463	0.8470	0.8476	0.8482	0.8488	0.8494	0.8500	0.8506	1	1	2	2	3	4	4	5	6
7.1	0.8513	0.8519	0.8525	0.8531	0.8537	0.8543	0.8549	0.8555	0.8561	0.8567	1	1	2	2	3	4	4	5	5
7.2	0.8573	0.8579	0.8585	0.8591	0.8597	0.8603	0.8609	0.8615	0.8621	0.8627	1	1	2	2	3	4	4	5	5
7.3	0.8633	0.8639	0.8645	0.8651	0.8657	0.8663	0.8669	0.8675	0.8681	0.8686	1	1	2	2	3	4	4	5	5
7.4	0.8692	0.8698	0.8704	0.8710	0.8716	0.8722	0.8727	0.8733	0.8739	0.8745	1	1	2	2	3	4	4	5	5
7.5	0.8751	0.8756	0.8762	0.8768	0.8774	0.8779	0.8785	0.8791	0.8797	0.8802	1	1	2	2	3	3	4	5	5
7.6	0.8808	0.8814	0.8820	0.8825	0.8831	0.8837	0.8842	0.8848	0.8854	0.8859	1	1	2	2	3	3	4	5	5
7.7	0.8865	0.8871	0.8876	0.8882	0.8887	0.8893	0.8899	0.8904	0.8910	0.8915	1	1	2	2	3	3	4	4	5
7.8	0.8921	0.8927	0.8932	0.8938	0.8943	0.8949	0.8954	0.8960	0.8965	0.8971	1	1	2	2	3	3	4	4	5
7.9	0.8976	0.8982	0.8987	0.8993	0.8998	0.9004	0.9009	0.9015	0.9020	0.9025	1	1	2	2	3	3	4	4	5
8.0	0.9031	0.9036	0.9042	0.9047	0.9053	0.9058	0.9063	0.9069	0.9074	0.9079	1	1	2	2	3	3	4	4	5
8.1	0.9085	0.9090	0.9096	0.9101	0.9106	0.9112	0.9117	0.9122	0.9128	0.9133	1	1	2	2	3	3	4	4	5
8.2	0.9138	0.9143	0.9149	0.9154	0.9159	0.9165	0.9170	0.9175	0.9180	0.9186	1	1	2	2	3	3	4	4	5
8.3	0.9191	0.9196	0.9201	0.9206	0.9212	0.9217	0.9222	0.9227	0.9232	0.9238	1	1	2	2	3	3	4	4	5
8.4	0.9243	0.9248	0.9253	0.9258	0.9263	0.9269	0.9274	0.9279	0.9284	0.9289	1	1	2	2	3	3	4	4	5
8.5	0.9294	0.9299	0.9304	0.9309	0.9315	0.9320	0.9325	0.9330	0.9335	0.9340	1	1	2	2	3	3	4	4	5
8.6	0.9345	0.9350	0.9355	0.9360	0.9365	0.9370	0.9375	0.9380	0.9385	0.9390	1	1	2	2	3	3	4	4	5
8.7	0.9395	0.9400	0.9405	0.9410	0.9415	0.9420	0.9425	0.9430	0.9435	0.9440	0	1	1	2	2	3	3	4	4
8.8	0.9445	0.9450	0.9455	0.9460	0.9465	0.9469	0.9474	0.9479	0.9484	0.9489	0	1	1	2	2	3	3	4	4
8.9	0.9494	0.9499	0.9504	0.9509	0.9513	0.9518	0.9523	0.9528	0.9533	0.9538	0	1	1	2	2	3	3	4	4
9.0	0.9542	0.9547	0.9552	0.9557	0.9562	0.9566	0.9571	0.9576	0.9581	0.9586	0	1	1	2	2	3	3	4	4
9.1	0.9590	0.9595	0.9600	0.9605	0.9609	0.9614	0.9619	0.9624	0.9628	0.9633	0	1	1	2	2	3	3	4	4
9.2	0.9638	0.9643	0.9647	0.9652	0.9657	0.9661	0.9666	0.9671	0.9675	0.9680	0	1	1	2	2	3	3	4	4
9.3	0.9685	0.9689	0.9694	0.9699	0.9703	0.9708	0.9713	0.9717	0.9722	0.9727	0	1	1	2	2	3	3	4	4
9.4	0.9731	0.9736	0.9741	0.9745	0.9750	0.9754	0.9759	0.9763	0.9768	0.9773	0	1	1	2	2	3	3	4	4
9.5	0.9777	0.9782	0.9786	0.9791	0.9795	0.9800	0.9805	0.9809	0.9814	0.9818	0	1	1	2	2	3	3	4	4
9.6	0.9823	0.9827	0.9832	0.9836	0.9841	0.9845	0.9850	0.9854	0.9859	0.9863	0	1	1	2	2	3	3	4	4
9.7	0.9868	0.9872	0.9877	0.9881	0.9886	0.9890	0.9894	0.9899	0.9903	0.9908	0	1	1	2	2	3	3	4	4
9.8	0.9912	0.9917	0.9921	0.9926	0.9930	0.9934	0.9939	0.9943	0.9948	0.9952	0	1	1	2	2	3	3	4	4
9.9	0.9956	0.9961	0.9965	0.9969	0.9974	0.9978	0.9983	0.9987	0.9991	0.9996	0	1	1	2	2	3	3	3	4

எதிர்மடக்கை அட்டவணை (ANTILOGARITHM TABLE)

											Mean Difference								
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.00	1.000	1.002	1.005	1.007	1.009	1.012	1.014	1.016	1.019	1.021	0	0	1	1	1	1	2	2	2
0.01	1.023	1.026	1.028	1.030	1.033	1.035	1.038	1.040	1.042	1.045	0	0	1	1	1	1	2	2	2
0.02	1.047	1.050	1.052	1.054	1.057	1.059	1.062	1.064	1.067	1.069	0	0	1	1	1	1	2	2	2
0.03	1.072	1.074	1.076	1.079	1.081	1.084	1.086	1.089	1.091	1.094	0	0	1	1	1	1	2	2	2
0.04	1.096	1.099	1.102	1.104	1.107	1.109	1.112	1.114	1.117	1.119	0	1	1	1	1	2	2	2	2
0.05	1.122	1.125	1.127	1.130	1.132	1.135	1.138	1.140	1.143	1.146	0	1	1	1	1	2	2	2	2
0.06	1.148	1.151	1.153	1.156	1.159	1.161	1.164	1.167	1.169	1.172	0	1	1	1	1	2	2	2	2
0.07	1.175	1.178	1.180	1.183	1.186	1.189	1.191	1.194	1.197	1.199	0	1	1	1	1	2	2	2	2
0.08	1.202	1.205	1.208	1.211	1.213	1.216	1.219	1.222	1.225	1.227	0	1	1	1	1	2	2	2	3
0.09	1.230	1.233	1.236	1.239	1.242	1.245	1.247	1.250	1.253	1.256	0	1	1	1	1	2	2	2	3
0.10	1.259	1.262	1.265	1.268	1.271	1.274	1.276	1.279	1.282	1.285	0	1	1	1	1	2	2	2	3
0.11	1.288	1.291	1.294	1.297	1.300	1.303	1.306	1.309	1.312	1.315	0	1	1	1	2	2	2	2	3
0.12	1.318	1.321	1.324	1.327	1.330	1.334	1.337	1.340	1.343	1.346	0	1	1	1	2	2	2	2	3
0.13	1.349	1.352	1.355	1.358	1.361	1.365	1.368	1.371	1.374	1.377	0	1	1	1	2	2	2	3	3
0.14	1.380	1.384	1.387	1.390	1.393	1.396	1.400	1.403	1.406	1.409	0	1	1	1	2	2	2	3	3
0.15	1.413	1.416	1.419	1.422	1.426	1.429	1.432	1.435	1.439	1.442	0	1	1	1	2	2	2	3	3
0.16	1.445	1.449	1.452	1.455	1.459	1.462	1.466	1.469	1.472	1.476	0	1	1	1	2	2	2	3	3
0.17	1.479	1.483	1.486	1.489	1.493	1.496	1.500	1.503	1.507	1.510	0	1	1	1	2	2	2	3	3
0.18	1.514	1.517	1.521	1.524	1.528	1.531	1.535	1.538	1.542	1.545	0	1	1	1	2	2	2	3	3
0.19	1.549	1.552	1.556	1.560	1.563	1.567	1.570	1.574	1.578	1.581	0	1	1	1	2	2	3	3	3
0.20	1.585	1.589	1.592	1.596	1.600	1.603	1.607	1.611	1.614	1.618	0	1	1	1	2	2	3	3	3
0.21	1.622	1.626	1.629	1.633	1.637	1.641	1.644	1.648	1.652	1.656	0	1	1	2	2	2	3	3	3
0.22	1.660	1.663	1.667	1.671	1.675	1.679	1.683	1.687	1.690	1.694	0	1	1	2	2	2	3	3	3
0.23	1.698	1.702	1.706	1.710	1.714	1.718	1.722	1.726	1.730	1.734	0	1	1	2	2	2	3	3	4
0.24	1.738	1.742	1.746	1.750	1.754	1.758	1.762	1.766	1.770	1.774	0	1	1	2	2	2	3	3	4
0.25	1.778	1.782	1.786	1.791	1.795	1.799	1.803	1.807	1.811	1.816	0	1	1	2	2	2	3	3	4
0.26	1.820	1.824	1.828	1.832	1.837	1.841	1.845	1.849	1.854	1.858	0	1	1	2	2	3	3	3	4
0.27	1.862	1.866	1.871	1.875	1.879	1.884	1.888	1.892	1.897	1.901	0	1	1	2	2	3	3	3	4
0.28	1.905	1.910	1.914	1.919	1.923	1.928	1.932	1.936	1.941	1.945	0	1	1	2	2	3	3	4	4
0.29	1.950	1.954	1.959	1.963	1.968	1.972	1.977	1.982	1.986	1.991	0	1	1	2	2	3	3	4	4
0.30	1.995	2.000	2.004	2.009	2.014	2.018	2.023	2.028	2.032	2.037	0	1	1	2	2	3	3	4	4
0.31	2.042	2.046	2.051	2.056	2.061	2.065	2.070	2.075	2.080	2.084	0	1	1	2	2	3	3	4	4
0.32	2.089	2.094	2.099	2.104	2.109	2.113	2.118	2.123	2.128	2.133	0	1	1	2	2	3	3	4	4
0.33	2.138	2.143	2.148	2.153	2.158	2.163	2.168	2.173	2.178	2.183	0	1	1	2	2	3	3	4	4
0.34	2.188	2.193	2.198	2.203	2.208	2.213	2.218	2.223	2.228	2.234	1	1	2	2	3	3	4	4	5
0.35	2.239	2.244	2.249	2.254	2.259	2.265	2.270	2.275	2.280	2.286	1	1	2	2	3	3	4	4	5
0.36	2.291	2.296	2.301	2.307	2.312	2.317	2.323	2.328	2.333	2.339	1	1	2	2	3	3	4	4	5
0.37	2.344	2.350	2.355	2.360	2.366	2.371	2.377	2.382	2.388	2.393	1	1	2	2	3	3	4	4	5
0.38	2.399	2.404	2.410	2.415	2.421	2.427	2.432	2.438	2.443	2.449	1	1	2	2	3	3	4	4	5
0.39	2.455	2.460	2.466	2.472	2.477	2.483	2.489	2.495	2.500	2.506	1	1	2	2	3	3	4	5	5
0.40	2.512	2.518	2.523	2.529	2.535	2.541	2.547	2.553	2.559	2.564	1	1	2	2	3	4	4	5	5
0.41	2.570	2.576	2.582	2.588	2.594	2.600	2.606	2.612	2.618	2.624	1	1	2	2	3	4	4	5	5
0.42	2.630	2.636	2.642	2.649	2.655	2.661	2.667	2.673	2.679	2.685	1	1	2	2	3	4	4	5	6
0.43	2.692	2.698	2.704	2.710	2.716	2.723	2.729	2.735	2.742	2.748	1	1	2	3	3	4	4	5	6
0.44	2.754	2.761	2.767	2.773	2.780	2.786	2.793	2.799	2.805	2.812	1	1	2	3	3	4	4	5	6
0.45	2.818	2.825	2.831	2.838	2.844	2.851	2.858	2.864	2.871	2.877	1	1	2	3	3	4	5	5	6
0.46	2.884	2.891	2.897	2.904	2.911	2.917	2.924	2.931	2.938	2.944	1	1	2	3	3	4	5	5	6
0.47	2.951	2.958	2.965	2.972	2.979	2.985	2.992	2.999	3.006	3.013	1	1	2	3	3	4	5	5	6
0.48	3.020	3.027	3.034	3.041	3.048	3.055	3.062	3.069	3.076	3.083	1	1	2	3	4	4	5	6	6
0.49	3.090	3.097	3.105	3.112	3.119	3.126	3.133	3.141	3.148	3.155	1	1	2	3	4	4	5	6	6

எதிர்மடக்கை அட்டவணை (ANTILOGARITHM TABLE)

											Mean Difference								
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.50	3.162	3.170	3.177	3.184	3.192	3.199	3.206	3.214	3.221	3.228	1	1	2	3	4	4	5	6	7
0.51	3.236	3.243	3.251	3.258	3.266	3.273	3.281	3.289	3.296	3.304	1	2	2	3	4	5	5	6	7
0.52	3.311	3.319	3.327	3.334	3.342	3.350	3.357	3.365	3.373	3.381	1	2	2	3	4	5	5	6	7
0.53	3.388	3.396	3.404	3.412	3.420	3.428	3.436	3.443	3.451	3.459	1	2	2	3	4	5	6	6	7
0.54	3.467	3.475	3.483	3.491	3.499	3.508	3.516	3.524	3.532	3.540	1	2	2	3	4	5	6	6	7
0.55	3.548	3.556	3.565	3.573	3.581	3.589	3.597	3.606	3.614	3.622	1	2	2	3	4	5	6	7	7
0.56	3.631	3.639	3.648	3.656	3.664	3.673	3.681	3.690	3.698	3.707	1	2	3	3	4	5	6	7	8
0.57	3.715	3.724	3.733	3.741	3.750	3.758	3.767	3.776	3.784	3.793	1	2	3	3	4	5	6	7	8
0.58	3.802	3.811	3.819	3.828	3.837	3.846	3.855	3.864	3.873	3.882	1	2	3	4	4	5	6	7	8
0.59	3.890	3.899	3.908	3.917	3.926	3.936	3.945	3.954	3.963	3.972	1	2	3	4	5	5	6	7	8
0.60	3.981	3.990	3.999	4.009	4.018	4.027	4.036	4.046	4.055	4.064	1	2	3	4	5	6	6	7	8
0.61	4.074	4.083	4.093	4.102	4.111	4.121	4.130	4.140	4.150	4.159	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.62	4.169	4.178	4.188	4.198	4.207	4.217	4.227	4.236	4.246	4.256	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.63	4.266	4.276	4.285	4.295	4.305	4.315	4.325	4.335	4.345	4.355	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.64	4.365	4.375	4.385	4.395	4.406	4.416	4.426	4.436	4.446	4.457	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.65	4.467	4.477	4.487	4.498	4.508	4.519	4.529	4.539	4.550	4.560	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.66	4.571	4.581	4.592	4.603	4.613	4.624	4.634	4.645	4.656	4.667	1	2	3	4	5	6	7	9	10
0.67	4.677	4.688	4.699	4.710	4.721	4.732	4.742	4.753	4.764	4.775	1	2	3	4	5	7	8	9	10
0.68	4.786	4.797	4.808	4.819	4.831	4.842	4.853	4.864	4.875	4.887	1	2	3	4	6	7	8	9	10
0.69	4.898	4.909	4.920	4.932	4.943	4.955	4.966	4.977	4.989	5.000	1	2	3	5	6	7	8	9	10
0.70	5.012	5.023	5.035	5.047	5.058	5.070	5.082	5.093	5.105	5.117	1	2	4	5	6	7	8	9	11
0.71	5.129	5.140	5.152	5.164	5.176	5.188	5.200	5.212	5.224	5.236	1	2	4	5	6	7	8	10	11
0.72	5.248	5.260	5.272	5.284	5.297	5.309	5.321	5.333	5.346	5.358	1	2	4	5	6	7	9	10	11
0.73	5.370	5.383	5.395	5.408	5.420	5.433	5.445	5.458	5.470	5.483	1	3	4	5	6	8	9	10	11
0.74	5.495	5.508	5.521	5.534	5.546	5.559	5.572	5.585	5.598	5.610	1	3	4	5	6	8	9	10	12
0.75	5.623	5.636	5.649	5.662	5.675	5.689	5.702	5.715	5.728	5.741	1	3	4	5	7	8	9	10	12
0.76	5.754	5.768	5.781	5.794	5.808	5.821	5.834	5.848	5.861	5.875	1	3	4	5	7	8	9	11	12
0.77	5.888	5.902	5.916	5.929	5.943	5.957	5.970	5.984	5.998	6.012	1	3	4	5	7	8	10	11	12
0.78	6.026	6.039	6.053	6.067	6.081	6.095	6.109	6.124	6.138	6.152	1	3	4	6	7	8	10	11	13
0.79	6.166	6.180	6.194	6.209	6.223	6.237	6.252	6.266	6.281	6.295	1	3	4	6	7	9	10	11	13
0.80	6.310	6.324	6.339	6.353	6.368	6.383	6.397	6.412	6.427	6.442	1	3	4	6	7	9	10	12	13
0.81	6.457	6.471	6.486	6.501	6.516	6.531	6.546	6.561	6.577	6.592	2	3	5	6	8	9	11	12	14
0.82	6.607	6.622	6.637	6.653	6.668	6.683	6.699	6.714	6.730	6.745	2	3	5	6	8	9	11	12	14
0.83	6.761	6.776	6.792	6.808	6.823	6.839	6.855	6.871	6.887	6.902	2	3	5	6	8	9	11	13	14
0.84	6.918	6.934	6.950	6.966	6.982	6.998	7.015	7.031	7.047	7.063	2	3	5	6	8	10	11	13	15
0.85	7.079	7.096	7.112	7.129	7.145	7.161	7.178	7.194	7.211	7.228	2	3	5	7	8	10	12	13	15
0.86	7.244	7.261	7.278	7.295	7.311	7.328	7.345	7.362	7.379	7.396	2	3	5	7	8	10	12	13	15
0.87	7.413	7.430	7.447	7.464	7.482	7.499	7.516	7.534	7.551	7.568	2	3	5	7	9	10	12	14	16
0.88	7.586	7.603	7.621	7.638	7.656	7.674	7.691	7.709	7.727	7.745	2	4	5	7	9	11	12	14	16
0.89	7.762	7.780	7.798	7.816	7.834	7.852	7.870	7.889	7.907	7.925	2	4	5	7	9	11	13	14	16
0.90	7.943	7.962	7.980	7.998	8.017	8.035	8.054	8.072	8.091	8.110	2	4	6	7	9	11	13	15	17
0.91	8.128	8.147	8.166	8.185	8.204	8.222	8.241	8.260	8.279	8.299	2	4	6	8	9	11	13	15	17
0.92	8.318	8.337	8.356	8.375	8.395	8.414	8.433	8.453	8.472	8.492	2	4	6	8	10	12	14	15	17
0.93	8.511	8.531	8.551	8.570	8.590	8.610	8.630	8.650	8.670	8.690	2	4	6	8	10	12	14	16	18
0.94	8.710	8.730	8.750	8.770	8.790	8.810	8.831	8.851	8.872	8.892	2	4	6	8	10	12	14	16	18
0.95	8.913	8.933	8.954	8.974	8.995	9.016	9.036	9.057	9.078	9.099	2	4	6	8	10	12	15	17	19
0.96	9.120	9.141	9.162	9.183	9.204	9.226	9.247	9.268	9.290	9.311	2	4	6	8	11	13	15	17	19
0.97	9.333	9.354	9.376	9.397	9.419	9.441	9.462	9.484	9.506	9.528	2	4	7	9	11	13	15	17	20
0.98	9.550	9.572	9.594	9.616	9.638	9.661	9.683	9.705	9.727	9.750	2	4	7	9	11	13	16	18	20
0.99	9.772	9.795	9.817	9.840	9.863	9.886	9.908	9.931	9.954	9.977	2	5	7	9	11	14	16	18	20

சைன் மதிப்புகள் (NATURAL SINES)

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
0	0	3z17453	3z34907	3z52360	3z69813	3z87265	0.010472	0.012217	0.013962	0.015707
1	0.017452	0.019197	0.020942	0.022687	0.024432	0.026177	0.027922	0.029666	0.031411	0.033155
2	0.034899	0.036644	0.038388	0.040132	0.041876	0.043619	0.045363	0.047106	0.04885	0.050593
3	0.052336	0.054079	0.055822	0.057564	0.059306	0.061049	0.062791	0.064532	0.066274	0.068015
4	0.069756	0.071497	0.073238	0.074979	0.076719	0.078459	0.080199	0.081939	0.083678	0.085417
5	0.087156	0.088894	0.090633	0.092371	0.094108	0.095846	0.097583	0.09932	0.101056	0.102793
6	0.104528	0.106264	0.107999	0.109734	0.111469	0.113203	0.114937	0.116671	0.118404	0.120137
7	0.121869	0.123601	0.125333	0.127065	0.128796	0.130526	0.132256	0.133986	0.135716	0.137445
8	0.139173	0.140901	0.142629	0.144356	0.146083	0.147809	0.149535	0.151261	0.152986	0.15471
9	0.156434	0.158158	0.159881	0.161604	0.163326	0.165048	0.166769	0.168489	0.170209	0.171929
x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	0.173648	0.175367	0.177085	0.178802	0.180519	0.182236	0.183951	0.185667	0.187381	0.189095
11	0.190809	0.192522	0.194234	0.195946	0.197657	0.199368	0.201078	0.202787	0.204496	0.206204
12	0.207912	0.209619	0.211325	0.21303	0.214735	0.21644	0.218143	0.219846	0.221548	0.22325
13	0.224951	0.226651	0.228351	0.23005	0.231748	0.233445	0.235142	0.236838	0.238533	0.240228
14	0.241922	0.243615	0.245307	0.246999	0.24869	0.25038	0.252069	0.253758	0.255446	0.257133
15	0.258819	0.260505	0.262189	0.263873	0.265556	0.267238	0.26892	0.2706	0.27228	0.273959
16	0.275637	0.277315	0.278991	0.280667	0.282341	0.284015	0.285688	0.287361	0.289032	0.290702
17	0.292372	0.29404	0.295708	0.297375	0.299041	0.300706	0.30237	0.304033	0.305695	0.307357
18	0.309017	0.310676	0.312335	0.313992	0.315649	0.317305	0.318959	0.320613	0.322266	0.323917
19	0.325568	0.327218	0.328867	0.330514	0.332161	0.333807	0.335452	0.337095	0.338738	0.34038
x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
20	0.34202	0.34366	0.345298	0.346936	0.348572	0.350207	0.351842	0.353475	0.355107	0.356738
21	0.358368	0.359997	0.361625	0.363251	0.364877	0.366501	0.368125	0.369747	0.371368	0.372988
22	0.374607	0.376224	0.377841	0.379456	0.38107	0.382683	0.384295	0.385906	0.387516	0.389124
23	0.390731	0.392337	0.393942	0.395546	0.397148	0.398749	0.400349	0.401948	0.403545	0.405142
24	0.406737	0.40833	0.409923	0.411514	0.413104	0.414693	0.416281	0.417867	0.419452	0.421036
25	0.422618	0.424199	0.425779	0.427358	0.428935	0.430511	0.432086	0.433659	0.435231	0.436802
26	0.438371	0.439939	0.441506	0.443071	0.444635	0.446198	0.447759	0.449319	0.450878	0.452435
27	0.45399	0.455545	0.457098	0.45865	0.4602	0.461749	0.463296	0.464842	0.466387	0.46793
28	0.469472	0.471012	0.472551	0.474088	0.475624	0.477159	0.478692	0.480223	0.481754	0.483282
29	0.48481	0.486335	0.48786	0.489382	0.490904	0.492424	0.493942	0.495459	0.496974	0.498488
x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
30	0.5	0.501511	0.50302	0.504528	0.506034	0.507538	0.509041	0.510543	0.512043	0.513541
31	0.515038	0.516533	0.518027	0.519519	0.52101	0.522499	0.523986	0.525472	0.526956	0.528438
32	0.529919	0.531399	0.532876	0.534352	0.535827	0.5373	0.538771	0.54024	0.541708	0.543174
33	0.544639	0.546102	0.547563	0.549023	0.550481	0.551937	0.553392	0.554844	0.556296	0.557745
34	0.559193	0.560639	0.562083	0.563526	0.564967	0.566406	0.567844	0.56928	0.570714	0.572146
35	0.573576	0.575005	0.576432	0.577858	0.579281	0.580703	0.582123	0.583541	0.584958	0.586372
36	0.587785	0.589196	0.590606	0.592013	0.593419	0.594823	0.596225	0.597625	0.599024	0.60042
37	0.601815	0.603208	0.604599	0.605988	0.607376	0.608761	0.610145	0.611527	0.612907	0.614285
38	0.615661	0.617036	0.618408	0.619779	0.621148	0.622515	0.62388	0.625243	0.626604	0.627963
39	0.62932	0.630676	0.632029	0.633381	0.634731	0.636078	0.637424	0.638768	0.64011	0.64145
x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
40	0.642788	0.644124	0.645458	0.64679	0.64812	0.649448	0.650774	0.652098	0.653421	0.654741
41	0.656059	0.657375	0.658689	0.660002	0.661312	0.66262	0.663926	0.66523	0.666532	0.667833
42	0.669131	0.670427	0.671721	0.673013	0.674302	0.67559	0.676876	0.67816	0.679441	0.680721
43	0.681998	0.683274	0.684547	0.685818	0.687088	0.688355	0.68962	0.690882	0.692143	0.693402
44	0.694658	0.695913	0.697165	0.698415	0.699663	0.700909	0.702153	0.703395	0.704634	0.705872
45	0.707107	0.70834	0.709571	0.710799	0.712026	0.71325	0.714473	0.715693	0.716911	0.718126

சைன் மதிப்புகள் (NATURAL SINES)

46	0.71934	0.720551	0.72176	0.722967	0.724172	0.725374	0.726575	0.727773	0.728969	0.730162
47	0.731354	0.732543	0.73373	0.734915	0.736097	0.737277	0.738455	0.739631	0.740805	0.741976
48	0.743145	0.744312	0.745476	0.746638	0.747798	0.748956	0.750111	0.751264	0.752415	0.753563
49	0.75471	0.755853	0.756995	0.758134	0.759271	0.760406	0.761538	0.762668	0.763796	0.764921
x	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
50	0.766044	0.767165	0.768284	0.7694	0.770513	0.771625	0.772734	0.77384	0.774944	0.776046
51	0.777146	0.778243	0.779338	0.78043	0.78152	0.782608	0.783693	0.784776	0.785857	0.786935
52	0.788011	0.789084	0.790155	0.791224	0.79229	0.793353	0.794415	0.795473	0.79653	0.797584
53	0.798636	0.799685	0.800731	0.801776	0.802817	0.803857	0.804894	0.805928	0.80696	0.80799
54	0.809017	0.810042	0.811064	0.812084	0.813101	0.814116	0.815128	0.816138	0.817145	0.81815
55	0.819152	0.820152	0.821149	0.822144	0.823136	0.824126	0.825113	0.826098	0.827081	0.82806
56	0.829038	0.830012	0.830984	0.831954	0.832921	0.833886	0.834848	0.835807	0.836764	0.837719
57	0.838671	0.83962	0.840567	0.841511	0.842452	0.843391	0.844328	0.845262	0.846193	0.847122
58	0.848048	0.848972	0.849893	0.850811	0.851727	0.85264	0.853551	0.854459	0.855364	0.856267
59	0.857167	0.858065	0.85896	0.859852	0.860742	0.861629	0.862514	0.863396	0.864275	0.865151
x	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
60	0.866025	0.866897	0.867765	0.868632	0.869495	0.870356	0.871214	0.872069	0.872922	0.873772
61	0.87462	0.875465	0.876307	0.877146	0.877983	0.878817	0.879649	0.880477	0.881303	0.882127
62	0.882948	0.883766	0.884581	0.885394	0.886204	0.887011	0.887815	0.888617	0.889416	0.890213
63	0.891007	0.891798	0.892586	0.893371	0.894154	0.894934	0.895712	0.896486	0.897258	0.898028
64	0.898794	0.899558	0.900319	0.901077	0.901833	0.902585	0.903335	0.904083	0.904827	0.905569
65	0.906308	0.907044	0.907777	0.908508	0.909236	0.909961	0.910684	0.911403	0.91212	0.912834
66	0.913545	0.914254	0.91496	0.915663	0.916363	0.91706	0.917755	0.918446	0.919135	0.919821
67	0.920505	0.921185	0.921863	0.922538	0.92321	0.92388	0.924546	0.92521	0.925871	0.926529
68	0.927184	0.927836	0.928486	0.929133	0.929776	0.930418	0.931056	0.931691	0.932324	0.932954
69	0.93358	0.934204	0.934826	0.935444	0.93606	0.936672	0.937282	0.937889	0.938493	0.939094
x	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
70	0.939693	0.940288	0.940881	0.941471	0.942057	0.942641	0.943223	0.943801	0.944376	0.944949
71	0.945519	0.946085	0.946649	0.94721	0.947768	0.948324	0.948876	0.949425	0.949972	0.950516
72	0.951057	0.951594	0.952129	0.952661	0.953191	0.953717	0.95424	0.954761	0.955278	0.955793
73	0.956305	0.956814	0.957319	0.957822	0.958323	0.95882	0.959314	0.959805	0.960294	0.960779
74	0.961262	0.961741	0.962218	0.962692	0.963163	0.96363	0.964095	0.964557	0.965016	0.965473
75	0.965926	0.966376	0.966823	0.967268	0.967709	0.968148	0.968583	0.969016	0.969445	0.969872
76	0.970296	0.970716	0.971134	0.971549	0.971961	0.97237	0.972776	0.973179	0.973579	0.973976
77	0.97437	0.974761	0.975149	0.975535	0.975917	0.976296	0.976672	0.977046	0.977416	0.977783
78	0.978148	0.978509	0.978867	0.979223	0.979575	0.979925	0.980271	0.980615	0.980955	0.981293
79	0.981627	0.981959	0.982287	0.982613	0.982935	0.983255	0.983571	0.983885	0.984196	0.984503
x	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
80	0.984808	0.985109	0.985408	0.985703	0.985996	0.986286	0.986572	0.986856	0.987136	0.987414
81	0.987688	0.98796	0.988228	0.988494	0.988756	0.989016	0.989272	0.989526	0.989776	0.990024
82	0.990268	0.990509	0.990748	0.990983	0.991216	0.991445	0.991671	0.991894	0.992115	0.992332
83	0.992546	0.992757	0.992966	0.993171	0.993373	0.993572	0.993768	0.993961	0.994151	0.994338
84	0.994522	0.994703	0.994881	0.995056	0.995227	0.995396	0.995562	0.995725	0.995884	0.996041
85	0.996195	0.996345	0.996493	0.996637	0.996779	0.996917	0.997053	0.997185	0.997314	0.997441
86	0.997564	0.997684	0.997801	0.997916	0.998027	0.998135	0.99824	0.998342	0.998441	0.998537
87	0.99863	0.998719	0.998806	0.99889	0.998971	0.999048	0.999123	0.999194	0.999263	0.999328
88	0.999391	0.99945	0.999507	0.99956	0.99961	0.999657	0.999701	0.999743	0.999781	0.999816
89	0.999848	0.999877	0.999903	0.999925	0.999945	0.999962	0.999976	0.999986	0.999994	0.999998
90	1	0.999998	0.999994	0.999986	0.999976	0.999962	0.999945	0.999925	0.999903	0.999877

கொசைன் மதிப்புகள் (NATURAL COSINES)

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	0.999998	0.999994	0.999986	0.999976	0.999962	0.999945	0.999925	0.999903	0.999877
1	0.999848	0.999816	0.999781	0.999743	0.999701	0.999657	0.99961	0.99956	0.999507	0.99945
2	0.999391	0.999328	0.999263	0.999194	0.999123	0.999048	0.998971	0.99889	0.998806	0.998719
3	0.99863	0.998537	0.998441	0.998342	0.99824	0.998135	0.998027	0.997916	0.997801	0.997684
4	0.997564	0.997441	0.997314	0.997185	0.997053	0.996917	0.996779	0.996637	0.996493	0.996345
5	0.996195	0.996041	0.995884	0.995725	0.995562	0.995396	0.995227	0.995056	0.994881	0.994703
6	0.994522	0.994338	0.994151	0.993961	0.993768	0.993572	0.993373	0.993171	0.992966	0.992757
7	0.992546	0.992332	0.992115	0.991894	0.991671	0.991445	0.991216	0.990983	0.990748	0.990509
8	0.990268	0.990024	0.989776	0.989526	0.989272	0.989016	0.988756	0.988494	0.988228	0.98796
9	0.987688	0.987414	0.987136	0.986856	0.986572	0.986286	0.985996	0.985703	0.985408	0.985109
x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	0.984808	0.984503	0.984196	0.983885	0.983571	0.983255	0.982935	0.982613	0.982287	0.981959
11	0.981627	0.981293	0.980955	0.980615	0.980271	0.979925	0.979575	0.979223	0.978867	0.978509
12	0.978148	0.977783	0.977416	0.977046	0.976672	0.976296	0.975917	0.975535	0.975149	0.974761
13	0.97437	0.973976	0.973579	0.973179	0.972776	0.97237	0.971961	0.971549	0.971134	0.970716
14	0.970296	0.969872	0.969445	0.969016	0.968583	0.968148	0.967709	0.967268	0.966823	0.966376
15	0.965926	0.965473	0.965016	0.964557	0.964095	0.96363	0.963163	0.962692	0.962218	0.961741
16	0.961262	0.960779	0.960294	0.959805	0.959314	0.95882	0.958323	0.957822	0.957319	0.956814
17	0.956305	0.955793	0.955278	0.954761	0.95424	0.953717	0.953191	0.952661	0.952129	0.951594
18	0.951057	0.950516	0.949972	0.949425	0.948876	0.948324	0.947768	0.94721	0.946649	0.946085
19	0.945519	0.944949	0.944376	0.943801	0.943223	0.942641	0.942057	0.941471	0.940881	0.940288
x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
20	0.939693	0.939094	0.938493	0.937889	0.937282	0.936672	0.93606	0.935444	0.934826	0.934204
21	0.93358	0.932954	0.932324	0.931691	0.931056	0.930418	0.929776	0.929133	0.928486	0.927836
22	0.927184	0.926529	0.925871	0.92521	0.924546	0.92388	0.92321	0.922538	0.921863	0.921185
23	0.920505	0.919821	0.919135	0.918446	0.917755	0.91706	0.916363	0.915663	0.91496	0.914254
24	0.913545	0.912834	0.91212	0.911403	0.910684	0.909961	0.909236	0.908508	0.907777	0.907044
25	0.906308	0.905569	0.904827	0.904083	0.903335	0.902585	0.901833	0.901077	0.900319	0.899558
26	0.898794	0.898028	0.897258	0.896486	0.895712	0.894934	0.894154	0.893371	0.892586	0.891798
27	0.891007	0.890213	0.889416	0.888617	0.887815	0.887011	0.886204	0.885394	0.884581	0.883766
28	0.882948	0.882127	0.881303	0.880477	0.879649	0.878817	0.877983	0.877146	0.876307	0.875465
29	0.87462	0.873772	0.872922	0.872069	0.871214	0.870356	0.869495	0.868632	0.867765	0.866897
x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
30	0.866025	0.865151	0.864275	0.863396	0.862514	0.861629	0.860742	0.859852	0.85896	0.858065
31	0.857167	0.856267	0.855364	0.854459	0.853551	0.85264	0.851727	0.850811	0.849893	0.848972
32	0.848048	0.847122	0.846193	0.845262	0.844328	0.843391	0.842452	0.841511	0.840567	0.83962
33	0.838671	0.837719	0.836764	0.835807	0.834848	0.833886	0.832921	0.831954	0.830984	0.830012
34	0.829038	0.82806	0.827081	0.826098	0.825113	0.824126	0.823136	0.822144	0.821149	0.820152
35	0.819152	0.81815	0.817145	0.816138	0.815128	0.814116	0.813101	0.812084	0.811064	0.810042
36	0.809017	0.80799	0.80696	0.805928	0.804894	0.803857	0.802817	0.801776	0.800731	0.799685
37	0.798636	0.797584	0.79653	0.795473	0.794415	0.793353	0.79229	0.791224	0.790155	0.789084
38	0.788011	0.786935	0.785857	0.784776	0.783693	0.782608	0.78152	0.78043	0.779338	0.778243
39	0.777146	0.776046	0.774944	0.77384	0.772734	0.771625	0.770513	0.7694	0.768284	0.767165
x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
40	0.766044	0.764921	0.763796	0.762668	0.761538	0.760406	0.759271	0.758134	0.756995	0.755853
41	0.75471	0.753563	0.752415	0.751264	0.750111	0.748956	0.747798	0.746638	0.745476	0.744312
42	0.743145	0.741976	0.740805	0.739631	0.738455	0.737277	0.736097	0.734915	0.73373	0.732543
43	0.731354	0.730162	0.728969	0.727773	0.726575	0.725374	0.724172	0.722967	0.72176	0.720551
44	0.71934	0.718126	0.716911	0.715693	0.714473	0.71325	0.712026	0.710799	0.709571	0.70834
45	0.707107	0.705872	0.704634	0.703395	0.702153	0.700909	0.699663	0.698415	0.697165	0.695913

கொசைன் மதிப்புகள் (NATURAL COSINES)

46	0.694658	0.693402	0.692143	0.690882	0.68962	0.688355	0.687088	0.685818	0.684547	0.683274
47	0.681998	0.680721	0.679441	0.67816	0.676876	0.67559	0.674302	0.673013	0.671721	0.670427
48	0.669131	0.667833	0.666532	0.66523	0.663926	0.66262	0.661312	0.660002	0.658689	0.657375
49	0.656059	0.654741	0.653421	0.652098	0.650774	0.649448	0.64812	0.64679	0.645458	0.644124
x	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
50	0.642788	0.64145	0.64011	0.638768	0.637424	0.636078	0.634731	0.633381	0.632029	0.630676
51	0.62932	0.627963	0.626604	0.625243	0.62388	0.622515	0.621148	0.619779	0.618408	0.617036
52	0.615661	0.614285	0.612907	0.611527	0.610145	0.608761	0.607376	0.605988	0.604599	0.603208
53	0.601815	0.60042	0.599024	0.597625	0.596225	0.594823	0.593419	0.592013	0.590606	0.589196
54	0.587785	0.586372	0.584958	0.583541	0.582123	0.580703	0.579281	0.577858	0.576432	0.575005
55	0.573576	0.572146	0.570714	0.56928	0.567844	0.566406	0.564967	0.563526	0.562083	0.560639
56	0.559193	0.557745	0.556296	0.554844	0.553392	0.551937	0.550481	0.549023	0.547563	0.546102
57	0.544639	0.543174	0.541708	0.54024	0.538771	0.5373	0.535827	0.534352	0.532876	0.531399
58	0.529919	0.528438	0.526956	0.525472	0.523986	0.522499	0.52101	0.519519	0.518027	0.516533
59	0.515038	0.513541	0.512043	0.510543	0.509041	0.507538	0.506034	0.504528	0.50302	0.501511
x	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
60	0.5	0.498488	0.496974	0.495459	0.493942	0.492424	0.490904	0.489382	0.48786	0.486335
61	0.48481	0.483282	0.481754	0.480223	0.478692	0.477159	0.475624	0.474088	0.472551	0.471012
62	0.469472	0.46793	0.466387	0.464842	0.463296	0.461749	0.4602	0.45865	0.457098	0.455545
63	0.45399	0.452435	0.450878	0.449319	0.447759	0.446198	0.444635	0.443071	0.441506	0.439939
64	0.438371	0.436802	0.435231	0.433659	0.432086	0.430511	0.428935	0.427358	0.425779	0.424199
65	0.422618	0.421036	0.419452	0.417867	0.416281	0.414693	0.413104	0.411514	0.409923	0.40833
66	0.406737	0.405142	0.403545	0.401948	0.400349	0.398749	0.397148	0.395546	0.393942	0.392337
67	0.390731	0.389124	0.387516	0.385906	0.384295	0.382683	0.38107	0.379456	0.377841	0.376224
68	0.374607	0.372988	0.371368	0.369747	0.368125	0.366501	0.364877	0.363251	0.361625	0.359997
69	0.358368	0.356738	0.355107	0.353475	0.351842	0.350207	0.348572	0.346936	0.345298	0.34366
x	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
70	0.34202	0.34038	0.338738	0.337095	0.335452	0.333807	0.332161	0.330514	0.328867	0.327218
71	0.325568	0.323917	0.322266	0.320613	0.318959	0.317305	0.315649	0.313992	0.312335	0.310676
72	0.309017	0.307357	0.305695	0.304033	0.30237	0.300706	0.299041	0.297375	0.295708	0.29404
73	0.292372	0.290702	0.289032	0.287361	0.285688	0.284015	0.282341	0.280667	0.278991	0.277315
74	0.275637	0.273959	0.27228	0.2706	0.26892	0.267238	0.265556	0.263873	0.262189	0.260505
75	0.258819	0.257133	0.255446	0.253758	0.252069	0.25038	0.24869	0.246999	0.245307	0.243615
76	0.241922	0.240228	0.238533	0.236838	0.235142	0.233445	0.231748	0.23005	0.228351	0.226651
77	0.224951	0.22325	0.221548	0.219846	0.218143	0.21644	0.214735	0.21303	0.211325	0.209619
78	0.207912	0.206204	0.204496	0.202787	0.201078	0.199368	0.197657	0.195946	0.194234	0.192522
79	0.190809	0.189095	0.187381	0.185667	0.183951	0.182236	0.180519	0.178802	0.177085	0.175367
x	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
80	0.173648	0.171929	0.170209	0.168489	0.166769	0.165048	0.163326	0.161604	0.159881	0.158158
81	0.156434	0.15471	0.152986	0.151261	0.149535	0.147809	0.146083	0.144356	0.142629	0.140901
82	0.139173	0.137445	0.135716	0.133986	0.132256	0.130526	0.128796	0.127065	0.125333	0.123601
83	0.121869	0.120137	0.118404	0.116671	0.114937	0.113203	0.111469	0.109734	0.107999	0.106264
84	0.104528	0.102793	0.101056	0.09932	0.097583	0.095846	0.094108	0.092371	0.090633	0.088894
85	0.087156	0.085417	0.083678	0.081939	0.080199	0.078459	0.076719	0.074979	0.073238	0.071497
86	0.069756	0.068015	0.066274	0.064532	0.062791	0.061049	0.059306	0.057564	0.055822	0.054079
87	0.052336	0.050593	0.04885	0.047106	0.045363	0.043619	0.041876	0.040132	0.038388	0.036644
88	0.034899	0.033155	0.031411	0.029666	0.027922	0.026177	0.024432	0.022687	0.020942	0.019197
89	0.017452	0.015707	0.013962	0.012217	0.010472	3z87265	3z69813	3z52360	3z34907	3z17453
90	0	3z17453	3z34907	3z52360	3z69813	3z87265	0.010472	0.012217	0.013962	0.015707

கொசைன் மதிப்புகள் (NATURAL TANGENTS)

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	3z17453	3z34907	3z52360	3z69814	3z87269	0.010472	0.012218	0.013964	0.015709
1	0.017455	0.019201	0.020947	0.022693	0.024439	0.026186	0.027933	0.029679	0.031426	0.033173
2	0.034921	0.036668	0.038416	0.040164	0.041912	0.043661	0.04541	0.047159	0.048908	0.050658
3	0.052408	0.054158	0.055909	0.05766	0.059411	0.061163	0.062915	0.064667	0.06642	0.068173
4	0.069927	0.071681	0.073435	0.07519	0.076946	0.078702	0.080458	0.082215	0.083972	0.08573
5	0.087489	0.089248	0.091007	0.092767	0.094528	0.096289	0.098051	0.099813	0.101576	0.10334
6	0.105104	0.106869	0.108635	0.110401	0.112168	0.113936	0.115704	0.117473	0.119243	0.121013
7	0.122785	0.124557	0.126329	0.128103	0.129877	0.131652	0.133428	0.135205	0.136983	0.138761
8	0.140541	0.142321	0.144102	0.145884	0.147667	0.149451	0.151236	0.153022	0.154808	0.156596
9	0.158384	0.160174	0.161965	0.163756	0.165549	0.167343	0.169137	0.170933	0.17273	0.174528
x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	0.176327	0.178127	0.179928	0.181731	0.183534	0.185339	0.187145	0.188952	0.19076	0.19257
11	0.19438	0.196192	0.198005	0.19982	0.201635	0.203452	0.205271	0.20709	0.208911	0.210733
12	0.212557	0.214381	0.216208	0.218035	0.219864	0.221695	0.223526	0.22536	0.227194	0.229031
13	0.230868	0.232707	0.234548	0.23639	0.238234	0.240079	0.241925	0.243774	0.245624	0.247475
14	0.249328	0.251183	0.253039	0.254897	0.256756	0.258618	0.26048	0.262345	0.264211	0.266079
15	0.267949	0.269821	0.271694	0.273569	0.275446	0.277325	0.279205	0.281087	0.282971	0.284857
16	0.286745	0.288635	0.290527	0.29242	0.294316	0.296213	0.298113	0.300014	0.301918	0.303823
17	0.305731	0.30764	0.309552	0.311465	0.313381	0.315299	0.317219	0.319141	0.321065	0.322991
18	0.32492	0.32685	0.328783	0.330718	0.332656	0.334595	0.336537	0.338481	0.340428	0.342377
19	0.344328	0.346281	0.348237	0.350195	0.352156	0.354119	0.356084	0.358052	0.360022	0.361995
x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
20	0.36397	0.365948	0.367928	0.369911	0.371897	0.373885	0.375875	0.377869	0.379864	0.381863
21	0.383864	0.385868	0.387874	0.389884	0.391896	0.39391	0.395928	0.397948	0.399971	0.401997
22	0.404026	0.406058	0.408092	0.41013	0.41217	0.414214	0.41626	0.418309	0.420361	0.422417
23	0.424475	0.426536	0.428601	0.430668	0.432739	0.434812	0.436889	0.438969	0.441053	0.443139
24	0.445229	0.447322	0.449418	0.451517	0.45362	0.455726	0.457836	0.459949	0.462065	0.464185
25	0.466308	0.468434	0.470564	0.472698	0.474835	0.476976	0.47912	0.481267	0.483419	0.485574
26	0.487733	0.489895	0.492061	0.494231	0.496404	0.498582	0.500763	0.502948	0.505136	0.507329
27	0.509525	0.511726	0.51393	0.516138	0.518351	0.520567	0.522787	0.525012	0.52724	0.529473
28	0.531709	0.53395	0.536195	0.538445	0.540698	0.542956	0.545218	0.547484	0.549755	0.55203
29	0.554309	0.556593	0.558881	0.561174	0.563471	0.565773	0.568079	0.57039	0.572705	0.575026
x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
30	0.57735	0.57968	0.582014	0.584353	0.586697	0.589045	0.591398	0.593757	0.59612	0.598488
31	0.600861	0.603239	0.605622	0.60801	0.610403	0.612801	0.615204	0.617613	0.620026	0.622445
32	0.624869	0.627299	0.629734	0.632174	0.634619	0.63707	0.639527	0.641989	0.644456	0.646929
33	0.649408	0.651892	0.654382	0.656877	0.659379	0.661886	0.664398	0.666917	0.669442	0.671972
34	0.674509	0.677051	0.679599	0.682154	0.684714	0.687281	0.689854	0.692433	0.695018	0.69761
35	0.700208	0.702812	0.705422	0.708039	0.710663	0.713293	0.71593	0.718573	0.721223	0.723879
36	0.726543	0.729213	0.731889	0.734573	0.737264	0.739961	0.742666	0.745377	0.748096	0.750821
37	0.753554	0.756294	0.759041	0.761796	0.764558	0.767327	0.770104	0.772888	0.77568	0.778479
38	0.781286	0.7841	0.786922	0.789752	0.79259	0.795436	0.79829	0.801151	0.804021	0.806898
39	0.809784	0.812678	0.81558	0.818491	0.821409	0.824336	0.827272	0.830216	0.833169	0.83613
x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
40	0.8391	0.842078	0.845066	0.848062	0.851067	0.854081	0.857104	0.860136	0.863177	0.866227
41	0.869287	0.872356	0.875434	0.878521	0.881619	0.884725	0.887842	0.890967	0.894103	0.897249
42	0.900404	0.903569	0.906745	0.90993	0.913125	0.916331	0.919547	0.922773	0.92601	0.929257
43	0.932515	0.935783	0.939063	0.942352	0.945653	0.948965	0.952287	0.955621	0.958966	0.962322
44	0.965689	0.969067	0.972458	0.975859	0.979272	0.982697	0.986134	0.989582	0.993043	0.996515
45	1	1.0035	1.00701	1.01053	1.01406	1.01761	1.02117	1.02474	1.02832	1.03192

கொசைன் மதிப்புகள் (NATURAL TANGENTS)

46	1.03553	1.03915	1.04279	1.04644	1.0501	1.05378	1.05747	1.06117	1.06489	1.06862
47	1.07237	1.07613	1.0799	1.08369	1.08749	1.09131	1.09514	1.09899	1.10285	1.10672
48	1.11061	1.11452	1.11844	1.12238	1.12633	1.13029	1.13428	1.13828	1.14229	1.14632
49	1.15037	1.15443	1.15851	1.16261	1.16672	1.17085	1.175	1.17916	1.18334	1.18754
x	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
50	1.19175	1.19599	1.20024	1.20451	1.20879	1.2131	1.21742	1.22176	1.22612	1.2305
51	1.2349	1.23931	1.24375	1.2482	1.25268	1.25717	1.26169	1.26622	1.27077	1.27535
52	1.27994	1.28456	1.28919	1.29385	1.29853	1.30323	1.30795	1.31269	1.31745	1.32224
53	1.32704	1.33187	1.33673	1.3416	1.3465	1.35142	1.35637	1.36134	1.36633	1.37134
54	1.37638	1.38145	1.38653	1.39165	1.39679	1.40195	1.40714	1.41235	1.41759	1.42286
55	1.42815	1.43347	1.43881	1.44418	1.44958	1.45501	1.46046	1.46595	1.47146	1.47699
56	1.48256	1.48816	1.49378	1.49944	1.50512	1.51084	1.51658	1.52235	1.52816	1.534
57	1.53986	1.54576	1.5517	1.55766	1.56366	1.56969	1.57575	1.58184	1.58797	1.59414
58	1.60033	1.60657	1.61283	1.61914	1.62548	1.63185	1.63826	1.64471	1.6512	1.65772
59	1.66428	1.67088	1.67752	1.68419	1.69091	1.69766	1.70446	1.71129	1.71817	1.72509
x	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
60	1.73205	1.73905	1.7461	1.75319	1.76032	1.76749	1.77471	1.78198	1.78929	1.79665
61	1.80405	1.8115	1.81899	1.82654	1.83413	1.84177	1.84946	1.8572	1.86499	1.87283
62	1.88073	1.88867	1.89667	1.90472	1.91282	1.92098	1.9292	1.93746	1.94579	1.95417
63	1.96261	1.97111	1.97966	1.98828	1.99695	2.00569	2.01449	2.02335	2.03227	2.04125
64	2.0503	2.05942	2.0686	2.07785	2.08716	2.09654	2.106	2.11552	2.12511	2.13477
65	2.14451	2.15432	2.1642	2.17416	2.18419	2.1943	2.20449	2.21475	2.2251	2.23553
66	2.24604	2.25663	2.2673	2.27806	2.28891	2.29984	2.31086	2.32197	2.33317	2.34447
67	2.35585	2.36733	2.37891	2.39058	2.40235	2.41421	2.42618	2.43825	2.45043	2.4627
68	2.47509	2.48758	2.50018	2.51289	2.52571	2.53865	2.5517	2.56487	2.57815	2.59156
69	2.60509	2.61874	2.63252	2.64642	2.66046	2.67462	2.68892	2.70335	2.71792	2.73263
x	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
70	2.74748	2.76247	2.77761	2.79289	2.80833	2.82391	2.83965	2.85555	2.87161	2.88783
71	2.90421	2.92076	2.93748	2.95437	2.97144	2.98868	3.00611	3.02372	3.04152	3.0595
72	3.07768	3.09606	3.11464	3.13341	3.1524	3.17159	3.191	3.21063	3.23048	3.25055
73	3.27085	3.29139	3.31216	3.33317	3.35443	3.37594	3.39771	3.41973	3.44202	3.46458
74	3.48741	3.51053	3.53393	3.55761	3.5816	3.60588	3.63048	3.65538	3.68061	3.70616
75	3.73205	3.75828	3.78485	3.81177	3.83906	3.86671	3.89474	3.92316	3.95196	3.98117
76	4.01078	4.04081	4.07127	4.10216	4.1335	4.1653	4.19756	4.2303	4.26352	4.29724
77	4.33148	4.36623	4.40152	4.43735	4.47374	4.51071	4.54826	4.58641	4.62518	4.66458
78	4.70463	4.74534	4.78673	4.82882	4.87162	4.91516	4.95945	5.00451	5.05037	5.09704
79	5.14455	5.19293	5.24218	5.29235	5.34345	5.39552	5.44857	5.50264	5.55777	5.61397
x	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
80	5.67128	5.72974	5.78938	5.85024	5.91236	5.97576	6.04051	6.10664	6.17419	6.24321
81	6.31375	6.38587	6.45961	6.53503	6.61219	6.69116	6.77199	6.85475	6.93952	7.02637
82	7.11537	7.20661	7.30018	7.39616	7.49465	7.59575	7.69957	7.80622	7.91582	8.02848
83	8.14435	8.26355	8.38625	8.51259	8.64275	8.77689	8.9152	9.05789	9.20516	9.35724
84	9.51436	9.6768	9.84482	10.0187	10.1988	10.3854	10.5789	10.7797	10.9882	11.2048
85	11.4301	11.6645	11.9087	12.1632	12.4288	12.7062	12.9962	13.2996	13.6174	13.9507
86	14.3007	14.6685	15.0557	15.4638	15.8945	16.3499	16.8319	17.3432	17.8863	18.4645
87	19.0811	19.7403	20.4465	21.2049	22.0217	22.9038	23.8593	24.8978	26.0307	27.2715
88	28.6363	30.1446	31.8205	33.6935	35.8006	38.1885	40.9174	44.0661	47.7395	52.0807
89	57.29	63.6567	71.6151	81.847	95.4895	114.589	143.237	190.984	286.478	572.957
90	∞	572.957	286.478	190.984	143.237	114.589	95.4895	81.847	71.6151	63.6567

குறிப்பு

குறிப்பு

மாநில கல்வியியல் ஆராய்ச்சி மற்றும் பயிற்சி நிறுவனம்
மேல்நிலை இயற்பியல்
பாடநூல் தயாரிப்பில் பணியாற்றியவர்கள்

பாட வல்லுநர் மற்றும் நெறியாளர்
பேராசிரியர் முனைவர் ரீட்டா ஜான்
பேராசிரியர் மற்றும் துறைத்தலைவர்
கோட்பாட்டு இயற்பியல் துறை
சென்னைப் பல்கலைக்கழகம், சென்னை.

மேலாய்வாளர்கள்
முனைவர் வி.என். மணி
அறிவியல் அறிஞர் E. Head (C– MET)
மின்னணுவியல் மற்றும் தகவல் தொழில்நுட்பத் துறை
ஹைதராபாத், இந்திய அரசு.

பேராசிரியர் முனைவர் பி. ரவீந்திரன்
இயற்பியல் துறை அடிப்படை மற்றும்
பயன்பாட்டு அறிவியல் துறை
தமிழ்நாடு மத்திய பல்கலைக்கழகம், திருவாரூர்.

முனைவர் ரஜீவ் ஷேஷா ஜோஷி
உதவிப் பேராசிரியர்
இயற்பியல் புலம்
கர்நாடகா மத்தியப்பல்கலைக்கழகம்.

முனைவர் ஜோ ஜேசுதுரை
இணைப்பேராசிரியர்
புலமுதன்மையர், அறிவியல்
இயற்பியல் துறை
லயோலா கல்லூரி, சென்னை.

பாடநூல் ஆசிரியர்கள்
முனைவர் சா. ச. நெய்னா முஹம்மது
உதவிப் பேராசிரியர்
முதுகலை மற்றும் ஆராய்ச்சி இயற்பியல் துறை
அரசுக் கலைக் கல்லூரி
உடுமலைப்பேட்டை, திருப்பூர் மாவட்டம்.

முனைவர் ர. சுகராஜ் சாமுவேல்
உதவிப் பேராசிரியர்
முதுகலை மற்றும் ஆராய்ச்சி இயற்பியல் துறை
புதுக்கல்லூரி, ராயப்பேட்டை, சென்னை.

முனைவர் பா. இளங்கோவன்
உதவிப் பேராசிரியர்
முதுகலை மற்றும் ஆராய்ச்சி இயற்பியல் துறை
பச்சையப்பன் கல்லூரி, சென்னை.

திரு சி. ஜோசப் பிரபாகர்
உதவிப் பேராசிரியர்
முதுகலை மற்றும் ஆராய்ச்சி இயற்பியல் துறை
லயோலா கல்லூரி, சென்னை.

திரு த. தாமரைச்செல்வன்
முதுகலைப் பட்டதாரி ஆசிரியர் (இயற்பியல்)
மு. க. ஆ. அரசு ஆண்கள் மேல்நிலைப் பள்ளி
அறந்தாங்கி, புதுக்கோட்டை மாவட்டம்.

கலை மற்றும் வடிவமைப்புக் குழு
தலைமை ஒருங்கிணைப்பாளர்
வடிவமைப்பு – ஆக்கம்

சீனிவாசன் நடராஜன்

வரைபடம்
சசிகுமார்
கோகுலகிருஷ்ணன்

வடிவமைப்பு
வின்மேக், சென்னை.

In-House - QC
கோபு ராசுவேல்
அஸ்கர் அலி.மு
ராஜேஷ் தங்கப்பன் கார்த்திக் கலைஅரசு

அட்டை வடிவமைப்பு– கதிர் ஆறுமுகம்

ஒருங்கிணைப்பாளர்
ரமேஷ் முனிசாமி

தமிழாக்கம் செய்தோர்
திரு. மா. பழனிகுமார்
முதுகலைப் பட்டதாரி ஆசிரியர் (இயற்பியல்)
எம்.என்.எம்.எஸ்.பி செந்திக் குமார நாடார் மேல்நிலைப் பள்ளி
மல்லாங்கிணறு, விருதுநகர் மாவட்டம்.

திரு. அ. கணேஷ்
முதுகலைப் பட்டதாரி ஆசிரியர் (இயற்பியல்)
சுந்தரம் அரசு மேல்நிலைப் பள்ளி
திருமழிசை, திருவள்ளூர் மாவட்டம்

முனைவர். சி. ஸ்ரீதரன்
முதுகலைப் பட்டதாரி ஆசிரியர் (இயற்பியல்)
அரசு மேல்நிலைப் பள்ளி (அண்ணா சாலை)
இராசிபுரம், நாமக்கல் மாவட்டம்.

முனைவர்.கொ. வாசுதேவன்
முதுகலைப் பட்டதாரி ஆசிரியர் (இயற்பியல்)
அரசு ஆ. தி. நல மேல்நிலைப் பள்ளி
களங்காணி, நாமக்கல் மாவட்டம்.

திரு.ஏ. இளங்கோவன்
முதுகலைப் பட்டதாரி ஆசிரியர் (இயற்பியல்)
ஜெய்கோபால் கரோடியா அரசு மேல்நிலைப் பள்ளி
மணலி புதுநகர், திருவள்ளூர் மாவட்டம்.

பாடநூல் கருத்துரைஞர் குழு
முனைவர் வே. சிவமாதவி
இணைப்பேராசிரியர் (இயற்பியல்)
பாரதி மகளிர் கல்லூரி (த), சென்னை.

திரு.ந. தாமரைக்கண்ணன்
முதுகலைப் பட்டதாரி ஆசிரியர் (இயற்பியல்)
ஜெய்கோபால் கரோடியா தேசிய மேல்நிலைப் பள்ளி
தாம்பரம், சென்னை.

முனைவர்.சீ. ரவி காசிவெங்கட்ராமன்
முதுகலைப் பட்டதாரி ஆசிரியர் (இயற்பியல்)
அரசு மேல்நிலைப் பள்ளி
செம்மஞ்சேரி, சென்னை.

திரு.தி. சுப்பையா
முதுகலைப் பட்டதாரி ஆசிரியர் (இயற்பியல்)
அரசு மகளிர் மேல்நிலைப் பள்ளி
அச்சிறுப்பாக்கம், காஞ்சிபுரம் மாவட்டம்

மு. பழனிச்சாமி
தலைமை ஆசிரியர்
அரசு மேல்நிலைப்பள்ளி
கிருஷ்ணராயபுரம், கரூர் மாவட்டம்.

பாட ஒருங்கிணைப்பாளர்கள்
திருமதி. த. சண்முகசுந்தரி
பட்டதாரி ஆசிரியை (அறிவியல்)
ஊராட்சி ஒன்றிய நடுநிலைப் பள்ளி
மேலதுலுக்கன்குளம்
காரியாப்பட்டி ஒன்றியம், விருதுநகர் மாவட்டம்.

திரு. ஞா. அருள்ராஜா
பட்டதாரி ஆசிரியர் (கணிதம்)
மா.க.வி. அரசு ஆண்கள் மேல்நிலைப் பள்ளி
ஆரணி, திருவள்ளூர் மாவட்டம்.

தகவல் தொழிநுட்ப ஒருங்கிணைப்பாளர்கள்
திரு.ஞா. பெர்ஜின்
முதுகலைப் ஆசிரியர் இயற்பியல்
அரசு ஆண்கள் மேல்நிலைப் பள்ளி
சாயல்குடி, இராமநாதபுரம் மாவட்டம்.

திரு. த. ஜெயசெல்வன்
பட்டதாரி ஆசிரியர் (அறிவியல்)
அரசு உயர்நிலைப் பள்ளி
வரகூர், தஞ்சாவூர் மாவட்டம்.

தகவல் தொழிநுட்ப அசைவு மற்றும் காட்சிப்படம் உருவாக்குபவர்
திரு. கென்னடி பெர்னாட்ஷா
கென்னடி பெர்னாட்ஷா லெமூரியன்ஸ் மீடியா, நங்கநல்லூர், சென்னை

தட்டச்சு செய்தவர்
திருமதி. தெ. கவிதா

இந்நூல் 80ஜி.எஸ்.எம். எலிகண்ட் மேப்லித்தோ தாளில் அச்சிடப்பட்டுள்ளது.

ஆப்செட் முறையில் அச்சிட்டோர்: