अध्याय **15**

संख्याओं से खेल (PLAYING WITH NUMBERS)

15.0 परिचय

कल्पना कीजिए ... एक दिन आप एक विचित्र संसार में नींद से जागेंगे- बिना संख्याओं के संसार, आपका दिन कैसे बीतता होगा?

आप किसी भी कैलंडर को नहीं देखेंगे कि जिससे आपको उस दिन का पता नहीं होगा कि वह दिन कौनसे महीने का हैं? आप अपने मित्रों को फोन पर धन्यवाद नहीं दे पाएँगे क्योंकि टेलिफोन नंबर नहीं होगा! और हाँ! आप सही है। आपको स्कूल के लिए देर होगी और यदि घड़ियाँ नहीं होतीं तो आप अपने पसंदीदा कार्टून/धारावाहिक छूट जायेगी और हाँ!बिना संख्याओं के क्रिकेट नहीं और फुटबाल नहीं तो बिना संख्याओं के रहने का विचार ठीक नहीं है। यदि आप किसी वस्तु का मूल्य जानना चाहते हैं या आप किसी वस्तु को अपने मित्रों में बाँटना चाहते हैं तो कैसे करोगे?क्या आप अनुमान लगा सकते हैं कि ये मौलिक क्रियाएँ क्या हैं? इन सभी मौलिक क्रियाओं में संख्याएँ, विभाजन के नियम ग्रस्त (संबद्ध) हैं। विभाजन के नियम बताते हैं कि हमें किसी संख्याएँ की भाजकता को बिना भाग किए ज्ञात करने में सहायता करते हैं। चलिए हम कुछ मौलिक क्रियाएँ और विभाजन के नियमों के उपयोग से संख्याओं से खेलें।

15.1 विभाजन के नियम

कुछ संख्याओं को लेकर जाँच कीजिए कि इनमें से कौनसी संख्याएँ 2 से विभाजित हैं, 3 से विभाजित हैं और इसी प्रकार 7 तक कीजिए।

जब एक संख्या 'a' संख्या 'b' को पूर्णतः विभाजित करती है तो हम यह कहते हैं कि 'b' , 'a' से विभाजित है।

इस अध्याय में हम भाजकता (विभाजन) और इसके पीछे छिपे तर्क के बारे में पढेंगे। सबसे पहले हमें स्थानिक मान और खंड़ों का पुनःस्मरण करेंगे।

15.1.1 एक अंक का स्थानिक मान :

एक संख्या 645 को लेकर विस्तार रूप में लिखिए। $645 = 600 + 40 + 5 = 6 \times 100 + 4 \times 10 + 5 \times 1$

दी गई संख्या में 6 का स्थानिक मान 600 है। और 4 का स्थानिक मान 40 है। 645 में 6 सैंकडे, 4 दहाई और 5 इकाई हैं।

SCERT TELANGANA

इसे करो:

रेखांकित शब्दों का स्थानिक मान लिखो।

(i) 29879 (ii) 10344 (iii) 98725

15.1.2 संख्याओं का विस्तार रूप :

एक संख्या को विस्तार रूप में लिखना हमें आता है। साथ ही संख्याओं को दस के घातांक का उपयोग करते हुए व्यक्त करने से भी हम परिचित हैं।

उदाहरण के लिए

प्रमाणिक अंक		विस्तार रूप		घातांक रूप
68 =60+8	=	$(10 \times 6) + 8$	=	$(10^1 \times 6) + (10^0 \times 8)$
72=70+2	=	$(10 \times 7) + 2$	=	$(10^1 \times 7) + (10^0 \times 2)$

हम जानते हैं कि $10^0 = 1$

एक दो अंकों की संख्या को $10a + b$ मानों 'a' और 'b' क्रमशः दहाई और इकाई के अंक हैं। ऊपर के प्रमाणिक अंकन का उपयोग करते हुए संख्या को $(10 \times a) + b = (10^1 \times a) + (1 \times b)$. (जहाँ $a \neq 0$) के रूप में लिख सकते हैं।

अब हम 658 का उदाहरण लेंगे।

प्रमाणिक अंक	विस्तार रूप	घातांक रूप
$658 = 600 + 50 + 8$	$= 100 \times 6 + 10 \times 5 + 1 \times 8$	$= 10^2 \times 6 + 10^1 \times 5 + 1 \times 8$
इसी प्रकार $759 = 700 + 50 + 9$	$= 100 \times 7 + 10 \times 5 + 1 \times 9$	$= 10^2 \times 7 + 10^1 \times 5 + 1 \times 9$

सामान्य रूप में a, b, और c अंकों से बनी तीन अंकों वाली संख्या को $10^2a + 10^1b + c$ = $100 \times a + 10 \times b + c = 100a + 10b + c$, (जहाँ $a \neq 0$) लिखा जाता है।

एक संख्या के विस्तार रूप को हम इस प्रकार लिख सकते हैं।

$$3456 = 3000 + 400 + 50 + 6 = 1000 \times 3 + 100 \times 4 + 10 \times 5 + 6$$

$$= 10^3 \times 3 + 10^2 \times 4 + 10^1 \times 5 + 6$$

इस प्रकार a, b, c और d अंकों से बनी चार अंकों वाली संख्या को हम निम्नि प्रकार से लिख सकते हैं।

$$1000a + 100b + 10c + d = 1000 \times a + 100 \times b + 10 \times c + d \text{ (जहाँ } a \neq 0)$$

$$= 10^3a + 10^2b + 10^1 c + d.$$

SCERT TELANGANA

इसे कीजिए :

1. निम्न संख्याओं को विस्तार रूप में लिखिए।

   (i) 65 (ii) 74 (iii) 153 (iv) 612

2. निम्न को प्रमाणिक अंकन में लिखिए।

   (i) $10 \times 9 + 4$ (ii) $100 \times 7 + 10 \times 4 + 3$

3. रिक्त स्थान की पूर्ति कीजिए।

   (i) $100 \times 3 + 10 \times$ _____ $+ 7 = 357$

   (ii) $100 \times 4 + 10 \times 5 + 1 =$ _________

   (iii) $100 \times$ _____ $+ 10 \times 3 + 7 = 737$

   (iv) $100 \times$ _____ $+ 10 \times q + r = pqr$

   (v) $100 \times x + 10 \times y + z =$ ______________

15.1.3 संख्याओं के गुणनफल और गुणक:

$1 \times 36 = 36$	$4 \times 9 = 36$
$2 \times 18 = 36$	$6 \times 6 = 36$
$3 \times 12 = 36$	

36 का गुणनखण्ड क्या है ?

36 के गुणनखण्ड1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36. हैं। जिनमें 36 का सबसे बड़ा खण्ड कौनसा है?

हम कह सकते हैं कि प्रत्येक खण्ड दिये गए संख्या से कम या उसके समान होता है। संख्या का सबसे बड़ा खण्ड स्वयं वह संख्या ही है।

अतः प्रत्येक संख्या स्वयं का खण्ड रहता है और '1' सभी संख्याओं का खण्ड होता है।

$7 \times 1 = 7$, $9 \times 1 = 9$,

यदि किसी संख्या के 1 और स्वयं को छोड़कर कोई खंड नहीं है, तो उसके बारे में आप क्या कह सकते हैं? वे **रूढ संख्याएँ** होती हैं।

उदा : 2, 3, 5, 7, 11, 13,....आदि।

23 , 4567 , 89 एक रुचिकर संख्याओं का समुच्चय हैं जो क्रमागत अंकों से बने हैं। जाँच करके देखिए कि -

निरीक्षण कीजिए कि 191, 911, 199, 919, 991 संख्याएँ रूढ हैं या नहीं?

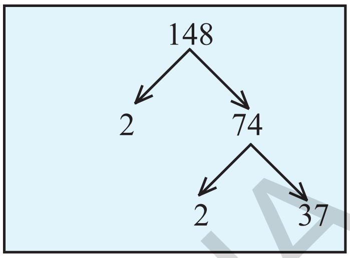
संख्याएँ 8281797877767574737271706968676665646362616059585756555453525150494847464544434241403938373635343332313029282726252423222120191817161514131211109876554321

वे संख्याएँ जिनका आरंभ 82 से हुआ हैं और अंत 1 से, ऐसी संख्याएँ रूढ संख्याएँ कहलाती हैं।

SCERT TELANGANA

148 के रूढ गुणन खण्ड लीजिए।

$$148 = 2 \times 74 = 2 \times 2 \times 37 = 2^2 \times 37^1$$



148 के खण्ड़ों की संख्या रूढ खण्डों के गुणनफल (खण्डों के घातांक + 1) होता है।

अर्थात $(2 + 1) \times (1 + 1) = 3 \times 2 = 6$

वे हैं- 1, 2, 4, 37, 74, 148.

यदि एक संख्या को रूढ संख्याओं के गुणनफल के रूप में लिख सकते हैं। अतः

$N = 2^a \times 3^b \times 5^c \ldots$

N के खण्डों की संख्या $(a + 1)(b + 1)(c + 1)$ ...होगा।

6 के प्रथम 5 गुणक क्या हैं ?

$6 \times 1 = 6$, $6 \times 2 = 12$, $6 \times 3 = 12$, $6 \times 4 = 24$, $6 \times 5 = 30$

6 के प्रथम 5 गुणक हैं- 6,12, 18, 24, 30 6.

हम कितने गुणक लिख सकते हैं? अनंत गुणन।

हम यह कह सकते हैं कि दी गई संख्या के गुणन अनंत हैं।

इन्हें कीजिए:

1. निम्न सम संख्याओं के सभी खण्डों को लिखिए।

   (a) 24 (b) 15 (c) 21 (d) 27

   (e) 12 (f) 20 (g) 18 (h) 23 (i) 36

2. प्रथम पाँच गुणन लिखिए।

   (a) 5 (b) 8 (c) 9

3. निम्न संख्याओं को रूढ़ खण्डों में विभाजित कीजिए।

   (a) 72 (b) 158 (c) 243

15.1.4 10 से विभाजन :

10 के गुणन को लीजिए : 10, 20, 30, 40, 50, 60, ...आदि

इन सभी संख्याओं में इकाइयों के स्थान में '0' है।

क्या आप कहते हैं कि 10 के किसी भी गुणन में इकाई का स्थान शून्य होगा? हाँ! होता है।

आइए, इस नियम का तर्क देखें।

SCERT TELANGANA

यदि हम एक तीन अंकोंवाली संख्या को लेते हैं, जिस में 'a' सैंकडों के स्थान पर, 'b' दहाई के स्थान पर और 'c' इकाई के स्थान पर हो तो हम उसे ऐसे लिखते हैं- $100a + 10b + c = 10(10a + b) + c$ 10 का गुणन $10(10a + b)$ है। यदि 'c' 10 गुणन हैं तो दी गई संख्या 10 से विभाजित होती है। यह तभी संभव है जब कि- $c = 0$.

इसे कीजिए :

1. जाँच कीजिए कि निम्न संख्याएँ 10 से विभाजित है या नहीं?
   (a) 3860 (b) 234 (c) 1200 (d) 10^3 (e) 10 + 280 + 20
2. जाँच कीजिए कि निम्न संख्याएँ 10 से विभाजित है या नहीं?
   (a) 10^{10} (b) 2^{10} (c) $10^3 + 10^1$

प्रयास कीजिए :

1. $56Z \div 10$ के विभाजन में शेष 6 रहता है, 'Z' का मूल्य क्या हो सकता है?

15.1.5 5 से विभाजन:

5 के गुणन को लीजिए। वे हैं- 5,10,15, 20,25,30,35 ,40,45,50,............आदि-

इन सभी संख्याओं की इकाइयों के स्थान में '0' या '5' है।

यदि किसी संख्या की इकाई के स्थान में '0' या '5' है तो वह 5 से विभाजित होती है।

इस नियम के पीछे छिपे तर्क को देखेंगे।

यदि हम एक तीन अंकों वाली संख्या को लेते हैं, जहाँ a सैंकडों के स्थान में और b दहाई के स्थान में और c इकाई के स्थान में हैं तो इसे हम $100a + 10b + c = 100a + 10b + c = 5(20a + 2b) + c$ के रूप में लिख सकते हैं।

$5(20a + 2b)$, 5 का गुणन है।

दी गई संख्या 5 से विभाजित होती है केवल जब $c = 0$ या 5

इसे कीजिए:

1. जाँच कीजिए कि दी गई संख्याएँ 5 से विभाजित है या नहीं।
   (a) 205 (b) 4560 (c) 402 (d) 105 (e) 235785

SCERT TELANGANA

यदि 34 A ,5 से विभाजित है तो A का मूल्य क्या हो सकता है?
दी गई संख्या में इकाई के स्थान में A, 0 या 5 होना चाहिए। तबही वह 5 से विभाजित होगा।
अतः A = 0 या 5.

इसे कीजिए:

1. यदि $4B \div 5$ में शेष 1 हो तो B का मूल्य क्या हो सकता है?
2. यदि $76C \div 5$ में शेष 2 है तो C का मूल्य क्या हो सकता है?
3. "यदि एक संख्या 10 से विभाजित हो तो वह 5 से भी विभाजित होता है" क्या यह कथन सत्य है? कारण बताइए।
4. "यदि एक संख्या 5 से विभाजित हो तो वह 10 से भी विभाजित होती है" क्या यह कथन सत्य है या असत्य? कारण बताइए।

15.1.6 2 से विभाजन

2 के गणन को लीजिए, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, …………आदि

इन सभी संख्याओं के इकाई के स्थान में 0,2,4,6, 8 हैं।

यदि किसी सह्नंख्या के इकाई के स्थान में 0 या 2 या 4 या 6 या 8 (सम संख्या) है तो वह 2 से विभाजित होती है। अन्यथा वह 2 से विभाजित नहीं होगा।

इस नियम के पीछे छिपे तर्क को देखिए।

यदि हम एक तीन अंकोंवाली संख्या को लेते हैं$100 \times a + 10 \times b + c$ जहाँ a सैंकडों के स्थान में, b दहाई के स्थान में और c इकाई के स्थान में हो तो हम इसे $100a + 10b + c = 2(50a + 5b) + c$लिख सकते हैं।

$2(50a + 5b)$ का 2 गुणक है। यदि दी गई संख्या 2 से विभाजित होती है तो संख्या के इकाई स्थान का अंक c = 0 या 2 या 4 या 6 या 8 (सम संख्या) होती है।

सोचिए चर्चा कीजिए और लिखिए-

1. उस संख्या की इकाई के स्थान के अंक को ज्ञात कीजिए, जबकि उसे 5 और 2 से विभाजित कक्षरने पर शेष क्रमशः 3 और 1रहते हैं।

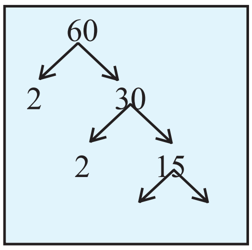
उदाहरण1: 60 के खण्डों की संख्या को लिखिए।

हल: 60 के रूढ़ गुणन खण्ड रूप $2^2 \times 3^1 \times 5^1$ हैं।

$\therefore$ खण्डों की संख्या $(2 + 1)(1 + 1)(1 + 1)$

$= 3 \times 2 \times 2 = 12$

और वे हैं- 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60



SCERT TELANGANA

अभ्यास - 15.1

1. विभाजन के नियमों का उपयोग करते हुए, ज्ञात कीजिए कि तालिका में दी गई संख्याओं में कौनसी संख्याएँ 2,5,10 से विभाजित होती हैं। (हाँ या नहीं लिखिए)

संख्या	2से विभाजन	5से विभाजन	10से विभाजन
524	हाँ	ना	ना
1200			
535			
836			
780			
3005			
4820			
48630			

2. विभाजन के नियमों का उपयोग करते हुए ज्ञात कीजिए कि कौनसी संख्याएँ 2 से विभाजित हैं?

   (a) 2144 (b) 1258 (c) 4336 (d) 633 (e) 1352

3. विभाजन के नियमों का उपयोग करते हुए ज्ञात कीजिए कि कौनसी संख्याएँ 5 से विभाजित हैं?

   (a) 438750 (b) 179015 (c) 125 (d) 639210 (e) 17852

4. विभाजन के नियमों का उपयोग करते हुए ज्ञात कीजिए कि कौनसी संख्याएँ 10 से विभाजित हैं? (a) 54450 (b) 10800 (c) 7138965 (d) 7016930 (e) 10101010

5. निम्न खण्डों की संख्या ज्ञात कीजिए।

   (a) 18 (b) 24 (c) 45 (d) 90 (e) 105

6. 2, 5 और 10 से विभाजित होने वाली किन्हीं 5 संख्याओं को लिखो।
7. एक संख्या 34A, 2 से पूर्णतः विभाजित हैं, और 5 से विभाजित होने पर 1 बचता है तो A को ज्ञात कीजिए।

15.1.7 3 और 9 से विभाजन :

378 पर विचार कीजिए। इसे 378 $= 300 + 70 + 8$

$= 100 \times 3 + 10 \times 7 + 8$

$= (99 + 1)\,3 + (9 + 1)7 + 8$

यहाँ '3' को सामान्य खण्ड में नहीं लिया जा सकता।

SCERT TELANGANA

अनुक्रम के पुनर्व्यवस्थित करने से-

$$378 = 99 \times 3 + 9 \times 7 + (3 + 7 + 8)$$
$$= 99 \times 3 + 3 \times 3 \times 7 + (3 + 7 + 8)$$
$$= 3\,(99 + 21) + (3 + 7 + 8)$$

$3(99 + 21)^3$ का गुणक हैं। अतः दी गई संख्या 3 से विभाजित होगी, यदि $(3 + 7 + 8)$ अंकों का योग 3 का गुणक हो।

9 से विभाजन के लिए:

378 को इस तरह लिखा जा सकता है।

$$378 = 300 + 70 + 8$$
$$= 100 \times 3 + 10 \times 7 + 8$$
$$= (99 + 1)\,3 + (9 + 1)7 + 8$$
$$= 99 \times 3 + 9 \times 7 + (3 + 7 + 8)$$
$$= 9\,(11 \times 3 + 1 \times 7) + (3 + 7 + 8)$$
$$= 9\,(33 + 7) + (3 + 7 + 8)$$

$9(33 + 7)$,9 का गुणक है। अतः दी गई संख्या 9 से विभाजित होगी, यदि $(3 + 7 + 8)$ अंकों का योग 9 का गुणक हो।

हम इस नियम को समझायेंगे:

यदि हम तीन अंकों की संख्या 100a+10b+c लेते हैं जहाँ ‘a’ सैंकडों के स्थान में‘b’ दहाई के स्थान में और ‘c’ इकाई के स्थान में हैं।

$$100a + 10b + c = (99 + 1)a + (9 + 1) + c = 99a + 9b + (a + b + c)$$
$$= 9(11a + b) + (a + b + c)$$ → अंकों का योग

$9(11a + b)$, 3 और 9 का गुणक हैं। दी गई संख्या 3 या 9 से विभाजित होती है, केवल यदि अंकों का योग $(a + b + c)$ 3 या 9 का गुणक है या (a+b+c) 3 या 9 से विभाजित है।

क्या यह संख्याओं का नियम उन संख्याओं के लिए भी उपयुक्त है जिन में 3 अंक से अधिक हो? 5 और 6 अंकों की संख्याओं को लेकर जाँच कीजिए। आपने यह ध्यान दिया कि 2,5 और 10 से किसी संख्या के विभाजन को संख्या के इकाई स्थान के स्वभाव से निर्णय कर सकते हैं। परन्तु 3 और 9 से विभाजन, संख्या के सभी अंकों पर निर्भर हैं।

इसे कीजिए:

1. जाँच कीजिए कि कौनसी संख्याएँ 3 या 9 या दोनो से विभाजित होती हैं?

(a) 3663	(b) 186	(c) 342	(d) 18871
(e) 120	(f) 3789	(g) 4542	(h) 5779782

SCERT TELANGANA

उदाहरण 2: 24 P को 3 से विभाजित करने पर शेष 1 और 5 को विभाजित करने से शेष 2 होता है। तो P का मूल्य ज्ञात करो।

हल : यदि 24 P को 5 से विभाजित करने पर शेष 2 है तो P का मूल्य 2 या 7 होगा।

यदि P = 2 तो दी गई संख्या को 3 से विभाजित करने पर शेष 2 होगा। यदि P = 7 हो तो दी गई संख्या को 3 से विभाजित करने पर 1 बचता है। अत: P = 7.

अभ्यास -15.2

1. यदि 345 A 7, 3 से विभाजित है तो 'A' के स्थान पर अविद्यमान अंक की पूर्ति कीजिए।
2. यदि 2791 A, 9 से विभाजित है तो 'A' के स्थान पर अविद्यमान अंक की पूर्ति कीजिए।
3. 2,3,5,9 और 10 से विभाजित होने वाले कुछ संख्याएँ लिखो।
4. 2A8 , 2 से विभाजित है तो A का मूल्य क्या हो सकता है?
5. 50B , 5 से विभाजित है तो B का मूल्य क्या हो सकता है?
6. 2P , 2 और 3 से विभाजित है तो P का मूल्य क्या हो सकता है ?
7. 54Z को 5 से विभाजित करने पर शेष 2 बचता है और 3 से विभाजित करने पर शेष 1 बचता है तो Z का मूल्य क्या होगा?
8. 27Q को 5 से विभाजित करने पर शेष 3 बचता है तो 3 से विभाजित करने पर कितना बचेगा?

15.1.8 6 से विभाजन :

6 का एक गुणक 24 पर विचार कीजिए।

स्वाभाविक है कि यह 6 से विभाजित होगा।

क्या 24, 6 के खण्ड 2 और 3 से विभाजित हैं ?

24 के इकाई स्थान पर 4 है तो क्या ये 2 विभाजित होगा ?

24 के अंकों का योग 2 + 4 = 6 तो यह 3 से भी विभाजित है।

अब इसे 6 के किसी और गुणक के साथ जाँच कीजिए। अब हम यह निष्कर्श निकाल सकते हैं कि जो संख्या 6 से विभाजित है, वह 6 के खण्ड 2 और 3 से भी विभाजित होती है। इस कथन के व्युत्क्रम की जाँच करो। एक संख्या यदि 2 से विभाजित है तो 2 उसका रूढ़ खण्ड है, यदि 3 से विभाजित है तो 3 उसका रूढ़ खण्ड है।

SCERT TELANGANA

तो यदि एक संख्या 2 और 3 से विभाजित है तो 2 और 3 उसके रूढ़ खण्ड होते हैं तो उनका गुणनफल $2 \times 3 = 6$ भी उस संख्या का खण्ड होगा।

अन्य शब्दों में यदि एक संख्या 6 से विभाजित हैं तो वही 2 और 3से भी विभाजित हैं।

इसे कीजिए:

1. जाँच कीजिए कि दी गई संख्याएँ 6 से विभाजित हैं या नहीं?

   (a) 1632 (b) 456 (c) 1008 (d) 789 (e) 369 (f) 258

2. जाँच कीजिए कि दी गई संख्याएँ 6 से विभाजित हैं या नहीं?

   (a) $458 + 676$ (b) 6^3 (c) $6^2 + 6^3$ (d) $2^2 \times 3^2$

15.1.9 4 और 8 से विभाजन :

(a) एक चार अंकोंवाली संख्या $1000a + 100b + 10c + d = 4(250a + 25b) + (10c + d)$. $4(250a + 25b)$, 4 का गुणक है तो दी गई संख्या 4 से विभाजित है। केवल यदि 10c+d, 4 से विभाजित हो। दी गई संख्या में यदि अंतिम दो **अंकों से बननेवाली संख्या** 4 से विभाजित है या अंतिम दो अंक 0 होते हैं तो वह संख्या 4 से विभाजित होती है।

4 अंको से अधिक अंकों वाली संख्या को विस्तार रूप से लिखिए। क्या हम इकाई और दहाई स्थान के अंक छोडकर अन्य किसी अंक को 4 के गुणन के रूप में लिख सकते हैं?

4 अंको से अधिक अंकों वाली संख्या को लेकर जाँच कीजिए कि 4 से विभाजन संख्या के अंतिम दो अंकों पर निर्भर है या नहीं।

(b) एक चार अंकों वाली संख्या लीजिए। $1000 \times a + 100 \times b + 10 \times c + d$

$= 1000a + 100b + 10c + d = 8(125a) + (100b + 10c + d)$

8(125a) सदैव 8 से विभाजित है या अंतिम तीन अंक ‘0’ हो तो संख्या 8 से विभाजित होती है।

4 अंकों से अधिक अंकों वाली संख्या को विस्तार रूप से लिखिए। क्या हम इस संख्या के इकाई, दहाई और सैंकड़ों के स्थान में रहे अंकों को छोड़ कर अन्य में 8 के गुणन के रूप में लिख सकते हैं?

4 से अधिक अंकों वाली संख्या लेकर जाँच कीजिए। 8 से विभाजन संख्या के अंतिम अंकों पर निर्भर है या नहीं?

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 क्या आप इन अंकों को इस प्रकार व्यवस्थित कर सकते हो कि संख्या के पहले दो अंक2 से, पहले तीन अंक 3 से, पहले चार अंक 4 से और इसी प्रकार नौ तक?

हल : अंको का क्रम 123654987 अचूक है। जाँच कीजिए।

SCERT TELANGANA

उदाहरण 3: जाँच कीजिए कि 6582, 4 से विभाजित है या नहीं?

हल: संख्या के अंतिम दो अंक 82, जो कि 4 से विभाजित नहीं, इसीलिए संख्या भी 4 से विभाजित नहीं होता।

उदाहरण 4: जाँच कीजिए कि 28765432,8 से विभाजित है या नहीं?

हल : संख्या के अंतिम तीन अंक 432 जो कि 8 से विभाजित हैं, इसीलिए पूर्ण संख्या भी 8 से विभाजित होती है।

यदि 8 से विभाजित होने वाली संख्या, 4 से भी विभाजित है, तो हम यह नहीं कह सकते कि प्रत्येक 4 से भी विभाजित होने वाली संख्या वह 8 से भी विभाजित है। 8 के सभी गुणक 4 से विभाजित हैं, परन्तु 4 के सभी गुणक 8 से विभाजित नहीं हो सकते हैं।

इसे कीजिए:

1. जाँच कीजिए कि दी गई संख्याएँ 4 या 8 या दोनों से विभाजित हैं या नहीं?

(a) 464 (b) 782 (c) 3688 (d) 100

(e) 1000 (f) 387856 (g) 4^4 (h) 8^3

प्रयास कीजिए :

1. जाँच कीजिए कि दी गई संख्याएँ 4 या 8 या दोनों से विभाजित हैं या नहीं?

(a) $4^2 \times 8^2$ (b) 10^3 (c) $10^5 + 10^4 + 10^3$ (d) $4^3+4^2+4^1-2^2$

15.1.10 7 से विभाजन:

तीन अंकों वाली संख्या को $100 \times a + 10 \times b + c$ को $100a + 10b + c = 98a + 7b + (2a + 3b + c)$ भी लिख सकते हैं।

यहाँ 7 सामान्य खण्ड नहीं है। इसे हम पुनः इस प्रकार लिखेंगे कि 7 इसका सामान्य खण्ड होगा।
$= 7(14a + b) + (2a + 3b + c)$

$7(14a + b)$, '7' का गुणक है।दी गई संख्या 7 से विभाजित होती है, केवल को $(2a + 3b + c)$, 7 से विभाजित हो।

उदाहरण 5: जाँच कीजिए कि 364, 7 से विभाजित है या नहीं?

हल : जहाँ $a = 3, b = 6, c = 4, (2a + 3b + c) = 2 \times 3 + 3 \times 6 + 4$
$= 6 + 18 + 4 = 28$ (7 से विभाजित है) इसी लिए दी गई संख्या भी '7' से विभाजित है।

SCERT TELANGANA

1. जाँच कीजिए कि दी गई संख्याए 7 से विभाजित है या नहीं?
(a) 322 (b) 588 (c) 952 (d) 553 (e) 448

इसे कीजिए:

1 एक चार अंकों की संख्या लेकर '7' से विभाजन का नियम बनाइए।

2. आप के नियम की जाँच 3192 से कीजिए। जो कि 7 का गुणक है।

15.1.11 11 से विभाजन :

एक 5 अंकों की संख्या लीजिए। $10000a + 1000b + 100c + 10d + e$

यहाँ 11 को सामान्य खण्ड के रूप में नहीं लिया जा सकता। इस विस्तार को पुन: लिखने पर

$$= (9999 + 1)\ a + (1001 - 1)\ b + (99 + 1)\ c + (11 - 1)\ d + e$$

$$= 9999a + 1001\ b + 99c + 11d + a - b + c - d + e$$

$$= 11\ (909a + 91b + 9c + d) + (a + c + e) - (b + d)$$

$11\ (909a + 91b + 9c + d)$ सदैव 11 से विभाजित है।

तो दी गई संख्या 11 से विभाजित है। यदि केवल $(a + c + e) - (b + d)$, 11 से विभाजित है।

अत: $(a + c + e) - (b + d)$,11 का गुणक या शून्य होगा।

यदि एक संख्या के विषम स्थान के अंकों का योग $(a + c + e)$ और सम स्थानों के अंकों का योग $(b+ d)$ का अंतर 11 के गुणक या ० है, तो दी गई संख्या 11 से विभाजित होती है।

निम्न तालिका का निरीक्षण कीजिए।

संख्या	विषम स्थान के अंकों का योग (बाये ओर से)	सम स्थान के अंको का योग (बायें ओर से)	अन्तर
308	$3 + 8 = 11$	0	$11 - 0 = 11$
1331	$1 + 3 = 4$	$3 + 1 = 4$	$4 - 4 = 0$
61809	$6 + 8 + 9 = 23$	$1 + 0 = 1$	$23 - 1 = 22$

हर स्थिति में हम यह देख सकते हैं कि अन्तर ० या 11 से विभाजित हैं। इसलिए सभी संख्याएँ 11 से विभाजित हैं ।

SCERT TELANGANA

5081 के लिए, विषम स्थानों के अंकों को योग और सम स्थान के अंकों के योग का अंतर (5 + 8) – (0 + 1) = 12 है जो11 से विभाजित नहीं है। इसलिए 5081 भी 11 से विभाजित नहीं होती है।

इसे कीजिए:

1. जाँच कीजिए कि दी गई संख्याएँ 11 से विभाजित हैं या नहीं ?
   (i) 4867216 (ii) 12221 (iii) 100001

तीन अकों की संख्या 123 पर विचार करो।

इसे दो बार लिखने की संख्या 123123 बनती है।

अब बायें से विषम स्थान के अंकों का योग क्या होगा ? 1 + 3 + 2 = 6

सम संख्या के अंकों का योग (दायें ओर से)क्या होगा ?

2 + 1 + 3 = 6

इनका अंतर क्या है ? शून्य हैं। इसलिए 123123, 11 से विभाजित है।

तीन अंकों की संख्या को लेकर, इसे दो बार लिखकर एक संख्या बनाईये यह 11 से पूर्णतः विभाजित है।

प्रयास कीजिए :

1. जाँच कीजिए कि 789789 , 11 से विभाजित है या नही ?
2. जाँच कीजिए कि 348348348348, 11 से विभाजित है या नही ?
3. एक सम गुराजबंध 135531 लेकर जाँच कीजिए कि यह 11 से विभाजित है या नही?
4. जाँच कीजिए 1234321, 11 से विभाजित है या नही ?

अभ्यास - 15.3

1. जाँच कीजिए की दी गई संख्याएँ '6' से विभाजित है या नही ?
   (a) 273432 (b) 100533 (c) 784076 (d) 24684
2. जाँच कीजिए कि दी गई संख्याएँ '4' से विभाजित है या नही ?
   (a) 3024 (b) 1000 (c) 412 (d) 56240
3. जाँच कीजिए कि दी गई संख्याएँ '8' से विभाजित है या नही ?
   (a) 4808 (b) 1324 (c) 1000 (d) 76728

SCERT TELANGANA

4. जाँच कीजिए कि दी गई संख्याएँ ‘7’ से विभाजित है या नहीं?

(a) 427 (b) 3514 (c) 861 (d) 4676

5. जाँच कीजिए कि दी गई संख्याएँ ‘11’ से विभाजित है या नहीं?

(a) 786764 (b) 536393 (c) 110011 (d) 1210121

(e) 758043 (f) 8338472 (g) 54678 (h) 13431

(i) 423423 (j) 168861

6. यदि एक संख्या ‘8’, से विभाजित है तो वह ‘4’ से भी विभाजित है?

7. एक तीन अंकों की संख्या 4A 3 को दूसरी तीन अंकों की संख्या 984 से जोड़ा गया। यह योग 13B7, चार अंकों की संख्या है, जो 11 से विभाजित है (A + B) को ज्ञात कीजिए।

15.2 कुछ और विभाजन के नियम

(a) संख्याओं के विभाजन के कुछ और नियमों का निरीक्षण करेंगे।

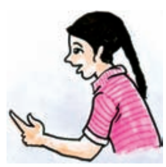
24 एक खंड 12 पर विचार करो।

12 के खंड 1,2,3,4,6,12 है।

2,3,4,6 से 24 के विभाजन की जाँच करेंगे। हम यह कह सकते हैं कि 24,12 के सभी खंडो से विभाजित है।

तो, हम यह कह सकते हैं कि एक संख्या दूसरी संख्या से विभाजित है तो वह संख्या उसके खंडों से भी विभाजित होता है।

(b) एक संख्या 80 पर विचार करो 4 और 5 से विभाजित होती है। यह $4 \times 5 = 20$ से भी विभाजित होती है, जहाँ 4 और 5 एक दूसरे से संबंधित रूढ़ हैं। (4 और 5 का सामान्य खंड नहीं है)



इसी तरह 60 3 और 5 से विभाजित है, जिनका कोई सामान्य खंड नहीं है। 60 $3 \times 5 = 15$ से भी विभाजित है।

यदि ‘a’ और ‘b’ के सामान्य खंड नहीं है, और यदि ‘a’ और ‘b’ एवं $a \times b$ से भी संख्या विभाजित हैं तो इस गुण की (जाँच कीजिए यदि ‘a’ और ‘b’ संबंधित रूढ़ हैं।)

(c) दो संख्याएँ 16 और 20 है। दोनों संख्याएँ 4 से विभाजित हैं $16 + 20 = 36$ भी 4 से विभाजित है।

16 और 20 के सामान्य भाजक के लिए इसे कोशिश कीजिए ।

किसी अन्य संख्याओं की जोडी के लिए इसकी जाँच कीजिए ।

SCERT TELANGANA

यदि दी गई दो संख्याएँ एक संख्या से विभाजित है, तो उनका योगफल भी उस संख्या से विभाजित होता है।

(d) 35 और 20 को लीजिए ये 5 से विभाजित है। क्या इनका अंतर $35 - 20 = 15$ भी 5 से विभाजित है? इसे अन्य संख्याओं की जोडी के लिए कोशिश कीजिए।

यदि दी गई दो संख्याएँ एक संख्या से विभाजित है, तो उनका अंतर भी उस संख्या से विभाजित होता है।

इसे कीजिए:

1. संख्याओं की भिन्न जोडियों को लेकर ऊपर के चार नियमों की जाँच कीजिए ।
2. 144 , 12 से विभाजित है। क्या यह 12 के खंडों से भी विभाजित है? जाँच कीजिए ।
3. जाँच कीजिए कि $2^3 + 2^4 + 2^5$, 2 से विभाजित हैं या नहीं ?
4. जाँच कीजिए कि $3^3 - 3^2$,3 से विभाजित हैं या नहीं? समझाइए ।

तीन क्रमांगत संख्याओं का गुणनफल $4 \times 5 \times 6 = 120$ पर विचार कीजिए यह 3 से विभाजित है। क्योंकि इन क्रमागत संख्याओं में एक संख्या 3 का गुणनफल है। इसी तरह, यदि हम किन्हीं तीन क्रमागत संख्याओं के गुणनफल को लेते हैं, जिनमें से एक 3 का गुणक है, तो तीन क्रमागत संख्याओं के गुणनफल सदैव 3 से विभाजित होता है।

प्रयास कीजिए :

1. जाँच कीजिए की $1576 \times 1577 \times 1578$, 3 से विभाजित है या नहीं?

बडी संख्याओं के लिए 7 से विभाजन का नियम :

3 अकों की संख्याओं के लिए 7 से विभाजन के नियम को हमने चर्चा किया। यदि एक संख्या के अंकों की संख्या 3 से अधिक है, तो 3 से भाजकता को हम सरल कर सकते हैं।

जाँच कीजिए कि 7538876849,7 से विभाजित है या नहीं?

चरण 1 : दायें से बायें की ओर संख्या के 3 अंकों का समूह बनाइए। यदि सबसे बायीं ओर की संख्या 3 अंकों से कम है, तो उसे एक समूह मानिये ।

7| 538| 876 |849
D C B A

SCERT TELANGANA

चरण 2 : एक स्थान छोडकर दूसरे स्थान के समूह को जोडिए। अत:. A + C और B + D कीजिए।

```
   849        876
+  538     +    7
 -----      -----
  1387        883
 -----      -----
```

चरण 3 : 883 को 1387 से घटाओ और परिणामी 3 अंकों की संख्या के लिए 7 के विभाजन के नियम की जाँच कीजिए ।

```
  1387
-  883
 -----
   504
 -----
```

7 के विभाजन नियम से हमें ज्ञात है कि 504,7 से विभाजित है।
अत: दी गई संख्या 7 से विभाजित है।

प्रयास कीजिए :

1. 10 अंकों की संख्यओं को लेकर ऊपर दी गई 7 से विभाजन की विधि का उपयोग करके जाँच कीजिए ।

विभाजन के नियमों के उपयोग से हम, दी गई संख्या में अवधिमान संख्या का अनुमान लगा सकते हैं। मान लो कि एक संख्या 84763A9 , 3 से विभाजित है। हम अंकों के योग का भी अनुमान कर सकते हैं।

8 + 4 + 7 + 6 + 3 + A + 9 = 37 + A,3 से विभाजित होने के लिए A का मूल्य 2 या 5 या 8 होना चाहिए।

अभ्यास - 15.4

1. जाँच कीजिए कि 25110,45 से विभाजित है या नहीं ?
2. जाँच कीजिए कि 61479 ,81 से विभाजित हैं या नहीं ?
3. जाँच कीजिए कि 864,36 से विभाजित है या नहीं ? यह भी जाँच कीजिए कि 864,36 के सभी खंडों से विभाजित है या नहीं ?
4. जाँच कीजिए कि 756,42 से विभाजित है या नहीं ? जाँच कीजिए कि 756 , 42 से विभाजित है या नहीं ?
5. जाँच कीजिए कि 2156 ,11 और 7 से विभाजित है या नहीं ? यह भी जाँच कीजिए कि 2156 ,11 और 7 के गुणनफल से भी विभाजित है या नहीं ?
6. जाँच कीजिए कि 1435,5 और 7 से विभाजित है या नही ? यह भी जाँच कीजिए कि 1435 ,5 और 7 के गुणनफल से भी विभाजित है या नहीं ?

SCERT TELANGANA

7. जाँच कीजिए कि 456 और 618, 6 से विभाजित है या नहीं ? और यह भी जाँच कीजिए कि 456 और 618 का योग, 6 से विभाजित है या नहीं?

8. जाँच कीजिए कि 876 और 345,3 से विभाजित है या नहीं? और यह भी जाँच कीजिए कि 876 और 345 का अंतर 3 से विभाजित है या नहीं?

9. जाँच कीजिए कि $2^2+2^3+2^4$, 2 या 4 या दोनों से विभाजित है या नहीं?

10. जाँच कीजिए कि 32^2 , 4 या 8 या दोनों से विभाजित है या नहीं?

11. यदि 5 अंकों की संख्या A679B,72 से विभाजित है तो 'A' और 'B' को ज्ञात कीजिए।

15.3 विभाजन के नियमों पर आधारित पहेलियाँ :

राजू और सुधा संख्याओं से खेल रहे हैं। उनके बीच हुई बातचीत इस प्रकार है :

सुधा कहती है, मैं तुमसे एक प्रश्न पूछूँगी।

सुधा : एक दो अंकों की संख्या को चुनो।

राजू : ठीक है। मैने चुना (वह 75 को चुनता है।)

सुधा: अंकों को उल्टा करो (स्थान बदलो) (नई संख्या प्राप्त करने के लिए)

राजू : ठीक है।

सुधा : चुनी हुई संख्या से जोडो.

राजू : ठीक है । (मैं ने किया)

सुधा : अब तुम्हारे उत्तर को 11 से विभाजित करो, तुम्हें शेष शून्य प्राप्त होगा ।

राजू : हाँ, लेकिन तुम्हें कैसे पता चला ?

क्या आप सोच सकते हैं कि यह कैसे हुआ ?

अब हम सुधा के उपाय (युक्ति) के पीछे छिपे तर्क को समझेंगे ।

माना कि राजू ने $10a + b$ संख्या को चुना (इस प्रकार कि "a" दहाई के स्थान का अंक है और "b" इकाई के स्थान का अंक है और $a \neq 0$) इसे हम $10 \times a + b = 10a + b$ लिख सकते हैं और अंको को बदलने से (उल्टा करने से) उसे $10b + a$. संख्या प्राप्त होता है। जब वह दो संख्याओं को जोडता है तो उसे $(10a + b) + (10b + a) = 11a + 11b = 11(a + b)$ प्राप्त हुआ ।

यह योग सदैव 11 का गुणक है । यदि वह इस संख्या को, 11 से विभाजित करता है तो भागफल $(a + b)$, है, जो बिल्कुल चुनी हुई संख्या के a और b का योगफल है।

हाँ, आप इसकी जाँच किन्हीं और दो अंकों की संख्या के लिए कर सकते हैं ।

SCERT TELANGANA

इसे कीजिए :

1. परिणाम की जाँच कीजिए, यदि चुनी हुई संख्याएँ निम्न प्रकार हैं।

   (i) 37 (ii) 60 (iii) 18 (iv) 89

2. एक क्रिकेट के दल में 11 खिलाडी हैं। चुनाव मंडल ने खिलाडियों के लिए $10x + y$ कमीजें खरीदीं। उन्होंने फिर से $10y + x$ कमीजें खरीदकर कुल कमीजों को खिलाड़ियों में समान संख्या में बाँट दिया। 11खिलाड़ियों को कमीजें बाँटने के बाद कितने बच गए? प्रत्येक खिलाड़ी को कितनी कमीजें मिलीं?

सोंचिए,चर्चा कीजिए और लिखिए :

दो अंकों की एक संख्या को लेकर उनके अंकों को बदलकर (उल्टा करके) एक और संख्या को प्राप्त कीजिए। छोटी संख्या को बडी संख्या से घटाइए। क्या इन दो संख्याओं का अंतर सदैव 9 से विभाजित है।

इसे कीजिए :

1. एक टोकरी में '$10a + b$ फल है । ($a \neq 0$ and $a > b$) इनमें से '$10b + a$ फल सड गये। शेष फलों को 9 व्यक्तियों में समान बाँटा गया । समान रूप में बाँटने के बाद कितने फल बच गए ? प्रत्येक व्यक्ति को कितने फल मिले ?

15.4. 3 अंकों की संख्याओं से खेल

सुधा : अब एक तीन अंकों की कोई संख्या सोचो।

राजू : ठीक है। (वह 157 को चुनता है)

सुधा : अंकों को उल्टा करो (स्थान बदलो) और छोटी संख्या को बडी संख्या से घटाओ ।

राजू : ठीक है ।

सुधा : तुम्हारे उत्तर को 9 या 11 से विभाजित करो । मुझे पूरा विश्वास है कि कोई शेष नहीं रहेगा ।

राजू : हाँ, तुम्हें कैसे पता चला ?

सही है ! सुधा को कैसे पता है ?

SCERT TELANGANA

जिस तरह हमने अंको की संख्या के लिए किया है, उसी से हम इस तर्क को व्युत्पन्न कर सकते है। तीन अंको की संख्या $100a + 10b + c$ है । अंकों को उल्टा लिखने से उसे $100c + 10b + a$ प्राप्त होगा ।

यदि $(a > c)$ संख्याओं का अन्तर $(100a + 10b + c) - (100c + 10b + a) = 99a - 99c = 99(a - c) = 9 \times 11 \times (a - c)$ है ।

और यदि $a = c$, तो अंतर '0' है । प्रत्येक स्थिति में परिणाम 99 का गुणांक है। अतः वह 9 और 11 दोनों से विभाजित है और भागफल $(a - c)$ या $(c - a)$ होगा ।

इसे कीजिए:

1. ऊपर दी गई कार्यकलाप की जाँच निम्न संख्याओं से कीजिए ?

   (i) 657 (ii) 473 (iii) 167 (iv) 135

प्रयास कीजिए :

एक तीन अंकों की संख्या लेकर, नये संख्याएँ बनाने के लिए उनके अंको को प्रतिस्थापित कीजिए । (ABC, BCA, CAB) अब इन तीन संख्याओं को जोडो । किन संख्याओं से इनका योगफल विभाजित होगा ?

15.5 अविद्यमान अंकों की पहेलियाँ

एक अंकगणित में अंकों के स्थान पर अक्षरों को लेकर हम कुछ पहेलियों को बना सकते हैं और हमें यह मालूम करना है, कि कौन-सा अक्षर कौन-से अंक का प्रतिनिधित्व करता है। हम कुछ योग (संकलन) और गुणनफल के कुछ समस्याओं(शाब्दिक प्रश्न) को हल करेंगे।

पहेलियों की तीन शर्त है :

1. पहेली का प्रत्येक अक्षर को केवल एक अंक के लिए लेना चाहिए । प्रत्येक अंक को सिर्फ एक ही अक्षर से सूचित करना है।
2. उच्च स्थानीय मान का अंक शून्य नहीं हो सकता है।
3. पहेली का केवल एक ही उत्तर होना चाहिए।

उदाहरण 6: 17A के योग में A का मूल्य ज्ञात करो।

$$\begin{array}{r} 17A \\ +\ 2A4 \\ \hline 407 \\ \hline \end{array}$$

SCERT TELANGANA

हल : निरीक्षण से $A + 4 = 7$ था

इसलिए $A = 3$

$173 + 234 = 407$

या
$$\begin{array}{r} 100 + 70 + A \\ 200 + 10A + 4 \\ \hline 300 + 70 + 11A + 4 = 407 \\ 11A = 33 \\ A = 3 \end{array}$$

उदाहरण 7 : $Y + Y + Y = MY$ के योग में M और Y का मूल्य ज्ञात करो ।

हल : $Y + Y + Y = MY$

$3Y = 10M + Y$

$2Y = 10M$

$M = \frac{Y}{5}$ (Y, 5 से विभाजित है । इसलिए $Y = 0$ या 5)

ऊपर से , यदि $Y = 0,\ Y + Y + Y = 0 + 0 + 0 = 0,\ M = 0$

यदि $Y = 5,\ Y + Y + Y = 5 + 5 + 5 = 15,\ MY = 15$ अतः $M = 1, Y = 5$

उदाहरण 8: $A2 - 15 = 5A$, में A2 और 5A दो अंकों की संख्या हो तो A का मूल्य ज्ञात करो ।

हल : $2 - 5 = a$ संभव है।

जब $12 - 5 = 7$,

तो $A = 7$

या $(10A + 2) - (10 + 5) = 50 + A$

$10A - 13 = 50 + A$

$9A = 63$

$A = 7$

उदाहरण 9: $5A1 - 23A = 325$ में 5A1 और 23A तीन अंकों की संख्या हो तो A का मूल्य ज्ञात करो

हल : $1 - A = 5$?

अतः $11 - A = 5$,

तो $A = 6$

या $(500 + 10A + 1) - (200 + 30 + A) = 325$

$501 - 230 + 10A - A = 325$

$271 + 9A = 325$

$271 + 9A = 325$

$271 - 271 + 9A = 325 - 271$

$9A = 54$

$A = 6$

SCERT TELANGANA

उदाहरण 10: $1A \times A = 9A$ में 1A और 9A दो अंकों की संख्या हो तो A का मूल्य ज्ञात करो ।

हल : $A \times A = A$ के लिये था

वर्गीय पहाडे 1, 5, 6

$1 \times 1 = 1,$

$5 \times 5 = 25,$

$6 \times 6 = 36,$

यदि $A = 6,$

$16 \times 6 = 96$

या $(10 + A)A = (90 + A)$

$$10A + A^2 = 90 + A$$

$$A^2 + 9A - 90 = 0$$

$$A^2 + 2.A\left(\frac{9}{2}\right) + \left(\frac{9}{2}\right)^2 - \left(\frac{9}{2}\right)^2 - 90 = 0$$

$$\left(A + \frac{9}{2}\right)^2 - \frac{81}{4} - 90 = 0$$

$$\left(A + \frac{9}{2}\right)^2 = \frac{441}{4}$$

$$A + \frac{9}{2} = \frac{21}{2}$$

$$A = \frac{12}{2} = 6$$

उदाहरण 11 : $BA \times B3 = 57A$ में BA और B3 दो अंकों की संख्या, 57A तीन अंकों की संख्या हो तो A और B का मूल्य ज्ञात करो ।

हल : इस उदाहरण में हम अंकों के मूल्यों का निरुपण गुणा के पहाडों से परीक्षा एवं दोष विधि से करेंगे । इकाई के स्थान में $A \times 3 = A$. के लिए गुणनफल की इकाई स्थान का अंक वही अंक बन जाता है। इसलिए A नं. है न 5 है । यदि दहाई के स्थान पर लिया जाय तो दो अंकों की संख्या का मूल्य 19 होगा आर गुणनफल $19 \times 19 = 361$ हो सकता है, जो 500. से कम है । आगे यदि हम दहाई के स्थान पर 3 लेते हैं तो दो अंकों की संख्या का न्यूनतम मूल्य $30 \times 30 = 900$ है जो 500 से अधिक है। तो दहाई के स्थान में दो होगा। तो $20 \times 23 = 460$ or $25 \times 23 = 575$.

आवश्यक उत्तर $25 \times 23 = 575$.

इसे कीजिए: :

1. यदि 21358AB से विभाजित है तो 99, A और B के मूल्य ज्ञात करो ।
2. संख्या 4AB8 (A , B अंक है) A और B के मूल्यों को ज्ञात करो जबकि वह 2,3,4,6,8 और 9 से विभाजित है।

उदाहरण 12: दिये गये गुणा में अक्षरों के मूल्यों को ज्ञात करो ।

$$\begin{array}{r} AB \\ \times\ 5 \\ \hline CAB \end{array}$$

हल: यदि $B = 0$ या 1 या 5 तो $0 \times 5 = 0$, $1 \times 5 = 5$, $5 \times 5 = 25$

यदि $B = 0$, तो $A0 \times 5 = CA0$

SCERT TELANGANA

यदि हम $A = 5$ लेते है तो $50 \times 5 = 250$

$\therefore CAB = 250$.

प्रयास कीजिए:

1. यदि $YE \times ME = TTT$ तो $Y + E + M + T$ का मूल्य ज्ञात करो ।

   [सूचन : $TTT = 100T + 10T + T = T(111) = T(37 \times 3)$]

2. यदि 88 वस्तुओं का मूल्य A733B है तो A और B के मूल्यों को ज्ञात करो।

अभ्यास -15. 5

1. निम्न में अविद्यमान अंकों को ज्ञात करो ।

(a) $\begin{array}{r} 111 \\ + \quad A \\ + \; 77 \\ \hline 197 \\ \hline \end{array}$ (b) $\begin{array}{r} 222 \\ + \quad 8 \\ + \; BB \\ \hline 285 \\ \hline \end{array}$ (c) $\begin{array}{r} AAA \\ + \quad 7 \\ + \; AA \\ \hline 373 \\ \hline \end{array}$ (d) $\begin{array}{r} 2222 \\ + \; 99 \\ + \quad 9 \\ AAA \\ \hline 299A \\ \hline \end{array}$ (e) $\begin{array}{r} BB \\ + \quad 6 \\ AAA \\ \hline 461 \\ \hline \end{array}$

2. निम्न में A का मूल्य ज्ञात करो ।

(a) $7A - 16 = A9$ (b) $107 - A9 = 1A$ (c) $A36 - 1A4 = 742$

3. निम्न दी गई अक्षरों के लिए संख्यात्मक मूल्य ज्ञात करो ।

(a) $\begin{array}{r} \boxed{D}\boxed{E} \\ \times \; 3 \\ \hline \boxed{F}\boxed{D}\boxed{E} \\ \hline \end{array}$ (b) $\begin{array}{r} \boxed{G}\boxed{H} \\ \times \; 6 \\ \hline \boxed{C}\boxed{G}\boxed{H} \\ \hline \end{array}$

4. अक्षरों को उचित अंकों से प्रतिस्थापित कीजिए ।

(a) $73K \div 8 = 9L$ (b) $1MN \div 3 = MN$

5. यदि $ABB \times 999 = ABC123$ (जहाँ A, B, C अंक है) A, B, C के मूल्य ज्ञात करो ।

15.6 स्थानीय मान के शेषांक से विभाजकता को ज्ञात करना ।

इस विधि में, दी गई संख्या से स्थानीय मान को विभाजित करके उनके शेष लेते हैं। यदि हम एक संख्या के स्थानीय मान को 7 से विभाजित करते हैं तो शेष निम्न प्रकार प्राप्त होते हैं ।

$1000 \div 7$ (शेष 6 है। इसे हम $6 - 7 = -1$ ले सकते हैं ।)

$100 \div 7$ (शेष 2 है।)

$10 \div 7$ (शेष 3 है।)

$1 \div 7$ (शेष 1है।)

SCERT TELANGANA

स्थानीय मान	10^8	10^7	10^6	10^5	10^4	10^3	10^2	10^1	10^0
7 से विभाजित करने पर प्राप्त शेषांक	3	2	1	–2	–3	–1	2	3	1

जाँच करना है कि 562499,7 से विभाजित है या नहीं ।

अंक	5	6	2	4	9	9
स्थानीय मान	5×10^5	6×10^4	2×10^3	4×10^2	9×10^1	9×10^0
7 से विभाजित करने पर प्राप्त शेषांक	$5\times(-2)$	$6\times(-3)$	$2\times(-1)$	4×2	9×3	9×1

अंक और स्थानीय मान के शेष के मूल्यों के गुणनफल का योग $-10-18-2+8+27+9=-30+44=14$(7 से विभाजित है।)

इसलिए 562499, 7 से विभाजित है।

इसे कीजिए:

1. ऊपर की विधि से जाँच कीजिए कि 7810364 ,4 से विभाजित है कि नहीं ।
2. ऊपर की विधि से जाँच कीजिए कि 963451, 6 से विभाजित है कि नहीं।

15.7 विभाजन के नियमों पर कुछ और पलेलियाँ :

उदाहरण 13: क्या गुजरबंध(palindrome) का प्रत्येक सम संख्या '11' से विभाजित है।

हल : गुजरबंध की एक सम संख्या 12344321. को लीजिए । विषम स्थान के अंको का योग $1+3+4+2$ है । सम स्थान के अंकों का योग $2+4+3+1$ है । इनका अंतर 0 है। इसलिए यह 11 से विभाजित है।

उदाहरण 14: क्या 10^{1000}-1, 9 और 11 से विभाजित है ?

हल : 10^{1000}-1 as 999 .... 999 (1000 बार) लिखेंगे । सभी स्थानों पर अंक 9 है । इसलिए यह 9 से विभाजित है । और 1000 है। विषम स्थान के अंकों का योग और सम स्थान के अंकों का योग समान है। उनका अंतर 0 है । इसलिए यह 11 से विभाजित है।

सोचिए, चर्चा कीजिए और लिखिए:

1. क्या हम निष्कर्ष ले सकते हैं कि 10^{2n}-1, 9 और 11 से विभाजित है ? समझाओं ।
2. क्या 10^{2n+1}-1,11 से विभाजित है या नहीं समझाओ ।

SCERT TELANGANA

उदाहरण 15: 6 अंकों की संख्या बनाने के लि एक दो अंकों की संख्या को तीन बार लिखिए । जाँच कीजिए कि यह 3 से विभाजित है या नहीं ?

हल : हम दो अंको की संख्या 47 को लेंगे। 6 अंकों की संख्या बनाने के लिए इसे तीन बार लिखेंगे तो वह 474747 होगा ।

474747 को 47(10101) लिख सकते हैं। 10101, 3 से विभाजित है, क्योंकि इसके अंकों को योग $1 + 1 + 1 = 3$ है तो 474747 भी 3 से विभाजित है।

उदाहरण 16: 6 अंकों की संख्या बनाने के लिए एक तीन अंकों की संख्या को दो बार लिखिए । जाँच कीजिए कि यह 7 आर 11 से विभाजित है या नहीं ।

हल: हम एक 3 अंकों की संख्या 345 को लेंगें । 6 अंको की संख्या बनाने के लिए इसे दो बार लिखेंगे तो वह 345345 होगा ।

345345 को $345345 = 345000 + 345 = 345\ (1000 + 1)$

$= 345\ (1001)$

$= 345\ (7 \times 11 \times 13)$

इसलिए 345345,7, 11 और 13 से विभाजित

प्रयास कीजिए :

1. जाँच कीजिए कि 456456456456,7, 11 और 13 से विभाजित है या नहीं?

उदाहरण 17: समान अंको की एक तीन अंकों की संख्या को लीजिए । अंको को जोडने से प्राप्त संख्या से विभाजित करे । आपने क्या निरीक्षण किया ? (अंकों को जोडने से संख्या का लघु रूप प्राप्त होगा ?

हल: 444 को लीजिए । अंकों को जोडने से $4 + 4 + 4 = 12$

अब 444 को 12 से विभाजित कीजिए $444 \div 12 = 37$ इस क्रिया को 333 , 666 आदि से साथ दोहराइए । आपको आश्चर्य होगा कि सभी संख्याओं के लिए भागफल 37 है।

उदाहरण 18: क्या $2^3 + 3^3$,$(2 + 3)$ से विभाजित है या नहीं ?

हल: हमें मालूम है कि $a^3 + b^3 = (a + b)\ (a^2 – ab + b^2)$.

तो $2^3 + 3^3 = (2 + 3)\ (2^2 – 2 \times 3 + 3^2)$ यह $(2 + 3)$ का गुणक है।

इसलिए $2^3 + 3^3$,$(2 + 3)$ से विभाजित है।

सोचिए, चर्चा कीजिए और लिखिए :

1. 'a' और 'b' के लिए के लिए भिन्न प्राकृतिक संख्याओं को लेते हुए जाँच कीजिए कि $a^5 + b^5$, $(a + b)$ विभाजित है या नहीं ?
2. क्या हम यह निष्कर्ष कर सकते है कि $(a^{2n+1} + b^{2n+1})$,$(a + b)$ से विभाजित है ?

SCERT TELANGANA

15.8 क्रमागत संख्याओं का योगफल ज्ञात कीजिए :

बिना जोडे हम 1 से 100 तक के क्रमागत संख्याओं का योगफल ज्ञात कर सकते हैं।

$1 + 2 + 3 + \ldots + 50 + 51 + \ldots + 98 + 99 + 100$

$= (1 + 100) + (2 + 99) + (3 + 98) \ldots\ldots (50 + 51)$

$= 101 + 101 + 101 + \ldots\ldots\ldots$ 50 जोडियाँ है $= 50 \times 101 = 5050$

इसे, $\frac{100 \times 101}{2} = 5050$ भी लिख सकते है ।

यदि 48 संख्याएँ है, तो योगफल क्या होगा? आपने क्यी निरीक्षण किया ?

यदि ‘n’ संख्याएँ है तो, तो योगफल $\frac{n(n+1)}{2}$ होगा ।

उदाहरण 19: 50 से 85 में 5 से विभाजित संख्याओं का योगफल ज्ञात करो ।

हल: 50 से 85 में 5 से विभाजित संख्याओं का योग =

(1 से 85 में 5 से विभाजित संख्याओं का योग) – (1 से 49 में 5 से विभाजित संख्याओं का योग)

$= (5 + 10 + \ldots + 85) - (5 + 10 + \ldots + 45)$

$= 5(1 + 2 + \ldots + 17) - 5(1 + 2 + \ldots + 9)$

$= 5 \times \left(\frac{17 \times \cancel{18}^{9}}{\cancel{2}}\right) - 5 \times \left(\frac{9 \times \cancel{10}^{5}}{\cancel{2}}\right)$

$= 5 \quad 9 \times 17 - 5 \times 9 \times 5$

$= 5 \times 9 \times (17 - 5)$

$= 5 \times 9 \times 12 = 540$

उदाहरण 20: 1 से 100 में 2 या 3 से विभाजित संख्याओं का योगफल ज्ञात करो ।

हल: 1 से 100 तक की संख्याओं में 2 से विभाजित संख्याएँ 2, 4, ... 98, 100 है ।

1 से 100 तक की संख्याओं में 3 से विभाजित संख्याएँ 3, 6, ... 96, 99 है ।

2 यो 3 से विभाजित संख्याओं का योग = (1 से 100 तक की संख्याओं में 2 से विभाजित संख्याएँ)+ 3 से विभाजित संख्याएँ)- (1 से 100 के बीच,6 से विभाजित संख्याओं का योग।

$= (2 + 4 + \ldots + 100) + (3 + 6 + \ldots + 99) - (6 + 12 + \ldots 96)$

$= 2(1 + 2 + \ldots + 50) + 3(1 + 2 + \ldots + 33) - 6(1 + 2 + \ldots + 16)$

$= 2 \times \left(\frac{50 \times (50+1)}{2}\right) + 3 \times \left(\frac{33 \times (33+1)}{2}\right) - 6 \times \left(\frac{16 \times (16+1)}{2}\right)$

SCERT TELANGANA

$$= \cancel{2} \times \left(\frac{50 \times 51}{\cancel{2}}\right) + 3 \times \left(\frac{33 \times \cancel{34}^{17}}{\cancel{2}}\right) - 6 \times \left(\frac{^{8}\cancel{16} \times 17}{\cancel{2}}\right)$$

$$= 2550 + 1683 - 816$$

$$= 4233 - 816 = 3417$$

अभ्यास– 15.6

1. 1 से 100, संख्याओं में 5 से विभाजित पूर्णांकों को योगफल ज्ञात करो ।
2. 11 से 50, संख्याओं में 5 से विभाजित पूर्णांकों को योगफल ज्ञात करो ।
3. 1 से 50, संख्याओं में 2 और 3 से विभाजित पूर्णांकों को योगफल ज्ञात करो ।
4. $(n^3 - n)$, 3 से विभाजित है। कारण को समझाइए ।
5. 'n' क्रमागत विषम संख्याओं को योगफल 'n' से विभाजित है। कारण को समझाइए ।
6. क्या $1^{11} + 2^{11} + 3^{11} + 4^{11}$, 5 से विभाजित है ? समझाइए ।
7.

दिये गये चित्रों में आयतों में रहने वाले संख्याओं को ज्ञात करो ?

8. राहुल के पिताजी राहुल के जन्मदिन पर प्रति वर्ष कुछ पैसे उसके लिए जमा करना चाहते हैं। प्रथम जन्मदिन पर रु. 100, दूसरे जन्मदिन पर रु.300, और तीसरे जन्मदिन पर रु.600, चौथे जन्मदिन पर रु.1000 इस प्रकार जमा करते हैं । 15 वें जन्मदिन पर राहुल के पिताजी कितने पैसे जमा करेंगे।
9. 1 से 100, संख्याओं में 2 और 5 से विभाजित पूर्णांकों को योगफल ज्ञात करो।
10. 11 से 1000, संख्याओं में 3 से विभाजित पूर्णांकों को योगफल ज्ञात करो।

हमने क्या सीखा ?

1. एक 3 अंकों की संख्या को विस्तार रूप से $100a + 10b + c$. लिखना और समझना जहाँ a, b, c 0 से 9 तक के योग है, $a \neq 0$
2. सामान्य रूप में दो और तीन अंकों की संख्याओं के लिए 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 के विभाजन के नियमों को व्युत्पन्न करना।
3. 2, 3, 4, 5, 6, 7,8, 9, 10, 11 के विभाजन के नियमों के पीछे छिपा तर्क।
4. संख्याओं की पहेलियाँ और खेल।

SCERT TELANGANA