అధ్యాయము - 10

చుట్టుకొలతలు మరియు వైశాల్యాలు

10.1 ఉపోద్ఘాతం

మనం ఇంతకు ముందు చర్చించిన "ప్రాథమిక జ్యామితీయ ఆకారాలు" అనే అధ్యాయంలో వివిధ రకాల ఆకృతులను గురించి నేర్చుకొన్నాం. ఇలాంటి సమతల ఆకృతులను గురించి చర్చించే సమయంలో అవి ఆక్రమించిన ప్రాంతం మరియు వాని సరిహద్దులను గురించి ఆలోచిస్తాం. వివిధ ఆకృతుల పరిమాణాలను పోల్చవలెనన్న కొన్ని కొలతలు అవసరమౌతాయి. ఇలాంటి కొలతలను గురించి ప్రస్తుతం మనం నేర్చుకుందాం.

10.2 చుట్టుకొలత

ఈ కింది సందర్భాలను పరిశీలిద్దాం.

1. ఒక అబ్బాయి పటములో చూపిన విధంగా వృత్తాకారబాటపై పరుగెత్తుతున్నాడు. ఇతడు A నుంచి ప్రారంభించి తిరిగి A వద్దకు వచ్చినపుడు ఆ పరుగెత్తటం ఆపివేసి నాడనుకొందాం. ఈ సందర్భములో ఆ అబ్బాయి పరుగెత్తిన మొత్తం దూరమునే ఆ వృత్తం యొక్క చుట్టుకొలత అంటాం.

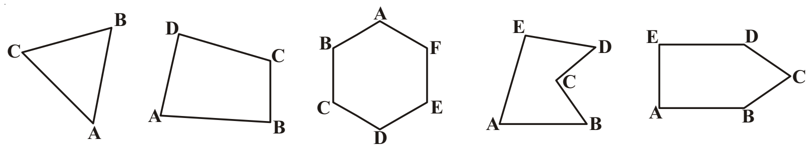
2. ఒక వ్యక్తి తన పొలం చుట్టూ పటంలో చూపిన విధంగా కంచె వేయాలనుకున్నాడు. అయితే మొత్తం ఎంత పొడవైన తీగ అవసరమౌతుందో కనుగొనడానికి అతను తన పొలం యొక్క భుజాల పొడవులను కనుగొనాలి. ఈ భుజాల పొడవుల మొత్తం పొలము యొక్క చుట్టుకొలతను ఇస్తుంది. ఒక సంవృత పటములో దాని సరిహద్దు యొక్క మొత్తం పొడవును దాని చుట్టుకొలత అంటాం. మనం ఈ చుట్టుకొలత అనే భావనను నిత్యజీవితంలో అనేక సందర్భాలలో ఉపయోగిస్తూ వుంటాం.

ప్రయత్నించండి

చుట్టుకొలత అనే భావనను ఉపయోగించే సందర్భాలను ఐదింటిని పేర్కొనుము

చుట్టుకొలతను ఇంకొక విధంగా పరిశీలిద్దాం.

కింది పటాలను పరిశీలించండి.



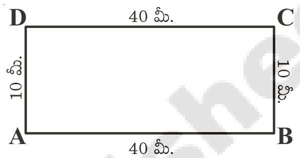
© SCERT not to be republished

ఒక తీగను తీసుకొని ఒక్కొక్క పటానికి అవసరమైనంత మేర ముక్కలుగా సరిపడేట్లు కత్తిరించండి ఈ తీగ ముక్కలను ఒక్కొక్క సంవృత పటం యొక్క అన్ని భుజాలపై అమర్చండి. ఈ విధంగా ఆకారం యొక్క భుజాలన్నీ తీగముక్కలచే అమర్చబడిన తరువాత వాటిని తొలగించి ఒక్కొక్క ఆకారం యొక్క తీగ ముక్కల మొత్తం పొడవును కనుగొనండి. ఈ కొలత ఆ పటం చుట్టూ ఒకసారి తీగను చుట్టుటకు కావలసిన తీగ పొడవును ఇస్తుంది. ఈ తీగ పొడవునే ఆ సంవృత పటము యొక్క చుట్టుకొలత అంటాం.

చుట్టుకొలత అనగా ఒక సంవృత పటం చుట్టూ, దాని యొక్క అంచు వెంట ఒకసారి చుట్టూ తిరిగి రావడానికి ప్రయాణించవలసిన మొత్తం దూరం యొక్క కొలత.

ఇవి చేయండి

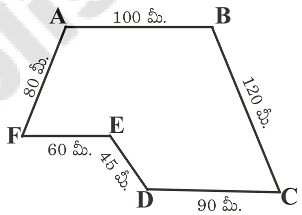
ప్రక్క పటాల చుట్టుకొలతలు ఎంత?



i) చుట్టుకొలత = AB + ... + ... +..........

= ....+.......... + ... + ...

= .... మీ



ii) చుట్టుకొలత = AB + ... + ...

\+ .... + ... + ...

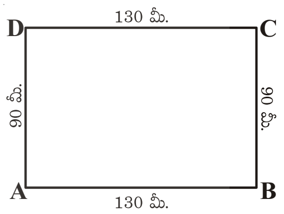
= .... + ... + ...

\+ .... + ... + ...

= .... మీ

రేఖాఖండాలచే ఏర్పడిన సంవృత పటము యొక్క చుట్టుకొలతను కనుగొనుటకు దాని భుజాల పొడవుల మొత్తం కనుగొనవలె.

ఉదాహరణ 1 : రీతు 130 మీ. పొడవు 90 మీ. వెడల్పు గల ఒక పార్కుకు వెళ్ళింది. ఆమె పార్కు చుట్టూ ఒక చుట్టు తిరిగిన ఆమె ప్రయాణించిన దూరం ఎంత?



సాధన : రీతు ప్రయాణించిన దూరం = పార్కు ABCD యొక్క చుట్టుకొలత

= AB + BC + CD + DA

= 130 మీ. + 90 మీ. + 130 మీ. + 90 మీ. = 440 మీ.

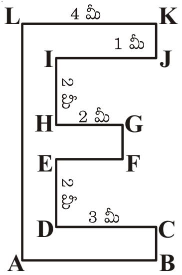
ఉదాహరణ 2 : ప్రక్కపటంలోని ఆకారం యొక్క చుట్టుకొలతను కనుగొనుము

సాధన : IJ = DC = 3 మీ. EF = HG = 2 మీ.

AB = LK = 4 మీ. FG = KJ = CB = 1 మీ.

AL = BC + DE + FG + HI + JK

= 1 మీ. + 2 మీ. + 1 మీ. + 2 మీ. + 1 మీ. = 7 మీ.



చుట్టుకొలత = AB+BC+CD+DE+EF+FG+GH+HI+IJ+JK+KL+LA

= 4 మీ. + 1 మీ. + 3 మీ. + 2 మీ. + 2 మీ. + 1 మీ.

\+ 2 మీ. + 2 మీ. + 3మీ. + 1 మీ. + 4 మీ. + 7 మీ. = 32 మీ.

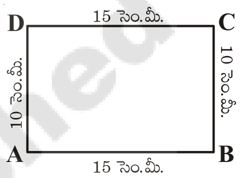
©SCERT not to be republished

ప్రయత్నించండి

కింది వాని చుట్టుకొలతలు కనుగొనండి?

1. ఒక టేబుల్ పై భాగము యొక్క కొలతలు వరుసగా 30 సెం.మీ 15 సెం.మీ 30 సెం.మీ; 15 సెం.మీ అయిన దాని పై భాగము యొక్క చుట్టుకొలత ఎంత?
2. నీ లెక్కల టెక్స్టుబుక్ మొదటిపేజి యొక్క కొలతలు కొలవండి? దీని చుట్టుకొలత ఎంత?
3. 100మీ.; 70 మీ. కొలతలుగల ఒక దీర్ఘచతురస్రాకార పార్కు చుట్టూ తీగను ఒకసారి చుట్టాలి. 1 మీ. తీగ ఖరీదు ₹ 20ల చొప్పున అయ్యే మొత్తం ఖర్చు ఎంత.

10.2.1 దీర్ఘచతురస్రము యొక్క చుట్టుకొలత



పటములో చూపిన విధంగా ఒక ABCD దీర్ఘచతురస్రమును తీసుకుందాం. దీని పొడవు, వెడల్పు వరుసగా 15 సెం.మీ, మరియు 10 సెం.మీ అయిన దీని చుట్టుకొలత ఎంత?

దీర్ఘచతురస్రము యొక్క చుట్టుకొలత = 4 భుజాల పొడవుల మొత్తము

= AB + BC + CD + DA

= AB + BC + AB + BC

= 2 × AB + 2 × BC

= 2 × (AB + BC)

= 2 × (15 సెం.మీ + 10 సెం.మీ)

= 2 × 25 సెం.మీ

= 50 సెం.మీ

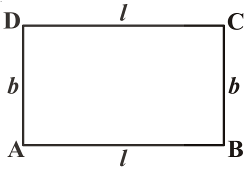
> దీర్ఘ చతురస్రములో ఎదురెదురు భుజాలు సమానము. కావున
> AB = CD, AD = BC

పై చర్చ నుంచి

దీర్ఘచతురస్రం యొక్క చుట్టుకొలత = పొడవు + వెడల్పు + పొడవు + వెడల్పు

దీర్ఘచతురస్రము యొక్క చుట్టుకొలత = 2×(పొడవు + వెడల్పు)

దీర్ఘచతురస్ర చుట్టుకొలత **$P = 2(l + b)$**



ఇచ్చట l = పొడవు b = వెడల్పు P = చుట్టుకొలత

ప్రయత్నించండి

క్రింది దీర్ఘచతురస్రాల చుట్టుకొలతలను కనుగొనుము.

దీర్ఘచతురస్రం		భుజాల మొత్తం కనుగొనుట ద్వారా చుట్టుకొలత	$2 \times (l + b)$ నుపయోగించుట ద్వారా చుట్టుకొలత
పొడవు	వెడల్పు		
20 సెం.మీ	15 సెం.మీ	= 20 సెం.మీ + 15 సెం.మీ + 20 సెం.మీ + 15 సెం.మీ = 70 సెం.మీ	= 2×(20 + 15) = 2 × (35) = 70 సెం.మీ
0.7 మీ.	0.3 మీ.		
22 సెం.మీ	18 సెం.మీ		
12.5 సెం.మీ	7.5 సెం.మీ		

© SCERT not to be republished

ఉదాహరణ 3 : 36 మీ. పొడవు, 24 మీ. వెడల్పు గల దీర్ఘచతురస్రాకార పొలము యొక్క చుట్టుకొలతను కనుగొనుము?

సాధన : పొలము యొక్క పొడవు l = 36 మీ.

పొలము యొక్క వెడల్పు b = 24 మీ.

పొలము యొక్క చుట్టుకొలత $= 2\,(l + b)$

$= 2\,(36 + 24)$ మీ.

$= 2 \times 60$ మీ.

$= 120$ మీ.

ఉదాహరణ 4 : ఒక దీర్ఘచతురస్రము యొక్క చుట్టుకొలత 76 సెం.మీ దీని పొడవు 26 సెం.మీ అయిన వెడల్పు ఎంత?

సాధన : దీర్ఘచతురస్ర యొక్క చుట్టుకొలత P = 76 సెం.మీ

దీర్ఘచతురస్ర పొడవు l = 26 సెం.మీ

2 (పొడవు + వెడల్పు) = 76

2 (26 +వెడల్పు) = 76

26 + వెడల్పు $= 76 \div 2 = 38$

వెడల్పు $= 38 - 26 = 12$ సెం.మీ

= 12 సెం.మీ

ఉదాహరణ 5 : ఒక దీర్ఘచతురస్రాకార పొలం యొక్క పొడవు, వెడల్పులు వరుసగా 22.5 మీ మరియు 14.5 మీ. దీని చుట్టూ కంచె వేయుటకు మీటరుకు ₹ 6 వంతున ఎంత ఖర్చు అగును?

సాధన : పొలము యొక్క పొడవు l = 22.5 మీ

వెడల్పు b = 14.5 మీ

పొలము యొక్క చుట్టుకొలత (P) $= 2\,(l + b)$

$= 2\,(22.5 + 14.5)$ మీ

$= 2 \times 37$ మీ

$= 74$ మీ

మీటరుకు ₹ 6 వంతున అయ్యే మొత్తం ఖర్చు

= ₹ (6×74)

= ₹ 444

ఉదాహరణ6 : చుట్టుకొలత 32 సెం.మీ అయ్యే విధంగా వేరువేరు పొడవులు, వెడల్పులు గల దీర్ఘచతురస్రాలను ఎన్నింటిని గీయగలము. (భుజాల పొడవులు ధనపూర్ణ సంఖ్యలు)

సాధన : చుట్టుకొలత = 32 సెం.మీ

చుట్టుకొలతలో సగము $= \frac{32}{2}$ సెం.మీ = 16 సెం.మీ

అనగా పొడవు, వెడల్పుల మొత్తం 16 సెం.మీ అయ్యే విధంగా ఎన్ని దీర్ఘచతురస్రాలను నిర్మించగలమో పరిశీలించాలి. ఇంకొక విధంగా చెప్పాలంటే మీరు రెండు సంఖ్యల మొత్తం 16 అయ్యే విధంగా సంఖ్యల జతలను కనుగొనాలి. అవి

$(15, 1), (14, 2), (13, 3), (12, 4), (11, 5), (10, 6), (9, 7), (8, 8)$

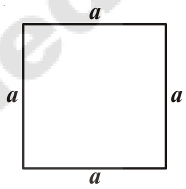
అనగా ఇలాంటి దీర్ఘచతురస్రాలను '8' గీయగలము.

© SCERT not to be republished

ఇవి చేయండి

1. ఒక చతురస్రాకార ఫొటోఫ్రేము భుజం = 0.75 మీటర్లు దాని చుట్టూ రంగు కాగితము చుట్టుటకు 1 మీటరు కాగితానికి ₹ 20 వంతున ఎంత ఖర్చగును?
2. ఒక తీగ పొడవు 44 సెం.మీ ఈ తీగను పయోగించి వేరువేరు పొడవు, వెడల్పున్న దీర్ఘచతురస్రాలను ఎన్నింటిని నిర్మించగలము?
3. నా దగ్గర 41సెం.మీ, పొడవు గల తీగవుంది. దీనితో పొడవులు ధనపూర్ణ సంఖ్యలయ్యే విధంగా దీర్ఘచతుస్రమును తయారుచేయగలనా? కారణాలు తెలియజేయండి?

10.2.2 క్రమరూప ఆకృతుల చుట్టుకొలత లేదా క్రమాకార ఆకృతుల చుట్టుకొలత



రేఖా ఖండాలచే ఏర్పడిన సంవృత పటాలను బహుభుజులు అంటాము. ఒక బహుభుజి యొక్క అన్ని భుజాలు, అన్ని కోణాలు సమానమైన దానిని క్రమబహుభుజి అంటారు.

సమబాహు త్రిభుజమనేది మూడు భుజాలు కలిగిన ఒక క్రమబహుభుజి

చతురస్రమనేది నాలుగు భుజాలు కలిగిన ఒక క్రమబహుభుజి

చతురస్రములో భుజాలన్నీ సమానం కావున

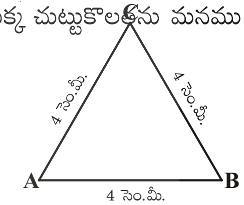
చతురస్రం యొక్క చుట్టుకొలత = భుజము + భుజము + భుజము + భుజము

= $a+a+a+a$

= $4a$

= 4 × భుజము

ఇపుడు భుజం 4 సెం.మీ గా గల సమబాహు త్రిభుజమును పరిశీలిద్దాం. దీని యొక్క చుట్టుకొలతను మనము కనుగొనగలమా?



ఈ సమబాహు త్రిభుజము యొక్క చుట్టుకొలత

= (4 + 4 + 4) సెం.మీ

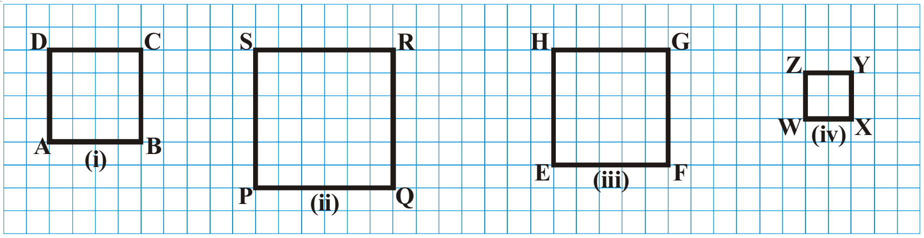
= 3 × 4 సెం.మీ = 12 సెం.మీ

అనగా 'a' భుజంగా గల ఏదేని సమబాహు త్రిభుజం యొక్క చుట్టుకొలత $3 \times a = 3a$ అని సామాన్యీకరించవచ్చు.

సమబాహు త్రిభుజం యొక్క చుట్టుకొలత = 3×భుజం పొడవు

ప్రయత్నించండి

1. కింది చతురస్రాల చుట్టుకొలతలను కనుగొనుము. పటాలన్నీ 1 సెం.మీ గ్రిడ్ (వల) పై నిర్మించబడినవి.



2. నీ పరిసరాలలో క్రమాకార వస్తువులను గుర్తించి వాని చుట్టుకొలతలను కనుగొనుము

© SCERT not to be republished

ఇతర క్రమకార ఆకృతులు లేదా ఇతర క్రమాకార బహుభుజులు

అన్ని భుజాలు, అన్ని కోణాలు సమానంగా గల జ్యామితీయ ఆకృతులను క్రమాకార ఆకృతులంటారని గుర్తుకు తెచ్చుకోండి. చతురస్రం, సమబాహు త్రిభుజాలు క్రమాకార ఆకృతులకు కొన్ని ఉదాహరణలు. అయితే 5 భుజాలు, 6 భుజాలు గల క్రమాకార ఆకృతులు (క్రమాకార బహుభుజులు) కూడా కలవు. ఇవి క్రమాకార బహుభుజులు కావున వీటి భుజాలన్నీ సమానము. వీని భుజాల పొడవుల మొత్తమే వీని చుట్టుకొలత అవుతుంది.

క్రమపంచభుజి (5 భుజాలు) యొక్క చుట్టుకొలత = 5× భుజం పొడవు

క్రమషడ్భుజి (6 భుజాలు) యొక్క చుట్టుకొలత = 6× భుజం పొడవు

క్రమ అష్టభుజి (8 భుజాలు) యొక్క చుట్టుకొలత = 8× భుజం పొడవు అని సమీకరించవచ్చు.

ఇవి చేయండి

8 సెం.మీ. భుజంగా గల ఒక క్రమపంచభుజి యొక్క చుట్టుకొలతను కనుగొనుము.

ఉదాహరణ 7 : 250 మీ. భుజం గల ఒక చతురస్రాకార పార్కు చుట్టూ కంచెవేయుటకు మీటరుకు ₹ 20 వంతున ఎంత ఖర్చు అగును?

సాధన : చతురస్రాకార పార్కు యొక్క చుట్టుకొలత = 4 × భుజం పొడవు

= 4 × 250 = 1000 మీ

1మీ కంచెవేయుటకు అయ్యే ఖర్చు = ₹ 20

మొత్తం అయ్యే ఖర్చు = ₹ 1000 × 20 = ₹ 20,000

ఉదాహరణ 8 : ఒక సమబాహు త్రిభుజం యొక్క చుట్టుకొలత 54 సెం.మీ అయిన దాని భుజమును కనుగొనుము

సాధన : సమబాహు త్రిభుము యొక్క చుట్టుకొలత = 3× భుజం పొడవు

భుజం పొడవు = $\frac{\text{చుట్టుకొలత}}{3} = \frac{54 \text{ సెం.మీ.}}{3}$ = 18 సెం.మీ

ఉదాహరణ 9 : 24 సెం.మీ పొడవు గల తీగతో ఈ క్రింది క్రమాకార ఆకృతులను తయారుచేసిన ప్రతి పటం యొక్క భుజాన్ని కనుగొనుము?

i) సమబాహు త్రిభుజము ii) చతురస్రము iii) క్రమషడ్భుజి

సాధన :

i) సమబాహు త్రిభుజము యొక్క చుట్టుకొలత = 3 × భుజము పొడవు

భుజం పొడవు = $\frac{24 \text{ సెం.మీ.}}{3}$ = 8 సెం.మీ

ii) చతురస్రము 4 భుజాలు గల క్రమబహుభుజి కనుక దీని చుట్టుకొలత = 4× భుజం పొడవు

$\frac{24 \text{ సెం.మీ.}}{4}$ = 6 సెం.మీ

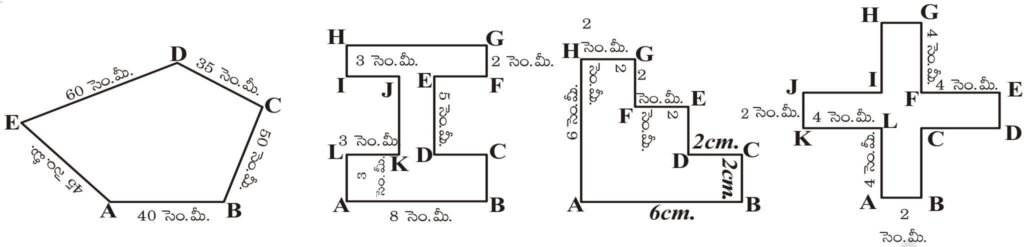
iii) క్రమషడ్భుజిలో 6 భుజాలుంటాయి. కనుక దీని చుట్టుకొలత = 6 × భుజంపొడవు

భుజం పొడవు = $\frac{24 \text{ సెం.మీ.}}{6}$ = 4 సెం.మీ

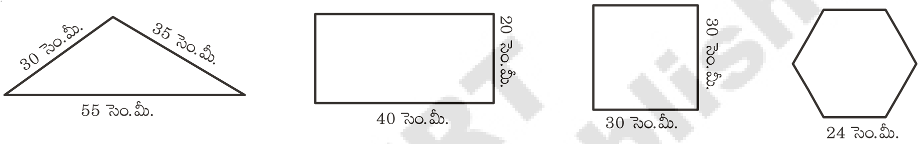
© SCERT not to be republished

అభ్యాసము - 10.1

1. కింది ఆకారాల చుట్టుకొలతలను కనుగొనండి?



2. కింది పటాల చుట్టుకొలతలను కనుగొనండి. ఈ పటాల చుట్టూ తీగను అమర్చవలెనన్న 1 సెం.మీ తీగ ఖరీదు ₹ 15 వంతున ఎంత ఖర్చు అగును.



3. 24 సెం.మీ పొడవు గల తీగతో పొడవు, వెడల్పులు పూర్ణసంఖ్యలుగా కల వేరువేరు కొలతలు గల దీర్ఘచతురస్రాలను ఎన్నింటిని నీవు చేయగలవు.

4. ఒక పూలచక్రం చతురస్రాకారంలో వుంది. దీని భుజం పొడవు 3.5మీ దీని చుట్టూ 4 వరుసలు తాడు చుట్టవలెనన్న మీటరు తాడు ఖరీదు ₹ 15 చొప్పున ఎంత ఖర్చు అగును.

5. 60 సెం.మీ పొడవు గల తీగతో ఈ క్రింది క్రమాకారాలను ఏర్పరిచిన వాని భుజం పొడవును కనుగొనండి?

   i) సమబాహు త్రిభుజము ii) చతురస్రం

   iii) క్రమషడ్భుజి iv) క్రమపంచభుజి

6. బంటి మరియు బబ్లీ ప్రతీరోజూ ఉదయము జాగింగ్‌కు వెళుతారు. బంటి 80 మీ. భుజం గల చతురస్రాకార పార్కు చుట్టూ పరుగెత్తుతాడు. బబ్లీ 90 మీ. పొడవు, 60 మీ. వెడల్పు గల దీర్ఘచతురస్రాకార పార్కు చుట్టూ పరుగెత్తుతోంది. ఇద్దరూ 3 సార్లు పరుగెత్తిన ఎక్కువ దూరము పరుగెత్తిన వారు ఎవరు? ఎంత దూరము ఎక్కువ పరుగెత్తారు.

7. ఒక దీర్ఘచతురస్రము యొక్క పొడవు దాని వెడల్పుకు రెండు రెట్లు వుంది. దీని చుట్టుకొలత 48 సెం.మీ అయిన దీర్ఘచతురస్రము యొక్క కొలతలను కనుగొనుము?

8. ఒకత్రిభుజము యొక్క రెండు భుజాలు వరుసగా 12 సెం.మీ, 14 సెం.మీ మరియు దీని చుట్టుకొలత 36 సెం.మీ అయిన మూడవ భుజమును కనుగొనుము?

9. ఈ క్రింది ఆకారాల చుట్టుకొలతలను కనుగొనుము

   i) 3 సెం.మీ; 4 సెం.మీ; 5 సెం.మీ ల భుజాలు గల త్రిభుజం

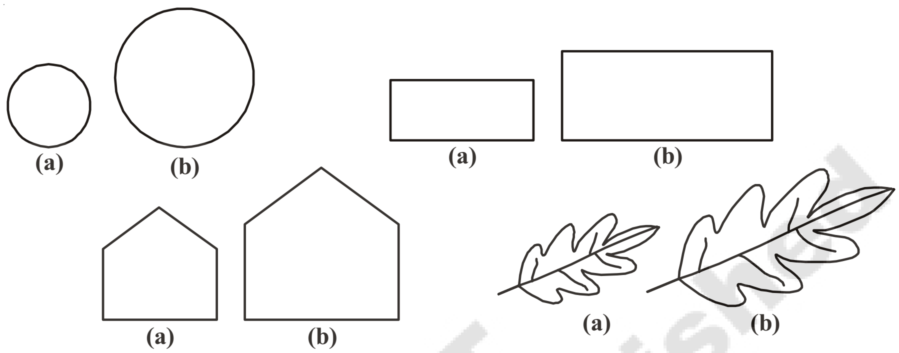
   ii) భుజము 9సెం.మీ లుగా గల సమబాహు త్రిభుజం

   iii) రెండు సమాన భుజాల పొడవు 8 సెం.మీ, మూడవ భుజం పొడవు 6 సెం.మీ లుగా గలిగిన సమద్విబాహు త్రిభుజం

© SCERT not to be republished

10.3 వైశాల్యము

క్రింది సంవృత పటాలను పరిశీలిద్దాం. ఇవన్నీ సమతలంపై కొంత ప్రదేశాన్ని ఆక్రమిస్తాయి. వీనిలో ఏవి ఎక్కువ ప్రదేశమును ఆక్రమిస్తాయో నీవు చెప్పగలవా? పటాల జతలను పరిశీలించి, ఎక్కువ ప్రదేశమును ఆక్రమించే పటాన్ని (✓) మార్కుచే గుర్తించండి?

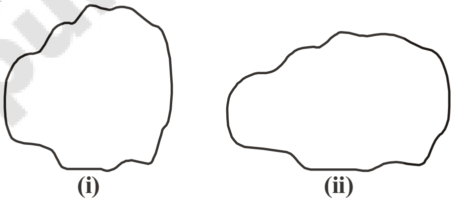


ఏదైనా ఒక సంవృత పటం ఆక్రమించే ప్రదేశాన్నే దాని వైశాల్యం అంటాం.

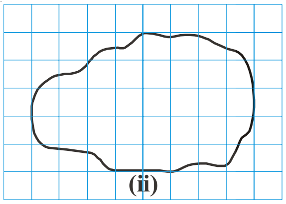
పైన పేర్కొన్న పటాలలో ఏది ఎక్కువ వైశాల్యాన్ని కలిగివుంటుందో నీవు చెప్పగలవు.

అయితే ఈ విధంగా అన్ని సందర్భాలలో చెప్పగలమా?

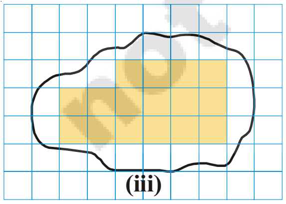
ఈ ప్రక్క పటాలను గమనించండి. వీనిలో దేని వైశాల్యము ఎక్కువ? ఇది చెప్పటం సులభమేనా? దీనిని తెలుసుకొనుటకు ఒక గ్రాఫ్ పేపరును ఉపయోగిద్దాం.



గ్రాఫ్ పేపరులో 1 సెం.మీ× 1 సెం.మీ కొలతలు గల చతురస్రాలుంటాయని మనకు తెలుసుకదా! ఈ గ్రాఫ్ పేపరుపై పై ఆకారాన్ని ఉంచి అంచు వెంబడి గీయండి.



ఒక ఆకారాన్ని, 1 సెం.మీ భుజం గల చతురస్రాలచే పూర్తిగా నింపడానికి ఎన్ని చతురస్రాలు అవసరమౌతాయో ఆ సంఖ్యను ఆ ఆకారం యొక్క వైశాల్యం అంటామని మనకు తెలుసు.



అయితే ఈ ఆకారాలచే ఆక్రమించబడిన ప్రదేశాలను పరిశీలించిన వానిలో కొన్ని చతురస్రాలలో పూర్తి ప్రదేశము ఆకారం లోపలే వుంది. కొన్ని చతురస్రాలలో సగం ప్రదేశము, కొన్నింటిలో సగం కంటే ఎక్కువ మరికొన్నింటిలో సగం కంటే తక్కువ ప్రదేశం ఆకారం లోపల ఉంది. సౌలభ్యం కొరకు సగం కంటే తక్కువ ప్రదేశమున్న చతురస్రాలను లెక్కించకుండా వదలివేస్తాం. సగం కంటే ఎక్కువ ప్రదేశము ఆకారం లోపలే వుంటే వానిని పూర్తి చతురస్రాలుగా పరిగణించి లెక్కిస్తాం. సగం ప్రదేశం మాత్రమే ఆకారం లోపలే వుండే అలాంటి రెండు చతురస్రాలను కలిపి ఒక చతురస్రంగా లెక్కిస్తాం. ఇలా అంచనా వేయడం వలన సగం కన్నా తక్కువ ఉన్న చతురస్రాలను వదిలి వేయడం సగం కన్నా ఎక్కువ ఉన్న చతురస్రాలను పూర్తిగా గణనలోనికి తీసుకొనడం సరి తూగినట్లేతుంది.

© SCERT not to be republished

ఈ విధంగా పటము (iii) లోని ఆకారము ఆక్రమించిన చతురస్రాలను లెక్కించి కింది పట్టికలో నింపుదాం.

	ఆక్రమించిన ప్రదేశము	వాని సంఖ్య	వైశాల్యము చ.సెం.మీలలో
i.	పూర్తి చతురస్రాలు	17	17
ii.	సగం ప్రదేశం మాత్రమే ఆక్రమించబడిన చతురస్రాలు	3	$3 \times \frac{1}{2}$
iii.	సగం కంటే ఎక్కువ ప్రదేశము ఆక్రమించబడిన చతురస్రాలు	4	4
iv.	సగం కంటే తక్కువ ప్రదేశము ఆక్రమించ బడిన చతురస్రాలు	5	0

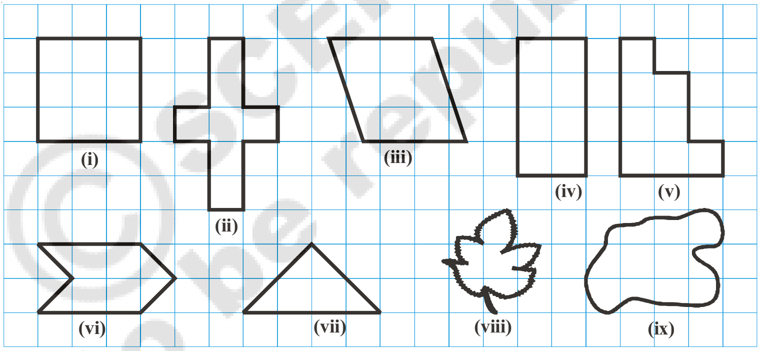
మొత్తం వైశాల్యము $= 17 + 3 \times \frac{1}{2} + 4 = 22\frac{1}{2}$ చ. సెం.మీ

ఈ విధంగా ప్రతీ ఆకారం యొక్క వైశాల్యమునూ అంచనా వేయవచ్చు పటములో రెండవ ఆకారం యొక్క వైశాల్యమును ఇదే విధంగా లెక్కించి రెండింటిలో ఏది ఎక్కువ వైశాల్యము కలిగివుందో నిర్ణయించుము

ప్రయత్నించండి

చతురస్ర గళ్ళను లెక్కించుట ద్వారా కింది పటాల వైశాల్యాలు కనుగొనుము?

ఒక్కొక్క గడి వైశాల్యము 1 చ.సెం.మీ

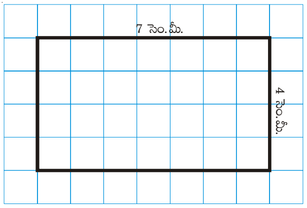


ఇవి చేయండి

1. ఆకులను, పూలరేకులను గళ్ళ కాగితం పై ఉంచి వాటి అంచుల వెంబడి గీచి వాని వైశాల్యములను కనుగొనుము?
2. గ్రాఫ్ పేపరు పై రేఖీయ ఆకృతులను గీచి, ఆ ఆకృతులు ఆక్రమించిన చతురస్రాలను లెక్కించుట ద్వారా వాని వైశాల్యమును అంచనా వేయుము.

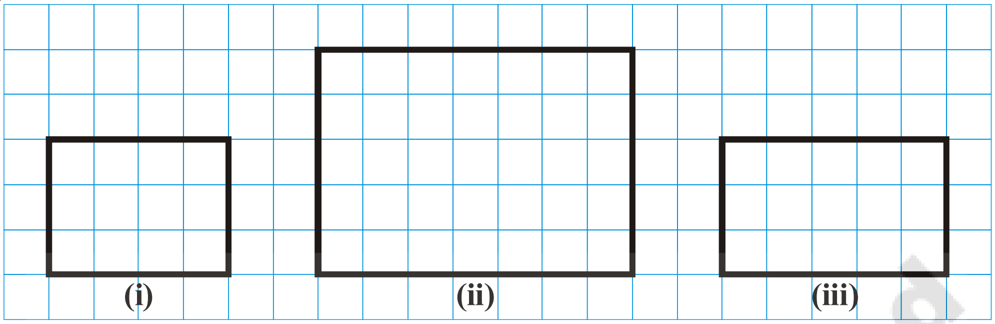
10.3.1 దీర్ఘచతురస్ర వైశాల్యము

గళ్ళ కాగితమును ఉపయోగించి పొడవు 7 సెం.మీ, వెడల్పు 4 సెం.మీ కొలతలు గల దీర్ఘచతురస్రము యొక్క వైశాల్యమును కనుగొనగలమా?



1సెం.మీ భుజం గల చతురస్రాలను కలిగిన గళ్ళ కాగితము పై పై కొలతలూ ఒక దీర్ఘచతురస్రమును నిర్మించిన అది 28 గళ్ళను ఆక్రమించటం గమనించవచ్చు. కనుక ఈ దీర్ఘచతురస్రము వైశాల్యము = 28 చ.సెం.మీ

పటమును పరిశీలించిన దీర్ఘచతురస్రము ఆక్రమించిన ప్రదేశములో వరుసకు 7 చతురస్రాలు చొప్పున 4 వరుసలు కలవు. కనుక మొత్తం చతురస్రాల (గళ్ళ) సంఖ్య = 7×4= 28



ఇచ్చట 28ను దీర్ఘచతురస్రము యొక్క వైశాల్యము. 7ను దీర్ఘచతురస్రము యొక్క పొడవు, 4ను దీర్ఘచతురస్రము యొక్క వెడల్పు గా గమనించవచ్చు.

కింది కొలతలలో దీర్ఘచతురస్రాలను గళ్ళ పేపరు (గ్రాఫ్ పేపరు) పై నిర్మించి అది ఆక్రమించిన గళ్ళను (చతురస్రాలను) లెక్కించుట ద్వారా దీర్ఘచతురస్రాల వైశాల్యాన్ని కనుగొనుము మరియు దీర్ఘచతురస్రాల పొడవు, వెడల్పుల లబ్ధాన్ని కనుగొనుము. ఫలితాల నుంచి నీవేమి ఊహించగలవు.

క్ర.సంఖ్య	పొడవు	వెడల్పు	చదరాల సంఖ్య (వైశాల్యం)	పొడవు × వెడల్పు దీర్ఘ చతురస్ర వైశాల్యం
1.	4	3	12	4 × 3 = 12 చ. సెం.మీ.
2.				
3.				

పై ఫలితాలు మరియు చర్చ నుంచి

దీర్ఘచతురస్ర వైశాల్యము = పొడవు × వెడల్పు అని నిర్ధారించగలము.

ఇపుడు మనము గ్రాఫ్ పేపరు (గళ్ళకాగితము) ఉపయోగించ కుండా దీర్ఘచతురస్ర వైశాల్యం కనుగొందాం. ఉదాహరణకు పొడవు 6సెం.మీ, వెడల్పు 4 సెం.మీ కొలతలు గల దీర్ఘచతురస్ర వైశాల్యమును కనుగొందాం.

దీర్ఘచతురస్ర వైశాల్యం = పొడవు×వెడల్పు = 6×4 = 24 చ.సెం.మీ

ప్రయత్నించండి

ఒకే చుట్టుకొలత కలిగిన రెండు వేరువేరు దీర్ఘచతురస్రాలను గీయుము. వాని వైశాల్యాలను పోల్చుము అవి సమానమేనా? ఒకే చుట్టుకొలత కలిగిన రెండు వేరు వేరు చతురస్రాలను నీవు గీయగలవా?

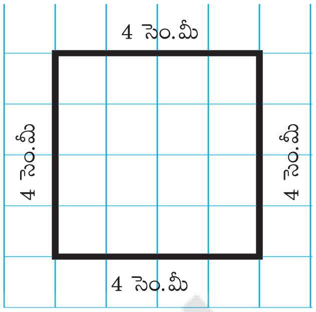
ఇవి చేయండి

వైశాల్యం కనుగొనండి.

1. నీ తరగతి గది యొక్క నేల. 2. మీ ఇంటిలో ఒక తలుపు. 3. నీ తరగతి గదిలో నల్లబల్ల.

© SCERT not to be republished

10.3.2 చతురస్ర వైశాల్యము



4 సెం.మీ భుజముగల ఒక చతురస్రాన్ని తీసుకుందాం. దీనిని గళ్ళకాగితముపై (గ్రాఫ్ పేపర్ పై)

పటములో చూపిన విధంగా అమర్చి పరిశీలిస్తే అది వరుసకు 4 గళ్ళు చొప్పున 4 వరుసలు అనగా మొత్తము 16 గళ్ళను ఆక్రమించినట్లుగా గమనించవచ్చు.

కనుక దీని వైశాల్యము = 16 చ.సెం.మీ = 4 × 4 చ.సెం.మీ

ఇచ్చట చతురస్ర భుజము 4 గా గమనించగలరు. మరియు పొడవు, వెడల్పులు సమానంగా గల దీర్ఘచతురస్రమునే, చతురస్రమంటారని కూడా గమనించగలరు. ఈ ఫలితం నుండి చతురస్ర వైశాల్యానికి సూత్రమును ఊహించగలవా?

ప్రయత్నించండి.

చతురస్రాల భుజాల కొలతలు క్రింద ఇవ్వబడినాయి వానిని గ్రాఫ్ పేపర్ పై గీచి గళ్ళను లెక్కించుట ద్వారా వైశాల్యమును కనుగొనుము భుజము×భుజము యొక్క విలువను కనుగొనుము? ఈ ఫలితాల నుంచి నీవేమి ఊహించగలవు.

i) 4 సెం.మీ   ii) 6 సెం.మీ   iii) 2 సెం.మీ   iv) 8 సెం.మీ

పై చర్చ మరియు ఫలితాల నుంచి

చతురస్ర వైశాల్యము = భుజము × భుజము అని నిర్ధారించగలము.

= (భుజము)^2

ఉదాహరణ 10 : 144 సెం.మీ, 100సెం.మీ కొలతలు వరుసగా పొడవు, వెడల్పులుగా గల ప్రదేశాన్ని పొడవు 12 సెం.మీ, వెడల్పు 5 సెం.మీ గల టైల్స్‌తో నింపవలెనన్న ఎన్ని టైల్స్ కావలెను?

సాధన : టైల్స్ నింపవలసిన ప్రదేశము యొక్క పొడవు = 144 సెం.మీ

వెడల్పు = 100 సెం.మీ

టైల్స్ నింపవలసిన ప్రదేశము యొక్క వైశాల్యము = 144 సెం.మీ × 100 సెం.మీ

= 14,400 చ. సెం.మీ

ఒక్కొక్క టైల్ యొక్క పొడవు = 12 సెం.మీ

వెడల్పు = 5 సెం.మీ

ఒక్కొక్క టైల్ యొక్క వైశాల్యము = 12 సెం.మీ. × 5 సెం.మీ

= 60 చ.సెం.మీ

∴ కావలసిన టైల్స్ సంఖ్య = $\frac{\text{టైల్స్ నింపవలసిన ప్రదేశ వైశాల్యం}}{\text{ఒక టైల్ వైశాల్యం}} = \frac{14400}{60}$

= 240 టైల్స్

© SCERT not to be republished

ఉదాహరణ 11 : ఒక దీర్ఘచతురస్రము, ఒక చతురస్రము చుట్టుకొలతలు సమానము. దీర్ఘచతురస్రము యొక్క పొడవు, వెడల్పులు వరుసగా 35 సెం.మీ, మరియు 25 సెం.మీ అయిన రెండింటిలో దేని వైశాల్యము ఎక్కువ? ఎంత ఎక్కువ?

సాధన : దీర్ఘచతురస్రము యొక్క చుట్టుకొలత = 2 (పొడవు+ వెడల్పు)

= $2 (35 + 25) = 2 \times 60 = 120$ సెం.మీ

∴ కనుక చతురస్రము యొక్క చుట్టుకొలత = 120 సెం.మీ

చతురస్ర భుజము = $\frac{120}{4} = 30$ సెం.మీ

∴ చతురస్ర వైశాల్యము = (భుజము)^2 = $(30)^2 = 900$ చ. సెం.మీ

మరియు దీర్ఘ చతురస్ర వైశాల్యము = పొడవు × వెడల్పు

= $35 \times 25 = 875$ చ. సెం.మీ

అనగా చతురస్ర వైశాల్యము, దీర్ఘచతురస్ర వైశాల్యం కంటే (900 - 875) చ. సెం.మీ = 25 చ. సెం.మీ ఎక్కువ.

ఉదాహరణ 12 : 4 మీ. పొడవు, 68 సెం.మీ.ల వెడల్పు గల ఒక దీర్ఘ చతురస్రము యొక్క వైశాల్యమును చ. సెం.మీ. లలో కనుగొనుము?

సాధన : దీర్ఘ చతురస్రము యొక్క పొడవు = 4 మీ. = 400 సెం.మీ

వెడల్పు = 68 సెం.మీ.

దీర్ఘచతురస్ర వైశాల్యము = పొడవు × వెడల్పు

= 400 × 68

= 27,200 చ.సెం.మీ

ఉదాహరణ 13 : 40 మీ. పొడవు గల ఒక దీర్ఘచతురస్రము యొక్క వైశాల్యము 1,120 చ.మీ. అయిన దాని వెడల్పును కనుగొనుము?

సాధన : దీర్ఘచతురస్రము పొడవు = 40 మీ.

దీర్ఘచతురస్ర వైశాల్యము = 1,120 చ.మీ

కానీ దీర్ఘచతురస్ర వైశాల్యము = పొడవు × వెడల్పు

కావున వెడల్పు = $\frac{\text{వైశాల్యం}}{\text{పొడవు}} = \frac{1120}{40} = 28$ మీ

ఉదాహరణ 14 : 5 మీ. పొడవు, 4 మీ.ల వెడల్పు గల స్థలములో 5 మొక్కల పాదులు తీయబడినాయి. మొక్కల పాదులన్నీ 1 మీ. భుజం గల చతురస్రాలైన మిగిలిన ప్రదేశం యొక్క వైశాల్యమును కనుగొనుము?

సాధన : స్థలము యొక్క వైశాల్యము = పొడవు × వెడల్పు

= 5 × 4 చ.సెం.మీ

= 20 చ.సెం.మీ

ఒక్కొక్క మొక్క పాదు యొక్క వైశాల్యము = 1 × 1 = 1 చ.సెం.మీ.

5 మొక్కల పాదుల యొక్క మొత్తం వైశాల్యము = 5 చ.సెం.మీ.

మిగిలిన ప్రదేశము యొక్క వైశాల్యము = 20 – 5 = 15 చ.సెం.మీ.

© SCERT not to be republished

అభ్యాసము - 10.2

1. క్రింది కొలతలు గల దీర్ఘచతురస్రాల వైశాల్యాలను కనుగొనుము?

   i) 50 సెం.మీ మరియు 20 సెం.మీ ii) 65 మీ మరియు 45 మీ

   iii) 25 సెం.మీ మరియు 16 సెం.మీ iv) 7 కి.మీ మరియు 19 కి.మీ

2. కింది కొలతలు భుజాలుగా గల చతురస్రాల వైశాల్యమును కనుగొనుము?

   i) 26 మీ ii) 17 మీ iii) 52 సెం.మీ. iv) 8 సెం.మీ

3. ఒక దీర్ఘచతురస్రాకార పటము యొక్క వైశాల్యము 1,125 చ. సెం.మీ దాని వెడల్పు 25 సెం.మీ అయిన దాని పొడవును కనుగొనుము?

4. ఒక దీర్ఘచతురస్రాకార పొలము యొక్క పొడవు 60 మీ దీని వెడల్పు, దీని పొడవులో సగము అయిన దాని వైశాల్యమును కనుగొనుము?

5. ఒక చతురస్రాకార కాగితము యొక్క చుట్టుకొలత 40 సెం.మీ. అయిన దీని భుజాన్ని మరియు వైశాల్యాన్ని కనుగొనుము?

6. ఒక దీర్ఘచతురస్రాకార ఫ్లాటు యొక్క వైశాల్యము 2400 చ.మీ. దీని పొడవు, వెడల్పులు 3:2 నిష్పత్తిలో వున్న దీని చుట్టుకొలతను కనుగొనుము?

7. ఒక గది యొక్క పొడవు, వెడల్పులు వరుసగా 6 మీ. మరియు 4 మీ. అయితే దీని నేలంతటికి కార్పెట్ పరుచుటకు కావలసిన కార్పెట్ వైశాల్యం ఎంత? 1 చ.మీ. కార్పెట్ ఖరీదు ₹ 240 చొప్పున ఎంత ఖర్చు అవుతుంది?

8. ఒక చతురస్రం మరియు ఒక దీర్ఘచతురస్రాల చుట్టుకొలతలు సమానం. చతురస్రం యొక్క భుజం 72 మీ. మరియు దీర్ఘ చతురస్రం యొక్క పొడవు 80 మీ. అయిన దేని వైశాల్యం ఎక్కువ? ఎంత ఎక్కువ?

9. ఒక చతురస్రం యొక్క వైశాల్యం 49 చ.సెం.మీ. దీని చుట్టుకొలతలో సమానమైన చుట్టుకొలత గల దీర్ఘచతురస్రం యొక్క పొడవు 9.3 సెం.మీ. అయిన దీర్ఘచతురస్రం యొక్క వెడల్పు ఎంత? దేని వైశాల్యం ఎక్కువ?

10. రాహుల్‌కు 400 మీ. × 200 మీ. కొలతలు గల దీర్ఘచతురస్రాకార పొలం కలదు. ఇతని మిత్రుడు రాముకు 300 మీ. భుజంగా గల చతురస్రాకార పొలం కలదు. ఈ రెండింటి చుట్టూ కంచె వేయుటకు మీటరుకు రు. 150 వంతున ఎంత ఖర్చు అగును. 10 చ.మీ.ల ప్రదేశములో ఒక చెట్టును నాటిన ఎవరి పొలంలో ఎక్కువ చెట్లను నాటవచ్చు? ఎన్ని ఎక్కువ చెట్లను నాటవచ్చు?

11. ఒక దీర్ఘచతురస్రాకార నేల యొక్క పొడవు దాని వెడల్పు కంటే 20 మీ. ఎక్కువ. దాని చుట్టుకొలత 280 మీ. అయిన దాని పొడవు ఎంత?

12. 240 మీ. × 200 మీ. కొలతలు గల దీర్ఘచతురస్రాకార స్థలమునకు కంచె వేయుటకు మీటరుకు ₹ 30 వంతున ఎంత ఖర్చు అగును?

13. 120 మీ. భుజంగా గల ఒక చతురస్రాకార పొలమును గడ్డి మైదానంగా మార్చుటకు చదరపు మీటరుకు ₹ 35 వంతున ఎంత ఖర్చు అవుతుంది?

© SCERT not to be republished

14. ఈ కింది సందర్భాలలో దీర్ఘచతురస్రము యొక్క వైశాల్యం ఏ విధంగా మారుతుంది.

i) పొడవు, వెడల్పులు రెండు రెట్లు అయిన ii) పొడవు 2 రెట్లు, వెడల్పు 3 రెట్లు అయిన

15. ఈ కింది సందర్భములలో చతురస్రము యొక్క వైశాల్యము ఏ విధంగా మారుతుంది.

i) భుజము పొడవు రెట్టింపు అయిన ii) భుజము పొడవు సగం అయిన

మనం నేర్చుకున్నది.

1. ఒక సంవృత పటం చుట్టూ దాని సరిహద్దు వెంట ఒకసారి తిరిగి రావడానికి ప్రయాణించవలసిన దూరమునే దాని చుట్టుకొలత అంటారు.

2. i) దీర్ఘచతురస్రము యొక్క చుట్టుకొలత = 2 × (పొడవు + వెడల్పు)

   ii) చతురస్రము యొక్క చుట్టుకొలత = 4 × భుజం పొడవు

   iii) సమబాహు త్రిభుజం యొక్క చుట్టుకొలత = 3 × భుజం పొడవు

3. i) అన్ని భుజాలు, కోణాలు సమానంగా గల సంవృత పటాలను క్రమబహుభుజులు అంటాము.

   ii) ఒక క్రమబహుభుజి యొక్క చుట్టుకొలత, దాని భుజాల సంఖ్య మరియు భుజము యొక్క పొడవుల లబ్దానికి సమానము.

4. ఒక సంవృత పటము ఆక్రమించిన ప్రదేశమునే దాని వైశాల్యము అంటాము.

5. గళ్ళ కాగితము లేదా గ్రాఫ్ పేపరును ఉపయోగించి ఒక సంవృత పటము యొక్క వైశాల్యమును అంచనావేయుటకు ఈ క్రింది పద్ధతులను ఉపయోగిస్తాము.

   i) సగం కంటే తక్కువ భాగమున్న చతురస్రాలను వదలివేయుము.

   ii) సగం కంటే ఎక్కువ భాగమున్న చతురస్రాలను పూర్తి చతురస్రాలుగా పరిగణించి లెక్కించుము.

   iii) సగభాగం వున్న చతురస్రాల వైశాల్యమును $\frac{1}{2}$ చ.సెం.మీ గా భావించి ఇలాంటి రెండు చతురస్రాలను కలిపి ఒకటిగా లెక్కించుము.

6. i) దీర్ఘచతురస్ర వైశాల్యము = పొడవు × వెడల్పు

   ii) చతురస్ర వైశాల్యము = భుజము × భుజము

   iii) ఒకే చుట్టుకొలతలు గల ఒక దీర్ఘచతురస్రం, ఒక చతురస్రంలలో చతురస్ర వైశాల్యం ఎక్కువగా వుంటుంది.

© SCERT not to be republished