8

கூறெடுப்பு முறைகளும் புள்ளியியல் அனுமானித்தலும்

பாண்டுரங்க வாசுதேவ் சுகாத்மி
(ஜூலை 27, 1911 - ஜனவரி 28, 1997)

அறிமுகம்

பாண்டுரங்க வாசுதேவ் சுகாத்மி (1911-1997) என்பவர் பத்மபூஷண் விருது வென்ற இந்திய புள்ளியியல் நிபுணர் ஆவர். 1940–ம் ஆண்டுகளில் சமவாய்ப்பு கூறெடுப்பு முறைகளை விவசாய புள்ளியியல் மற்றும் காலம் சார்ந்த புள்ளியியலில் முதன்முதலாக பயன்படுத்தினார். இந்திய விவசாய புள்ளியியல் ஆராய்ச்சி நிறுவனம் தொடங்குவதற்கு காரணமாக இருந்தவர். அவருடைய பணியின் ஒரு பகுதியாக ரோம் நாட்டில் அமைந்துள்ள உணவு மற்றும் விவசாய கழகத்தில், உலகில் நிலவும் பசிக்கொடுமையின் பல்வேறு பரிமாணங்களை தீர்மானித்து அதற்கேற்ப உணவு வழங்குவதற்கான பல புள்ளியியல் முறைகளை உருவாக்கினார். புரதச்சத்து இடைவெளிக்கான அளவு மற்றும் தன்மையை அளவிடுவதற்கான புள்ளியியல் முறைகளையும் உருவாக்கினார்.

ஒவ்வொரு புள்ளியியல் ஆய்விலும், ஒரு குழுவைச் சார்ந்த, உறுப்புகளின் பண்புகளைப் பற்றி அறிவதே நமது நோக்கமாகும். ஒரு தொகுதி அல்லது குழுவில் உள்ள அனைத்து உறுப்புகளையும், புள்ளியியல் ஆய்வுக்கு உட்படுத்துவது, முழுமைக் கணக்கிடல் முறை எனப்படும். சில சமயங்களில் ஆய்வில் உள்ள அனைத்து உறுப்புகளையும் ஆராய்ந்து அறிவது கடினமான ஒன்றாகும். ஆகையால், கூறெடுத்தல் என்ற முறையைப் பயன்படுத்தி ஆய்வில் உள்ள ஒரு பகுதி உறுப்புகளை மட்டும் தேர்ந்தெடுத்து, அவற்றின் சிறப்பியல்புகளை மதிப்பிடுவதன் மூலம் முழுமைத் தொகுதியைப் பற்றி அறிந்து கொள்ளலாம்.

(i) இல்லத்தரசி, சமையல் செய்யும் பொழுது, எதை சமைத்தாலும். அதன் சுவைப்பற்றி அறிய ஒரு தேக்கரண்டி அளவு சுவைப்பது.

(ii) நோயின் தன்மை அறிய, சில துளி ரத்தத்தின் மூலம் சோதித்து அறிவது.

(iii) ஒரு தானிய வியாபாரி, மொத்த தானியத்தின் தரம் அறிய ஒரு கைப்பிடி அளவு தானியத்தை சோதிப்பது

போன்றவை கூறெடுத்தலுக்கான பொருத்தமான எடுத்துக்காட்டுகள் ஆகும். இங்கு, கூறுகளின் மூலம் பெறப்படும் விவரங்களைப் பொறுத்து, முடிவுகள் எடுக்கப்படுகின்றன. எனவே, கூறெடுத்தல் என்பது முழுமைத் தொகுதியின் தன்மையை பிரதிபலிக்கும், ஒரு சிறிய பகுதியை தெரிவு செய்வது ஆகும்.

C1664C

கற்றல் நோக்கங்கள்

இந்த அத்தியாயத்தைப் படித்த பின்பு பின்வரும் பாடக்கருத்துக்களை மாணவர்கள் புரிந்து கொள்ள இயலும்.

- கூறெடுப்பு முறைகள்
- சமவாய்ப்பு கூறெடுப்பு
- எளிய சமவாய்ப்பு கூறெடுப்பு முறை
- படுகை சமவாய்ப்பு கூறெடுப்பு
- முறைபடுத்திய கூறெடுப்பு
- கூறெடுப்பு முறைசார்ந்த மற்றும் முறைசாரா பண்புகள் கூறெடுப்பு பரவல்
- புள்ளியில் அனுமானங்கள்
- மதிப்பிடும் முறை
- கருதுகோள் சோதனை

XII Std - Business Maths & Stat TM Chapter 8.indd 182 3/5/2020 12:54:52 PM

8.1 கூறெடுத்தல் (Sampling)

ஒரு முழுமை தொகுதியிலிருந்து, ஒரு சிறிய பகுதியை கூறுகளாக (மாதிரியாக) தெரிவு செய்யும் முறை கூறெடுத்தல் (Sampling) அல்லது மாதிரி எடுத்தல் என்று அழைக்கப்படுகிறது. இது நம் அன்றாட வாழ்க்கையில் பயன்படுத்தப்படுகிறது.

8.1.1 கூறெடுத்தலின் அடிப்படை கருத்துருக்கள் (Basic concepts of sampling)

முழுமைத் தொகுதி (Population)

முழுமைத் தொகுதி என்பது ஆய்விற்கு தேவையான அனைத்து கூறுகள் அல்லது அனைத்து உறுப்புகளின் தொகுப்பைக் குறிக்கும். முழுமைத் தொகுதிக்கு எடுத்துக்காட்டுகளாக ஒரு நாளில் / வாரத்தில் / மாதத்தில் தயாரிக்கப்படும் இரு சக்கர வாகனங்களின் எண்ணிக்கை, நான்கு சக்கர வாகனங்களின் எண்ணிக்கை, மின்விசிறிகள், தொலைக்காட்சி பெட்டிகள், எழுதும் சுண்ணாம்பு துண்டுகள் தயாரிப்பு ஆகியவற்றின் எண்ணிக்கை மற்றும் மாணவர்கள், பெண்கள், ஆண்கள் ஆகியோரின் எண்ணிக்கை, போன்றவற்றைக் குறிப்பிடலாம்.

முடிவுறு மற்றும் முடிவுறா முழுமைத் தொகுதி (Finite and infinite population):

ஒரு குழுவில் உள்ள உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை எண்ணிடத்தக்கதாக இருப்பின், அது முடிவுறு முழுமைத் தொகுதி எனப்படும்.

ஒரு பள்ளியில் பயிலும் பன்னிரெண்டாம் வகுப்பு மாணவர்களின் எடை அல்லது உயரம் ஆகியவற்றை முடிவுறு தொகுதிக்கு எடுத்துக்காட்டாக கூறலாம்.

ஒரு முழுமைத்தொகுதியிலுள்ள உறுப்புகள் எண்ணற்றவையாக இருப்பின், அம்முழுமைத் தொகுதி முடிவுறா முழுமைத் தொகுதி எனப்படும், ஒரு மூட்டையில் உள்ள தானியங்களின் எண்ணிக்கை அளவையும், ஒரு நோயாளியின் உடலில் உருவாகியுள்ள கிருமிகளின் எண்ணிக்கை அளவையும் முடிவுறா முழுமைத்தொகுதிக்கு எடுத்துக்காட்டுகளாகக் கூறலாம்.

கூறு மற்றும் கூறின் அளவு (Sample and sample size)

முழுமைத் தொகுதியின் தன்மையைப் பிரதிபலிக்கும் வகையில், முழுமை தொகுதியில் தெரிவு செய்யப்படும் ஒரு பகுதி, மாதிரி அல்லது கூறு (Sample) என்று அழைக்கப்படுகிறது. அக்கூறிலுள்ள உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை, கூறின் அளவு (Sample size) என்று அழைக்கப்படுகிறது.

முழுமைத் தொகுதி பண்பளவை மற்றும் கூறு பண்பளவை (Parameter and statistic)

முழுமைத் தொகுதி பண்பளவை: முழுமைத் தொகுதியின் புள்ளியியல் மாறிகளான சராசரி (μ), பரவற்படி (σ^2) ஆகியன முழுமைத் தொகுதியின் பண்பளவைகளாகும். அவற்றைத் தொகுதிப் பண்பளவை (Parameter) என்று அழைப்பர்.

கூறு பண்பளவை : கூறுகளிலிருந்து கணக்கிடப் பட்ட எந்தவொரு புள்ளிவிவர அளவையும் கூறு பண்பளவை (Statistic) அல்லது மாதிரிப் பண்பளவை என்று அழைக்கப்படும்.

கூறு சராசரி $\bar{x}$, கூறுபரவற்படி (s^2) போன்றவை கூறுபண்பளவைகள் ஆகும்.

குறிப்பு

நடைமுறையில், தொகுதிப் பண்பளவை களின் மதிப்புகள் தெரியாதபோது, கூறு பண்பளவை (மாதிரி) மதிப்புகளின் அடிப்படையில் தொகுதி பண்பளவைகளின் மதிப்புகள் கணக்கிடப் பட்டு பயன்படுத்தப்படுகின்றன.

கூறெடுத்தலின் வகைகள் (Types of sampling)

முழுமை தொகுதியிலிருந்து கூறுகளை தேர்ந்தெடுக்கும் உத்தி அல்லது முறையானது, கூறு (மாதிரி) எடுத்தல் கருத்தியலில் அடிப்படை முக்கியத்துவம் வாய்ந்தது ஆகும். இது பொதுவாக விவரங்களின் தன்மை மற்றும் விசாரணையின் வகை ஆகியவற்றைப் பொறுத்தே அமையும். கூறுகளைத் தேர்ந்தெடுப்பதற்கான நடைமுறைகள் பரவலாகக் கீழ்க்கண்டவாறு வகைப்படுத்தப் படுகிறது.

1. சமவாய்ப்பு அற்ற கூறெடுப்பு அல்லது நிகழ்தகவு சாரா கூறெடுப்பு
2. சமவாய்ப்பு கூறெடுப்பு அல்லது நிகழ்தகவு சார்ந்த கூறெடுப்பு

சமவாய்ப்பு கூறெடுப்பு அல்லது நிகழ்தகவு சார்ந்த கூறெடுப்பு (Random sampling or Probability sampling)

சமவாய்ப்பு கூறெடுப்பு என்பது முழுமைத் தொகுதியிலிருந்து கூறுகளை சமவாய்ப்பு முறையில்

XII Std - Business Maths & Stat TM Chapter 8.indd 183 3/5/2020 12:54:52 PM

தேர்ந்தெடுப்பதைக் குறிக்கிறது. சமவாய்ப்பு மாறி என்பது முழுமை தொகுதியில் உள்ள ஒவ்வோர் உறுப்பும், கூறு அல்லது மாதிரியாக தேர்ந்தெடுக்கப் படுவதற்கான வாய்ப்பு சமமாக உள்ளது என்பதாகும்.

"முழுமை தொகுதியின் ஒவ்வோர் உறுப்பும் சமவாய்ப்பின்படி சேர்க்கப்பட வாய்ப்பைப் பெற்றுள்ளது".

– டாக்டர். யேட்ஸ்

"சமவாய்ப்பு கூறானது முழுமை தொகுதியில் உள்ள ஒவ்வோர் உறுப்பும் மாதிரியில் இடம் பெறுவதற்கு சமவாய்ப்பைப் பெற்றிருப்பதாகும்".

– ஹார்பர்

நிகழ்தகவு சார்ந்த கூறெடுப்பின் முறைகள் பின்வரு மாறு வகைப்படுத்தப்படுகிறது:

(i) எளிய சமவாய்ப்பு கூறெடுப்பு முறை

(ii) படுகை சமவாய்ப்பு கூறெடுப்பு முறை

(iii) முறைபடுத்திய கூறெடுப்பு முறை

(i) எளிய சமவாய்ப்பு கூறெடுப்பு முறை (Simple random sampling)

எளிய சமவாய்ப்பு கூறெடுப்பு முறையில் கூறு களைத் தெரிவு செய்யும் முறையானது முழுமைத் தொகுதியிலுள்ள ஒவ்வோர் உறுப்பும் சமமான மற்றும் சார்பற்ற வாய்ப்பைப் பெற வழி வகுக்கிறது.

எளிய சமவாய்ப்பு கூறெடுப்பினை, உறுப்பு களைத் திரும்பவும் வைக்கும் முறை (With Replacement) அல்லது திரும்ப வைக்கா முறை (Without replacement) என்னும் வகைகளில் நிகழ்த்தலாம். எளிய சமவாய்ப்புக் கூறெடுப்பை, திருப்பி வைக்கும் முறையில் தெரிவு செய்யும்போது ஏற்கனவே தெரிவு செய்யப்பட்ட ஒரு கூறு, பல முறை கூறெடுத்தலில் இடம்பெற வாய்ப்பு உள்ளது. எனவே எளிய சமவாய்ப்பு கூறெடுப்பில், திரும்ப வைக்கா முறையினைப் பின்பற்றலாம்:

N உறுப்புகளைக் கொண்ட முழுமைத் தொகுதியிலிருந்து எளிய சமவாய்ப்பு கூறெடுப்பு, திரும்ப வைக்கா முறையில் முதல் உறுப்பை தெரிவு செய்வதற்கான நிகழ் தகவு $\frac{1}{N}$ ஆகவும், இரண்டாவது உறுப்பை, மீதமுள்ள $(N-1)$ உறுப்புகளிலிருந்து தெரிவு செய்வதற்கான நிகழ் தகவு $\frac{1}{(N-1)}$ ஆகவும் காணலாம். எளிய சமவாய்ப்பு கூறெடுப்பு முறையில் முழுமைத் தொகுதியிலிருந்து கூறினைத் தெரிவு செய்ய பல முறைகள் இருந்தாலும் பின்வரும் இரண்டு முறைகள் பொதுவாகப் பயன்படுத்தப் படுகிறது. அவை கீழே விவரிக்கப்பட்டுள்ளது.

(A) குலுக்கல் முறை (Lottery method)

குலுக்கல் முறையானது நடைமுறையில் உள்ளதும், எளிதானதும் ஆகும். இம்முறையில், N உறுப்புகளைக் கொண்ட ஒரு முடிவுறு முழுமைத் தொகுதியில் உள்ள எல்லா உறுப்புகளையும் தனித் தனி எண்களால் குறிப்பிடவேண்டும். பிறகு முழுமைத் தொகுதியிலுள்ள அனைத்து அலகுகளின் எண்ணிக் கைக்கு ஏற்ப ஒரே அளவு, வடிவம் மற்றும் நிறம் இருக்குமாறு காகிதங்கள் தனித்தனித் துண்டுகளாக வெட்டப்பட்டுஅவற்றில்எண்கள்குறிக்கப்படுகின்றன. இவற்றை ஒரே மாதிரியாக மடித்து ஒரு கொள்கலனில் இட்டு நன்றாகக் குலுக்க வேண்டும். இதிலிருந்து தேவையான கூறின் அளவிற்கு ஏற்ப, தேவையான சீட்டுகளைத் தெரிவுசெய்யவேண்டும்.

எடுத்துக்காட்டாக, 100 மாணவர்களிலிருந்து 10 மாணவர்களைத் தேர்ந்தெடுப்பதாக வைத்துக் கொண்டால் ஒரே அளவுள்ள 100 துண்டு சீட்டுகளில் மாணவர்களின் பெயர் அல்லது பதிவு எண்ணை எழுதி, நன்றாகக் குலுக்கி, அதிலிருந்து பத்து சீட்டுகளை எடுத்து, அதன் மூலம் பத்து மாணவர் களைத் தேர்வு செய்ய வேண்டும். இம்முறையில் கூறுகள் முழுமைத் தொகுதியிலிருந்து கட்டுப்பாடற்ற முறையில் தெரிவு செய்யப்படுவதால், இதனைக் கட்டுப்பாடற்ற சமவாய்ப்பு கூறெடுப்பு என அழைக்கலாம்.

இவ்வகையான முறை பெரும்பாலும் குலுக்கல் பரிசுகள் வழங்குவதற்கு மிக அதிகமாகப் பயன் படுத்தப்படுகிறது. இருப்பினும் முழுமைத் தொகுதி யிலுள்ள உறுப்புகள் முடிவுறா எண்ணிக்கையில் இருந்தால் இம்முறையைப் பயன்படுத்த இயலாது.

(B) சமவாய்ப்பு எண்களின் அட்டவணை மூலம் கூறெடுக்கும் முறை (Table of Random Number)

முழுமைத்தொகுதியின் அளவு மிக அதிகமாக இருப்பின், குலுக்கல் முறைப்படி துண்டு சீட்டுகளில் எல்லா எண்களையும் குறிப்பது மிகவும் கடினமான ஒன்றாகும்.

இவ்வாறான சூழ்நிலையில் சமவாய்ப்பு எண்களால் ஆகிய அட்டவணை முறையினைப்

XII Std - Business Maths & Stat TM Chapter 8.indd 184 3/5/2020 12:54:53 PM

பயன்படுத்துவது மாற்றுவழி ஆகும். நடைமுறையில் அதிகம் பயனுள்ளதாகவும் எளிய மற்றும் செலவற்ற முறையில் கூறுகளைச் சமவாய்ப்பு முறையில், சமவாய்ப்பு எண்களின் அட்டவணையைக் கொண்டு தெரிவு செய்ய முடியும். 0,1,2,…,9 என்ற இலக்கங்களைக் கொண்டு வடிவமைக்கப்படும் சமவாய்ப்பு எண் அட்டவணையில் உள்ள எண்கள், ஒன்றையொன்று சார்ந்திராமலும் எண்களின் அமைப்பு ஏறத்தாழ அதே நிகழ்வெண் எண்ணிக்கையில் இருப்பதற்கேற்ப அமைக்கப் பட்டுள்ளன.

சமவாய்ப்பு எண் அட்டவணைகள் சில கீழே தரப்பட்டுள்ளன:

(a) L.H.C. டிப்பெட்டின் சமவாய்ப்பு எண் தொடர்

(b) பிஸர் மற்றும் யேட்ஸ்ஸின் சமவாய்ப்பு எண் தொடர்

(c) கென்டல் மற்றும் ஸ்மித் இன் சமவாய்ப்பு எண் தொடர்

(d) ராண்ட் கார்ப்பரேஷனின் சமவாய்ப்பு எண் தொடர்

நடைமுறையில், டிப்பெட்டின் சமவாய்ப்பு எண் அட்டவணை பரவலாக பயன்படுத்தப்படுகிறது. டிப்பெட்டின் அட்டவணையில் இடம்பெற்றுள்ள முதல் 40 சமவாய்ப்பு எண்களின் தொகுப்பு கீழே உள்ள அட்டவணையில் விளக்கப்பட்டுள்ளது.

2952	6641	3992	9792	7969	5911	3170	5624
4167	9524	1545	1396	7203	5356	1300	2693
2670	7483	3408	2762	3563	1089	6913	7991
0560	5246	1112	6107	6008	8125	4233	8776
2754	9143	1405	9025	7002	6111	8816	6446

ஒரு முழுமைத் தொகுதியிலுள்ள அளவிலிருந்து $N(\leq 99)$ இரண்டு இலக்க சமவாய்ப்பு எண்ணைத் தெரிவு செய்வதாக வைத்துக் கொண்டால், மேலே உள்ள சமவாய்ப்பு எண் அட்டவணையில் 00 முதல் 99 வரை எந்த எண்ணையும் தெரிவு செய்யலாம்.

இதேபோல், முழுமைத் தொகுதியின் அளவு $N(\leq 999)$ அல்லது $N(\leq 9999)$, எனில் மூன்று இலக்க சமவாய்ப்பு எண்களை 000 முதல் 999 வரை உள்ள எண்களையும் அல்லது நான்கு இலக்க சமவாய்ப்பு எண்களை 0000 முதல் 9999 வரை உள்ள எண்களையும் அட்டவணையிலிருந்து தேர்ந்தெடுக்கலாம்.

சமவாய்ப்பு கூறுகளைத் தேர்ந்தெடுக்கும் செயல் முறையின் படிநிலைகள் கீழ்க்கண்டவாறு:

1. முழுமைத்தொகுதியின் அலகுகளைக் கண்டறிந்து அதற்கு 1 முதல் N வரை எண்களைக் குறிப்பிடவும்.
2. சமவாய்ப்பு எண் அட்டவணையின் ஏதாவது ஒரு பக்கத்தினை சமவாய்ப்பு முறையில் தேர்ந்தெடுக்கவும்.
3. தேவையான கூறுகளை நிரல்கள், நிறைகள் அல்லது மூலைவிட்டவாரியாகத் தேர்ந்தெடுக்கவும்.

இந்த இலக்கங்கள் எவ்வாறு சமவாய்ப்பாக இருக்க முடியும் என கேள்வி எழலாம். அட்டவணையில் உள்ள இலக்கங்களை ஒழுங்கு முறையின்றி தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட போதிலும் அவற்றின் சமவாய்ப்பு தன்மையின் உத்திரவாதம் நடைமுறை சோதனையில் உள்ளது என்று சுட்டிக் காண்பிக்கலாம்.

டிப்பெட்ஸின் அட்டவணை

டிப்பெட்ஸின் அட்டவணை, பல சோதனைகளுக்கு உட்படுத்தப்பட்டு, பல ஆய்வுகளில் பயன்படுத்தப்பட்டு அதனுடைய சமவாய்ப்புத்தன்மை நடைமுறை நோக்கங்களுக்காக நன்கு நிறுவப் பட்டுள்ளது.

டிப்பெட்ஸின் சமவாய்ப்பு எண்கள் அட்டவணையை எவ்வாறு பயன்படுத்தலாம் என்பதை விளக்கும் ஒரு எடுத்துக்காட்டு கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. 6000 அளவுகள் கொண்ட தொகுதியிலிருந்து 20 உறுப்புகள் மட்டும் எடுக்கப்படவேண்டும். 6000 அளவுகளையும் 1 முதல் 6000 வரை எண்ணிடப்பட வேண்டும். டிப்பெட்ஸின் அட்டவணையின் ஏதேனும் ஒரு பக்கத்தை தெரிவு செய்து முதல் 20 எண்களைத் தெரிவு செய்ய வேண்டும். நாம் எடுத்துக்கொண்ட பக்கத்தில் 6000க்கு மேல் எண்கள் இருப்பின் அதைத் தவிர்த்து 1 முதல் 6000 வரையிலான அடுத்த எண்ணைத் தேர்ந்தெடுக்கவும். அந்த எண்களைக் கொண்டிருக்கும் உறுப்புகள் முழுமைத் தொகுதியிலிருந்து பெறப்பட்ட (தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட) கூறுகள் ஆகும். சமவாய்ப்பு அட்டவணையின் ஒரு பகுதி மட்டும் தெரிவு செய்யப்பட்டுத் தேவையான கூறுகள் நிழலிடப்பட்டுள்ளது. நாம் இதற்கு கூறுகளை தெரிவு செய்ய நிறைவாரியான தேர்வினை மேற்கொண்டுள்ளோம்.

XII Std - Business Maths & Stat TM Chapter 8.indd 185 3/5/2020 12:54:53 PM

2952	6641	3992	9792	7969	5911	3170	5624
4167	9524	1545	1396	7203	5356	1300	2693
2670	7483	3408	2762	3563	1089	6913	7991
0560	5246	1112	6107	6008	8125	4233	8776
2754	9143	1405	9025	7002	6111	8816	6446

முழுமைத் தொகுயின் அளவு 1000த்திலிருந்து நாம் 15 கூறுகளைத் தெரிவு செய்ய வேண்டுமெனில் முழுமைத் தொகுதி உறுப்புகளை 0001 முதல் 1000 வரை எண்ணிடப்பட வேண்டும். பின்பு 15 எண்களைக் சமவாய்ப்பு அட்டவணையிலிருந்து தெரிவு செய்யலாம்.

டிப்பெட்ஸின் அட்டவணையில் நான்கு இலக்க எண்கள் இடம் பெற்றுள்ளதால் இவ்வெண் களை (கூறுகளை) தேர்ந்தெடுக்கும் முறை மாறுபடுகிறது, அதாவது நாம் முதல் மூன்று இலக்கங்களை அட்டவணையிலுள்ள நான்கு இலக்க எண்ணிலிருந்து எடுத்துக் கொள்ள வேண்டும்.கொடுக்கப்பட்ட சமவாய்ப்பு எண் அட்டவணையின் ஒரு பகுதியை பயன்படுத்தி தேவையான சமவாய்ப்பு கூறுகளானது சிவப்பு நிறத்தில் நிழலிடப்பட்டுள்ளன. இங்கு நிறைவாரி யான சமவாய்ப்பு எண்ணை தேர்ந்தெடுக்கும் முறை கையாளப்படுகிறது,

2952	6641	3992	9792	7969	5911	3170	5624
4167	9524	1545	1396	7203	5356	1300	2693
2670	7483	3408	2762	3563	1089	6913	7991
0560	5246	1112	6107	6008	8125	4233	8776
2754	9143	1405	9025	7002	6111	8816	6446

முழுமைத் தொகுயின் அளவு 100லிருந்து நாம் 10 கூறுகளைத் தெரிவு செய்ய வேண்டுமெனில் முழுமைத் தொகுதி உறுப்புகளை 001 முதல் 100 வரை எண்ணிடப்பட வேண்டும். பின்பு 10 எண்களைக் சமவாய்ப்பு அட்டவணையிலிருந்து தெரிவு செய்யலாம்.

டிப்பெட்ஸின் அட்டவணையில் நான்கு இலக்க எண்கள் இடம் பெற்றுள்ளதால் இவ்வெண்களை (கூறுகளை) தேர்ந்தெடுக்கும் முறை மாறுபடுகிறது, அதாவது நாம் முதல் இரண்டு இலக்கங்களை அட்டவணையிலுள்ள நான்கு இலக்க எண்ணிலிருந்து எடுத்துக் கொள்ள வேண்டும். கொடுக்கப்பட்ட சமவாய்ப்பு எண் அட்டவணையின் ஒரு பகுதியை பயன்படுத்தி, தேவையான சமவாய்ப்பு கூறுகளானது சிவப்பு நிறத்தில் நிழலிடப்பட்டுள்ளன. இங்கு நிறைவாரி யான சமவாய்ப்பு எண்ணை தெரிவு செய்யும் முறை கையாளப்படுகிறது.

2952	6641	3992	9792	7969	5911	3170	5624
4167	9524	1545	1396	7203	5356	1300	2693
2670	7483	3408	2762	3563	1089	6913	7991
0560	5246	1112	6107	6008	8125	4233	8776
2754	9143	1405	9025	7002	6111	8816	6446

எளிய சம வாய்ப்பு கூறெடுப்பு முறையின் நிறைகள் மற்றும் குறைகள் (Merits and Demerits of Simple Random Sampling):

நிறைகள்

1. தனிப்பட்ட நபரின் விருப்பு, வெறுப்பு தவிர்க்கப் படுகிறது.
2. இது சிக்கனமான முறையாகும் ஏனெனில், பொருள் விரையம், காலவிரையம் மற்றும் அதிக உழைப்பு விரையமாவதை தவிர்க்கிறது.
3. முழுமைத் தொகுதியைப் பற்றி குறைந்தபட்ச தெளிவு முன்கூட்டியே தெரிந்திருப்பது இம்முறைக்கு போதுமானதாகும்.

குறைகள்

1. மாதிரியைத் தெரிவு செய்ய முழுமைத் தொகுதியின் முழுமையான விவரங்கள் தேவைப்படும், ஆனால் சமீபத்திய விவரங்கள் விசாரணைகளில் கிடைப்பதில்லை.
2. மாதிரியின் அளவு சிறியதாக இருக்கும் போது அவை முழுமைத் தொகுதியைப் பிரதிபலிப்ப தில்லை.

எடுத்துக்காட்டு 8.1

கேண்டல் – பாபிங்டன் ஸ்மித் (பி.பி. ஸ்மித்) வாய்ப்பு எண் அட்டவணையைப் பயன்படுத்தி 5–உறுப்புக்கள் கொண்ட வாய்ப்பு மாதிரியைத் தெரிவு செய்க.

23	15	75	48	59	01	83	72	59	93	76	24	97	08	86	95	23	03	67	44
05	54	55	50	43	10	53	74	35	08	90	61	18	37	44	10	96	22	13	43
14	87	16	03	50	32	40	43	62	23	50	05	10	03	22	11	54	36	08	34
38	97	67	49	51	94	05	17	58	53	78	80	59	01	94	32	42	87	16	95
97	31	26	17	18	99	75	53	08	70	94	25	12	58	41	54	88	21	05	13

XII Std - Business Maths & Stat TM Chapter 8.indd 186 3/5/2020 12:54:53 PM

தீர்வு:

23	15	75	48	59	01	83	72	59	93	76	24	97	08	86	95	23	03	67	44
05	54	55	50	43	10	53	74	35	08	90	61	18	37	44	10	96	22	13	43
14	87	16	03	50	32	40	43	62	23	50	05	10	03	22	11	54	36	08	34
38	97	67	49	51	94	05	17	58	53	78	80	59	01	94	32	42	87	16	95
97	31	26	17	18	99	75	53	08	70	94	25	12	58	41	54	88	21	05	13

கேண்டல் – பாபிங்டன் ஸ்மித்தின் சமவாய்ப்பு எண் அட்டவணையிலிருந்து 5 மாதிரிகளை பல முறைகளில் தெரிவு செய்யலாம். மேற்கண்ட பட்டியலிருந்து நமக்கு தேவையான எண்களைத் தெரிவு செய்ய ஏதாவது ஒரு நிரையிலிருந்தோ அல்லது ஏதாவது ஒரு நிரலிலிருந்தோ நாம் தொடங்கலாம். இங்கு நாம் 3–ஆம் நிரலில் உள்ள எண்களை தெரிவு செய்வதாகக் கொண்டால் முதல் எண் 75 ஆகவும் 3- ஆவது நிரலில் உள்ள மற்ற எண்களான 55,16,67 மற்றும் 26 ஆகியவை மற்ற உறுப்புகளாகும். எனவே 75,55,16,67 மற்றும் 26 ஆகிய எண்களைச் சமவாய்ப்பு மாதிரியாகத் தெரிவு செய்யலாம். மேலும் மாற்று வழிகள் மூலம் தெரிவு செய்யப்பட்ட 5– சமவாய்ப்பு மாதிரிகள் அட்டவணையில் நிழலிட்டுக் காண்பிக்கப்பட்டுள்ளன.

எடுத்துக்காட்டு 8.2

கீழ்க்கண்ட டிப்பெட்டின் சமவாய்ப்பு எண் அட்டவணையை பயன்படுத்தி காவேரி தெருவில் உள்ள 83 வீடுகளிலிருந்து 15 வீடுகள் கொண்ட ஒரு சமவாய்ப்பு மாதிரியை தெரிவு செய்க.

2952	6641	3992	9792	7969	5911	3170	5624
4167	9524	1545	1396	7203	5356	1300	2693
2670	7483	3408	2762	3563	1089	6913	7991
0560	5246	1112	6107	6008	8125	4233	8776
2754	9143	1405	9025	7002	6111	8816	6446

தீர்வு:

மாதிரி அளவு 15 உள்ள ஒரு மாதிரியை டிப்பெட்டின் சமவாய்ப்பு அட்டவணையிலிருந்து பல வழிகளில் தெரிவு செய்யலாம். முழுமைத் தொகுதியின் அளவு 83 (இரண்டு இலக்க எண்) ஆதலால் தொகுதியிலுள்ள 83 வீடுகளுக்கும் கதவு எண்கள் 1 முதல் 83 வரை உள்ள எண்களைக் கொண்டு குறியிட வேண்டும்.இப்போது இரண்டாம் நிரலிலிருந்து எண்களைத் தெரிவு செய்யத் தொடங்குவோம். அவை 66,74,52,39,15,34,11,14,13, 27,61,79,72,35,60 ஒருவேளை நாம் எடுக்கும் எண் 83 ஐ விட அதிகம் எனில் அவ்வெண்ணை விடுத்து 1 முதல் 83 வரை உள்ள அடுத்த எண்ணைத் தெரிவு செய்யவேண்டும்.

2952	6641	3992	9792	7969	5911	3170	5624
4167	9524	1545	1396	7203	5356	1300	2693
2670	7483	3408	2762	3563	1089	6913	7991
0560	5246	1112	6107	6008	8125	4233	8776
2754	9143	1405	9025	7002	6111	8816	6446

எடுத்துக்காட்டு 8.3

கீழ்க்கண்ட சமவாய்ப்பு எண் அட்டவணையைப் பயன்படுத்தி,

டிப்பெட்டின் சம வாய்ப்பு எண் அட்டவணை							
2952	6641	3992	9792	7969	5911	3170	5624
4167	9524	1545	1396	7203	5356	1300	2693
2670	7483	3408	2762	3563	1089	6913	7991
0560	5246	1112	6107	6008	8125	4233	8776
2754	9143	1405	9025	7002	6111	8816	6446

கீழ்க்கண்ட அட்டவணையில் வகைப்படுத்தப் பட்டுள்ள, ஒரு முழுமைத் தொகுதியில் உள்ள 8585 குழந்தைகளிலிருந்து 10 குழந்தைகளைக் கொண்ட மாதிரியை உருவாக்குக.

உயரம்(செ.மீ.)	105	107	109	111	113	115	117	119	121	123	125
குழந்தைகளின் எண்ணிக்கை	2	4	14	41	83	169	394	669	990	1223	1329
உயரம்(செ.மீ.)	127	129	131	133	135	137	139	141	143	145	
குழந்தைகளின் எண்ணிக்கை	1230	1063	646	392	202	79	32	16	5	2	

தீர்வு:

முதலாவதாக முழுமை தொகுதிலுள்ள 8585 குழந்தைகளுக்கும் கொடுக்கப்பட்ட அலைவெண் அட்டவணையைப் பயன்படுத்தி வரிசை எண் குறிப்பிட வேண்டும். உயரம் 105 செ.மீ. இல் 2 குழந்தைகள் உள்ளதால், இவ்விரு குழந்தைகளுக்கு 1, 2 என எண்கள் குறிப்பிடவேண்டும்.107 செ.மீ. உயரமுள்ள அடுத்த நான்கு குழந்தைகளுக்கு 3, 4, 5 மற்றும் 6 ஆகிய வரிசை எண்களை குறிக்க வேண்டும். இதேபோல் மற்ற உயரங்கள் கொண்ட

குழந்தைகளுக்கும் தொடர் வரிசை எண்களைக் கொண்டு குறியிட வேண்டும். கடைசியாக 145 செ.மீ. உயரமுள்ள குழுவில் இரண்டு குழந்தைகளுக்கு 8584 மற்றும் 8585 ஆகிய எண்களை குறியீடாக வழங்கலாம்.

உயரம் (செ.மீ.)	குழந்தைகளின் எண்ணிக்கை	குவிவு நிகழ்வெண்(f)
105	2	2
107	4	6
109	14	20
111	41	61
113	83	144
115	169	313
117	394	707
119	669	1376
121	990	2366
123	1223	3589
125	1329	4918
127	1230	6148
129	1063	7211
131	646	7857
133	392	8249
135	202	8451
137	79	8530
139	32	8562
141	16	8578
143	5	8583
145	2	8585
மொத்தம்	8585	

முழுமைத் தொகுதியின் அளவு நான்கிலக்க எண் ஆதலால் நமக்கு தேவையான 10 மாதிரிகளை அட்டவணையிலிருந்து பெறலாம். அட்டவணையின் முதல் நிரலிருந்து தொடங்கி முழுமை தொகுதியின் அளவான 8585–க்கு மிகாமல் எண்களை தேர்வு செய்து கீழ்கண்டவாறு நிழலிடப்படுகிறது.

டிப்பெட்டின் சமவாய்ப்பு எண் அட்டவணை							
2952	6641	3992	9792	7969	5911	3170	5624
4167	9524	1545	1396	7203	5356	1300	2693
2670	7483	3408	2762	3563	1089	6913	7991
0560	5246	1112	6107	6008	8125	4233	8776
2754	9143	1405	9025	7002	6111	8816	6446

2952 என்ற எண் குறியிட்டுள்ள குழந்தையின் உயரத்தை காண வேண்டுமாயின் குவிவு நிகழ்வெண் நிரலில் 2952–க்கு அடுத்த அதிககுவிவு நிகழ்வெண் 3589–க்கு உரிய உயரமான 123 செ.மீட்டரை தேர்வு செய்யவும். இதேபோல் மற்ற எண்களுக்கு உரிய குழந்தையின் உயரத்தை கண்டு தேவையான 10 குழந்தைகள் மற்றும் அவர்களின் உயரங்கள் மாதிரியை கீழ்கண்ட அட்டவணையை உள்ளவாறு காணலாம்.

குழந்தைகளின் குறியீட்டு எண்	2952	4167	2670	0560	2754
குழந்தைகள் உயரம் (செ.மீ.)	123	125	123	117	123
குழந்தைகளின் குறியீட்டு எண்	6641	7483	5246	3992	1545
குழந்தைகள் உயரம் (செ.மீ.)	129	131	127	125	121

எடுத்துக்காட்டு 8.4

கீழ்க்கண்ட கேண்டல்– பாபிங்டன்ஸ்மித் சமவாய்ப்பு எண் அட்டவணையைப் பயன்படுத்தி.

23	15	75	48	59	01	83	72	59	93	76	24	97	08	86	95	23	03	67	44
05	54	55	50	43	10	53	74	35	08	90	61	18	37	44	10	96	22	13	43
14	87	16	03	50	32	40	43	62	23	50	05	10	03	22	11	54	36	08	34
38	97	67	49	51	94	05	17	58	53	78	80	59	01	94	32	42	87	16	95
97	31	26	17	18	99	75	53	08	70	94	25	12	58	41	54	88	21	05	13

1550 முதல் 8000 வரையிலான 4 இலக்க எண் கொண்ட 10 சமவாய்ப்பு மாதிரியை தேர்ந்தெடுக்க.

தீர்வு:

கொடுக்கப்பட்ட 2 இலக்க எண்களைக்கொண்ட சமவாய்ப்பு அட்டவணையிலிருந்து 1550 முதல் 8000 வரையிலான 4 இலக்கம் கொண்ட 10 மாதிரிகளை தேர்ந்தெடுக்க முதலில் இரண்டு இலக்க எண்களை மற்ற

XII Std - Business Maths & Stat TM Chapter 8.indd 188 3/5/2020 12:54:54 PM

இரண்டிலக்க எண்களும் இணைந்து 4–இலக்க எண்களாக மாற்ற வேண்டும். அதாவது, அட்டவணையின் 5–வது மற்றும் 6–வது நிரல்களை நிழலிட்டவாறு இணைத்து முதல் ஐந்து மாதிரியையும் 8வது மற்றும் 9வது நிரல்களை இணைத்து அடுத்த ஐந்து மாதிரிகளையும் கொண்டு தேவையான 10 மாதிரிகளைத் தேர்ந்தெடுக்கலாம். கீழ்கண்ட அட்டவணையில் இரு நிரல்களை இணைத்து தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட சமவாய்ப்பு மாறிகளைக் காணலாம்.

23	15	75	48	59	01	83	72	59	93	76	24	97	08	86	95	23	03	67	44
05	54	55	50	43	10	53	74	35	08	90	61	18	37	44	10	96	22	13	43
14	87	16	03	50	32	40	43	62	23	50	05	10	03	22	11	54	36	08	34
38	97	67	49	51	94	05	17	58	53	78	80	59	01	94	32	42	87	16	95
97	31	26	17	18	99	75	53	08	70	94	25	12	58	41	54	88	21	05	13

எனவே, தேவையான 10 மாதிரிகளை கீழ்க்கண்டவாறு எழுதலாம்.

5901	4310	5032	5194	1899
7259	7435	4362	1758	5308

(ii) படுகை சமவாய்ப்பு கூறெடுப்பு முறை (Stratified Random Sampling)

வரையறை 8.1

படுகை சமவாய்ப்பு கூறெடுப்பு முறையில் முழுமைத்தொகுதி பல துணை முழுமைத் தொகுதிகளாகப் பிரிக்கப்படுகிறது. இவற்றை படுகை (Strata) என அழைக்கிறோம். பிறகு ஒவ்வொரு படுகையிலிருந்தும் சமவாய்ப்பு முறையில் கூறுகள் (மாதிரிகள்) தெரிவு செய்யப்படுகிறது. எல்லா படுகைகளிலிருந்தும் பெறப்பட்ட கூறுகளின் தொகுப்பே படுகை கூறெடுப்பாகும்.

முழுமைத்தொகுதியானது அதன் பண்புகளைப் பொறுத்து அதாவது ஒத்த பண்பற்றவையாகவோ (heterogeneous), அல்லது வெவ்வேறு பகுதி களாகவோ (துண்டுகளாகவோ) அல்லது பிரிவு களாகவோ இருக்கும் போது படுகை கூறெடுப்பு முறை பயன்படுகிறது. படுகை கூறெடுப்பு முறையின் மூலம் கூறுகளை தெரிவு செய்வதற்கு முன், முழுமைத்தொகுதியை ஒத்த பண்புகள் (homogeneous) உடைய துணைப் பிரிவுகளாக அல்லது படுகைகளாக (Strata) பிரிக்கப்பட்டு ஒவ்வொரு படுகையிலிருந்தும் கூறுகள் தெரிவு செய்யப்படவேண்டும். படுகை கூறெடுப்பு முறையில் சமவாய்ப்பு மாதிரிகளை தெரிவுசெய்யும் போது பின்பற்ற வேண்டிய படிநிலைகள் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

(a) முழுமைத்தொகுதியானது ஏறத்தாழ ஒத்த பண்புகளைக் கொண்ட உறுப்புகளாலான வெவ்வேறு படுகைகளாகப் பிரிக்கப்பட வேண்டும். படுகைகள் ஒன்றோடொன்று சேராதவாறு வடிவமைக்கப்படவேண்டும்.

(b) முழுமைத்தொகுதி, படுகைகளாகப் பிரிக்கப்பட்டப் பின் ஒவ்வொரு படுகையிலிருந்தும் குறிப்பிட்ட அளவு கொண்ட கூறுகளைச் சமவாய்ப்பு முறையில், குலுக்கல் முறையில் அல்லது சமவாய்ப்பு எண் அட்டவணையிலிருந்து பெறலாம்.

ஒரு மாநிலத்தில் தேர்தலுக்காக, வெவ்வேறு சட்டமன்றப் பகுதிகளை பிரிப்பது மாநிலத்திலிருந்து மாவட்டங்களை பிரிப்பது படுகைகளுக்கான எடுத்துக்காட்டுகள்,இதுபோன்றமற்றநிகழ்வுகளிலும் படுகை கூறெடுப்பு முறை பயன்படுத்தப்படுகிறது.

எடுத்துக்காட்டு 8.5

கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள, ஒத்த பண்பற்ற 500 அளவு கொண்ட முழுமைத் தொகுதியிலிருந்து 68 கூறு அளவு கொண்ட சமவாய்ப்பு மாதிரியை தெரிவு செய்யவும் படுகைகள் கீழ்கண்டவாறு வகைப்படுத்தப்பட்டுள்ளது.

சமவாய்ப்பு மாதிரியை தேர்ந்தெடுக்கவும்

வகை (1) குறைந்த வருமான வகுப்பினர் 39%

வகை (2) நடுத்தர வருமான வகுப்பினர் 38%

வகை (3) உயர் வருமான வகுப்பினர் 23%

XII Std - Business Maths & Stat TM Chapter 8.indd 189 3/5/2020 12:54:54 PM

தீர்வு

படுகைகள்	ஒத்த தொகுதிகள்	முழுமைத் தொகுதியில் சதவிகிதம்	ஒவ்வொரு படுகையில் உள்ள மக்கள் எண்ணிக்கை	சமவாய்ப்பு மாதிரிகள்
வகை 1	குறைந்த வருமான வகுப்பினர்	39	$\frac{39}{100} \times 500 = 195$	$195 \times \frac{68}{500} = 26.5 \sim 26$
வகை 2	நடுத்தர வருமான வகுப்பினர்	38	$\frac{38}{100} \times 500 = 190$	$190 \times \frac{68}{500} = 26.5 \sim 26$
வகை 3	உயர் வருமான வகுப்பினர்	23	$\frac{23}{100} \times 500 = 115$	$115 \times \frac{68}{500} = 15.6 \sim 16$
மொத்தம்		**100**	**500**	**68**

படுகை கூறெடுப்பின் நிறை மற்றும் குறைகள்

நிறைகள்

(a) படுகை கூறெடுப்பு முறையானது, எளிய சமவாய்ப்பு முறையை விட மேம்பட்டதாகும். ஏனெனில் கூறெடுப்பில் எல்லா படுகைகளிலிருந்தும் முழுமைத் தொகுதியின் பிரதிநிதிகள் பங்குபெறுகின்றன.

(b) படுகை கூறெடுப்பில், கூறுகளின் எண்ணிக்கை சிறிய அளவுள்ளதாக இருப்பினும் அதன் துல்லியத்தன்மை குறைவதில்லை.

(c) முழுமைத்தொகுதி பகுக்கப்பட்டிருந்தால் எளிதில் நிர்வகிக்க முடியும்.

(d) அரசானது, புவியியல் அடிப்படையில் நிலப் பகுதிகளை இடம் மற்றும் பரப்பளவைப் பொறுத்து படுகைகளாக பிரித்துள்ளதால் நேரம் மற்றும் செலவைக் குறைக்க முடிகிறது.

குறைகள்

(a) ஒத்த பண்பற்ற முழுமைத் தொகுதிகளை ஒத்த பண்புள்ள படுகைகளாக பிரிப்பது கடினமான ஒன்றாகும். அதற்கு செலவு, அதிக நேரம் மற்றும் புள்ளியியல் அனுபவம் தேவைப் படுகிறது

(b) படுகைகள் சரியான முறையில் பிரிக்கப்படாத போது துல்லியத் தன்மையை இழக்க நேரிடும்.

(c) சரியான முறையில் படுகைகள் பிரிக்கப் படுவதில் தவறுகள் நிகழ வாய்ப்பு இருப்பதால் மாறுபாடு அதிகரிக்கும்.

(iii) முறைப்படுத்திய கூறெடுப்பு (Systematic Sampling)

வரையறை 8.2

முதல் கூறெடுப்பானது சமவாய்ப்பு முறையில் முதல் kஅலகுகளிலிருந்து தெரிவு செய்யப்பட்டு, முதல் கூறிலிருந்து ஒவ்வொரு k ஆவது உறுப்புகளை அடுத்த கூறுகளாக தெரிவு செய்யப்பட்டு பெறப்படும் கூறெடுப்பு, முறைப் படுத்திய கூறெடுப்பு அல்லது முறை சார்ந்த மாதிரி எடுத்தல் முறை என அழைக்கப்படுகிறது. .

முழுமைத் தொகுதியிலுள்ள உறுப்புகளின் முழுபட்டியலும் இருக்கும்போது முறைபடுத்திய கூறெடுப்பு முறை பரவலாக பயன்படுத்தப்படுகிறது. இம்முறையைப் பயன்படுத்துவதற்கு ஏதுவாக உறுப்புகளை ஏறுவரிசையிலோ, அகரவரிசையிலோ, புவியியல் அடிப்படையிலோ அல்லது இதுபோன்ற மற்ற ஏனைய வரிசைகளிலிருந்து ஏதாவது ஒரு வரிசையில் அமைத்தல் வேண்டும். இம்முறையில் மாதிரிகளைத் தெரிவு செய்யும் போது, முதல் உறுப்பை சமவாய்ப்பு முறையில் தெரிவு செய்து பிறகு மற்றைய உறுப்புகளை நாம் வரையறுத்த வடிவத்திற்கு உட்பட்டு முதல் உறுப்பு சார்ந்த முறையாகவும் தொடர்ச்சியாகவும் தெரிவுசெய்யப்ப டுகின்றன. இம்முறையில் முழுமைத் தொகுதி யிலுள்ள ஒவ்வொரு kஆவது உறுப்பு மாதிரியில் தேர்ந்தெடுக்கப்படுகின்றன. இங்கு k என்பது மாதிரி

XII Std - Business Maths & Stat TM Chapter 8.indd 190 3/5/2020 12:54:55 PM

எடுத்தலின் இடைவெளி ஆகும். இடைவெளி k என்பது முழுமைத் தொகுதியின் அளவுக்கும் (N) மாதிரிகளின் அளவுக்கும் (n) உள்ள விகிதமாகும்.

கூறுஇடைவெளி $k = \dfrac{N}{n}$

N –முழுமை தொகுதி அளவு , k– .ஒரு முழு எண் , n = மாதிரியின் அளவு.

முறைபடுத்திய கூறெடுப்பு முறையில் கூறுகளைத் தெரிவு செய்யும் வழிமுறைகளாவன:

(i) 100 மாணவர்களைக் கொண்ட ஒரு வகுப்பிலிருந்து 10 மாணவர்களைக் கொண்ட ஒரு மாதிரியை தேர்வு செய்ய வேண்டுமெனில்.

மாதிரி இடைவெளி $k = \dfrac{N}{n} = \dfrac{100}{10} = 10.$

எனவே இங்கு மாதிரி இடைவெளி k= 10 என்பது ஒவ்வொரு 10 மாதிரிகளிலிருந்தும் ஒரு மாதிரியானது தெரிவு செய்வதைக் குறிக்கும்.

(ii) சமவாய்ப்பு முறையில் முதல் கூறெடுப்பானது முதல் 10 மாணவர்களிலிருந்து ஏதாவது ஒரு மாணவரைத் தெரிவு செய்ய வேண்டும்.

(iii) முதல் கூறானது 5 வது இடத்திலுள்ள மாணவர் எனில், மற்ற கூறுகள் முதல் கூறுடன் கூறு இடைவெளி (k= 10) கூட்டப்பட்டு, அதாவது 5, 15 , 25, 35, 45, 55, 65, 75, 85, 95 எனப்பெறலாம்.

உதாரணத்திற்கு :

6,000 உறுப்புகளைக் கொண்ட ஒரு முழுமை தொகுதியிலிருந்து 20 உறுப்புகளைக் கொண்ட ஒரு மாதிரியை முறைபடுத்திய கூறெடுப்பு முறையில் தேர்வு செய்வதாக எடுத்துக்கொள்வோம். முதலில் 1 முதல் 6000 வரையிலான எண்களை அனைத்து 6000 உறுப்புகளுக்கும் குறியிட வேண்டும்.

மாதிரி இடைவெளி $k = \dfrac{N}{n} = \dfrac{6000}{20} = 300.$

மாதிரி இடைவெளி k= 300 என்பது 6000 உறுப்புகள் கொண்ட முழுமைத் தொகுதியிலுள்ள ஒவ்வொரு 300 மாதிரியிலும் ஒரு மாதிரியைத் தெரிவு செய்யலாம். முதல் மாதிரி 50 வது எண்ணாகத் தெரிவு செய்வோமாயின் மற்ற உறுப்புகளை முதல் உறுப்பிலிருந்து இடைவெளி 300 ஐக் கூட்டிப் பெற வேண்டும் அதாவது (k=300) 50, 350, 650, 950, 1250, 1550, 1850, 2150, 2450, 2750, 3050, 3350, 3650, 3950, 4250, 4550, 4850, 5150, 5450, 5750. இவ்வெண்களை உறுப்புகளாக கொண்ட மாதிரிகளை முழுமைத் தொகுதியிலிருந்து தெரிவு செய்யலாம்.

முறைபடுத்திய கூறெடுப்பின் நிறைகள் மற்றும் குறைகள்

நிறைகள்

1. இம்முறையானது எளிதானதும் பயன்படுத்து வதற்கு வசதியானதுமாகும்.
2. இம்முறையில் கூறுகள் முழுமைத்தொகுதி முழுவதும் சீராக பரவி இருக்கும்.
3. நேரமும் வேலையும் பெருமளவில் குறைகிறது.

குறைகள்

1. முறைப்படுத்திய கூறெடுப்பானது சமவாய்ப்பு முறையில் தெரிவு செய்யப்படுவதில்லை.
2. முழுமைத்தொகுதியன் அளவு N ஆனது மாதிரித்தொகுதி அளவு n இன் பெருக்கற் பலனாக இல்லாதிருப்பின் இடைவெளி k–இன் மதிப்பானது முழு எண்ணாக இருக்க வாய்ப்பில்லை. இவ்வாறான தருணங்களில் கூறுகளைத் தெரிவு செய்வது கடினம்.

8.1.2 கூறெடுப்புமுறை சார்ந்த மற்றும் சாரா பிழைகள் (Sampling and Non-Sampling Errors)

கூறு என்பது முழுமைத்தொகுதியின் ஒரு பகுதியாகும். முழுமைத் தொகுதிலிருந்து எடுக்கப்படும் கூறுகள் சமவாய்ப்பினைச் சாந்துள்ளதால் முழுமைத் தொகுதியின் அனைத்து சிறப்பியல்புகளையும் பெற்றிருக்கும் எனக்கூற இயலாது. விவரங்களை சேகரித்தல், முறைப்படுத்துதல், பகுத்தாய்தல் ஆகிய வற்றை மேற்கொள்ளும் போது ஏற்படும் பிழைகள் இருவகையாக வகைப்படுத்தப்பட்டுள்ளன. அவை,

(i) கூறெடுப்பு சார்ந்த பிழைகள் (Sampling Errors)

(ii) கூறெடுப்பு சாரா பிழைகள் (Non–Sampling Errors)

(i) கூறெடுப்பு சார்ந்த பிழைகள் (Sampling Errors)

கூறுகளை வாய்ப்பு முறையில் தெரிவு செய்வதிலும், அவற்றின் விவரங்களை சேகரிப்பதிலும் ஏற்படும் பிழைகள் கூறெடுப்பு சார்ந்த பிழைகள் எனப்படும். இப்பிழைகள் கூறினைத் தேர்ந்தெடுக்கும் முறையினை உள்ளடக்கியாதாகும். இப்பிழை தற்செயலாகவும், சார்பற்றதாகவும், பாரபட்சம் இல்லாமலும் ஏற்படலாம்.

கூறெடுப்பு சார்ந்த பிழைகள் ஏற்படுவதற்கு முக்கிய காரணங்கள் பின்வருமாறு

(a) குறைபாடுள்ள உத்தியின் மூலம் சரியான கூறுக்கு பதில், தகுதியற்ற கூறு தேர்வு செய்யப்படும் போது.

XII Std - Business Maths & Stat TM Chapter 8.indd 191 3/5/2020 12:54:56 PM

(b) ஆய்வாளர் கூறெடுத்தலின் போது உகந்த உறுப்பு கிடைக்காதபோது அதற்கு பதிலாக தமக்கு தேவையான உறுப்பினைத் தெரிவு செய்யும்போது.

(c) நில அளவீடுகளின்போது எல்லைக் கோட்டினைக் கூறில் தேர்ந்தெடுப்பதா அல்லது தவிர்ப்பதா என்பது ஒவ்வொரு ஆய்வாளரைப் பொறுத்த தாகும். இவ்வாறு கூறெடுப்பது, தவறான வரையறை கொண்ட மாதிரி அலகுகள் (Faulty demarcation of sampling) எனப்படுகிறது.

(ii) கூறெடுப்பு சாரா பிழைகள் (Non-Sampling Errors)

களப்பணி ஆய்வில் விவரங்களைச் சேகரிக்கும் போது, மதிப்பிடும் போது அல்லது கருவிகளைக் (நாடா, அளவுகோல்) கொண்டு அளவிடும் போதும் ஆய்வாளர் களுக்கிடையே விவரங்கள் வேறுபடுகிறது. இவ்வாறாக மனித காரணிகளால் எழும் பிழைகள் கூறெடுப்பு சாராபிழைகளாகும். இப்பிழை ஏற்படுவதற் கான காரணங்களாவன:

(a) ஆய்வு மேற்கொள்பவரின் அல்லது பதிலளிப்பவரின் அலட்சியம் மற்றும் கவனக்குறைவு.

(b) மாதிரி கணிப்பில் ஈடுபடும் ஆய்வாளர்களின் அனுபவமின்மை மற்றும் தகுதி குறைவு.

(c) தவறான வினாப்பட்டியல் அமைப்பு.

(d) தவறான புள்ளிவிவர அளவைகளைப் பயன்படுத்துவது.

(e) மாதிரி கணக்கெடுத்தல் முடிவடையாத ஆய்வு.

8.1.3 கூறெடுப்பு பரவல் (Sampling distribution)

வரையறை 8.3

ஒரே முழுமைத்தொகுதியிலிருந்து பெறப்பட்ட ஒரே அளவு கொண்ட அனைத்து மாதிரிகளின் புள்ளியியல் அளவைகள் கணக்கிடப்பட்டு, ஒரு நிகழ்வெண் (அலைவெண்) பரவல் அமைப்பதே கூறெடுப்பு பரவல் அல்லது மாதிரிப் பரவல் (Sampling distribution) என அழைக்கப்படுகிறது.

உதாரணமாக, N அளவுள்ள ஒரு முழுமைத் தொகுதியிலிருந்து n அளவுடைய சமவாய்ப்பு மாதிரி எடுக்கப்படுகின்றது எனில், கிடைக்கப்பெறும் மொத்த மாதிரிகளின் எண்ணிக்கை

$$^{N}C_n = \frac{N!}{n!(N-n)!} = k \text{ ஆகும்.}$$

இவ்வாறாக பெறப்பட்ட k மாதிரிகள் ஒவ்வொன்றிக்கும், $t = t(x_1, x_2, x_3, \ldots x_k)$, என்ற புள்ளியியல் அளவைகளான சராசரி $\bar{x}$, பரவற்படி s^2, முதலானவற்றைக் கண்டுபிடித்துப் பின்வருமாறு எழுதலாம்.

கூறெடுப்பு பரவல்			
கூறு எண்	கூறுஅளவை		
	t	$\bar{x}$	s^2
1	t_1	$\bar{x}_1$	s_1^2
2	t_2	$\bar{x}_2$	s_2^2
3	t_3	$\bar{x}_3$	s_3^2
⋮	⋮	⋮	⋮
k	t_k	$\bar{x}_k$	s_k^2

ஒவ்வொரு கூறுலிருந்தும் புள்ளியியல் அளவைகள் கணக்கிடப்பட்டு அவை கூறெடுப்புப் பரவலாக அமைக்கப்படுகிறது.

திட்டப்பிழை (Standard Error)

ஒரு புள்ளியியல் அளவையின் கூறெடுப்பு பரவலின் திட்டவிலக்கமே திட்டப்பிழை எனப்படும். இதனை S.E. எனச் சுருக்கமாகக் குறிப்பிடுகிறோம். பெருங்கூறுகளின் அதிக அளவில் அறியப்பட்ட சில திட்டப் பிழைகள் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. இதில் n என்பது மாதிரியின் அளவு, σ^2 என்பது முழுமைத் தொகுதியின் மாறுபாட்டளவை (பரவற்படி) ஆகும்.

வ.எண்	கூறு அளவைகள்	திட்டப்பிழை
1.	மாதிரி சராசரி ($\bar{x}$)	$\sigma/\sqrt{n}$
2.	கண்டறியப்பட்ட மாதிரி விகித சமம் (p)	$\sqrt{PQ/n}$
3.	மாதிரியின் திட்டவிலக்கம் (s)	$\sqrt{\sigma^2/2n}$
4.	மாதிரியின் பரவற்படி (s^2)	$\sigma^2\sqrt{2/n}$
5.	மாதிரி கால்மான அளவு	$\frac{1.36263}{\sigma/\sqrt{n}}$
6.	மாதிரியின் இடைநிலை	$\frac{1.25331}{\sigma/\sqrt{n}}$
7.	மாதிரியின் ஒட்டுறவுக்கெழு (r)	$(1-\rho^2)/\sqrt{n}$

XII Std - Business Maths & Stat TM Chapter 8.indd 192 3/5/2020 12:54:59 PM

8.1.4 திட்டப்பிழை கணக்கிடுதல் (Computing standard error)

எடுத்துக்காட்டு 8.6

ஒரு சேவையகம் வழங்கும் அலைவரிசை ஒரு மணி நேரம் கண்காணிக்கப்பட்டு, சராசரியாக நிமிடத்திற்கு 20 பரிவர்த்தனைகள் நடத்தப்படுவதாக மதிப்பிடப்படுகிறது. அதன் பரவற்படி 4 எனில் திட்டப்பிழையைக் காண்க.

தீர்வு:

பரவற்படி $\sigma^2 = 4$

$\sigma = 2$, $n = 1$ மணிநேரம் = 60 நிமிடங்கள்,

$\bar{X} = 20$ /நிமிடம்.

திட்டப்பிழை = $\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} = \dfrac{2}{\sqrt{60}} = 0.2582$

எடுத்துக்காட்டு 8.7

திட்ட விலக்கம் 10 மற்றும் மாதிரியைப் பொறுத்து திட்டப்பிழை 3 எனில் மாதிரியின் அளவைக் காண்க.

தீர்வு:

திட்டவிலக்கம் $\sigma = 10$, S.E. $\bar{X}$ =3, S.E = $\sigma/\sqrt{n}$

எனவே , $3 = \dfrac{10}{\sqrt{n}} \Rightarrow \sqrt{n} = \dfrac{10}{3}$

இருபுறமும் வர்க்கப்படுத்த,

$$n = \left(\frac{10}{3}\right)^2 = \frac{100}{9} = 11.11 \cong 11,$$

$\therefore$ தேவையான மாதிரியின் அளவு $n = 11$.

எடுத்துக்காட்டு 8.8

ஒரு பகடை 9000 முறை வீசப்படும்போது அதன் மேல் உள்ள எண்கள் 3 அல்லது 4 ஆக 3240 முறை கிடைக்கின்றன. பிழையற்ற பகடையின் திட்டப் பிழை விகிதத்தைக் கணக்கிடுக.

தீர்வு :

ஒரு பகடையை உருட்டும்போது எண் 3 அல்லது 4 கிடைக்கப்பெறுவது வெற்றியாக கருதப்படுகிறது.

கூறுகளின் எண்ணிக்கை n = 9000; வெற்றிகளின் எண்ணிக்கை = 3240

மாதிரி விகித சமம்: $p = \dfrac{3240}{9000} = 0.36$

முழுமைத் தொகுதி விகித சமம் ஒரு பகடை உருட்டும்போது எண் 3 அல்லது 4 கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு $=P$ (3 அல்லது 4)

$$= \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} = 0.3333$$

எனவே Q = 1–P=1– 0.3333 = 0.6667

மாதிரி விகித சமத்திற்கான திட்டப்பிழை

$$S.E. = \sqrt{\frac{PQ}{n}} = \sqrt{\frac{(0.3333)(0.6667)}{9000}} = 0.00496$$

மாதிரி விகித சமத்திற்கான திட்டப்பிழை S.E=0.00496.

எடுத்துக்காட்டு 8.9

ஒரு கூறின் அளவு 50 உடைய ஒரு மாதிரியின் திட்டவிலக்கம் 6.3. அதற்குரிய முழுமைத்தொகையின் திட்டவிலக்கம் 6 எனில் மாதிரியின் திட்டப்பிழை காண்க.

தீர்வு:

கூறின் அளவு $n = 50$

மாதிரியின் திட்டவிலக்கம் S.D $s = 6.3$

முழுமைத் தொகுதியின் திட்டவிலக்கம் S.D $\sigma = 6$

மாதிரியின் திட்டப்பிழை

$$S.E. = \sqrt{\frac{\sigma^2}{2n}} = \frac{6}{\sqrt{2(50)}} = \frac{6}{\sqrt{100}} = 0.6$$

$\therefore$ மாதிரியின் திட்டப்பிழை S.D = 0.6

எடுத்துக்காட்டு 8.10

அதிக எண்ணிக்கையிலான மாணவர்களைக் கொண்ட ஒரு முழுமைத்தொகுதியிலிருந்து 100 மாணவர்கள் கொண்ட ஒரு மாதிரி தெரிவு செய்யப்படுகிறது. மாணவர்களின் சராசரி உயரம் 162 செ.மீ. மற்றும் திட்ட விலக்கம் 8 செ.மீ. முழுமைத்தொகுதியின் சராசரி உயரம் 160 செ.மீ. எனில் அதன் திட்டப் பிழையைக் காண்க

தீர்வு:

கொடுக்கப்பட்ட விவரத்தின்படி மாதிரிகளின் எண்ணிக்கை n = 100, $\bar{x}$ =162 செ.மீ., s = 8 செ.மீ. மாதிரி சராசரி φ= 160 செ.மீ.

திட்டப்பிழை $S.E. = \dfrac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}} = \dfrac{s}{\sqrt{n}} = \dfrac{8}{\sqrt{100}} = 0.8$

(முழுமைத் தொகுதியின் திட்ட விலக்கம் தரப்படாத நிலையில் $\hat{\sigma} = s$ எனக் கொள்வோம்)

எனவே, சராசரி உயரம் 160 செ.மீ. உள்ள பெரிய குழுவிலுள்ள மாணவர்களின் திட்டப்பிழை 0.8 ஆகும்.

XII Std - Business Maths & Stat TM Chapter 8.indd 193 3/5/2020 12:55:01 PM

பயிற்சி 8.1

1. முழுமைத் தொகுதி என்றால் என்ன?
2. கூறு என்றால் என்ன?
3. கூறுஅளவை (Statistic) அல்லது மாதிரிப்பண் பளவை என்றால் என்ன?
4. பண்பளவையை (Parameter) – வரையறு.
5. கூறு அளவையின் மாதிரிப் பரவல் என்றால் என்ன?
6. திட்டப்பிழை என்றால் என்ன?
7. எளிய சமவாய்ப்பு கூறெடுப்பைத் தகுந்த எடுத்துக்காட்டுடன் விளக்குக.
8. படுகை கூறெடுப்பை தகுந்த எடுத்துக்காட்டு களுடன் விளக்குக.
9. முறைபடுத்திய கூறெடுப்பை தகுந்த எடுத்துக்காட்டுகளுடன் விளக்குக.
10. கூறெடுப்பு சார்ந்தபிழையைப் பற்றி விளக்குக.
11. கூறெடுப்பு சாரா பிழையைப் பற்றி விளக்குக.
12. எளிய சமவாய்ப்பு கூறெடுப்பின் நன்மைகள் எவையேனும் இரண்டினை எழுதுக.
13. படுகை கூறெடுப்பின் நிறைகள் எவையேனும் மூன்றினை எழுதுக.
14. முறைபடுத்திய கூறெடுப்பின் குறைகள் இரண்டினைக் கூறுக.
15. முறைபடுத்திய கூறெடுப்பின் நிறைகள் இரண்டினைக் கூறுக.
16. கீழ்காணும் டிப்பெட்டின் வாய்ப்பு அட்டவணையைப் பயன்படுத்தி

2952	6641	3992	9792	7969	5911	3170	5624
4167	9524	1545	1396	7203	5356	1300	2693
2670	7483	3408	2762	3563	1089	6913	7991
0560	5246	1112	6107	6008	8125	4233	8776
2754	9143	1405	9025	7002	6111	8816	6446

மூன்றிலக்க இரட்டை எண்களாக 10 எண்களைக் கொண்ட ஒரு மாதிரியைத் தெரிவு செய்க.

17. மொத்த வணிகம் செய்யும் ஒருவர், தான் விற்பனை செய்த மொத்த ஆப்பிள்களில், 4% ஆப்பிள்கள் குறைப்பாடுள்ளவை எனக் கூறுகிறார். சமவாய்ப்பு முறையில் தெரிவு செய்யப்பட்ட 600 ஆப்பிள்களில், 36 ஆப்பிள்கள் குறைபாடுள்ளவை எனில், நல்ல ஆப்பிள்கள் குறித்த திட்டப் பிழையைக் காண்க.
18. தமிழ்நாட்டிலுள்ள ஒரு பள்ளியில், 1000 மாணவர்களைக் கொண்ட ஒரு மாதிரியில் அவர்களது சராசரி எடை 119 பவுண்டுகளாக (lbs) உள்ளது. தமிழ்நாட்டிலுள்ள மொத்த மாணவர் களின் சராசரி எடை 120 பவுண்டுகளாகவும், (lbs) திட்டவிலக்கம் 30 பவுண்டுகளாவும் (lbs) இருக்குமானால், சராசரிக்கான திட்டப்பிழையைக் கணக்கிடுக.
19. ஒரு முழுமைத் தொகுதியிலிருந்து 60 உறுப்புகள் கொண்ட ஒரு பெருங்கூறு தேர்ந்தெடுக்கப்பட்டு அதன் திட்ட விலக்கம் 2.5 ஆக கணக்கிடப்பட்டது. திட்டவிலக்கம் 3 கொண்ட முழுமைத்தொகுதியிலிருந்து எடுக்கப் பட்ட மாதிரியின் பொருத்தமான திட்டப்பிழையை கணக்கிடுக.
20. ஒரு கிராமத்தில், 400 நபர்களைக் கொண்ட ஒரு கூறில் சைவ உணவு உண்பவர்கள் 230 நபர்கள், மற்றவர்கள் அசைவ உணவு உண்பவர்கள் என்க. அந்த கிராமத்தில் சைவ மற்றும் அசைவ உணவுகள் உண்பவர்களின் எண்ணிக்கை சமம் எனில் திட்டப்பிழையைக் காண்க.

புள்ளியியல் அனுமானம் (Statistical Inference)

ஒரு முழுமைத் தொகுதியின் மாதிரிகளை எடுத்துக்கொண்டு அவற்றைப் பகுப்பாய்வு செய்து, அவற்றிலிருந்து முழுமைத்தொகுதியின் பண்புகளை அனுமானிப்பதே ஒரு புள்ளியியல் ஆய்வின் முக்கிய நோக்கமாகும். மேலும், மாதிரியிலிருந்து எவ்வாறு முழுமைத்தொகுதியின் அளவைகளைப் பற்றி மதிப்பீடு செய்வது மற்றும் அம்மதிப்பீட்டினை முழுமைத் தொகுதியிலிருந்து பெறப்பட்டதா என்பதை சோதிப்பது ஆகியவற்றைப் பற்றி புள்ளியியல் அனுமானமானது வழங்குகிறது.

புள்ளியியல் அனுமானத்திற்கான செயல்பாட்டில் (i) மதிப்பிடுதல் (ii) கருதுகோள் சோதனை எனும் இரண்டு முக்கிய பகுதிகள் உள்ளன. அவற்றை இங்கு விரிவாகக் காண்போம்.

8.2 மதிப்பீட்டு முறை (Estimation):

மாதிரிப்பரவல்களிலிருந்து முழுமைத் தொகுதி யிலுள்ள தொகுதிப் பண்பளவைகளின் (Population Paramaters) பொருந்தக் கூடிய மதிப்புகளிலிருந்து முடிவுகளைப் பெறலாம். மதிப்பீட்டு முறையின்

XII Std - Business Maths & Stat TM Chapter 8.indd 194 3/5/2020 12:55:01 PM

மூலம், தெரியாத முழுமைத்தொகுதிப் பண்பளவைகளான, தொகுதி சராசரி , தொகுதி திட்டவிலக்கம் போன்றவற்றின் மதிப்புகளை முழுமைத் தொகுதியிலிருந்து பெறப்பட்ட பொருத்தமான மாதிரிப் பண்பளவையின் (Statistic) மூலம் கணக்கிடலாம்.

மதிப்பீட்டு முறை (Estimation):

வரையறை 8.4

மாதிரிப்பண்பளவைகளைப் பயன்படுத்தி தொகுதிப் பண்பளவையின் மிகச்சிறந்த மதிப்பை பெறம் முறையே மதிப்பீட்டு முறை (Estimation) என்று அழைக்கப்படுகிறது.

மதிப்பீட்டு பண்பளவை (Estimator):

வரையறை 8.5

மதிப்பு தெரியாத ஒரு தொகுதிப் பண்பளவையினை அளவிட பயன்படுத்தபடும் மாதிரிப் பண்பளவையே மதிப்பீட்டு பண்பளவை (Estimator) எனப்படும். அதாவது மதிப்பீட்டு பண்பளவை என்பது ஒரு மாதிரிப் பண்பளவையே, இது முழுமைத்தொகுதிப் பண்பளவையை மதிப்பிடப் பயன்படுகிறது.

மதிப்பீட்டு அளவை (Estimate):

வரையறை 8.6

மதிப்பீட்டு பண்பளவையின் ஒரு குறிப்பிட்ட மதிப்பு, மதிப்பீட்டு அளவை (Estimate) எனப்படும். மாறாக, கண்டறிந்த புள்ளியியல் அளவையின் மதிப்பே மதிப்பீட்டு அளவை ஆகும்.

சிறந்த மதிப்பீட்டு பண்பளவையின் பண்புகள் (Characteristic of a good estimator)

ஒரு சிறந்த மதிப்பீட்டு பண்பளவையின் பண்புகளாகக் கீழ்கண்டவற்றைக் கூறலாம்.

(i) பிழையற்ற தன்மை (ii) நிலைத்தன்மை (iii) திறன்தன்மை (iv) நிறைவுத்தன்மை

(i) பிழையற்றதன்மை : ஒரு மதிப்பீட்டு பண்பளவை $T_n = T(x_1, x_2, ..., x_n)$ என்பது ஒரு பிழையற்ற மதிப்பீட்டு பண்பு அளவையாக $\gamma(\theta)$ இருக்க வேண்டுமாயின், $E(T_n) = \gamma(\theta)$ என்பதை நிறைவு செய்யவேண்டும். அதாவது, எதிர்பார்த்தல் (Expectation) மதிப்பும், தொகுதிப் பண்பளவை (Population parameter) மதிப்பும் சமமாக இருக்கவேணடும். எடுத்துக்காட்டாக $E(\bar{x}) = \varphi$ என்பதாகும்.

(ii) நிலைத்தன்மை: ஒரு மதிப்பீட்டு பண்பளவை $T_n = T(x_1, x_2, ..., x_n)$ என்பது ஒரு நிலைத் தன்மையுடைய மதிப்பீட்டு பண்பளவையாக $\gamma(\theta)$ இருக்க வேண்டுமாயின், T_n என்பது $\gamma(\theta)$ க்கு நிகழ்தகவு குவிவு பெற்றிருக்க வேண்டும், அதாவது $T_n \xrightarrow{P} \gamma(\theta)\, as\, n \to \infty$, $\theta \varepsilon \Theta$.

(iii) திறன்தன்மை: T_1 என்பது மாறுபாட்டுஅளவை (variance) V_1 னின் திறத்தன்மையும், T_2 என்பது மாறுபாட்டு பண்பளவை (estimator) V_2 வின் திறத்தன்மையையும் குறிக்கும் எனில், T_2 இன் திறத்தன்மை E என்பது, $E = \frac{V_1}{V_2}$ என வரையறுக்கப்படுகிறது.மேலும் E இன் மதிப்பு 1 ஐ விட அதிகமாக இருக்க கூடாது.

(iv) நிறைவுத்தன்மை : $f(x, \theta)$ என்ற அடர்த்திச் சார்பு கொண்ட முழுமைத் தொகுயிலிருந்து பெறப்பட்ட n மாதிரிகள் $x_1, x_2, ..., x_n$ இன் பண்பளவையின் மதிப்பீட்டு பண்பளவை $T = t(x_1, x_2, ..., x_n)$ எனில் $x_1, x_2, ..., x_n$ மற்றும் T இன் நிபந்தனை பரவலானதும் θ-வை சாராததாகவும் இருப்பின், T–என்பதை θ –இன் நிறைவுத் தன்மையுடைய மதிப்பீட்டு பண்பளவை எனலாம்.

8.2.1 மதிப்பீட்டு முறையின் வகைகள் (Point and Interval Estimation):

ஒரு முழுமைத்தொகுதியின் தெரியாத தொகுதிப் பண்பளவையை மதிப்பிடுவதற்கு, மதிப்பீட்டு முறை கோட்பாடுகளைப் பயன்படுத்த வேண்டியுள்ளது. அவை (i) புள்ளி மதிப்பீட்டு முறை, (ii) இடைவெளி மதிப்பீட்டு முறை என இரு வகைப்படும்.

1.புள்ளி மதிப்பீட்டு முறை (Point Estimation)

ஒரே ஒரு மதிப்பை, மதிப்பீட்டு அளவையாகப் (Estimate) பயன்படுத்தி, தொகுதிப்பண்பளவையின் மதிப்பைப் பெறமுடியுமானால், அம்முறை புள்ளி மதிப்பீட்டு முறை (Point estimation) என்று அழைக்கப்படுகிறது. மாறாக தொகுதிப் பண்பளவையின் மதிப்பு ஒரு தனி எண்ணாக

XII Std - Business Maths & Stat TM Chapter 8.indd 195 3/5/2020 12:55:05 PM

இருக்குமாயின் அதனை புள்ளி மதிப்பீட்டு முறை எனலாம்.

எடுத்துக்காட்டாக,

(i) 100 மாணவர்களைக் கொண்ட ஒரு வகுப்பில், 5 மாணவர்களைக் கொண்ட ஒரு மாதிரியின் சராசரி மதிப்பெண் 55 என்போம். இந்த மதிப்பெண் முழுவகுப்பின் சராசரி மதிப்பெண் எனக் கருதினால், இந்த 55 என்ற ஒரு மதிப்பையே, புள்ளி மதிப்பீட்டில் பெற்ற மதிப்பாகக் கருதலாம்.

(ii) 100 மாணவர்கள் உள்ள ஒரு வகுப்பில், 10 மாணவர்கள் உள்ள ஒரு மாதிரியின் சராசரி எடை 50கி.கி என்பதையே, அவ்வகுப்பிலுள்ள அனைத்து மாணவர்களின் சராசரியாகக் கருதப்படுமேயானால், அந்த 50 கிலோ கிராம் என்ற தனி மதிப்பு, புள்ளி மதிப்பீட்டில் பெற்றதாகக் கருதலாம்.

குறிப்பு

மாதிரி சராசரி $(\overline{x})$ ஆனது முழுமைத்தொகுதி சராசரி (μ) இன் மதிப்பீட்டு அளவையாக பயன்படும் மாதிரிப்புள்ளியியல் அளவையாகும்.

ஒரு தனிமதிப்பை தொகுதிப்பண்பளவையின் மதிப்பீட்டு அளவையாக பயன்படுத்துவதற்கு பதிலாக ஓர் இடைவெளியினைக் கருத்தில் எடுத்துக்கொள்ளலாம். இம்முறை இடைவெளி மதிப்பீட்டு முறை எனப்படும். இதுபற்றிக் கீழே விவரிக்கப்பட்டுள்ளது.

2. இடைவெளி மதிப்பீட்டு முறை (Interval Estimation)

புள்ளி மதிப்பீட்டு முறையை ஏற்க இயலாத சூழ்நிலைகளில், தொகுதிப் பண்பளவை மதிப்புகள் குறிப்பிட்ட இடைவெளிகளில் அமையுமாறு எல்லைகளைக் கண்டறியும் முறை இடைவெளி மதிப்பீட்டு முறை (Interval Estimation) என வரையறுக்கப்படுகிறது.

எடுத்துக்காட்டாக,

திட்டவிலக்கத்தின் பொதுவான பண்பின் அடிப்படையில் T என்பது திட்டப்பிழை S கொண்ட θ–இன் சிறந்த மதிப்பீட்டு பண்பளவையாகவும், θ என்பது T–இன் நிச்சயமற்ற மதிப்பீட்டு பண்பளவையாகவும் இருந்தால், θ என்பதன் தெரியாத மதிப்பு, 95% நம்பிக்கையில் (T-2s, T+2s) என்ற இடைவெளிகளுக்குள் அமையும் என்றும், 99% நம்பிக்கையில் (T-3s, T+3s) என்ற இடைவெளிகளுக்குள் அமையும் எனில், இந்த இடைவெளிகளை நம்பிக்கை இடைவெளிகள் என்கிறோம். இதனைப்பற்றி கீழே விவரிக்கப் பட்டுள்ளது.

நம்பிக்கை இடைவெளிகள் (Confidence interval)

ஒரு கூறிலிருந்து, மாதிரிப் பண்பளவை (statistic $'t'$) மதிப்பைப் பெற்றபின், தெரியாத தொகுதி பண்பளவை θ வைப்பற்றி நியாயமான நிச்சயமற்ற கூற்றை உருவாக்க முடியுமா ? என்ற வினா எழுகிறது. இவ்வினாவிற்கான விடையானது நம்பிக்கை இடைவெளி என்ற நுட்பத்திலிருந்து கிடைக்கப்பெறுகிறது. ஒரு சிறு மதிப்பான α என்பதை எடுத்துக்கொண்டு அதை மிகைகாண் நிலை அல்லது மிகைகாண் மட்டம் (Level of significance) (1% அல்லது 5%) என்று கூறுகிறோம். அதற்குரிய இரு மாறிலிகள் c_1 , c_2 என்க. அது $P(c_1 < \theta < c_2 | t) = 1 - \alpha$ என்று அமையும்.

c_1 , c_2 எனும் இரு அளவுகளும் நம்பிக்கை எல்லைகள் (confidence limits) என்றும் $[c_1, c_2]$ என்ற எல்லைகளுக்குள் முழுமைத் தொகுதியின் தொகுதிப் பண்பளவை (Population Parameter) மதிப்பு அமையுமானால், அவ்விடைவெளி நம்பிக்கை இடைவெளி (Confidence Interval) என்றும் அழைக்கப்படும் . இங்கு $(1-\alpha)$ என்பது நம்பிக்கை கெழு என்று அழைக்கப்படுகிறது.

பெருங்கூறுகளில் முழுமைத் தொகுதியிலுள்ள சராசரிக்கான நம்பிக்கை இடைவெளிகள் (தொகுதி திட்டவிலக்கம் σ தெரிந்த நிலையில்) Confidence Interval for the population mean for Large Samples (when σ is known)

ஒன்றை ஒன்று சாராத n அளவுள்ள சமவாய்ப்பு கூறுகளை கொண்ட ஒரு முழுமைத் தொகுதியின் திட்ட விளக்கம் (σ) கொடுக்கப் பட்டிருந்தால் அதன் சராசரி அமையும் முழுமைத் தொகுதியின் சராசரி (φ& இடைவெளிக்குள் அமைவதற்கான நிகழ்தகவு $(1-\alpha)$ ஆகும்.

அதாவது,

$$P = \left(\overline{x} - Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \overline{x} + Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right)$$

$= (1-\alpha)$ ஆகும்.

XII Std - Business Maths & Stat TM Chapter 8.indd 196 3/5/2020 12:55:06 PM

எனவே, முழுமைத் தொகுதியின் திட்டவிலக்கம் (σ) கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் போது, சராசரி (φ) க்கான நம்பிக்கை இடைவெளி , $\bar{x} \pm Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ என்பதாகும்.

நம்பிக்க இடைவெளி காண்பதற்கும் சிறப்புக்காண் சோதனைக்குமான வெவ்வேறு மிகைக்காண் நிலையில் தீர்மான மதிப்புக்கள் Z_α கீழ்க்கண்ட அட்டவணையில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

இயல்நிலை நிகழ்தகவுடைய அட்டவணை

தீர்மான மதிப்புகள் Z_α	மிகைகாண் நிலை (α)			
	1%	2%	5%	10%
இருமுனை சோதனை	$\lvert Z_\alpha \rvert$=2.58	$\lvert Z_\alpha \rvert$=2.33	$\lvert Z_\alpha \rvert$=1.96	$\lvert Z_\alpha \rvert$=1.645
வலமுனை சோதனை	Z_α =2.33	Z_α =2.055	Z_α =1.645	Z_α =1.28
இடமுனை சோதனை	Z_α = -2.33	Z_α = −2.055	Z_α = −1.645	Z_α = −1.28

நம்பிக்கை இடைவெளிக்கான எடுத்துக்காட்டுகள்.

எடுத்துக்காட்டு 8.11

ஒரு இயந்திரம் தயாரிக்கும் உற்பத்தி பொருளின் உதிரிபாகங்களின் திட்டவிலக்கம் 1.6 செ.மீ. சமவாய்ப்பு முறையில் தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட 64 மாதிரிகளின் சராசரி உயரம் 90 செ.மீ. ஆகும். உதிரிபாகங்களின் உயரம் 88 செ.மீட்டருக்கு குறைவாகவோ அல்லது 92 செமீக்கு அதிகமாகவோ இருக்கும் போது அப்பாகங்களை வாடிக்கையாளர் நிராகரிக்கிறார். உற்பத்தி செய்யப்பட்ட சராசரி உயரம் கொண்ட உதிரிபாகங்கள், 95% நம்பிக்கை இடைவெளியில்அமையும்என வாடிக்கையாளருக்கு உறுதிபடுத்த முடியுமா?

தீர்வு:

இங்கு μ என்பது உதிரிபாகங்களின் முழுமைத் தொகுதி சராசரி உயரம் ஆகும்.

μ–ஐ மதிப்பீடு செய்வதற்கான 95% எல்லைகள்

$$\bar{x} - Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{x} + Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

இங்கு $\sigma = 1.6$, $Z_{\alpha/2} = 1.96$, $\bar{x} = 90$ மற்றும் $n = 64$

திட்டப்பிழை $S.E. = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{1.6}{\sqrt{64}} = 0.2$

எனவே, $90 - (1.96 \times 0.2) \leq \varphi \leq 90 + (1.96 \times 0.2)$

$$(89.61 \leq \varphi \leq 90.39)$$

உதிரிபாகங்களின் முழுமைத்தொகுதி சராசரி உயரங்களின் உண்மை மதிப்பு (89.61, 90.39) என்ற 95% நம்பிக்கை இடைவெளியில் உள்ளது. எனவே 95% நம்பிக்கை இடைவெளியில் உள்ள உதிரிப்பாகங்களை வாடிக்கையாளர்கள் ஏற்றுக் கொள்வார்கள்.

எடுத்துக்காட்டு 8.12

பருத்தி நூலின் வலிமை (அறும் தன்மை) அறிய 100 அளவீடுகள் கொண்ட ஒரு தொகுதியினைத் தெரிவு செய்து அவற்றின் சராசரி மற்றும் திட்டவிலக்கம் முறையே 7.4 கிராம் மற்றும் 1.2 கிராம் எனில், பருத்தி நூலின் சராசரி வலிமையின் 95% நம்பிக்கை இடைவெளியை காண்க.

தீர்வு:

மாதிரியின் அளவு= 100, $\bar{x} = 7.4$, σ –ன் மதிப்பு தெரியாத நிலையில் உள்ளது.

ஆனால் $\hat{\sigma} = s = 1.2$

$\hat{\sigma} = s,\ Z_{\alpha/2} = 1.96$

$$S.E. = \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}} = \frac{s}{\sqrt{n}} = \frac{1.2}{\sqrt{100}} = 0.12$$

95% நம்பிக்கை இடைவெளியில் முழுமைத்தொகுதியின் சராசரியானது.

$$\bar{x} - Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{x} + Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

XII Std - Business Maths & Stat TM Chapter 8.indd 197 3/5/2020 12:55:10 PM

$$7.4-(1.96\times 0.12)\le \mu \le 7.4+(1.96\times 0.12)$$

$$7.4-0.2352\le \mu \le 7.4+0.2352$$

$$7.165\le \mu \le 7.635$$

முழுமைத்தொகுதியின் சராசரி வலிமைத் திறனாது $(7.165, 7.635)$ என்ற 95% நம்பிக்கை இடைவெளிக்குள் உள்ளது .

எடுத்துக்காட்டு 8.13

மின்விளக்குகள் தயாரிக்கும் நிறுவனம் ஒன்றிலிருந்து தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட 169 விளக்குகள் கொண்ட கூறின் சராசரி ஆயுட்காலம் 1350 மணி நேரம், அதன் திட்டவிலக்கம் 100 மணி நேரம் எனில், மின் விளக்குகளின் சராசரி ஆயுட்கால இடைவெளிகளை 90% நம்பிக்கை இடைவெளியில் காண்க.

தீர்வு:

கணக்கின்படி: $n = 169$, $\overline{x} = 1350$ மணி, $\sigma = 100$ மணி மிகைக்காண் (100-90)% =10% ஆகும். α is 0.1, 10% இல் மிகைக்காண்

$$Z_{\alpha/2} = 1.645$$

$$S.E. = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{100}{\sqrt{169}} = 7.69$$

முழுமைத்தொகுதியின் சராசரியின் 90% நம்பிக்கை எல்லைகள்

$$\overline{x} - Z_{\alpha/2} SE < \mu < \overline{x} + Z_{\alpha/2} SE$$

$$1350-(1.645\times 7.69)\le \mu < 1350+(1.645\times 7.69)$$

$$1337.35\le \mu \le 1362.65$$

மின் விளக்கு சராசரி ஆயுட்காலமானது 90% நம்பிக்கை இடைவெளியில் $(1337.35, 1362.65)$ என்று அமைகிறது.

8.3 கருதுகோள் சோதனை (Hypothesis Testing)

கருதுகோள் சோதனை என்பது, புள்ளியியல் பகுப்பாய்வில் முக்கிய பங்கு வகிக்கும் பகுதியாகும். வழக்கமான நடைமுறை வாழ்க்கையில், பெரும்பாலும் மாதிரிகளை வைத்தே முழுமைத்தொகுதி பற்றி முடிவெடுக்க வேண்டியுள்ளது. கருதுகோள் சோதனை என்பதை புள்ளியியல் மூலம் முடிவுகளைப் பெறுதல் என்ற வகையிலும் குறிப்பிட முடியும்.

மாதிரியின் அளவு தீர்மானிக்கப்பட்ட நிலையில், சில சமயங்களில் மாதிரிகளைப் பொறுத்து ஒரு நிலையற்ற தன்மை நிலவும்போது, புள்ளியியல் நுட்பங்கள் மூலம் கருதுகோள் சோதனை செய்து ஒரு முடிவைப்பெற முடிகிறது. இவ்வாறு ஒரு முடிவெடுக்கும் திறன் பெறுவதற்குத் துணைபுரியும் புள்ளியியல் முறையைக் கருதுகோள் சோதனை என்று அழைக்கிறோம். இது ஜே. நேமன் என்பவராலும் இ.எஸ். பியர்சான் என்பவராலும் தொடங்கப்பட்டு இப்போது பரவலாக எல்லா துறைகளிலும் பயன்பட்டு வருகிறது.

எடுத்துக்காட்டாக, மாதிரிகளின் மூலம்

(i) புதிய தடுப்புமருந்து, நோயைத் தீர்ப்பதில் பயனுள்ளதாக இருக்கிறது.

(ii) தற்போதுள்ள பயிற்சி முறையைவிட புதிய பயிற்சிமுறை சிறந்ததாக உள்ளது.

(iii) விளைச்சலில், பழைய உரத்தைவிட புதிய உரம் அதிக விளைச்சல் தரக்கூடியது.

போன்றவற்றைக் கருதுகோள் சோதனை மூலம் தீர்வு கண்டு முடிவெடுக்கலாம்.

8.3.1 இன்மை கருதுகோள், மாற்று கருதுகோள், மிகைகாண் நிலை, பிழைகளின் வகைகள் (Null Hypothesis and Alternative Hypothesis - Level of Significants and Type of Errors)

புள்ளியியல் கருதுகோள் (Statistical Hypothesis)

முழுமைத் தொகுதி அளவை பற்றிய தற்கோள் அல்லது கூற்றை உண்மையானதாகவோ அதற்கு மாறாகவோ இருக்குமாறு எடுத்து கொள்வதே புள்ளியியல் கருதுகோள் அல்லது புள்ளியியல் எடுகோள் ஆகும்.

புள்ளியியல் கருதுகோள்களை இருவகையாகப் பிரிக்கலாம் அவை:

(i) இன்மை கருதுகோள் (Null hypothesis)

(ii) மாற்று கருதுகோள் (Alternative hypothesis)

XII Std - Business Maths & Stat TM Chapter 8.indd 198 3/5/2020 12:55:12 PM

இன்மை கருதுகோள் (Null Hypothesis)

வரையறை 8.7

F.A பிஷரின் கூற்றுப்படி உண்மை என எடுக்கப்பட்ட எடுகோளை அனுமானத்தின் கீழ் நிராகரிக்க சாத்தியமான சோதனைக்குரிய எடுகோளே "இன்மை கருதுகோள்" (Null hypothesis) ஆகும். இது வழக்கமாக H_0 எனக் குறிக்கப்படும்.

உதாரணமாக குறிப்பிட்ட மதிப்பு μ_0 ஐ முழுமைத் தொகுதியின் சராசரி என அறிய விரும்பும்போது இன்மை கருதுகோள் H_0 என்பதை $H_0 : \mu = \mu_0$ என அமைத்துக் கொள்கிறோம்.

மாற்று கருதுகோள் (Alternative Hypothesis)

இன்மை கருதுகோளுக்கு நிரப்புப் பண்பாக (complementary) அதாவது எதிராக அமையும் கருதுகோள் "மாற்று கருதுகோள்" எனப்படும். இதனை வழக்கமாக H_1 என்று குறிப்பிடுகிறோம்.

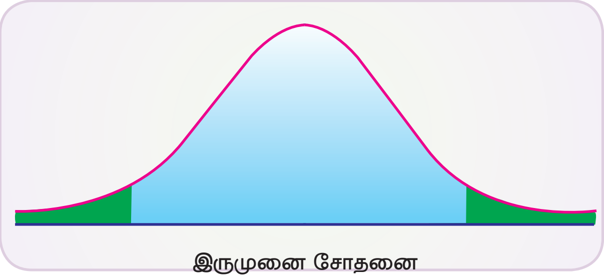
உதாராணமாக முழுமைத் தொகுதியின் சராசரி (μ) யின் குறிப்பிட்ட மதிப்பு μ_0 என்றுள்ளவாறு இன்மை கருதுகோள் சோதனையை $H_0 : \mu = \mu_0$ செய்யலாம் என்பதை நாம் அறிவோம். இதற்கு மாற்றாக, மாற்று கருதுகோள் (H_1) ஐ கீழ்க்கண்ட எவையேனும் ஒன்றின் வழியாகச் சோதனையை மேற்கொள்ளலாம்.

(i) $H_1 : \mu \neq \mu_0$ ($\mu > \mu_0$ அல்லது $\mu < \mu_0$)

(ii) $H_1 : \mu > \mu_0$

(iii) $H_1 : \mu < \mu_0$

இவைகளில் $H_1 : \mu \neq \mu_0$ இல் குறிப்பிடப்பட்டுள்ள மாற்று கருதுகோளானது இருமுனை மாற்று கருதுகோள் என அழைக்கப் படுகிறது. கூறு அளவையின் மதிப்பானது மாதிரிப் பரவலின் வலது மற்றும் இடது தீர்வு கட்ட பகுதியில் அமைவதால் முழுமைத் தொகுதியின் பண்பளவை பற்றிய கருதுகோள் நிராகரிக்கப்படும் நிகழ்வே **இருமுனை சோதனை** என்கிறோம். கூறு அளவையின் சராசரியானது, மாதிரிப்பரவலின் தீர்வு கட்டப்பகுதி முழுவதும் வலது முனையில் அமைந்தால் வலதுமுனை சோதனை எனவும் இடது முனையில் அமைந்தால் **இடதுமுனை சோதனை** எனவும் அழைக்கிறோம். அதாவது $H_1 : \mu > \mu_0$ என்ற கருதுகோளுக்கு எதிரான மாற்று கருதுகோள்களான $H_1 : \mu > \mu_0$ (வலமுனை) அல்லது $H_1 : \mu < \mu_0$ (இட முனை) ஆகியன ஒரு முனை சோதனையாக அமைகிறது என அறிவோம்.

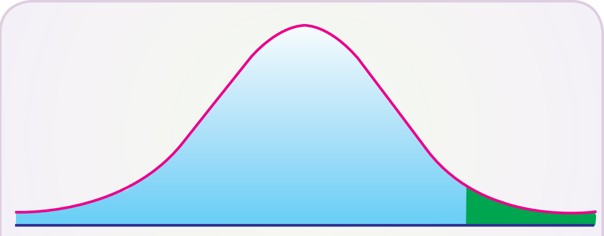


இருமுனை சோதனை

படம் 8.1

வலதுமுனை சோதனை (Right tailed test):

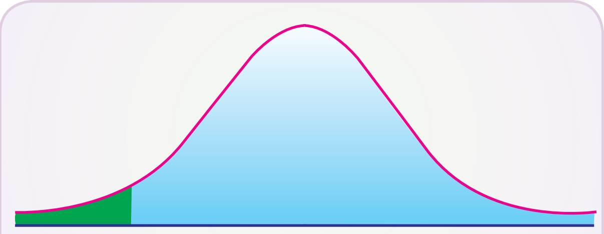
$H_1 : \mu > \mu_0$ மறுக்கப்படும் பகுதி அல்லது நிராகரிப்புப் பகுதி இயல்நிலை பரவலின் வலது முனையில் முழுவதும் அமையுமானால் $H_1 : \mu > \mu_0$ ஐ வலதுமுனை சோதனை என அழைக்கிறோம்.



வலதுமுனை சோதனை

படம்8.2

இடது முனை சோதனை நிராகரிப்புப் பகுதியானது இயல்நிலைப்பரவலின் இடது புறம் முழுவதும் அமையும் போது $H_1 : \mu < \mu_0$ஐ இடது முனை சோதனை என அழைக்கிறோம்.



இடதுமுனை சோதனை

படம்8.3

XII Std - Business Maths & Stat TM Chapter 8.indd 199 3/5/2020 12:55:12 PM

கருதுகோள் சோதனைப் பிழைகளின் வகைகள் (Types of Errors in Hypothesis testing)

இன்மை கருதுகோள் (Null Hypothesis) உண்மையாகவோ, தவறாகவோ இருக்கும் போது அவற்றைப் பற்றி எடுக்கும் முடிவுகளில் பிழைகள் நிகழ வாய்ப்புகள் அமைவதைக் காண்கிறோம் அவை.

முதல் வகைப் பிழை (Type I error): இன்மை கருதுகோள் (H_0) உண்மையாக இருக்கும்போது அதனை நிராகரிப்பது முதல் வகைப்பிழை எனப்படும்.

இரண்டாம் வகைப் பிழை (Type II error): இன்மை கருகோள் (H_0) தவறாக இருக்கும் போது அதனை ஏற்பது இரண்டாம் வகைப்பிழை எனப்படும்.

மறுக்கப்படும் பகுதி (Critical region or Rejection region)

கூறுவெளியில் இன்மை கருதுகோள் (H_0) எப்பகுதியில் மறுக்கப்படுகிறதோ அந்த பகுதியை மறுக்கப்படும் பகுதி என்கிறோம்.

குறிப்பு

மறுக்கப்படும் பகுதியின் நிரப்பு பண்பாக அமையும்பகுதி ஏற்கும் பகுதி என அழைக்கப் படுகிறது.

மிகைகாண் மட்டம் அல்லது மிகைகாண் நிலை (Level of significance)

மிகைகாண் மட்டம் என்பது முதல் வகை பிழைக்கான நிகழ்தகவினைக் குறிப்பதாகும். இது α என குறிக்கப்படுகிறது. வழக்கமாக 5% மற்றும் 1% நிலைகளை மிகைகாண் நிலைகளாக கருதுகோள் சோதனையில் எடுத்துக்கொள்வோம். மாதிரிகள் எடுப்பதற்கு முன்னதாகவே மிகைகாண் நிலை எனக்குறிப்பிடப்படுகிறது.

தீர்மான மதிப்பு (அல்லது) தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பு (Critical values or significant values)

கூறுபண்பளவை சோதனை அளவையில் எந்த மதிப்பானது ஏற்கப்படும் மற்றும் மறுக்கப்படுவதற்கான பகுதியினைப் பிரிக்கிறதோ அம்மதிப்பே தீர்மான மதிப்பு அல்லது தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பு என அழைக்கப்படுகிறது. இது கீழ்க்கண்டவற்றை பொறுத்து அமைகிறது.

(i) மிகைகாண் நிலை அல்லது மிகைகாண் மட்டம்

(ii) மாற்று கருதுகோளின் இருமுனை சோதனை மற்றும் ஒருமுனை சோதனை

பெருங்கூறுகளில், t கூறுபண்பளவையின் திட்ட இயல்நிலை மாறியானது,

$$Z = \frac{t - E(t)}{\sqrt{Var(t)}} = \frac{t - E(t)}{S.E.(t)} \sim N(0,1)$$

$n \to \infty$ க்கு ... (1)

என வரையறுக்கப்படுகிறது.

குறிப்பு

கூறின் அளவு $n > 30$ எனும்போது பெரும் கூறாகக் கருதுகிறோம்.

இன்மை கருதுகோளின் கீழ், (1) லிருந்து பெறப்படும் Z இன் மதிப்பே கூறுபண்பளவைச் சோதனை அளவை எனப்படும். மிகைகாண் மட்டத்தில் இருமுனை மற்றும் ஒரு முனை சோதனைகளில் பயன்படுத்தப்படும் Z ன் தீர்மான மதிப்பு ஆனது இயல்நிலை நிகழ்தகவு அட்டவணையில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. (இயல்நிலை அட்டவணையைப் பார்க்கவும்)

கூறின் அளவு (n) பெரியதாக இருக்கும் போது ஈருறுப்பு, பாய்சன் போன்ற பரவல்கள் இயல்நிலைப் பரவலாக தோராயமாக்கப்படுகின்றன. எனவேதான் நாம் மிகைகாண் சோதனையில் இயல்நிலை சோதனையை பெருங்கூறுகளுக்கு பயன் படுத்துகிறோம்.

8.3.2 கருதுகோள் சோதனைக்கான வழிமுறைகள் (Testing Procedure : Large sample theory and test of significants for single mean)

கருதுகோள் சோதனை மேற்கொள்ளும்போது பயன்படுத்தப்படும் படிநிலைகள் கீழே கொடுக்கப் பட்டுள்ளது.

XII Std - Business Maths & Stat TM Chapter 8.indd 200 3/5/2020 12:55:13 PM

1. **இன்மை கருதுகோள் (Null hypothesis):** இன்மை கருதுகோள் H_0 ஐ அமைக்கவும்.

2. **மாற்றுக் கருதுகோள் (Alternative hypothesis):** மாற்று கருதுகோள் H_1 ஐ அமைக்கவும். இது இருமுனைகள் சோதனையா அல்லது ஒருமுனை சோதனையா (வலது அல்லது இடது முனை) என்பதைக்காண உதவும்.

3. **மிகைகாண் நிலை அல்லது மிகைகாண் மட்டம் (Level of significance):** மதிப்பீட்டு அளவையின் நம்பகத்தன்மை மற்றும் அதை அனுமதிப்பதில் உள்ள அபாயம் (ஆபத்து) ஆகியவற்றை பொறுத்து, மிகைக்காண் நிலை மதிப்பை (α) கூறு எடுப்பதற்கு முன்னதாக தீர்மானிக்க வேண்டும்.

4. **கூறுபண்பளவை சோதனை (Test statistic) :** $Z = \frac{t - E(t)}{\sqrt{Var(t)}} = \frac{t - E(t)}{S.E.(t)} \sim N(0,1)$ க்கு $n \to \infty$ யை பயன்படுத்தி கூறுபண்பளவை சோதனையைக் கணக்கிடலாம்.

5. தீர்மானம் : படி (4)ன் படி கணக்கிடப்பட்ட Z இன் மதிப்பை கொடுக்கப்பட்ட மிகைக்காண் நிலை மதிப்பு அல்லது தீர்மான மதிப்பு அல்லது Z_α -யின் அட்டவணை மதிப்பு ஆகியவற்றுடன் ஒப்பிட்டு கீழ்க்கண்டவாறு முடிவு மேற்கொள்ள வேண்டும்.

   (i) $|Z| < Z_\alpha$ அதாவது, கண்டறியப்பட்ட Z –இன் மதிப்பானது, தீர்மான மதிப்பு Z_α ஐ விடக் குறைவாக இருக்கும் போது, இன்மை கருதுகோளை, மிகைகாண் நிலையில் ஏற்க வேண்டும்.

   (ii) $|Z| > Z_\alpha$ எனில் இன்மை கருது கோள் மிகைகாண் நிலைக்கேற்ப (α) மறுக்கப்படுகிறது.

சராசரிக்கான மிகைகாண் சோதனை (Test of significance for single mean)

சராசரி μ மற்றும் மாறுபாட்டளவை σ^2 கொண்ட முழுமைத் தொகுதியிலிருந்து $x_i, (i = 1, 2, 3, ..., n)$ என்ற n அளவுள்ள ஒரு மாதிரியைத் தெரிவு செய்து அதன் கூறு சராசரி μ ஆகவும், மாறுபாட்டளவை $\frac{\sigma^2}{n}$ உள்ளது எனில், அதாவது $\bar{x} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right)$. எனில் பெருங்கூறுக்கு திட்ட இயல்நிலை மாறி ஆனது.

$$Z = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \sim N(0, 1) \text{ ஆகும்.}$$

சராசரி μ மற்றும் மாறுபாட்டளவை σ^2 என உள்ள முழுமைத் தொகுதியிலிருந்து n கூறுகள் எடுக்கப்பட்டு அக்கூறுகளின் சராசரி (μ) க்கும் முழுமைத் தொகுதியின் சராசரி ($\bar{x}$) க்கும் குறிப்பிடத்தக்க வித்தியாசம் இல்லாத போது இன்மை கருதுகோள் H_0 –இன் கீழ் பெருங்கூறின் கூறுபண்பளவைச் சோதனை அளவையானது கீழ்க்கண்டவாறு கணக்கிடப்படுகிறது :

$$Z = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

குறிப்பு (Remark):

முழுமைத் தொகுதியின் திட்டவிலக்கம் σ கிடைக்காத போது (தெரியாத போது) கூறுகளின் மாறுபாட்டளவையைப் பயன்படுத்தி $\hat{\sigma}^2 = s^2$ $\Rightarrow \hat{\sigma} = s$ எனக் காணலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 8.14

ஒரு மகிழுந்து தயாரிக்கும் நிறுவனம் தற்போது உபயோகத்தில் உள்ள மகிழுந்தை விட எரிபொருள் சிக்கனப்படுத்தும் நோக்கில் புதிய ஆறு உருளைத் திறன் உள்ள மகிழுந்தை அறிமுகம் செய்கிறது. 50 புதிய மகிழுந்துகள் மாதிரியாக எடுத்து அதன் பெட்ரோல் உபயோகம் குறித்து சோதனை செய்யப்பட்ட போது அது சராசரியாக ஒரு லிட்டருக்கு 10 கி.மீ. மற்றும் அதன் திட்ட விலக்கம் 3.5 கி.மீ என அறியப்பட்டது. புதிய மகிழுந்தின் சராசரி பெட்ரோல் உபயோகம் லிட்டருக்கு 9.5 கி.மீ என்ற நிறுவனத்தின் அறிவிப்பை ஏற்று கொள்ளலாமா என்பதை 5% மிகைகாண் நிலையில் சோதிக்க.

XII Std - Business Maths & Stat TM Chapter 8.indd 201 3/5/2020 12:55:16 PM

தீர்வு:

கொடுக்கப்பட்ட விவரங்களிலிருந்து, கூறு அளவு n= 50, கூறு சராசரி $\overline{x}$ = 10 கி.மீ,

கூறின் திட்டவிலக்கம் $s = 3.5$ கி.மீ

முழுமைத்தொகுதி சராசரி μ =9.5 கி.மீ

முழுமைத்தொகுதியின் திட்டவிலக்கம் σ கொடுக்கப்படவில்லையாதலால் $\sigma = s$ எனக் கொள்வோம்.

இது பெருங்கூறாதலால் Z – சோதனையைப் பயன்படுத்தலாம். சோதனை அளவை Z ஆனது திட்ட இயல்நிலை மாறியாகும்.

இன்மை கருதுகோள், கூறு சராசரிக்கும் முழுமைத் தொகுதி சராசரிக்கும் இடையே குறிப்பிடத்தக்க சிறப்பான வித்தியாசம் இல்லை அதாவது $H_0 : \mu = 9.5$ என்பதாகும்.

மாற்று எடுகோள் : கூறு சராசரி மற்றும் நிறுவனத்தின் சராசரிக்கும் வித்தியாசம் உள்ளது. அதாவது $H_1 : \mu \neq 9.5$ (இருமுனை சோதனை)

மிகைகாண் நிலை $\alpha = 5\% = 0.05$

கூறுபண்பளவைச் சோதனை கணக்கிடுதல்

$$Z = \frac{\overline{x}-\mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \sim N(0,1); \; Z = \frac{10-9.5}{\frac{3.5}{\sqrt{50}}} \sim N(0,1) = \frac{0.5}{0.495} = 1.01$$

கணக்கிடப்பட்ட Z–ன் மதிப்பு $Z = 1.01$ மற்றும் எதிர்பாக்கப்படும் மதிப்பு அல்லது அட்டவணை மதிப்பு $Z_{\alpha/2}$ = 1.96. கணக்கிடப்பட்ட மதிப்பை அட்டவணை மதிப்போடு ஒப்பிடும்போது $Z < Z_{\alpha/2}$ அதாவது $1.01 < 1.96$.

முடிவு: கணக்கிடப்பட்ட Z மதிப்பானது அட்டவணை மதிப்பை $Z_{\alpha/2}$ விட குறைவாக உள்ளதால் $Z < Z_{\alpha/2}$. 5% மிகைகாண் நிலையில் இன்மைகருதுகோள் H_0 ஏற்றுக்கொள்ளப்படுகிறது. ஆகவே நிறுவனத்தின் அறிவிப்பின்படி புதிய மகிழுந்தின் எரிபொருள் பயன்பாடு 9.5 கி.மீ/லி என்பதை ஏற்றுக்கொள்ளலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 8.15

பந்து முனை பேனா தயாரிக்கும் நிறுவனமானது, தான் தயாரிக்கும் பேனாவின் (எழுதும்) ஆயுள், சராசரியாக 400 பக்கங்களாகவும், திட்டவிலக்கம் 20 பக்கங்கள் எனக் கூறுகிறது.ஒரு முகவர் 100 பேனாக்களைக் கொள்முதல் செய்து சோதனைக்கு உட்படுத்துகின்றார். அதன சராசரி (எழுதும்) ஆயுள் 390 பக்கங்கள் எனக் கண்டறிகிறார். கொள்முதல் முகவர் நிறுவனத்தின் கூற்றை 1% மிகைகாண் நிலையில் நிராகரிக்கலாமா?

தீர்வு:

கூறின் அளவு n =100, கூறின் சராசரி $\overline{x}$ = 390 பக்கங்கள் ,

முழுமைத்தொகுதி சராசரி $\mu = 400$ பக்கங்கள்

முழுமைத்தொகுதி திட்டவிலக்கம் SD σ = 20 பக்கங்கள்

பெருங்கூறானதால் Z சோதனையை பயன் படுத்துகிறோம்.

இன்மை கருதுகோள் : நிறுவனம் தயாரித்த போனாவின் (எழுதும்) ஆயுளின் கூறு சராசரிக்கும், முழுமைத்தொகுதி சராசரிக்கும் குறிப்பாக வித்தியாசம் இல்லை. $H_0 : \mu = 400$ என்க.

மாற்று கருதுகோள் : நிறுவனம் தயாரித்த போனாவின் எழுதும் ஆயுளின் கூறு சராசரிக்கும் முழுமைத் தொகுதி சராசரிக்கும். குறிப்பிடத்தக்க வித்தியாசம் உள்ளது. $H_1 : \mu \neq 400$ (இருமுனை சோதனை)

மிகைகாண் நிலை α = 1% = 0.01

கூறுபண்பளவை சோதனைக்கேற்ப கணக்கிடல்

$$Z = \frac{\overline{x}-\mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \sim N(0,1); \; Z = \frac{390-400}{\frac{20}{\sqrt{100}}} = \frac{-10}{2} = -5, \; \therefore |Z| = 5$$

$$Z_{\alpha/2} = 2.58$$

கண்டறியப்பட்ட மதிப்பு $|Z| = 5$ மற்றும் எதிர்பார்க்கும் மதிப்பு (அல்லது) அட்டவணை மதிப்பு $Z_{\alpha/2}$ = 2.58, கணக்கிடப்பட்ட மதிப்பை அட்டவணை மதிப்போடு ஒப்பிடும்போது $Z > Z_{\alpha/2}$ அதாவது $5 > 2.58$.

முடிவு : கணக்கிடப்பட்ட Z–இன் மதிப்பானது, அட்டவணைமதிப்பு $Z_{\alpha/2}$ விட அதிகமாக உள்ளதால், $Z > Z_{\alpha/2}$ முதல் 1% மிகைகாண் நிலையில்,

XII Std - Business Maths & Stat TM Chapter 8.indd 202 3/5/2020 12:55:17 PM

இன்மை கருதுகோள் H_0 நிராகரிக்கப்படுகிறது. எனவே $\mu \neq 400$ என தீர்மானித்து நிறுவனத்தின் கூற்றை 1% நிலையில் நிராகரிக்கலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 8.16

(i) 900 பேர் கொண்ட ஒரு கூறின் சராசரி 3.4 செ.மீ. ஆகவும், திட்டவிலக்கம் 2.61 செ.மீ. ஆகவும் உள்ளது. சராசரி 3.25 செ.மீ. மற்றும் திட்டவிலக்கம் 2.62 செ.மீ. கொண்ட ஒரு பெரிய முழுமைத் தொகுதியிலிருந்து அக்கூறு எடுக்கப்பட்டதா? என 95% நம்பிக்கை எல்லையைக் கொண்டு சோதிக்க.

(ii) இயல் நிலையில் உள்ள ஒரு முழுமைக் தொகுதியின் சராசரி தெரியாத நிலையில், உண்மை சராசரியின் 95% மற்றும் 98% நம்பிக்கை எல்லைகளை காண்க.

தீர்வு:

(i) கணக்கின்படி

கூறு அளவு : $n = 900$, கூறு சராசரி $\bar{x} = 3.4$ செ.மீ,

கூறு திட்டவிலக்கம் (SD) $s = 2.61$ செ.மீ.

முழுமைத்தொகுதி சராசரி $\mu = 3.25$ செ.மீ,

முழுமைத் தொகுதியின் திட்டவிலக்கம் (SD): $\sigma = 2.61$ செ.மீ.

இன்மை கருதுகோள் $H_0 : \mu = 3.25$ செ.மீ. (சராசரி $\mu = 3.25$ மற்றும் திட்டவிலக்கம் $\sigma = 2.61$ செ.மீ. உடைய முழுமைத் தொகுதியிலிருந்து கூறு எடுக்கப் பட்டிருகிறது).

மாற்று கருதுகோள் $H_1 : \mu \neq 3.25$ செ.மீ. (இருமுனை சோதனை I) அதாவது சராசரி $\mu = 3.25$ செ.மீ. மற்றும் திட்டவிலக்கம் $\sigma = 2.61$ செ.மீ. கொண்ட முழுமைத் தொகுதியிலிருந்து கூறு எடுக்கப்படவில்லை.

மிகைகாண் நிலை $\alpha = 5\% = 0.05$

கூறுபண்பளவை சோதனைக்கு ஏற்பக் கணக்கிடல்:

$$Z = \frac{3.4 - 3.25}{\frac{2.61}{\sqrt{900}}} = \frac{0.15}{0.087} = 1.724$$

$$\therefore Z = 1.724$$

கணக்கிடப்பட்ட $\therefore Z = 1.724$ மற்றும் அட்டவணை மதிப்பு $Z_{\alpha/2} = 1.96$

இவற்றை ஒப்பிடுகையில் $Z < Z_{\alpha/2}$

அதாவது $1.724 < 1.96$.

முடிவு: கணக்கிடப்பட்ட 5% மதிப்பானது, அட்டவணை மதிப்பை விட குறைவாக உள்ளது. அதாவது 5% மிகைகாண் நிலையில் $Z < Z_{\alpha/2}$ ஆக உள்ளதால். இன்மை கருதுகோள் ஆனது ஏற்றுக்கொள்ளப்படுகிறது.

எனவே, சராசரி $\mu = 3.25$ செ.மீ. மற்றும் திட்டவிலக்கம், $\sigma = 2.61$ செ.மீ. உடைய முழுமைத் தொகுதியிலிருந்து கூறானது எடுக்கப்பட்டது என முடிவு செய்யப்படுகிறது.

(ii) நம்பிக்கை எல்லைகள் (Confidence limits)

முழுமைத் தொகுதியின் சராசரி μவிற்கான 95% நம்பிக்கை எல்லைகள் :

$$\bar{x} - Z_{\alpha/2} SE \le \mu \le \bar{x} + Z_{\alpha/2} SE$$

$$3.4 - (1.96 \times 0.087) \le \mu \le 3.4 + (1.96 \times 0.087)$$

$$3.229 \le \mu \le 3.571$$

முழுமைத் தொகுதியின் சராசரி μவிற்கான 98% நம்பிக்கை எல்லைகள் :

$$\bar{x} - Z_{\alpha/2} SE \le \mu \le \bar{x} + Z_{\alpha/2} SE$$

$$3.4 - (2.33 \times 0.087) \le \mu \le 3.4 + (2.33 \times 0.087)$$

$$3.197 \le \mu \le 3.603$$

எனவே, μ– இன் 95% நம்பிக்கை இடைவெளி (3.229,3.571) மற்றும் 98% நம்பிக்கை இடைவெளி (3.197,3.603) ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 8.17

ஒரு பல்பொருள் அங்காடியில் ஒரு வாரத்தில் விற்பனை செய்யப்பட்ட சோப்பின் சராசரி 146.3 ஆக உள்ளது. விளம்பரத்திற்கு பிறகு 400 கடைகளை மாதிரி எடுத்ததில் வாராந்திர சராசரி விற்பனை 153.7 மற்றும் அதன் திட்டவிலக்கம் 17.2 எனில், 0.05 மிகைகாண் நிலையில் விளம்பர பிரச்சாரம் வெற்றியடைந்ததாக கருதலாமா?

தீர்வு:

கூறின் அளவு $n = 400$ கடைகள்

கூறு சராசரி $\bar{x} = 153.7$ சோதனைகள்

கூறு திட்டவிலக்கம் SD $s = 17.2$ சோப்புகள்

முழுமைத் தொகுதியின் திட்டவிலக்கம் $m = 146.3$

XII Std - Business Maths & Stat TM Chapter 8.indd 203 3/5/2020 12:55:20 PM

சோப்புகள்

முழுமைத் தொகுதியின் திட்டவிலக்கம் கொடுக்கப் படாததால் கூறு திட்டவிலக்கம் $s = \sigma$ என கொள்வோம்.

இன்மை கருதுகோள்: விளம்பர பிரச்சாரம் வெற்றியாக இல்லை. $H_0 : \mu = 146.3$ (விளம்பரத்திற்கு முன்னும் பின்னும் வாராந்திர சோப்பு விற்பனையில் சிறப்பான வித்தியாசம் இல்லை)

மாற்று கருதுகோள் $H_0 : \mu > 146.3$ (வலதுமுனை சோதனை) விளம்பர பிரச்சாரம் வெற்றிகரமானதாக உள்ளது)

மிகைகாண் நிலை $\alpha = 0.05$

கூறுபண்பளவைசோதனைக்கு ஏற்பக் கணக்கிடல்

$$Z = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \sim N(0,1)$$

$$Z = \frac{153.7 - 146.3}{\frac{17.2}{\sqrt{400}}}$$

$$= \frac{7.4}{0.86} = 8.605$$

$$\therefore Z = 8.605$$

கணக்கிடப்பட்ட மதிப்பு $Z = 8.605$ மற்றும் எதிர்பார்க்கப்படும் மதிப்பு அல்லது அட்டவணை மதிப்பு $Z_\alpha = 1.645$ ஆகியவற்றிலிருந்து $8.605 > 1.645$ என பெறுகிறோம்.

கண்டறியப்பட்ட மதிப்பானது அட்டவணை மதிப்பை விட அதிகமாக உள்ளதால் $Z > Z_\alpha$, 5% மிகைகாண் நிலையில் இன்மை கருதுகோள் H_0 மறுக்கப்படுகிறது. எனவே விளம்பர பிரச்சாரம் சோப்பு விற்பனையை அதிகரித்துள்ளது என கருதலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 8.18

இயல்நிலை பரவலில் உள்ள ஒரு தொழிற்சாலை ஊழியர்களின் ஊதியங்களின் சராசரி μ மற்றும் மாறுபாட்டளவை 25 என்க. 50 பணியாளர்கள் கொண்ட ஒரு கூறில் உள்ளவர்களின் மொத்த ஊதியம் ₹ 2,550 என்க. கருதுகோள், $\mu = 52$, என்பதையும் அதற்கு மாறான கருதுகோள் $\mu = 49$ யையும் 1% மிகைகாண் நிலையில் சோதனை செய்க.

தீர்வு:

கூறு அளவு $n = 50$ ஊழியர்கள்

மொத்த ஊதியம் $\sum x = 2550$

கூறு சராசரி $\bar{x} = \frac{\text{மொத்த ஊதியம்}}{n} = \frac{\sum x}{n} = \frac{2550}{50} = 51$

அலகுகள்

முழுமைத் தொகுதி சராசரி $\mu = 52$

முழுமைத் தொகுதி மாறுபட்டளவை $\sigma^2 = 25$

முழுமைத் தொகுதி திட்டவிலக்கம் SD $\sigma = 5$

இன்மை கருதுகோள் $H_0 : \mu = 52$

மாற்று கருதுகோள் $H_1 : \mu \neq 52$ (இருமுனை)

மிகைகாண் நிலை $\alpha = 0.01$

கூறுபண்பளவை சோதனை $Z = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \sim N(0,1)$

$$Z = \frac{51 - 52}{\frac{5}{\sqrt{50}}} = \frac{-1}{0.7071} = -1.4142$$

மாற்று கருதுகோள் இருமுனை சோதனையாகும், எனவே $|Z| = 1.4142$ எனப் பெறுகிறோம்

தீர்மான மதிப்பு 1% மிகைகாண் நிலையில் $Z_{\alpha/2} = 2.58$

முடிவு: கணக்கிடப்பட்ட மதிப்பானது அட்டவணை மதிப்பை விட குறைவாக உள்ளது. $Z < Z_{\alpha/2}$, 1% மிகைகாண் நிலையில் இன்மை கருதுகோள் H_0 ஏற்றுக் கொள்ளப்படுகிறது.

எனவே கூறு சராசரிக்கும் தொகுதி சராசரி $\mu = 52$, திட்டவிலக்கம் $\sigma = 5$ –க்கும் குறிப்பிடத்தக்க வித்தியாசம் இல்லை என்பதால் $\mu = 49$ என்பது நிராகரிக்கப்படுகிறது.

எடுத்துக்காட்டு 8.19

அவசர மருத்துவ சிகிச்சை வாகன சேவை வழங்கும் ஒரு நிறுவனம், தங்களுக்கு கிடைக்கப் பெறும் அவசர அழைப்பின் போது சராசரியாக 8.9 நிமிடங்களில் அழைப்பிடத்தை சென்றவடைவதாக கூறுகிறது. அவர்களின் கூற்றை சோதிக்க, எடுக்கப் பட்ட 50 அவசர அழைப்பின் மாதிரி தேர்வுகளில் அதன் சராசரி 9.3 நிமிடங்கள், திட்டவிலக்கம் 1.6 நிமிடங்கள் என அறியப்படுகிறது. 5% மிகைகாண் நிலையில் நிறுவனத்தின் கூற்று சரியானதா?

தீர்வு:

கூறு அளவு $n = 50$

கூறு சராசரி $\bar{x} = 9.3$ நிமிடங்கள்

கூறு திட்டவிலக்கம் $s = 1.6$ நிமிடங்கள்

முழுமைத் தொகுதி சராசரி $\mu = 8.9$ நிமிடங்கள்

XII Std - Business Maths & Stat TM Chapter 8.indd 204 3/5/2020 12:55:23 PM

இன்மை கருதுகோள் $H_0 : \mu = 8.9$

மாற்று கருதுகோள் $H_1 : \mu \neq 8.9$(Two tail)

மிகைகாண் நிலை $\alpha = 0.05$

கூறுபண்பளவை சோதனைக்கு

$$Z = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \sim N(0,1)$$

$$Z = \frac{9.3 - 8.9}{\frac{1.6}{\sqrt{50}}} = \frac{0.4}{0.2263} = 1.7676$$

கணக்கிடப்பட்ட மதிப்பு $Z = 1.7676$

5% மிகைகாண் நிலையில் தீர்மான மதிப்பு $Z_{\alpha/2} = 1.96$

முடிவு: கணக்கிடப்பட்ட மதிப்பானது அட்டவணை மதிப்பை விட குறைவாக உள்ளது. அதாவது, $Z < Z_{\alpha/2}$ 5% மிகைகாண் நிலையில் இன்மை கருதகோள் ஏற்கப்படுகிறது எனவே நோயுற்றோரை ஏற்றிச் செல்லும் வண்டிசேவை சராசரி 8.9 நிமிடங்களில் அவசர அழைப்பிடத்தை சேரும் என்ற கூற்று உண்மையாகிறது.

பயிற்சி 8.2

1. புள்ளியியல் அனுமானத்தின் இரண்டு பகுதிகளை எழுதுக?
2. மதிப்பீட்டுப் பண்பளவை என்றால் என்ன?
3. மதிப்பீட்டு அளவை என்றால் என்ன?
4. புள்ளி மதிப்பீட்டு முறை என்றால் என்ன?
5. இடைவெளி மதிப்பீட்டு முறை என்றால் என்ன?
6. நம்பிக்கை இடைவெளி என்றால் என்ன?
7. இன்மை கருதுகோள் என்றால் என்ன? எடுத்துக்காட்டு தருக.
8. மாற்று கருதுகோள் – வரையறு.
9. மறுக்கும் பகுதியை – வரையறு.
10. மறுக்கும் அளவு – வரையறு.
11. மிகைகாண் நிலை – வரையறு.
12. முதல்வகை பிழை என்றால் என்ன?
13. ஒருமுனை சோதனை என்றால் என்ன?.
14. சராசரி மதிப்பு 4 மற்றும் திட்டவிலக்கம் 3 உடைய ஒரு முழுமைத் தொகுதியிலிருந்து தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட 100 உறுப்புகளைக் கொண்ட ஒரு கூறின் சராசரி 63.5 எனில் 0.05 மிகைகாண் நிலையில் சராசரியின் மாறுபாடு குறிப்பிட்டத்தக்கதா?
15. 400 தனிநபர்களைக் கொண்ட ஒரு கூறில் உள்ளவர்களின் சராசரி உயரம் 67.47 அங்குலம் எனில், 0.05 மிகைகாண் நிலையில் அக்கூறானது சராசரி உயரம் 67.39 அங்குலமும் திட்டவிலக்கம் 1.30 அங்குலமும் கொண்ட முழுமைத் தொகுதியி லிருந்து எடுக்கப்பட்டதாக கருதலாமா?
16. ஒரு தேசிய நிர்வாக திறன் தேர்வில் மாணவர் களின் சராசரி மதிப்பெண் 76 மற்றும் திட்ட விலக்கம் 8 என்க. மாநிலத்தின் கல்வி முறையினை மதிப்பீடு செய்ய சமவாய்ப்பு முறையில் 100 மாணவர்கள் தெரிவு செய்யப்பட்டனர். அவர்களின் சராசரி மதிப்பெண் 72 எனில் தேசிய மற்றும் மாநில அளவில் மாணவர்களின் மதிப்பெண்களில் குறிப்பிடத்தக்க வித்தியாசம் உள்ளதா என்பதை 0.05 மிகைக்காண் நிலையில் சோதிக்க.
17. ஒரு தயாரிப்பாளர் வழங்கிய கம்பி வடத்தின் சராசரி முறியும் வலிமை 1800 ஆகவும் திட்ட விலக்கம் 100 ஆகவும் உள்ளது. கம்பி வடத்தின் முறிவு வலிமை புதிய தொழில் நுட்பம் மூலம் அதிகரித்துள்ளது என உரிமையாளர் கூறுகிறார். அவர் கூற்றைச் சோதிக்க, 50 கம்பி வடம் மாதிரியாக எடுக்கப் பட்டு அதன் சராசரி முறியும் வலிமை 1850 என்று கண்டறியப்படுகிறது. தயாரிப்பாளரின் கூற்றை 0.01 என்ற மிகைகாண் நிலை சோதனையில் ஆதரிக்கலாமா?

பயிற்சி 8.3

ஏற்புடைய விடையைத் தெரிவு செய்க:

1. முடிவுறு அல்லது முடிவுறா _________ என்பது அதில் உள்ள முடிவுறு அல்லது முடிவுறா உறுப்புகளின் எண்ணிக்கையைப் பொறுத்தாகும்.

HYGKGA

   (a) முழுமைத்தொகுதி
   (b) முழுமைக்கணிப்பு
   (c) தொகுதிப் பண்பளவை
   (d) மேற்கூறிய எதுவுமில்லை

2. ஒரு முழுமைத் தொகுதியின் …………… கூறு என அழைக்கப்படுகிறது.

XII Std - Business Maths & Stat TM Chapter 8.indd 205 3/5/2020 12:55:24 PM

(a) முடிவுறா கணம்

(b) முடிவுறு உட்கணம்

(c) முடிவுறு கணம்

(d) முழுமை கணம்

3. ஒரு முழுமைத் தொகுதியின் முடிவுறு உட்கணத்தை ……………..என கூறலாம்.

(a) கூறு

(b) முழுமைத்தொகுதி

(c) முழுமை

(d) முழுமைக் கணிப்பு

4. கூறுகளிலிருந்து கணக்கிடப்பட்ட எந்தவொரு புள்ளியியல் அளவைகளும்……... எனப்படும்.

(a) தொகுதிபண்பளவை

(b) கூறு பண்பளவை

(c) முடிவுள்ள அளவை

(d) எண்ணத்தக்கதற்ற அளவை

5. …………….. என்பது முழுமைத் தொகுதியிலுள்ள ஒவ்வொரு உறுப்பும் தேர்ந்தெடுக்கப்படுவதற்கு ஒரு சமமான வாய்ப்பை அளிக்கும் ஒன்றாகும்.

(a) பண்பளவை

(b) சமவாய்ப்பு கூறு

(c) புள்ளியியல் அளவை

(d) முழுமைத் தொகுதி

6. சமவாய்ப்பு கூறானது முழுமைத்தொகுதியில் உள்ள ஒவ்வொரு உறுப்பும் மாதிரியில் இடம்பெறுவதற்கான சமவாய்ப்பைப் பெற்றிருக்கும் உறுப்புகளால் ஆனது என கூறியவர்.

(a) ஹார்பர் (b) ஃபிஷர்

(c) கார்ல் பியார்ஸன் (d) டாக்டர் யேட்ஸ்

7. கீழ்க்காண்பவற்றில் எது நிகழ்தகவு கூறெடுப்பு வகையைச் சார்ந்தது .

(a) நோக்கமுள்ள மாதிரித்தேர்வு

(b) கருத்து கணிப்புமுறை

(c) எளிய சமவாய்ப்பு கூறெடுப்பு

(d) ஏதுவான முறை

8. N அளவுள்ள ஒரு முழுமைத் தொகுதியிலிருந்து சமவாய்ப்பு கூறெடுப்பு முறையில் முதன் முறை ஒரு உறுப்பு தேர்வு செய்யும்போது அதன் நிகழ்தகவு

(a) $\frac{n}{N}$ (b) $\frac{1}{N}$

(c) $\frac{N}{n}$ (d) 1

9. ……………..யில் ஒரு சீரற்ற முழுமைத் தொகுதியானது சீரான துணை முழுமைத் தொகுதிகளாகப் பிரிக்கப்படுகிறது.

(a) நிகழ்தகவு சாரா கூறெடுப்பு முறை

(b) எளிய சமவாய்ப்பு கூறெடுப்பு முறை

(c) படுகை வாய்ப்பு கூறெடுப்பு முறை

(d) முறைப்படுத்திய கூறெடுப்பு முறை

10. கூறெப்பில் உள்ள பிழைகள் ___________

(a) இருவகை (b) மூன்று வைக

(c) நான்கு வகை (d) ஐந்து வகை

11. கூறு அளவையைப் பயன்படுத்தி முழுமைத் தொகுதி பண்பளவைக்கான மிக சிறந்த மதிப்பை பெற முற்படும் முறையே……………

(a) மதிப்பீட்டு முறை

(b) மதிப்பீட்டு அளவை

(c) பிழற்சியான மதிப்பீடு

(d) திட்டப் பிழை

12. மதிப்பீட்டு அளவையானது மாதிரி புள்ளியியல் அளவையின்_____________ஐ மதிப்பிட பயன்படுகிறது.

(a) முழுமைத்தொகுதி பண்பளவை

(b) பிழையான மதிப்பீட்டு

(c) மாதிரி அளவு

(d) முழுமைக் கணிப்பு

13. …………..என்ற பண்பானது ஒரு மதிப்பீட்டு அளவையானது மற்றொரு மதிப்பீட்டு அளவையை ஒப்பிடும்போது திறன் வாய்ந்தது என வரையறுக்கப்படுகிறது.

(a) திறன்தன்மை

(b) நிறைவுத்தன்மை

(c) பிழையற்றதன்மை

(d) நிலைத்தன்மை

14. $P[|\hat{\theta}-\theta|<\varepsilon]\rightarrow 1,\ n\rightarrow\infty,\ \varepsilon>0$, எனில் $\hat{\theta}$ என்பது θ –ன்_____________உடைய மதிப்பீட்டு அளவையாகும்.

(a) திறன்தன்மை

(b) நிறைவுத்தன்மை

XII Std - Business Maths & Stat TM Chapter 8.indd 206 3/5/2020 12:55:25 PM

(c) பிழையற்ற தன்மை
(d) நிலைத்தன்மை

15. மதிப்பீட்டு அளவையானது பண்பளவையில் குறித்த அனைத்து மதிப்பீடுகளையும் உள்ளடக்கிய தரவுகளைப் பெற்றிருந்தால் அது ___________ வாய்ந்தது ஆகும்.
(a) திறன்தன்மை
(b) நிறைவுத்தன்மை
(c) பிழையற்ற தன்மை
(d) நிலைத்தன்மை

16. முழுமைத் தொகுதி பண்பளவை கொடுக்கப் பட்ட இரு எண்களுக்கிடையே அமைந்துள்ளது என எதிர்பார்க்கப்படும் இடைவெளி பண்பளவையின் _____ இடைவெளியாகும்.
(a) புள்ளி மதிப்பீடு
(b) இடைவெளி மதிப்பீடு
(c) திட்டப்பிழை
(d) நம்பிக்கை

17. முழுமைத் தொகுதி பண்பளவையைக்குறித்த கருதுகோள் அல்லது கூற்றை உண்மை அல்லது அதற்கு மாறாக எடுத்துக்கொள்வது _______ ஆகும்.
(a) கருதுகோள்
(b) புள்ளியியல் அளவை
(c) கூறு
(d) முழுமைக் கணிப்பு

18. முதல் வகைப்பிழை என்பது
(a) H_0 உண்மை எனில் ஏற்கப்படுவது
(b) H_0 தவறு எனில் ஏற்படுவது
(c) H_0 உண்மை எனில் மறுக்கப்படுவது
(d) H_0 தவறு எனில் மறுக்கப்படுவது.

19. இரண்டாவது வகைப்பிழை என்பது ________ ஆகும்.
(a) H_0 தவறு எனில் ஏற்பது
(b) H_0 உண்மை எனில் ஏற்பது
(c) H_0 உண்மை எனில் மறுப்பது
(d) H_0 தவறு எனில் மறுப்பது

20. கூறுசராசரியின் திட்டப்பிழையானது
(a) $\frac{\sigma}{\sqrt{2n}}$ (b) $\frac{\sigma}{n}$
(c) $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ (d) $\frac{\sigma^2}{\sqrt{n}}$

இதர கணக்குகள்

1. கூறெடுத்தலின் வகைகளை விவரி.
2. கூறெடுப்புப் பரவல் மற்றும் திட்டப்பிழை சிறுகுறிப்பு வரைக.
3. கருதுகோள் சோதனை செய்வதன் வழிமுறைகளை விவரி.
4. கூட்டு சராசரிக்கான சிறப்புகாண் சோதனையை விவரி.
5. ஒரு பெரிய தொகுதியிலிருந்து 500 எண்ணிக்கையுள்ள அன்னாசிப்பழம் எடுக்கப் பட்டன. அவற்றில் 65 வீணானவை எனில், விகிதத்திற்கான திட்டப்பிழையைக் காண்க.
6. ஒரு பள்ளியிலிருந்து 100 மாணவர்கள் மாதிரியாகத் தேர்ந்தெடுக்கப்பட்டனர். மாதிரியின் சராசரி எடை மற்றும் மாறுபாடு முறையே 67.45 கிகி மற்றும் 9 கிகி எனில் (அ) 95% மற்றும் (ஆ) 99%–ல் மாணவர்களின் சராசரியின் அமையும் நம்பிக்கை இடைவெளி காண்க
7. 1600 மாணவர்களை உடைய மாதிரியில், மாணவர்களின் சராசரி நுண்ணறிவு ஈவு 99. சராசரி 100 மற்றும் திட்டவிலக்கம் 15 கொண்ட முழுமைத் தொகுதியிலிருந்து அக்கூறு எடுக்கப் பட்டதா எனச் சோதிக்க. (5% மிகைநிலை சோதனையில்)

தொகுப்புரை

- **கூறெடுத்தல்:** முழுமைத் தொகுதியிலிருந்து கூறினைத் தெரிவு செய்யும் முறையாகும்.
- **முழுமைத்தொகுதி:** கணக்கிடத் தேவையான அனைத்து உறுப்புகளைக் கொண்ட முழுமையான தொகுதியாகும்.
- **கூறு:** முழுமைத்தொகுதியிலிருந்து தேர்ந்தெடுக்கப்பட்டதொகுதி.
- **கூறுஅளவு:** கூறில் உள்ள உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை.
- **எளிய சமவாய்ப்பு கூறெடுப்புமுறை:** முழுமைத் தொகுதியிலுள்ள ஒவ்வோர் உறுப்பும் சமமான மற்றும் சார்பற்ற வாய்ப்பைப் பெறுமாறு கூறுகளை தெரிவு செய்யும் முறை.
- **படுகை கூறெடுப்பு:** முழுமைத் தொகுதி பல துணை முழுமைத் தொகுதிகளாக பிரிக்கப்படுகிறது. இவற்றை படுகை (Strata) என அழைக்கிறோம்.
- **முறைப்படுத்திய கூறெடுப்பு:** முதல் கூறெடுப்பானது சமவாய்ப்பு முறையில் முதல் kஅலகுகளிலிருந்து தெரிவு செய்யப்பட்டு, முதல் கூறிலிருந்து ஒவ்வொரு k-வது உறுப்புகளை அடுத்த கூறுகளாக தெரிவு செய்யப்படுவது முறைப்படுத்திய கூறெடுப்பு என அழைக்கப்படுகிறது.
- **கூறெடுப்பு பரவல்:** ஒரே முழுமைத் தொகுதியிலிருந்து பெறப்பட்ட ஒரே அளவு கொண்ட அனைத்து கூறுகளின் புள்ளியியல் அளவைகள் கணக்கிடப்பட்டு ஒரு அலைவெண் பரவல் அமைப்பதே கூறெடுப்பு பரவல் அல்லது மாதிரிப் பரவல் (Sampling Distribution) என அழைக்கப்படுகிறது.
- **திட்டப்பிழை:** ஒரு புள்ளியியல் அளவையின் கூறெடுப்பு பரவலின் திட்டவிலக்கமே திட்டப்பிழை எனப்படும்
- **புள்ளியியல் அனுமானங்கள்:** ஒரு முழுமைத் தொகுதியின் மாதிரிகளை எடுத்துக்கொண்டு அவற்றைப் பகுப்பாய்வு செய்து, அவற்றிலிருந்து முழுமைத்தொகுதியின் பண்புகளை ஆராய்வதே புள்ளியியல் அனுமானங்கள் ஆகும்.
- **மதிப்பீட்டு முறை:** மாதிரிப்பண்பளவையைப் பயன்படுத்தி தொகுதிப் பண்பளவைகளை மதிப்பீடு முறையே மதிப்பீட்டு முறை (Estimation) எனப்படும்.
- **புள்ளி மதிப்பீட்டுமுறை:** ஒரே ஒரு மதிப்பை, மதிப்பீட்டு அளவையாகப் (estimate) பயன்படுத்தி, தொகுதிப்பண்பளவையின் மதிப்பைப் பெறமுடியுமானால், அம்முறை புள்ளி மதிப்பீட்டு முறை (point estimation) என்று அழைக்கப்படுகிறது.
- **இடைவெளி மதிப்பீட்டு முறை:** புள்ளி மதிப்பீட்டு முறையை செயல்படுத்த இயலாத சூழ்நிலைகளில், தொகுதிப் பண்பளவை மதிப்புகள் குறிப்பிட்ட இடைவெளிகளில் அமையுமாறு எல்லைகளைக் கண்டறியும் முறை இடைவெளி மதிப்பீட்டு முறை (Interval Estimation) என்று அழைக்கப்படுகிறது.
- **கருது கோள் சோதனை:** ஒரு முடிவெடுக்கும் திறன் பெறுவதற்குத் தேவையான புள்ளியியல் முறையைக் கருதுகோள் சோதனை என்று அழைக்கிறோம்.
- **இன்மை கருதுகோள்:** உண்மை என கருதப்பட்ட எடுகோளை அனுமானத்தின் கீழ் நிராகரிக்க சாத்தியமான சோதனை எடுகோளே இன்மை கருதுகோள் ஆகும்.
- **மாற்று கருதுகோள்:** இன்மை எடுகோளுக்கு நிரப்புப் பண்பாக (complementary) அதாவது எதிராக அமையும் கருதுகோள் "மாற்று கருதுகோள் அல்லது மாற்று எடுகோள்" எனப்படும்.
- **முதல்வகை பிழை:** இன்மை கருதுகோள் H_0 உண்மையாக இருக்கும்போது நமது சோதனை மறுக்கப்படும்போது ஏற்படும் பிழை முதல் வகைப்பிழை என்கிறோம்.
- **இரண்டாம்வகை பிழை:** இன்மை கருகோள் H_0 தவறாக இருந்து நமது சோதனை ஏற்கப்படும் போது பிழை நிகழலாம் அவ்வகைப்பிழையை இரண்டாம் வகைப்பிழை என்கிறோம்.
- **கூட்டு சராசரிக்கான சிறப்புக்காண் சோதனை :** $Z = \dfrac{\overline{x}-\mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \sim N(0,1)$

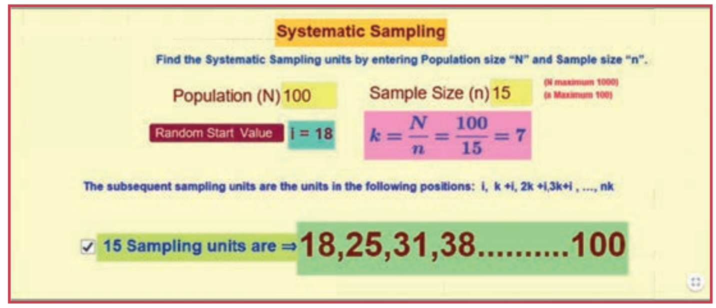
XII Std - Business Maths & Stat TM Chapter 8.indd 208 3/5/2020 12:55:27 PM

கலைச்சொற்கள் (GLOSSARY)	
இடைவெளி மதிப்பீடு	Interval Estimation
இன்மை எடுகோள்	Null hypothesis
எளிய சம வாய்ப்பு கூறெடுப்பு	Simple Random Sampling
கூறற்ற பிழை	Non-Sampling Errors
கூறின் அளவு	Sample size
கூறு	Sample
கூறுபண்பளவை/மாதிரிப்பண்பளவை	Statistic
கூறுபரவல்	Sampling distribution
கூறுபிழை	Sampling Errors
கூறெடுப்பு	Sampling
திட்டபிழை	Standard Error
தீர்மானிக்கும் பகுதி/ மறுக்கும் பகுதி	Critical Region
தொகுதிப்பண்பளவை	Parameter
நம்பிக்கை இடைவெளி	Confidence interval
படுகை சமவாய்ப்பு கூறெடுப்பு	Stratified Random Sampling
புள்ளி மதிப்பீடு	Point Estimation
புள்ளியியல் உய்த்துணர்வு/புள்ளியியல் அனுமானங்கள்	Statistical Inference
மதிப்பீடு	Estimation
மாற்று எடுகோள்	Alternative hypothesis
மிகைகாண் நிலை/மிகைகாண் மட்டம்	Level of Significance
முழுமைத்தொகுதி	Population
முறையுடை கூறெடுப்பு	Systematic Sampling

XII Std - Business Maths & Stat TM Chapter 8.indd 209 3/5/2020 12:55:27 PM

இணையச் செயல்பாடு

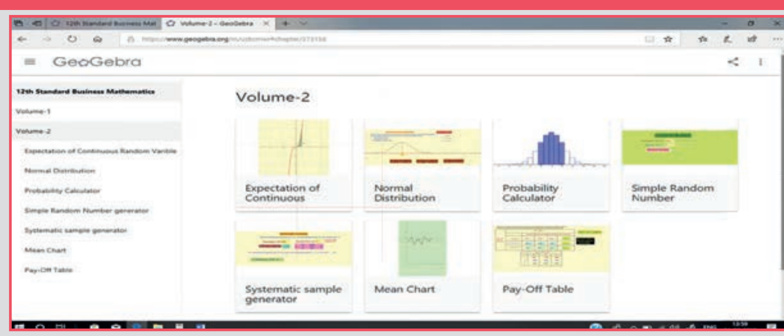
எதிர்பார்க்கப்படும் விளைவு



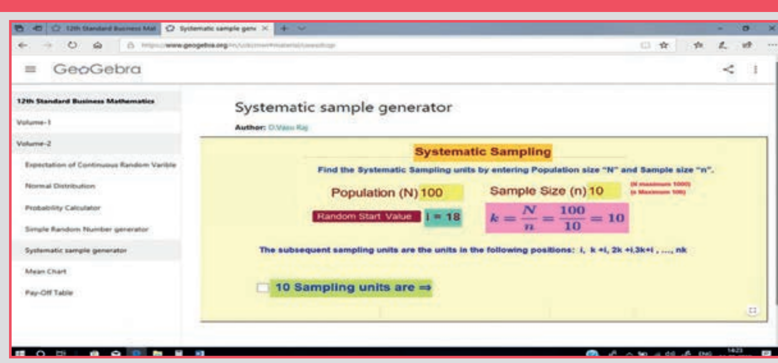
படி – 1 : கீழ்க்காணும் உரலி / விரைவுக் குறியீட்டைப் பயன்படுத்தி இச்செயல்பட்டிற்கான இணையப் பக்கத்திற்குச் செல்க. பின்பு "12th Standard Business Mathematics and Statistics" என்னும் திரையில் "Volume–2" யை தெரிவு செய்யவும்.

படி - 2 : "Normal Distribution" என்னும் பயிற்சித்தாளினை தெரிவு செய்துகொள்ளவும். வலது பக்கத்தில் உள்ள "New Problem" என்னும் பொத்தானை சொடுக்கவும் பின்பு Answer – I, Answer – II, Answer – III யை சொடுக்கினால் அதற்க்கான சரியான விடைகளைப் பெறலாம்.

படி 1



படி 2



செயல்பாட்டிற்கான உரலி : **https://ggbm.at/uzkcrnwr**

அல்லது விரைவுக் குறியீடு **(QR Code)**

B247_12_BUS_MAT_TM

XII Std - Business Maths & Stat TM Chapter 8.indd 210 3/5/2020 12:55:28 PM