1. **આપેલા ગણને યાદીની (Roaster) રીતે દર્શાવો : $A = \{x \ / \ x \in R, 2x + 11 = 15\}$**

➥ $A = \{x \ / \ x \in R, 2x + 11 = 15\}$

$\therefore 2x + 11 = 15$

$\therefore 2x = 15 - 11$

$\therefore 2x = 4$

$\therefore x = 2$

$\therefore$ ગણ A નું યાદી સ્વરૂપ = $\{2\}$

2. **આપેલા ગણને યાદીની (Roaster) રીતે દર્શાવો : $B = \{x \ / \ x^2 = x, x \in R\}$**

➥ $B = \{x \ / \ x^2 = x, x \in R\}$

$\therefore x^2 = x$

$\therefore x^2 - x = 0$

$\therefore x(x - 1) = 0$

$\therefore x = 0$ અથવા $x - 1 = 0$

$\therefore x = 0$ અથવા $x = 1$

$\therefore x = 0, 1$

$\therefore$ ગણ B નું યાદી સ્વરૂપ = $\{0, 1\}$

3. **આપેલા ગણને યાદીની (Roaster) રીતે દર્શાવો : $C = \{x \ / \ x$ એ અવિભાજ્ય સંખ્યા p નો ધન અવયવ છે.$\}$**

➥ $C = \{x \ / \ x$ એ અવિભાજ્ય સંખ્યા p નો ધન અવયવ છે.$\}$

અત્રે યાદ રહે કે અવિભાજ્ય સંખ્યાના ધન અવયવો 1 અને તે સંખ્યા પોતે જ હોય.

$\therefore$ ગણ C નું યાદી સ્વરૂપ = $\{1, p\}$

4. **આપેલા ગણને યાદી સ્વરૂપે દર્શાવો : $D = \{t \ / \ t^3 = t, t \in R\}$**

➥ $D = \{t \ / \ t^3 = t, t \in R\}$

$\therefore t^3 = t, t \in R$

$\therefore t^3 - t = 0$

$\therefore t(t^2 - 1) = 0$

$\therefore t(t - 1)(t + 1) = 0$

$\therefore t = 0, t - 1 = 0$ અથવા $t + 1 = 0$

$\therefore t = 0, t = 1$ અથવા $t = -1$

$\therefore$ ગણ D નું યાદી સ્વરૂપ = $\{-1, 0, 1\}$

5. **આપેલા ગણને યાદી સ્વરૂપે દર્શાવો : $E = \left\{W \mid \dfrac{W - 2}{W + 3} = 3, \ W \in R\right\}$**

➥ $E = \left\{W \mid \dfrac{W - 2}{W + 3} = 3, \ W \in R\right\}$

અહીં $\dfrac{W - 2}{W + 3} = 3$

$\therefore W - 2 = 3W + 9$

$\therefore W - 3W = 9 + 2$

$\therefore -2W = 11$

$\therefore W = -\frac{11}{2}$

$\therefore$ ગણ E નું યાદી સ્વરૂપ $= \left\{-\frac{11}{2}\right\}$

6. **આપેલા ગણને યાદી સ્વરૂપે દર્શાવો : $F = \{x \mid x^4 - 5x^2 + 6 = 0, x \in R\}$**

➥ $F = \{x \mid x^4 - 5x^2 + 6 = 0, x \in R\}$

અહીં $x^4 - 5x^2 + 6 = 0$

$\therefore x^4 - 3x^2 - 2x^2 + 6 = 0$

$\therefore x^2(x^2 - 3) - 2(x^2 - 3) = 0$

$\therefore (x^2 - 3)(x^2 - 2) = 0$

$\therefore x^2 - 3 = 0$ અથવા $x^2 - 2 = 0$

$\therefore x^2 = 3$ અથવા $x^2 = 2$

$\therefore x = \pm\sqrt{3}$ અથવા $x = \pm\sqrt{2}$

$\therefore$ ગણનું F નું યાદી સ્વરૂપ $= \left\{-\sqrt{3}, -\sqrt{2}, \sqrt{2}, \sqrt{3}\right\}$

7. **જો $Y = \{x \mid x$ એ $2^{p-1}(2^p - 1)$ નો ધન અવયવ છે. જ્યાં $2^p - 1$ અવિભાજ્ય સંખ્યા છે$\}$. ગણ Y નું યાદી સ્વરૂપ દર્શાવો.**

➥ $Y = \{x \mid x$ એ $2^{p-1}(2^p - 1)$ ના ધન અવયવ છે. જ્યાં

$2^p - 1$ એ અવિભાજ્ય છે.

$2^p - 1$ ના અવયવો $1, 2, 2^2, 2^3, 2^4, \ldots\ldots.2^{p-1}$ થશે.

$\therefore$ ગણ Y નું યાદી સ્વરૂપ $= \{1, 2, 2^2, 2^3, 2^4, \ldots\ldots, 2^{p-1}, 2^p - 1\}$.

8. **આપેલા વિધાનનું સકારણ સત્યતા મૂલ્ય નક્કી કરો : $35 \in \{x \mid x$ ને બરાબર ચાર ધન અવયવો છે.$\}$**

➥ અહીં 35 ના અવયવો 1, 5, 7 અને 35 છે. જે 35 ના ચાર ધન અવયવો છે.

$\therefore$ વિધાન (i) સત્ય છે.

9. **આપેલા વિધાનનું સકારણ સત્યતા મૂલ્ય નક્કી કરો : $128 \in \{y \mid y$ ના તમામ ધન અવયવોનો સરવાળો $2y$ થાય.$\}$**

➥ 128 ના અવયવો = 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64 અને 128 છે.

$\therefore$ અવયવોનો સરવાળો

$= 1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + 64 + 128$

$= 255$

$\neq 2 \times 128$

$\therefore$ વિધાન (ii) અસત્ય છે.

10. **આપેલા વિધાનનું સકારણ સત્યતા મૂલ્ય નક્કી કરો : $3 \notin \{x \mid x^4 - 5x^3 + 2x^2 - 112x + 6 = 0\}$**

➥ અહીં $x^4 - 5x^3 + 2x^2 - 112x + 6 = 0$

હવે ડા.બા.માં $x = 3$ મૂકો.

$(3)^4 - 5(3^3) + 2(3^2) - 112(3) + 6$

$= 81 - 135 + 18 - 336 + 6$

$= -346$

$\neq$ જ.બા.

$\therefore$ વિધાન (iii) સત્ય છે.

11. **આપેલા વિધાનનું સકારણ સત્યતા મૂલ્ય નક્કી કરો : $496 \notin \{y \mid y$ ના તમામ ધન અવયવોનો સરવાળો $2y$ થાય.$\}$**

➥ અહીં $496 = 2^4 \times 31$

આમ, 496 ના અવયવો

= 1, 2, 4, 8, 16, 31, 62, 124, 248 અને 496.

$\therefore$ અવયવોનો સરવાળો

$= 1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 31 + 62 + 124 + 248 + 496$

$= 992$
$= 2(496)$
આમ, $496 \in \{y / y$ ના તમામ ધન અવયવોનો
સરવાળો $2y$ છે.$\}$
$\therefore$ વિધાન (iv) સત્ય છે.

12. **$N = \{1, 2, 3, 4, \ldots\ldots\ldots, 100\}$ આપેલ ગણ માટે નીચે મુજબના ઉપગણ મેળવો. N ના ઉપગણ કે જેના ઘટકો યુગ્મ સંખ્યાઓ હોય.**

➥ આપેલ ગણ $N = \{1, 2, 3, 4, \ldots\ldots\ldots, 100\}$ છે.યુગ્મ સંખ્યાઓ હોય તેવો ઉપગણ $= \{2, 4, 6, 8, \ldots\ldots\ldots, 100\}$

13. **$N = \{1, 2, 3, 4, \ldots\ldots\ldots, 100\}$ આપેલ ગણ માટે નીચે મુજબના ઉપગણ મેળવો. N ના ઉપગણ કે જેના ઘટકો પૂર્ણ વર્ગ સંખ્યાઓ હોય.**

➥ આપેલ ગણ $N = \{1, 2, 3, 4, \ldots\ldots\ldots, 100\}$ છે.પૂર્ણ વર્ગ સંખ્યાઓ હોય તેવો ઉપગણ
$\{1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100\}$

14. **જો $X = \{1, 2, 3\}$ આપેલ ગણ માટે $n \in X$ હોય તેવા નીચે મુજબના ગણ મેળવો : $4n$**

➥ આપેલ ગણ $X = \{1, 2, 3\}$
$A = \{4n / n \in X\}$
$= \{4(1), 4(2), 4(3)\}$
$\therefore A = \{4, 8, 12\}$

15. **જો $X = \{1, 2, 3\}$ આપેલ ગણ માટે $n \in X$ હોય તેવા નીચે મુજબના ગણ મેળવો : $n + 6$**

➥ આપેલ ગણ $X = \{1, 2, 3\}$
$B = \{n + 6 / n \in X\}$
$= \{1 + 6, 2 + 6, 3 + 6\}$
$\therefore B = \{7, 8, 9\}$

16. **જો $X = \{1, 2, 3\}$ આપેલ ગણ માટે $n \in X$ હોય તેવા નીચે મુજબના ગણ મેળવો : $\frac{n}{2}$**

➥ આપેલ ગણ $X = \{1, 2, 3\}$

$$C = \left\{\frac{n}{2} / n \in X\right\}$$

$$= \left\{\frac{1}{2}, \frac{2}{2}, \frac{3}{2}\right\}$$

$$\therefore C = \left\{\frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}\right\}$$

17. **જો $X = \{1, 2, 3\}$ આપેલ ગણ માટે $n \in X$ હોય તેવા નીચે મુજબના ગણ મેળવો : $n - 1$**

➥ આપેલ ગણ $X = \{1, 2, 3\}$
$D = \{n - 1 / n \in X\}$
$= \{1 - 1, 2 - 1, 3 - 1\}$
$\therefore D = \{0, 1, 2\}$

18. **$Y = \{1, 2, 3, \ldots\ldots\ldots, 10\}$ અને $a \in y$ માટે નીચે મુજબની શરત પ્રમાણે ઉપગણ મેળવો. $a \in y$ પણ $a^2 \notin y$**

➥ અહીં ગણ $y = \{1, 2, 3, \ldots\ldots\ldots, 10\}$
$A = \{a / a \in y$ પણ $a^2 \notin y\}$
$\therefore A = \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

19. **$Y = \{1, 2, 3, \ldots\ldots\ldots, 10\}$ અને $a \in y$ માટે નીચે મુજબની શરત પ્રમાણે ઉપગણ મેળવો. $a + 1 = 6, a \in y$**

➥ અહીં ગણ $y = \{1, 2, 3, \ldots\ldots\ldots, 10\}$
$B = \{a / a + 1 = 6, a \in y\}$
અહીં $a + 1 = 6$
$\therefore a = 6 - 1$

$\therefore a = 5$

$\therefore B = \{5\}$

20. $Y = \{1, 2, 3, ..., 10\}$ અને $a \in y$ માટે નીચે મુજબની શરત પ્રમાણે ઉપગણ મેળવો. a નું મૂલ્ય 6 કરતાં નાનું હોય. જ્યાં $a \in y$

➡ અહીં ગણ $y = \{1, 2, 3, ..., 10\}$

$C = \{a \in y \mid a < 6\}$

$\therefore C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

21. જો $L = \{1, 2, 3, 4\}$, $M = \{3, 4, 5, 6\}$ અને $N = \{1, 3, 5\}$ હોય તો $L - (M \cup N) = (L - M) \cap (L - N)$ વિધાન ચકાસો.

➡ અહીં $L = \{1, 2, 3, 4\}$, $M = \{3, 4, 5, 6\}$ અને $N = \{1, 3, 5\}$ છે.

$\therefore M \cup N \{1, 3, 4, 5, 6\}$

$L - (M \cup N) = \{1, 2, 3, 4\} - \{1, 3, 4, 5, 6\}$

$= \{2\}$

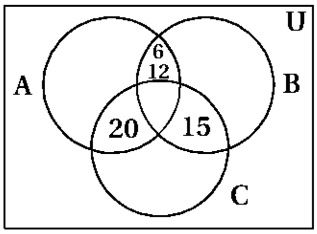
તથા $L - M = \{1, 2\}$ અને $L - N = \{2, 4\}$

$\therefore (L - M) \cap (L - N) = \{2\}$

આમ, $L - (M \cup N) = (L - M) \cap (L - N)$

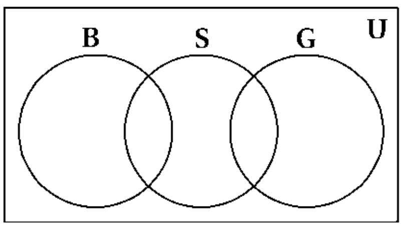
22. જો A, B અને C આપેલ સાર્વત્રિક ગણ $\cup$ ના ઉપગણ હોય તથા $A = \{2, 4, 6, 8, 12, 20\}$, $B = \{3, 6, 9, 12, 15\}$ અને $C = \{5, 10, 15, 20\}$ તેના ઉપગણ હોય તો સાર્વિત્રક ગણ $\cup$ ના સંદર્ભ માટે $A \cap B \cap C = \phi$ નું પાલન થાય તેવી વેન આકૃતિ દોરો. જ્યાં $\cup$ = પૂર્ણ સંખ્યા ગણ.

➡



23. ધારો કે એક શાળામાં અભ્યાસ કરતા તમામ છોકરાઓ અને છોકરીઓ દર્શાવતો ગણ $\cup$ છે. જો G એ શાળામાં અભ્યાસ કરતી છોકરીઓ, B એ શાળામાં અભ્યાસ કરતા છોકરાઓ દર્શાવે તેમજ S એ શાળામાં તરણ (Swimming) વિષય રાખનાર વિદ્યાર્થીઓનો ગણ છે. બધા જ નહીં પણ અમુક વિદ્યાર્થીઓ તરણ વિષય પસંદ કરે છે. તો આપેલ માહિતીનો આંતરિક સંબંધ દર્શાવતી વેન આકૃતિ દોરો.

➡



24. ગણ A અને B માટે સાબિત કરો કે, $(A - B) \cup (A \cap B) = A$.

➡ ડા.બા. $= (A - B) \cup (A \cap B)$

$= [(A - B) \cup A] \cap [(A - B) \cup B]$

$= A \cap (A \cup B) = A =$ જ.બા.

આમ, આપેલ પરિણામ સાબિત થાય છે.

$\therefore$ આપેલ વિધાન સત્ય છે.

અન્ય રીત :

ડા.બા. $= (A - B) \cup (A \cap B)$

$= (A \cap B') \cup (A \cap B)$

$= A \cap (B \cup B')$

$= A \cup U$

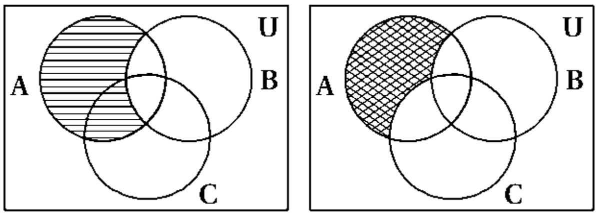
$= A =$ જ.બા.

આમ, આપેલ વિધાન સત્ય છે.

25. આપેલ ગણ A, B અને C માટે $A - (B - C) = (A - B) - C$.

➡ નીચે આપેલ વેન આકૃતિ તપાસો.

આચ્છાદિત પ્રદેશ $A - (B - C)$ અને $(A - B) - C$ દર્શાવે છે.



$A - (B - C)$ $(A - B) - C$

આકૃતિ પરથી જોઈ શકાય છે કે, $A - (B - C) \neq (A - B) - C$

આમ, આપેલ વિધાન અસત્ય છે.

26. આપેલ ગણ A, B અને C માટે જો $A \subset B$ હોય, તો $A \cap C \subset B \cap C$.

➡ ધારો કે $x \in A \cap C$

$\therefore x \in A$ અને $x \in C$

$\therefore x \in B$ અને $x \in C$ $[\because A \subset B]$

$\therefore x \in (B \cap C) \Rightarrow (A \cap C) \subset (B \cap C)$

$\therefore$ આપેલ વિધાન સત્ય છે.

27. આપેલ ગણ A, B અને C માટે જો $A \cup C \subset B \cup C$.

➡ ધારો કે $x \in A \cup C$

$\therefore x \in A$ અથવા $x \in C$

$\therefore x \in B$ અથવા $x \in C$ $[\because A \subset B]$

$\therefore x \in B \cup C \Rightarrow A \cup C \subset B \cup C$

$\therefore$ આપેલ વિધાન સત્ય છે.

28. આપેલ ગણ A, B અને C માટે જો $A \subset C$ અને $B \subset C$, હોય તો બતાવો કે, $A \cup B \subset C$.

➡ ધારો કે $x \in A \cup B$

$\therefore x \in A$ અથવા $x \in B$

$\therefore x \in C$ અથવા $x \in C$ $[\because A \subset C$ અને $B \subset C]$

$\therefore x \in C \Rightarrow A \cup B \subset C$

આપેલ વિધાન સત્ય છે.

29. આપેલ ગણ A અને B માટે $A \cup (B - A) = A \cup B$.

➡ ડા.બા. $= A \cup (B - A) = A \cup (B \cap A')$ $[\because A - B = A \cap B']$

$= (A \cup B) \cap (A \cup A') = (A \cup B) \cap \cup$ $[\because A \cup A' = \cup]$

$= A \cup B =$ જ.બા. $[\because A \cap U = A]$

30. આપેલા ગણ A તથા B માટે સાબિત કરો કે, $A - (A - B) = A \cap B$.

➡ ડા.બા. $= A - (A - B) = A - (A \cap B')$ $[\because A - B = A \cap B']$

$= A \cap (A \cap B')' = A \cap [A' \cup (B')']$ $[\because (A \cap B)' = A' \cup B']$

$= A \cap (A' \cup B)$ $[\because (A')' = A]$

$= (A \cap A') \cup (A \cap B) = \phi \cup (A \cap B)$

$= A \cap B =$ જ.બા.

31. આપેલા ગણ A તથા B માટે સાબિત કરો કે, $A - (A \cap B) = A - B$.

➡ ડા.બા. $= A - (A \cap B) = A \cap (A \cap B)'$ $[\because A - B = A \cap B']$

$= A \cap (A' \cup B')$ $[\because (A \cap B)' = A' \cup B']$

$= (A \cap A') \cup (A \cap B') = \phi \cup (A \cap B')$

$= A \cap B'$ $[\because \phi \cup A = A]$

$= A - B =$ જ.બા.

32. આપેલા ગણ A તથા B માટે બતાવો કે, $(A \cup B) - B = A - B$.

➡ ડા.બા. $= (A \cup B) - B = (A \cup B) \cap B'$ $[\because A - B = A \cap B']$

$= (A \cap B') \cup (B \cap B') = (A \cap B') \cup \phi$ $[\because B \cap B' = \phi]$

$= A \cap B'$ $[\because A \cup \phi = A]$

$= A - B =$ જ.બા.

33. A તથા B સાર્વત્રિક ગણ $\cup$ ના ઉપગણ છે. તો બતાવો કે,

(i) $A \subset A \cup B$ (ii) $A \subset B \Leftrightarrow A \cup B = B$ (iii) $(A \cap B) \subset A$

➡ **(i)** ધારો કે $x \in A$

$\Rightarrow x \in A$ અથવા $x \in B$

$\Rightarrow x \in A \cup B$

$\therefore A \subset A \cup B$

(ii) જો $A \subset B$

ધારો કે $x \in A \cup B$

$\therefore x \in A$ અથવા $x \in B$

$\therefore x \in B$ $[\because A \subset B]$

$\therefore A \cup B \subset B$ ....(i)

પણ $B \subset A \cup B$ ....(ii)

(i) અને (ii) પરથી $A \cup B = B$

જો $A \cup B = B$

ધારો કે, $y \in A$

$\therefore y \in A \cup B$

$\therefore y \in B$ $[\because A \cup B = B]$

$\therefore A \subset B$

આમ, $A \subset B \Leftrightarrow A \cup B = B$

(iii) ધારો કે, $x \in A \cap B$

$\therefore x \in A$ અને $x \in B$

$\therefore x \in A$

$\therefore (A \cap B) \subset A$

34. આપેલ ગણ A, B અને C માટે સાબિત કરો કે, $(A - B) \cap (A - C) = A - (B \cup C)$.

➡ ધારો કે $x \in (A - B) \cap (A - C)$

$\therefore x \in (A - B)$ અને $x \in (A - C)$

$\therefore (x \in A$ અને $x \notin B)$ અને $(x \in A$ અને $x \notin C)$

$\therefore x \in A$ અને $(x \notin B$ અને $x \notin C)$

$\therefore x \in A$ અને $x \notin (B \cup C)$

$\therefore x \in A - (B \cup C)$

$\therefore (A - B) \cap (A - C) \subset A - (B \cup C)$ ....(i)

હવે ધારો કે, $y \in A - (B \cup C)$

$\therefore\ y \in A$ અને $y \notin (B \cup C)$

$\therefore\ y \in A$ અને ($y \notin B$ અને $y \notin C$)

$\therefore$ ($y \in A$ અને $y \notin B$) અને ($y \in A$ અને $y \notin C$)

$\therefore\ y \in (A - B)$ અને $y \in (A - C)$

$\therefore\ y \in (A - B) \cap (A - C)$

$\therefore\ A - (B \cup C) \subset (A - B) \cap (A - C)$ ....(ii)

પરિણામ (i) અને (ii) પરથી,

$A - (B \cup C) = (A - B) \cap (A - C)$

35. જો $T = \left\{x \,\middle|\, \dfrac{x+5}{x-7} - 5 = \dfrac{4x-40}{13-x}\right\}$ આપેલ ગણ છે. શું T ખાલીગણ છે ? તમારા જવાબનું સમર્થન આપો.

➥ અહીં $T = \left\{x \,\middle|\, \dfrac{x+5}{x-7} - 5 = \dfrac{4x-40}{13-x}\right\}$

$\therefore\ \dfrac{x+5}{x-7} - 5 = \dfrac{4x-40}{13-x}$

$\therefore\ \dfrac{x+5-5(x-7)}{x-7} = \dfrac{4x-40}{13-x}$

$\therefore\ \dfrac{x+5-5x+35}{x-7} = \dfrac{4x-40}{13-x}$

$\therefore\ \dfrac{-4x+40}{x-7} = \dfrac{4x-40}{13-x}$

$\therefore\ -(4x-40)(13-x) = (4x-40)(x-7)$

$\therefore\ (4x-40)(x-7) + (4x-40)(13-x) = 0$

$\therefore\ (4x-40)(x-7+13-x) = 0$

$\therefore\ 4(x-10)6 = 0$

$\therefore\ 24(x-10) = 0$

$\therefore\ x = 10$

$\therefore\ T = \{10\}$

આમ, T એ ખાલી ગણ નથી.