ગુજરાત શૈક્ષણિક સંશોધન અને તાલીમ પરિષદના પત્ર-ક્રમાંક
જીસીઈઆરટી/સીએન્ડઈ/2018/5808, તા.07/03/2018થી મંજૂર

4618

ریاضی

جماعت 6

ગણિત ધોરણ VI (ઉર્દૂ)

عہدنامہ

بھارت میرا وطن ہے۔
تمام بھارتی میرے بھائی بہن ہیں۔
میں اپنے وطن سے محبت کرتا ہوں اور اس کے شاندار بوقلموں ورثے پر فخر کرتا ہوں۔
میں ہمیشہ اس کے شایان شان بننے کی کوشش کرتا رہوں گا۔
میں اپنے والدین، اساتذہ اور بزرگوں کی تعظیم کروں گا
اور ہر شخص کے ساتھ ادب سے پیش آؤں گا۔
میں اپنے وطن اور اہلِ وطن کو اپنی عقیدت پیش کرتا ہوں۔
ان کی فلاح وبہبودی میں ہی میری خوشی ہے۔

قیمت : ₹ 55.00

राष्ट्रीय शैक्षिक अनुसंधान और प्रशिक्षण परिषद्
NATIONAL COUNCIL OF EDUCATIONAL RESEARCH AND TRAINING

گجرات راجیہ شالا پاٹھیہ پستک منڈل
'ودیاین'، سیکٹر-10-A، گاندھی نگر-382010

© NCERT نئ دہلی اور گجرات راجیہ شالا پاٹھیہ پستک منڈل، گاندھی نگر
اِس کتاب کے جملہ حقوق بحق NCERT نئ دہلی اور گجرات راجیہ شالا پاٹھیہ پستک منڈل محفوظ ہیں۔ درسی کتاب کے کسی بھی حصے کو کسی بھی صورت میں NCERT نئ دہلی اور گجرات راجیہ شالا پاٹھیہ پستک منڈل کے ڈائریکٹر کی تحریری اجازت کے بغیر شائع نہیں کیا جاسکتا۔

پیش لفظ

قومی سطح پر 'مساوی نصاب پالیسی' کے نفاذ کے نقطۂ نظر سے ریاستِ گجرات اور GCERT نے براہِ راست NCERT نئ دہلی کی درسی کتابوں کے استعمال کا فیصلہ لیا تھا۔ یہ فیصلہ مورخہ 17-7-19 کی تجویز نمبر JSBH/1217/Single file-62/N کے تحت لیا گیا تھا۔ اِس ہدف کے پیش نظر NCERT کے ذریعے شائع شدہ اس درسی کتاب کو **جماعت VI ریاضی** کی درسی کتاب کے طور پر قبول کیا گیا ہے۔ اس کاز کے لیے سب سے پہلے NCERT کی درسی کتاب کا گجراتی ترجمہ تیار کیا گیا ہے۔

گجراتی ترجمے کے دوران موجودہ صورت حال اور گجرات کے مخصوص علاقائی پس منظر کو مدّنظر رکھتے ہوئے خصوصی ناموں، اعداد وشمار اور اسباق میں معمولی ردّوبدل کیا گیا ہے، جس کے لیے NCERT سے پیشگی اجازت لی گئی تھی۔ اب گجراتی کی کتاب میں کی گئی اِن معمولی تبدیلیوں کو اُردو میڈیم کی اِس درسی کتاب میں بھی برضا ورغبت شامل کرلیا گیا ہے۔

اِس پورے عمل کے لیے بورڈ جناب محمد الیاس انصاری کی قابلیت اور عطیے کا اعتراف کرتا ہے۔ اُن کے اِس قابلِ قدر عطیے کے لیے بورڈ اُن کا شکر گزار ہے۔

گجرات راجیہ شالا پاٹھیہ پستک منڈل اس پورے عمل میں بھرپور تعاون کے لیے NCERT کا بھی ممنون ہے۔

اِس درسی کتاب کے معیار میں اصلاح کی غرض سے دی جانے والی تعمیری تجاویز اور آپ کی قیمتی آراء کا بورڈ ہمیشہ استقبال کرتا رہے گا۔

پی۔ بھارتی (IAS)
ڈائریکٹر
تاریخ : 21-11-2019

پاٹھیہ پُستک منڈل
گاندھی نگر

ترتیب
شری آشش ایچ. بوری ساگر
(سبجیکٹ کوآرڈینیٹر -فیزِکس)

اشاعت ترتیب
شری ہرین پی. شاہ
(منڈل کے نائب دائریکٹر، اکیڈمک)

طباعت ترتیب
شری ہریش ایس لمباچیا
(منڈل کے نائب ڈائریکٹر - پروڈکشن)

پہلی طباعت - 2019 ، طباعتِ نو - 2020
ناشر : گجرات راجیہ شالا پاٹھیہ پستک منڈل -'وِدیاین'، سیکٹر 10-A، گاندھی نگر کی جانب سے۔ پی۔ بھارتی (IAS)، ڈائریکٹر۔
طابع :

پیش لفظ

قومی درسیات کا خاکہ (NCF) 2005 کی سفارشات کے مطابق اسکول کے اندر اور اسکول کے باہر کے بچوں کی زندگی میں تال میل ہونا لازمی ہے۔ اس اصول نے کتابی آموزش کی میراث سے رخصتی کی سمت دیکھائی۔ اس میراث نے ایسے نظام کو پیدا کر دیا تھا جس نے اسکول، گھر اور کمیونٹی کے درمیان خلا پیدا کر دیا۔ قومی درسیات کے خاکے 2005 کی بنیاد پر تیار کیے گئے نصابوں اور کتابوں نے اس بنیادی نظریہ کو عملی جامہ پہنانے کی نمایاں کوشش کی ہے۔ اس نے سمجھ کے دخل کے بغیر حافظہ کے چلن کو کم کرنے اور مختلف مضامین کے درمیان کھینچے گئے خطوط کو مٹانے کی کوشش کی۔ ہم توقع کرتے ہیں کہ یہ کوششیں دراصل ہمیں نمایاں طور پر تعلیم کے اس نظام کی سمت لے جائیں گی جہاں پر بچہ کو مرکزیت کا درجہ حاصل ہوگا جس کا خاکہ قومی تعلیمی پالیسی (1986) نے تیار کیا تھا۔

ان کاوشوں کی کامیابی کا انحصار اس بات پر ہوگا کہ اسکول کے پرنسپل اور ٹیچرس بچوں کو ان کی آموزش کے لیے کتنی حوصلہ افزائی کرتے ہیں اور بچوں کو سوالات کرنے نیز تصوراتی سرگرمیوں کے لیے کتنا اکساتے ہیں۔ ہمیں یہ تسلیم کرنا ہوگا کہ بچوں کو فراہم کیے گئے موقعوں، اوقات اور آزادی سے ان میں نئی معلومات کا اضافہ ہوتا ہے اور یہ اضافہ وہ اپنے بڑوں سے ملی جانکاری سے حاصل کرتے ہیں۔ نصابی کتابوں کو امتحانات کے لیے واحد بنیاد تسلیم کر لینا ہی ایک اہم وجہ ہے جس سے مختلف وسائل اور مواقع ضائع ہو جاتے ہیں۔ بچوں میں تخلیق کاری اور پہل کاری کو پیدا کرنا اس وقت ہی ممکن ہے جب ہم بچوں کو سیکھنے کے عمل میں شرکاء کی حیثیت سے تسلیم کریں گے نہ کہ ان کو معلومات حاصل کرنے کا جامد جسم سمجھتے رہیں گے۔

ان مقاصد سے مراد ہے کہ اسکول کے معاملات اور طور طریقوں میں قابل لحاظ تبدیلی لانا۔ روزمرہ کے نظام الاوقات میں لچک پیدا کرنا اتنا ہی لازمی ہے جتنا کہ سال بھر کے لیے تیار کیے گئے کیلنڈر میں پڑھانے کے دنوں کو پڑھائی کے لیے ہی مختص رکھنا۔ بچوں کو پڑھانے اور ان کی جانچ کے لیے اپنائے گئے طریقہ بھی یہ طے کرتے ہیں کہ یہ نصابی کتابیں اسکول میں بچوں کی زندگی کو کتنا خوشگوار بناتی ہیں، نہ کہ اجیرن بنانے کا وسیلہ بنتی ہیں۔ نصاب تیار کرنے والوں نے بچوں کی نفسیات کا لحاظ رکھتے ہوئے معلومات کی دوبارہ ڈھانچہ بندی کر کے نصاب کے وزنی ہونے کے مسئلہ کو حل کرنے کی کوشش کی ہے۔ نصابی کتاب غور و فکر کرنے، چھوٹے چھوٹے گروپ میں بات چیت کرنے اور اپنے ہاتھ سے کر کے سیکھنے کو ترجیح دے کر اور ان کے لیے مواقع فراہم کر کے ان کوششوں کو بڑھاوا دیتی ہے۔

اس کتاب کو تیار کرنے کے لیے نصابی کتاب تیار کرنے والی کمیٹی کے ذریعے کیے گئے اس اہم کام کو نیشنل کونسل آف ایجوکیشنل ریسرچ اینڈ ٹریننگ (این سی ای آر ٹی) سراہتی ہے۔ صلاح کار کمیٹی کی چیئر پرسن پروفیسر جے۔ وی نالیکر اور اس کتاب کے چیف صلاح کار ڈاکٹر ایچ۔ کے۔ دیوان کو کمیٹی کی رہنمائی کرنے کے لیے ہم ان کا بہت بہت شکریہ ادا کرنا چاہتے ہیں۔ اس کتاب کو تیار کرنے میں بہت سے ٹیچرس نے مدد کی ہے: ہم ان کے پرنسپل حضرات کا شکریہ ادا کرنا چاہتے ہیں جن کے تعاون سے یہ ممکن ہو سکا۔ ہم ان اداروں اور تنظیموں کے بھی احسان مند ہیں جنھوں نے اپنے وسائل، مواد اور افراد کو فیاضی سے استعمال کرنے کی اجازت دی۔ خاص طور پر ہم ان ممبران کے جو ثانوی اور اعلیٰ تعلیم کے محکمہ وزرات فروغ انسانی وسائل کے ذریعے بنائی گئی قومی نگراں کمیٹی کے چیئر پرسن پروفیسر مرنال میری اور

پروفیسر جی۔ پی۔ دیش پانڈے کا شکریہ ادا کرتے ہیں کہ انھوں نے اپنا قیمتی وقت اور تعاون دیا۔

کونسل اس کتاب کے اردو ترجمے کے لیے ڈاکٹر روحی فاطمہ کی شکر گزار ہے۔ اصلاحات اور اپنے یہاں تیار مواد کے معیار کو بہتر بنانے کے لیے ہم منظم طور پر پابند ہیں۔ این سی ای آر ٹی اس سلسلہ میں آپ کی رائے اور مشوروں کا خیر مقدم کرے گی۔

نئی دہلی
20/دسمبر 2005

ڈائریکٹر
نیشنل کونسل آف ایجوکیشنل ریسرچ اینڈ ٹریننگ

کمیٹی برائے درسی کتب

چیئرپرسن، مشاورتی کمیٹی برائے سائنس اور ریاضی

جے۔ وی۔ نارلیکر، پروفیسر، چیرمین، ایڈوائزری کمیٹی انٹر یونیورسٹی سینٹر فار اسٹرونومی اینڈ اسٹروفیزکس (ای یو سی اے) گنیش کھنڈ، پونہ یونیورسٹی، پونہ

خصوصی صلاح کار

ایچ۔ کے۔ دیوان، ودیا بھون سوسائٹی، اود ے پور، راجستھان

چیف کوآرڈینیٹر

حکم سنگھ، پروفیسر، ڈی ای ایس ایم، این سی ای آر ٹی، نئی دہلی

اراکین

اونتیکا رام، ٹی جی ٹی، سی آئی ای، ایکسپیرمنٹل بیسک اسکول، ڈپارٹمنٹ آف ایجوکیشن، دہلی

انجلی گپتا، ٹیچر، ودیا بھون پبلک اسکول اودے پور، راجستھان

دھرم پرکاش، ایسوسی ایٹ پروفیسر، سی آئی ای ٹی، این سی ای آر ٹی، نئی دہلی

ایچ۔ سی، پردھان، پروفیسر، ہومی بھابھا سینٹر فار سائنس ایجوکیشن، ٹی آئی ایف آر، ممبئی، مہاراشٹر

ہرشا جے پٹادیا، ایسو سی ایٹ پروفیسر، سینٹر آف ایڈوانس اسٹڈی ان ایجوکیشن، ایم ایس یونیورسٹی آف بڑودہ، وڈودرا، گجرات

جیاشری گھوش، ٹی جی ٹی، ڈی ایم اسکول، آر آئی ای، این سی ای آر ٹی بھونیشور، اڑیسہ

مہندر اشنکر، لیکچرر (ایس جی) (ریٹائرڈ)، این سی ای آر ٹی، نئی دہلی

میناشری مالی، ٹیچر، ودیا بھون سینئیر سیکنڈری اسکول، اُودے پور، راجستھان

آر۔ آتھا رامن، میتھمیٹکس ایجوکیشن کنسلٹینٹ، ٹی آئی میٹرک ہائر سیکنڈری اسکول اینڈ اے ایم ٹی آئی، چنئی، تامل ناڈو

ایس۔ ٹی۔ نائک، پروفیسر، انسٹیٹیوٹ آف میتھمیٹکس اینڈ اپلیکیشن، بھونیشور، اڑیسہ

ایس۔ کے۔ ایس۔ گوتم پروفیسر، ڈی ای ایس ایم، این سی ای آر ٹی، نئی دہلی

شارداا گروال، پی جی ٹی، پدم مت سنگھانیہ ایجوکیشن سینٹر، کانپور، اُتر پردیش

شری جا تاداس، اسسٹنٹ پروفیسر، ان میتھمیٹکس۔ آئی ای ٹی، کانپور، اُتر پردیش

اودے سنگھ، اسسٹنٹ پروفیسرر، ڈی ایس ایم، این سی ای آر ٹی، نئی دہلی

ممبر کوآرڈینیٹر

اسوتوش کے۔ وازلوار، پروفیسر، ڈی ای ایس ایم، این سی ای آر ٹی، نئی دہلی

پروین کے۔ چورسیا، اسسٹنٹ پروفیسر، ڈی ای ایس ایم، این سی ای آر ٹی، نئی دہلی

اظہارِ تشکر

اس کتاب کی تیاری میں تعاون کے لیے نیشنل کونسل آف ایجوکیشنل ریسرچ اینڈ ٹریننگ مندرجہ ذیل ماہرینِ مضمون، اساتذہ اور اراکین شعبہ کی شکرگزار ہے: کے۔ کے۔ گپتا، ایسوسی ایٹ پروفیسر، یو۔این، پی۔ جی۔ کالج، پڈرونا، اُترپردیش؛ دیپک منتری، ودیا بھون، بیسک اسکول،اُودے پور، راجستھان؛ شگفتہ انجم، ودیا بھون سیکنڈری اسکول،اُودے پور، راجستھان؛ انجنا شرما، ودیا بھون سیکنڈری اسکول،اودے پور، راجستھان۔کونسل اُتپل چکرابرتی، ایس سی ای آر ٹی، رائے پور، چھتّیس گڑھ کی بھی شکرگزار ہے جنھوں نے اپنے مشوروں سے نوازا ہے۔

کونسل درسی کتاب کی تیاری کے لیے ثانی ورکشاپ میں شامل ہونے والوں کے اہم مشورں کے لیے بھی شکرگزار ہے: کے۔ بالا جی، ٹی جی ٹی۔ کیندریہ ودیالیہ، دھونی مالائی، کرناٹک؛ شیوکمار نمیش۔ ٹی جی ٹی۔ راجکیہ سرود یہ بال ودیالیہ، دہلی؛ اجے سنگھ، ٹی جی ٹی، رام جس سیکنڈری اسکول نمبر 3، دہلی؛ راجکمار دھون پی بی ٹی گیتا سیکنڈری اسکول نمبر 2، دہلی؛ شوچی گوئل، پی جی ٹی، ایئرفورس اسکول، دہلی؛ منجیت سنگھ، ٹی جی ٹی، گورنمنٹ ہائی اسکول، گُڑگاؤں، ہریانہ؛ پرتاپ سنگھ راوت، لیکچرر، ایس سی ای آر ٹی، گُڑگاؤں، ہریانہ؛ ریتو تیواری۔ رجکیہ پرتیبھا وکاس ودیالیہ، دہلی۔

کونسل ودیا بھون سوسائٹی اُودے پور اور اس کے اراکین کی بھی شکرگزار ہے جنھوں نے اُودے پور میں ہونے والی تیاری کمیٹی کی تیسری ورکشاپ کرانے میں جو مدد کی اور سہولیات فراہم کرائیں۔ اور ساتھ ہی ساتھ سینٹر فار سائنس ایجوکیشن اور کمیونکیشنز (CSEC) دہلی یونیورسٹی کے ڈائریکٹر کی بھی شکرگزار ہیں جنھوں نے لائبریری کی مدد مہیّا کروائی۔

کونسل پروفیسر ایم۔ چندرا، ہیڈ، ڈی ای ایس ایم، این سی ای آر ٹی کی علمی اور انتظامی مدد کے شکرگزار ہیں۔

کونسل اردو مسودے کی ویٹنگ کے لیے منعقد کی گئیں ورکشاپ کے شرکا محمد قاسم، اینگلو عربک سنئیر سیکنڈری اسکول، دہلی؛ محمد نفیس الرحمان، جامعہ سنئیر سیکنڈری اسکول، نئی دہلی؛ عارف اسرار، جامعہ مڈل اسکول، نئی دہلی اور ڈاکٹر محمد فاروق انصاری، ڈپارٹمنٹ آف لینگویجز، این سی ای آر ٹی، نئی دہلی کے بیش قیمت مشوروں کے لیے بے حد ممنون ہے۔

اس کتاب کی تیاری کے لیے کونسل کاپی ایڈیٹرز حسن البنّا، پروف ریڈر شبنم ناز، ڈی ٹی پی آپریٹرز فلاح الدین فلاحی اور نرگس اسلام اور کمپیوٹر اسٹیشن انچارج پرش رام کوشک کی تہہ دل سے شکرگزار ہے۔

اساتذہ کے لیے نوٹ

ہماری زندگی میں ریاضی کا ایک اہم مقام ہے۔ یہ نہ صرف روزمرّہ کی زندگی میں مددگار ہے بلکہ یہ منطقی استدلال، خیالی، غور وفکر اور تصورات کو پیدا کرنے میں اضافہ کرتی ہے۔ یہ زندگی کو مالا مال کر دیتی ہے اور سوچ کے لیے دروازے کھولتی ہے۔ اس سے دلیلوں کو بنانے اور سمجھنے کی قوت اور مختلف تصورات کے درمیان آپسی رشتوں کو دیکھنے کی صلاحیت، خیال (اخذ کیے گئے) اصولوں کو سیکھنے کی جدّ وجہد سے پیدا ہوتی ہے۔ یہ سمجھ دوسرے مضامین کے خیالی تصورات کو سمجھنے میں بھی مدد گار ثابت ہوتی ہے۔ یہ پیٹرن، نقشوں، رقبہ اور حجم کے ساتھ ساتھ اشکال اور سائز کے درمیان پائے جانے والی یکسانیت کو زیادہ بہتر ڈھنگ سے دیکھنے میں بھی مددگار ثابت ہوتی ہے۔ ہماری زندگی اور ہمارے ماحول کے بہت سے پہلوؤں میں ریاضی شامل ہے۔ اس نسبت کو تمام ممکنہ جگہوں پر دیکھنے کی ضرورت ہے۔

ریاضی کی آموزش میں جوابات یا طریقوں کو یاد کر لینا نہیں ہے بلکہ اس میں مسائل کو کیسے حل کیا جاتا ہے سیکھتے ہیں۔ ہمیں اُمید ہے کہ آپ اپنے طالب علموں کو ایسے بہت سے مواقع فراہم کریں گے جس میں وہ خود اپنے آپ سوالات کو بنا سکیں یا اُن کی تشکیل کر سکیں۔ ہم سمجھتے ہیں کہ یہ ایک اچھا خیال ہوگا کہ اگر ہم اُن سے کہیں کہ وہ جتنے بھی مسائل یا سوالات کی تشکیل کر سکتے ہیں کریں۔ اس سے طلبا کو ریاضی کے تصورات اور اصولوں کی سمجھ پیدا کرنے میں مدد ملتی ہے۔ ان کے ذریعے بنائے گئے سوالات کی صفت متنوع اور پیچیدہ ہوتی چلی جاتی ہے جیسے جیسے اُن میں اس نظریہ کو استعمال کر کے اعتماد پیدا ہوتا چلا جاتا ہے۔

ریاضی کی کلاس زندگی سے بھرپور اور کچھ اس طرح کی ہونی چاہیے جن میں بچّے تصورات کی اپنی سمجھ، ماڈلوں کا بنانا اور مختلف تعریفوں کو اپنے آپ واضح طور پر بنا اور سمجھ سکیں۔ زبان اور ریاضی کی آموزش میں آپس میں بہت قریبی تعلق ہے اور بچو ں کو پوری طرح سے یہ آزادی ہونی چاہیے۔ اُن کو مواقع بھی حاصل ہونے چاہئیں کہ ریاضی کے تصورات پر وہ بات کر سکیں اور کلاس میں جو کچھ بھی پڑھایا جائے اس کو وہ اپنے تجربات میں استعمال کر سکیں۔ ان پر اپنے بنائے الفاظ اور زبان کو استعمال کرنے کی پابندی نہیں ہونی چاہیے بعد میں وہ دھیرے دھیرے رسمی زبان سیکھ جائیں گے۔ بچو ں کو اس بات کی بھی آزادی ہونی چاہیے کہ کتابی معلومات سے وہ جو کچھ بھی سمجھے ہیں اس پر وہ ایک گروپ میں بحث کر سکیں اور اپنے تجربات کی بنیاد پر مثالیں دے سکیں۔ انہیں اس بات کے لیے بڑھاوا دیا جانا چاہیے کہ وہ اس کتاب کو گروپ میں پڑھیں اور اس سے وہ جو کچھ بھی سمجھے ہیں اس کا اظہار کر سکیں۔

ریاضی میں تجربات اور تصورات کی ضرورت ہوتی ہے۔ یہ ایک ایسا مضمون ہے جس میں سیکھنے والے (طلبا) ضابطہ بنانا اُن کو عام کرنا اور منطق کی بنیاد پر اس کو ثابت کرنا سیکھتے ہیں۔ تصوراتی چیزوں کو سیکھنے کے لیے طلبا کو حقیقی یا ٹھوس مواد کی ضرورت ہوتی ہے اور ساتھ ہی تجربات اور ایسے حوالات کی ضرورت ہوتی ہے جن سے وہ واقف ہوں۔ برائے مہربانی اُنہیں یہ سب مہیّا کروائیے لیکن اس بات کا بھی دھیان رکھیے کہ وہ ان سب پر زیادہ ہی منحصر نہ ہو جائیں، انہیں ہم یہ بھی بتا سکتے ہیں کہ کتاب میں دلیل اور تصدیق کے درمیان فرق پر زور دیا گیا ہے۔ یہ دونوں تصورا کثر تذبذب پیدا کر دیتے ہیں، ہم اُمید کرتے ہیں کہ آپ اس بات کا خیال رکھیں کہ تصدیق اور دلیل آپس میں مِل جُل نہ جائیں۔ بلکہ یہ الگ الگ ہی رہیں۔

کتاب میں ایسی بہت سی صورتِ حال مہیا کروائی گئیں ہیں جس میں طلبا مختلف اصولوں یا پیٹرن کی تصدیق کریں گے اور ساتھ ہی اس سے الگ بھی صورت ڈھونڈنے کی کوشش کریں گے۔ دوسری طرف بچوں سے یہ امید کی جاتی ہے کہ وہ پیٹرن پر غور کریں گے اور آسانی سے اسے سمجھنے کی کوشش کریں گے اور بچّے نئی صورتِ حال میں پیٹرن کی درستگی کی جانچ کر پائیں گے۔ ریاضی کو سیکھنے کے لیے یہ وہ لازمی حصّہ ہے جہاں پر آپ بچوں کو دوسری صورتوں میں اس طرح کی مشق کروا کر زیادہ کارآمد بنا سکتے ہیں اس سے وہ اپنے آپ سوالات کو حل کرنے کے لائق ہو سکیں گے، یہ امید کی جاتی ہے کہ آپ بچوں میں منطقی دلیلوں کو پیدا کرنے کے مختلف مواقع پیدا کریں گے۔ اور پیش کی گئی دلیلوں کی کمزوریوں کو سمجھنے کی صلاحیت بڑھا سکیں گے۔ اُن کے لیے یہ ضروری ہے کہ اُن میں سمجھنے کی وہ صلاحیت پیدا کی جا سکے کہ وہ مختلف تصورات کو سمجھنے میں پُراعتماد ہوں۔

توقع کی جاتی ہے کہ آپ کی کلاس میں بچے ریاضی کو کھوج اور تلاش کرنے والے مضمون کے طور پر لیں گے نہ کہ پیچیدہ سوالوں کی دلیلوں کو پرانے طریقوں سے ڈھونڈنے کی کوششوں کے طور پر ریاضی کی کلاس میں بچے سوالوں کو حل کرنے کے مختلف طریقے تلاش کرنے کی کوشش کریں۔ بچوں کو یہ بتانا ضروری ہے کہ سوالوں کے حلوں کو پانے کے لیے دوسری بہت سے حکمتِ عملیاں اپنائی جا سکتی ہیں۔ جس سے کہ بچّے ریاضی کے مضمون کو سمجھ سکتے ہیں۔

ہم نے اسباق کو ایک دوسرے سے جوڑنے کی کوشش کی ہے اور شروعاتی اسباق میں جو تصورات سکھائے گئے ہیں اُن کو بعد کے اسباق میں بھی جگہ دی گئی ہے۔

ہمیں اُمید ہے کہ آپ اس موقع کو تصورات کی روگردانی کے لیے استعمال کر پائیں گے۔ جس سے کہ بچے ریاضی کے سبھی بنیادی تصورات کو سمجھ پائیں گے۔ ہم آپ سے گزارش کرتے ہیں کہ منفی اعداد، کسر، متغیر اور دوسرے تصورات کو سمجھانے کے لیے زیادہ توجہ دیں گے کیونکہ یہ تصورات بچوں کے لیے نئے ہوتے ہیں ان میں سے بعض ایسے ہیں جو ریاضی کو سیکھنے میں آگے چل کر کلیدی اہمیت رکھتے ہیں۔

ہم پُر امید ہیں کہ اس کتاب سے بچوں کو ریاضی سیکھنے میں مزا آئے گا اور وہ اَز خود سوالوں کو حل کر سکیں گے اور نئے پیٹرن تلاش کرنے میں لُطف اندوز ہوں گے۔ بچے ریاضی کو سیکھتے وقت خوف زدہ نہیں رہیں گے بلکہ اعتماد کے ساتھ ایک دوسرے سے بات چیت کرتے ہوئے سیکھ پائیں گے۔ ہم یہ بھی توقع کرتے ہیں کہ آپ بچوں کے تصورات کو دھیان سے سُنیں گے اور اس کے ساتھ ساتھ آپ بچوں کو وہ مواقع بھی فراہم کریں گے جہاں پر وہ اپنے تصورات اور خیالات کا کھُل کر اظہار کر سکیں۔ کتاب کے سلسلے میں ہم آپ کی رائے اور مشوروں کا خیرمقدم کریں گے۔ آپ ہمیں کوئی بھی دلچسپ مشق بھیج سکتے ہیں جو آپ نے اپنے پڑھانے کے دوران تیار کی ہو۔ اس کو ہم کتاب کے اگلے ایڈیشن میں شامل کر سکتے ہیں۔

فہرست

پیش لفظ	ii
اساتذہ کے لیے نوٹ	vii
باب 1 اپنے اعداد کو جانیے	1
باب 2 مکمل اعداد	32
باب 3 اعداد سے کھیلنا	52
باب 4 جیومیٹری کے بنیادی تصورات	80
باب 5 بنیادی اشکال کو سمجھنا	101
باب 6 صحیح اعداد	133
باب 7 کسور	155
باب 8 اعشاریہ	183
باب 9 اعداد وشمار کا استعمال	205
باب 10 مساحت	229
باب 11 الجبرا	248
باب 12 نسبت اور تناسب	275
باب 13 تشاکل	295
باب 14 عملی جیومیٹری	309
جوابات	331
دماغی کسرت	363
جوابات	368

بھارت کا آئین

تمہید

ہَم بھارت کے عوام متانت وسنجیدگی سے عزم کرتے ہیں کہ بَھارَت کو ایک مقتَدر، سمَاج وَادی، غیَر مَذہَبی عَوامی جَمہُوریَہ بنائیں اور اس کے تمام شہریوں کے لیے حاصل کریں۔

انصاف سماجی، معاشی اور سیاسی

آزادی خیال، اظہار، عقیدہ، دین اور عبادت

مساوات بہ اعتبار حیثیت اور موقع اور ان سب میں

اخوت کو ترقی دیں جس سے فرد کی عظمت اور قوم کے اتحاد اور سالمیت کا تیقن ہو۔

اپنی آئین ساز اسمبلی میں آج چھبیس نومبر 1949ء کو یہ آئین ذریعہ ہذا اختیار کرتے ہیں، وضع کرتے ہیں اور اپنے آپ پر نافذ کرتے ہیں۔

1۔ آئینی (بیالیسویں ترمیم) ایکٹ، 1976 کے سیکشن 2 کے ذریعہ ''مقتدر عوامی جمہوریہ'' کی جگہ (1977-1-3 سے)

2۔ آئینی (بیالیسویں ترمیم) ایکٹ، 1976 کے سیکشن 2 کے ذریعہ ''قوم کے اتحاد'' کی جگہ (1977-1-3 سے)

باب 1

4618CH01

اپنے اعداد کو جانیے

(Knowing Our Numbers)

1.1 تعارف (Introduction)

اب ہمارے لیے چیزوں کو شمار کرنا آسان ہو گیا ہے۔ کثیر تعداد میں موجود چیزوں کو بھی ہم گن سکتے ہیں، مثلاً اسکول میں طلبا کی تعداد معلوم کر کے ہم اس تعداد کو اعداد کے ذریعے ظاہر کرتے ہیں۔ ہم بڑے اعداد کو ان کے مناسب عددی نام (Number Names) سے بھی ظاہر کر سکتے ہیں۔

پہلے ہم بڑے اعداد کو اپنی بول چال یا علامتوں کے ذریعے ظاہر کرنا نہیں جانتے تھے۔ ہزاروں سال پہلے لوگ صرف چھوٹے اعداد سے ہی واقف تھے۔ دھیرے دھیرے انھوں نے بڑے اعداد کا استعمال سیکھا۔ انھوں نے یہ بھی سیکھا کہ ان بڑے اعداد کو علامتوں کے ذریعے کیسے ظاہر کیا جاسکتا ہے۔ یہ سب انسانوں کی مجموعی کوششوں کا نتیجہ ہے۔ ان کے راستے آسان نہیں تھے، انھوں نے پورے وقت جدو جہد کی۔ حقیقت میں ریاضی کی تمام نشوونما کو ہم اس طرح سمجھ سکتے ہیں کہ جیسے جیسے انسان نے ترقی کی اس کو ریاضی کی نشوونما کی بھی ضرورت پڑی اور نتیجہ کے طور پر ریاضی نے اور زیادہ تیزی سے ترقی کی۔

ہم اعداد کو استعمال کرتے ہیں اور ان کے بارے میں بہت ساری باتیں بھی جانتے ہیں۔ ظاہری اشیا کو شمار کرنے میں اعداد ہماری مدد کرتے ہیں اور یہ بتانے میں بھی یہ ہماری مدد کرتے ہیں کہ چیزوں کا کون سا مجموعہ بڑا ہے اور چیزوں کو ترتیب میں ہم کیسے رکھیں یعنی پہلی، دوسری، تیسری وغیرہ اعداد کا استعمال مختلف طریقوں سے اور مختلف سیاق میں کیا جاتا ہے۔ ایسی مختلف صورت حال کے بارے میں سوچیے جہاں ہم اعداد کا استعمال کرتے ہیں۔ پانچ ایسی مختلف صورتوں کی فہرست بنائیے جن میں اعداد کا استعمال کیا جاتا ہے۔

پچھلی کلاسوں میں اعداد کے ساتھ کام کرنا ہمیں دلچسپ لگا۔ ہم ان کی جمع، گھٹا، ضرب اور تقسیم کر چکے ہیں۔ ہم سلسلہ وار اعداد کے مختلف نمونے تلاش کر چکے ہیں اور اعداد کے ذریعے بہت سے دلچسپ کام انجام دے چکے ہیں۔ اس باب میں ہم اعداد کے ساتھ اور بھی بہت سی دلچسپ چیزوں کو دیکھنے کے ساتھ ساتھ پچھلی سیکھی گئی چیزوں کو دہرائیں گے۔

1.2 اعداد کا موازنہ (Comparing Numbers)

یہ ہم پہلے بھی کر چکے ہیں، آئیے دیکھیں کہ کیا ہم کو یاد ہے کہ کون عدد سب سے بڑا ہے۔

(i) 92، 392، 4456، 89742 — میں سب سے بڑا ہوں!

(ii) 1902، 1920، 9201، 9021، 9210 — میں سب سے بڑا ہوں!

یعنی ہم کو جواب معلوم ہے۔

غور کیجیے کہ آپ سب سے بڑا عدد کیسے معلوم کرتے ہیں اور اس پر اپنے دوستوں سے بحث کیجیے۔

کوشش کیجیے

کیا آپ ہر قطار کا سب سے بڑا اور سب سے چھوٹا عدد فوراً بتا سکتے ہیں۔

1۔ 382، 4972، 18، 59785، 750 جواب 59785 سب سے بڑا اور 18 سب سے چھوٹا عدد ہے۔

2۔ 1473، 89423، 100، 5000، 310 جواب ____________

3۔ 1834، 75284، 111، 2333، 450 جواب ____________

4۔ 2853، 7691، 9999، 12002، 124 جواب ____________

کیا یہ آسان تھا؟ یہ کیوں آسان تھا؟

ہم صرف ہندسوں کی تعداد دیکھ کر جواب معلوم کر لیتے ہیں۔ سب سے بڑے عدد میں زیادہ ہزار ہوں گے اور سب سے چھوٹے عدد میں صرف سیکڑہ یا دہائی ہوگی۔

اسی طرح کے پانچ اور سوال بنائیے اور اپنے دوستوں سے ان کو حل کرنے کے لیے کہیے۔

اب 4875 اور 3542 کا موازنہ ہم کیسے کریں گے؟

یہ بھی بہت مشکل کام نہیں ہے۔ ان دونوں اعداد میں ہندسوں کی تعداد برابر ہے۔ یہ دونوں اعداد ہزار میں ہیں۔ مگر 4875 میں ہزار کی مقامی قیمت والا ہندسہ 3542 میں ہزار کی مقامی قیمت والے ہندسے سے بڑا ہے۔ اس لیے 4875، 3542 سے بڑا ہے۔

اب ذرا بتایئے کہ 4875 یا 4542 میں کون سا عدد بڑا ہے؟ یہاں پر بھی ہندسوں کی تعداد برابر ہے اور ساتھ ہی ساتھ ہزار کے مقام پر پائے جانے والے ہندسے بھی برابر ہیں۔ اب ہم کیا کریں؟ ہم اس کے اگلے ہندسہ کو دیکھتے ہیں یعنی سیکڑے کے مقام پر۔ 4875 میں سیکڑے کی مقامی قیمت والا ہندسہ 4542 میں سیکڑے کی مقامی قیمت والے ہندسے کے مقابلہ بڑا ہے، اس لیے 4875، 4542 سے بڑا ہے۔

کوشش کیجیے

سب سے بڑے اور سب سے چھوٹے اعداد معلوم کیجیے:

(a) 4536، 4892، 4370، 4452

(b) 15623، 15073، 15189، 15800

(c) 25286، 25245، 25270، 25210

(d) 6895، 23787، 24569، 24659

اسی طرح کے پانچ سوال اور بنایئے اور اپنے دوستوں سے حل کرنے کے لیے کہیے۔

اگر دو اعداد میں سیکڑے کے مقام پر پائے جانے والے ہندسے بھی یکساں ہیں تو ہم کیا کریں گے؟

4875 اور 4889 کا موازنہ کیجیے؛ 4875 اور 4879 کا موازنہ کیجیے۔

1.2.1 آپ کتنے اعداد بنا سکتے ہیں؟ (How many numbers can you make)

پہلے بھی آپ ایسے سوالات کر چکے ہیں۔ آیئے ایسے ہی کچھ اور سوالات کرتے ہیں۔

مان لیا، ہمارے پاس چار ہندسہ 3، 8، 7 اور 5 ہیں۔ ان ہندسوں کی مدد سے ہمیں مختلف چار ہندسی اعداد اس طرح بنانے ہیں کہ عدد میں کسی بھی ہندسہ کی تکرار نہ ہو۔ اس لیے عدد 7835 درست ہے مگر 7735 درست نہیں ہے۔ اس طرح کے چار ہندسی اعداد آپ جتنے بھی بنا سکتے ہیں بنایئے۔

آپ کون سا سب سے بڑا عدد حاصل کرسکتے ہیں؟ اور کون سا سب سے چھوٹا؟

سب سے بڑا عدد 8753 ہے اور سب سے چھوٹا 3578 ہے۔

دونوں اعداد میں ہندسوں کی ترتیب کے بارے میں سوچیے۔ کیا آپ بتا سکتے ہیں کہ سب سے بڑا عدد کیسے معلوم کیا جاسکتا ہے؟ اپنا طریقہ لکھیے۔

کوشش کیجیے

1۔ درج ذیل ہر ایک میں دیے گئے ہندسوں کی تکرار کے بغیر استعمال کرکے چھوٹے سے چھوٹا اور بڑے سے بڑا 4 ہندسی عدد بنایئے۔

(a) 2, 8, 7, 4 (b) 9, 7, 4, 1 (c) 4, 7, 5, 0

(d) 1, 7, 6, 2 (e) 5, 4, 0, 3

(اشارہ: 0754 ایک 3 ہندسی عدد ہے۔)

2۔ درج ذیل ہندسوں میں سے ایک ہندسہ کو دہراتے ہوئے چھوٹے سے چھوٹا اور بڑے سے بڑا 4 ہندسی عدد لکھیے۔

(a) 3, 8, 7 (b) 9, 0, 5 (c) 0, 4, 9 (d) 8, 5, 1

(اشارہ: دونوں حالتوں میں سوچیے کہ کون سا ہندسہ آپ دوبارہ استعمال کریں گے۔)

3۔ کوئی بھی چار ہندسوں کو استعمال کرتے ہوئے چھوٹے سے چھوٹا اور بڑے سے بڑا 4 ہندسی عدد لکھیے جب کہ دیا گیا ہے کہ:

(a) ہندسہ 7 ہمیشہ اکائی کے مقام پر رہے۔

سب سے بڑا

9	8	6	7

سب سے چھوٹا

1	0	2	7

(دھیان رہے کہ ہندسہ 0 سے شروع نہیں ہوسکتا۔ کیوں؟)

(b) ہندسہ 4 ہمیشہ دہائی کے مقام پر رہے۔

سب سے بڑا

		4	

سب سے چھوٹا

		4	

(c) ہندسہ 9 ہمیشہ سیکڑے مقام پر رہے۔

سب سے بڑا

	9		

سب سے چھوٹا

	9		

(d) ہندسہ 1 ہمیشہ ہزار کے مقام پر رہے۔

سب سے بڑا

1			

سب سے چھوٹا

1			

4۔ دو ہندسے لیجیے، جیسے 2 اور 3۔ دونوں ہندسوں کا برابر بار استعمال کرتے ہوئے 4 ہندسی عدد بنائیے:

سب سے بڑا عدد کون سا ہے؟

سب سے چھوٹا عدد کون سا ہے؟

آپ ایسے کل کتنے اعداد بنا سکتے ہیں؟

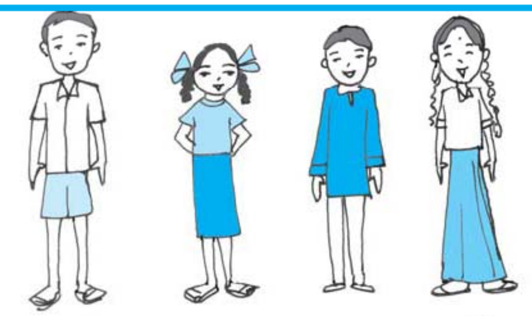
مناسب ترتیب سے لگائیے (Stand in proper order)

1۔ ان میں سب سے لمبا کون ہے؟

2۔ ان میں سب سے چھوٹا کون ہے؟

(a) ان کی لمبائیوں کے حساب سے کیا آپ انھیں بڑھتی ہوئی ترتیب میں لگا سکتے ہیں؟

(b) ان کی لمبائیوں کے حساب سے کیا آپ انھیں گھٹتی ہوئی ترتیب میں لگا سکتے ہیں؟



رام ہری (160 سم)   ڈولی (154 سم)   موہن (158 سم)   ششی (159 سم)

کیا خریدیں؟
(What to buy?)

سوہن اور ریتا الماری خرید نے گئے۔ وہاں پر بہت ساری الماری تھیں جن پر ان کی قیمتیں بھی لکھی ہوئی تھیں۔

(a) کیا آپ ان کی قیمتوں کو بڑھتی ہوئی ترتیب میں لگا سکتے ہیں؟

(b) کیا آپ ان کی قیمتوں کو گھٹتی ہوئی ترتیب میں لگا سکتے ہیں؟

کوشش کیجیے

ایسی ہی پانچ اور صورتِ حال کے بارے میں سوچیے جہاں پر آپ تین یا زیادہ چیزوں کا موازنہ کر سکیں۔

بڑھتی ہوئی ترتیب (Ascending order): بڑھتی ہوئی ترتیب کا مطلب ہے اعداد کا موازنہ کرتے ہوئے سب سے چھوٹے عدد سے شروع کر کے سب سے بڑے عدد تک ترتیب سے لگانا۔

گھٹتی ہوئی ترتیب (Descending order): گھٹتی ہوئی ترتیب کا مطلب ہے اعداد کا موازنہ کرتے ہوئے سب سے بڑے عدد سے شروع کر کے سب سے چھوٹے عدد تک ترتیب سے لگانا۔

کوشش کیجیے

1- مندرجہ ذیل اعداد کو بڑھتی ہوئی ترتیب میں لکھیے:

(a) 847، 9754، 8320، 571   (b) 9801، 25751، 36501، 38802

2- مندرجہ ذیل اعداد کو گھٹتی ہوئی ترتیب میں لکھیے:

(a) 5000، 7500، 85400، 7861   (b) 1971، 45321، 88715، 92547

اس طرح گھٹتی/بڑھتی ہوئی ترتیب کی 10 مثالیں بنایئے اور ان کو حل کیجیے:

1.2.2 ہندسوں کے مقام کو بدلنا (Shifting of Digits)

کبھی آپ نے اس دلچسپ بات کے بارے میں سوچا ہے کہ اگر کسی عدد میں ہندسوں کے مقام بدل دیے جائیں تو کیا ہوگا؟

ذرا 182 کے بارے میں سوچیے۔ یہ عدد 821 جیسے بڑے سے بڑا عدد اور 128 جیسے چھوٹے سے چھوٹا عدد میں بھی بدل سکتا ہے۔ 391 کے ساتھ ایسا کر کے دیکھیے:

اب ذرا اس کے بارے میں سوچیے ۔کوئی 3 ہندسی عدد لیجیے اور سیکڑے کے مقام والے ہندسہ کو اکائی کے مقام والے ہندسہ سے بدل کر دیکھیے :

(a) کیا نیا عدد پرانے عدد سے بڑا ہے؟

(b) کیا نیا عدد پرانے عدد سے چھوٹا ہے؟

بننے والے اعداد کو گھٹتی اور بڑھتی دونوں ترتیب میں لکھیے :

پہلے 7 9 5

پہلا اور تیسرا مقام بدلنے پر

بعد میں 5 9 7

اگر آپ پہلے اور تیسرے مقام (یعنی ہندسہ) کو بدلتے ہیں تو کیا اس صورت میں بڑا عدد حاصل ہوتا ہے؟ کون سی حالت میں سب سے چھوٹا عدد حاصل ہوتا ہے؟

4 ہندسی عدد کے ساتھ اس عمل کو دہرائیے۔

1.2.3 عدد 10,000 کا تعارف (Introducing 10,000)

ہم جانتے ہیں کہ 99 کے بعد کوئی دو ہندسی عدد نہیں ہے۔ 99 سب سے بڑا دو ہندسی عدد ہے۔ اسی طرح سب سے بڑا تین ہندسی عدد 999 اور سب سے بڑا چار ہندسی عدد 9999 ہے۔ اگر ہم 9999 میں ایک جمع کر دیں تو ہمیں کیا حاصل ہوگا؟

اس نمونے کو دیکھیے :

$$9 + 1 = 10 = 10 \times 1$$
$$99 + 1 = 100 = 10 \times 10$$
$$999 + 1 = 1000 = 10 \times 100$$

ہم دیکھتے ہیں کہ

ایک ہندسہ کا سب سے بڑا عدد + 1 = 2 ہندسوں کا سب سے چھوٹا عدد

2 ہندسوں کا سب سے بڑا عدد + 1 = 3 ہندسوں کا سب سے چھوٹا عدد

3 ہندسوں کا سب سے بڑا عدد + 1 = 4 ہندسوں کا سب سے چھوٹا عدد

تو کیا اب ہم یہ امید نہیں کر سکتے کہ 4 ہندسوں کے سب سے بڑے عدد میں ایک جوڑنے پر ہم کو 5 ہندسوں کا سب سے چھوٹا عدد ملے گا۔ یعنی 9999+1 = 10000

9999 کے بعد آنے والا یہ اگلا نیا عدد 10000 ہے۔ اس کو دس ہزار کہتے ہیں۔ ہم یہ بھی امید کرتے ہیں کہ 10000 = 10 × 1000

1.2.4 مقامی قیمت کو دہرانا (Revisiting Place Value)

آپ یہ بہت پہلے کر چکے ہیں اور آپ کو یقیناً یہ بھی یاد ہوگا کہ 2 ہندسی عدد جیسے 78 کو ہم کیسے پھیلا کر لکھتے ہیں:

$= 7 \times 10 + 8 \times 1$

$78 = 70 + 8$

اسی طرح، 3 ہندسی عدد جیسے 278 کی توسیعی شکل (پھیلی ہوئی شکل) بھی آپ کو یاد ہوگی

$= 2 \times 100 + 7 \times 10 + 8 \times 1$

$278 = 200 + 70 + 8$

ہم کہہ سکتے ہیں کہ 8 اکائی کے مقام پر ہے، 7 دہائی کے مقام پر اور 2 سیکڑے کے مقام پر ہے۔
مزید 4 ہندسی اعداد کو بھی اسی طرح لکھا جاسکتا ہے۔ مثال کے طور پر 5278 کی توسیعی شکل ہے۔

$5278 = 5000 + 200 + 70 + 8$

$= 5 \times 1000 + 2 \times 100 + 7 \times 10 + 8$

یہاں 8 اکائی کے مقام پر، 7 دہائی کے مقام پر، 2 سیکڑے کے مقام پر، اور 5 ہزار کے مقام پر ہے۔
عدد 10,000 کو جاننے کے ساتھ ہم اس خیال کو اور آگے بھی بڑھا سکتے ہیں۔ ہم 5 ہندسی اعداد کو اس طرح لکھ سکتے ہیں۔

$45278 = 4 \times 10000 + 5 \times 1000 + 2 \times 100 + 7 \times 10 + 8$

ہم کہہ سکتے ہیں کہ یہاں 8 اکائی کے مقام پر، 7 دہائی کے مقام پر، 2 سیکڑے کے مقام پر، 5 ہزار کے مقام پر اور 4 دس ہزار کے مقام پر ہے۔ اس عدد کو ہم پینتالیس ہزار دوسو اٹھتّر پڑھتے ہیں۔ کیا اب آپ 5 ہندسی اعداد کا سب سے بڑا اور سب سے چھوٹا عدد لکھ سکتے ہیں؟

کوشش کیجیے

پڑھیے اور جہاں کہیں خالی جگہیں ہوں ان کو اعداد کی توسیعی شکل سے پُر کیجیے:

عدد	عددی نام	توسیعی شکل
20000	بیس ہزار	2×10000
26000	چھبیس ہزار	$2 \times 10000 + 6 \times 1000$
38400	اڑتیس ہزار چار سو	$3 \times 10000 + 8 \times 1000 + 4 \times 100$
65740	پینسٹھ ہزار سات سو چالیس	$6 \times 10000 + 5 \times 1000 + 7 \times 100 + 4 \times 10$
89324	نواسی ہزار تین سو چوبیس	$8 \times 10000 + 9 \times 1000 + 3 \times 100 + 2 \times 10 + 4 \times 1$
50000	______	______

41000	________	________________
47300	________	________________
57630	________	________________
29485	________	________________
29085	________	________________
20085	________	________________
20005	________	________________

پانچ اور 5 ہندسی اعداد لکھیے، ان کو پڑھیے اور ان کی توسیعی شکل لکھیے۔

1.2.5 1,00,000 کا تعارف (Introducing 1,00,000)

سب سے بڑا 5 ہندسی عدد کون سا ہے؟

5 ہندسوں کے سب سے بڑے عدد میں 1 جمع کرنے سے 6 ہندسوں کا سب سے چھوٹا عدد حاصل ہوتا ہے۔

$$99,999 + 1 = 1,00,000$$

اس عدد کو ہم ایک لاکھ پڑھتے ہیں۔ ایک لاکھ 99,999 کا اگلا عدد ہے۔

$$10 \times 10,000 = 1,00,000$$

اب ہم 6 ہندسی اعداد کو مندرجہ ذیل طریقہ سے لکھ سکتے ہیں۔

$$2,46,853 = 2 \times 1,00,000 + 4 \times 10,000 + 6 \times 1,000 + 8 \times 100 + 5 \times 10 + 3 \times 1$$

اس عدد میں 3 اکائی کے مقام پر، 5 دہائی کے مقام پر، 8 سیکڑے کے مقام پر، 6 ہزار کے مقام پر، 4 دس ہزار کے مقام پر اور 2 لاکھ کے مقام پر ہے۔ اس عدد کا عددی نام دو لاکھ، چھیالیس ہزار، آٹھ سو ترپن ہے۔

کوشش کیجیے

درج ذیل کو پڑھیے اور خالی جگہوں میں اعداد کی توسیعی شکل لکھیے:

عدد	عددی نام	توسیعی شکل
3,00,000	تین لاکھ	3×1,00,000
3,50,000	تین لاکھ پچاس ہزار	3×1,00,000 + 5×10,000
3,53,500	تین لاکھ تیرپن ہزار پانچ سو	3×1,00,000 + 5×10,000 + 3×1000 + 5×100
4,57,928	________	________________
4,07,928	________	________________
4,00,829	________	________________
4,00,029	________	________________

1.2.6 بڑے اعداد (Larger Numbers)

اگر ہم 6 ہندسوں کے سب سے بڑے عدد میں ایک جمع کریں تو ہم کو 7 ہندسوں کا سب سے چھوٹا عدد ملے گا جس کو دس لاکھ کہتے ہیں۔

6 ہندسوں کا سب سے بڑا اور 7 ہندسوں کا سب سے چھوٹا عدد لکھیے :

7 ہندسوں کا سب سے بڑا اور 8 ہندسوں کا سب سے چھوٹا عدد لکھیے۔8 ہندسوں کا سب سے چھوٹا عدد ایک کروڑ ہے۔

درج ذیل نمونہ کو مکمل کیجیے:

9 + 1	=	10
99 + 1	=	100
999 + 1	=	______
9,999 + 1	=	______
99,999 + 1	=	______
9,99,999 + 1	=	______
99,99,999 + 1	=	1,00,00,000

یاد رکھیے:

ایک سو	= 10 دہائی
ایک ہزار	= 10 سیکڑہ
	= 100 دہائی
ایک لاکھ	= 100 ہزار
	= 1000 سیکڑہ
ایک کروڑ	= 100 لاکھ
	= 10,000 ہزار

کوشش کیجیے

1۔ کیا ہے۔ ? = 1 – 10
2۔ کیا ہے ? = 1 – 100
3۔ کیا ہے۔ ? = 1 – 10,000
4۔ کیا ہے۔ ? = 1 – 1,00,000
5۔ کیا ہے۔ ? = 1 – 1,00,00,000

(اشارہ : اوپر دیے گئے طریقے کو استعمال کیجیے)

ہم مختلف صورتوں میں بڑے اعداد کا استعمال کرتے ہیں۔ مثال کے طور پر آپ کی جماعت کے بچوں کی تعداد 2 ہندسی عدد ہے۔جب کہ آپ کے اسکول کے بچوں کی تعداد 3 یا 4 ہندسی ہے۔

قریبی شہر کی آبادی اور زیادہ ہے

یہ ایک 5 یا 6 یا 7 ہندسی عدد ہے

اس عدد میں کتنے ہندسہ ہیں؟ کیا آپ کو اپنے صوبے کی آبادی معلوم ہے؟

ایک گیہوں سے بھری بوری میں کتنے دانے ہوں گے؟ ایک 5 ہندسی عدد، ایک 7 ہندسی عدد یا اور بڑا؟

کوشش کیجیے

1۔ ایسی پانچ مثالیں دیجیے جہاں پر گنی جانے والی اشیا کی تعداد 6 ہندسی عدد سے زیادہ ہو۔
2۔ 6 ہندسوں کے سب سے بڑے عدد سے شروع کرتے ہوئے اگلے پانچ اعداد گھٹتی ترتیب میں لکھیے۔
3۔ 8 ہندسوں کے سب سے چھوٹے عدد سے شروع کرتے ہوئے اگلے پانچ اعداد بڑھتی ترتیب میں لکھیے۔

1.2.7 بڑے اعداد لکھنے اور پڑھنے میں معاونت
(An aid in reading and writing large numbers)

مندرجہ ذیل اعداد کو پڑھنے کی کوشش کیجیے:

(a) 279453 (b) 5035472

(c) 152700375 (d) 40350894

کیا ان کو پڑھنا مشکل تھا؟

کیا آپ کو اس طرح پڑھنے میں کچھ مشکل معلوم ہوئی؟

کبھی کبھی بڑے اعداد کو لکھنے اور پڑھنے میں کچھ اشارے مدد کرتے ہیں۔

شگفتہ نے بڑے اعداد کو پڑھنے اور لکھنے کے لیے کچھ اشارے استعمال کیے۔ اس کے یہ اشارے اعداد کی توسیع شکل لکھنے میں بھی مددگار ہوتے ہیں۔ مثال کے طور پر 257 لکھنے میں اکائی، دہائی اور سیکڑے کے مقام والے اعداد کے اوپر (نیچے) وہ ا (O)، د (T) اور س (H) لکھتی ہے۔ جیسے

O	T	H	توسیع
7	5	2	$2 \times 100 + 5 \times 10 + 7 \times 1$

اس طرح، 2902 کے لیے، وہ لکھتی ہے۔

O	T	H	Th	توسیع
2	0	9	2	$2 \times 1000 + 9 \times 100 + 0 \times 10 + 2 \times 1$

وہ اس تصور کو اور آگے بڑھا کر لاکھ تک کے اعداد کے لیے استعمال کرتی ہے۔ جیسا کہ نیچے جدول میں دکھایا گیا ہے۔ (مان لیجیے ان کو ہم ہندسوں کے مقامات کہتے ہیں) خالی جگہوں کو پورا کیجیے:

عدد	دل	ل	دہ	ہ	س	د	ا	عددی نام	توسیع
7,34,543	—	7	3	4	5	4	3	سات لاکھ چونتیس ہزار پانچ سو تینتالیس	---------------
32,75,829	3	2	7	5	8	2	9	-------------------	$3 \times 10,00,000$ $+ 2 \times 1,00,000$ $+ 7 \times 10,000$ $+ 5 \times 1000$ $+ 8 \times 100$ $+ 2 \times 10 + 9 \text{X} 1$

اسی طرح ہم کروڑ تک کے اعداد کو بھی شامل کر سکتے ہیں جیسا کہ نیچے دکھایا گیا ہے:

عددی نام	ا	د	س	ہ	دہ	ل	دل	ک	دک	عدد
....	3	4	5	4	3	7	5	2	—	2,57,34,543
پینسٹھ کروڑ بتیس لاکھ پچھتر ہزار آٹھ سو انتیس	9	2	8	5	7	2	3	5	6	65,32,75,829

اب اعداد کی توسیعی شکل لکھنے کے لیے جدول کو کسی دوسرے طریقہ سے بھی لکھ سکتے ہیں۔

کوموں کا استعمال (Use of Commas)

عددی نام لکھتے وقت کوموں کا استعمال نہیں کرتے ھیں۔

آپ نے اس بات پر ضرور دھیان دیا ہوگا کہ بڑے اعداد کو لکھتے وقت کوموں کا استعمال کیا گیا ہے۔ بڑے اعداد کو پڑھنے اور لکھنے میں کومے ہماری مدد کرتے ہیں۔ ہمارے **ہندوستانی عددی نظام** (Indian System of Numeration) میں ہم اکائی ، دہائی، سیکڑہ، ہزار اور پھر لاکھ اور کروڑ کا استعمال کرتے ہیں۔ ہزار، لاکھ اور کروڑ کی نشاندہی کے لیے کومے کا استعمال کیا جاتا ہے پہلا کوما سیکڑے کے بعد (دائیں سے تین ہندسوں کے بعد) آتا ہے اور ہزار کی نشاندہی کرتا ہے۔ دوسرا کوما اس کے دو ہندسوں کے بعد (دائیں سے پانچ ہندسوں کے بعد) آتا ہے۔ یہ دس ہزار کے بعد آتا ہے اور لاکھ کی نشاندہی کرتا ہے۔ تیسرا کوما دو ہندسوں کے بعد آتا ہے(دائیں سے سات ہندسوں کے بعد) ۔ یہ دس لاکھ کے بعد آتا ہے اور کروڑ کی نشاندہی کرتا ہے۔

مثال کے طور پر: 5,08,01,592

3,32,40,781

7,27,05,062

اوپر دیے گئے اعداد کو پڑھنے کی کوشش کیجیے اسی طریقہ سے پانچ اور اعداد لکھیے اور ان کو پڑھیے:

بین الاقوامی عددی نظام (International Numeration System)

بین الاقوامی عددی نظام میں اکائی، دھائی، سیکڑہ، ھزار اور پھر میلین (millions) کا استعمال ھوتا ھے۔ ایك میلین میں ایك ھزار ھزار ھوتے ھیں۔ کوموں کو ھزار اور میلین کی نشاندھی کے لیے استعمال کیا جاتا ھے۔ اس کو دائیں طرف سے ھر تیسرے ھندسہ کے بعد

لگاتے ہیں۔ پہلا کوما ہزار اور دوسرا کوما میلین کی نشاندھی کے لیے استعمال کیا جاتا ہے- مثال کے طور پر 50,801,592 کو بین الاقوامی عددی نظام میں 50میلین، آٹھ سو ایک ہزار، پانچ سو بیانوے پڑھتے ہیں۔ ہندوستانی عددی نظام میں اس کو پانچ کروڑ آٹھ لاکھ، ایک ہزار اور پانچ سو بیانوے پڑھتے ہیں۔

ایک میلین میں کتنے لاکھ ہوتے ہیں؟

ایک کروڑ میں کتنے میلین ہوتے ہیں؟

تین بڑے اعدا د لیجیے ۔ ان کو ہندوستانی اور بین الاقوامی دونوں عددی نظام میں لکھیے:

یہ آپ کو دلچسپ لگے گا۔

بین الاقوامی عددی نظام میں میلین سے بڑے اعداد کو بِلین (Billion) سے ظاہر کرتے ہیں۔

ایک بیلین = 1000میلین

کیا آپ جانتے ہیں؟

ہندوستان کی آبادی

1921-31 کے دوران 27 میلین؛

1931-41 کے دوران 37 میلین؛

1941-51 کے دوران 44 میلین؛

1951-61 کے دوران 78 میلین بڑھی ہے!

1991-2001 کے درمیان کتنی آبادی بڑھی یہ معلوم کرنے کی کوشش کیجیے:

کیا آپ جانتے ہیں کہ ہندوستان کی آبادی آج کتنی ہے؟ یہ بھی جاننے کی کوشش کیجیے:

کوشش کیجیے

1۔ ان اعداد کو پڑھیے : ان ہندسوں کے مقامات کا استعمال کر کے لکھیے اور پھر ان کی توسیع شکل میں بھی لکھیے :

(i) 475320 (ii) 9847215 (iii) 97645310 (iv) 30458094

(a) سب سے چھوٹا عدد کون ہے؟

(b) سب سے بڑا عدد کون سا ہے؟

(c) ان اعداد کو گھٹتی اور بڑھتی ترتیب میں لگایئے:

2۔ ان اعداد کو پڑھیے:

(i) 527864 (ii) 95432 (iii) 18950049 (iv) 70002509

(a) ان اعداد کو ہندسوں کے مقامات کا استعمال کر کے لکھیے اور پھر کوموں کا استعمال کر کے لکھیے :

(b) سب سے چھوٹا عدد کون سا ہے؟

(c) سب سے بڑا عدد کون سا ہے؟

(d) ان اعداد کو گھٹتی اور بڑھتی ترتیب میں لکھیے؟

3۔ بڑے اعدا د کے تین اور مجموعے (Groups) لیجیے اور اوپر دی گئی مشقیں کیجیے۔

کیا آپ عدد یہ لکھنے میں میری مدد کر سکتے ہیں؟

(Can you help me write the numeral?)

ایک عدد کے عدد یہ کو الفاظ میں لکھنے کے لیے آپ کو پھر سے ہندسوں کے مقامات کو دیکھنا ہوگا۔

(a) بیالیس لاکھ ستر ہزار آٹھ۔

(b) دو کروڑ نوے لاکھ پچپن ہزار آٹھ سو۔

(c) سات کروڑ ساٹھ ہزار پچپن۔

کوشش کیجیے

1۔ آپ کے پاس 7,0,6,5,4 اور 8 ہندسے ہیں۔ ان کا استعمال کرکے پانچ 6 ہندسی اعداد لکھیے:

(a) پڑھنے کی آسانی کے لیے کوموں کا استعمال کیجیے۔

(b) ان اعداد کو گھٹتی اور بڑھتی ترتیب میں لکھیے۔

2۔ 8,7,6,5,4 اور 9 ہندسے لیجیے۔ کوئی سے تین 8 ہندسی اعداد بنائیے۔ کوموں کا استعمال کیجیے تاکہ یہ آسانی سے پڑھا جا سکے۔

3۔ 3 ہندسے 0,3 اور 4 کا استعمال کر کے پانچ 6 ہندسی اعداد بنائیے۔ کوموں کا استعمال کیجیے۔

مشق 1.1

1۔ خالی جگہوں کو بھریئے

(a) 1 لاکھ = ______ دس ہزار

(b) 1 ملین = ______ سو ہزار

(c) 1 کروڑ = ______ دس لاکھ

(d) 1 کروڑ = ______ ملین

(e) 1 ملین = ______ لاکھ

2۔ کوموں کا درست استعمال کیجیے اور اعداد لکھیے:

(a) تہتر لاکھ پچھتر ہزار تین سو سات۔

(b) نو کروڑ پانچ لاکھ اکتالیس۔

(c) سات کروڑ باون لاکھ اکیس ہزار تین سو دو۔

(d) اٹھاون میلین چار سو تیئیس ہزار دو سو دو۔

(e) تیئیس لاکھ تیس ہزار دس۔

3۔ کوموں کا مناسب استعمال کرتے ہوئے ہندوستانی عددی نظام میں مندرجہ ذیل اعداد کے نام لکھیے :

(a) 87595762 (b) 8546283 (c) 99900046 (d) 98432701

4۔ کوموں کا مناسب استعمال کرتے ہوئے مندرجہ ذیل اعداد کے نام بین الاقوامی عددی نظام میں لکھیے :

(a) 78921092 (b) 7452283 (c) 99985102 (d) 48049831

1.3 مستعمل بڑے اعداد کا استعمال (Large Numbers in Practice)

پچھلی کلاسوں میں ہم نے پڑھا ہے کہ لمبائی کو ناپنے کے لیے ہم سینٹی میٹر (سم) کی اکائی کا استعمال کرتے ہیں۔ ایک پنسل کی لمبائی کو ناپنے کے لیے، اپنی کاپی یا کتاب کی چوڑائی وغیرہ ناپنے کے لیے ہم سینٹی میٹر کا استعمال کرتے ہیں۔ ہمارے پیانے پر سینٹی میٹر کے نشان لگے ہوتے ہیں۔ جب کہ ایک پنسل کی موٹائی ناپنے کے لیے سینٹی میٹر کی اکائی ہم کو کافی بڑی معلوم ہوتی ہے۔ ہم پنسل کی موٹائی ناپنے کے لیے ملی میٹر کی اکائی کا استعمال کرتے ہیں۔

کوشش کیجیے

1۔ ایک کلو میٹر میں کتنے سینٹی میٹر ہوتے ہیں؟

2۔ ہندوستان کے پانچ بڑے شہروں کے نام لکھیے۔ وہاں کی آبادی معلوم کیجیے۔ ہر دو شہروں کے درمیان کا فاصلہ، کلو میٹر میں معلوم کیجیے۔

(a) 10 ملی میٹر = 1 سینٹی میٹر

کلاس روم کی لمبائی یا اسکول کی عمارت کی لمبائی ناپنے کے لیے ہم کو سینٹی میٹر کی اکائی چھوٹی معلوم ہوتی ہے۔ اس مقصد کے لیے میٹر کا استعمال کرتے ہیں۔

(b) 1 میٹر = 100 سینٹی میٹر

1 میٹر = 1000 ملی میٹر

دو شہروں کے درمیان فاصلہ کو ظاہر کرنے کے لیے میٹر کی اکائی بھی چھوٹی پڑتی ہے جیسے دہلی اور ممبئی یا چنئی اور کولکاتہ کے درمیان فاصلہ، اس کے لیے ہم کو کلو میٹر کی ضرورت ہوتی ہے۔

(c) 1 کلو میٹر = 1000 میٹر

1 کلو میٹر میں کتنے ملی میٹر ہوتے ہیں؟

کیونکہ 1 میٹر = 1000 ملی میٹر

1 کلو میٹر = 1000 میٹر = 1000×1000 ملی میٹر = 10,00,000 ملی میٹر

ہم بازار گیہوں یا چاول خریدنے جاتے ہیں تو ہم ان کو کلو گرام میں خریدتے ہیں۔ لیکن ادرک یا مرچیں جیسی چیزیں جن کی ضرورت ہم کو زیادہ نہیں ہوتی ہے، ان کو ہم گرام میں خریدتے ہیں۔ ہم جانتے ہیں کہ

1 کلوگرام = 1000 ملی گرام

کبھی آپ نے اس بات پر دھیان دیا ہے کہ جب ہم بیمار ہوتے ہیں اور دوا لیتے ہیں تو ان دوا کی گولیوں کا وزن کیا ہوتا ہے؟ یہ بہت چھوٹی ہوتی ہیں یہ ملی گرام میں ہوتی ہیں۔

1 گرام = 1000 ملی گرام

ایک بالٹی میں کتنا پانی رکھنے کی گنجائش ہوتی ہے۔ عام طور پر اس میں 20 لیٹر آتا ہے۔ گنجائش کو لیٹر میں ناپتے ہیں۔ لیکن کبھی کبھی ہم کو چھوٹی اکائی کی ضرورت ہوتی ہے۔ یہ ملی لیٹر ہے۔ ایک سر کے تیل کی شیشی، صفائی کے دقیق یا سوفٹ ڈرنک وغیرہ کی بوتلوں میں پائے جانے والے رقیق کو ملی لیٹر میں ناپا جاتا ہے۔

1 لیٹر = 1000 ملی لیٹر

ذرا اس بات پر دھیان دیجیے کہ ان سب ہی طرح کی اکائیوں میں کچھ الفاظ مشترک ہیں جیسے کلو، ملی اور سینٹی۔ آپ کو یہ یاد رکھنا چاہیے کہ کلو سب سے بڑی اور ملی سب سے چھوٹی اکائی ہے۔ کلو 1000 گنا بڑا اور ملی 1000 گنا چھوٹے کو ظاہر کرتا ہے۔ یعنی 1 کلوگرام = 1000 گرام، 1 گرام = 1000 ملی گرام

اسی طرح سینٹی 100 گنا چھوٹے کو ظاہر کرتا ہے یعنی 1 میٹر = 100 سینٹی میٹر۔

کوشش کیجیے

1۔ ایک کلوگرام میں کتنے ملی گرام ہوتے ہیں؟

2۔ ایک دوا کی گولیوں کا ڈبہ جس میں 2,00,000 گولیاں ہیں اور ہر گولی کا وزن 20 ملی گرام ہے۔ ڈبّے کی تمام گولیوں کا وزن گرام اور کلوگرام میں کیا ہوگا؟

کوشش کیجیے

1- ایک بس اپنا سفر 60 کلومیٹر فی گھنٹہ کی رفتار سے شروع کرکے مختلف جگہوں پر پہنچتی ہے۔ اس کے سفر کو نیچے تصویر میں دیکھایا گیا ہے۔

(i) بس کے ذریعہ A سے D تک طے کیا گیا فاصلہ معلوم کیجیے؟

(ii) بس کے ذریعہ D سے G تک طے کیا گیا فاصلہ معلوم کیجیے؟

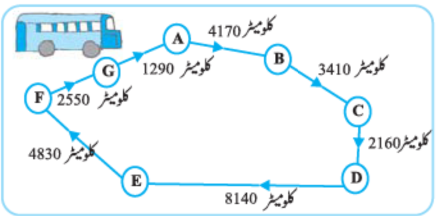
(iii) اگر بس نے اپنا سفر A سے شروع کر کے A پر ہی ختم کیا تو کل طے کیا گیا فاصلہ بتایئے؟

(iv) کیا آپ C سے D اور D سے E کے درمیان فاصلوں کا فرق بتا سکتے ہیں؟

(v) مندرجہ ذیل جگہوں پر پہنچنے میں بس کے ذریعے لیا گیا وقت معلوم کیجیے؟

(a) A سے B　(b) C سے D

(c) E سے G　(d) کل سفر



2۔ رَمن کی دکان

اشیا	قیمت
سیب	40 ₹ فی کلو
سنترے	30 ₹ فی کلو
کنگھے	3 ₹ کا ایک
دانتوں کے بُرش	10 ₹ کا ایک
پنسل	1 ₹ کی ایک
کاپیاں	6 ₹ کی ایک
صابن	8 ₹ کا ایک

پچھلے سال میں ہوئی فروخت

سیب	2457 کلو
سنترے	3004 کلو
کنگھے	22760
دانتوں کے بُرش	25367
پنسل	38530
کاپیاں	40002
صابن	20005

(a) کیا آپ پچھلے سال میں رَمن کے ذریعے فروخت کیے گئے سیب اور سنتروں کا کل وزن بتا سکتے ہیں؟

سیب کا وزن = ______________ کلو

سنتروں کا وزن = ______________ کلو

اس لیے کل وزن = ______________ کلو + ______________ کلو = ______________ کلو

جواب : سیب اور سنتروں کا کل وزن = ______________

(b) کیا آپ معلوم کر سکتے ہیں کہ سیبوں کو بیچ کر رَمن نے کتنی رقم حاصل کی؟

(c) کیا آپ معلوم کر سکتے ہیں کہ رَمن نے سیب اور سنترے بیچ کر کتنی رقم حاصل کی؟

(d) ایک جدول بنا کر ظاہر کیجیے کہ رَمن نے ہر چیز کو بیچ کر کتنی رقم حاصل کی۔ حاصل ہوئی رقم کی گھٹتی ہوئی ترتیب کے حساب سے چیزوں کو ترتیب دیجیے ۔ وہ چیز بتائیے جس سے اس نے سب سے زیادہ رقم حاصل کی؟ یہ رقم کتنی تھی؟

ہم نے جمع ،تفریق، ضرب اور تقسیم کے بہت سارے سوالات حل کئے ہیں۔ ایسے ہی کچھ اور سوالات ہم یہاں پر حل کریں گے۔ شروع کرنے سے پہلے ان مثالوں کو دیکھیے ان کو حل کرنے کے طریقہ کو دھیان سے دیکھیے کہ یہ کیسے حل ہوئے ہیں۔

مثال نمبر 1: 1991 میں سُندر نگر کی آبادی 2,35,471 تھی۔ 2001 میں یہ 72,958 اور بڑھ گئی۔ 2001 میں شہر کی کل آبادی کتنی تھی؟

حل: 2001 میں شہر کی آبادی

= 1991 میں شہر کی آبادی + آبادی میں اضافہ

= 72,958 + 2,35,471

اب

```
 235471
+72958
 308429
```

سلمیٰ نے جمع کرنے کے لیے 235471 کو لکھا 471 + 35000 + 200000 اس نے حاصل جمع کچھ اس طرح حاصل کی 1429 + 107000 + 200000 = 308429 میری نے اس کو اس طرح جمع کیا 308429= 58 + 900 + 72000 + 71 + 400 + 35000 + 200000

جواب: 2001 میں شہر کی کل آبادی 308429 تھی۔

تینوں طریقے صحیح ہیں۔

مثال نمبر 2: ایک شہر میں سال 2002-2003 میں 7,43,000 سائیکلیں فروخت ہوئیں۔ اور سال 2003-2004 میں 8,00,100 سائیکلیں فروخت ہوئیں۔کون سے سال میں زیادہ سائیکلیں فروخت ہوئیں اور کتنی زیادہ؟

حل: صاف ظاہر ہے کہ 8,00,100، 7,43,000 سے زیادہ ہے اس لیے سال 2003-2004 میں 2002-2003 کے مقابلے زیادہ سائیکلیں فروخت ہوئیں:

اب

```
 800100
-743000
 057100
```

جواب کی جمع کے ذریعے جانچ کیجیے

```
 743000
+57100
 800100
```

(جواب درست ہے)

کیا آپ اس کو حل کرنے کا کوئی اور طریقہ بھی سوچ سکتے ہیں؟

جواب: سال 2003-2004 میں 57,100 زیادہ سائیکلیں فروخت ہوئیں۔

مثال نمبر 3: روزانہ چھپنے والے ایک شہری اخبار کی ایک کاپی میں 12 صفحات ہوتے ہیں روزانہ اخبار کی 11,980 کاپیاں چھپتیں ہیں۔ تمام کاپیوں کے لیے کل کتنے صفحہ روز چھپتے ہیں؟

حل: ایک کاپی میں 12 صفحات ہیں۔ اس طرح 11,980 کاپیوں کے کل صفحات 11,80 ×12 ہوں گے۔ یہ عدد کیا ہوگا؟ 1,00,000 سے کم یا زیادہ آئیے دیکھتے ہیں۔

اب

$$\begin{array}{r} 11980 \\ \times\ 12 \\ \hline 23960 \\ 119800 \\ \hline 143760 \\ \hline \end{array}$$

جواب: روزانہ کل 1,43,760 صفحات چھپتے ہیں۔

مثال نمبر 4: کاپیاں بنانے والے 75,000 کاغذکی شیٹ موجود ہیں۔ ہر شیٹ سے کاپی کے 8 صفحہ بنائے جاسکتے ہیں۔ ہر کاپی میں 200 صفحہ ہیں۔ موجودہ شیٹوں سے کتنی کاپیاں بنائی جاسکتی ہیں؟

حل: ہر شیٹ سے 8 صفحہ بنتے ہیں۔

اس طرح 75,000 شیٹوں سے 8×75,000 صفحہ بنیں گے۔

$$\begin{array}{r} 75000 \\ \times\ 8 \\ \hline 600000 \\ \hline \end{array}$$

اس طرح کاپیاں بنانے کے لیے 6,00,000 صفحات موجود ہیں۔

اب 200 صفحوں سے ایک کاپی بنتی ہے۔

اس طرح 6,00,000 صفحات سے 200÷6,00,000 کاپیاں بنیں گی۔

اب

$$\begin{array}{r|l} & 3000 \\ \cline{2-2} 200 & 600000 \\ & -600 \\ \cline{2-2} & 0000 \end{array}$$

جواب 3,000 کاپیاں ہیں۔

مشق: 1.2

1۔ ایک اسکول میں کتابوں کی نمائش کو چار دنوں کے لیے لگایا گیا۔ اگر پہلے، دوسرے، تیسرے اور چوتھے دن بالترتیب 1094 ,2050,1812 اور 2751 ٹکٹ فروخت ہوئے، چار دن میں کل کتنے ٹکٹ فروخت ہوئے؟

2۔ شیکھر ایک مشہور کرکٹ کا کھلاڑی ہے۔ اس نے اب تک ٹیسٹ میچوں میں کل 6980 رن بنائے ہیں۔ وہ 10,000 رن بنانا چاہتا ہے۔ اس کو کتنے رنوں کی اور ضرورت ہے؟

3۔ ایک الیکشن میں جیتنے والے امیدوار کو 5,77,500 ووٹ ملے اور دوسرے نمبر پر آنے والے امیدوار کو 3,48,700 ووٹ ملے۔ جیتنے والا امیدوار کتنے ووٹوں سے جیتا؟

4۔ جون کے پہلے ہفتہ میں کیرتی بک اسٹور نے 2,85,891 روپے کی کتابیں فروخت کیں۔ مہینہ کے دوسرے ہفتہ میں اسٹور نے 4,00,768 روپے کی کتابیں فروخت کیں۔ دو ہفتوں میں کل ملا کر کتنی کتابیں فروخت ہوئی؟ کون سے ہفتہ میں فروخت زیادہ ہوئی اور کتنی؟

5۔ 3 ,4 ,7 ,2 ,6 کا اس طرح استعمال کرتے ہوئے، کہ ایک ہندسہ صرف ایک ہی بار آئے، سب سے بڑا اور سب چھوٹا عدد 5-ہندسی بنائیے اور ان کا فرق معلوم کیجیے؟

6۔ ایک مشین روزآنہ تقریباً 2,825 اسکریو بناتی ہے جنوری 2006 میں یہ کتنے اسکریوں بنائے گی؟

7۔ ایک سوداگر کے پاس 78,592 روپے ہیں، اگر وہ 1200 روپے قیمت والے 40 ریڈیو خرید تا ہے تو بتائیے اس خریداری کے بعد اس کے پاس کل کتنی رقم باقی بچے گی؟

8۔ ایک طالب علم نے 7236 کو 56 کے بجائے 65 سے ضرب کر دیا۔ صحیح جواب سے اس کا جواب کتنا زیادہ ہے؟
(اشارہ: کیا آپ کو دونوں ضرب کرنے کی ضرورت ہے؟)

9۔ ایک قمیص کو سینے کے لیے 2 میٹر 15 سینٹی میٹر کپڑے کی ضرورت پڑے گی۔ 40 میٹر کپڑے میں کتنی قمیصیں بنیں گی؟ اور کتنا کپڑا باقی بچے گا؟

10۔ دواؤں کو ڈبوں میں رکھا گیا۔ ہر ڈبے کا وزن 4 کلوگرام 500 گرام ہے۔ ایک وین میں ایسے کتنے ڈبے آئیں گے جس میں 800 کلوگرام سے زیادہ وزن نہیں آتا ہے؟

11۔ ایک طالب علم کے اسکول سے گھر تک کا فاصلہ 1 کلومیٹر 875 میٹر ہے۔ وہ روزانہ پیدل آتا جاتا ہے۔ معلوم کیجیے کہ چھ دنوں میں اس نے کل کتنا فاصلہ طے کیا۔

12۔ ایک برتن میں 4 لیٹر 500 ملی لیٹر دہی ہے۔ 25 ملی لیٹر گنجائش والے کتنے گلاسوں میں یہ دہی آئے گا ؟

1.3.1 تخمینہ لگانا (Estimation)

خبریں

1۔ ہندوستان اور پاکستان کے درمیان کھیلا جانے والا ہاکی میچ ڈرا ہو گیا جس کو اسٹیڈیم میں تقریباً 51,000 اور ٹیلی ویژن پر 40 میلین لوگوں نے دیکھا۔

2۔ ہندوستان اور بنگلہ دیش کے سمندری علاقوں میں آنے والے طوفان سے تقریباً 50,000 لوگ زخمی اور 2000 لوگ ہلاک ہوئے۔

3۔ 63,000 کلومیٹر لمبے ریلوے ٹریک پر 13 میلین سے زیادہ لوگ روزآنہ سفر کرتے ہیں۔

کیا ہم کہہ سکتے ہیں کہ مختلف خبروں میں دی جانے والی تعداد بالکل درست ہے؟ مثال کے طور پر کیا (1) میں اسٹیڈیم میں ٹھیک 51,000 لوگ تھے؟ کیا پھر (1) میں، ٹھیک 40 میلین لوگوں نے ٹیلی ویژن پر میچ دیکھا؟۔

یقیناً نہیں۔لفظ تقریباً، اپنے آپ ظاہر کر رہا ہے کہ لوگوں کی تعداد اس تعداد کے نزدیک ہے، یعنی 51000، 50800 یا 51300 تو ہوسکتا ہے لیکن 70,000 نہیں، اسی طرح سے 40 ملین سے مراد 39 ملین سے زیادہ اور 41 ملین سے کم تو ہوسکتی ہے لیکن 50 ملین بالکل نہیں ہوسکتی۔

اوپر دی گئی مثالوں میں دی گئی تعداد بالکل ٹھیک ٹھیک نہیں ہے مگر یہ مقدار کا تصور پیش کرنے کے لیے کچھ اندازہ ضرور بتا رہا ہے۔

ہم کہاں اندازہ لگاتے ہیں (Where do we approximate)؟: آپ اپنے گھر میں ہونے والے کسی بڑے فنکشن کے بارے میں سوچیے۔سب سے پہلے آپ یہ اندازہ لگاتے ہیں کہ تقریباً کتنے مہمان آئیں گے۔کیا آپ کو مہمانوں کی صحیح تعداد کا اندازہ ہے؟ عملی طور پر یہ ناممکن ہے۔

ملک کے وزیر مالیات سالانہ بجٹ پیش کرتے ہیں۔ وزیر صاحب کچھ رقم تعلیم کے لیے مختص کرتے ہیں۔کیا یہ رقم بالکل ٹھیک ٹھیک بتائی جاسکتی ہے؟ ملک میں سال کے دوران تعلیم پر کیے جانے والے خرچہ کا یہ صرف ایک اندازہ ہوتا ہے۔

ایسی صورت حال کے بارے میں سوچیے جہاں ہم کو بالکل ٹھیک اعداد کی ضرورت پڑتی ہے۔اور ان کا موازنہ ایسی صورت حال سے کیجیے جہاں ہم صرف اندازہ لگاتے ہیں۔ ہر صورتِ حال کی تین تین مثالیں دیجیے ۔

1.3.2 نزدیکی دہائی کے قریب تر کرنے کا اندازہ
(Estimating to the nearest ten by rounding off)

مندرجہ ذیل کو دیکھیے:

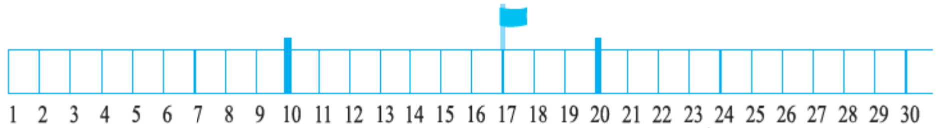
259	260	261	262	263	264	265	266	267	268	269	270	271

(a) معلوم کیجیے کہ کون سے جھنڈے 260 کے سب سے قریب ہیں؟

(b) معلوم کیجیے کہ کون سے جھنڈے 270 کے سب سے قریب ہیں؟

اپنے پیمانہ پر اعداد 10, 17اور 20 کے نشان لگائیے۔ 17, 10یا 20میں سے کس کے زیادہ قریب ہے؟ 17اور 20 کے درمیان کا فاصلہ بہ نسبت 17 اور 10 کے درمیان کے فاصلہ کے زیادہ چھوٹا ہے۔

اس لیے، ہم 17 کو نزدیکی دہائی یعنی 20 کے قریب تر (Round Off) کرتے ہیں۔



اب ذرا 12 کو دیکھیے ۔ یہ بھی 10 اور 20 کے درمیان آتا ہے جب کہ 12، 20 کے بہ نسبت 10 کے زیادہ قریب ہے۔ اس لیے 12 کو 10 کے قریب تر کریں گے۔

آپ 76 کو نزدیکی دہائی میں کیسے لکھیں گے؟ کیا اس کا جواب 80 نہیں ہوگا۔

ہم دیکھتے ہیں کہ اعداد 1، 2، 3 اور 4 10 کی بہ نسبت 0 کے زیادہ قریب ہیں۔ اس لیے ہم 1، 2، 3 اور 4 کو 0 کے قریب تر کرتے ہیں ۔ اعداد 6، 7، 8 اور 9 10 کے زیادہ نزدیک ہیں۔ اس لیے ہم ان کو 10 کے قریب کرتے ہیں۔ عدد 5 0 اور 10 دونوں سے برابر فاصلہ پر ہے۔ اس کو ہم ہمیشہ 10 کے قریب تر کرتے ہیں۔

کوشش کیجیے

ان اعداد کی نزدیکی دہائی معلوم کیجیے:

48	39	41	52	32	28
2936	1453	216	99	59	64

1.3.3 نزدیکی سیکڑے کے قریب تر کرنے کا اندازہ
(Estimating to the Nearest Hundreds by Rounding Off)

کیا 410 400 کے قریب ہے یا 500 کے؟

410، 400 کے زیادہ قریب ہے اس لیے اس کو نزدیکی سیکڑہ 400 کے قریب تر کرتے ہیں۔

889، 800 اور 900 کے درمیان واقع ہے۔

یہ 900 کے زیادہ قریب ہے۔ اس لیے 889 کا نزدیکی سیکڑہ 900 ہے۔

1 سے 49 تک کے اعداد 100 کے بہ نسبت 0 کے زیادہ قریب ہیں اور اس لیے ان کو صفر (0) کے قریب تر کرتے ہیں۔

51 سے 99 تک کے اعداد 0 کے بہ نسبت 100 کے زیادہ قریب ہیں اور اس لیے ان کو 100 کے قریب تر کرتے ہیں۔ عدد 50، 0 اور 100 سے برابر دوری پر ہے۔ اس کو ہم ہمیشہ 100 کے قریب تر کرتے ہیں۔

ذرا جانچ کیجیے کہ مندرجہ ذیل اعداد کے قریب تر اعداد درست ہیں کہ نہیں۔

841 →	800;	9537 →	9500;	49730 →	49700;
2546 →	2500;	286 →	200;	5750 →	5800;
168 →	200;	149 →	100;	9870 →	9800.

جو درست نہیں ہیں ان کو درست بھی کیجیے:

1.3.4 نزدیکی ہزار کے قریب تر کرنے کا اندازہ
(Estimating to the Nearest Thousands by Rounding Off)

جیسا کہ ہم جانتے ہیں 1 سے 499 تک کے اعداد 1000 کے مقابلہ 0 کے قریب تر ہے۔ اس لیے یہ اعداد 0 سے نزدیک ہیں۔

اسی طرح 501 سے 999 تک کے اعداد میں 0 کے مقابلہ 1000 کے قریب تر ہیں۔ اس لیے یہ اعداد 1000 سے نزدیک ہیں۔ عدد 500 بھی عدد 1000 سے نزدیک ہے۔

جانچ کیجیے کہ مندرجہ ذیل اعداد کے قریب تر اعداد درست ہیں کہ نہیں:

2573 →	3000;	53552 →	53000;
6404 →	6000;	65437 →	65000;
7805 →	7000;	3499 →	4000.

جو درست نہیں ہیں ان کو درست بھی کیجیے۔

کوشش کیجیے

درج ذیل اعداد کا نزدیکی دہائی، سیکڑہ اور ہزار معلوم کیجیے؟

دیا گیا عدد	نزدیکی کا اندازہ	قریب تر
75847	دہائی	________
75847	سیکڑہ	________
75847	ہزار	________
75847	دس ہزار	________

1.3.5 حاصل ہوئے اعداد کا اندازہ لگانا
(Estimating outcomes of number situations)

ہم اعداد کو کیسے جمع کرتے ہیں؟ ہم اعداد کو لکھتے وقت یہ دھیان رکھتے ہیں کہ ایک سے مقام والے (اکائی، دہائی اور سیکڑہ وغیرہ) ہندسے ایک ہی کالم میں آئیں۔ مثال کے طور پر 2050 + 6579 + 3946 کو اس طرح لکھتے ہیں۔

ہ	س	د	ا
3	9	4	6
+ 6	5	7	9
+ 2	0	5	0

پھر ہم اکائی کے کالم والے ہندسوں کو جمع کرتے ہیں۔ ہم مناسب عدد کو حاصل کی شکل میں دہائی کے مقام پر رکھتے ہیں۔ اگر ضروری ہوتو، جیسا کہ اس کیس میں ہے اس طرح سے ہم دہائی کے کالم کو جمع کرتے ہیں اور اسی طرح سلسلہ آگے بڑھتا ہے۔ باقی بچا سوال آپ خود حل کرتے سکتے ہیں۔ اس طریقہ میں کچھ وقت تو لگتا ہی ہے۔

بہت ساری صورتِ حال ایسی ہوتی ہیں جہاں ہم کو جواب ذرا جلدی ہی چاہیے ہوتا ہے۔ مثلاً جب ہم کسی میلے یا بازار میں کچھ رقم لے کر جاتے ہیں وہاں ملنے والی چیزوں میں سے آپ کچھ خریدنا چاہتے ہیں۔ آپ کو بہت جلدی یہ طے کرنا ہوگا کہ آپ کیا خرید سکتے ہیں۔ اس کے لیے آپ کو اس بات کا اندازہ کرنا ہوگا کہ آپ کو کل کتنی رقم کی ضرورت ہے۔ یعنی جو سامان آپ خریدنا چاہتے ہیں ان کی قیمتوں کا حاصل جمع کیا ہے۔

ایک تاجر کو دو ذرائع سے کچھ رقم ملی۔ ایک ذرائع سے اس کو 13,569 روپے اور دوسرے ذرائع سے 26,785 روپے ملے۔ تاجر کو شام تک کسی دوسرے شخص کو 37,000 روپے دینے تھے۔ اس نے ملنے والی رقموں کو نزدیکی ہزار سے قریب تر کر کے جمع کرلیا اور خوش ہوگیا کہ اس کے پاس کافی رقم ہے۔ کیا آپ سمجھتے ہیں کہ اس کے پاس کافی رقم ہوگی؟ کیا آپ صحیح جمع اور تفریق کے بغیر بتا سکتے ہیں؟

شیلا اور موہن نے اپنے ماہانہ خرچہ کا ایک پلان بنایا۔ وہ جانتے تھے کہ ان کا آمدو رفت، اسکول کی ضروریات، گھر کے سامان، دودھ، کپڑوں اور روزمرہ کی دوسری ضروریات پر ماہانہ خرچہ کتنا ہے۔ انہوں نے ان تمام خرچوں کا اندازہ لگایا اور ان کو جمع کر دیکھا کہ آیا جو کچھ ان کے پاس ہے وہ کافی بھی ہے یا نہیں۔

کیا وہ اس تاجر کی طرح نزدیکی ہزار معلوم کریں گے؟

پانچ ایسی ہی مزید صورتوں پر غور کیجیے اور بحث کیجیے جہاں حاصل جمع اور باقی کا اندازہ لگایا جا سکتا ہے۔

کیا ہم ان سب میں ایک ہی نزدیکی مقام پر اندازہ لگاتے ہیں؟

کیا حاصل شدہ اعداد کا اندازہ لگانے کے کوئی بہت سخت اصول نہیں ھیں انداز ہ کرنے کا طریقہ اس بات پر منحصر ہوتا ھے کہ آپ کا جواب کتنا صحیح ہونا چاھیے، کتنی جلدی یہ اندازلگ جائے اور سب سے ضروری بات یہ کہ آپ نے جس جواب کا اندازہ لگایا ھے وہ کتنا قابل ادراك یا معقول ہو گا۔

1.3.6 حاصل جمع یا تفریق کا اندازہ لگانا (To estimate sum or difference)

جیسا کہ ہم نے اوپر دیکھا کہ ہم اعداد کو کسی بھی مقام کے قریب تر کر سکتے ہیں۔ تاجر نے رقم کا نزدیکی ہزار معلوم کیا اور مطمئن ہو گیا کہ اس کے پاس کافی رقم ہے۔ اس لیے جب آپ کسی حاصل جمع یا تفریق کا اندازہ لگاتے ہیں تو آپ کو یہ معلوم ہونا چاہیے کہ آپ کو یہ انداز کیوں لگانا ہے اور اس کے لیے کون سے مقام کا نزدیکی آپ معلوم کریں گے۔ مندرجہ ذیل مثالوں پر دھیان دیجیے:

مثال نمبر5: 5,290 + 17,986 کا اندازہ لگائیے؟

حل: آپ کو معلوم ہے کہ 17,986 > 5,290

نزدیکی ہزار معلوم کیجیے؟

17,986 کا نزدیکی ہزار		18,000
5,290 کا نزدیکی ہزار		+5,000
اندازاً حاصل جمع	=	23,000

کیا یہ طریقہ کارگر ہے؟ آپ اس کا اصل حاصل جمع معلوم کر کے اس بات کی جانچ کر سکتے ہیں کہ کیا آپ کا اندازہ درست ہے؟

مثال نمبر6: 436 – 5,673 کا اندازہ لگائیے؟

حل: پہلے ہم اس کا نزدیکی ہزار معلوم کرتے ہیں (کیوں؟)

5,673 کا نزدیکی ہزار ہے		6,000
436 کا نزدیکی ہزار ہے		– 0
اندازاً فرق	=	6,000

یہ اندازہ معقول نہیں ہے۔ یہ کیوں معقول نہیں ہے؟

زیادہ قریبی اندازہ حاصل کرنے کے لیے، آیئے ہر عدد کا قریبی سیکڑہ معلوم کرنے کی کوشش کرتے ہیں۔

5,673 کا نزدیکی سیکڑہ ہے۔		5,700
463 کا نزدیکی سیکڑہ ہے۔		−400
اندازاً فرق	=	5,300

یہ زیادہ بہتر اور بامعنی اندازہ ہے۔

1.3.7 حاصل ضرب کا اندازہ لگانا: (To Estimate Products)

حاصل ضرب کا اندازہ ہم کیسے لگاتے ہیں؟

78 × 19 کا اندازہ کیا ہوگا؟

یہ تو ظاہر ہی ہے کہ حاصل ضرب 2000 سے کم ہوگا۔ کیوں؟ اگر ہم 19 کی نزدیکی دہائی معلوم کریں تو ہم کو 20 ملے گا۔ اور پھر 78 کی نزدیکی دہائی معلوم کریں تو 80 ملے گا اور 1600 = 80 × 20

182 × 63 کو دیکھیے۔

اگر ہم دونوں کے نزدیکی سیکڑے معلوم کریں تو ہم کو حاصل ہوگا۔ 20,000 = 200×100 یہ اصل ضرب سے کہیں زیادہ ہے تو ہم کیا کریں؟ زیادہ معقول اندازہ لگانے کے لیے ہم 63 کی نزدیکی دہائی معلوم کریں گے یعنی 60 اور 182 کی بھی نزدیکی دہائی معلوم کریں گے یعنی 180 تو ہم کو حاصل ہوگا۔ 180 × 60 یا 10,800۔ یہ زیادہ اچھا اندازہ ہے مگر یہ دیر طلب ہے۔

لیکن اگر ہم اب 63 کو 60 سے اور 182 کو نزدیکی سیکڑے یعنی 200 سے اندازہ لگائیں تو ہم کو 200 × 60 ملے گا اور یہ عدد 12,000 ہم کو جلد ہی مل جائے گا اور یہ حاصل ضرب کا ایک اچھا اندازہ بھی ہے۔

کوشش کیجیے

درج ذیل حاصل ضرب کا اندازہ لگائیے۔

(a) 87 × 313

(b) 9 × 795

(c) 898 × 785

(d) 958 × 387

اس طرح کی پانچ اور مثالیں بنائیے اور ان کو حل کیجیے:

اس لیے ایک عام عمومی اصول ہم بنا سکتے ہیں کہ ضرب ہونے والے ہر **عدد کو اس کے سب سے بڑے مقام سے قریب تر کریں اور پھر ان قریب تر اعداد کو ضرب** کریں۔ اسی طرح ہم نے اوپر دی گئی مثال میں 63 کو دہائی کا نزدیکی اور 182 کا نزدیکی سیکڑے کے قریب تر کیا۔

اب اس اصول کا استعمال کرتے ہوئے 479 × 81 کا اندازہ لگائیے:

479 کو 500 کے قریب تر کریں گے (نزدیکی سیکڑے کے قریب تر)

اور 81 کو 80 کے قریب تر کریں گے (نزدیکی دہائی کے قریب تر)

اندازاً حاصل ضرب $40{,}000 = 500 \times 80 =$

اندازہ لگانے کا ایک ضروری استعمال اپنے جوابات کی جانچ کرنا ہے۔ مان لیجیے آپ نے 1889 × 37 کو ضرب کیا مگر آپ اپنے جواب کے بارے میں پُریقین نہیں ہیں کہ وہ درست ہے یا نہیں۔ ایک معقول اور جلد حاصل ہونے والا حاصل ضرب کا اندازہ 40 × 2000 یا 80,000 ہو گا۔ اگر آپ کا جواب 80,000 کے آس پاس ہے تو ہوسکتا ہے آپ کا جواب درست ہو۔ لیکن اگر یہ 8,000 یا 8,0,000 کے قریب ہے تو آپ کا جواب یقیناً غلط ہوگا۔

مشق 1.3

1۔ عمومی اصول کا استعمال کرتے ہوئے مندرجہ ذیل میں سے ہر ایک کا اندازہ لگایا۔

(a) 730 + 998   (b) 796 – 314   (c) 12,904 + 2,888   (d) 28,292 – 21,496

دس اور ایسی ہی جمع اور گھٹا کی مثالیں بنایئے اور اندازاً اس کا جواب لکھیے:

2۔ اندازہ لگایئے۔ (نزدیکی سیکڑے کے قریب تر) ایک اور قریبی اندازہ لگایئے۔ (نزدیکی دہائی کے قریب تر)

(a) 439 + 334 + 4,317   (b) 1,08,734 – 47,599

(c) 8325 – 491   (d) 4,89,348 – 48,365

ایسی چار اور مثالیں بنایئے:

3۔ عمومی مجموعی اصول استعمال کرتے ہوئے مندرجہ ذیل کا اندازہ لگایئے:

(a) 578 × 161   (b) 5281 × 3491   (c) 1291 × 592   (d) 9250 × 29

ایسی چار اور مثالیں بنایئے۔

1.4 بریکٹ کا استعمال (Using brackets)

میرا نے بازار سے 10 روپے فی کاپی کے حساب سے 6 کاپیاں خریدیں اس کی بہن سیما نے اسی طرح 7 کاپیاں خریدیں۔ معلوم کیجیے کہ انھوں نے کل کتنی رقم خرچ کی؟

سیما نے خرچہ کا حساب اس طرح لگایا

$6 \times 10 + 7 \times 10$

$130 = 60 + 70$

جواب: $= 130$ روپے

میرا نے خرچہ کا حساب اس طرح لگایا۔

$6 + 7 = 13$

اور $13 \times 10 = 130$

جواب: $= 130$ روپے

آپ دیکھ سکتے ہیں کہ سیما اور میرا کے جواب نکالنے کے طریقے تھوڑے مختلف ہیں لیکن دونوں کا جواب ایک ہی ہے کیوں؟

سیما نے کہا کہ میرا نے $7 + 6 \times 10$ کیا ہے۔

اپّو نے بتایا کہ $7 + 6 \times 10 = 7 + 60 = 67$ لیکن یہ ایسا نہیں ہے جیسا میرا نے کیا تھا۔ تینوں طلبا الجھن میں پڑ گئے۔

اس طرح کے حالات میں ہم الجھن سے بچنے کے لیے بریکٹ کا استعمال کرسکتے ہیں۔ ہم 6 اور 7 کو ایک بریکٹ میں رکھتے ہیں جو کہ یہ ظاہر کرتا ہے کہ اس کو ایک ہی عدد کی طرح استعمال کیا جائے اس طرح سے جواب حاصل ہوگا۔ $(6 + 7) \times 10 = 13 \times 10$

میرا نے ایسے ہی کیا تھا۔ اس نے پہلے 6 اور 7 کو جمع کیا اور پھر حاصل جمع کو 10 سے ضرب کر دیا۔

یہ صاف طور پر بتاتا ہے کہ: سب سے پہلے بریکٹ ( ) کے اندر کی ہر چیز کو ایک اکیلے عدد میں بدلتے ہیں اور پھر باہر دیئے گئے عمل کے مطابق حل کرتے ہیں. جیسا کہ یہاں پر 10 سے ضرب کیا گیا تھا.

کوشش کیجیے

1۔ مندرجہ ذیل میں ہر ایک کو بریکٹ کا استعمال کر کے لکھیے۔

(a) نو اور دو کے حاصل جمع کو چار سے ضرب کیجیے۔

(b) اٹھارہ اور چھ کے فرق کو چار سے تقسیم کیجیے۔

(c) پینتالیس کو تین اور دو کے حاصل جمع کے تین گنا سے تقسیم کیجیے۔

2۔ $(5 + 8) \times 6$ کے لیے تین مختلف صورتِ حال لکھیے۔

(ایسی ہی ایک صورتِ حال ہے: سہانی اور ریٹا 6 دن تک کام کرتی ہیں۔ سہانی ایک دن میں 5 گھنٹے اور ریٹا دن میں 8 گھنٹے کام کرتی ہے ایک ہفتہ میں وہ کل کتنے گھنٹے کام کرتے ہیں؟)

3۔ مندرجہ ذیل کے لیے پانچ ایسی صورتِ حال لکھیے جہاں بریکٹ ضروری ہیں۔

(a) $7(8 - 3)$ (b) $(7 + 2)(10 - 3)$

1.4.1 بریکٹ کی توسیع (Expanding Brackets)

اب ذرا مشاہدہ کیجیے کہ بریکٹ کا استعمال ہمیں کس طرح اپنے طریقے کو منظّم طور سے اپنانے میں مدددیتا ہے۔کیا آپ سمجھتے ہیں کہ بریکٹ کا استعمال بغیر کیے اس کو کرنا آسان ہوگا؟

(i) $7 \times 109 = 7 \times (100 + 9) = 7 \times 100 + 7 \times 9 = 700 + 63 = 763$

(ii) $102 \times 103 = (100 + 2) \times (100 + 3) = 100 + 2 \quad \times 100 + \quad 100 + 3 \quad \times 2$

$= 100 \times 100 + 2 \times 100 + 100 \times 3 + 2 \times 3$

$= 10{,}000 + 200 + 300 + 6 = 10{,}000 + 500 + 6$

$= 10{,}506$

(iii) $17 \times 109 = (10 + 7) \times 109 = 10 \times 109 + 7 \times 109$

$= 10 \times (100 + 9) + 7 \times (100 + 9)$

$= 10 \times 100 + 10 \times 9 + 7 \times 100 + 7 \times 9$

$= 1000 + 90 + 700 + 63 = 1{,}790 + 63$

$= 1{,}853$

1.5 رومن عددیہ (Roman Numerals)

اب تک ہم نے صرف ہندو-عربک عددی نظام استعمال کیا ہے۔صرف یہی ایک اکیلا عددی نظام نہیں ہے۔ ابتدائی عددی نظاموں میں سے ایک رومن اعداد کا نظام ہے جو آج بھی عام طور پر استعمال ہوتا ہے۔مثلاً کسی گھڑی پر لکھے ہوئے اعداد یا کسی اسکول کی مختلف کلاسوں کو ظاہر کرنا وغیرہ۔

ایسی تین اور مثالیں معلوم کیجیے جہاں رومن اعداد کا استعمال ہوتا ہے۔

رومن علامتیں (اعداد)

I, II, III, IV, V, VI, VII, VIII, IX, X

بالترتیب 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 اور 10 کو ظاہر کرتے ہیں۔اسی طرح 11 کے لیے XI، 12 کے لیے XII، ... 20 کے لیے XX۔

اس نظام کے کچھ خاص اصول ہیں:

I	V	X	L	C	D	M
1	5	10	50	100	500	1000

اس نظام کے اصول ہیں:

(a) اگر کسی علامت کی تکرار ہوتی ہے یا دہرائی جاتی ہے تو اس کی قدر جتنی بار تکرار ہوتی ہے، اتنی ہی بار جمع کر کے حاصل کی جاسکتی ہے۔ یعنی II برابر ہے 2 کے، XX ہے 20 اور XXX ہے 30 وغیرہ۔

(b) ایک علامت تین مرتبہ سے زیادہ نہیں دہرائی جا سکتی اور علامتیں L, V اور D کبھی بھی دہرائی نہیں جاتیں۔

(c) اگر کوئی کم قدر (Value) والی علامت کسی بڑی قدر والی علامت کے دائیں طرف لکھی جاتی ہے تو ہم اس کی قدر کو بڑی علامت کی قدر میں جمع کر دیتے ہیں۔ مثلاً

VI = 5 + 1 = 6، XII = 10 + 2 = 12

اور

LXV = 50 + 10 + 5 = 65

(d) اگر کوئی کم قدر والی علامت کسی بڑی قدر والی علامت کے بائیں طرف لکھی جاتی ہے تو ہم اس کی قدر کو بڑی قدر والی علامت میں سے گھٹا دیتے ہیں۔ مثال کے طور پر

IV = 5 – 1 = 4 IX = 10 – 1 = 9

XL = 50 – 10 = 40 اور XC = 100 – 10 = 90

(e) علامتیں L, V اور D کسی بھی بڑی قدر والی علامت کے بائیں طرف نہیں لکھی جاتیں یعنی L, V اور D کو کبھی نہیں گھٹایا جاتا۔

علامت I کو صرف V اور X میں سے گھٹایا جا سکتا ہے۔

علامت X کو صرف L اور C میں سے گھٹایا جا سکتا ہے۔

ان اصولوں پر عمل کرنے سے ہمیں حاصل ہوتا ہے۔

1 = I	10 = X	100 = C
2 = II	20 = XX	
3 = III	30 = XXX	
4 = IV	40 = XL	
5 = V	50 = L	
6 = VI	60 = LX	
7 = VII	70 = LXX	
8 = VIII	80 = LXXX	
9 = IX	90 = XC	

کوشش کیجیے

درج ذیل کے لیے رومن اعداد لکھیے؟

1۔ 73

2۔ 92

(a) درج بالا جدول میں چھوٹ گئے اعداد کے لیے رومن اعداد لکھیے؟

(b) XXX، VX، IC، XVV کا استعمال نہیں کیا جاتا ہے۔ کیا آپ بتا سکتے ہیں؟

مثال نمبر 7: درج ذیل کے لیے رومن اعداد لکھیے؟

حل:

(a) 69 = 60 + 9
= (50 + 10) + 9
= LX + IX
= LX IX

(b) 98 = 90 + 8
= (100 – 10) + 8
= XC + VIII
= XCVIII

ہم نے کیا سیکھا؟

1۔ دیے ہوئے دو اعداد میں وہ عدد جس میں ہندسوں کی تعداد زیادہ ہو بڑا ہوتا ہے۔ اگر دو اعداد میں ہندسوں کی تعداد یکساں ہو تو ہم عدد کے بائیں طرف سب سے آخری ہندسہ دیکھیں گے وہ عدد جس کے بائیں طرف کا سب سے آخری ہندسہ بڑا ہو، بڑا عدد ہوتا ہے۔ اگر دونوں اعداد کے بائیں طرف کا سب سے آخری ہندسہ یکساں ہو تو سب سے آخری ہندسہ سے پہلے کا ہندسہ دیکھیں گے وغیرہ۔

2۔ دیے گئے ہندسوں سے اعداد بنانے میں ہم کو اس بات کا دھیان رکھنا پڑتا ہے کہ اعداد کو بنانے کے لیے جو شرائط دی گئیں ہیں وہ پوری بھی ہو رہی ہیں یا نہیں۔ اس طرح 7، 8، 3، اور 5 کا استعمال کر کے سب سے بڑا عدد اس طرح بنانے کے لیے کہ کوئی بھی ہندسہ دہرایا نہ جائے۔ اس بات کا دھیان رکھیے کہ ان چاروں ہندسوں کا استعمال کرنا ہے۔ اور سب سے بڑے عدد کا بائیں طرف کا ہندسہ 8 ہوگا۔

3۔ 4 ہندسی چھوٹے سے چھوٹا عدد 1000 (ایک ہزار) ہے یہ 3 ہندسی بڑے سے بڑے عدد 999 کا اگلا عدد ہے۔ اسی طرح 5 ہندسی چھوٹے سے چھوٹا عدد 10,000 (دس ہزار) ہے اور یہ 4 ہندسی چھوٹے سے چھوٹا عدد 9,999 کا اگلا عدد ہے۔

ساتھ ہی ساتھ 6 ہندسی چھوٹے سے چھوٹا عدد 1,00,000 (ایک لاکھ) ہے اور یہ 5 ہندسی بڑے سے بڑا عدد 99,999 کا اگلا عدد ہے۔ کثیر ہندسی اعداد کے لیے بھی یہی طریقہ اسی طرح لاگو ہوتا ہے۔

4۔ بڑے اعداد کو پڑھنے اور لکھنے میں کوموں کا استعمال مددگار ثابت ہوتا ہے۔ اعداد کے ہندوستانی طریقہ میں ہم کوموں کو داہنی طرف سے شروع کرتے ہوئے پہلے تین ہندسوں کے بعد لگاتے ہیں۔ اور پھر دو اعداد کے بعد لگاتے ہیں۔ 3، 5 اور 7 ہندسوں کے بعد لگے کومے بالترتیب ہزار، لاکھ اور کروڑ کو الگ کرتے ہیں۔ اعداد کے بین الاقوامی طریقہ میں کوموں کو ہر تیسرے ہندسہ کے بعد لگاتے ہیں۔ 3 اور 6 ہندسوں کے بعد والے کومے بالترتیب ہزار اور میلین کو الگ کرتے ہیں۔

5۔ ہم اپنی روزمرہ زندگی میں بڑے اعداد کا استعمال کثرت سے کرتے ہیں۔ مثال کے طور پر ایک اسکول میں طلبا کی تعداد، کسی گاؤں یا شہر میں لوگوں کی تعداد، بڑے بڑے سودوں میں پیسوں کا لین دین (خریدنے اور بیچنے میں)زیادہ بڑے فاصلوں کو ناپنے میں جیسے کسی ملک یا دنیا میں مختلف شہروں کے درمیان کا فاصلہ وغیرہ۔

6۔ یاد کیجیے کلو 1000 گنا بڑے کو ظاہر کرتا ہے۔سینٹی 100 گنے چھوٹے کو ظاہر کرتا ہے۔ اور ملی 1000 گنا چھوٹے کو ظاہر کرتا ہے، اس طرح 1 کلومیٹر = 1000 میٹر، 1 میٹر = 100 سینٹی میٹر یا 1000 ملی میٹر وغیرہ۔

7۔ بہت سی صورتِ حال ایسی ہوتی ہیں جن میں ہمیں صحیح مقدار کی ضرورت نہیں ہوتی ہے۔ صرف ایک اندازے کی ضرورت ہوتی ہے۔ مثال کے طور پر اگر ہم کو یہ بتانا ہے کہ کسی خاص بین الاقوامی ہاکی میچ کو کتنے لوگوں نے دیکھا تو ہم کہتے ہیں کہ تقریباً تعداد جیسے 51,000 ہے۔ یہاں پر ہمیں کسی قطعی عدد کی ضرورت نہیں ہوتی ہے۔

8۔ اس طرح 4117 کا اندازہ 4100 یا 4000 سے کیا جا سکتا ہے یعنی اپنی ضرورت کے حساب سے نزدیکی سیکڑے یا نزدیکی ہزار سے۔

9۔ اکثر ہم کو اعداد کے مختلف عملوں کے لیے بھی اندازہ لگانے کی ضرورت ہوتی ہے۔ استعمال ہونے والے اعداد کو قریب تر (Round) کر کے جلدی سے ایک اندازہ لگا لیتے ہیں۔ یہ اندازہ خرید وفروخت میں فیصلہ کرنے (کیا اور کتنا)، پلان بنانے (ایک سفر یا خریداری کا) میں، کھانا پکانے وغیرہ میں مددگار ثابت ہوتا ہے۔

10۔ اعداد کے مختلف عملوں کے حاصل شدہ جواب کا اندازہ لگانے سے اس کے اصل جواب کی جانچ کرنے میں مدد ملتی ہے۔

11۔ ایسے سوالات جن میں ایک سے زیادہ حسابی عمل ایک ساتھ ہوتے ہیں، یہ پریشانی ہوتی ہے کہ کون سا عمل پہلے کیا جائے گا۔ اس پریشانی سے بچنے کے لیے بریکٹ کا استعمال کیا جاتا ہے۔

12۔ دنیا کے مختلف حصوں میں لوگ اعداد کے مختلف نظاموں کا استعمال کرتے ہیں جو نظام ہم استعمال کرتے ہیں وہ ہندو—عربک عددی نظام ہے۔ اعداد کو لکھنے کا ایک دوسرا نظام، رومن نظام ہے۔

باب: 2

مکمل اعداد

(Whole Numbers)

4618CH02

2.1 تعارف (Introduction)

جیسا کہ ہم جانتے ہیں کہ جب ہم گننا شروع کرتے ہیں تو ہم 1،2،3،4، ... کا استعمال کرتے ہیں۔ گننا شروع کرتے ہی یہ فطری طور پر دماغ میں آجاتے ہیں ۔ اس لیے ریاضی داں ان گننے والے اعداد کو طبعی یا فطری اعداد (Natural Numbers) کہتے ہیں۔

پیش رو اور جانشین (Predecessor and successor)

کسی بھی طبعی عدد میں ایک جمع کرنے پر ہمیں اگلا عدد حاصل ہوتا ہے۔ یعنی آپ کو اس عدد کا جانشین مل جاتا ہے۔

16 کا جانشین $16 + 1 = 17$ ہے۔ اور 19 کا جانشین $19 + 1 = 20$ ہے۔ اور اسی طرح آگے بھی۔

عدد 16، عدد 17 سے پہلے آتا ہے۔ ہم کہہ سکتے ہیں کہ 17 کا پیش رو ہے۔ $17 - 1 = 16$

20 کا پیش رو ہے $20 - 1 = 19$ اور اسی طرح آگے بھی ہے۔

عدد 3 کا ایک پیش رو ہے اور ایک جانشین بھی ۔ 2 کے بارے میں کیا خیال ہے؟ اس کا جانشین 3 اور پیش رو 1 ہے۔ کیا عدد 1 کا جانشین اور پیش رو دونوں ہیں؟

کوشش کیجیے

1۔ درج ذیل اعداد کے پیش رو اور جانشین لکھیے :

19; 1,997; 12,000; 49; 1,00,000;

2۔ کیا کوئی ایسا طبعی عدد ہے جس کا کوئی پیش رو نہیں ہے؟

3۔ کیا کوئی ایسا طبعی عدد ہے جس کا کوئی جانشین نہیں ہے؟ کیا کوئی آخری طبعی عدد ہے؟

ہم اپنے اسکول میں بچوں کی تعداد گن سکتے ہیں۔ کسی شہر میں لوگوں کی تعداد گنی جا سکتی ہے۔ ہم ہندوستان کے لوگوں کی تعداد بھی گن سکتے ہیں۔ پوری دنیا کے لوگوں کی تعداد کو بھی گنا جا سکتا ہے۔ یوں تو ہم آسمان کے تاروں کو نہیں گن پاتے اور نہ ہی ہم اپنے سر کے بالوں کو۔ لیکن اگر ہم کسی طرح ان کو گن سکیں تو اس کے لیے بھی کوئی نہ کوئی عدد موجود ہوگا۔ پھر ہم اس عدد میں 1 جوڑ کر اس سے بڑا عدد حاصل کر سکتے ہیں اور اسی طرح ہم انسانوں کے بالوں کی کل تعداد کو بھی لکھ سکتے ہیں۔

یہ تو اب صاف ظاہر ہے کہ کوئی بھی عدد سب سے بڑا نہیں ہوتا۔ طبعی اعداد کے بارے میں ان سوالوں کے علاوہ اور بھی ایسے ہی بہت سے سوال ہمارے دماغ میں آسکتے ہیں۔ کچھ اسی طرح کے سوالوں کے بارے میں سوچیے اور اپنے دوستوں سے اس بارے میں بات کیجیے، ہو سکتا ہے آپ ایسے بہت سارے سوالوں کے جواب نہیں جانتے ہوں۔

2.2 مکمل اعداد (Whole Numbers)

ہم نے دیکھا کہ طبعی اعداد میں عدد 1 کا کوئی پیش رو نہیں ہے۔ طبعی اعداد کے مجموعہ میں 0 کو عدد 1 کے پیش رو کے طور پر شامل کر دیتے ہیں۔

طبعی اعداد کے ساتھ صفر (0) ملانے پر ہمیں مکمل اعداد کا مجموعہ حاصل ہوتا ہے۔

کوشش کیجیے

1۔ کیا تمام طبعی اعداد مکمل اعداد بھی ہوتے ہیں؟
2۔ کیا تمام مکمل اعداد طبعی اعداد بھی ہوتے ہیں؟
3۔ سب سے بڑا مکمل عدد کون سا ہے؟
4۔ سب سے چھوٹا مکمل عدد کون سا ہے؟

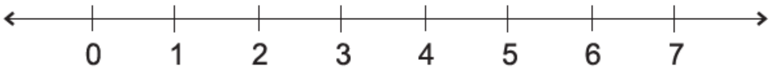
آپ اپنی پچھلی کلاسوں میں اعداد کے تمام بنیادی عمل پڑھ چکے ہیں یعنی جمع، گھٹا، ضرب اور تقسیم۔ آپ یہ بھی جانتے ہیں کہ سوالوں میں ان کا استعمال کیسے کرتے ہیں۔ آگے بڑھنے سے پہلے ہم دیکھیں گے کہ عددی خط ہوتا کیا ہے؟

2.3 عددی خط (The Number Line)

ایک خط بنائیے۔ اس پر ایک نقطہ لگائیے اور اس کا نام 0 رکھیے۔ 0 کے داہنی طرف ایک اور نقطہ لگائیے اور اس کا نام 1 رکھیے۔

ان دونوں نقطوں یعنی 0اور 1 کے درمیان کے فاصلہ کو 'اکائی فاصلہ' کہتے ہیں۔اسی خط پر 1 کے داہنی طرف اکائی فاصلہ پر ایک اور نقطہ لگائیے۔اس کا نام 2 رکھیے اور اسی طرح ایک ایک اکائی کے فاصلہ پر اور دوسرے نقطے لگائیے اور ان کا نام 3،4،5 . . . رکھیے ۔ آپ داہنی طرف کسی بھی مکمل عدد تک جا سکتے ہیں۔

مندرجہ ذیل خط مکمل اعداد کے لیے ایک عددی خط ہے۔



نقطہ 2اور 4 کے درمیان کتنا فاصلہ ہے؟ یقیناً یہ دو اکائیاں ہیں۔ کیا آپ نقطہ 2اور 6 کے درمیان کا فاصلہ بتا سکتے ہیں۔ اور نقطہ 2اور 7 کے درمیان کا بھی؟

عددی خط پر آپ دیکھتے ہیں کہ عدد 7، عدد 4 کے داہنی طرف ہے۔ یہ عدد 7،عدد 4 سے بڑا ہے۔یعنی $7 > 4$؛ عدد 8، عدد 6 کے دائیں طرف ہے اور $8 > 6$۔ یہ جاننے سے ہمیں یہ مدد ملتی ہے کہ دیے گئے دو مکمل اعداد میں سے جو عدد دائیں طرف ہوگا وہی بڑا ہوگا۔ ہم یہ بھی کہہ سکتے ہیں کہ عددی خط پر جو عدد دوسرے عدد کے بائیں طرف ہوگا وہ چھوٹا ہوگا۔

مثال کے طور پر $4 < 9$ کیونکہ عدد 4 عدد 9 کے بائیں طرف ہے۔ اسی طرح $12 > 5$، کیونکہ عدد 12 عدد 5 کے دائیں طرف ہے۔

10اور 20 کے بارے میں آپ کیا کہیں گے؟

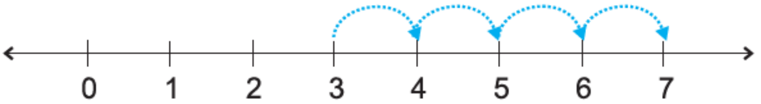
عددی خط پر 30، 12، اور 18 کے نشانات لگائیے کون سا عدد سب سے زیادہ بائیں طرف ہے؟

کیا آپ 1005 اور 9756 میں سے بتا سکتے ہیں کہ کون سا عدد دوسرے عدد کے مقابلے میں دائیں طرف ہوگا۔

ایک عددی خط بنائیے اور اس پر 12 کے جانشین اور 7 کے پیش رو کو ظاہر کیجیے ؟

عددی خط پر جمع (Addition on the Number Line)

مکمل اعداد کی جمع کو عددی خط پر ظاہر کیا جاسکتا ہے۔ آیئے ہم 3اور 4 کی جمع دیکھتے ہیں۔



تیر کی شروعات 3 کے نشان پر ہے۔ 3 سے شروع کیجیے ۔ چونکہ ہم کو اس عدد میں 4 کو جمع کرنا ہے۔ اس لیے ہم دائیں طرف 4 قدم چلیں گے۔

کوشش کیجیے

عددی خط کا استعمال کرتے ہوئے $4 + 5$، $2 + 6$، $3 + 5$ اور $1 + 6$ معلوم کیجیے ؟

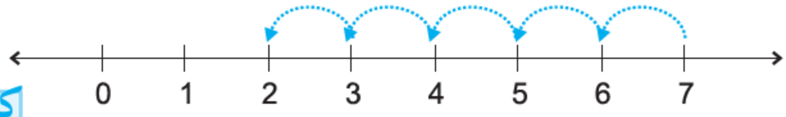
3 سے 4 پر، 4 سے 5 پر، 5 سے 6 پر اور 6 سے 7 پر جیسا کہ اوپر دکھایا گیا ہے۔ آخری تیر کی نوک چوتھے قدم کے بعد 7 کے نشان پر ہے۔

3 اور 4 کا حاصل جمع 7 ہے یعنی $3 + 4 = 7$

عددی خط پر تفریق (Subtraction on the Number Line)

دو مکمل اعداد کی گھٹا کو بھی عددی خط پر دکھایا جاسکتا ہے۔

آیئے $7 - 5$ معلوم کرتے ہیں:



7 سے شروع کیجیے۔ کیونکہ 5 کو گھٹانا ہے۔ اس لیے ایک اکائی کا ایک قدم لیتے ہوئے بائیں طرف چلیے اس طرح پانچ قدم چلیے۔ ہم 2 کے نشان پر پہنچیں گے یعنی $7 - 5 = 2$

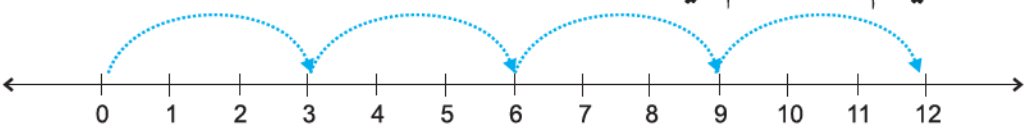
کوشش کیجیے

عددی خط کا استعمال کرتے ہوئے $8 - 3$، $6 - 2$ اور $9 - 6$ معلوم کیجیے۔

عددی خط پر ضرب (Multiplication on the Number Line)

اب ہم عددی خط پر مکمل اعداد کی ضرب دیکھتے ہیں۔

آیئے ہم 4×3 معلوم کریں۔



0 سے شروع کیجیے۔ 3 اکائیوں کا ایک ساتھ قدم لیتے ہوئے دائیں طرف 4 بار چلیے۔ آپ کہاں پہنچے۔ آپ 12 پر پہنچیں گے۔ اس لیے ہم کہہ سکتے ہیں کہ $3 \times 4 = 12$

کوشش کیجیے

عددی خط کا استعمال کرتے ہوئے 3×3؛ 2×6 اور 2×4 معلوم کیجیے۔

مشق: 2.1

1۔ 10999 کے اگلے تین طبعی اعداد لکھیے۔

2۔ 10001 کے پیش رو تین مکمل اعداد لکھیے۔

3۔ سب سے چھوٹا مکمل عدد کون سا ہے؟

4۔ 32 اور 53 کے درمیان کتنے مکمل اعداد ہیں؟

5۔ ہر ایک کا جانشین لکھیے

(a) 2440701 (b) 100199 (c) 1099999 (d) 2345670

6۔ ہر ایک کا پیش رو لکھیے

(a) 94 (b) 10000 (c) 208090 (d) 7654321

7۔ مندرجہ ذیل عددی جوڑوں میں کون سا عدد، عددی خط پر، دوسرے عدد کے بائیں طرف واقع ہے۔ دونوں اعداد کے درمیان مناسب علامت (<,>) لگا کر بھی لکھیے

(a) 530,503 (b) 370,307 (c) 98765,56789 (d) 9830415,10023001

8۔ مندرجہ ذیل میں ہر ایک بیان کے سامنے درست (T) یا غلط (F) لکھیے ۔

(a) صفر سب سے چھوٹا طبعی عدد ہے۔

(b) عدد 399 کا پیش رو 400 ہے۔

(c) صفر سب سے چھوٹا مکمل عدد ہے۔

(d) عدد 599 کا جانشین 600 ہے۔

(e) تمام طبعی اعداد، مکمل اعداد ہوتے ہیں۔

(f) تمام مکمّل اعداد طبعی اعداد ہوتے ہیں۔

(g) کسی دو ہندسی عدد کا پیش رو ایک ہندسی نہیں ہوسکتا ہے۔

(h) سب سے چھوٹا مکمّل عدد ایک ہے۔

(i) طبعی عدد 1 کا کوئی پیش رو نہیں ہے۔

(j) مکمل عدد 1 کا کوئی پیش رو نہیں۔

(k) 11 اور 12 کے درمیان مکمل عدد 13 واقع ہے۔

(l) مکمل عدد 0 کا کوئی پیش رو نہیں ہے۔

(m) کسی دو ہندسی عدد کا جانشین ہمیشہ دو ہندسی عدد ہوتا ہے۔

2.4 مکمل اعداد کی خصوصیات (Properties of Whole Numbers)

جب ہم اعداد کی مختلف عملوں پر قریبی نظر ڈالتے ہیں تو ہم مکمّل اعداد میں بہت سی خصوصیات پاتے ہیں۔ یہ خصوصیات اعداد کو بہتر طریقہ سے سمجھنے میں مددگار ہوتی ہیں۔ اِس کے علاوہ بعض عملوں میں کی جانے والی تحسیب بھی آسان ہوجاتی ہے۔

اسے کیجیے

آیئے کلاس میں سے ہر بچہ کوئی دو مکمل اعداد لے اور اُن کو جوڑے۔ کیا جواب ہمیشہ ایک مکمّل عدد ہی ہوگا؟
آپ کی جمع کچھ اِس طرح ہوگی :

8	+	7	=	15، ایک مکمل عدد ہے۔
5	+	5	=	10، ایک مکمل عدد ہے۔
15	+	0	=	15، ایک مکمل عدد ہے۔
.	+	.	=	. . .
.	+	.	=	. . .

ایسے پانچ اور جوڑوں کے ساتھ کوشش کیجئے۔ کیا حاصل جمع ہمیشہ ایک مکمل عدد ہی ہے؟

کیا آپ ایک ایسا مکمل اعداد کا جوڑا بنا سکتے ہیں، جس کا جوڑ مکمل عدد نہ ہو؟ ایسے مکمل اعداد حاصل کرنا ناممکن ہے جن کا حاصل جمع مکمل عدد نہ ہو۔ ہم کہہ سکتے ہیں کہ کسی دو مکمل اعداد کو جوڑنے سے مکمل عدد ہی حاصل ہوتا ہے۔ یعنی جمع کے تحت مکمل اعداد کا مجموعہ بندشی ہوتا ہے۔ اس خاصیت کو مکمّل اعداد کی جمع کی بندشی خاصیت (Closure Property) کہتے ہیں۔

کیا مکمّل اعداد، ضرب کے تحت بھی بندشی ہوتے ہیں۔ آپ اس کو کیسے جانچیں گے؟

آپ کی ضرب کچھ اس طرح ہوگی:

8	×	7	=	56، ایک مکمل عدد ہے۔
5	×	5	=	25، ایک مکمل عدد ہے۔
15	×	0	=	0، ایک مکمل عدد ہے۔
.	×	.	=	. . .
.	×	.	=	. . .

دو مکمل اعداد کی ضرب سے موصول حاصل ضرب بھی ایک مکمّل عدد ہوتا ہے۔ ہم کہہ سکتے ہیں کہ ضرب کے تحت بھی مکمّل اعداد کا نظام بندشی ہے۔

بندشی خاصیت (Closure Property): مکمل اعداد جمع اور ضرب دونوں نظام عمل کے تحت بندشی ہوتے ہیں۔

سوچیے، بحث کیجیے اور لکھیے

1۔ مکمل اعداد تفریق کے تحت بندشی نہیں ہیں۔ کیوں؟

آپ تفریق کچھ اِس طرح کریں گے۔

6	–	2	=	4، ایک مکمل عدد ہے۔
7	–	8	=	?، ایک مکمل نہیں عدد ہے۔
5	–	4	=	1، ایک مکمل عدد ہے۔
3	–	9	=	?،ایک مکمل عددنہیں ہے۔

آپ خود سے کچھ اور مثالیں لیجیے اور اِن کی جانچ کیجیے۔

2۔ کیا مکمل اعداد تقسیم کے تحت بندشی ہیں یانہیں؟ اس جدول کا مشاہدہ کیجیے۔

8	÷	4	=	2، ایک مکمل عدد ہے۔
5	÷	7	=	$\frac{5}{7}$ ایک مکمل نہیں عدد ہے۔
12	÷	3	=	4 ایک مکمل عدد ہے۔
6	÷	5	=	$\frac{6}{5}$ ایک مکمل عددنہیں ہے۔

آپ خود کچھ اور مثالیں بنایئے اور ان کی جانچ کیجیے۔

صفر سے تقسیم (Division by Zero)

کسی عدد سے تقسیم کرنے کا مطلب اُس عدد کو بار بار گھٹانا ہے۔

آیئے ذرا 2 ÷ 8 معلوم کرتے ہیں:

```
   8
 – 2   ........ 1
   6
 – 2   ........ 2
   4
 – 2   ........ 3
   2
 – 2   ........ 4
   0
```

8 میں سے 2 کو بار بار گھٹایئے۔

اس عمل کو کتنی بار دہرانے پر ہم صفر پر پہنچے؟ چار بار۔

اس لیے ہم لکھتے ہیں $8 \div 2 = 4$

اس عمل کا استعمال کرتے ہوئے $24 \div 8$ اور $16 \div 4$ معلوم کیجیے۔

آیئے اب ہم 0 ÷ 2 معلوم کریں۔

	2	
–	0	 1
	2	
–	0	 2
	2	
–	0	 3
	2	
–	0	 4
	2	
	⋮	⋮

ہر بار عمل کو دہرانے پر ہمیں 2 ہی ملتا ہے! کیا یہ سلسلہ کہیں رُکے گا؟ نہیں

ہم کہہ سکتے ہیں کہ 0 ÷ 2 بے معنی عمل ہے

0÷7 معلوم کرنے کی کوشش کیجیے ۔

	7	
–	0	 1
	7	
–	0	 2
	7	
–	0	 3
	7	
	⋮	⋮

اس حالت میں بھی ہم کو گھٹانے کے عمل میں کبھی 0 حاصل نہیں ہوگا۔

ہم کہہ سکتے ہیں 0 ÷ 7 ایک بے معنی عمل ہے۔

اس کی بھی جانچ کیجیے ۔

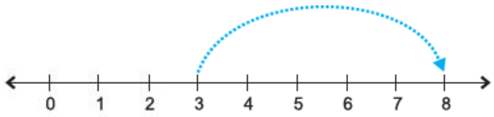
"کسی مکمل عدد کو 0 سے تقسیم کرنا ایک بے معنی عمل ہے"۔

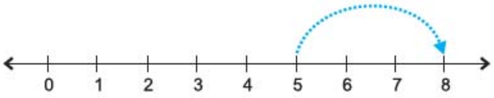
جمع اور ضرب کی تقلیبیت (Commutativity of Addition and Multiplication)

نیچے دی گئی عدد خط کی شکل کیا ظاہر کر رہی ہے؟

دونوں مرتبہ ہم 5 پر پہنچتے ہیں۔ اس لئے 2 + 3 اور 3 + 2 ایک ہی ہیں۔

اسی طرح 3 + 5 اور 5 + 3 ایک ہی ہیں۔





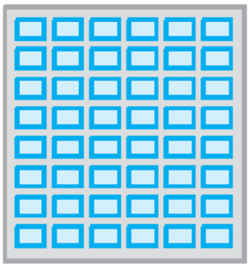
6 + 4 اور 4 + 6 کے لئے بھی کوشش کریں۔

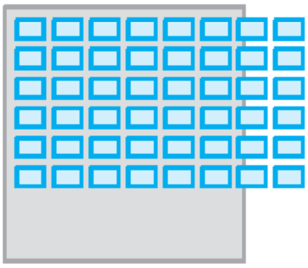
آپ کو ایسا کوئی بھی مکمل اعداد کا جوڑا نہیں حاصل ہوگا جس کو دو مختلف ترتیب میں جمع کریں تو حاصل جمع مختلف ہو۔

آپ دو مکمّل اعداد کو کسی بھی ترتیب میں جمع کر سکتے ہیں۔

ہم کہیں گے کہ مکمّل اعداد کی جمع تقلیبی (Commutative) ہے۔ اِس خاصیت کو جمع کا تقلیبی کلیّہ کے نام سے جانا جاتا ہے۔

اس پر اپنے دوستوں سے بحث کیجئے





آپ کے گھر میں کوئی چھوٹی سی تقریب ہے۔ آپ مہمانوں کے لیے 8 کرسیوں کی 6 قطاریں ترتیب دینا چاہتے ہیں۔ اِس کے لیے آپ کو کل 8 × 6 کرسیاں چاہئیں۔ مگر آپ کا کمرہ اتنا چوڑا نہیں ہے کہ اِس میں 8 کرسیوں کی 6 قطاریں بن سکیں تو آپ نے طے کیا کہ ہم 6 کرسیوں کی 8 قطاریں بنالیں۔ اب آپ کو کتنی کرسیاں چاہیے ہوں گی؟ کیا اب آپ کو زیادہ کُرسیاں چاہیے؟ کیا ضرب کا بھی تقلیبی کلیّہ ہوتا ہے۔

4 اور 5 کو مختلف ترتیب میں ضرب کیجیے۔

آپ دیکھیں گے کہ $4 \times 5 = 5 \times 4$

کیا یہ 3 اور 6، 5 اور 7 اعداد کے لئے بھی ٹھیک ہے؟

آپ دو مکمّل اعداد کو کسی بھی ترتیب میں ضرب کر سکتے ہیں۔

ہم کہیں گے کہ مکمل اعداد کی ضرب **تقلیبی** ہوتی ہیں۔

اِس طرح مکمّل اعداد کی جمع اور ضرب دونوں تقلیبی هوتی هیں.

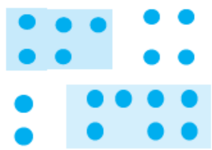
درج ذیل کو جانچیے :

(i) مکمّل اعداد تفریق کے تحت تقلیبی نہیں ہوتے ہیں اِس کو جانچ کرنے کے لیے کم از کم تین عددی جوڑے لیجیے۔

(ii) کیا $(6\div3)$ اور $(3\div6)$ ایک سے ہیں؟
اِس کو ثابت کرنے کے لئے مکمّل اعداد کے کچھ اور جوڑے لیجیے۔

جمع اور ضرب کی تلازمیت (Associativity of Addition and Multiplication)

درج ذیل شکل کا مشاہدہ کیجیے :



(a) $(2 + 3) + 4 = 5 + 4 = 9$

(b) $2 + (3 + 4) = 2 + 7 = 9$

اوپر شکل (a) میں ہم پہلے 2 اور 3 کو جمع کر سکتے ہیں اور پھر اس حاصل جمع میں 4 کو جمع کرتے ہیں۔ اور (b) میں آپ پہلے 3 اور 4 کو جمع کر سکتے ہیں اور پھر اِس حاصل جمع میں 2 کو جمع کر سکتے ہیں۔

کیا جواب ایک سا نہیں ہے؟

اس پر بھی غور کریں:

$(5 + 7) + 3 = 12 + 3 = 15$ اور $5 + (7 + 3) = 5 + 10 = 15$

اِس لئے، $(5 + 7) + 3 = 5 + (7 + 3)$

یہ مکمل اعداد کی جمع کے تحت تلازمی خاصیت ہے۔

اِس کو اعداد 2، 8 اور 6 کے لئے جانچیے۔

غور کیجیے گا کہ ہم اعداد کا گروپ اس طرح بنائیں کہ ہم کو جمع کرنے میں آسانی ہو۔

مثال نمبر 1: اعداد 234، 197 اور 103 کو جوڑیے۔

حل : $234 + 197 + 103 \quad = \quad 234 + (197 + 103)$

$= 234 + 300 = 534$

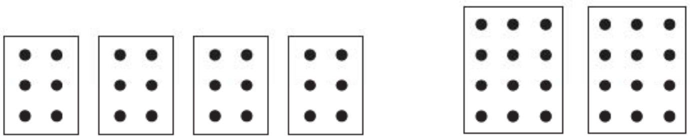
یہ کھیل کھیلیے

آپ اور آپ کا دوست اِس کھیل کو کھیل سکتے ہیں۔

آپ 1 سے 10 تک کا کوئی عدد بولیے۔ آپ کا دوست اب اِس عدد میں 1 سے 10 تک کا کوئی عدد جمع کریں اور حاصل جمع بتائیں۔ اب آپ کی باری ہے۔ آپ اس حاصل جمع میں 1 سے 10 تک کا کوئی عدد

جمع کریں اور حاصل جمع بتائیں اب آپ دونوں باری باری سے یہی کھیل دہرائیں گے جو پہلے 100 پر پہنچے گا وہی جیتے گا۔ اگر آپ ہمیشہ جیتنا چاہتے ہیں تو آپ کا منصوبہ (پلان) کیا ہونا چاہیے۔

درج ذیل شکل 2.1 میں ضرب کی کچھ حقیقتیں (facts) دکھائی گئیں ہیں۔ اُن کا مشاہدہ کیجیے۔



(a) (b)

شکل (a) 2.1 اور شکل (b) 2.1 میں نقطوں کی تعداد کو گنیے۔ آپ کو کیا ملا؟ نقطوں کی تعداد برابر ہے۔ شکل (a)2.1 میں ہمارے پاس ہر باکس میں 3×2 نقطے ہیں۔ اس لیے نقطوں کی کل تعداد $24 = 4 \times (3 \times 2)$ ہے۔

شکل (b)2.1 کے ہر باکس میں 4×3 نقطے ہیں تو نقطوں کی کل تعداد $24 = (3 \times 4) \times 2$ ہے۔ اس طرح $(2 \times 3) \times 4 = 2 \times (3 \times 4)$۔ اسی طرح آپ دیکھ سکتے ہیں: $(3 \times 5) \times 4 = 3 \times (5 \times 4)$

یہی عمل $(5 \times 6) \times 2$ اور $5 \times (6 \times 2)$ اور $(3 \times 6) \times 4$ اور $3 \times (6 \times 4)$ کے لیے کیجیے۔

یہ مکمل اعداد کے لیے ضرب کی تلازمی خاصیت ہے۔

سوچیے اور معلوم کیجیے:

ان میں کون سا آسان ہے اور کیوں؟

(a) $6 \times (5 \times 3)$ یا $(6 \times 5) \times 3$

(b) $9 \times (4 \times 25)$ یا $(9 \times 4) \times 25$

مثال نمبر 2: $14 + 17 + 6$ کو دو طریقوں سے معلوم کیجیے۔

حل: $(14 + 17) + 6 = 31 + 6 = 37$

$14 + 17 + 6 = 14 + 6 + 17 = (14 + 6) + 17 = 20 + 17 = 37$

یہاں آپ نے جمع کے لیے تلازمی اور تقلیبی خصوصیات دونوں کو ملا کر استعمال کیا ہے۔

کیا آپ سمجھتے ہیں کہ تلازمی اور تقلیبی خاصیت نے عمل کو آسان بنا دیا ہے۔؟

درج ذیل قسم کے سوالات کے لیے ضرب کی تلازمی خاصیت بہت کارگر ہوتی ہے۔

کوشش کیجیے

معلوم کیجیے: $7 + 18 + 13$; $16 + 12 + 4$

مثال نمبر 3: 12×35 معلوم کیجیے۔

حل: $12 \times 35 = (6 \times 2) \times 35 = 6 \times (2 \times 35) = 6 \times 70 = 420$

اوپر کی مثال میں ہم نے سب سے چھوٹے جُفت عدد کو 5 کے ضعف سے ضرب کر کے تلازمی خاصیت کا استعمال کیا۔

مثال نمبر 4: $8 \times 1769 \times 125$ معلوم کیجیے

حل: $8 \times 1769 \times 125 = 8 \times 125 \times 1769$

(یہاں آپ نے کون سی خاصیت استعمال کی ہے)

$= (8 \times 125) \times 1769$

$= 1000 \times 1769 = 17{,}69{,}000.$

کوشش کیجیے

معلوم کیجیے: $25 \times 8358 \times 4$

$625 \times 3759 \times 8$

سوچیے، بحث کیجیے اور لکھیے

کیا $(16 \div 4) \div 2 = 16 \div (4 \div 2)$؟

کیا تقسیم کے لیے بھی کوئی تلازمی خاصیت ہے؟ نہیں۔

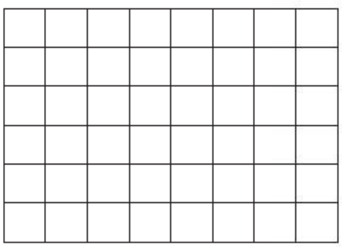
اپنے دوستوں سے اِس بارے میں بات کیجیے اور $(28 \div 14) \div 2$ اور $28 \div (14 \div 2)$ کے بارے میں سوچیے

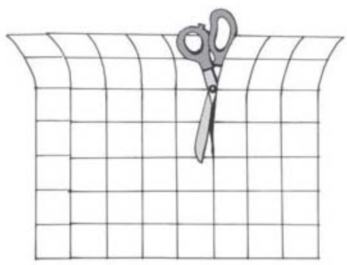
اسے کیجیے

جمع پر ضرب کی تقسیمی خاصیت (Distributivity of Multiplication over Addition)

ایک 6 سم چوڑا اور 8 سم لمبا گراف پیپر لیجیے جس میں 1 سم 1 سم کے مربّع ہوں۔

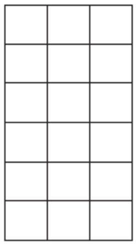
اِس میں کل کتنے مُربّع ہیں؟



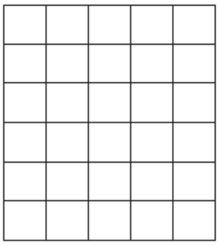


کیا یہ عدد 8 × 6 ہے؟

اب اِس کاغذ کو 6 سم × 5 سم اور 6 سم 3 سم کے سائز کے دو حصّوں میں کاٹئے۔ جیسا کہ مندرجہ بالا تصویر میں دکھایا گیا ہے۔



مربّعوں کی تعداد: کیا یہ 5 × 6 ہے؟



مربّعوں کی تعداد: کیا یہ 3 × 6 ہے؟

دونوں ٹکڑوں میں کل کتنے مربّع ہیں۔

کیا یہ (3 × 6) + (5 × 6) ہے؟ کیا اِس کا مطلب (3 × 6) + (5 × 6) = 8 × 6 ؟

لیکن $6 \times 8 = 6 \times (5 + 3)$

کیا یہ $(6 \times 3) + (6 \times 5) = (5 + 3) \times 6$ کو ظاہر کرتا ہے؟

اِسی طرح آپ دیکھیں گے کہ $(2 \times 5) + (2 \times 3) = (3 + 5) \times 2$

> اس کو جمع پر ضرب کی تقسیمی خاصیت کہتے ہیں۔

تقسیمی خاصیت کا استعمال کرتے ہوئے معلوم کیجیے $(9 + 11) \times 7$; $(9 + 7) \times 6$; $(8 + 5) \times 4$

سوچیے، بحث کیجیے اور لکھیے

درج ذیل ضرب کا مشاہدہ کیجیے اور اِس پر بات چیت کیجیے کہ کیا ہم اعداد کو ضرب کرتے وقت اِس تصوّر (جمع پر ضرب کی تقسیمی خاصیت) کو لاگو کر سکتے ہیں یا نہیں۔

425			
×136			
2550	←	425×6	(6 اکائی سے ضرب)
12750	←	425×30	(3 دہائی سے ضرب)
42500	←	425×100	(1 سینکڑے سے ضرب)
57800	←	$425 \times (6 + 30 + 100)$	

مثال نمبر 5: اسکول کی کینٹین میں ایک دن کا دوپہر کا کھانا 20 ₹ اور دودھ 4 ₹ کا فروخت ہے۔
5 دن میں آپ ان چیزوں پر کتنے روپے خرچ کریں گے؟

حل: اسے دو طریقوں سے معلوم کیا جاسکتا ہے؟

پہلا طریقہ: 5 دن کے لئے دوپہر کے کھانے پر خرچ معلوم کیجیے۔

5 دن کا دودھ کا خرچہ معلوم کیجیے۔

اب اِس کو جمع کیجیے۔

دوپہر کے کھانے کا خرچ $= 5 \times 20 = ₹100$

دودھ کا خرچ $= 5 \times 4 = ₹20$

کل خرچہ $= ₹(100 + 20) = ₹120$

دوسرا طریقہ: ایک دن میں آنے والا کل خرچہ معلوم کیجیے۔

پھر اِس کو 5 سے ضرب کر دیجیے۔

ایک روز کا (دوپہر کے کھانے اور دودھ) کا خرچہ $= ₹(20 + 4)$

5 دن کا خرچہ $= ₹5 \times (20 + 4)$ $₹(5 \times 24) = ₹120$

مثال سے ظاہر ہوا کہ

$$5 \times (20 + 4) = (5 \times 20) + (5 \times 4)$$

یہ جمع پر ضرب کی تقسیم کی تقسیمی خاصیت ہے۔

مثال نمبر 6: تقسیمی خاصیت کا استعمال کرکے 12×35 معلوم کیجیے۔

حل:

$$12 \times 35 = 12 \times (30 + 5)$$
$$= 12 \times 30 + 12 \times 5$$
$$= 360 + 60 = 420$$

> **کوشش کیجیے**
>
> تقسیمی خاصیت کا استعمال کرکے
>
> 15×68؛ 17×23؛
>
> $69 \times 78 + 22 \times 69$
>
> معلوم کیجیے

مثال نمبر 7: حل کیجیے $126 \times 55 + 126 \times 45$

حل:

$$126 \times 55 + 126 \times 45 = 126 \times (55 + 45)$$
$$= 126 \times 100$$
$$= 12600.$$

تماثل (جمع اور ضرب کے لیے) (Identity for Addition and Multiplication)

مکمّل اعداد کا مجموعہ، طبعی اعداد کے مجموعہ سے کس طرح مختلف ہے؟ مکمّل اعداد کے مجموعہ میں صفر ہوتا ہے جب کہ طبعی اعداد میں صفر نہیں ہوتا ہے۔ یہ عدد 'صفر' جمع میں ایک امتیازی کردار ادا کرتا ہے۔ آپ کو درج ذیل

7	+	0	=	7
5	+	0	=	5
0	+	15	=	15
0	+	26	=	26
0	+	.....	=	.....

جدول اس کے کردار کا اندازہ کرنے میں مدد کرے گی۔ جب آپ کسی مکمل عدد میں صفر کو جوڑتے ہیں تو جواب کیا ہوتا ہے؟ یہ تو پھر وہی مکمل عدد ہوتا ہے۔ صفر کو مکمّل اعداد کی جمع کے لیے تماثلی عنصر یا جمعی تماثل (Identity for addition) کہتے ہیں۔

صفر کا ضرب میں بھی امتیازی کردار ہے کسی بھی عدد کو جب صفر سے ضرب کرتے ہیں تو جواب صفر آتا ہے۔

مثال کے طور پر درج ذیل نمونہ کا مشاہدہ کیجیے۔

$5 \times 6 = 30$
$5 \times 5 = 25$
$5 \times 4 = 20$
$5 \times 3 = 15$
$5 \times 2 = \ldots$
$5 \times 1 = \ldots$
$5 \times 0 = ?$

غور کیجیے کہ حاصل ضرب کیسے کم ہوتا جا رہا ہے۔
کیا آپ نے کوئی نمونہ دیکھا؟
کیا آپ نے آخری مرحلہ کا اندازہ لگایا؟
کیا یہ نمونہ دوسرے مکمل اعداد کے لیے بھی درست ہوگا؟
دو مختلف مکمل اعداد کے لیے اس عمل کو دہرایے۔

7	×	1	=	7
5	×	1	=	5
1	×	12	=	12
1	×	100	=	100
1	×	......	=	......

آپ نے مکمل اعداد کی جمع کے عمل کے لیے تماثلی عنصر کو دیکھا ہے۔ صفر کو جمع کرنے پر عدد میں کوئی تبدیلی نہیں آتی ہے۔ اسی طرح مکمل اعداد کی ضرب کے عمل کے لیے بھی تماثلی عنصر ہوتا ہے۔ مشاہدہ کیجیے : آپ ٹھیک ہیں۔ مکمل اعداد کا ضربی تماثل ہے ۔

مشق : 2.2

1۔ مناسب ترتیب سے درج ذیل کی حاصل جمع معلوم کیجیے:

(a) $837 + 208 + 363$ (b) $1962 + 453 + 1538 + 647$

2۔ مناسب ترتیب سے درج ذیل کی حاصل ضرب معلوم کیجیے:

(a) $2 \times 1768 \times 50$ (b) $4 \times 166 \times 25$ (c) $8 \times 291 \times 125$

(d) $625 \times 279 \times 16$ (e) $285 \times 5 \times 60$ (f) $125 \times 40 \times 8 \times 25$

3۔ درج ذیل میں ہر ایک کی قدر معلوم کیجیے:

(a) $297 \times 17 + 297 \times 3$ (b) $54279 \times 92 + 8 \times 54279$

(c) $81265 \times 169 - 81265 \times 69$ (d) $3845 \times 5 \times 782 + 769 \times 25 \times 218$

4۔ مناسب خصوصیات کا استعمال کر کے حاصل ضرب معلوم کیجیے ؟

(a) 738×103 (b) 854×102 (c) 258×1008 (d) 1005×168

5۔ ایک ٹیکسی ڈرائیور نے پیر کے دن اپنی ٹیکسی میں 40 لیٹر پٹرول بھروایا۔ اگلے دن اس نے 50 لیٹر پٹرول بھروایا۔ اگر پٹرول کی قیمت 65 روپے فی لیٹر ہے تو بتائیے اس نے پٹرول پر کتنے روپے خرچ کیے؟

6۔ ایک دودھ والا ایک ہوٹل میں صبح کو 32 لیٹر دودھ اور شام کو 68 لیٹر دودھ دیتا ہے اگر دودھ کی قیمت 45 روپے فی لیٹر ہے تو دودھ والے کو ایک دن میں کتنے روپے ملیں گے؟

7۔ مندرجہ ذیل کے جوڑے ملایئے؟

(a) ضرب کے تحت تقلیبی	(i) $425 \times 136 = 425 \times (6 + 30 + 100)$
(b) جمع کے تحت تقلیبی	(ii) $2 \times 49 \times 50 = 2 \times 50 \times 49$
(c) جمع پر ضرب کی تقسیمی خاصیت	(iii) $80 + 2005 + 20 = 80 + 20 + 2005$

2.5 مکمل اعداد میں نمونے (Patterns in Whole Numbers)

ہم اعداد کو نقطوں کے ذریعے بنی بنیادی شکلوں میں ترتیب دینے کی کوشش کریں گے جو شکلیں ہم لیں گے وہ درج ذیل ہیں: (1) ایک لائن یا خط (2) ایک مستطیل (3) ایک مربع (4) ایک مثلث ہر عدد کو ان میں سے کسی ایک شکل میں مرتب کیا جانا چاہیے۔ کوئی دوسری شکل بنانے کی اجازت نہیں۔

ہر عدد کو ایک خط کی شکل میں ترتیب دیا جا سکتا ہے۔

- عدد 2 کو اس طرح دکھایا جا سکتا ہے۔ ● ●
  عدد 3 کو اس طرح دکھایا جا سکتا ہے۔ ● ● ●
  اور اسی طرح آگے کے اعداد بھی۔

- کچھ اعداد کو مستطیل کی شکل میں بھی دکھایا جا سکتا ہے۔
  مثال کے طور پر 6 کو مستطیل کی شکل میں دکھایا جا سکتا ہے۔
  نوٹ کیجیے کہ یہاں 2 قطاریں اور 3 کالم ہیں۔

  ● ● ●
● ● ●

- کچھ اعداد جیسے 4 یا 9 وغیرہ کو مربع کی شکل میں بھی ترتیب دیا جا سکتا ہے۔

  9 ⟶ ● ● ●
● ● ●
● ● ●

  4 ⟶ ● ●
● ●

- کچھ اعداد کو مثلث کی طرح بھی ترتیب دیا جاتا ہے۔ مثال کے طور پر۔

3 ⟶ 6 ⟶

نوٹ کیجیے کہ مثلث کے دو اضلاع برابر ہونے چاہیے۔ سب سے نیچے سے شروع ہونے والی قطاروں میں نقطوں کی تعداد 4 ,3 ,2 ,1 ہونی چاہیے۔ سب سے اوپر والی قطار میں ہمیشہ ایک ہی نقطہ ہوگا۔

درج ذیل جدول کو مکمل کیجیے :

عدد "1" ایک خاص عدد ہے۔

عدد	خط	مستطیل	مربع	مثلث
2	ہاں	نہیں	نہیں	نہیں
3	ہاں	نہیں	نہیں	ہاں
4	ہاں	ہاں	ہاں	نہیں
5	ہاں	نہیں	نہیں	نہیں
6				
7				
8				
9				
10				
11				
12				
13				

کوشش کیجیے

1۔ کون سے اعداد صرف ایک خط کی شکل میں دکھائے جا سکتے ہیں؟

2۔ کون سے مربع کی شکل میں دکھائے جا سکتے ہیں؟

3۔ کون سے اعداد مستطیل کی شکل میں دکھائے جا سکتے ہیں؟

4۔ شروعاتی سات مثلث نما اعداد لکھیے۔ (یعنی وہ اعداد جن کو مثلث کی شکل میں ترتیب دیا جا سکتا ہے) 3، 6، ...

5۔ کچھ اعداد کو دو مستطیل نما اعداد کی شکل میں دکھایا جا سکتا ہے۔ مثال کے طور پر ۔

12 ⟶

2×6 یا 3×4

اسی طرح کی کم از کم پانچ اور مثالیں دیجیے

نمونوں (Patterns) کا مشاہدہ کیجیے

نمونوں کا مشاہدہ کرنے سے آپ کو عملوں کو آسان بنانے میں مدد ملتی ہے۔ درج ذیل کو پڑھیے :

(a) $117 + 9 = 117 + 10 - 1 = 127 - 1 = 126$

(b) $117 - 9 = 117 - 10 + 1 = 107 + 1 = 108$

(c) $117 + 99 = 117 + 100 - 1 = 217 - 1 = 216$

(d) $117 - 99 = 117 - 100 + 1 = 17 + 1 = 18$

کیا یہ نمونہ آپ کو ...... 9، 99، 999 وغیرہ جیسے اعداد کی جمع اور تفریق کرنے میں مددگار ہوگا؟

یہاں ایک اور نمونہ دیکھیے :

(a) $84 \times 9 = 84 \times (10 - 1)$ (b) $84 \times 99 = 84 \times (100 - 1)$

(c) $84 \times 999 = 84 \times (1000 - 1)$

کیا آپ کو ...... 9، 99، 999 جیسے اعداد سے ایک عدد کو ضرب کرنے کا آسان اور چھوٹا طریقہ ملا۔

اس طرح کے چھوٹے اور آسان طریقے آپ کے سوالات کو زبانی حل کرنے میں مددگار ہوتے ہیں۔

درج ذیل نمونہ آپ کو ایک ایسا طریقہ بتاتا ہے جس کی مدد سے آپ ایک عدد کو 5 یا 25 یا 125 (آپ اس کو کچھ اور بھی بڑھا سکتے ہیں) سے ضرب کر سکتے ہیں ۔

(i) $96 \times 5 = 96 \times \frac{10}{2} = \frac{960}{2} = 480$ (ii) $96 \times 25 = 96 \times \frac{100}{4} = \frac{9600}{4} = 2400$

(iii) $96 \times 125 = 96 \times \frac{1000}{8} = \frac{96000}{8} = 12000...$

درج ذیل نمونے کیا بتا رہے ہیں؟

(i) $64 \times 5 = 64 \times \frac{10}{2} = 32 \times 10 = 320 \times 1$

(ii) $64 \times 15 = 64 \times \frac{30}{2} = 32 \times 30 = 320 \times 3$

(iii) $64 \times 25 = 64 \times \frac{50}{2} = 32 \times 50 = 320 \times 5$

(iv) $64 \times 35 = 64 \times \frac{70}{2} = 32 \times 70 = 320 \times 7......$

مشق: 2.3

1۔ درج ذیل میں سے کون صفر کو ظاہر نہیں کرے گا؟

(a) $1 + 0$ (b) 0×0 (c) $\frac{0}{2}$ (d) $\frac{10-10}{2}$

2۔ اگر دو مکمل اعداد کا حاصل ضرب صفر ہے تو کیا ہم کہہ سکتے ہیں کہ ان دونوں میں سے کوئی ایک یا وہ دونوں صفر ہوں گے؟ ایسا جواب مثالوں کے ذریعے صحیح ثابت کیجیے؟

3۔ اگر دو مکمل اعداد کا حاصل ضرب ایک ہے تو کیا ہم کہہ سکتے ہیں کہ ان دونوں میں سے ایک یا وہ دونوں 1 ہوں گے؟ مثالوں کے ذریعے صحیح ثابت کیجیے؟

4۔ تقسیمی خاصیت کا استعمال کرتے ہوئے درج ذیل کو معلوم کیجیے؟

(a) 728×101 (b) 5437×1001 (c) 824×25

(d) 4275×125 (e) 504×35

5۔ درج ذیل نمونہ کو پڑھیں:

$1 \times 8 + 1 = 9$

$12 \times 8 + 2 = 98$

$123 \times 8 + 3 = 987$

$1234 \times 8 + 4 = 9876$

$12345 \times 8 + 5 = 98765$

اگلے دو مرحلے لکھیے۔ کیا آپ بتا سکتے ہیں کہ نمونے کیسے کام کرتے ہیں:

(اشارہ: $12345 = 11111 + 1111 + 111 + 11 + 1$)

ہم نے کیا سیکھا؟

1۔ اعداد 1، 2، 3،...... جس کو ہم گننے کے لیے استعمال کرتے ہیں طبعی اعداد کہلاتے ہیں۔

2۔ اگر ایک طبعی عدد میں ایک کو جمع کیا جائے تو ہم کو اس کا جانشین ملتا ہے۔ اگر آپ طبعی عدد میں سے ایک گھٹا دیں تو آپ کو اس کا پیش رو ملتا ہے۔

3۔ ہر طبعی عدد کا جانشین ہوتا ہے اور عدد 1 کے علاوہ ہر طبعی عدد کا ایک پیش رو ہوتا ہے۔

4۔ اگر ہم طبعی اعداد کے مجموعہ میں صفر کو جمع کریں تو ہم کو مکمل اعداد کا مجموعہ حاصل ہوتا ہے۔ اس لیے اعداد 0، 1، 2، 3،...... مکمل اعداد کے مجموعہ کو بناتے ہیں۔

5۔ ہر مکمل عدد کا ایک جانشین ہوتا ہے۔ صفر کے علاوہ ہر مکمل عدد کا ایک پیش رو بھی ہوتا ہے۔

6۔ تمام طبعی اعداد مکمل اعداد ہوتے ہیں لیکن سبھی مکمل اعداد طبعی اعداد نہیں ہوتے ہیں۔

7۔ ہم ایک خط لیتے ہیں، اس پر ایک نقطہ لگاتے ہیں اور اس کو 0 سے ظاہر کرتے ہیں ۔ پھر ہم صفر کے داہنی طرف برابر فاصلہ پر نشان لگاتے ہیں۔ اور ان کو ......،3،2،1 سے ظاہر کرتے ہیں۔ اس طرح ہم کو مکمل اعداد کا ایک عددی خط ملتا ہے۔ ہم عددی خط پر آسانی سے جمع ، گھٹا اور ضرب کے عملیات کر سکتے ہیں۔

8۔ جمع، عددی خط پر داہنی طرف لے جاتا ہے جب کہ تفریق عددی خط پر بائیں طرف لے جاتا ہے۔ ضرب ہم کو صفر سے شروع کر کے برابر فاصلہ کے قدم اختیار کرتے ہوئے آگے بڑھاتی ہے۔

9۔ دو مکمل اعداد کو جمع کرنے سے ہمیں مکمل عدد ہی ملتا ہے۔ اسی طرح دو مکمل اعداد کا حاصل ضرب بھی مکمل عدد ہی ہوتا ہے۔ ہم کہتے ہیں کہ مکمل اعداد جمع اور ضرب کے تحت بندشی ہوتے ہیں جب کہ مکمل اعداد تفریق اور تقسیم کے تحت بندشی نہیں ہوتے ہیں۔

10۔ صفر سے تقسیم ایک بے معنی عمل ہے۔

11۔ صفر مکمل اعداد کی جمع کے لیے تماثلی عنصر ہے۔ اور عدد '1' مکمل اعداد کی ضرب کے لیے تماثلی عنصر ہے۔

12۔ آپ مکمل اعداد کو کسی بھی ترتیب میں جوڑ سکتے ہیں ۔ آپ دو مکمل اعداد کو کسی بھی ترتیب میں ضرب کر سکتے ہیں، ہم کہہ سکتے ہیں کہ مکمل اعداد کی جمع اور ضرب تقلیبی ہیں۔

13۔ مکمل اعداد کی جمع اور ضرب تلازمی بھی ہے۔

14۔ مکمل اعداد کی جمع پر ضرب تقسیمی ہے۔

15۔ مکمل اعداد کی تقلیبی، تلازمی اور تقسیمی خصوصیات تحسیب کو آسان بنانے میں بہت مددگار ثابت ہوتی ہیں۔ اور ہم ان خصوصیات کا احساس کئے بغیر یا (جانے بنا) ہی ان کا استعمال کرتے رہتے ہیں۔

16۔ اعداد کے نمونے (Patterns) نہ صرف دلچسپ ہوتے ہیں بلکہ زبانی حساب لگانے میں کار آمد بھی ہوتے ہیں۔ اور اعداد کی خصوصیات کو زیادہ بہتر طریقے سے سمجھنے میں مددگار بھی ہوتے ہیں۔

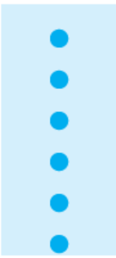
باب 3

اعداد سے کھیلنا

(Playing with Numbers)

3.1 تعارف (Introduction)

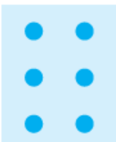
رمیش کے پاس 6 ماربل کنچے ہیں۔ وہ ان کو کچھ اس طرح قطاروں میں ترتیب دینا چاہتا ہے کہ ہر قطار میں برابر برابر کنچے ہوں۔ وہ ان کو درج ذیل طریقہ سے ترتیب دیتا ہے اور سبھی کنچوں کو ملاتا ہے۔



(i) ہر قطار میں ایک کنچے

قطاروں کی تعداد = 6

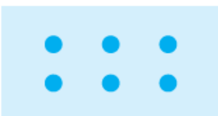
کنچوں کی کل تعداد = $6 = 6 \times 1$



(ii) ہر قطار میں دو کنچے

قطاروں کی تعداد = 3

کل کنچوں کی تعداد = $6 = 2 \times 3$



(iii) ہر قطار میں تین کنچے

قطاروں کی تعداد = 2

کل کنچوں کی تعداد = $6 = 3 \times 2$

(iv) وہ کسی ایسی ترتیب کے بارے میں نہیں سوچ سکتا جس میں ہر قطار میں 4 کنچے یا 5 کنچے ہوں اس لیے صرف ایک ہی ترتیب کے سبھی چھ کنچے ایک ہی قطار میں ہوں۔

قطاروں کی تعداد = 1

کنچوں کی کل تعداد = $6 = 1 \times 6$

اس عمل سے رمیش نے محسوس کیا کہ 6 کو دو اعداد کی حاصل ضرب کی مختلف شکلوں میں لکھا جاسکتا ہے جیسے

$6 = 6 \times 1$ ؛ $6 = 3 \times 2$ ؛ $6 = 2 \times 3$ ؛ $6 = 1 \times 6$

$6 = 3 \times 2$ سے ہم یہ کہہ سکتے ہیں کہ 2 اور 3 دونوں سے 6 پورا پورا تقسیم ہوتا ہے یعنی 2 اور 3 پوری طرح 6 کو تقسیم کرتے ہیں اور وہ قطعی قاسم ہیں۔ دوسرے حاصل ضرب $6 = 6 \times 1$ سے 6 اور 1، 6 کے قطعی قاسم ہیں۔

اس طرح 1، 2، 3 اور 6 عدد 6 کے اجزائے ضربی ہیں۔

18 کنچوں کو مختلف قطاروں میں ترتیب دیجیے اور 18 کے اجزائے ضربی معلوم کیجیے۔

3.2 اجزائے ضربی اور اضعاف (Factors and Multiples)

میری ایسے اعداد معلوم کرنا چاہتی ہے جو 4 کو پورا پورا تقسیم کریں۔ وہ 4 کو 4 سے چھوٹے سبھی اعداد سے اس طرح تقسیم کرتی ہے۔

4)	3)	2)	1)
4 (1 −4 0	4 (1 −3 1	4 (2 −4 0	4 (4 −4 0
خارج قسمت 1 ہے	خارج قسمت 1 ہے	خارج قسمت 2 ہے	خارج قسمت 4 ہے
باقی 0 ہے۔	باقی 1 ہے۔	باقی 0 ہے	باقی 0 ہے
$4 = 1 \times 4$		$4 = 2 \times 2$	$4 = 4 \times 1$

اس نے پایا کہ عدد 4 کو اس طرح بھی رکھا جاسکتا $4 = 1 \times 4; 4 = 2 \times 2; 4 = 4 \times 1$ اور وہ جانتی ہے کہ 1، 2 اور 4 عدد 4 کے قطعی قاسم ہیں۔

ان اعداد کو 4 کے اجزائے ضربی کہتے ہیں۔

ایک عدد کے اجزائے ضرب اس عدد کے قطعی قاسم ہوتے ھیں.

یاد رکھیے کہ 4 کے سبھی اجزائے ضربی 4 سے چھوٹے یا 4 کے برابر ہوتے ہیں۔

کھیل -1: اس کھیل میں دو کھلاڑی A اور B ہوتے ہیں اس کھیل میں اجزائے ضربی کی نشاندہی کرنی ہے۔ اس میں 1 سے 50 تک کی لکھی ہوئی گنتی کے 50 کارڈوں کی ضرورت ہوگی۔

کارڈوں کو ایک میز پر اس طرح ترتیب دیجیے:

1	2	3	4	5	6	7	
8	9	10	11	12	13	14	
15	16	17	18	19	20	21	
22	23	24	25	26	27	28	
29	30	31	32	33	34	35	
36	37	38	39	40	41	42	
43	44	45	46	47	48	49	50

مرحلے:

(a) یہ طے کیجیے کہ پہلے کون کھیلے گا A یا B

(b) مان لیجیے پہلے A کھیلتا ہے۔ وہ میز پر سے ایک کارڈ اٹھاتا ہے اور اس کو اپنے پاس رکھتا ہے۔ فرض کرو کارڈ پر عدد 28 لکھا ہے۔

(c) اب کھلاڑی B ان تمام کارڈوں کو اٹھائے گا جن پر A کے ذریعے اٹھائے گئے کارڈ پر لکھے عدد (یعنی 28) کے اجزائے ضربی لکھے ہوں گے اور پھر ان تمام کارڈوں کی ایک گڈی بنا کر اپنے پاس رکھ لے گا۔

(d) اس کے بعد کھلاڑی B میز پر سے ایک کارڈ اٹھائے گا اور اپنے پاس رکھے گا۔ تب A باقی بچے ان کارڈوں کو اٹھائے گا جن پر B کے ذریعے اٹھائے گئے کارڈ پر لکھے عدد کے اجزائے ضربی ہیں۔ پھر وہ ان کارڈوں کو پہلے اٹھائے گئے کارڈ پر ہی رکھ دے گا۔

(e) اس طرح یہ کھیل اس وقت تک جاری رہے گا جب تک تمام کارڈ استعمال میں نہ آجائیں۔

(f) A اپنے کارڈوں پر لکھے گئے اعداد کو جوڑے گا B بھی اپنے کارڈ کے ساتھ یہی کرے گا جس کھلاڑی کا حاصل جمع زیادہ ہوگا وہی جیتے گا۔

اضعاف
↑
$4 \times 5 = 20$
↓ ↓
جز وضربی جز وضربی

کارڈوں کی تعداد بڑھا کر اس کھیل کو اور زیادہ دلچسپ بنایا جاسکتا ہے اس کھیل کو اپنے دوستوں کے ساتھ کھیلیے۔ کیا آپ کھیل کو جیتنے کی کوئی ترکیب نکال سکتے ہیں؟

جب ہم عدد 20 کو اس طرح لکھیں گے۔ $5 \times 4 = 20$ تو ہم 4 اور 5 کو 20 کے اجزائے ضربی کہیں گے۔ ہم یہ بھی کہہ سکتے ہیں کہ 20، 4 اور 5 کا اضعاف ہے۔

$12 \times 2 = 24$ ظاہر کرتا ہے کہ 2 اور 12، 24 کے اجزائے ضربی ہیں۔ جب کہ 24، 2 اور 12 کا اضعاف ہے۔

ہم کہہ سکتے ہیں کہ ایک عدد اپنے ہر اجزائے ضربی کا اضعاف ہوتا ہے۔

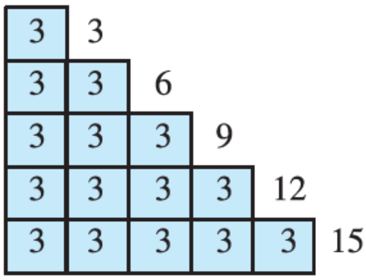
کوشش کیجیے

45، 30، 36 کے ممکنہ اجزائے ضربی معلوم کیجیے۔

آیئے اب ذرا اجزائے ضربی اور اضعاف کی کچھ دلچسپ حقیقتوں کے بارے میں دیکھتے ہیں۔

(a) 3 سم لمبائی والی لکڑی یا کاغذ کی بہت ساری پٹیاں جمع کیجیے۔

(b) ان پٹیوں کو کنارے سے کنارا ملا کر جوڑیے جس طرح نیچے تصویر میں دکھایا گیا ہے۔



سب سے اوپر والی پٹی کی لمبائی ہے۔ $3 \times 1 = 3$ اس کے نیچے والی پٹی کی لمبائی $3 + 3 = 6$ اکائی ہے۔ اس کو $6 = 3 \times 2$ بھی کہہ سکتے ہیں۔ اس کی اگلی پٹی کی لمبائی $3 + 3 + 3 = 9$ اکائی اور $3 \times 3 = 9$ ہے اس طرح اگر ہم بڑھتے جائیں تو ہم دوسری لمبائیاں بھی ظاہر کر سکتے ہیں اسی طرح

$3 \times 4 = 12$;　　$3 \times 5 = 15$;

ہم کہہ سکتے ہیں کہ اعداد 3، 6، 9، 12، 15 عدد 3 کے اضعاف ہیں۔ عدد 3 کے اضعاف کی فہرست آگے بھی بڑھ سکتی ہے جیسے ... 18, 21, 24

ان میں سے ہر اضعاف 3 سے بڑا ہے یا 3 کے برابر ہے۔

عدد 4 کے اضعاف ہیں۔... ,4, 8, 12, 16, 20, 24

یہ فہرست کہیں ختم نہیں ہوگی۔ ان اعداد میں سے ہر عدد 4 کے برابر ہوگا یا بڑا ہوگا۔

آیئے اب ہم دیکھیں کہ اجزائے ضربی اور اضعاف کے بارے میں ہم کیا سمجھ رکھتے ہیں۔

1۔ کیا کوئی ایسا عدد ہے جو ہر عدد کا جزو ضربی ہو؟ جی ہاں 1 ایسا عدد ہے۔ مثال کے طور پر $6 = 1 \times 6$ اور $18 = 1 \times 18$ اور اس طرح آگے بھی۔ اس کو کچھ اور اعداد کے لیے چیک کیجیے۔

اس طرح ہم کہہ سکتے ہیں کہ 1 ہر عدد کا جزو ضربی ہوتا ہے۔

2۔ کیا 7 اپنے آپ کا جزو ضربی ہوسکتا ہے؟ جی ہاں آپ لکھ سکتے ہیں۔ $7 = 7 \times 1$، 10 اور 15 کے بارے میں کیا خیال ہے؟

آپ دیکھیں گے کہ ہر عدد کو اس طرح ظاہر کیا جاسکتا ہے۔

ہم کہہ سکتے ہیں کہ ہر عدد خود اپنا جزو ضربی ہوتا ہے۔

3۔ 16 کے اجزائے ضربی کیا ہیں؟ یہ 1، 2، 4، 8، 16 ہیں۔ ان اجزائے ضربی میں سے کیا کوئی عدد ایسا ہے جو 16 کو تقسیم نہ کرتا ہو۔ اس کو 20 اور 36 کے لیے کر کے دیکھیے۔

آپ دیکھیں گے کہ عدد کا ہر ایک جزوضربی اس عدد کو پورا پورا تقسیم کرتا ہے۔

4۔ 34 کے اجزائے ضربی کیا ہیں ؟۔یہ ہیں 1، 2، 17اور 34 خود ہیں۔ ان اعداد میں سب سے بڑا جزو ضربی کون سا ہے؟ 34 اپنے آپ خود سب سے بڑا ہے۔

دوسرے اجزائے ضربی 1، 2اور 17 سب 34 سے چھوٹے ہیں اس کو 64، 81اور 56 کے لیے کر کے دیکھیں۔

ہم کہتے ہیں کہ ہر جزوضربی یا تو دیے گئے عدد سے چھوٹا ہوتا ہے یا برابر ہوتا ہے۔

5۔ عدد 76 کے 6 اجزائے ضربی ہیں۔136 یا 96 کے کتنے اجزائے ضربی ہوں گے؟ آپ دیکھیں گے کہ آپ ان میں سے ہر عدد کے اجزائے ضربی کی تعداد کو گن سکتے ہیں۔ اگر 10576 یا 25642 وغیرہ جیسے بڑے اعداد ہوں۔ یا ان سے بھی زیادہ بڑے اعداد ہوں تو بھی آپ ان اعداد کے اجزائے ضربی گن سکتے ہیں۔ (حالانکہ ایسے اعداد کے اجزائے ضربی نکالنا مشکل ہوسکتا ہے)۔

ہم کہہ سکتے ہیں کہ دیے ہوئے کس عدد کے اجزائے ضربی محدود ہیں؟۔

6۔ عدد 7 کے اضعاف کیا ہیں؟ ظاہر ہے یہ 7، 14، 21، 28 ہیں۔آپ دیکھیں گے کہ ان میں سے ہر ضعف 7 سے بڑا ہے یا 7 کے برابر ہے۔کیا ہر عدد کے ساتھ ایسا ہی ہوگا۔ اعداد 6، 9، اور 10 کے اضعاف کے ساتھ اس کو چیک کریں۔

ہم دیکھتے ہیں کہ ہر عدد کا ضعف اس سے بڑا ہے یا اس عدد کے برابر ہے۔

7۔ عدد 5 کے اضعاف لکھیے۔یہ 5، 10، 15، 20 ہیں۔کیا آپ سوچتے ہیں کہ یہ فہرست کہیں ختم ہوگی؟ نہیں یہ نہ ختم ہونے والی فہرست ہے۔ اس کو 6اور 7 کے اضعاف کے لیے کریں۔

ہم دیکھتے ہیں کہ کسی دیے ہوئے عدد کے لامحدود اضعاف ہوتے ہیں۔

8۔ کیا عدد 7 اپنے آپ کا بھی ضعف ہے؟ ہاں کیونکہ $7 \times 1 = 7$ کیا یہ دوسرے اعداد کے لیے بھی درست ہے؟ اس کو 3، 12، اور 16 کے لیے چیک کریں۔

آپ دیکھتے ہیں کہ ہر عدد اپنا ضعف خود ہوتا ہے۔

عدد 6 کے اجزائے ضربی 1، 2، 3اور 6 ہیں۔ اور $1+2+3+6=12=2\times6$ بھی۔ ہم نے دیکھا کہ 6 کے تمام اجزائے ضربی کا جوڑ عدد 6 کا دوگنا ہے۔ عدد 28 کے تمام اجزائے ضربی 1، 2، 4، 7، 14، اور 28 ہیں ان سب کو جوڑنے پر ہم کو حاصل ہوگا۔ $1+2+4+7+14+28=56=2\times28$
یعنی 28 کے تمام اجزائے ضربی کا جوڑ 28 کا دوگنا ہے۔

ایسے اعداد جن کے اجزائے ضربی کا جوڑ اس عدد کے دو گنے کے برابر ہوں۔ مکمل اعداد کہلاتے ہیں۔ اعداد 6 اور 28 مکمل اعداد ہیں۔ کیا 10 مکمل عدد ہے؟

مثال نمبر 1: عدد 68 کے تمام اجزائے ضربی لکھیے۔

حل: ہم نے دیکھا کہ

$68 = 2 \times 34$ $68 = 1 \times 68$

$68 = 17 \times 4$ $68 = 4 \times 17$

کیونکہ 4 اور 17 پہلے بھی آ چکے ہیں۔

اس طرح 68 کے تمام اجزائے ضربی 1، 2، 4، 17، 34 اور 68 ہیں۔

مثال نمبر 2: عدد 36 کے اجزائے ضربی معلوم کیجیے۔

حل: $36 = 1 \times 36$ $36 = 2 \times 18$ $36 = 3 \times 12$

$36 = 4 \times 9$ $36 = 6 \times 6$

کیونکہ دونوں اجزائے ضربی (6) ایک سے ہیں۔ اس لیے اجزائے ضربی 1، 2، 3، 4، 6، 9، 12، 18 اور 36 ہیں۔

مثال نمبر 3: 6 کے پہلے پانچ اضعاف لکھیے۔

حل: مطلوبہ اضعاف اس طرح ہیں۔ $6\times1 = 6, 6\times2 = 12, 6\times3 = 18, 6\times4 = 24, 6\times5 = 30$

یعنی 6، 12، 18، 24 اور 30

مشق 3.1

1۔ درج ذیل اعداد کے سبھی اجزائے ضربی لکھیے:

(a) 24   (b) 15   (c) 21

(d) 27   (e) 12   (f) 20

(g) 18   (h) 23   (i) 36

2۔ درج ذیل اعداد کے پہلے 5 اضعاف لکھیے:

(a) 5   (b) 8   (c) 9

3۔ کالم 1 اور کالم 2 میں صحیح جوڑے ملائیے:

کالم 1		کالم 2	
(i)	35	(a)	8 کے اضعاف
(ii)	15	(b)	7 کے اضعاف
(iii)	16	(c)	70 کے اضعاف
(iv)	20	(d)	30 کا جزوضربی
(v)	25	(e)	50 کا جزوضربی
		(f)	20 کا جزوضربی

4۔ 9 کے سبھی اضعاف معلوم کیجیے جو 100 سے کم ہوں۔

3.3 مفرد اور مرکب اعداد (Prime and Composite Numbers)

اب ہم ایک عدد کے اجزائے ضربی کے بارے میں جان چکے ہیں۔ درج ذیل جدول میں دیے گئے کچھ اعداد کے اجزائے ضربی کی تعداد کا مشاہدہ کیجیے۔

اجزائے ضربی کی تعداد	اجزائے ضربی	اعداد
1	1	1
2	1, 2	2
2	1, 3	3
3	1, 2, 4	4
2	1, 5	5
4	1, 2, 3, 6	6
2	1, 7	7
4	1, 2, 4, 8	8
3	1, 3, 9	9
4	1, 2, 5, 10	10
2	1, 11	11
6	1, 2, 3, 4, 6, 12	12

ہم دیکھتے ہیں کہ (a) عدد 1 کا صرف ایک ہی جزوضربی ہے (یعنی وہ عدد خود)

(b) کچھ ایسے اعداد بھی ہیں جن کے صرف دو اجزائے ضربی ہیں۔ 1 اور وہ عدد بذات خود۔ ایسے اعداد 2، 3، 5، 7، 11 وغیرہ ہیں۔ یہ اعداد مفرد اعداد ہیں۔

وہ اعداد جن کے اجزائے ضربی 1اور وہ عددخود ہو مفرد کھلاتے ہیں۔

ان اعداد کے علاوہ کچھ اور مفرد اعداد معلوم کرنے کی کوشش کیجیے۔

(c) ایسے اعدا د بھی ہیں جن کے دو سے زیادہ اجزائے ضربی ہوتے ہیں جیسے 4، 6، 8، 9، 10وغیرہ۔ یہ مرکب اعداد ہیں۔

ایسے اعدا د جن کے دوسے زیادہ اجزائے ضربی ہوتے ہیں وہ مرکب اعداد کھلاتے ہیں۔

خیال رکھیں:1نہ تو مفرد عدد ہے نہ ہی مرکب عدد

کیا 15ایک مرکب عدد ہے؟ کیوں؟ 18اور 25کے بارے میں کیا خیال ہے؟

ایک بہت ہی آسان طریقہ سے ہم ایک عدد کے اجزائے ضربی معلوم کیے بنا ہی 1 سے 100 کے درمیان کے سبھی مفرد اعداد معلوم کرسکتے ہیں۔

یہ طریقہ ایک یونانی ریاضی داں **ایراتوس تھینس** نے حضرت عیسیٰ علیہ السلام سے 300برس قبل بتایا تھا۔آیئے اس طریقہ کو دیکھیں۔ 1 سے لے کر 100 تک سبھی اعداد کی ایک فہرست تیار کیجیے جیسا کہ نیچے دکھایا گیا ہے۔

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

مرحلہ1: 1کو کاٹیے کیونکہ یہ ایک مفرد عدد نہیں ہے۔

مرحلہ2: 2پر دائرہ بنایئے اور 2کے باقی تمام اضعاف جیسے 4، 6، 8، 10وغیرہ کاٹ دیجیے۔

مرحلہ3: اگلا بغیر کٹا عدد جوکہ 3 ہے۔3پر دائرہ بنایئے اور 3کے باقی تمام اضعاف کاٹ دیجیے۔

مرحلہ4: اگلا بغیر کٹا عدد جوکہ 5 ہے۔5پر دائرہ بنایئے اور 5کے باقی تمام اضعاف کاٹ دیجیے۔

مرحلہ 5: اس عمل کو ہم تب تک جاری رکھتے ہیں جب تک کہ فہرست کے تمام اعداد یا تو دائرہ میں آجائیں یا کٹ جائیں۔
دائرے والے تمام اعداد مفرد اعداد ہیں۔ 1 کے علاوہ تمام کٹے ہوئے اعداد مرکب اعداد ہیں۔

کوشش کیجیے

مشاہدہ کیجیے کہ $7 = 1 + 3 \times 2$ ایک مفرد عدد ہے۔مفرد عدد حاصل کرنے کے لیے یہاں 2 کے اضعاف میں 1 کو جوڑ دیا گیا ہے۔کیا آپ اس طرح کے کچھ اور اعداد معلوم کر سکتے ہیں؟

اس طریقہ کو سیو آف ایراتوس تھینس (Sieve of Eratosthenes) کہا جاتا ہے۔

مثال نمبر 4: 15 سے چھوٹے تمام مفرد اعداد لکھیے۔

حل: سیو طریقہ کے ذریعہ ہم بہ آسانی مطلوبہ مفرد اعداد لکھ سکتے ہیں۔ یہ ہیں۔ 2,3,5,7,11,13

جفت اور طاق اعداد (Even and Odd Numbers)

کیا آپ کو 2,4,6,8,10,12,14 میں کوئی خاص پیٹرن نظر آرہا ہے؟ آپ دیکھیں گے کہ ان میں سے ہر ایک 2 کا اضعاف ہے۔

یہ اعداد **جفت اعداد** کہلاتے ہیں۔ باقی بچے اعداد یعنی 1، 3، 5، 7، 9، 11 وغیرہ **طاق اعداد** کہلاتے ہیں۔

2 ہندسہ یا 3 ہندسہ اعداد کے لیے بھی آپ تصدیق کر سکتے ہیں کہ یہ جفت اعداد ہیں یا نہیں۔ آپ کو کیسے پتہ چلے گا کہ کوئی عدد جیسے 756482 جفت ہے یا نہیں؟ اس عدد کو 2 سے تقسیم کر کے پتہ چلے گا۔ مگر کیا یہ ایک بہت اکتا دینے والا عمل نہیں ہے؟

ہم کہہ سکتے ہیں کہ اگر ایک عدد میں اکائی کا ہندسہ 8 ,6 ,4 ,2 ,0 ہے تو وہ **عدد جفت عدد ہوگا۔** اس لیے 350، 4862، 59246 وغیرہ جفت اعداد ہیں۔ اعداد 457، 2359، 8231 وغیرہ سب طاق اعداد ہیں۔

آیئے کچھ دلچسپ حقائق جاننے کی کوشش کریں:

(a) سب سے چھوٹا جفت عدد کون سا ہے؟ یہ 2 ہے سب سے چھوٹا مفرد عدد کون سا ہے؟ یہ بھی 2 ہے۔
اس طرح **عدد 2 سب سے چھوٹا مفرد عدد ہے اور یہ ایک جفت عدد بھی ہے۔**

(b) دوسرے مفرد اعداد ...3,5,7, 11,13 وغیرہ ہیں کیا آپ کو اس فہرست میں کوئی جفت عدد نظر آرہا ہے؟ یقیناً نہیں یہ سبھی طاق اعداد ہیں۔
اس طرح ہم کہہ سکتے ہیں کہ 2 کے علاوہ سبھی مفرد اعداد طاق اعداد ہیں۔

مشق 3.2

1۔ بتایئے کہ کسی دو اعداد کا حاصل جمع جفت ہوتا ہے یا طاق ہوتا ہے اگر وہ دونوں

(a) طاق اعداد ہوں (b) جفت اعداد ہوں

2۔ بتایئے کہ درج ذیل بیانات میں کون صحیح ہیں اور کون غلط :

(a) تین طاق اعداد کا جوڑ جفت عدد ہوتا ہے۔

(b) دو طاق اعداد اور ایک جفت عدد کا جوڑ جفت عدد ہوتا ہے۔

(c) تین طاق اعداد کا حاصل ضرب طاق عدد ہوتا ہے۔

(d) اگر کسی جفت عدد کو 2 سے تقسیم کریں تو خارج قسمت ہمیشہ طاق عدد ہوتی ہے۔

(e) تمام مفرد اعداد، طاق عدد ہوتے ہیں۔

(f) مفرد اعداد کے کوئی اجزائے ضربی نہیں ہوتے ہیں۔

(g) دو مفرد اعداد کی حاصل جمع ہمیشہ جفت عدد ہوتا ہے۔

(h) صرف عدد 2 ایک ایسا مفرد عدد ہے جو جفت عدد بھی ہے۔

(i) تمام جفت اعداد مرکب اعداد ہوتے ہیں۔

(j) دو جفت اعداد کی حاصل ضرب جفت عدد ہوتا ہے۔

3۔ اعداد 13 اور 31 مفرد اعداد ہیں۔ ان دونوں اعداد کے ہندسہ ایک سے ہیں یعنی 1 اور 3۔ تو 100 تک کے ایسے مفرد اعداد کے جوڑے معلوم کیجیے۔

4۔ 20 سے چھوٹے سبھی مفرد اور مرکب اعداد کو الگ الگ لکھیے۔

5۔ عدد 1 اور 10 کے درمیان سب سے بڑا مفرد عدد بتایئے۔

6۔ درج ذیل میں سے ہر ایک کو دو مفرد اعداد کے حاصل جمع کی شکل میں لکھیے۔

(a) 44 (b) 36 (c) 24 (d) 18

7۔ مفرد اعداد کے تین ایسے جوڑے بنایئے جن کا فرق 2 ہے۔

[نوٹ : ایسے دو مفرد اعداد جن کا فرق 2 ہو ہم مفرد اعداد (Twin Primes) کہتے ہیں۔]

8۔ درج ذیل اعداد میں سے کون سے مفرد عدد ہیں۔

(a) 23 (b) 51 (c) 37 (d) 26

9۔ 100 سے چھوٹے 7 مسلسل ایسے مرکب اعداد لکھیے جن کے درمیان میں کوئی مفرد عدد نہ ہو۔

10۔ مندرجہ ذیل میں ہر ایک کو تین طاق مفرد عدد کی حاصل جمع کی شکل میں لکھیے:

(a) 21 (b) 31 (c) 53 (d) 61

11۔ 20 سے چھوٹے مفرد اعداد کے پانچ ایسے جوڑے بنائیے جن کی حاصل جمع 5 سے پوری پوری تقسیم ہوجائے۔
(اشارہ: $3 + 7 = 10$)

12۔ مندرجہ ذیل خالی جگہوں کو پُر کیجیے۔

(a) ایسا عدد جن کے صرف 2 اجزائے ضربی ہوں ________ کہلاتا ہے۔

(b) ایسا عدد جس کے دو سے زیادہ اجزائے ضربی ہوں ________ کہلاتا ہے۔

(c) عدد 1 نہ تو ________ ہے اور نہ ہی ________ ہے۔

(d) سب سے چھوٹا مفرد عدد ________ ہے۔

(e) سب سے چھوٹا مرکب عدد ________ ہے۔

(f) سب سے چھوٹا جفت عدد ________ ہے۔

3.4 اعداد کی تقسیم پذیری کی جانچ (Tests for Divisibility of Numbers)

کیا عدد 38 عدد 2 سے پورا پورا تقسیم ہوسکتا ہے؟ 4 سے یا 5 سے تقسیم ہوسکتا ہے؟

ہم تقسیم کرکے دیکھ سکتے ہیں کہ 38 ان اعداد میں سے 2 سے تقسیم ہوتا ہے 4 اور 5 سے نہیں۔

آیئے ذرا دیکھیں کہ کیا کوئی ایسا نمونہ ہے جو ہم کو یہ بتا سکے کہ کیا کوئی عدد 2، 3، 4، 5، 6، 8، 9، 10 یا 11 سے تقسیم ہوتا ہے یا نہیں۔ کیا آپ سمجھتے ہیں کہ ایسے نمونہ آسانی سے نظر آجاتے ہیں؟

10 سے تقسیم پذیری: چارو نے 10 کے اضعاف دیکھے یہ اضعاف ہیں 10، 20، 30، 40، 50، 60،... اس نے ان تمام اعداد میں کچھ بات مشترک دیکھی۔ کیا آپ بتا سکتے ہیں کہ کیا ان تمام اعداد میں اکائی کا ہندسہ 0 ہے۔

اس نے کچھ ایسے اعداد کے بارے میں سوچا جس کا اکائی کا ہندسہ 0 ہے جیسے 100، 1000، 3200، 7010 اس نے پایا کہ یہ تمام اعداد 10 سے تقسیم ہوجاتے ہیں۔

اس نے دیکھا کہ **اگر کسی عدد کے اکائی کا ہندسہ 0 ہے تو وہ عدد 10 سے تقسیم ہوجاتا ہے۔** کیا آپ 100 سے تقسیم پذیری کی جانچ کا اصول بتا سکتے ہیں؟

5 سے تقسیم پذیری: منی کو اعداد 5، 10، 15، 20، 25، 30، 35 میں کچھ دلچسپ نمونہ نظر آیا۔ کیا آپ یہ نمونہ بنا سکتے ہیں۔

اکائی کا ہندسہ دیکھیے ان تمام اعداد میں اکائی کا ہندسہ 0 ہے یا 5 اور ہم یہ بھی جانتے ہیں کہ یہ سبھی اعداد 5 سے تقسیم ہورہے ہیں۔

منی نے پھر کچھ اور ایسے اعداد لیے جو 5 سے تقسیم ہورہے تھے جیسے 105، 215، 6205، 3500 ان اعداد کے اکائی کے ہندسوں میں بھی 0 یا 5 ہے۔

اس نے 23، 56، 97 کو 5 سے تقسیم کرنے کی کوشش کی۔ کیا وہ یہ کر پائے گی؟ اس کی جانچ کیجیے۔

اس نے دیکھا کہ وہ اعداد جس میں اکائی کے مقام پر 0 یا 5 ہو۔ ہمیشہ 5 سے تقسیم ہوجاتا ہے۔ دوسرے اعداد میں باقی بچ جاتا ہے۔

کیا عدد 1750125، 5 سے تقسیم ہوسکتا ہے۔

2 سے تقسیم پذیری: چارو نے دو کے کچھ اضعاف کو دھیان سے دیکھا۔ 10، 12، 14، 16،... اور کچھ اور بھی اعداد جیسے 2410، 4356، 1358، 2972، 5974 وغیرہ۔ اس کو ان اعداد کی اکائی کے ہندسوں میں کچھ نمونہ نظر آئے۔ کیا آپ بتا سکتے ہیں کہ وہ کیا ہیں؟ان اعداد کے اکائی کے ہندسہ 0، 2، 6، 8 ہیں اس نے ان اعداد کو 2 سے تقسیم کیا تو 0 باقی بچتا ہے۔ اس نے یہ بھی پایا کہ اعداد 2467، 4829 عدد 2 سے تقسیم نہیں ہوتے ہیں۔ ان اعداد کے اکائی کے ہندسہ 0،2، 4، 6 یا 8 نہیں ہے۔ ان ساری باتوں کو دھیان میں رکھتے ہوئے وہ اس نتیجہ پر پہنچی کہ **اگر کسی عدد میں اکائی کے مقام پر 0،2،6،8 میں سے کوئی ہندسہ ہے تو وہ عدد 2 سے تقسیم ہوجائے گا۔**

3 سے تقسیم پذیری: کیا اعداد 21، 27، 36، 54، 219 وغیرہ عدد 3 سے تقسیم ہوجائیں گے؟ جی ہاں ہوجائیں گے۔

کیا اعداد 25، 37، 260 وغیرہ عدد 3 سے تقسیم ہوجائیں گے؟ نہیں۔

3 کی تقسیم پذیری کو جانچنے کے لیے کیا آپ کو اکائی کے ہندسوں میں کوئی نمونہ نظر آرہا ہے۔ جی نہیں۔ کیونکہ اکائی کے مقام پر ایک ہی ہندسہ والے اعداد 3 سے تقسیم ہوجاتے ہیں جیسے 27۔ اور تقسیم نہیں بھی ہوتے جیسے 17، 37 آیئے اب ذرا 21، 36 اور 57 اور 219 کے ہندسوں کو جوڑ کر دیکھتے ہیں کیا آپ کو کوئی خاص بات سمجھ میں آئی؟

2+1=3, 3+6=9, 5+4=9, 2+1+9=12 یہ تمام حاصل جمع 3 سے تقسیم ہورہے ہیں۔

25، 37، 260 کے ہندسوں کو جوڑیے۔ ہم کو حاصل ہوگا۔ 7 = 5 + 2، 10= 7 + 3، 8 = 0 + 6 + 2 یہ 3 سے تقسیم نہیں ہورہے ہیں۔

ہم کہہ سکتے ہیں کہ اگر کسی عدد کے ہندسوں کی حاصل جمع 3 سے تقسیم ہوجاتی ہے تو عدد بھی 3 سے بھی تقسیم ہوجائے گا۔ کیا 7221 عدد 3 سے تقسیم ہوسکتا ہے؟

6 سے تقسیم پذیری: کیا آپ کوئی ایسا عدد بتا سکتے ہیں جو 2 اور 3 دونوں سے تقسیم ہورہا ہو؟

ایک ایسا عدد 18 ہے کیا 18، 2 × 3 = 6 سے بھی تقسیم ہوگا۔ ہاں یہ ہوسکتا ہے۔

18 جیسے کچھ اور اعداد ڈھونڈیے اور جانچ کیجیے کہ کیا وہ 6 سے بھی تقسیم ہورہے ہیں۔

کیا آپ جلدی سے کوئی ایسا عدد بتا سکتے ہیں جو 2 سے تو تقسیم ہو رہا ہو مگر 3 سے نہیں؟

اب کوئی ایسا عدد جو 3 سے تو تقسیم ہو رہا ہے مگر 2 سے نہیں، اس کی ایک مثال 27 ہے۔ 6 سے تقسیم ہو رہا ہے؟ نہیں 27 جیسے اور اعداد ڈھونڈیے۔

اس سے ہم اس نتیجہ پر پہنچے کہ **اگر کوئی عدد 2 اور 3 دونوں سے تقسیم ہوجاتا ہے تو وہ 6 سے بھی تقسیم ہوجائے گا۔**

4 سے تقسیم پذیری: کیا آپ جلدی سے پانچ 3 ہندسی اعداد بتا سکتے ہیں جو 4 سے تقسیم ہوتے ہوں؟ ایسا ایک عدد 212 ہے۔ اس طرح کے 4 ہندسہ اعداد کے بارے میں سوچئے؟ اس کی ایک مثال 1936 ہے؟

212 میں اکائی اور دہائی مقام کے ہندسوں سے بننے والے اعداد پر دھیان دیجیے۔ یہ 12 ہے جو کہ 4 سے تقسیم ہوجاتا ہے۔ 1936 میں یہ عدد 36 ہے۔ اور 36، 4 سے تقسیم ہوجاتا ہے۔

اس مشق کو کچھ اور ایسے ہی اعداد کے ساتھ کیجیے مثال کے طور پر 4612، 3516، 9532 کے ساتھ۔

کیا عدد 286، 4 سے تقسیم ہوجاتا ہے یا نہیں؟ کیا عدد 86، 4 سے تقسیم ہوجاتا ہے یا نہیں؟

اس طرح ہم نے دیکھا کہ **اگر کسی 3 یا زیادہ ہندسوں کے عدد اکائی اور دہائی سے بنا عدد 4 سے تقسیم ہوجاتا ہے تو وہ عدد بھی 4 سے تقسیم ہوجائے گا۔** دس اور مثالیں دے کر اس اصول کو جانچیے۔

ہم 1 اور 2 ہندسے کے اعداد کی 4 سے تقسیم پذیری کو تقسیم کے حقیقی عمل کے ذریعے جانچ سکتے ہیں۔

8 سے تقسیم پذیری: کیا اعداد 1000، 2104، 1416 عدد 8 سے تقسیم ہو رہے ہیں؟ آپ اس کو جانچ سکتے ہیں۔ یہ اعداد 8 سے تقسیم ہو سکتے ہیں۔ آیئے نمونے کو دیکھنے کی کوشش کریں۔

ان اعداد کے اکائی، دہائی اور سیکڑے کے مقام کے ہندسوں پر دھیان دیجیے۔ یہ بالترتیب 104,000، 416 ہیں یہ بھی 8 سے تقسیم ہو رہے ہیں۔ کیونکہ ایک طرح سے 000 بھی 8 سے تقسیم ہوجاتا ہے۔ کچھ اور ایسے اعداد ڈھونڈیے جن کی اکائی، دہائی اور سیکڑے (یعنی آخری 3 ہندسہ) کے ذریعہ بنا عدد 8 سے تقسیم ہوجاتا ہے۔ مثال کے طور پر 9216، 8216، 7216، 10216، 9995216 وغیرہ۔ آپ دیکھیں گے کہ یہ اعداد اپنے آپ 8 سے تقسیم ہوجاتے ہیں۔

ہم دیکھتے ہیں کہ **کوئی چار یا اس سے زیادہ ہندسی عدد 8 سے تقسیم ہوجائے گا اگر اس کے اکائی، دہائی اور سیکڑے کے ہندسوں سے بنا عدد 8 سے تقسیم ہوجاتا ہے۔**

کیا عدد 73512، 8 سے تقسیم ہوجائے گا؟ 1، 2 یا 3 ہندسی اعداد کی 8 سے تقسیم پذیری کو ہم تقسیم کے حقیقی عمل کے ذریعے جانچ کر سکتے ہیں۔

9 سے تقسیم پذیری: 9 کے اضعاف 9، 18، 27، 36، 45، 54 ہیں۔ کچھ اور اعداد جیسے 4608، 5383 بھی 9 سے تقسیم ہوجاتے ہیں۔

کیا ان اعداد کے ہندسوں کو جب جمع کیا جائے تو کوئی نمونہ آپ کو نظر آتا ہے؟ہاں۔

$$1 + 8 = 9, 2 + 7 = 9, 3 + 6 = 9, 4 + 5 = 9,$$
$$4 + 6 + 0 + 8 = 18, 5 + 2 + 8 + 3 = 18$$

یہ سب حاصل جمع بھی 9 سے تقسیم ہورہی ہیں۔

کیا عدد 758،عدد 9 سے تقسیم ہورہا ہے؟ جی نہیں۔ اس کے ہندسوں کا جوڑ $7 + 5 + 8 = 20$ ہے جوکہ 9 سے تقسیم نہیں ہوتا ہے۔

اس سے ہم اس نتیجہ پر پہنچتے ہیں کہ اگر کسی عدد کے ہندسوں کا مجموعہ 9 سے تقسیم ہوجاتا ہے تو وہ عدد خود بھی 9 سے تقسیم ہو جائے گا۔

11 سے تقسیم پذیری: اعداد 308، 1331، 61809 سبھی 11 سے تقسیم ہوجاتے ہیں۔

ہم ایک جدول بناتے ہیں اور دیکھتے ہیں کہ اگر ان اعداد کے ہندسہ ہم کوکسی نمونہ کی طرف لے جائیں۔

دونوں کا فرق	دائیں جانب سے جفت مقامات کے ہندسوں کا مجموعہ	دائیں جانب سے طاق مقامات کے ہندسوں کا مجموعہ	اعداد
$11 - 0 = 11$	0	$8 + 3 = 11$	308
$4 - 4 = 0$	$3 + 1 = 4$	$1 + 3 = 4$	1331
$23 - 1 = 22$	$0 + 1 = 1$	$9 + 8 + 6 = 23$	61809

ہم دیکھتے ہیں کہ ہر ایک کے لیے دونوں مجموعوں کا فرق یا تو صفر ہے یا 11 کا ضعف ہے۔ یہ تمام اعداد 11 سے تقسیم ہوجاتے ہیں۔

عدد 5081 کے لیے ہندسوں کا فرق ہے۔ $(5 + 8) - (1 + 0) = 12$ جو کہ 11 سے تقسیم نہیں ہوتا۔عدد 5081 بھی 11 سے تقسیم نہیں ہوگا۔

اس طرح ، 11 سے تقسیم پذیری کا اصول ہے۔ دائیں طرف کے ہندسہ سے شروع کرتے ہوئے طاق مقامات کے ہندسوں کا مجموعہ اور جفت مقامات کے ہندسوں کا مجموعہ کا فرق معلوم کیجیے۔ اگر یہ فرق صفر یا 11 کا ضعف ہے۔یعنی 11 سے تقسیم ہوجاتا ہے تو وہ عدد بھی 11 سے تقسیم ہوجاتا ہے۔

مشق 3.3

1۔ تقسیم پذیری کے اصولوں کو استعمال کر کے معلوم کیجیے کہ مندرجہ ذیل میں سے کون کون سے اعداد 2 سے، 3 سے، 4 سے، 5 سے، 6 سے، 8 سے، 9 سے، 10 سے، اور 11 سے تقسیم ہوجاتے ہیں۔ ہاں یا نہیں میں جواب دیجیے:

عدد	تقسیم پذیری								
	2	3	4	5	6	8	9	10	11
128	ہاں	نہیں	ہاں	نہیں	نہیں	ہاں	نہیں	نہیں	نہیں
990	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
1586	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
275	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
6686	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
639210	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
429714	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
2856	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
3060	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
406839	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....

2۔ تقسیم پذیری کے اصولوں کی مدد سے معلوم کیجیے کہ درج ذیل میں سے کون سے اعداد 4 سے، 8 سے تقسیم ہوجاتے ہیں:

(a) 572 (b) 726352 (c) 5500 (d) 6000

(e) 12159 (f) 14560 (g) 21084 (h) 31795072

(i) 1700 (j) 2150

3۔ تقسیم پذیری کے اصولوں کی مدد سے معلوم کیجیے کہ درج ذیل میں سے کون سے اعداد 6 سے تقسیم ہوجاتے ہیں:

(a) 297144 (b) 1258 (c) 4335 (d) 61233

(e) 901352 (f) 438750 (g) 1790184 (h) 12583

(i) 639210 (j) 17852

4۔ تقسیم پذیری کے اصولوں کی مدد سے معلوم کیجیے کہ درج ذیل میں سے کون سے اعداد 11 سے تقسیم ہوجاتے ہیں:

(a) 5445 (b) 10824 (c) 7138965 (d) 70169308

(e) 10000001 (f) 901153

5۔ درج ذیل اعداد کے درمیان دی گئی خالی جگہوں میں (a)سب سے چھوٹا ہندسہ (b)سب سے بڑا ہندسہ لکھیے تا کہ حاصل ہونے والا عدد 3 سے تقسیم ہو جائے۔

(a) __6724 (b) 4765__2

6۔ درج ذیل اعداد کے درمیان دی گئی خالی جگہوں میں ایک ایسا ہندسہ لکھیے جس سے حاصل ہونے والا عدد 11 سے تقسیم ہوجائے۔

(a) 92__389 (b) 8__9484

3.5 مشترک اجزائے ضربی اور مشترک اضعاف
(Common Factors and Common Multiples)

کوشش کیجیے

مشترک اجزائے ضربی معلوم کیجیے:

(a) 8,20 (b) 9,15

کچھ اعداد کے جوڑوں کے اجزائے ضربی کو دیکھیے :

(a) 4اور 18 کے اجزائے ضربی کیا ہیں؟

4 کے اجزائے ضربی ہیں :1، 2اور 4

18 کے اجزائے ضربی ہیں:1، 2، 3، 6، 9اور 18

اعداد 1 اور 2 عدد 4 اور 18 دونوں کے ہی اجزائے ضربی ہیں۔

یہ 4اور 18 کے مشترک اجزائے ضربی ہیں۔

(b) 4اور 15 کے مشترک اجزائے ضربی کیا ہیں؟

ان دونوں اعداد کا مشترک جزوضربی صرف عدد 1 ہی ہے۔

7اور 16 کے مشترک اجزائے ضربی کیا ہیں؟

جب دو اعداد کا مشترک جزوضربی صرف عدد 1 ہوتو اس قسم کے اعداد باہم مفرد اعداد (Co-Prime Numbers) کہلاتے ہیں۔ 4اور 15 باہم مفرد اعداد ہیں۔

کیا 7اور 5 ، 12اور 49، 18اور 23 باہم مفرد اعداد ہیں؟

(c) کیا ہم 4، 12اور 16 کے مشترک اجزائے ضربی معلوم کرسکتے ہیں؟

4 کے اجزائے ضربی ہیں :1، 2اور 4

12 کے اجزائے ضربی ہیں :1، 2، 3، 4، 6اور 12

16 کے اجزائے ضربی ہیں :1، 2، 4 ، 8، اور 16

واضح رہے کہ 4، 12اور 16 کے مشترک اجزائے ضربی 1، 2اور 4 ہیں۔

درج ذیل کے مشترک اجزائے ضربی معلوم کیجیے : (a) 8,12,20 (b) 9,15,21

آیئے اب ہم ایک ساتھ ایک سے زیادہ اعداد کے اضعاف کو دیکھتے ہیں۔

(a) 4اور 6 کے اضعاف کیا ہیں؟ 4 کے اضعاف ہیں:...,4,8,12,16,20,24 (کچھ اور ایسے اضعاف لکھیے)

6 کے اضعاف ہیں : 6,12,18,24,30,36 ....(کچھ اور ایسے اضعاف لکھیے)

ان اعداد میں کیا کچھ ایسے بھی ہیں جو دونوں فہرستوں میں ہوں؟ ہم نے دیکھا کہ 12، 24، 36، ...

ایسے اضعاف ہیں جو 4 کے بھی اور 6 کے بھی ہیں۔

کیا آپ کچھ اور ایسے لکھ سکتے ہیں؟

یہ 4اور 6 کے مشترک اضعاف (Common multiples) کہلاتے ہیں۔

(b) 3،5، اور 6 کے مشترک اضعاف لکھیے۔

3 کے اضعاف ہیں: ...,3,6,9,12,15,18,21,24,27,30,33

5 کے اضعاف ہیں: ..,5,10,15,20,25,30,35

6 کے اضعاف ہیں: ...,6,12,18,24,30

3،5اور 6 کے مشترک اضعاف ہیں : ...,30,60,90

3،5اور 6 کے کچھ اور مشترک اضعاف لکھیے۔

مثال نمبر 5: 75، 60،اور 210 کے مشترک اجزائے ضربی لکھیے۔

حل: 75 کے اجزائے ضربی ہیں: 75 اور ,1,3,5,15,25

60 کے اجزائے ضربی ہیں: 60اور1,2,3,4,5,6,10,12,15,30

210 کے اجزائے ضربی ہیں: 210 اور1,2,3,5,6,7,10,14,15,21,30,35,42,70,105

اس لیے 75، 60،اور 210 کے مشترک اجزائے ضربی ہیں۔ 15اور1,3,5

مثال نمبر 6: 3، 4، اور 9 کے مشترک اضعاف لکھیے۔

حل: 3 کے اضعاف ہیں: ...3,6,9,12,15,18,21,24,27,30,33,36,39,42,45

4 کے اضعاف ہیں: ...,4,8,12,16,20,24,28,32,36,40,44,48

9 کے اضعاف ہیں: ...,9,18,27,36,45,54,63,72,81

واضح رہے کہ 3،4اور 9 کے مشترک اضعاف ہیں۔ ...,36,72,108

مشق 3.4

1۔ درج ذیل میں ہر ایک کے مشترک اجزائے ضربی معلوم کیجیے۔

(a) 20 اور 28 (b) 15 اور 25 (c) 35 اور 50 (d) 56 اور 120

2۔ درج ذیل میں ہر ایک کے مشترک اجزائے ضربی لکھیے۔

(a) 4,8 اور 12 (b) 5,15 اور 4

3۔ مندرجہ ذیل میں ہر ایک کے پہلے تین مشترک اضعاف لکھیے۔

(a) 6 اور 8 (b) 12 اور 8

4۔ 3 اور 4 کے 100 سے چھوٹے تمام مشترک اضعاف لکھیے۔

5۔ درج ذیل میں سے کون سے عدد جوڑے باہم مفرد اعداد کے ہیں؟۔

(a) 18 اور 35 (b) 37 اور 15 (c) 415 اور 30

(d) 68 اور 17 (e) 215 اور 216 (f) 81 اور 16

6۔ ایک عدد 5 اور 12 دونوں سے تقسیم ہو جاتا ہے۔ یہ عدد اور کون سے عدد سے تقسیم ہو جائے گا ؟۔

7۔ ایک عدد 12 سے تقسیم ہو جاتا ہے۔ یہ عدد اور کون سے اعداد سے تقسیم ہو جائے گا ؟۔

3.6 تقسیم پذیری کے کچھ اور اصول (Some More Divisibility Rules)

آیئے اعداد کی تقسیم پذیری سے متعلق کچھ اور اصولوں کا مشاہدہ کرتے ہیں۔

(i) کیا آپ 18 کا ایک جزو ضربی بتا سکتے ہیں؟ یہ 9 ہے۔ 9 کا ایک جزو ضربی بتایئے۔ یہ 3 ہے۔ کیا عدد 3 عدد 18 کا جزو ضربی ہے؟ ہاں یہ ہے۔ عدد 18 کا کوئی اور جزو ضربی لیتے ہیں۔ مان لیا عدد 6۔ اب عدد 2، عدد 6 کا ایک جزو ضربی ہے۔ اور یہ 18 کو بھی تقسیم کرتا ہے۔ اس کو 18 کے دوسرے اجزائے ضربی کے لیے بھی جانچیے۔

24 کو لیجیے۔ یہ 8 سے تقسیم ہو جاتا ہے اور 8 کے اجزائے ضربی ہیں 1، 2، 4، اور 8۔ یہ 24 کو بھی تقسیم کرتے ہیں۔

اس لیے ہم کہہ سکتے ہیں کہ **اگر ایک عدد کسی دوسرے عدد سے تقسیم ہو جاتا ہے تو وہ اس دوسرے عدد کے تمام اجزائے ضربی سے بھی تقسیم ہو جائے گا۔**

(ii) عدد 80 عدد 4 اور 5 سے تقسیم ہو جاتا ہے۔ یہ $20 = 5 \times 4$ سے بھی تقسیم ہوتا ہے۔ اس لیے 4 اور 5 باہم مفرد اعداد ہیں۔

اس طرح عدد 60، 3 اور 5 دونوں سے تقسیم ہوجاتا ہے جو کہ باہم مفرد اعداد ہیں۔ $15 = 5 \times 3$ سے بھی عدد 60 تقسیم ہوجاتا ہے۔

اگر ایک عدد دو باہم مفرد اعداد سے تقسیم ہوجاتا ہے تو وہ ان کے حاصل ضرب سے بھی تقسیم ہوگا۔

(iii) اعداد 16 اور 20 دونوں عدد 4 سے تقسیم ہوجاتے ہیں۔ عدد $36 = 20 + 16$ بھی 4 سے تقسیم ہوگا۔ اس کو دوسرے عددی جوڑوں کے لیے بھی جانچیے۔ 16 اور 20 کے دوسرے مشترک اجزائے ضربی کے ساتھ بھی اس کو کرنے کی کوشش کیجیے۔

اگر دیے گئے دو اعداد کسی ایک عدد سے تقسیم ہوجاتے ہیں تو ان کا حاصل جمع بھی اس عدد سے تقسیم ہوجائے گا۔

(iv) اعداد 35 اور 20 دونوں 5 سے تقسیم ہوسکتے ہیں۔ کیا ان کا فرق $15 = 20 - 35$ بھی 5 سے تقسیم ہو جائے گا؟ اس کو دوسرے عددی جوڑوں کے لیے بھی کرکے دیکھیے۔ **اگر دیے گئے دو اعداد کسی ایک عدد سے تقسیم ہوجاتے ہیں تو ان کا فرق بھی اس عدد سے تقسیم ہوجائے گا۔**

مختلف عددی جوڑے لیجیے اور اوپر سے دیے گئے چاروں اصول کو ان پر لاگو کیجیے۔

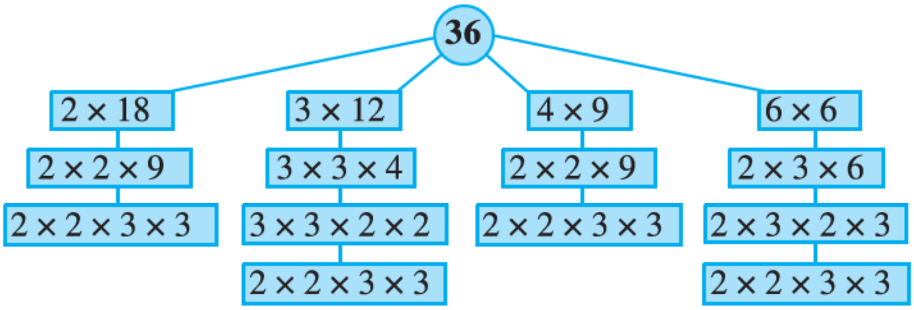
3.7 مفرد اجزائے ضربی میں تحلیل (Prime Factorisation)

جب ہم کسی عدد کو اس کے اجزائے ضربی کے حاصل ضرب کی شکل میں لکھتے ہیں تو ہم کہتے ہیں کہ ہم نے اس عدد کے اجزائے ضربی نکال لیے ہیں مثال کے طور پر $24 = 8 \times 3$ یہ 24 کے اجزائے ضربی میں تحلیل کی ایک مثال ہے۔ 24 کے اجزائے ضربی میں تحلیل کی کچھ اور مثالیں درج ذیل ہیں۔

$24 = 2 \times 12$	$24 = 4 \times 6$	$24 = 3 \times 8$
$= 2 \times 2 \times 6$	$= 2 \times 2 \times 6$	$= 3 \times 2 \times 2 \times 2$
$= 2 \times 2 \times 2 \times 3$	$= 2 \times 2 \times 2 \times 3$	$= 2 \times 2 \times 2 \times 3$

اوپر دیے گئے 24 کے ہر اجزائے ضربی میں تحلیل کے آخری قدم میں ہم $2 \times 2 \times 2 \times 3$ پر پہنچتے ہیں۔ اجزائے ضربی کی اس تحلیل میں صرف دو ہی اجزائے ضربی 2 اور 3 ہیں جو کہ مفرد اعداد ہیں اس طرح اعداد کی اجزائے ضربی کی تحلیل کو مفرد اجزائے ضربی میں تحلیل کرنا کہلاتا ہے۔

آیئے ذرا اس کو عدد 36 کے لیے جانچیں:



36 کے مفرد اجزائے ضربی ہیں۔ 3×3×2×2 یہ عدد 36 کے صرف ایک ہی قسم کے مفرد اجزائے ضربی ہیں۔

کوشش کیجیے

16، 28، 36 کے مفرد اجزائے ضربی لکھیے۔

اسے کیجیے

جزو ضربی کا درخت (Factor Tree)

ایک عدد سوچیے اور اس کو لکھیے

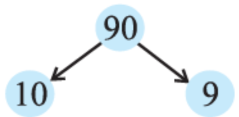
90

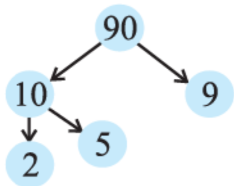
اجزائے ضربی کا ایک جوڑا سوچیے جیسے

90 = 10 × 9

اب 10 کے اجزائے ضربی کا ایک جوڑا

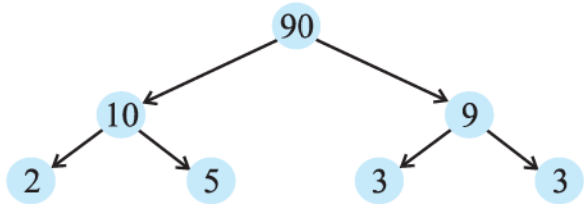
10 = 2 × 5





9 کے اجزائے ضربی کا جوڑا سوچیے۔

9 = 3 × 3



ان کو مندرجہ ذیل اعداد کے لیے کرنے کی کوشش کیجیے۔

(a) 8 (b) 12

مثال نمبر 7: 980 کے مفرد اجزائے ضربی لکھیے۔

حل: اس کو ہم اس طرح کرتے ہیں۔

ہم عدد 980 کو 2، 3، 5، 7، وغیرہ سے ترتیب وار اس وقت تقسیم کرتے ہیں جب تک کہ خارج قسمت اس عدد سے تقسیم نہ ہوجائے۔ اس لیے 980 کے مفرد اجزائے ضربی ہیں: 980=2x2x5x7x7

2	980
2	490
5	245
7	49
7	7
	1

مشق 3.5

1۔ درج ذیل بیانات میں سے کون سے درست ہیں؟

(a) اگر کوئی عدد 3 سے تقسیم ہوجاتا ہے تو وہ 9 سے بھی ضرور تقسیم ہوجائے گا۔

(b) اگر کوئی عدد 9 سے تقسیم ہوجاتا ہے تو وہ 3 سے بھی ضرور تقسیم ہوجائے گا۔

(c) ایک عدد 18 سے تقسیم ہوجاتا ہے اگر وہ 3 اور 6 دونوں سے بھی تقسیم ہوجائے۔

(d) اگر کوئی عدد 9 اور 10 دونوں سے تقسیم ہوجاتا ہے تو وہ 90 سے بھی ضرور تقسیم ہوجائے گا۔

(e) اگر دو اعداد باہم مفرد ہیں تو ان میں سے ایک ضرور مفرد عدد ہوگا۔

(f) وہ سبھی اعداد جو 4 سے تقسیم ہوسکتے ہیں 8 سے بھی ضرور تقسیم ہوں گے۔

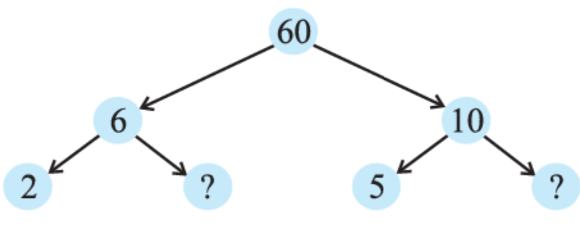
(g) وہ سبھی اعداد جو 8 سے تقسیم ہوسکتے ہیں 4 سے بھی ضرور تقسیم ہوں گے۔

(h) اگر ایک عدد دو اعداد کو الگ الگ تقسیم کرتا ہے تو یہ عدد ان اعداد کے حاصل جمع کو بھی تقسیم کرے گا۔

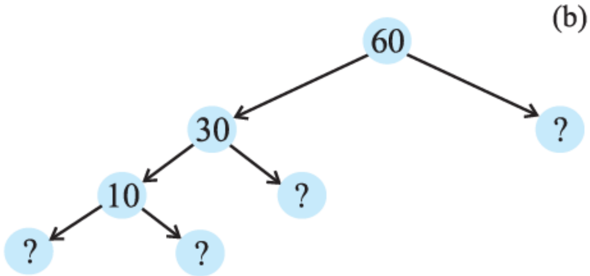
(i) اگر ایک عدد دو اعداد کے حاصل جمع کو تقسیم کرتا ہے تو وہ ان اعداد کو الگ الگ بھی تقسیم کرے گا۔

2۔ یہاں پر عدد 60 کے اجزائے ضربی کے دو درخت دیے گئے ہیں ان میں چھوٹ گئے اعداد لکھیے۔

(a)



(b)



3۔ ایک مرکب عدد کے مفرد اجزائے ضربی میں کون سے اجزائے ضربی شامل نہیں ہوتے ہیں؟۔

4۔ چار ہندسوں کا سب سے بڑا عدد لکھیے اور اس کو اس کے مفرد اجزائے ضربی کی شکل میں لکھیے۔

5۔ پانچ ہندسوں کا سب سے چھوٹا عدد لکھیے اور اس کو اس کے مفرد اجزائے ضربی کی شکل میں ظاہر کیجیے۔

6۔ 1729 کے تمام مفرد اجزائے ضربی معلوم کیجیے اور ان کو بڑھتی ترتیب میں لکھیے۔ اب دو مسلسل مفرد اجزائے ضربی ہیں اگر کوئی رشتہ بنتا ہے تو اس کو لکھیے۔

7۔ تین مسلسل اعداد کا جوڑ ہمیشہ 6 سے تقسیم ہوجاتا ہے اس بیان کو کچھ مثالوں کی مدد سے واضح کیجیے۔

8۔ درج ذیل میں کون سے بیان میں مفرد اجزائے ضربی دکھائے گئے ہیں۔

(a) $24 = 2 \times 3 \times 4$ (b) $56 = 1 \times 7 \times 2 \times 2 \times 2$

(c) $70 = 2 \times 5 \times 7$ (d) $54 = 2 \times 3 \times 9$

9۔ 15470 کے مفرد اجزائے ضربی لکھیے۔

10۔ دیکھیے کیا 25110 عدد 45 سے تقسیم ہوجاتا ہے۔

(**اشارہ:** 5 اور 9 باہم مفرد اعداد ہیں۔عدد کی 5 اور 9 سے تقسیم پذیری کی جانچ کیجیے۔)

11۔ عدد 18، 2، 3 دونوں اعداد سے تقسیم ہوجاتا ہے۔یہ $6 = 3 \times 2$ سے بھی تقسیم ہوجاتا ہے۔اس طرح ایک عدد 4 اور 6 دونوں اعداد سے تقسیم ہوجاتا ہے۔ کیا ہم کہہ سکتے ہیں کہ یہ عدد $24 = 6 \times 4$ سے بھی تقسیم ہوجائے گا۔ اگر نہیں تو اپنے جواب کو ثابت کرنے کے لیے ایک مثال دیجیے۔

12۔ میں سب سے چھوٹا عدد ہوں اور میرے چار مختلف مفرد اجزائے ضربی ہیں۔ کیا آپ مجھے تلاش کرسکتے ہیں۔

3.8 عاد اعظم مشترک (Highest Common Factor)

ہم کن ہی دو اعداد کے مشترک اجزائے ضربی معلوم کرسکتے ہیں۔ اب ہم ان مشترک اجزائے ضربی میں سب سے بڑا مشترک جزوضربی معلوم کرنے کی کوشش کریں گے۔

12 اور 16 کے مشترک جزوضربی کیا ہیں۔ یہ ہیں 1، 2 اور 4

ان مشترک اجزائے ضربی میں سب سے بڑا کون ہے؟ یہ 4 ہے۔

20، 28 اور 36 کے مشترک اجزائے ضربی کون سے ہیں؟ یہ 1، 2، 4 ہیں۔ اور پھر سے عدد 4 ہی سب سے بڑا مشترک جزوضربی ہے۔

دیئے ہوئے دو یا دو سے زیادہ اعداد کا عادِ اعظم مشترک (HCF) ان کے تمام مشترک اجزائے ضربی کا سب سے بڑا جزوضربی ہوتا ہے۔

کوشش کیجیے

درج ذیل اعداد کا عادِ اعظم مشترک (HCF) معلوم کیجیے۔

(i) 24 اور 36 (ii) 15، 25 اور 30

(iii) 8 اور 12 (iv) 12، 16 اور 28

اس کو اعظم مشترک قاسم بھی کہتے ہیں (Highest Common Divisor)۔

2	36
2	18
3	9
3	3
	1

2	28
2	14
7	7
	1

2	20
2	10
5	5
	1

اس طرح

$$20 = \boxed{2} \times \boxed{2} \times 5$$
$$28 = \boxed{2} \times \boxed{2} \times 7$$
$$36 = \boxed{2} \times \boxed{2} \times 3 \times 3$$

مشق 3.6

1۔ درج ذیل اعداد کا HCF معلوم کیجیے۔

(a) 18, 48 (b) 30, 42 (c) 18, 60 (d) 27, 63

(e) 36, 84 (f) 34, 102 (g) 70, 105, 175

(h) 91, 112, 49 (i) 18, 54, 81 (j) 12, 45, 75

2۔ دو مسلسل اعداد کا HCF کیا ہوگا اگر وہ

(a) اعداد ہوں (b) جفت اعداد ہوں؟ (c) طاق اعداد ہوں؟

3۔ دو باہم مفرد اعداد 4 اور 15 کا HCF ہم درج ذیل طریقے سے نکالتے ہیں $4 = 2 \times 2$ اور $15 = 3 \times 5$ کیونکہ ان میں کوئی مشترک مفرد جزو ضربی نہیں ہے۔ اس لیے 4 اور 15 کا HCF، 0 ہے۔ کیا یہ جواب درست ہے؟ اگر نہیں تو درست HCF کیا ہوگا؟۔

3.9 ذو اضعاف اقل مشترک (Lowest Common Multiple)

اعداد 4 اور 6 کے مشترک اضعاف کون سے ہیں؟ یہ ہیں 12، 24، 36، ..... ان میں سب سے چھوٹا کون سا ہے؟ یہ 12 ہے۔ ہم کہہ سکتے ہیں کہ 4 اور 6 کا ذو اضعاف اقل مشترک 12 ہے۔ یہ وہ سب سے چھوٹا عدد ہے جس کے یہ دونوں اعداد جزو ضربی ہیں۔ **دیے ہوئے دو یا دو سے زیادہ اعداد کا ذو اضعاف اقل مشترک (LCM) تمام مشترک اضعاف میں سب سے چھوٹا ہوتا ہے۔**

8 اور 12 کا LCM کیا ہوگا؟ 4 اور 9 کا؟ 9 اور 6 کا؟

مثال نمبر 8: 12 اور 18 کا LCM معلوم کیجیے۔

حل: ہم جانتے ہیں کہ 12 اور 18 کے مشترک اضعاف 36، 72، 108 وغیرہ ہیں۔ اس میں سب سے چھوٹا 36 ہے۔ آیئے اب ہم دو اعداد کا LCM نکالنے کا ایک اور طریقہ دیکھتے ہیں۔

12 اور 18 کا مفرد اجزائے ضربی درج ذیل ہیں:

$12 = 2 \times 2 \times 3$ $\qquad$ $18 = 2 \times 3 \times 3$

ان مفرد اجزائے ضربی میں مفرد جزوضربی 2 سب سے زیادہ دو بار 12 کے لیے آیا ہے۔اسی طرح جزو ضربی 3 سب سے زیادہ دو بار 18 کے لیے آیا ہے۔ دو اعداد کا LCM ان دونوں اعداد میں کسی کے بھی مفرد اجزائے ضربی ہیں۔ سب سے زیادہ مرتبہ ظاہر ہونے والے مفرد اجزائے ضربی کا حاصل ضرب ہوتا ہے۔

اس طرح یہاں پر $LCM = 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 36$

مثال نمبر 9: 24 اور 90 کا LCM معلوم کیجیے۔

حل: 24 اور 90 کے مفرد اجزائے ضربی درج ذیل ہیں:

$24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$ $\qquad$ $90 = 2 \times 3 \times 3 \times 5$

24 کے مفرد اجزائے ضربی میں 2 سب سے زیادہ 3 مرتبہ آیا ہے۔ اس طرح 90 کے مفرد اجزائے ضربی میں 3 سب سے زیادہ 2 مرتبہ آیا ہے۔ جزوضربی 5، 90 میں صرف ایک مرتبہ آیا ہے۔

اس طرح $LCM = (2 \times 2 \times 2) \times (3 \times 3) \times 5 = 360$

مثال نمبر 10: 40، 48 اور 45 کا LCM معلوم کیجیے۔

حل: 40، 48 اور 45 کے مفرد اجزائے ضربی درج ذیل ہیں:

$$40 = 2 \times 2 \times 2 \times 5$$
$$48 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$$
$$45 = 3 \times 3 \times 5$$

48 کے اجزائے ضربی میں 2 سب سے زیادہ 4 مرتبہ آیا ہے۔ 45 کے اجزائے ضربی میں 3 سب سے زیادہ 2 مرتبہ آیا ہے۔ 40 اور 45 دونوں کے مفرد اجزائے ضربی میں 5 صرف 1 مرتبہ آیا ہے۔ ہم اس کو ایک ہی بار لیتے ہیں۔ اس لیے $LCM = (2\times2\times2\times2) \times (3\times3) \times 5 = 720$

مثال نمبر 11: 20، 25، اور 30 کا LCM معلوم کیجیے۔

حل: ہم اعداد کو ایک قطار میں درج ذیل طریقہ سے لکھیں گے۔

2	20	25	30	(a)
2	10	25	15	(b)
3	5	25	15	(c)
5	5	25	5	(d)
5	1	5	1	(e)
	1	1	1	(f)

اس لیے $LCM = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 5 = 300$

(a) سب سے چھوٹے مفرد عدد 2 سے تقسیم کیجیے۔ 25 جیسے اعداد 2 سے تقسیم نہیں ہوں گے۔ تو اس کو ایسے ہی اگلی قطار میں اتار لیتے ہیں۔

(b) پھر دو سے تقسیم کیجیے یہ سلسلہ اس وقت تک جاری رہے گا۔ جب تک 2 سے اضعاف باقی نہ بچیں۔

(c) اگلے مفرد عدد یعنی 3 سے تقسیم کیجیے۔

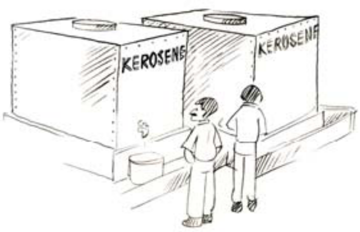
(d) اگلے مفرد عدد یعنی 5 سے تقسیم کیجیے۔

(e) پھر 5 سے تقسیم کیجیے۔

3.10 L.C.M اور H.C.F کے کچھ سوالات
(Some Problems on H.C.F. and L.C.M.)

ہمیں بہت سے ایسے موقعوں کا سامنا اکثر کرنا پڑتا ہے جہاں پر ہم LCM اور HCF کے تصورات کو استعمال کرتے ہیں۔ یہاں اس کی ہم کچھ مثالیں لیتے ہیں۔

مثال نمبر 12: دو ٹینکروں میں بالترتیب 850 لیٹر اور 680 لیٹر پٹرول آتا ہے۔ پیمائش کرنے والے ایسے ہر ایک برتن کی زیادہ سے زیادہ گنجائش معلوم کیجیے جس سے ہر ایک ٹینکر کا پٹرول پورا پورا ناپا جا سکے۔



حل: مطلوبہ برتن کی ناپ ایسی ہو جو دونوں ٹینکروں کا پٹرول پورا پورا ناپ سکے۔ اس لیے اس کی گنجائش دونوں ٹینکروں کی گنجائش کا ٹھیک قاسم ہونا چاہیے۔ اور ساتھ ہی ساتھ اس کو سب سے زیادہ بھی ہونا چاہیے۔ اس لیے اس پیمانہ کی گنجائش 850 اور 680 کا HCF ہونا چاہیے۔

2	850
5	425
5	85
17	17
	1

2	680
2	340
2	170
5	85
17	17
	1

اور

$$850 = 2 \times 5 \times 5 \times 17 = \boxed{2} \times \boxed{5} \times \boxed{17} \times 5$$
$$680 = 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 17 = \boxed{2} \times \boxed{5} \times \boxed{17} \times 2 \times 2$$

850اور 680 کا HCF، 170 ہے۔
اس لیے مطلوبہ برتن کی زیادہ سے زیادہ گنجائش 170 لیٹر ہے۔
اس سے یہ پہلے ٹینکر کو 5 بار اور دوسرے کو 4 بار میں خالی کرسکتا ہے۔

مثال نمبر 13: صبح کے وقت سیر کرنے کے لیے تین شخص ایک ساتھ چلنا شروع کرتے ہیں۔ ان کے قدموں کے فاصلے بالترتیب 80 سم 85 سم اور 90 سم ہیں۔ ان میں سے ہر ایک کم سے کم کتنا فاصلہ طے کرے کہ تینوں اس فاصلے کو پورے پورے قدموں میں طے کرسکیں۔

حل: ہر آدمی کے ذریعے طے کیا گیا فاصلہ برابر ہونا چاہیے کم سے کم بھی ہونا چاہیے۔ یہ مطلوبہ کم سے کم فاصلہ ہر آدمی کے قدموں کی ناپ کا LCM ہونا چاہیے۔ کیا آپ بتا سکتے ہیں کیوں؟

اس طرح ہم کو 80، 85اور 90 کا LCM معلوم کرنا ہوگا۔ 80، 85اور 90 کا LCM، 12240 سینٹی میٹر ہے۔

مثال نمبر 14: وہ سب سے چھوٹا عدد معلوم کیجیے جیسے 12، 16، 24اور 36 سے تقسیم کرنے پر ہر حالت میں 7 باقی رہتا ہے۔

حل: سب سے پہلے ہم 12، 16، 24، اور 36 کا LCM نکالیں گے۔

2	12	16	24	36
2	6	8	12	18
2	3	4	6	9
2	3	2	3	9
3	3	1	3	9
3	1	1	1	3
	1	1	1	1

اس طرح $LCM = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 144$

144 سب سے چھوٹا وہ عدد ہے جس کو جب دیئے ہوئے اعداد سے تقسیم کیا جائے گا تو ہر کیس میں باقی صفر بچے گا۔ لیکن ہم کو ایسا سب سے چھوٹا عدد چاہیے جس میں ہر کیس میں 7 باقی بچے۔

اس لیے مطلوبہ عدد 144 سے 7 زیادہ ہوگا۔ مطلوبہ عدد $144+7=151$ ہوگا۔

مشق 3.7

1۔ رینو نے 75 کلو گرام اور 69 کلو گرام کے کھاد کے دو بورے خریدے۔ وہ زیادہ سے زیادہ وزن بانٹ بتایئے جس سے ان دونوں بوروں کی کھاد کو پورا پورا ناپا جاسکے۔

2۔ تین لڑکوں نے ایک ہی جگہ سے چلنا شروع کیا۔ ان کے قدموں کا فاصلہ بالترتیب 63 سم، 70 سم اور 78 سم ہے۔ ان میں سے ہر ایک کم سے کم کتنا فاصلہ طے کرے کہ تینوں اس فاصلے کو پورے پورے قدموں میں طے کرسکیں ؟ ۔

3۔ ایک کمرے کی لمبائی ، چوڑائی اور اونچائی بالترتیب 825 سم، 675 سم اور 450 سم ہے۔ اس لمبے سے لمبے فیتے کی ناپ بتایئے جو کمرے کی ان تینوں لمبائیوں کو پورا پورا ناپ سکیں۔

4۔ ایک ایسا 3 ہندسی سب سے چھوٹا عدد بتایئے جو 6، 8 اور 12 سے پورا پورا تقسیم ہوجائے۔

5۔ ایک ایسا 3 ہندسی بڑے سے بڑا عدد بتایئے جو 8، 10 اور 12 سے پورا پورا تقسیم ہوجائے۔

6۔ تین مختلف چوراہوں پر ٹریفک لائٹ بالترتیب 40 سیکنڈ ،72 سیکنڈ اور 108 سیکنڈ میں تبدیل ہوتی ہیں۔ اگر وہ صبح 7 بجے ایک ساتھ تبدیل ہوتی ہیں تو اگلی بار کتنے وقت کے بعد ایک ساتھ تبدیل ہوں گی۔

7۔ تین تیل کے ٹینکر میں بالترتیب 403 لیٹر، 434 لیٹر اور 465 لیٹر تیل ہے۔ پیمائش کرنے والے ایسے برتن کی زیادہ سے زیادہ گنجائش معلوم کیجیے جس سے ہر ٹینکر کا پٹرول پورا پورا ناپا جاسکے۔

8۔ وہ سب سے چھوٹا عدد معلوم کیجیے جسے اگر 6، 15، 18 سے تقسیم کیا جائے تو ہر حالت میں 5 باقی بچے۔

9۔ سب سے چھوٹا 4 ہندسی عدد بتایئے جو 18، 24 اور 32 سے پورا پورا تقسیم ہوجائے۔

10۔ درج ذیل اعداد کا LCM معلوم کیجیے۔

(a) 9 اور 4 (b) 12 اور 5 (c) 6 اور 5 (d) 15 اور 4

حاصل شدہ LCM میں ایک مشترکہ خصوصیت کا مشاہدہ کیجیے کیا ہر کیس میں LCM دونوں اعداد کا حاصل ضرب ہے؟

11۔ درج ذیل اعداد کا LCM معلوم کیجیے جن میں ہر عدد دوسرے عدد کا جزو ضربی ہے۔

(a) 5,20 (b) 6,18 (c) 12,48 (d) 9,45

حاصل ہونے والے جوابات میں آپ نے کیا خاص بات دیکھی؟

ہم نے کیا سیکھا؟

1۔ اجزائے ضربی اور اضعاف کی پہچان کیسے کرسکتے ہیں۔

2۔ ہم نے درج ذیل کی دریافت کی۔

(a) کسی عدد کا جزو ضربی اس عدد کا ٹھیک قاسم ہوتا ہے۔

(b) ہر عدد خود اپنا ہی جزوضربی ہوتا ہے 1 ہر ایک عدد کا جزوضربی ہوتا ہے۔

(c) کسی دیے گئے عدد کا جزوضربی یا تو اس عدد سے چھوٹا ہوتا ہے یا برابر ہوتا ہے۔

(d) ہر عدد اپنے ہر جزوضربی کا ضعف ہوتا ہے۔

(e) ہر عدد کا ضعف اس عدد سے یا تو بڑا ہوتا ہے یا برابر ہوتا ہے۔

(f) ہر ایک عدد خود اپنا ضعف ہوتا ہے۔

3۔ ہم نے سیکھا ہے کہ

(a) وہ اعداد جن کے اجزائے ضربی صرف 1 اور وہ عدد خود ہوتا ہے، مفرد اعداد کہلاتے ہیں۔ وہ اعداد جن کے دو سے زیادہ اجزائے ضربی ہوتے ہیں۔ ان کو مرکب اعداد کہتے ہیں، عدد 1 نہ تو مفرد عدد اور نہ ہی مرکب عدد ہوتا ہے۔

(b) عدد 2 سب سے چھوٹا مفرد اور جفت عدد ہے۔ 2 کے علاوہ باقی سب مفرد اعداد طاق ہیں۔

(c) وہ اعداد جن کا مشترک جزوضربی صرف 1 ہے وہ باہم مفرد اعداد کہلاتے ہیں۔

(d) اگر ایک عدد دوسرے عدد سے تقسیم ہوجاتا ہے تو وہ اس کے ہر جزوضربی سے بھی تقسیم ہوجائے گا۔

(e) ایک عدد جو دو باہم مفرد اعداد سے تقسیم ہوجاتا ہے وہ ان کے حاصل ضرب سے بھی تقسیم ہوجاتا ہے۔

4۔ ہم نے ایسا پیٹرن (طریقہ) سیکھا ہے کہ جس سے ہم یہ بتاسکیں کہ کوئی عدد 9,8,5,4,3,2 اور 11 سے تقسیم ہوتا ہے یا نہیں۔

(a) 5,2 اور 10 سے تقسیم پذیری کو آخری ہندسہ سے نکالا جاسکتا ہے۔

(b) 3 اور 9 سے تقسیم پذیری کو ہندسوں کی حاصل جمع سے جانچ سکتے ہیں۔

(c) 4 اور 8 سے تقسیم پذیری کو۔ آخری 2 اور 3 ہندسوں سے جانچ سکتے ہیں۔

(d) 11 سے تقسیم پذیری کو طاق مقامات کے ہندسوں کا مجموعہ اور جفت مقامات کے ہندسوں کا مجموعہ کا فرق معلوم کرکے جانچ سکتے ہیں۔

5۔ اگر دو اعداد ایک ہی عدد سے تقسیم ہوجاتے ہیں تو ان کا جوڑ اور فرق بھی اس عدد سے تقسیم ہوجائیں گے۔

6۔ ہم نے سیکھا ہے کہ

(a) دو یا دو سے زیادہ اعداد کا HCF ان اعداد کے مشترک اجزائے ضربی میں سب سے زیادہ ہوتا ہے۔

(b) دو یا دو سے زیادہ دیے گئے اعداد کا LCM ان اعداد کے مشترک اضعاف میں سب سے چھوٹا ہوتا ہے۔

باب 4

جیومیٹری کے بنیادی تصورات

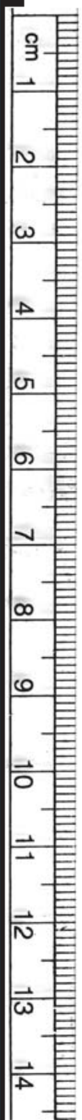
(Basic Geometrical Ideas)

4618CH04

4.1 تعارف (Introduction)

جیومیٹری کی تاریخ بہت قدیم اور گراں قدر ہے۔ انگریزی لفظ جیومیٹری، یونانی لفظ جیومیٹرون سے بنا ہے۔ اس میں جیو (Geo) کا مطلب زمین ہے اور میٹرون (Metron) کا مطلب پیائش ہے۔ تاریخ دانوں کے مطابق زمانہ قدیم میں غالبًا آرٹ، فنِ تعمیر اور پیائش کی ضروریات کی وجہ سے ہی جیومیٹری کے تصورات شکل پذیر ہوئے۔ اس میں وہ مواقع بھی شامل ہوسکتے ہیں جن میں کھیتی باڑی کی زمین کی حدود کی نشاندہی کرنی ہوتی تھی تاکہ اس میں کسی طرح کی غلطیاں نہ ہوسکیں۔ عالی شان شاہی محلوں، عبادت گاہوں، جھیلوں، باندھوں اور شہروں وغیرہ کی تعمیر اور آرٹ اور واستو کلا میں ان تصورات کی ضرورت ہوتی تھی۔ یہاں تک کہ آج کے زمانے میں بھی ہر طرح کے فن، فن تعمیر، پیائش، انجینئرنگ

اور کپڑوں کے ڈیزائن وغیرہ میں جیومیٹری کے تصورات کی عکاسی ہوتی ہے۔ آپ نے مختلف طرح کی چیزوں کو دیکھا ہوگا اور انھیں استعمال بھی کیا ہوگا جیسے باکس، میز، کتابیں، لنچ باکس، جو آپ اسکول لے کر جاتے ہیں، گیند جس سے آپ کھیلتے ہیں وغیرہ ان تمام چیزوں کی بناوٹیں مختلف ہوتی ہیں۔ اسکیل جو آپ استعمال کرتے ہیں، پنسل جس سے آپ لکھتے ہیں، بالکل سیدھی چیزیں ہیں۔ چوڑی، ایک روپے کا سکہ یا بال وغیرہ گول چیزیں ہوتی ہیں۔

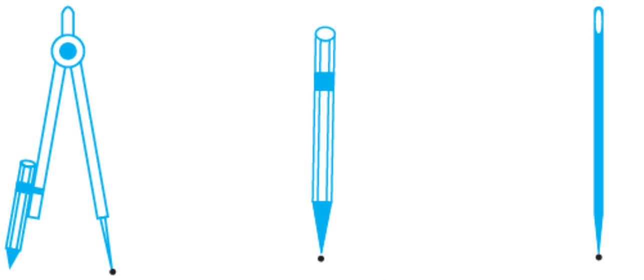


یہاں پر آپ کچھ دلچسپ حقیقتوں کے بارے میں پڑھیں گے جس سے آپ کو اپنے آس پاس کی چیزوں کی بناوٹ کو سمجھنے میں اور زیادہ مدد ملے گی۔

4.2 نقطے (Points)

پنسل کی باریک نوک سے کاغذ پر ایک نشان لگائیں جتنی باریک نوک ہوگی اتنا ہی چھوٹا نشان ہوگا۔ یہ تقریباً نا نظر آنے والا چھوٹا سا نشان ہی آپ کے لیے نقطہ کا تصور پیش کرتا ہے۔

نقطہ مقررہ مقام کا پتہ دیتا ہے۔ درج ذیل میں نقطہ کے کچھ نمونے دیے گئے ہیں۔



سوئی کا نوکیلا سرا　　پنسل کا باریک سرا　　پرکار کی نوک

اگر آپ کسی کاغذ پر تین نقطے لگاتے ہیں تو آپ کو ان میں فرق واضح کرنا ہوگا۔ اس کے لیے ان کو انگریزی کے بڑے حروف جیسے A، B، C وغیرہ سے الگ الگ ظاہر کیا جاتا ہے۔

•B　　یہ نقطہ A، نقطہ B اور نقطہ C پڑھے جانے چاہئیں۔

•A　•C　　یقیناً یہ نقطے دکھائی نہ دینے کی حد تک ہلکے ہونے چاہئیں۔

کوشش کیجیے

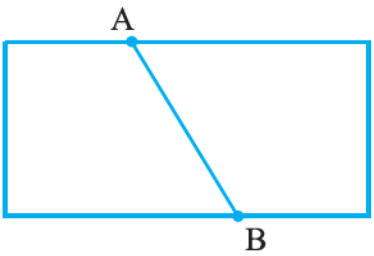
1۔ ایک نوک دار پنسل سے کاغذ پر چار نقطہ بنائیے اور ان کو A، C، P، H سے ظاہر کیجیے۔ ان نقطوں کے نام مختلف طریقوں سے رکھنے کی کوشش کیجیے۔ جیسے ایک طریقہ یہ ہوسکتا ہے۔

A•　　•C

P•　　•H

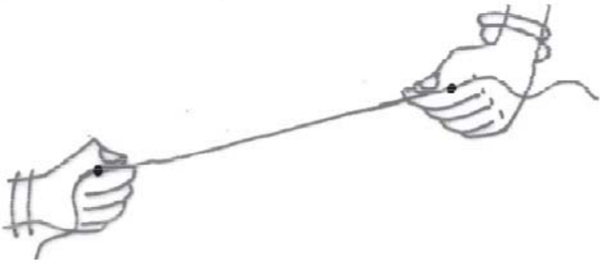
2۔ آسمان کا ایک تارہ بھی نقطہ کا تصور دیتا ہے۔ اپنی روزمرہ کی زندگی سے پانچ ایسی صورت حال کی نشاندہی کیجیے۔

4.3 قطعہ خط (A Line Segment)

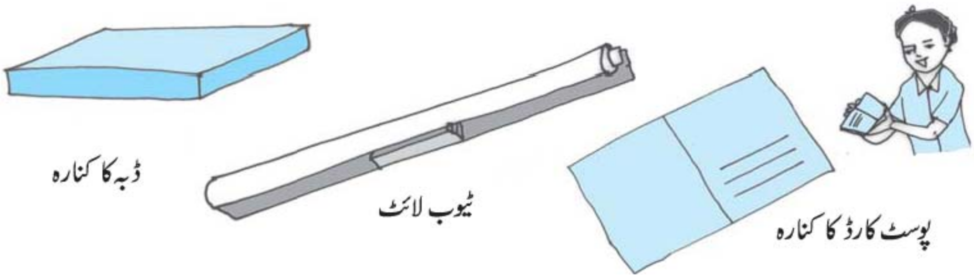


ایک کاغذ کو موڑیے اور پھر اس کو کھولیے۔ کیا آپ کو اس پر شکن نظر آرہی ہے۔ یہ قطعہ خط کا تو تصور پیش کرتی ہے۔ اس کے دوسرے نقطے A اور B ہیں۔

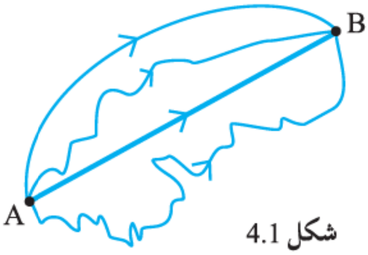
ایک باریک تاگا لیجیے،اس کے دونوں سروں کو پکڑیے اور کھینچیے ۔ اس میں کوئی جھول نہ آئے یہ ایک قطعہ خط کو ظاہر کر رہا ہے۔ ہاتھوں سے پکڑے جانے والے سرے اس قطعہ خط کے سرے کے نقطے ہیں۔



درج ذیل قطعہ خط کے کچھ نمونے دیے گئے ہیں:



اپنے ارد گرد کی چیزوں میں سے قطعہ خط کی کچھ اور مثالیں دیجیے۔



شکل 4.1

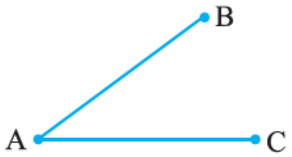
کاغذ پر کوئی دو نقطے A اور B لگائیے۔A سے B کو تمام ممکنہ راستوں سے ملانے کی کوشش کیجیے۔

A سے B کے درمیان سب سے چھوٹا راستہ کون سا ہے؟

یہاں پر دکھایا گیا ہے کہ A سے B کو ملانے والا سب سے چھوٹا راستہ ہی ایک قطعہ خط ہے۔اس کو $\overline{AB}$ یا $\overline{BA}$ سے ظاہر کرتے ہیں۔ نقطے A اور B قطعہ خط کے سرے کے نقطے کہلاتے ہیں۔

کوشش کیجیے

1۔ شکل 4.2 میں قطعہ خط کا نام بتائیے۔
کیا نقطہ A ہر قطعہ خط کا سرے کا نقطہ ہے؟



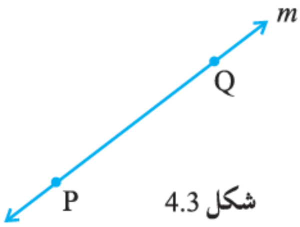
شکل 4.2

4.4 خط (A Line)

تصور کیجیے کہ A سے B تک کا قطعہ خط (یعنی $\overline{AB}$) کو اگر نقطہ A سے آگے کی سمت اور نقطہ B کو دوسری سمت میں لامحدود حد تک بڑھایا جائے (شکل دیکھیے) اب آپ

کو ایک خط کا نمونہ مل گیا ہے۔

کیا آپ سمجھتے ہیں کہ آپ ایک خط کی مکمل تصویر بنا سکتے ہیں؟ نہیں (کیوں؟)



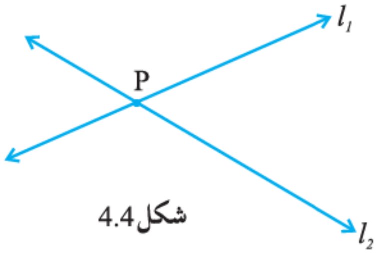
شکل 4.3

دونقطوں A اور B سے گزرنے والے خط کو $\overleftrightarrow{AB}$ لکھتے ہیں۔ اس کو دونوں سمتوں میں لا انتہا یا لامحدود حد تک بڑھایا جاسکتا ہے۔ اس لیے اس میں بے شمار نقطے شامل ہوسکتے ہیں۔ (اس کے بارے میں سوچیے۔)

ایک خط کا تعین کرنے کے لیے دو نقطے کافی ہوتے ہیں۔ ہم کہتے ہیں کہ دو نقطے ہی خط کو متعین کرتے ہیں۔

متصل شکل 4.3 ایک خط $\overleftrightarrow{PQ}$ کی ہے۔ کبھی کبھی خط کو l, m جیسے انگریزی حرف سے بھی ظاہر کردیتے ہیں۔

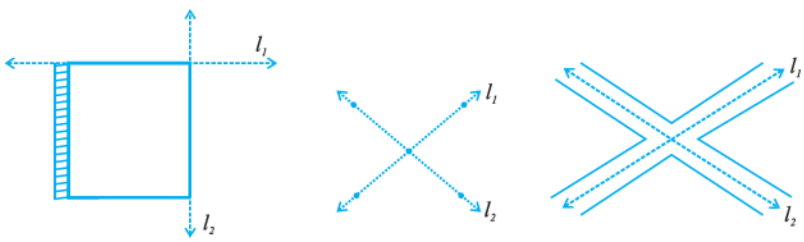
4.5 قاطع خطوط (Intersecting Lines)



شکل 4.4

شکل 4.4 کو دیکھیے دو خط l_1 اور l_2 دکھائے گئے ہیں۔ دونوں خط نقطہ P سے گزرتے ہیں۔ ہم یہ بھی کہہ سکتے ہیں کہ l_1 اور l_2 نقطہ P پر ایک دوسرے کو کاٹتے ہیں۔ اگر دو خطوط کا ایک مشترک نقطہ ہوتا ہے تو یہ خطوط قاطع کرنے والے خطوط کہلاتے ہیں۔

درج ذیل کچھ قاطع خطوط کے نمونے دیے گئے ہیں (شکل 4.5)۔ قاطع خطوط کے کچھ اور نمونے تلاش کرنے کی کوشش کیجیے۔



آپ کی کتاب کے دو متصل ضلع — انگریزی حرف X — ایک دوسرے کو قطع کرتی ہوئی سڑکیں

شکل 4.5

اسے کیجیے

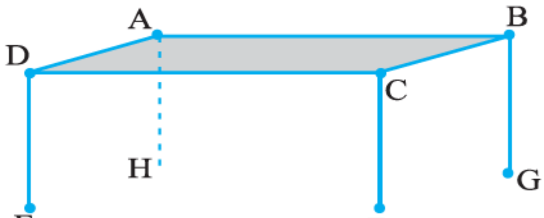
کاغذ کی ایک شیٹ لیجیے قاطع خطوط کو ظاہر کرنے کے لیے اس کو دو بار موڑیے (اور ان کو دبایئے)۔ پھر اس پر بحث کیجیے۔

(a) کیا دو خطوط ایک دوسرے کو ایک سے زیادہ نقطوں پر کاٹ سکتے ہیں؟

(b) کیا دو سے زیادہ خطوط ایک دوسرے کو ایک نقطہ پر کاٹ سکتے ہیں۔

4.6 متوازی خطوط (Parallel Lines)

آیئے اس میز کو دیکھتے ہیں۔ اس کی اوپری سطح ABCD بالکل سپاٹ ہے۔ کیا آپ کو اس پر کچھ نقطے اور قطعہ خط نظر آرہے ہیں؟ کیا اس میں قاطع خطوط بھی ہیں؟



شکل 4.6

جی ہاں خطوط $\overline{AB}$ اور $\overline{BC}$ ایک دوسرے کو نقطہ B پر کاٹتے ہیں۔ کون سی قطعات خط A؟ C؟ اور D پر کاٹتے ہیں؟
کیا خطوط $\overline{AD}$ اور $\overline{CD}$ ایک دوسرے کو کاٹتے ہیں؟

کیا خطوط $\overline{AD}$ اور $\overline{BC}$ ایک دوسرے کو کاٹتے ہیں؟

آپ نے دیکھا کہ میز کی سطح پر کچھ خطوط ایسے بھی ہیں جو ایک دوسرے سے نہیں ملتے ہیں۔ چاہے ان کو جتنا بھی بڑھایا جائے؟ $\overline{AD}$ اور $\overline{BC}$ ایک ایسا ہی جوڑا ہے۔ کیا آپ میز کی سطح پر ایسا ہی ایک اور جوڑا بتا سکتے ہیں (جو ایک دوسرے کو نہ کاٹے)۔

ایسے خطوط جو کسی نقطہ پر نہیں ملتے متوازی کہے جاتے ہیں اور انھیں متوازی خطوط کہتے ہیں۔

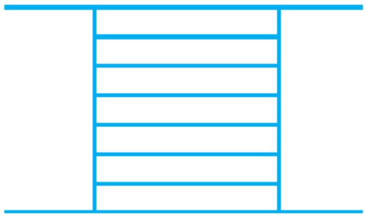
سوچیے، بحث کیجیے اور لکھیے

متوازی خطوط آپ اور کہاں دیکھتے ہیں؟ اس کی دس مثالیں تلاش کرنے کی کوشش کیجیے۔

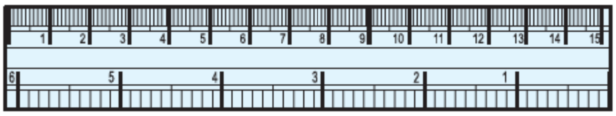
اگر دو خطوط $\overline{AB}$ اور $\overline{CD}$ متوازی ہیں تو اس کو ہم $\overleftrightarrow{AB} \| \overleftrightarrow{CD}$ لکھتے ہیں۔

اگر دو خطوط l_1 اور l_2 متوازی ہیں تو اس کو ہم $l_1 \| l_2$ لکھتے ہیں۔

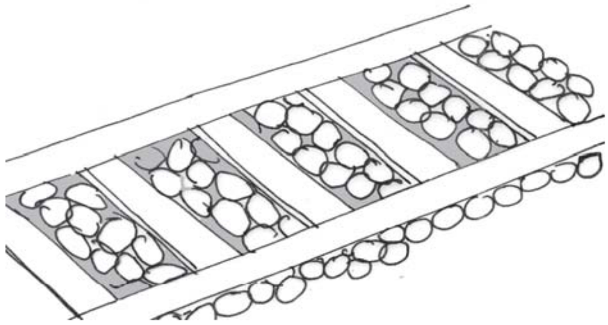
کیا آپ مندرجہ ذیل اشکال میں متوازی خطوط کو پہچان سکتے ہیں؟



کھڑکی کی سلاخیں



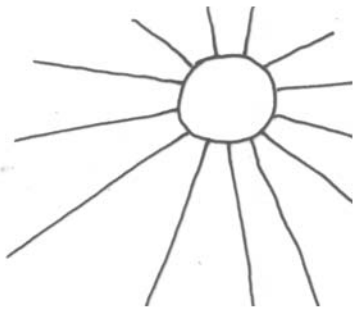
پیمانہ (اسکیل) کے مخالف کنارے



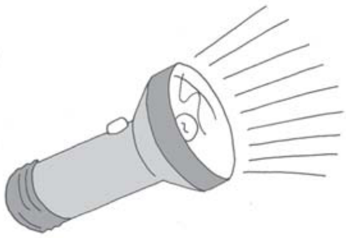
ریل کی پٹری

4.7 شعاع (Ray)

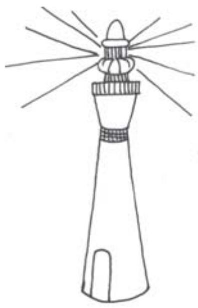
درج ذیل میں شعاع کے کچھ نمونے دکھائے گئے ہیں۔



سورج کی شعاعیں



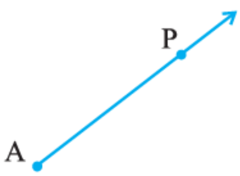
ایک ٹارچ سے نکلنے والی روشنی کی شعاعیں



ایک لائٹ ہاؤس سے نکلنے والی لائٹ کی شعاع

شعاع خط کا حصہ ہوتی ہے۔ یہ ایک نقطہ سے شروع ہوتی ہے۔ (جس کو نقطہ آغاز یا ابتدائی نقطہ کہتے ہیں۔) یہ ایک ہی سمت میں لامحدود حد تک بڑھائی جاسکتی ہے۔

شعاع کی ڈائی گرام (شکل 4.7) کو دیکھیے اس شعاع پر دو نقطے دکھائے گئے ہیں۔ یہ ہیں (a) A، ابتدائی نقطہ (b) P، شعاع پر واقع کوئی دوسرا نقطہ اس کو ہم $\overrightarrow{AP}$ سے ظاہر کرتے ہیں۔



شکل 4.7