विद्युत धारा
ELECTRIC CURRENT

5
CHAPTER

[illegible]

जब भिन्न–भिन्न विद्युत विभव वाले दो पृथक्क्त चालकों को परस्पर किसी तार द्वारा जोड़ा जाता है तब इलेक्ट्रॉनों का प्रवाह निम्न विभव के चालक से उच्च विभव के चालक की ओर होने लगता है। दूसरे शब्दों में यह कहा जा सकता है कि धन आवेश का प्रवाह उच्च विभव वाले चालक से निम्न विभव वाले चालक की ओर होने लगता है। यह प्रवाह उस समय तक जारी रहता है, जब तक कि दोनों चालकों का विभव एकसमान नहीं हो जाता। आवेश प्रवाहित होने से ही विद्युत धारा प्रवाहित होती है। निरन्तर विद्युत धारा प्राप्त करने के लिए चालकों के मध्य (अथवा एक ही चालक के दो बिन्दुओं के मध्य) विभवान्तर सदैव नियत रहना चाहिए। इसके लिए सेल या बैटरी प्रयुक्त करते हैं। सेल या बैटरी में रासायनिक क्रिया के कारण दो चालकों के मध्य विभवान्तर नियत बना रहता है।

5.1 विद्युत धारा (Electric Current)

विद्युत क्षेत्र में स्थित प्रत्येक आवेशित कण पर एक विद्युत बल कार्य करता है। यदि कण धनावेशित है तो बल की दिशा विद्युत क्षेत्र के अनुदिश होती है, यदि कण ऋणावेशित है तो बल की दिशा क्षेत्र के विपरीत होती है। यदि कण गति करने के लिये स्वतंत्र है तो वह इस बल के अन्तर्गत गति करने लगता है। आवेश की गति की अवस्था को 'विद्युत धारा' कहते हैं अर्थात् **जब किसी चालक में आवेश एक स्थान से किसी अन्य स्थान तक प्रवाहित होता है तो इस आवेश प्रवाह की दर को विद्युत धारा कहते हैं।** विभवान्तर आरोपित करने पर धन कण जिस दिशा में गति करते हैं उसे विद्युत धारा की दिशा कहते हैं, अर्थात् विद्युत धारा की दिशा ऋणावेशित इलेक्ट्रॉन की गति की दिशा के विपरीत होती है।

सभी गतिमान आवेशों द्वारा विद्युत धारा स्थापित नहीं होती है। किसी पृष्ठ से धारा प्रवाह के लिए, उस पृष्ठ से आवेश का नैट प्रवाह होना आवश्यक है।

(i) यदि किसी पृष्ठ के बांयी ओर से दायीं ओर तथा दांयी ओर से बांयी ओर समान प्रकृति के आवेशों की समान मात्रायें समान समयान्तराल में प्रवाहित होती हैं तो उस समयान्तराल में इस पृष्ठ से आवेश का नैट प्रवाह शून्य होता है, अतः उस पृष्ठ से कोई धारा प्रवाहित नहीं होती है।

उदाहरणार्थ–चालक पदार्थ में उपस्थित मुक्त इलेक्ट्रॉनों (इन्हें चालन इलेक्ट्रॉन–conduction electrons भी कहते हैं) की यादृच्छिक गति (Random motion) के कारण यद्यपि ये इलेक्ट्रॉन निरन्तर गति करते रहते हैं, किन्तु चालक के भीतर खींचे गये किसी काल्पनिक पृष्ठ से बांयीं ओर से दायीं ओर तथा दांयीं ओर से बांयीं ओर किसी समयान्तराल में इलेक्ट्रॉन की समान संख्या गुजरती है, क्योंकि सम्पूर्ण चालक में प्रत्येक स्थान पर इलेक्ट्रॉन संख्या घनत्व (प्रति एकांक आयतन में इलेक्ट्रॉनों की संख्या) सदैव एक समान रहता है। अतः इस पृष्ठ से गुजरने वाला नैट आवेश शून्य है। इस कारण चालक में इलेक्ट्रॉन की यादृच्छिक गति के कारण कोई धारा उत्पन्न नहीं होती है।

(ii) यदि किसी पृष्ठ के एक ओर से दूसरी ओर विपरीत प्रकृति के आवेशों की समान मात्रायें समान समय में प्रवाहित हों, तो भी उस पृष्ठ से आवेश का नैट प्रवाह शून्य होता है, अतः धारा भी शून्य होती है।

उदाहरणार्थ–किसी नली से होकर पानी के बहने पर पानी के अणुओं में उपस्थित धन तथा ऋण आवेशों की समान मात्रायें समान दिशा में बहती है। अतः आवेश का नैट प्रवाह शून्य होने के कारण धारा भी शून्य होती है।

किसी विद्युत परिपथ में विद्युत धारा की माप आवेश के प्रवाह की दर से की जाती है। **किसी परिपथ में 1 सेकण्ड में जितना आवेश प्रवाहित होता है उसे ही उस परिपथ की विद्युत धारा कहते हैं। इसे I द्वारा प्रदर्शित करते हैं।**

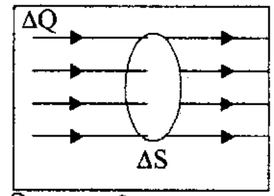
यदि किसी क्षेत्रफल से Δt समय में ΔQ आवेश प्रवाहित होता है तो

औसत विद्युत धारा $\bar{I} = \dfrac{\Delta Q}{\Delta t}$ .....(1)

अतः किसी समय t पर विद्युत धारा (तात्क्षणिक धारा) निम्न रूप में प्राप्त होगी–

$$I = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

$$I = \frac{dQ}{dt} \text{ कूलॉम/सेकण्ड (एम्पियर)}$$



चित्र 5.1

इस संबंध से धारा I ज्ञात होने पर निश्चित समयान्तराल में किसी परिच्छेद से गुजरने वाले आवेश की मात्रा निम्न समीकरण द्वारा व्यक्त की जाती है–

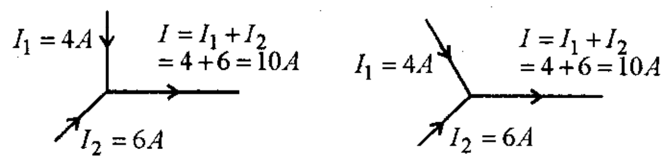
$$Q = \int_{t_1}^{t_2} I\,dt \quad \text{कूलॉम}$$

विद्युत धारा का SI मात्रक एम्पियर है। धारा का CGS मात्रक धारा का विद्युत चुम्बकत्व मात्रक (emu of current) है, इसे बॉयट (Biot-Bi) या एब (ab) एम्पियर कहते हैं।

$$1 \text{ एम्पियर} = \frac{1 \text{ कूलॉम}}{1 \text{ सेकण्ड}} = \frac{1}{10}\,\frac{\text{आवेश का विद्युत चुम्बकत्व मात्रक}}{\text{सेकण्ड}} = \frac{1}{10}\text{ Bi (ab-ampere)}$$

विद्युत धारा से सम्बन्धित मुख्य तथ्य (Important Facts related to Electric current)–यद्यपि परंपरा के अनुसार धारा की एक दिशा होती है (इलेक्ट्रॉनों के प्रवाह के विपरीत), परन्तु यह सदिश राशि नहीं है। ऐसा इस कारण है कि धारा को सरल बीजगणितीय नियम से जोड़ा जा सकता है, केवल अदिश राशियों को ही सरल बीजगणित द्वारा जोड़ा जा सकता है, सदिश राशियों को नहीं।

दो सदिशों का योगफल, सदिशों के परिमाण तथा उनके मध्य कोण पर निर्भर करता है। चित्रानुसार यह स्पष्ट होता है कि दो धाराओं के मध्य कोण भिन्न-भिन्न होने पर भी इनका योगफल समान हैं जो इस बात को व्यक्त करता है कि दो धाराओं का योगफल उनके मध्य कोण पर निर्भर नहीं करता है।



चित्र 5.2

अतः विद्युत धारा एक अदिश राशि है।

विद्युत धारा से सम्बन्धित यह महत्वपूर्ण है कि केवल इलेक्ट्रॉनों के

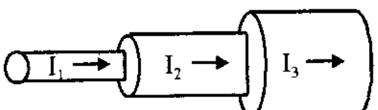
प्रवाह के कारण उत्पन्न आवेश प्रवाह ही विद्युत धारा नहीं होती है बल्कि जड़त्व का गुण रखने वाला कोई भी आवेश प्रवाहित होने पर विद्युत धारा उत्पन्न होती है।

विद्युत धारा आवेश प्रवाह की दर है, अतः आवेश संरक्षण के नियम के अनुसार किसी चालक के एक सिरे से किसी समयान्तराल में जितना आवेश चालक में प्रवेश करता है, चालक के दूसरे सिरे से उसी समयान्तराल में उतना ही आवेश चालक से बाहर निकलता है। अतः

(i) किसी चालक में प्रवाहित धारा चालक के अनुप्रस्थ काट में होने वाले परिवर्तन से अप्रभावित रहती है।

(ii) चालक में धारा प्रवाहित होने पर चालक विद्युत उदासीन (Electrically neutral) रहता है।

असमान परिच्छेद के चालक से धारा का प्रवाह - **किसी दिये हुए चालक के लिये धारा का मान उसके अनुप्रस्थ काट के क्षेत्रफल के बदलने से नहीं बदलता है। दिये गये चित्र में $I_1 = I_2 = I_3$**



चित्र 5.3

भिन्न–भिन्न स्थितियों में धारा भिन्न–भिन्न आवेश वाहकों के प्रवाह द्वारा होती है–

(i) चालकों तथा निर्वात नलिकाओं (Vacuum tubes) में इलेक्ट्रॉन के प्रवाह से।

(ii) विद्युत अपघट्य में धन तथा ऋण आयनों के प्रवाह से।

(iii) अर्द्धचालक (semi conductor) में इलेक्ट्रॉन तथा होल (Hole) के प्रवाह से।

(iv) परमाण्वीय गैस से भरी विसर्जन नलिका में धन आयन तथा इलेक्ट्रॉन के प्रवाह से।

5.2 धारा घनत्व (Current Density)

किसी चालक के प्रति एकांक अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल से गुजरने वाली धारा, धारा घनत्व कहलाती है।

यदि किसी चालक में किसी बिन्दु P पर एक अल्पांश क्षेत्रफल ΔS के लम्बवत् अर्थात् सदिश क्षेत्रफल $\vec{\Delta S}$ की दिशा में कोई धारा ΔI प्रवाहित होती हो तो उस बिन्दु पर धारा घनत्व $\vec{J}$ का औसत मान

$$\vec{J} = \frac{\Delta I}{\Delta S}\hat{n} \qquad (\vec{\Delta S} = \Delta S\hat{n}) \qquad .....(1)$$

अतः किसी क्षण t पर धारा घनत्व

$$\vec{J} = \lim_{\Delta S \to 0}\frac{\Delta I}{\Delta S}\hat{n}$$

$$\vec{J} = \frac{dI}{dS}\hat{n} \qquad .....(2)$$

यदि क्षेत्रफल ΔS, धारा के अभिलम्बवत् नहीं होता बल्कि क्षेत्रफल का अभिलम्ब धारा की दिशा से कोण θ बनाता है तब धारा घनत्व–

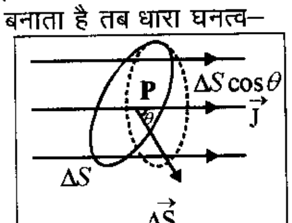
$$J = \frac{\Delta I}{\Delta S\cos\theta}$$

या $\quad \Delta I = J\,\Delta S\cos\theta$

या $\quad \Delta I = \vec{J}\cdot\vec{\Delta S}$ .....(3)

यदि क्षेत्रफल निश्चित होता तो

$$I = \int \vec{J}\cdot d\vec{S}$$



चित्र 5.4

अर्थात् धारा को धारा घनत्व का फ्लक्स कहा जाता है।

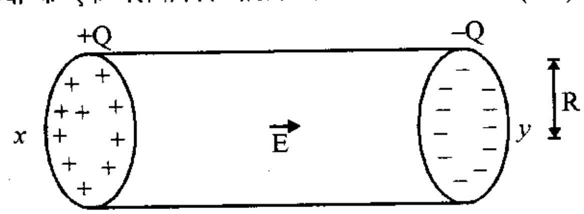
धारा घनत्व चालक के भीतर किसी बिन्दु का अभिलाक्षणिक गुण (Characteristic property) है। यह एक **सदिश राशि** है। चालक के भीतर किसी बिन्दु पर धारा घनत्व की दिशा इस बिन्दु पर धन आवेश के चलने की दिशा अर्थात् धारा I की दिशा होती है।

5.3 धात्विक चालकों में विद्युत आवेश का प्रवाह (Flow of electric charge in metallic conductors)

धात्वीय चालकों में विद्युत धारा का प्रवाह मुक्त इलेक्ट्रॉनों द्वारा होता है। प्रत्येक पदार्थ परमाणुओं से मिलकर बना होता है। परमाणु में नाभिक के समीप की कक्षा के इलेक्ट्रॉन, नाभिक के धनावेश के द्वारा प्रबल आकर्षण बल द्वारा बंधे रहते है, जबकि दूरस्थ कक्षा के इलेक्ट्रॉन अपेक्षाकृत अल्प बल से बंधे होते है अर्थात् परमाणु के उन इलेक्ट्रॉनों को जो नाभिक से दूरस्थ होते हैं, उन्हें आसानी से अलग किया जा सकता है। (घर्षण अथवा गर्म करके) इनमें से कुछ इलेक्ट्रॉन परमाणु से अलग होकर सम्पूर्ण पदार्थ में (अर्थात् परमाणुओं के मध्य रिक्त स्थान में) स्वतंत्रतापूर्वक विचरित होते रहते है। ये इलेक्ट्रॉन, जो अपने परमाणु से अलग होकर मुक्त अथवा स्वतंत्र अवस्था में रहते हैं, मुक्त इलेक्ट्रॉन या चालन इलेक्ट्रॉन कहलाते हैं। जबकि वे परमाणु जिनसे इलेक्ट्रॉन अलग होते हैं, धनायन कहलाते है। किसी पदार्थ की विद्युत चालकता मुक्त इलेक्ट्रॉनों की संख्या पर निर्भर करती है। जिन पदार्थों में मुक्त इलेक्ट्रॉनों की संख्या अधिक होती है वे विद्युत के अच्छे चालक होते है। तांबे में लगभग 10^{29} मुक्त इलेक्ट्रॉन प्रति मीटर^3 होते है। चांदी विद्युत का सबसे अच्छा चालक है। इसके बाद क्रमशः तांबा, सोना तथा ऐलुमिनियम आता है।

चालक में प्रत्येक स्थान पर मुक्त इलेक्ट्रॉनों का वितरण अर्थात् इलेक्ट्रॉन घनत्व (electron density) सदैव एकसमान रहता है अर्थात् चालक में प्रति एकांक आयतन में, मुक्त इलेक्ट्रॉनों की संख्या, चालक के प्रत्येक भाग में एकसमान ही रहती है तथा चालक सदैव विद्युत उदासीन ही रहता है। अतः चालक के भीतर खींचे गये किसी काल्पनिक पृष्ठ से बांयी ओर से दांयी ओर तथा दांयी ओर से बांयी ओर किसी समयान्तराल में मुक्त इलेक्ट्रॉनों की समान संख्या गुजरती है। अतः इस पृष्ठ से गुजरने वाला नैट आवेश शून्य है। इस कारण चालक में मुक्त इलेक्ट्रॉनों की यादृच्छिक गति के कारण कोई धारा प्रवाहित नहीं होती है।

किसी चालक पर विद्युत क्षेत्र के प्रभाव का अध्ययन करने के लिए R त्रिज्या के एक बेलनाकार चालक पर विचार करते हैं। (चित्र)



चित्र 5.5

जब इस चालक के फलकों x तथा y पर क्रमशः एक समान रूप से वितरित +Q तथा –Q आवेश की परावैद्युत पदार्थ से निर्मित समान त्रिज्या R की पतली चकतियों को चित्रानुसार व्यवस्थित किया जाता है तब सिरों x तथा y के मध्य एक विद्युत क्षेत्र उत्पन्न हो जाता है जिसकी दिशा x से y की ओर होती है। इस विद्युत क्षेत्र के कारण चालक के मुक्त इलेक्ट्रॉनों पर एक बल $\vec{F} = -e\vec{E}$ लगता है, जिसके फलस्वरूप ये इलेक्ट्रॉन विद्युत क्षेत्र की दिशा के विपरीत दिशा में गति करने लगते है और विद्युत क्षेत्र की दिशा में धारा प्रवाहित होने लगती है ($\because$ धारा, इलेक्ट्रॉन की गति की दिशा के विपरीत दिशा में प्रवाहित होती है।) उपरोक्त स्थिति में धारा प्रवाह अल्प समय के लिए ही होता है।

इस प्रकार किसी चालक के सिरों के मध्य विभवान्तर आरोपित किया जाता है तब विद्युत क्षेत्र के कारण इलेक्ट्रॉन विद्युत क्षेत्र की विपरीत दिशा में निम्न विभव वाले सिरे से उच्च विभव के सिरे की ओर प्रवाहित होने लगते

है जिससे विद्युत धारा प्रवाहित होने लगती है। ठोस पदार्थों में विद्युत धारा के प्रवाह की दिशा इलेक्ट्रॉन के प्रवाह की दिशा के विपरीत मानी जाती है। इस प्रकार ठोस पदार्थों में इलेक्ट्रॉन विद्युत धारा के वाहक होते हैं।

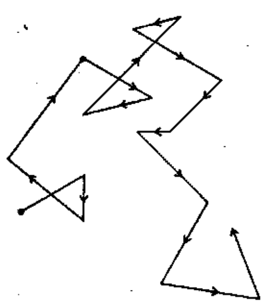
महत्वपूर्ण–बहुत से द्रव, जैसे लवण के जलीय विलयन, अम्ल तथा क्षार में भी धारा प्रवाह करने का गुण होता है। इन द्रवों को चालक द्रव कहते हैं। वे द्रव जिनमें धारा प्रवाह नहीं होता है, जैसे शुद्ध जल, कार्बनिक द्रव तथा तेल आदि अचालक द्रव कहलाते है। द्रवों में धारा का प्रवाह धन या ऋण आयनों द्वारा होता है न कि मुक्त इलेक्ट्रॉनों द्वारा।

5.4 अपवाह वेग तथा गतिशीलता (Drift velocity and mobility)

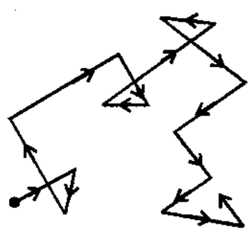
[illegible]

हम पढ़ चुके हैं कि चालक में चल आवेश वाहक मुक्त इलेक्ट्रॉन होते है। चालक के भीतर ऊष्मीय ऊर्जा के कारण इनकी गति अनियमित/यादृच्छिक होती है तथा कमरे के ताप पर यह चाल लगभग 10^5 मी./से. होती है। (चित्र (i))

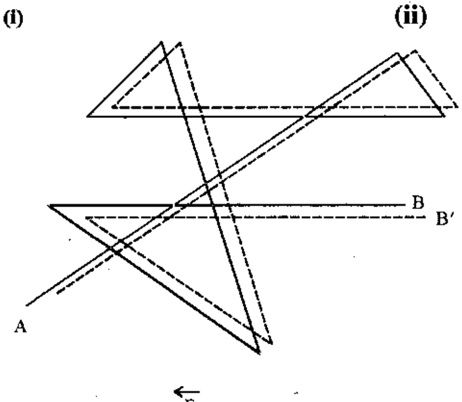
इन मुक्त इलेक्ट्रॉनों की चालक के भीतर उपस्थित परमाणु, धनायन तथा अन्य मुक्त इलेक्ट्रॉनों से निरन्तर टक्करें होती रहती है। इन दो क्रमागत टक्करों के मध्य इलेक्ट्रॉन का पथ लगभग सरल रेखीय होता है। **दो क्रमागत टक्करों के मध्य मुक्त इलेक्ट्रॉन द्वारा इस सरल रेखीय पथ पर चली गई दूरी को मुक्त इलेक्ट्रॉन का मुक्त पथ (free path) कहते है तथा इन दूरियों के माध्य मान को ''माध्य मुक्त पथ'' (Mean free path) कहते हैं अथवा दो क्रमागत टक्करों के मध्य किसी मुक्त इलेक्ट्रॉन द्वारा तय की गई औसत दूरी को मुक्त इलेक्ट्रॉन का माध्य मुक्त पथ ($\bar{\lambda}$) कहते है।** माध्य मुक्त पथ का मान लगभग 10^{-9} मीटर होता है।



चित्र (i)



(ii)



(iii)

चित्र 5.6

किसी मुक्त इलेक्ट्रॉन को दो क्रमागत टक्करों के मध्य मुक्त पथ पर चलने में जो समय लगता है उसे विश्रांति काल (Relaxation time) कहते है अथवा दो क्रमागत टक्करों के मध्य लगे समय को ही विश्रांति काल कहते हैं तथा चालक में उपस्थित सभी मुक्त इलेक्ट्रॉनों के विश्रांति कालों के औसत (माध्य) को माध्य विश्रांति काल (mean relaxation time) कहते हैं विश्रांति काल को प्रायः τ तथा माध्य विश्रांति काल को $\bar{\tau}$ द्वारा व्यक्त करते है।

जब किसी चालक के दोनों सिरों के मध्य बैटरी द्वारा विभवान्तर आरोपित किया जाता है तब चालक के प्रत्येक बिन्दु पर विद्युत क्षेत्र उत्पन्न हो जाता है। इस विद्युत क्षेत्र के कारण मुक्त इलेक्ट्रॉन क्षेत्र के विपरीत दिशा में एकसमान त्वरित होते हैं। इस एकसमान त्वरण के कारण मुक्त इलेक्ट्रॉनों की अनियमित गति पर एक नियमित गति प्रत्येक क्षण अध्यारोपित होती रहती है, जिसके फलस्वरूप इलेक्ट्रॉन चालक में उपस्थित परमाणुओं आदि से टकराते हुए भी एक निश्चित दिशा में ($\vec{E}$ के विपरीत) तनिक विस्थापित होते रहते है। जैसा चित्र (ii) व (iii) से स्पष्ट है कि आरोपित विद्युत क्षेत्र के कारण मुक्त इलेक्ट्रॉनों पर एक नियत वेग आ जाता है।

चालक पर आरोपित विभवान्तर के कारण मुक्त इलेक्ट्रॉनों में उत्पन्न होने वाले इस नियमित औसत वेग को ही मुक्त इलेक्ट्रॉनों का अपवाह वेग या अपवहन वेग (drift velocity) कहते हैं। इसे प्रायः v_d से प्रदर्शित करते है। अपवहन वेग का मान प्रायः बहुत कम (लगभग 10^{-4} मी./से.) होता है। चालकों में धारा प्रवाह मुक्त इलेक्ट्रॉनों के अपवहन वेग के कारण ही होता है। इस नियमित वेग के कारण चालक के भीतर किसी भी स्थान पर आवेश का नैट प्रवाह (विद्युत क्षेत्र की दिशा के विपरीत दिशा में ऋण आवेशित इलेक्ट्रॉनों का प्रवाह) होता है तथा चालक में धारा (I) चालक में उपस्थित विद्युत क्षेत्र की दिशा में प्रवाहित होती है।

अपवहन वेग के सूत्र की व्युत्पत्ति-

माना किसी चालक में n मुक्त इलेक्ट्रॉन है तथा किसी क्षण इनके अनियमित (ऊष्मीय) वेग क्रमशः $\vec{u}_1, \vec{u}_2, \ldots\ldots, \vec{u}_n$ हैं। माना इन इलेक्ट्रॉनों का माध्य विश्रांति काल $\bar{\tau}$ है अर्थात् प्रत्येक इलेक्ट्रॉन की दो क्रमागत टक्करों के मध्य सामान्यतः समयान्तराल $\bar{\tau}$ है अथवा प्रत्येक इलेक्ट्रॉन एक टक्कर के $\bar{\tau}$ समय पश्चात् सामान्यतः पुनः टक्कर करता है। माना इन इलेक्ट्रॉनों की दो क्रमागत टक्करों के मध्य लगे समय क्रमशः $\bar{\tau}_1, \bar{\tau}_2, \ldots\ldots, \bar{\tau}_n$ हैं। तब दूसरी टक्कर होने से ठीक पहले इन इलेक्ट्रॉनों के वेग क्रमशः $\vec{u}_1 + \vec{a}\tau_1$, $\vec{u}_2 + \vec{a}\tau_2 \ldots$ तथा $\vec{u}_n + \vec{a}\tau_n$ होते हैं। n मुक्त इलेक्ट्रॉनों के इन n वेगों का माध्य ही मुक्त इलेक्ट्रॉनों का अपवहन वेग (v_d) होता है। अतः

$$\vec{v}_d = \frac{(\vec{u}_1 + \vec{a}\tau_1) + (\vec{u}_2 + \vec{a}\tau_2) + \ldots\ldots + (\vec{u}_n + \vec{a}\tau_n)}{n}$$

$$= \frac{\vec{u}_1 + \vec{u}_2 + \ldots\ldots\ldots + \vec{u}_n}{n} + \frac{\tau_1 + \tau_1 + \ldots\ldots \tau_n}{n}\vec{a}$$

$$= 0 + \bar{\tau}\vec{a}$$

$\because$ $\dfrac{\vec{u}_1 + \vec{u}_2 + \ldots\ldots\ldots + \vec{u}_n}{n}$ = मुक्त इलेक्ट्रॉनों का माध्य ऊष्मीय वेग = शून्य

तथा $\dfrac{\tau_1 + \tau_2 + \ldots\ldots + \tau_n}{n}$ = मुक्त इलेक्ट्रॉनों का माध्य विश्रांतिकाल $= \tau$

$\therefore \quad \vec{v}_d = \tau \vec{a}$

$\vec{v}_d$ की दिशा $\vec{a}$ की दिशा के समान है। $\vec{a}$ की दिशा चालक पर आरोपित विद्युत क्षेत्र की दिशा के विपरीत होती है तथा

$$\vec{v}_d = \tau \frac{\vec{F}}{m} = \frac{\tau}{m}(-e\vec{E})$$

$$\vec{v}_d = -\frac{\tau}{m} e\vec{E} \quad ...(1)$$

अथवा $$|\vec{v}_d| = \frac{e}{m}\tau|-\vec{E}| = \frac{e}{m}\tau\frac{V}{l}$$

$$= \frac{eV}{ml}\tau \quad ....(2)$$

5.4.2 गतिशीलता (Mobility)

∵ मुक्त इलेक्ट्रॉनों का अपवहन वेग

$$\vec{v}_d = -\frac{\tau}{m}e\vec{E}$$

यहाँ e तथा m नियतांक है, जबकि विश्रांतिकाल τ किसी दिए धात्वीय चालक के लिए एक नियतांक है। इस प्रकार नियतांक $\frac{\tau e}{m}$ को दी गई धातु के लिए इलेक्ट्रॉनों की गतिशीलता कहते हैं तथा इसे μ द्वारा व्यक्त करते हैं।

इस प्रकार $$\vec{v}_d = -\mu\vec{E} \quad ...(1)$$
$$v_d = \mu E \quad ...(2)$$

समी. (2) से $v_d \propto E$

मुक्त इलेक्ट्रॉनों के अपवहन वेग तथा आरोपित विद्युत क्षेत्र के परिमाण के अनुपात को मुक्त इलेक्ट्रॉनों की गतिशीलता (mobility) कहते हैं।

अतः $$\mu = \frac{v_d}{E} \quad ...(3)$$

$$\because \quad v_d = \frac{e}{m}\tau E$$

$$\therefore \quad \mu = \frac{e\tau}{m} \quad ...(4)$$

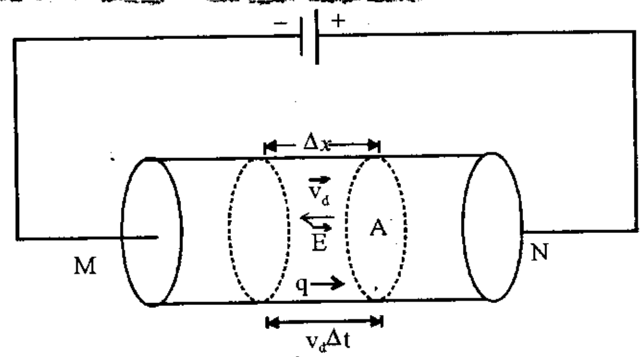
जहाँ τ मुक्त इलेक्ट्रॉनों का माध्य विश्रांति काल है।

मुक्त इलेक्ट्रॉनों की गतिशीलता धनात्मक होती है। इसका SI मात्रक $\frac{\text{मी}^2}{\text{वोल्ट} \times \text{से.}}$ तथा विमीय सूत्र $[M^{-1}L^0T^2A]$ होता है।

गतिशीलता का मान पदार्थ की प्रकृति तथा ताप पर निर्भर करता है। जिस धातु में इलेक्ट्रॉन का अपवहन वेग अधिक होता है, उस धातु में इलेक्ट्रॉन की गतिशीलता भी अधिक होती है।

5.4.3 अपवाह वेग तथा विद्युत धारा में संबंध (Relation between drift velocity and electric current)

माना कि किसी चालक के दोनों सिरों के मध्य एक बैटरी द्वारा V विभवान्तर आरोपित किया गया है। (चित्र) जबकि चालक में प्रवाहित विद्युत धारा I तथा चालक के मुक्त इलेक्ट्रॉनों का अपवहन वेग v_d है। माना चालक के अनुप्रस्थ काट का क्षेत्रफल A तथा चालक के भीतर प्रति एकांक आयतन में मुक्त इलेक्ट्रॉनों की संख्या (इलेक्ट्रॉन घनत्व) n है। तब चालक के Δx लम्बाई के खण्ड का आयतन $A\Delta x$ है, तथा इस खण्ड में उपस्थित मुक्त इलेक्ट्रॉनों की संख्या $nA\Delta x$ है।



चित्र 5.7

प्रत्येक मुक्त इलेक्ट्रॉन पर आवेश का परिमाण e है। अतः चालक के इस खण्ड में उपस्थित आवेश का परिमाण

$$\Delta q = (nA\Delta x)\, e$$

माना Δt समय में मुक्त इलेक्ट्रॉनों द्वारा चली गई दूरी Δx है तब $\Delta x = v_d\, \Delta t$

$$\therefore \quad \Delta q = (nAv_d\Delta t)\, e$$

चालक के इस खण्ड में उपस्थित यह आवेश चालक के अनुप्रस्थ काट क्षेत्र M से Δt समय में प्रवाहित हुआ है अतः चालक में प्रवाहित औसत विद्युत धारा I हो तो

$$\Delta q = I\Delta t$$

$$\therefore \quad I\Delta t = (nAv_d\Delta t)\, e$$

$$\Rightarrow \quad I = nAev_d \quad ....(3)$$

समी. (3) धारा तथा अपवहन वेग में संबंध को व्यक्त करता है।

∵ अपवहन वेग $v_d = \mu E$

∴ समी. (3) से $I = (nAe)(\mu E)$

$$I = nAe\mu E \quad ...(4)$$

समी. (4) धारा तथा मुक्त इलेक्ट्रॉनों की गतिशीलता में संबंध को व्यक्त करता है।

समी. (3) से नियत धारा के लिए

$$nAev_d = \text{नियतांक}$$

$$\Rightarrow \quad Av_d = \text{नियतांक} \quad ...(5)$$

∵ किसी दिए गए धात्वीय चालक के लिए n नियत है।

उपरोक्त समीकरणों से यह स्पष्ट होता है, कि (i) धारा का मान, अपवहन वेग के समानुपाती होता है, अर्थात् $I \propto v_d$

(ii) असमरूप काट क्षेत्रफल के चालक में कम काट क्षेत्रफल के भाग में इलेक्ट्रॉनों का अपवहन वेग अपेक्षाकृत अधिक होता है, ताकि चालक में धारा का मान नियत बना रहता है।

(iii) चालक में धारा का मान इलेक्ट्रॉनों की गतिशीलता के समानुपाती होता है अर्थात् $I \propto \mu$

5.4.4 अपवाह वेग तथा विभवांतर में संबंध (Relation between drift velocity and potential difference)

यदि किसी l लम्बाई तथा एकसमान अनुप्रस्थ काट क्षेत्र के चालक के सिरों पर V विभवांतर आरोपित करने पर मुक्त इलेक्ट्रॉनों का अपवहन वेग v_d हो तो

$$v_d = \frac{\tau e}{m}E \quad ...(i)$$

∵ चालक पर कार्यरत विद्युत क्षेत्र

$$E = \frac{V}{l}$$

∴ समी. (i) से

$$v_d = \frac{\tau e}{m} \cdot \frac{V}{l}$$

$$v_d = \left(\frac{\tau e}{ml}\right)V \quad ...(ii)$$

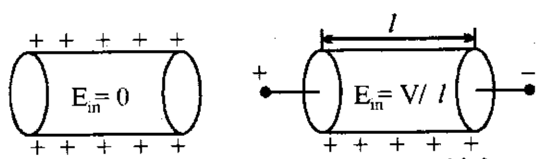
इस प्रकार $v_d \propto V$ ...(iii)

अर्थात् अपवहन वेग, चालक पर आरोपित विभवांतर के समानुपाती होता है। चालक में इलेक्ट्रॉनों का अपवहन वेग चालक की लम्बाई पर निर्भर नहीं करता है।

महत्त्वपूर्ण तथ्य

(i) यदि चालक का व्यास दुगुना कर दिया जाये तब इलेक्ट्रॉनों का अपवहन वेग अप्रभावित रहता है।

(ii) किसी आवेशित चालक के अन्दर विद्युत क्षेत्र शून्य होता है, परन्तु यह किसी धारावाही चालक के भीतर शून्य नहीं होता। धारावाही चालक के बाहर विद्युत क्षेत्र शून्य होता है।



(iii) किसी चालक में मुक्त इलेक्ट्रॉनों की संख्या अत्यधिक होने के कारण, अल्प अपवहन वेग होने पर भी धारा का मान अधिक होता है। धारा का संचरण लगभग प्रकाश की चाल से होता है। इसी कारण विद्युत बल्ब स्विच करने पर तुरन्त प्रकाशित होता है।

(iv) विद्युत क्षेत्र की अनुपस्थिति में, दो क्रमागत टक्करों के बीच इलेक्ट्रॉनों का मार्ग सरलरेखीय होता है, जबकि विद्युत क्षेत्र की उपस्थिति में सामान्यत: वक्राकार होता है।

उदा.1. एक पृष्ठ से गुजरने वाले आवेश Q का मान समय t पर निम्न प्रकार निर्भर करता है–

$$Q = 4t^3 + 5t + 6 \text{ कूलॉम}$$

तब t = 1s पर पृष्ठ से प्रवाहित तात्क्षणिक धारा का मान ज्ञात कीजिए। पाठ्यपुस्तक उदाहरण 5.1

हल– ∵ तात्क्षणिक धारा

$$I = \frac{dQ}{dt} = \frac{d}{dt}(4t^3 + 5t + 6)$$

$$I = 12t^2 + 5$$

∴ t = 1 सेकण्ड पर विद्युत धारा

$$I = 12(1)^2 + 5 = 17 \text{ एम्पियर}$$

उदा.2. (i) एक तार में 20 माइक्रो एम्पियर की धारा 30 सेकण्ड तक बह रही है तो परिकलन कीजिये (a) तार से स्थानान्तरित आवेश (b) तार से स्थानान्तरित इलेक्ट्रोनों की संख्या। ($e = 1.6 \times 10^{-19}$ कूलॉम)

हल– (a) तार से स्थानान्तरित आवेश $q = It$

∴ $q = 20 \times 10^{-6} \times 30$

$= 6 \times 10^{-4}$ कूलॉम

(b) तार से स्थानान्तरित इलेक्ट्रॉनों की संख्या

$$n = \frac{q}{e} = \frac{6 \times 10^{-4}}{1.6 \times 10^{-19}}$$

$= 375 \times 10^{13} = 37.5 \times 10^{14}$ इलेक्ट्रॉन

(ii) किसी विद्युत अपघट्य में 3.2×10^{18} द्विसंयोजी धन आयन प्रति सेकण्ड दांयी ओर तथा 3.6×10^{18} एकल संयोजी ऋणायन बांयी ओर प्रति सेकण्ड अनुगमन करते हैं तब प्रवाहित विद्युत धारा की गणना कीजिए।

हल– माना कि धनायन (q_+) तथा ऋणायन (q_-) के कारण प्रवाहित धारा क्रमश: I_+ तथा I_- है तब

परिणामी धारा $I = I_+ + I_-$

$$= \frac{n_+q_+}{t} + \frac{n_-q_-}{t} = \frac{n_+}{t} \times 2e + \frac{n_-}{t} \times e$$

$= 3.2 \times 10^{18} \times 2 \times 1.6 \times 10^{-19} + 3.6 \times 10^{18} \times 1.6 \times 10^{-19}$

= 16 एम्पियर धनायन के प्रवाह की दिशा में।

उदा.3. $1.0 \times 10^{-7} m^2$ अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल वाले तांबे के तार में 1.5A धारा प्रवाहित हो रही है। इसमें चालक इलेक्ट्रॉनों की औसत अपवाह चाल का आंकलन कीजिए। मान लीजिए कि तांबे का प्रत्येक परमाणु धारा के प्रवाह में एक चालक इलेक्ट्रॉन का योगदान करता है। तांबे का घनत्व 9.0×10^3 kg/m³ तथा इसका परमाणु द्रव्यमान 63.5 u है। पाठ्यपुस्तक उदाहरण 5.2

हल–दिया है–अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल $A = 1 \times 10^{-7}$ मी.^{2},

धारा I = 1.5 एम्पियर

तांबे का घनत्व $\rho = 9.0 \times 10^3$ किग्रा/मी.^{3}, परमाणु भार M = 63.5

चूंकि 63.5 ग्राम तांबे में परमाणुओं की संख्या $= 6 \times 10^{23}$

∴ 1 मी.^{3} (इकाई आयतन) आयतन में उपस्थित तांबे की मात्रा 9×10^3 किग्रा में

$$\text{परमाणुओं की संख्या} = \frac{6 \times 10^{23}}{63.5 \times 10^{-3}} \times 9 \times 10^3$$

चूंकि प्रत्येक परमाणु, एक मुक्त इलेक्ट्रॉन प्रदान करता है अत: तांबे के इकाई आयतन (1 मी.^{3} आयतन) में मुक्त इलेक्ट्रॉन की संख्या या मुक्त इलेक्ट्रॉन संख्या घनत्व

$$n = \frac{6 \times 9 \times 10^{26}}{63.5 \times 10^{-3}}$$

∵ धारा $I = nAev_d$

अत: अपवहन चाल $v_d = \frac{I}{nAe}$

$$= \frac{1.5}{\frac{6 \times 9 \times 10^{26}}{63.5 \times 10^{-3}} \times 1 \times 10^{-7} \times 1.6 \times 10^{-19}}$$

$$\Rightarrow \quad v_d = \frac{1.5 \times 63.5 \times 10^{-3}}{6 \times 9 \times 1.6}$$

$= 1.1 \times 10^{-3}$ मी./से.

उदा.4. (a) **किसी चालक में कुछ एम्पियर धारा के परिसर में किसी इलेक्ट्रॉन की अपवाह गति केवल कुछ mms^{-1} ही आंकलित की जाती है। तब परिपथ बंद करते ही लगभग उसी क्षण धारा कैसे स्थापित हो जाती हैं?**

(b) किसी चालक के अंदर इलेक्ट्रॉन अपवाह विद्युत क्षेत्र में इलेक्ट्रॉनों द्वारा अनुभव किए गए बल के कारण उत्पन्न होता है। लेकिन बल द्वारा त्वरण उत्पन्न होना चाहिए। तब इलेक्ट्रॉन अपरिवर्ती औसत अपवाह वेग क्यों प्राप्त कर लेते हैं?

(c) यदि इलेक्ट्रॉन का अपवाह वेग इतना कम है और इलेक्ट्रॉन का आवेश भी कम है तो फिर किसी चालक में हम अधिक मात्रा में धारा कैसे प्राप्त कर सकते हैं?

(d) जब किसी धातु में इलेक्ट्रॉन कम विभव से अधिक विभव की ओर अपवाह करते हैं तो क्या इसका तात्पर्य यह है कि धातु में सभी मुक्त इलेक्ट्रॉन एक ही दिशा में गतिमान है?

हल–(a) चूंकि विद्युत क्षेत्र की संचरण चाल, प्रकाश के वेग 3×10^8 मी./से. के समान होती है अतः यह पूरे परिपथ में तुरंत स्थापित होकर, प्रत्येक बिन्दु पर स्थित इलेक्ट्रॉन के लिए अपवहन वेग प्रदान कर देता है तथा परिपथ में तुरंत धारा स्थापित हो जाती है तथा इसी प्रकार परिपथ बंद करते ही धारा बंद हो जाती है। परिपथ में स्थाई मान की धारा स्थापित होने में अवश्य कुछ समय लगता है।

(b) क्योंकि प्रत्येक मुक्त इलेक्ट्रॉन, विद्युत क्षेत्र से तब तक त्वरित होता है जब तक कि वह मुक्त पथ पर गति करता है, इस समय में इलेक्ट्रॉन की अपवाह चाल बढ़ती है परंतु संघट्ट के पश्चात् इलेक्ट्रॉन अपवाह चाल खो देता है तथा संघट्ट के पश्चात् पुनः त्वरित होता है, यही क्रम चलता रहता है अतः इलेक्ट्रॉन केवल औसत अपवहन वेग ही प्राप्त कर पाता है।

(c) क्योंकि चालकों में मुक्त इलेक्ट्रॉन संख्या घनत्व अत्यधिक (लगभग 10^{29} प्रति मी^{3}) होता है।

(d) नहीं, इलेक्ट्रॉन अपनी अनियमित ऊष्मीय गति के साथ अपवाह करते हैं।

उदा.5. हाइड्रोजन परमाणु में एक इलेक्ट्रॉन किसी कक्षा में जिसकी त्रिज्या 5.3×10^{-11} m है, 2.2×10^6 m/s की चाल से चक्कर लगा रहा है। औसत विद्युत धारा का मान ज्ञात कीजिए।

पाठ्यपुस्तक उदाहरण 5.3

हल–दिया गया है–

$$r = 5.3 \times 10^{-11}\ m,$$
$$v = 2.2 \times 10^6\ m/s$$

$\because$ विद्युत धारा $\quad I = \dfrac{e}{T}$

जबकि इलेक्ट्रॉन की कक्षीय गति का आवर्तकाल

$$T = \frac{2\pi r}{v}$$

$\therefore$ औसत विद्युत धारा $\quad I = \dfrac{ev}{2\pi r}$

$$I = \frac{1.6\times10^{-19}\times2.2\times10^{6}}{2\times3.14\times5.3\times10^{-11}}$$
$$= 1.06 \times 10^{-3}\ A$$
$$= 1.06\ mA$$

5.5 ओम का नियम (Ohm's law)

सन् 1826 में जर्मन वैज्ञानिक डॉ. जार्ज साइमन ओम (George Simon Ohm) ने किसी चालक के सिरों पर लगाये गये विभवान्तर तथा उसमें प्रवाहित होने वाली विद्युत धारा का सम्बन्ध एक नियम द्वारा व्यक्त किया जिसे ओम का नियम कहते है। इस नियम के अनुसार **"यदि किसी चालक की भौतिक अवस्था (जैसे ताप, लम्बाई, क्षेत्रफल आदि) अपरिवर्तित रखी जाये तब उसके सिरों पर लगाये गये विभवान्तर तथा उसमें प्रवाहित होने वाली धारा का अनुपात नियत रहता हैं।**

अर्थात् यदि चालक के सिरों पर V विभवान्तर लगाने पर उसमें I धारा प्रवाहित हो तो ओम के नियम से

$$\frac{V}{I} = \text{नियतांक} \qquad .....(1)$$

इस नियतांक को चालक का विद्युत प्रतिरोध (electric resistance) कहते है तथा इसे R द्वारा व्यक्त करते है।

प्रतिरोध का मात्रक एवं विमा- प्रतिरोध का S.I. मात्रक वोल्ट/एम्पियर या ओम (Ohm) होता है।

1 ओम = 1 वोल्ट/1 एम्पियर

= विभव का 10^8 emu/धारा का 10^{-1} emu

= प्रतिरोध का 10^9 emu

प्रतिरोध की विमा $[ML^2T^{-3}A^{-2}]$

विद्युत प्रतिरोध किसी पदार्थ का वह गुण है जिसके कारण पदार्थ अपने भीतर होने वाले धारा के प्रवाह का विरोध करता है अर्थात् धारा के प्रवाह में व्यवधान/रूकावट उत्पन्न करता है।

अतः $\quad \dfrac{V}{I} = R \qquad .....(2)$

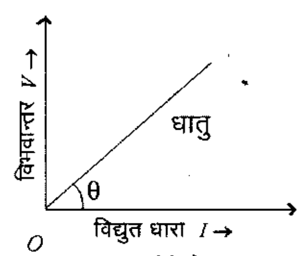
$\therefore \quad V = IR$

या $\quad V \propto I$

अर्थात् किसी चालक के सिरों पर उत्पन्न विभवान्तर उसमें प्रवाहित होने वाली धारा के समानुपाती होता है बशर्ते की चालक की भौतिक अवस्थाएँ अपरिवर्तित रहे।

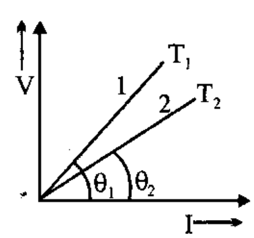
अतः विभवान्तर V तथा प्रवाहित धारा I के मध्य खींचा गया ग्राफ एक सरल रेखा होगी जैसा कि चित्र में दिखाया गया है।

इसके लिए $R = V/I = \tan\theta$ नियत रहता है।



चित्र 5.8

विभिन्न तापों पर V-I ग्राफ विभिन्न होते है।



चित्र 5.9

यहाँ $\tan\theta_1 > \tan\theta_2$ अतः $R_1 > R_2$ अर्थात् $T_1 > T_2$

ओम का नियम एक सार्वत्रिक नियम नहीं है यह केवल धातु चालकों के लिये ही सत्य है।

1 ओम की परिभाषा

$$1\,\text{ओम} = \frac{1\,\text{वोल्ट}}{1\,\text{एम्पियर}}$$

अर्थात् यदि किसी चालक के सिरों पर 1 वोल्ट का विभवान्तर लगाने पर, उसमें 1 एम्पियर की धारा प्रवाहित होती है तो उस चालक का प्रतिरोध 1 ओम का होगा। ओम को (ओमेगा Ω) से प्रदर्शित करते है।

अन्तर्राष्ट्रीय ओम (International Ohm)

एक वर्ग मिमी अनुप्रस्थ काट क्षेत्र वाले 10.63 सेमी लम्बे शुद्ध पारे के स्तम्भ का प्रतिरोध, जिसका द्रव्यमान 0°C पर 14.4521 ग्राम है, एक 'अन्तर्राष्ट्रीय ओम' कहलाता है।

[illegible] ओम के [illegible]

मुक्त इलेक्ट्रॉन सिद्धांत से विद्युत धारा तथा अपवहन वेग में संबंध

$$I = nAev_d$$

∵ धारा घनत्व $\qquad J = \frac{I}{A} = nev_d$

∵ अपवहन वेग $\qquad v_d = \frac{\tau eE}{m}$

∴ धारा घनत्व $\qquad J = ne.\frac{\tau eE}{m}$

$$J = \frac{ne^2\tau}{m}E$$

उपरोक्त समीकरण में e व m नियतांक है, जबकि τ तथा n चालक के अभिलाक्षणिक है। किसी समदैशिक तथा समांगी चालक के लिए राशि $\frac{ne^2\tau}{m}$ को नियतांक माना जा सकता है। इसे पदार्थ की चालकता कहते हैं तथा σ द्वारा व्यक्त करते हैं। पदार्थ की चालकता पदार्थ की प्रकृति तथा उसके ताप पर निर्भर करती है। चालकता पदार्थ के भीतर उपस्थित विद्युत क्षेत्र पर निर्भर नहीं करती है।

∴ $\qquad J = \sigma E \qquad ...(1)$

सदिश रूप में $\qquad \vec{J} = \sigma\vec{E} \qquad ...(2)$

समी. (1) ओम के नियम का सूक्ष्म प्रारूप व्यक्त करता है।

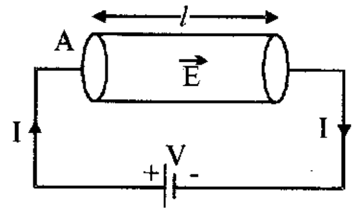
व्यापक रूप में माना कि l लम्बाई तथा A अनुप्रस्थ काट क्षेत्र के चालक के सिरों के मध्य V विभवांतर आरोपित किया जाता है, जिससे चालक के भीतर उत्पन्न विद्युत क्षेत्र $E = \frac{V}{l}$ जबकि चालक में I धारा प्रवाहित होने पर धारा घनत्व $J = \frac{I}{A}$

∴ समी. (1) से

$$\frac{I}{A} = \sigma\frac{V}{l}$$

$$\Rightarrow \qquad V = \frac{1}{\sigma}\frac{l}{A}I$$

$$V = \left(\frac{\rho l}{A}\right)I \qquad ...(3)$$



चित्र 5.10

जहाँ $\rho = \frac{1}{\sigma} = \frac{m}{ne^2\tau}$ को पदार्थ की प्रतिरोधकता या विशिष्ट प्रतिरोध कहते हैं। किसी दिए गए पदार्थ के लिए l तथा A नियत हैं, जबकि ρ पदार्थ का विशेष लाक्षणिक गुणधर्म होता है।

∴ राशि $\frac{\rho l}{A}$ को नियतांक R लेने पर

$$V = IR \qquad ...(4)$$

जबकि $\qquad R = \frac{\rho l}{A} \qquad ...(5)$

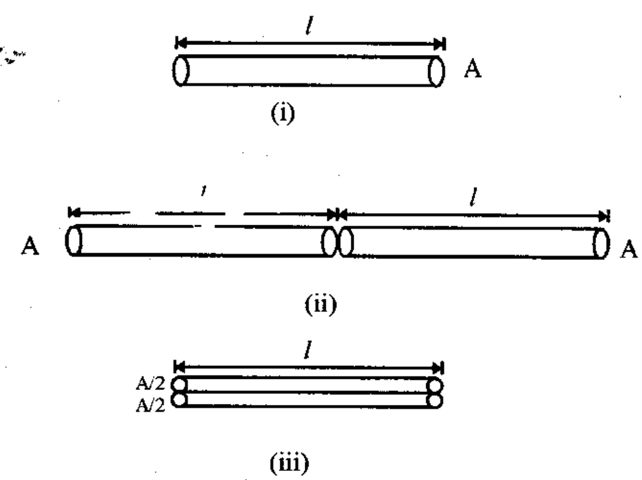
[illegible] (Resistivity)

किसी चालक के प्रतिरोध की निर्भरता का अध्ययन करने के लिए l लम्बाई, A अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल तथा R प्रतिरोध के चालक तार पर विचार करते है। (चित्र (i)) माना कि चालक तार में I धारा प्रवाहित करने पर चालक के सिरों के मध्य विभवान्तर V है। जब एक ही पदार्थ के दो सर्वसम चालक तारों को सिरे से सिरे को मिलाते हुए इस प्रकार व्यवस्थित किया जाता है कि संयोजन की लम्बाई $2l$ हो जाए, तब संयोजन से प्रवाहित धारा उतनी ही होगी जितनी कि दोनों में से किसी एक चालक तार से थी। (चित्र (ii)) इस स्थिति में संयोजन के सिरों के मध्य विभवान्तर = V + V = 2V

अतः संयोजन का प्रतिरोध ओम के नियम से

$$R_c = \frac{2V}{I} = 2R$$

अतः चालक तार की लम्बाई को दुगुनी करने पर इसका प्रतिरोध दुगुना हो जाता है अर्थात् चालक तार का प्रतिरोध, तार की लम्बाई के समानुपाती होता है $R \propto l$



चित्र 5.11

जब एक ही पदार्थ के दो सर्वसम चालक तारों जिनमें प्रत्येक की लम्बाई l तथा अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल A/2 हों को इस प्रकार व्यवस्थित किया जाए ताकि संयोजन की लम्बाई l हो तो इस स्थिति में दिए गए विभवान्तर V तथा कुल धारा I के लिए प्रत्येक चालक से प्रवाहित धारा I/2 तथा विभवान्तर V रहता है। (चित्र (iii))
अतः प्रत्येक चालक का प्रतिरोध ओम के नियम से

$$R_e = \frac{V}{I/2} = \frac{2V}{I} = 2R$$

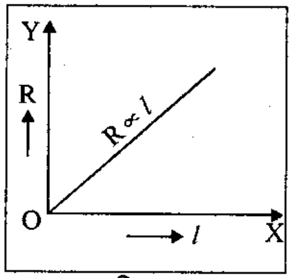
अतः चालक तार का अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल आधा करने पर प्रतिरोध दुगुना हो जाता है अर्थात् चालक तार का प्रतिरोध तार के अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल के व्युत्क्रमानुपाती होता है अर्थात् $R \propto \frac{1}{A}$

इस प्रकार चालक का प्रतिरोध निम्न कारकों पर निर्भर करता है–

(i) तार की लम्बाई पर–

$$R \propto l \qquad ...(1)$$

फलतः $l\uparrow R\uparrow$
$l\downarrow R\downarrow$



चित्र 5.12

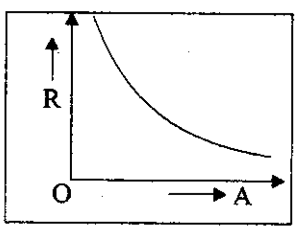
उदाहरण हेतु किसी R प्रतिरोध के चालक तार को n समान भागों में विभक्त किया जाये, तो प्रत्येक भाग का प्रतिरोध $\frac{R}{n}$ होगा।

(ii) तार के अनुप्रस्थ काट के क्षेत्र पर

$$R \propto \frac{1}{A} \qquad ...(2)$$

$A\uparrow R\downarrow,\ \ A\downarrow R\uparrow$

अर्थात् मोटे तार का प्रतिरोध कम एवं पतले तार का प्रतिरोध अधिक होता है।



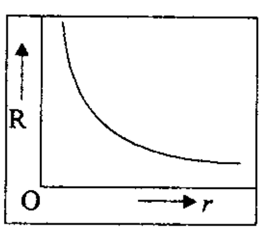
चित्र 5.13

यदि तार की त्रिज्या r हो तो–

$A = \pi r^2$ लेने पर

$$R \propto \frac{1}{r^2}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{R_1}{R_2} = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2$$



चित्र 5.14

अतः समी. (1) व (2) से

$$R \propto \frac{l}{A}$$

अतः किसी दिए गए चालक के लिए

$$R = \rho\frac{l}{A} \qquad ....(3)$$

यहाँ ρ एक समानुपाती नियतांक है जो चालक के पदार्थ की प्रकृति व ताप पर निर्भर करता है। इसे प्रतिरोधकता या विशिष्ट प्रतिरोध कहते है। प्रतिरोधकता किसी तार की लम्बाई व उसके अनुप्रस्थ काट के क्षेत्रफल पर निर्भर नहीं करती है। इसका मात्रक ओम × मीटर तथा विमा $[ML^3T^{-3}A^{-2}]$ होती है।

यदि $\rho = \frac{RA}{l}$ में, A = 1 मी.^{2} व l = 1 मी. हो तो ρ = R होगी।

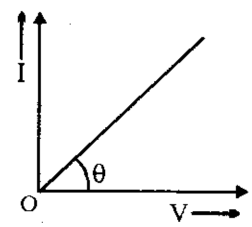
अर्थात् एकांक लम्बाई व एकांक अनुप्रस्थ काट क्षेत्र वाले तार की प्रतिरोधकता उसके प्रतिरोध के बराबर होती है **जबकि धारा, तार के अनुप्रस्थ काट क्षेत्र के लम्बवत् दिशा में प्रवाहित हो रही हो।**

विद्युत चालकत्व [illegible]

प्रतिरोध R के व्युत्क्रम को विद्युत चालकत्व G कहते हैं अर्थात्

$$G = \frac{1}{R}$$

G का मात्रक ओम$^{-1}$ (Ω^{-1}) होता है। मात्रक ओम$^{-1}$ को सीमेन (Siemen, S) भी कहते हैं। इसे प्रतीक ℧ द्वारा भी प्रदर्शित करते हैं।
किसी पदार्थ के चालकत्व का मान पदार्थ की प्रकृति, आकृति, आकार तथा ताप पर निर्भर करता है।



ढाल = tan θ

$$= \frac{I}{V} = \frac{1}{R} = G$$

चित्र 5.15

[illegible]

प्रतिरोधकता के व्युत्क्रम को विशिष्ट चालकत्व σ कहते हैं।

विशिष्ट चालकत्व $\sigma = \frac{1}{\rho}$

इसका मात्रक ओम$^{-1}$ मीटर$^{-1}$ (Ohm^{-1} metre^{-1}) होता है। व्यवहारिकता में विद्युत चालकता का उपयोग चालक पदार्थों में धारा संवहन की तुलना करने के लिए होता है। जो पदार्थ अधिक चालकता रखता है उसमें धारा प्रवाह के समय ऊष्मा क्षति कम होती है। तांबे की चालकता को शत–प्रतिशत मानकर अन्य पदार्थों की चालकता की इससे तुलना करते हैं।

जिन पदार्थों की प्रतिरोधकता बहुत कम (चाँदी, ताँबा, एल्यूमिनियम) होती है उनसे संयोजक–तार (Connection Wires) बनाये जाते हैं क्योंकि इनके प्रतिरोध को नगण्य माना जाता है। इसके विपरीत जिन पदार्थों की प्रतिरोधकता बहुत अधिक (नाइक्रोम, मैगेनिन, कॉन्स्टेन्टन आदि) होती है उनसे प्रतिरोध तार (Resistance Wires) बनाये जाते हैं।

मुक्त इलेक्ट्रॉन सिद्धांत के आधार पर प्रतिरोधकता

$$\rho = \frac{m}{ne^2\tau} \qquad ...(4)$$

[illegible] (Resistivity of Various Materials)

प्रतिरोधकता या विद्युत चालकता के आधार पर पदार्थों को तीन भागों में बाँटा जा सकता है–

5.6 × 10^{-8} ... 1.5

(i) धातुओं की प्रतिरोधकता (Resistivity of metals)—

(i) चालक (Conductors) (ii) कुचालक या विद्युतरोधी (Insulators)
(iii) अर्धचालक (Semiconductors)

(i) चालक (Conductors)—वे पदार्थ जिनमें विद्युत धारा का प्रवाह अर्थात् आवेश का प्रवाह आसानी से हो जाता है, चालक या सुचालक कहलाते है। इन पदार्थों में प्रति एकांक आयतन मुक्त इलेक्ट्रॉनों की संख्या अधिक होती है। विद्युत धारा के प्रवाह में ये मुक्त इलेक्ट्रॉन आवेश वाहक का कार्य करते है। इनकी प्रतिरोधकता 10^{-8} ओम–मीटर से 10^{-6} ओम मीटर तक होती है। ताप बढ़ाने पर सामान्यतः चालकों का प्रतिरोध बढ़ता है और चालकता घटती है। सभी धातुएँ सुचालक की श्रेणी में आती है।

(ii) कुचालक या विद्युतरोधी (Insulators)—वे पदार्थ जिनमें विद्युत धारा अर्थात् आवेश का प्रवाह नहीं होता है कुचालक कहलाते है। इनमें मुक्त इलेक्ट्रॉनों की संख्या नगण्य होती है। इनकी प्रतिरोधकता 10^9 ओम–मीटर से 10^{14} ओम–मीटर तक होती है। अत्यधिक ताप वृद्धि करने पर इस प्रकार के पदार्थों में कुछ इलेक्ट्रॉन बंधन मुक्त हो जाते हैं जिससे इनकी चालकता में वृद्धि हो जाती है। इस अवस्था को कुचालक की भंजन अवस्था (break down) कहते है। कुचालकों के उदाहरण है–कांच, क्वार्ट्ज, अभ्रक आदि।

(iii) अर्धचालक (Semiconductors)—वे पदार्थ जिनकी चालकता चालक तथा कुचालक के मध्य होती है, अर्धचालक कहलाते हैं। अर्ध–चालक की प्रतिरोधकता 10^{-1} ओम–मीटर से 10^4 ओम–मीटर तक होती है। सिलिकॉन तथा जरमेनियम अर्ध–चालकों के प्रमुख उदाहरण है। ताप बढ़ाने पर इनकी चालकता बढ़ती है। परम शून्य ताप पर अर्धचालक एक आदर्श कुचालक की भांति व्यवहार करता है। अर्धचालकों की चालकता कुछ अशुद्धियाँ मिलाने पर बढ़ायी जा सकती है।

कुछ पदार्थों की प्रतिरोधकता 0°C पर निम्न सारणी के अनुसार दर्शायी गयी है–

पदार्थ	प्रतिरोधकता (ओम-मीटर)	पदार्थ	प्रतिरोधकता (ओम-मीटर)
A. चालक		**B. अर्धचालक**	
(a) धातुएँ		कार्बन	3.5×10^{-5}
चांदी	1.6×10^{-8}	जरमेनियम	0.46
तांबा	1.7×10^{-8}	सिलिकन	2300
एलुमिनियम	2.7×10^{-8}		
टंगस्टन	5.6×10^{-8}	**C. कुचालक**	
		शुद्ध जल	2.5×10^5
लोहा	10×10^{-8}	कांच	$10^{10} - 10^{14}$
प्लेटिनम	11×10^{-8}	कठोर रबर	$10^{13} - 10^{16}$
पारा	98×10^{-8}	अभ्रक	$10^{11} - 10^{15}$
(b) मिश्र धातुएँ		लकड़ी	$10^8 - 10^{11}$
नाइक्रोम (Ni + Fe + Cr)	100×10^{-8}	संयुक्त स्फटिक (फ्यूज्ड क्वार्ट्ज)	$\sim 10^{16}$
मैंगेनिन (Cu 84% + Mn 12% + Ni 4%)	44×10^{-8}		
कॉन्सटेन्टन या यूरेको (Cu 60% + Ni 40%)	49×10^{-8}		

5.6 विद्युत प्रतिरोध (Electric Resistance) :

प्रत्येक चालक में कुछ मुक्त इलेक्ट्रॉन होते हैं जब किसी चालक के सिरों के मध्य विभवान्तर स्थापित किया जाता है तो ये मुक्त इलेक्ट्रॉन चालक में एक सिरे से दूसरे की ओर प्रवाहित होने लगते हैं अर्थात् चालक में विद्युत–धारा प्रवाहित होने लगती है। मुक्त इलेक्ट्रॉन अपनी गति में आयनों से टकराते हैं और परमाणुओं के बद्ध इलेक्ट्रॉन के कारण प्रतिकर्षण बल भी अनुभव करते हैं। इन मुक्त इलेक्ट्रॉनों की गति में इस प्रकार अवरोध उत्पन्न होता है। किसी चालक में बद्ध- इलेक्ट्रॉन द्वारा आवेश प्रवाह (मुक्त इलेक्ट्रॉन) में इस प्रकार उत्पन्न अवरोध को चालक का विद्युत–प्रतिरोध कहते हैं।

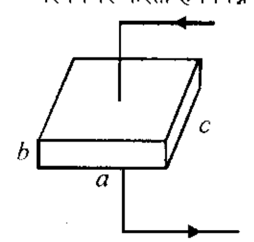
ऐसे पदार्थ या युक्ति जिन्हें किसी विद्युत परिपथ में धारा नियंत्रण के लिए काम में लिया जाता है, प्रतिरोधक (Resistor) कहते हैं।

प्रतिरोध का SI मात्रक ओम होता है, जिसे प्रतीक Ω द्वारा व्यक्त किया जाता है।

यदि किसी तार के सिरों पर 1 वोल्ट विभवांतर आरोपित करने पर यदि उसमें से 1 एम्पियर विद्युत धारा प्रवाहित हो, तो उस तार का प्रतिरोध 1 ओम होता है।

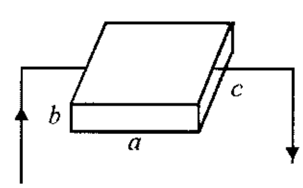
महत्वपूर्ण तथ्य

1. **विभवान्तर के अनुरूप प्रतिरोध:** किसी चालक का प्रतिरोध अद्वितीय नहीं होता बल्कि यह इसकी लम्बाई व अनुप्रस्थ काट के क्षेत्रफल पर निर्भर करता है अर्थात् विभवान्तर किस तरह से आरोपित किया गया है, इस पर निर्भर करता है। निम्न चित्रानुसार



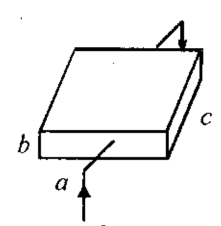
लम्बाई = b
अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल = $a \times c$

प्रतिरोध $R = \rho\left(\frac{b}{a \times c}\right)$



लम्बाई = a
अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल = $b \times c$

(ii) प्रतिरोध $R = \rho\left(\frac{a}{b \times c}\right)$



लम्बाई = c
अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल = $a \times b$

प्रतिरोध $R = \rho\left(\frac{c}{a \times b}\right)$

2. कुछ विद्युतीय पदार्थों की प्रतिरोधकता–

$\rho_{\text{कुचालक}} > \rho_{\text{मिश्रधातु}} > \rho_{\text{अर्धचालक}} > \rho_{\text{चालक}}$

(अधिकतम फ्यूज्ड क्वार्ट्ज के लिए) (न्यूनतम चाँदी के लिए)

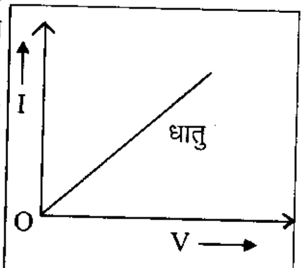
3. चांदी, तांबा, ऐलुमिनियम आदि धातुओं की प्रतिरोधकता बहुत कम होने से इनके संयोजक तार (connection wires) बनाये जाते है। इसके विपरीत नाइक्रोम, मैंगेनिन, कॉन्सटेन्टन आदि पदार्थों के लिए प्रतिरोधकता अधिक होने से इन पदार्थों के प्रतिरोधक तार तथा ऊष्मक तार बनाये जाते है।

5.6.1 ओमीय एवं अन–ओमीय प्रतिरोध (Ohmic and Non-Ohmic Resistance)

जब कोई चालक ओम के नियम का पालन करता है तब उसका प्रतिरोध R आरोपित विभवान्तर पर निर्भर नहीं करता है जिससे V व I के मध्य आलेख एक सरल रेखा होती है जो मूल बिन्दु से गुजरती है। जो पदार्थ ओम के नियम का पालन करते हैं, उन्हें ओमीय अथवा रेखीय चालक कहते हैं। चाँदी, ताँबा, पारा, नाइक्रोम, सल्फर, माइका, घुलनशील इलेक्ट्रोड वाले विद्युत अपघट्य आदि ओमीय चालक है। ओम का नियम सभी चालकों पर लागू नहीं होता जैसे निर्वात नलिका (Vacuum Tube), अर्ध चालक डायोड (Semiconductor Diode), विद्युत अपघटनी द्रव (Electrolytic Liquid), ट्रांजिस्टर (Transistor) इत्यादि। ऐसे चालकों को अन्-ओमीय चालक (Non-Ohmic Conductors) कहा जाता है।

प्रतिरोध सामान्यतः निम्न दो प्रकार के होते हैं–

(i) ओमीय प्रतिरोध (Ohmic Resistance)–वे प्रतिरोध जो ओम के नियम का पालन करते है अर्थात् जिनके लिए $\frac{V}{I}$ का मान नियत रहता है, ओमीय प्रतिरोध कहलाते हैं। इनके लिए V–I ग्राफ एक सरल रेखा होती है। संलग्न चित्र में ओमीय चालक का व्यवहार दिखाया गया है। सभी धात्वीय चालक कम विभवान्तर के लिए ओमीय होते हैं।

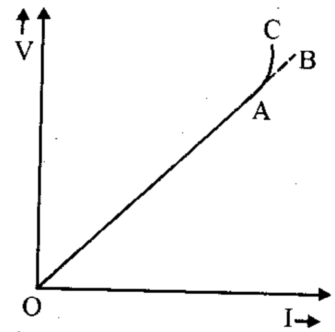


चित्र 5.16

(ii) अन-ओमीय प्रतिरोध (Non–Ohmic Resistance)–वे प्रतिरोध जो ओम के नियम का पालन नहीं करते हैं अर्थात् जिनके लिए V–I ग्राफ सरल रेखा न होकर वक्र रेखा होती है, अन–ओमीय प्रतिरोध कहलाते हैं।

यहाँ कुछ स्थितियाँ दी जा रही है जिनमें ओम के नियम का पालन नहीं होता है–

(1) विभवान्तर के साथ धारा में परिवर्तन अरैखिक (Non-linear) हो– धात्वीय चालक केवल तभी ओमीय रहते हैं जब तक उनमें कम धारा बहती है अर्थात् जब तक उनके सिरों पर कम विभवान्तर लगाया जाता है। अधिक विभवान्तर लगाने पर उनका व्यवहार ओमीय नहीं रहता है क्योंकि अधिक धारा बहने पर चालक गर्म होते हैं और गर्म होने पर उनके प्रतिरोध बढ़ जाते है। कहने का तात्पर्य यह है कि उच्च धाराओं के लिए धात्विक चालक भी ओमीय नहीं रहते हैं। इस प्रकार धात्वीय चालकों के लिए V–I ग्राफ संलग्न चित्र (ii) के अनुसार होगा।

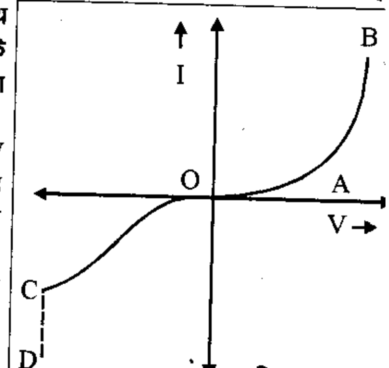


चित्र 5.17

चित्र (ii) में OAB सैद्धान्तिक ग्राफ तथा OAC वास्तविक ग्राफ है

(2) विभवान्तर के साथ धारा में परिवर्तन विभवान्तर के चिन्ह (sign) पर निर्भर करता हो–

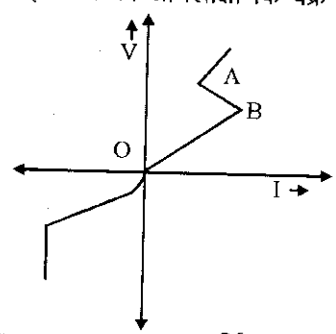
इस स्थिति में विभवान्तर V के लिए धारा का मान I होता है तो V का मान स्थिर रखकर इसकी दिशा परिवर्तित करने पर, विपरीत दिशा में I के समान मान की धारा प्रवाहित नहीं होती है। उदाहरणार्थ जब P-N संधि डायोड अग्र अभिनत होता है तो V व I के मध्य खींचा गया ग्राफ OAB तथा जब उत्क्रम अभिनत होता है तो OCD प्राप्त होता है। (चित्र (iii))



चित्र 5.18

(3) विभवान्तर तथा धारा में सम्बन्ध अद्वितीय (unique) नहीं हो–

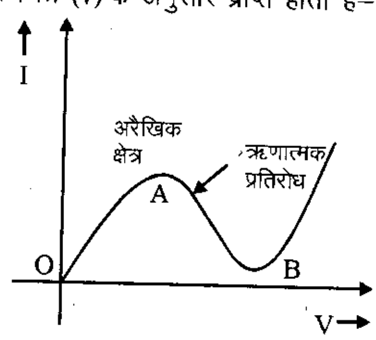
थाइरिस्टर (Thyristor) एक ऐसी इलेक्ट्रॉनिक युक्ति है जो P तथा N प्रकार के अर्धचालकों के क्रमागत चार परतों से मिलकर बना होता है। चित्र (iv) में थाइरिस्टर का अभिलाक्षणिक वक्र प्रदर्शित किया गया है।



चित्र 5.19

इस वक्र का भाग AB यह प्रदर्शित करता है कि विभवान्तर का मान बढ़ाने पर धारा का मान कम हो जाता है।

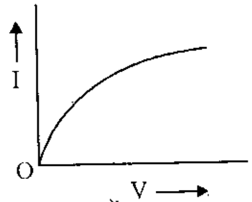
एक अन्य उदाहरण के रूप में GaAs में विभवान्तर के सापेक्ष धारा में परिवर्तन चित्र (v) के अनुसार प्राप्त होता है–



चित्र 5.20

अनओमीय प्रतिरोध के अन्य उदाहरण

(i) अधिक धारा के लिए टार्च के बल्ब का प्रतिरोध अन–ओमीय होता है क्योंकि अधिक धारा के लिए इसका V–I ग्राफ वक्र रेखा होता है। चित्र में यह ग्राफ दिखाया गया है।



चित्र 5.21

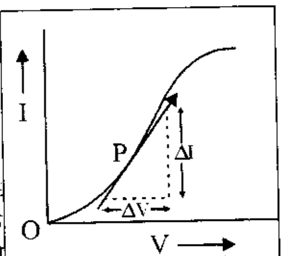
(ii) अर्द्धचालकों, द्रव्य अपघट्यों (Liquid electrolytes),निर्वात् नलिकाओं (Vacuum tubes), थर्मिस्टर (Thermistor), ट्रान्जिस्टर (Transistor) आदि के प्रतिरोध अन-ओमीय होते हैं।

गत्यात्मक प्रतिरोध (Dynamic Resistance) –

यदि किसी अन–ओमीय परिपथ के किसी भाग के विभवान्तर में सूक्ष्म परिवर्तन ΔV कर देने पर धारा में संगत परिवर्तन ΔI हो जाता है तो अनुपात $\frac{\Delta V}{\Delta I}$ को उस परिपथ खण्ड का उस स्थिति में गत्यात्मक प्रतिरोध कहते हैं। अतः

चालक का गत्यात्मक प्रतिरोध = $\frac{\Delta V}{\Delta I}$.

जब (अन–ओमीय) किसी चालक के लिए V–I ग्राफ वक्र रेखा होती है तो ग्राफ के प्रत्येक बिन्दु के संगत प्रतिरोध। भिन्न होता है। अतः जिस बिन्दु के संगत प्रतिरोध ज्ञात करना होता है, उसी बिन्दु को सन्दर्भ बिन्दु रखते हैं। सन्दर्भ बिन्दु पर एक स्पर्शी रेखा खींचकर उसके किन्हीं दो बिन्दुओं के संगत क्रमशः विभवान्तर परिवर्तन ΔV एवं धारा परिवर्तन ΔI ज्ञात कर लेते हैं। फिर $\frac{\Delta V}{\Delta I}$ ज्ञात करके गत्यात्मक प्रतिरोध ज्ञात करते हैं।



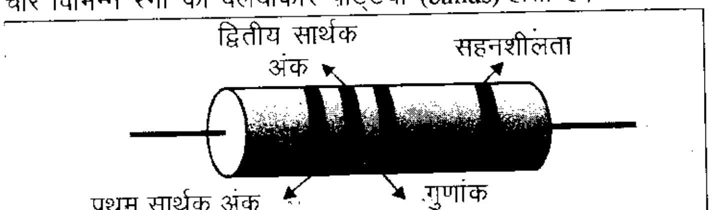
चित्र 5.22

5.7 कार्बन प्रतिरोध एवं वर्ण कोड (Carbon Resistance and Colour codes for carbon Resistance)

विद्युत तथा इलेक्ट्रॉनिक परिपथों में भिन्न–भिन्न मान के प्रतिरोध काम में लिये जाते है। प्रतिरोधों के मानों का विस्तार बहुत अधिक होता है। घरेलू या प्रयोगशाला कार्यों के लिए बनाए जाने वाले प्रतिरोधक मुख्यतः दो प्रकार के होते है–

तार आबद्ध प्रतिरोधक तथा कार्बन प्रतिरोधक।

तार आबद्ध प्रतिरोधकों के पदार्थों का चयन इस प्रकार से किया जाता है ताकि इनकी प्रतिरोधकता पर ताप का प्रभाव अपेक्षाकृत नगण्य हो। तार आबद्ध प्रतिरोधक, मिश्रधातुओं जैसे नाइक्रोम, मैंगेनिन, कॉन्सटेन्टन आदि की सहायता से बनाये जाते हैं। इन प्रतिरोधकों के प्रतिरोध की परास अपेक्षाकृत कम होती है। अधिक मानों के प्रतिरोध कार्बन आदि अर्धचालकों की सहायता से बनाये जाते है। कार्बन प्रतिरोध पर प्रायः चार विभिन्न रंगों की वलयाकार पट्टियाँ (bands) होती है।

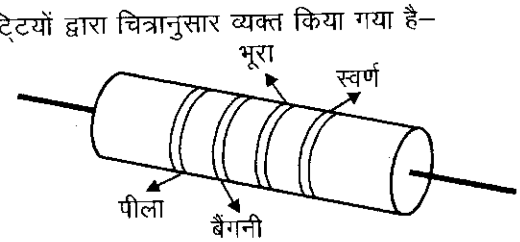


इन पट्टियों के रंग, स्थान तथा संख्या द्वारा किसी भी प्रतिरोध का मान तथा विश्वसनीयता मालूम की जा सकती है। प्रथम दो पट्टियाँ क्रमशः प्रतिरोध के मान के प्रथम दो अंक निरूपित करती है। तीसरी पट्टी इस मान में 10 की घात के रूप में गुणक को बताती है। इस पट्टी का रंग घात का मान प्रदान करता है। चौथी पट्टी प्रतिरोध की सहन शक्ति (विश्वसनीयता) को व्यक्त करती है।

निम्न सारणी में प्रत्येक रंग के लिये निर्धारित अंक (figure), गुणांक (multiplier) तथा विश्वसनीयता (tolerance) को दर्शाया गया है–

रंग (Colour)	प्रथम अक्षर (याद रखने के लिये)	अंक (Figure)	गुणज (Miltiplier)	रंग (Colour)	विश्वसनीयता (Tolerance)
काला (Black)	B	0	$10^0 = 1$	स्वर्ण (Gold)	±5%
भूरा (Brown)	B	1	10^1	रजत (Silver)	±10%
लाल (Red)	R	2	10^2	कोई रंग नहीं (No colour)	±20%
नारंगी (Orange)	O	3	10^3		
पीला (Yellow)	Y	4	10^4		
हरा (Green)	G	5	10^5		
नीला (Blue)	B	6	10^6		
बैंगनी (Violet)	V	7	10^7		
स्लेटी (Grey)	G	8	10^8		
सफेद (White)	W	9	10^9		
स्वर्ण (Gold)	–	–	10^{-1}		
रजत (Silver)	–	–	10^{-2}		
कोई रंग नहीं (No Colour)	–	–	–		

उदाहरण के लिये किसी कार्बन प्रतिरोध पर पीला, बैंगनी, भूरा तथा स्वर्ण रंग पट्टियों द्वारा चित्रानुसार व्यक्त किया गया है–



चित्र 5.24 (ii)

दिया गया प्रतिरोध 47×10^1 ओम ± 5% है।

कार्बन प्रतिरोध के मान को व्यक्त करने के लिए रंग संकेतों को याद करने के लिये निम्न वाक्य प्रयुक्त किया जा सकता है –

BB ROY Great Britain Very Good Wife

B	B	R	O	Y	Great	Britain	Very	Good	Wife
↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
Black	Brown	Red	Orange	Yellow	Green	Blue	Violet	Gray	White

उदा.6. एक तार का प्रतिरोध R ओम है। यदि इसी तार को खींचकर इसकी लम्बाई *n* गुनी कर दी जाय तो तार का नया प्रतिरोध

हल– माना कि तार की प्रारम्भिक लम्बाई l_1 व अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल A_1 है। खींचने पर लम्बाई l_2 व अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल A_2 है अतः

$$A_1 l_1 = A_2 l_2$$

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{l_2}{l_1} = n$$

खींचने से पूर्व प्रतिरोध

$$R = \frac{\rho l_1}{A_1}$$

खींचने के बाद प्रतिरोध

$$R' = \frac{\rho l_2}{A_2}$$

$$\therefore \quad \frac{R'}{R} = \frac{l_2}{l_1} \cdot \frac{A_1}{A_2}$$

$$= n.n = n^2$$

$$\therefore \quad R' = n^2 R$$

उदा.7. एक धातु के तार की लम्बाई l मीटर तथा अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल A वर्ग मीटर है। ज्ञात कीजिए कि यदि तार की लम्बाई खींचकर दुगुनी कर दी जाए, तो इसके प्रतिरोध में कितने प्रतिशत वृद्धि होगी?

पाठ्यपुस्तक उदाहरण 5.4

हल–माना कि तार की प्रारम्भिक लम्बाई $l_1 = l$ तथा अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल $A_1 = A$ है।

तार को खींचने पर लम्बाई l_2 तथा अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल $A_2 = A$ है।

अतः
$$A_1 l_1 = A_2 l_2$$

$$\Rightarrow \quad \frac{A_1}{A_2} = \frac{l_2}{l_1} = 2 \qquad \because l_2 = 2l_1$$

$$\text{खींचने से पूर्व प्रतिरोध} \quad R = \frac{\rho l_1}{A_1}$$

$$\text{खींचने के बाद प्रतिरोध} \quad R' = \frac{\rho l_2}{A_2}$$

$$\therefore \quad \frac{R'}{R} = \frac{l_2}{A_2} \times \frac{A_1}{l_1}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{R'}{R} = \frac{l_2}{l_1} \cdot \frac{A_1}{A_2} = 2 \times 2 = 4$$

$$R' = 4R$$

$$\therefore \text{ प्रतिरोध में प्रतिशत वृद्धि} = \frac{R' - R}{R} \times 100\%$$

$$= \frac{4R - R}{R} \times 100\%$$

$$= \frac{3R}{R} \times 100\% = 300\%$$

उदा.8. एक कार्बन प्रतिरोधक का मान 62 $\times 10^3 \Omega$ है तथा सह्यता 5% है। इसके वर्ण कोड के मान क्रम से लिखिए।

पाठ्यपुस्तक उदाहरण 5.5

हल– $\because \quad R = 62 \times 10^3 \Omega \pm 5\%$

अतः वर्ण कोड के अनुसार रंग क्रमशः नीला, लाल, नारंगी तथा सुनहरी होंगे।

उदा.9. $X = 4\Omega$ तथा $Y = 48 \times 10^{-8} \Omega \times m$ के चालकों की लम्बाई आधी करने पर X तथा Y के संगत मान लिखिए।

पाठ्यपुस्तक उदाहरण 5.6

हल–प्रश्नानुसार X प्रतिरोध तथा Y प्रतिरोधकता है। चालक की लम्बाई आधी करने पर प्रतिरोध आधा हो जायेगा, जबकि प्रतिरोधकता अपरिवर्तित रहेगी।

$$\therefore \quad X' = 2\Omega$$

$$\text{तथा} \quad Y' = 48 \times 10^{-8} \Omega \times m$$

उदा.10. समान लम्बाई के ताँबे के दो तारों के व्यासों का अनुपात 1 : 2 है। तुलना कीजिये–

(i) उनके विशिष्ट प्रतिरोधों की,

(ii) उनके प्रतिरोधों की।

हल– (i) पदार्थ का विशिष्ट प्रतिरोध उनकी लम्बाई या मोटाई या आकृति पर निर्भर नहीं करता है बल्कि यह पदार्थ की प्रकृति पर निर्भर करता है। चूँकि दोनों तार एक पदार्थ के है।

अतः $\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{1}{1}$ या $\rho_1 : \rho_2 = 1 : 1.$

(ii) यदि पहले तार का प्रतिरोध R_1 व दूसरे का R_2 मान लें तो

$$R_1 = \frac{\rho l}{A_1} = \frac{\rho l}{\pi r_1^2} = \frac{\rho l}{\pi \left(\frac{D_1}{2}\right)^2}$$

$$= \frac{4\rho l}{\pi D_1^2}$$

$$\text{इसी प्रकार} \quad R_2 = \frac{4\rho l}{\pi D_2^2}$$

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{D_2^2}{D_1^2} = \left(\frac{D_2}{D_1}\right)^2$$

$$= \left(\frac{2}{1}\right)^2 = \frac{4}{1}$$

अतः $R_1 : R_2 = 4 : 1$

उदा.11 टंगस्टन तार, जिसकी लम्बाई व काट क्षेत्रफल क्रमशः 1.5 m व 0.60×10^{-6} m² है, के सिरों के मध्य 0.90V का विभवांतर आरोपित किया गया है। तार में प्रवाहित विद्युत धारा का मान ज्ञात कीजिए। टंगस्टन की प्रतिरोधकता $5.6 \times 10^{-8} \Omega \times m$ है।

पाठ्यपुस्तक उदाहरण 5.7

हल–दिया गया है–
$l = 1.5$ m,
$A = 0.60 \times 10^{-6}$ m²
$V = 0.90$ volt,
$I = ?$
$\rho = 5.6 \times 10^{-8} \Omega \times m$

$$\because \quad R = \frac{\rho l}{A}$$

$$R = \frac{5.6\times10^{-8}\times1.5}{0.60\times10^{-6}} = 0.14\Omega$$

तार में प्रवाहित विद्युत धारा

$$I = \frac{V}{R}$$

$$I = \frac{0.90}{0.14} = 6.43 \text{ एम्पियर}$$

5.8 प्रतिरोध एवं प्रतिरोधकता पर ताप का प्रभाव (Effect of Temperature on Resistance and Resistivity)

सभी पदार्थों की प्रतिरोधकता ताप पर निर्भर करती है तथा कुछ पदार्थों की प्रतिरोधकता निम्न ताप पर शून्य (अर्थात् चालकता अनन्त) हो जाती है। तब इन पदार्थों को अति चालक (Super conductors) कहते है।

ताप के अपेक्षाकृत कम तापान्तर (लगभग 100° C या कम) के लिए किसी चालक की प्रतिरोधकता ρ निम्न सम्बन्ध द्वारा व्यक्त की जाती है–

$$\rho_t = \rho_0[1+\alpha(t-t_0)] \qquad ...(1)$$

जहाँ ρ_t तथा ρ_0 चालक की प्रतिरोधकता क्रमशः t°C तथा t_0°C ताप पर है।

α को चालक का प्रतिरोधकता ताप गुणांक (Temperature coefficient of resistivity) कहते हैं तथा

$$\alpha = \frac{\rho_t-\rho_0}{\rho_0(t-t_0)} = \frac{1}{\rho_0}\frac{\Delta\rho}{\Delta t} \text{ प्रति °C होता है।}$$

α का मान पदार्थ पर निर्भर करता है। α का विमीय सूत्र $[M^0L^0T^0\theta^{-1}]$ होता है।

t_0 = 0°C पर कुछ विशिष्ट पदार्थों के लिए प्रतिरोधकता ताप गुणांक निम्न सारणी में दिए गए है–

पदार्थ	प्रतिरोधकता ताप गुणांक प्रति डिग्री	पदार्थ	प्रतिरोधकता ताप गुणांक प्रति डिग्री
A. चालक		**B. अर्धचालक**	
(a) धातुएँ		कार्बन	−0.0005
चांदी	4.1×10^{-3}	जरमेनियम	−0.05
तांबा	3.9×10^{-3}	सिलिकन	−0.07
एलुमिनियम	4.3×10^{-3}		
टंगस्टन	4.5×10^{-3}		
लोहा	6.5×10^{-3}		
प्लेटिनम	3.9×10^{-3}		
पारा	0.9×10^{-3}		
(b) मिश्र धातुएँ			
नाइक्रोम	0.4×10^{-3}		
मैंगेनिन	0.002×10^{-3}		
कॉन्सटेन्टन	0.001×10^{-3}		

(i) धातुओं की प्रतिरोधकता (Resistivity of metals)–

किसी पदार्थ का विशिष्ट प्रतिरोध (प्रतिरोधकता) का निम्न सूत्र दिया जाता है

$$\rho = \frac{m}{ne^2\tau} \qquad .....(1)$$

जहाँ m = इलेक्ट्रॉन का द्रव्यमान

n = चालक के एकांक आयतन में मुक्त इलेक्ट्रॉन की संख्या (मुक्त इलेक्ट्रॉन संख्या घनत्व)

e = इलेक्ट्रॉन का आवेश

τ = माध्य विश्रांतिकाल

समीकरण (1) में m व e पर ताप वृद्धि का कोई प्रभाव नहीं पड़ता है। यदि ताप वृद्धि बहुत अधिक नहीं हो तो n पर भी ताप वृद्धि का कोई प्रभाव नहीं पड़ेगा।

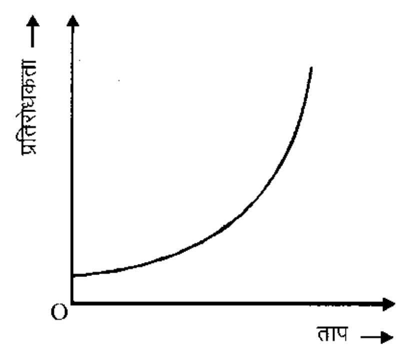
यदि मुक्त इलेक्ट्रॉन की दो उत्तरोत्तर टक्करों के बीच औसत दूरी अर्थात् इलेक्ट्रॉन का माध्य मुक्त पथ (mean free path) λ तथा उसकी वर्ग माध्य मूल चाल v_{rms} हो तो

$$\text{श्रांतिकाल} \quad \tau = \frac{\text{माध्य मुक्त पथ}}{\text{अनियमित गति में वर्ग माध्य मूल चाल}}$$

$$\Rightarrow \quad \tau = \frac{\lambda}{v_{rms}} \qquad .....(8)$$

ताप बढ़ाने पर λ का मान कम तथा v_{rms} का मान बढ़ जाता है जिससे τ का मान कम हो जाता है। इस प्रकार समीकरण (1) से स्पष्ट है कि विशिष्ट प्रतिरोध ρ का मान बढ़ जाता है।

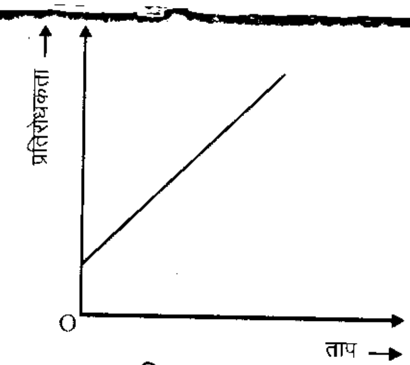
धातुओं के लिए प्रतिरोधकता ताप गुणांक (α) का मान धनात्मक होता है। शुद्ध धातुओं के लिए α का मान लगभग $\frac{1}{273}$ प्रति °C होता है। अतः इनका प्रतिरोध लगभग परमताप के समानुपाती होता है। चित्र (i) में **ताप वृद्धि के साथ तांबे की प्रतिरोधकता में वृद्धि प्रदर्शित की गई है-**



चित्र (i) 5.24

धातुओं की तरह मिश्र धातुओं की प्रतिरोधकता भी ताप बढ़ने पर बढ़ती है लेकिन यह वृद्धि शुद्ध धातुओं की अपेक्षा बहुत ही कम होती है। कुछ मिश्र धातुओं (जैसे मैगनिन, कान्स्टेन्टन, नाइक्रोम आदि) पर ताप का प्रभाव बहुत कम होता है अर्थात् इनका प्रतिरोधकता ताप गुणांक नगण्य होता है। इसी कारण इन्हीं धातुओं का उपयोग मीटर सेतु के तार, विभवमापी के तार, प्रतिरोध बॉक्स आदि में किया जाता है।

चित्र (ii) में **ताप वृद्धि के साथ नाइक्रोम की प्रतिरोधकता में वृद्धि प्रदर्शित की गई है-**



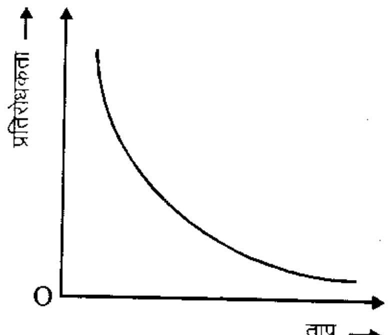
चित्र (ii) 5.24

(ii) अर्द्धचालकों तथा विद्युतरोधियों (कुचालकों) की प्रतिरोधकता (Resistivity of semiconductors and insulators)–

कुछ पदार्थ (जैसे–कार्बन, सिलिकॉन, जर्मेनियम आदि) ऐसे भी होते हैं जिनकी प्रतिरोधकता ताप बढ़ने पर घटती है अर्थात् इनके लिए प्रतिरोधकता ताप गुणांक (α) का मान ऋणात्मक होता है। इन पदार्थों को अर्द्ध चालक (Semi–Conductors) कहते हैं।

इसका कारण यह है कि ताप बढ़ाने पर मुक्त इलेक्ट्रॉनों की संख्या बढ़ जाने के कारण इलेक्ट्रॉन घनत्व n का मान बढ़ जाता है तथा माध्य विश्रांति काल (τ) का मान घट जाता है। परन्तु τ में होने वाली कमी की तुलना में, n में होने वाली वृद्धि बहुत अधिक होती है। अतः $\rho = \frac{m}{ne^2\tau}$ के अनुसार ताप के बढ़ने के नैट प्रभाव से ρ का मान कम हो जाता है।

चित्र (iii) में **ताप वृद्धि के साथ अर्धचालक की प्रतिरोधकता में परिवर्तन को प्रदर्शित किया गया है-**



चित्र–5.24 (iii)

कुचालकों के लिए प्रतिरोधकता ताप के घटने पर चरघातांकी तरह से बढ़ती (Increases Exponentially) है। कुचालकों की प्रतिरोधकता, शून्य आदर्श ताप (absolute zero) के नजदीक अनन्त (बहुत अधिक) हो जाती है अर्थात् इनकी चालकता 0 K पर करीब शून्य हो जाती है।

अर्धचालकों एवं कुचालकों की प्रतिरोधकता की ताप पर निर्भरता निम्न सूत्र से दी जाती है–

$$\rho = \rho_0 e^{E_g/KT}$$

यहाँ K = बोल्ट्जमान नियतांक

T = पदार्थ का ताप डिग्री केल्विन में

E_g = चालन बैण्ड (Conduction band) एवं संयोजकता बैण्ड (valence bond) में ऊर्जा अन्तर (Energy gap)।

अर्धचालकों के लिए $E_g \simeq 1$ eV होता है अतः उनकी प्रतिरोधकता बहुत ज्यादा नहीं होती है, लेकिन कुचालकों के लिए $E_g \geq 1$eV अतः प्रतिरोधकता बहुत अधिक होती है। इन पदार्थों की प्रतिरोधकता में ताप से चरघातांकी परिवर्तन का कारण मुक्त इलेक्ट्रॉनों के संख्या घनत्व में ताप के कारण चरघातांकी परिवर्तन है। इसे निम्न सूत्र से प्रदर्शित किया जाता है–

$$n = n_0 e^{(-E_g/kT)}$$

जहाँ n_0 तथा n क्रमशः 0 K तथा T K पर मुक्त इलेक्ट्रॉनों का संख्या घनत्व है।

(iii) विद्युत अपघट्यों की प्रतिरोधकता (Resistivity of electrolytes)–

ताप बढ़ाने पर विद्युत अपघट्यों का प्रतिरोध कम हो जाता है। इसका कारण यह है कि ताप बढ़ाने पर विद्युत अपघट्यों की श्यानता (viscosity) कम हो जाती है, जिससे उनके भीतर आयन अधिक स्वतंत्रतापूर्वक गति करने लगते है। अतः विद्युत अपघट्यों की प्रतिरोधकता कम हो जाती है और प्रतिरोधकता ताप गुणांक ऋणात्मक होता है।

प्रतिरोध की ताप पर निर्भरता (Dependances of resistance on temperature)–

किसी चालक तार के ताप में वृद्धि करने पर उसमें उपस्थित इलेक्ट्रोनों की क्रियाशीलता में वृद्धि हो जाती है। इस वृद्धि के कारण इलेक्ट्रोनों की टक्करों में भी वृद्धि होती है। इस प्रकार ताप बढ़ाने के कारण धातुओं के प्रतिरोध में वृद्धि होती है।

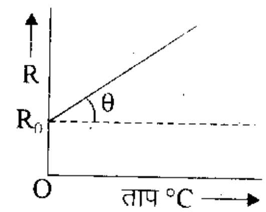
माना कि 0°C पर किसी चालक का प्रतिरोध R_0 तथा t°C ताप पर प्रतिरोध R_t है तब प्रतिरोध में परिवर्तन $(R_t - R_0)$ प्रारम्भिक प्रतिरोध R_0 तथा ताप में वृद्धि t के समानुपाती होता है अर्थात्

$(R_t - R_0) \propto R_0$

तथा $(R_t - R_0) \propto t$

$\therefore$ $(R_t - R_0) \propto R_0 t$ .....(1)

या $(R_t - R_0) = \alpha R_0 t$ .....(2)



चित्र–5.25

जहाँ α समानुपाती नियतांक है जिसे प्रतिरोध ताप गुणांक कहते हैं। इसका मान धातु की प्रकृति पर निर्भर करता है।

इसलिए समी. (2) से

$$R_t = R_0 + \alpha R_0 t$$

या $R_t = R_0(1 + \alpha t)$ .....(3)

प्रतिरोध ताप गुणांक की परिभाषानुसार,

$$\alpha = \frac{R_t - R_0}{R_0 t} \quad .....(4)$$

यदि $R_0 = 1\Omega$, $t = 1$°C, तो $\alpha = (R_t - R_0)$ = प्रतिरोध वृद्धि

अर्थात् "यदि किसी चालक का प्रतिरोध 0°C पर 1 Ω हो 1°C ताप बढ़ाने पर उसके प्रतिरोध में जो वृद्धि होती है उसे उस पदार्थ का प्रतिरोध ताप गुणांक कहते है।" प्रतिरोध ताप गुणांक α का मान लगभग $1/273°C^{-1}$ होता है। अतः समी० (3) में α का मान रखने पर

$$R_t = R_0(1 + \alpha t)$$

$$= R_0\left(1 + \frac{1}{273} \cdot t\right) = R_0\left(\frac{273 + t}{273}\right)$$

$$R_t = \frac{R_0 T}{273}, \text{ जहाँ } T = (273 + t)\text{K}$$

∴ $R_t \propto T$ .....(5)

अर्थात् "किसी ताप पर चालक का प्रतिरोध इसके परमताप के अनुक्रमानुपाती होता है।"

t_1 °C पर प्रतिरोध R_1 एवं t_2°C पर प्रतिरोध R_2 हो, तो

$R_1 = R_0(1+\alpha t_1)$ और $R_2 = R_0(1+\alpha t_2)$

$$\therefore \quad \frac{R_1}{R_2} = \frac{1+\alpha t_1}{1+\alpha t_2}$$

या $R_1 + R_1\alpha t_2 = R_2 + R_2\alpha t_1$

या $\alpha(R_1 t_2 - R_2 t_1) = R_2 - R_1$

$$\therefore \quad \alpha = \frac{R_2 - R_1}{R_1 t_2 - R_2 t_1} \quad .....(6)$$

महत्वपूर्ण तथ्य

1. किसी पदार्थ के प्रतिरोध पर ताप के अतिरिक्त अन्य निम्नलिखित भौतिक कारकों का भी प्रभाव पड़ता है–
   (i) **दाब** (Pressure)–कार्बन के दानों (granules) का प्रतिरोध दाब के बढ़ने पर घट जाता है।
   (ii) **प्रकाश** (Light)–अर्द्धचालकों का प्रतिरोध उन पर आपतित प्रकाश के कारण घट जाता है।
   (iii) **चुम्बकीय क्षेत्र** (Magnetic field)–बिस्मथ धातु के तार को चुम्बकीय क्षेत्र में रखने पर इसका प्रतिरोध बढ़ जाता है।
   (iv) **अपद्रव्य** (Impurities)–(a) तत्वों में अपद्रव्य के मिश्रण से प्रतिरोध बढ़ जाता है। (b) अर्द्धचालकों में त्रिसंयोजी अथवा पंचसंयोजी अपद्रव्य मिलाने पर अर्द्धचालक का प्रतिरोध घट जाता है।
   (v) **नमी** (Moisture)–वायु में नमी बढ़ने पर वायु का प्रतिरोध घट जाता है।
2. **तार को खींचने पर उसके प्रतिरोध में परिवर्तन :-** जब किसी चालक तार को खींचा जाता है, तो उसकी लम्बाई बढ़ती है तथा अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल घटता है। अत: प्रतिरोध बढ़ता है परन्तु आयतन स्थिर रहता है। माना कि किसी चालक तार को खींचने से पहले उसकी लम्बाई l_1, अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल A_1, त्रिज्या r_1, व्यास d_1, तथा प्रतिरोध $R_1 = \rho\frac{l_1}{A_1}$ है जबकि खींचने के पश्चात् लम्बाई l_2, अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल A_2, त्रिज्या r_2, व्यास d_2 तथा प्रतिरोध $R_2 = \rho\frac{l_2}{A_2}$ है।

   तब प्रतिरोधों का अनुपात

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{l_1}{l_2}\times\frac{A_2}{A_1} = \left(\frac{l_1}{l_2}\right)^2 = \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2 = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^4 = \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^4$$

(i) यदि लम्बाई दी गई है तब

$R \propto l^2$

$$\Rightarrow \quad \frac{R_1}{R_2} = \left(\frac{l_1}{l_2}\right)^2$$

(ii) यदि तार की त्रिज्या दी गई है

तब $R \propto \frac{1}{r^4}$

$$\Rightarrow \quad \frac{R_1}{R_2} = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^4$$

विशेष:

(i) खींचने के पश्चात् यदि लम्बाई n गुना बढ़ती है तो प्रतिरोध n^2 गुना हो जाता है अर्थात्

$R_2 = n^2 R_1$

इसी तरह यदि त्रिज्या $\frac{1}{n}$ गुना कम कर दी जाये तब अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल $\frac{1}{n^2}$ गुना घट जायेगा अत: प्रतिरोध n^4 गुना हो जायेगा अर्थात् $R_2 = n^4 R_1$

(ii) खींचने के पश्चात् यदि चालक की लम्बाई $x\%$ बढ़ जाती है तब प्रतिरोध $2x\%$ बढ़ जायेगा (केवल तभी जब $x < 10\%$)

उदा.12. प्लैटिनम प्रतिरोध तापमापी के प्लैटिनम के तार का प्रतिरोध हिमांक पर 5Ω तथा भाप बिंदु पर 5.23Ω है। जब तापमापी को किसी तप्त-ऊष्मक में प्रविष्ट कराया जाता है तो प्लैटिनम के तार का *प्रतिरोध 5.795Ω हो जाता है। ऊष्मक का ताप परिकलित कीजिए।*

पाठ्यपुस्तक उदाहरण 5.8

हल–दिया है– $R_0 = 5$ ओम, $R_{100} = 5.23$ ओम

$R_t = 5.795$ ओम, $t = ?$

∵ $R_t = R_0 + R_0\alpha t$ तथा $R_{100} = R_0 + 100R_0\alpha$

जिससे $R_t - R_0 = R_0\alpha t$ ...(1)

तथा $R_{100} - R_0 = 100\,R_0\alpha$ ...(2)

(1) में (2) का भाग देने पर

$$\frac{R_t - R_0}{R_{100} - R_0} = \frac{t}{100} \Rightarrow t = \frac{R_t - R_0}{R_{100} - R_0}\times 100$$

$$\Rightarrow \quad t = \frac{5.795-5}{5.23-5}\times 100$$

$$= \frac{0.795}{0.23}\times 100 = 345.65°C$$

उदा.13. किसी विद्युत टोस्टर में नाइक्रोम के तापन अवयव का उपयोग होता है। जब इससे एक नगण्य लघु विद्युत धारा प्रवाहित होती है तो कक्ष ताप पर (27.0°C) इसका प्रतिरोध 75.3Ω पाया जाता है। जब इस टोस्टर को 230V आपूर्ति से संयोजित करते हैं तो कुछ सेकंड में परिपथ में 2.68Å की स्थायी धारा स्थापित हो जाती है। *नाइक्रोम-अवयव का स्थायी ताप क्या है? नाइक्रोम का सम्मिलित ताप* परिसर में प्रतिरोध ताप गुणांक 1.70×10^{-4} °C^{-1} है।

हल–दिया है– प्रारम्भिक ताप $T_1 = 27°C$, प्रारम्भिक प्रतिरोध $R_1 = 75.3$ ओम

$\alpha = 1.7\times10^{-4}$ प्रति °C, $V = 230$ वोल्ट, $I = 2.68$ एम्पियर

धारा प्रवाहित होने पर प्रारंभ में नाइक्रोम का ताप तथा प्रतिरोध बढ़ता है अत: स्थाई धारा की अवस्था में नाइक्रोम का प्रतिरोध

$$R_2 = \frac{V}{I} = \frac{230}{2.68} = 85.8 \text{ ओम}$$

माना स्थाई ताप T_2 है तब $R_2 = R_1[1+\alpha(T_2 - T_1)]$ से,

$$T_2 = T_1 + \frac{R_2 - R_1}{R_1\alpha} = 27 + \frac{85.8-75.3}{(75.3)\times1.7\times10^{-4}}$$

$$= 27 + 820.2$$

या $$T_2 = 847.2\,°C$$

उदा.14. एक प्लेटिनम प्रतिरोध तापमापी जिसकी सहायता से प्रतिरोध में परिवर्तन ज्ञात कर ताप का मान ज्ञात किया जाता है, का 20°C पर प्रतिरोध 50Ω है। जब तापमापी को एक पात्र (जिसमें चाँदी गलन बिन्दु पर है) में रखा जाता है, तो इसके प्रतिरोध का मान बढ़कर 80Ω हो जाता है। यह मानते हुए कि इस ताप परास में प्रतिरोध का मान रेखीय रूप से परिवर्तित होता है, चाँदी का गलन बिन्दु ज्ञात कीजिए। (चाँदी के लिए प्रतिरोध ताप गुणांक $\alpha = 3.8 \times 10^{-3}\,°C^{-1}$ है)

पाठ्यपुस्तक उदाहरण 5.9

हल– दिया गया है–

$$R_{20} = 50\Omega$$
$$R_t = 80\Omega$$
$$t = ?$$
$$\alpha = 3.8 \times 10^{-3}\,°C^{-1}$$

सूत्र से $$\alpha = \frac{R_t - R_{20}}{R_{20}(t-20)}$$

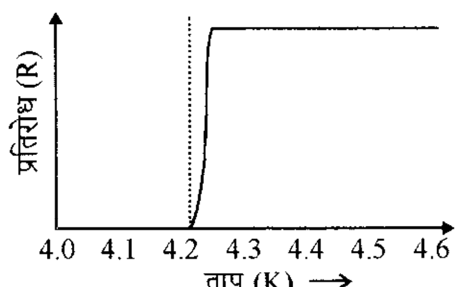
$$t - 20 = \frac{R_t - R_{20}}{R_{20} \times \alpha}$$

$$t - 20 = \frac{80-50}{50 \times 3.8 \times 10^{-3}} = 157.89$$

$$t = 177.89°C$$

5.8.1 अतिचालकता (Super Conductivity)

कुछ पदार्थों में ताप व प्रतिरोध का संबंध असामान्य होता है। ताप को क्रमशः घटाने पर प्रतिरोध धीरे–धीरे घटता है लेकिन निम्न ताप की एक निश्चित सीमा के बाद प्रतिरोध अचानक तेजी से घटकर शून्य हो जाता है। इस घटना को अति चालकता (Super Conductivity) कहते हैं तथा उस ताप को क्रांतिक ताप (Critical Temperature) कहते हैं। जिस ताप पर पदार्थ का प्रतिरोध शून्य हो जाता है उस क्रांतिक ताप को T_c से व्यक्त करते हैं। पारे के प्रतिरोध का ताप के साथ परिवर्तन निम्नांकित चित्र में दिखाया गया है–



चित्र–5.26

चित्र से स्पष्ट है, कि पारे का प्रतिरोध 4.2 K पर शून्य हो जाता है। इसी प्रकार धात्विक टिन का प्रतिरोध 3.72 K पर शून्य हो जाता है। अतिचालकता की घटना अति अल्प तापों 10K से 0.1 K तक होती है। अतिचालकता की अवस्था में पदार्थ के भीतर चुम्बकीय क्षेत्र भी शून्य हो जाता है। इस प्रभाव को माइस्नर प्रभाव (Meissner Effect) कहते हैं।

अनेक तत्व तथा सैकड़ों यौगिक इस प्रकार के व्यवहार को व्यक्त करते हैं। अतिचालकता की खोज सन् 1911 में नीदरलैण्ड के वैज्ञानिक कैमरलिंघ ओन्नस (Kamerlingh Onnes) ने की।

चालक का प्रतिरोध शून्य होने का अर्थ यह है, कि उस चालक में विद्युत धारा बिना ऊर्जा व्यय के बह सकती है। ऐसी अवस्था में परिपथ में एक बार विद्युत प्रवाहित धारा प्रवाहित करने पर वह अनन्त काल तक लगातार प्रवाहित हो सकती है, भले ही विद्युत स्रोत को हटा लिया जाये। अतिचालकता के संबंध में सबसे बड़ी व्यवहारिक कठिनाई यह है, कि अतिचालकता बहुत निम्न तापों पर प्राप्त होती है, जिस दिन इसे हल कर लिया जायेगा, उसी दिन विश्व की ऊर्जा समस्या स्वतः हल हो जायेगी।

अतिचालकों का उपयोग उच्च चुम्बकीय क्षेत्र के विद्युत चुम्बक बनाने में, जिन्हें अतिचालक चुम्बक कहते हैं, विद्युत ऊर्जा के संचरण में, सुपर कम्प्यूटर्स बनाने में, पदार्थ विज्ञान के शोधन आदि में किया जाता है।

5.9 प्रतिरोधों का श्रेणी एवं समान्तर क्रम संयोजन (Series and Parallel Combination of Resistances)

दिये गये प्रतिरोधों से भिन्न प्रतिरोध प्राप्त करने के लिए प्रतिरोधों को जोड़कर अभीष्ट प्रतिरोध प्राप्त करते है। प्रतिरोधों का संयोजन दो प्रकार से किया जाता है –

(1) श्रेणीक्रम संयोजन (Series combination) तथा

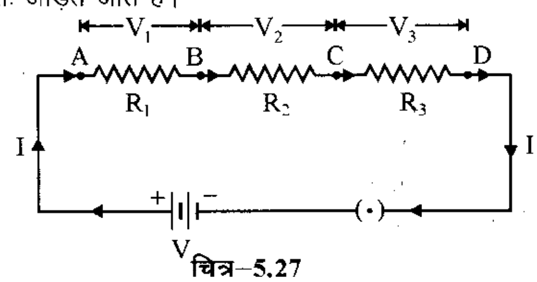
(2) समान्तर क्रम संयोजन (Parallel combination)

कभी-कभी प्रतिरोधों को इस प्रकार भी जोड़ना होता है कि कुछ प्रतिरोध श्रेणीक्रम में तथा कुछ समान्तर क्रम हो। ऐसे संयोजन को **मिश्रित संयोजन** (Mixed combination) कहते है।

जब किसी विद्युत परिपथ में किन्हीं दो बिन्दुओं के बीच लगे कई प्रतिरोधों को हटाकर उनके स्थान पर केवल एक ऐसा प्रतिरोध लगा दिया जाये जिससे परिपथ की धारा तथा उन दोनों बिन्दुओं के बीच विभवान्तर के मान में कोई परिवर्तन न हो तो ऐसे प्रतिरोध को 'तुल्य प्रतिरोध' (equivalent resistance) कहते है।

5.9.1. श्रेणीक्रम संयोजन (Series combination)

इस संयोजन में एक प्रतिरोध का दूसरा सिरा दूसरे प्रतिरोध के पहले सिरे और दूसरे प्रतिरोध का दूसरा सिरा तीसरे के पहले सिरे से तथा इसी प्रकार क्रमशः जोड़ते जाते हैं।



चित्र–5.27

माना कि चित्रानुसार AB, BC तथा CD तीन प्रतिरोध श्रेणीक्रम में जुड़े हुए है। जिनके प्रतिरोध क्रमशः R_1, R_2 व R_3 है। श्रेणीक्रम संयोजन में सभी प्रतिरोधों में समान विद्युत धारा बहती है परन्तु उनके सिरों के मध्य विभवान्तर उनके प्रतिरोधों के अनुसार भिन्न–भिन्न होता है। यदि R_1, R_2 व R_3 प्रतिरोधों के सिरों के मध्य विभवान्तर क्रमशः V_1, V_2 व V_3 हो तो

ओम के नियम से

$V_1 = IR_1$, $V_2 = IR_2$ तथा $V_3 = IR_3$

यदि बैटरी द्वारा आरोपित कुल विभवान्तर V है तो

$$V = V_1 + V_2 + V_3$$

$$= IR_1 + IR_2 + IR_3$$
$$= I(R_1 + R_2 + R_3) \quad .....(1)$$

यदि A व D के मध्य तुल्य प्रतिरोध R_S है तो

ओम के नियम से

$$V = IR_S \quad .....(2)$$

समीकरण (1) व (2) की तुलना करने पर

$$IR_S = I(R_1 + R_2 + R_3)$$
$$\Rightarrow \quad R_S = R_1 + R_2 + R_3 \quad .....(3)$$

इसी प्रकार यदि n प्रतिरोधों को श्रेणीक्रम में संयोजित किया जाये तब तुल्य प्रतिरोध

$$R_S = R_1 + R_2 + R_3 + ...+ R_n \quad .....(4)$$

इस प्रकार **श्रेणीक्रम में जुड़े हुये प्रतिरोधों का तुल्य प्रतिरोध उन प्रतिरोधों के योग के बराबर होता है।** स्पष्ट है कि श्रेणीक्रम में तुल्य प्रतिरोध का मान प्रत्येक प्रतिरोध के अलग–अलग मान से अधिक होता है।

प्रतिरोधों में श्रेणीक्रम संयोजन से सम्बन्धित ध्यान देने योग्य बातें–

(i) इस संयोजन में प्रत्येक भाग में धारा एक ही रहती है।

(ii) संयोजन के सिरों का विभवान्तर, इसमें जुड़े प्रत्येक प्रतिरोध के विभवान्तर के योग के बराबर होता है।

(iii) संयोजन का तुल्य प्रतिरोध, इसमें जुड़े हुए चालकों के प्रतिरोध के योग के बराबर होता है।

(iv) शक्ति व्यय उनके प्रतिरोधों के अनुपात में होता है।

$$P \propto R$$
$$P_1 : P_2 : P_3 = R_1 : R_2 : R_3$$

(v) यदि n एकसमान प्रतिरोधों को श्रेणीक्रम में जोड़ते हैं, तब

$R_S = nR$

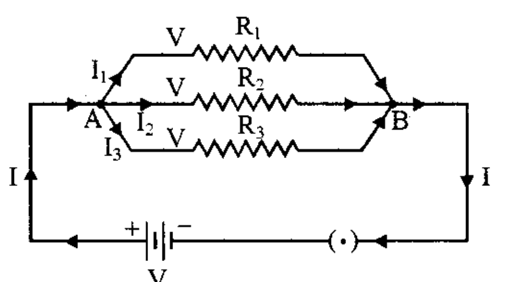
तथा प्रत्येक प्रतिरोध के सिरों पर विभवान्तर

$$V' = \frac{V}{n}$$

[illegible] संयोजन (Parallel combination)

जब दो या दो से अधिक प्रतिरोध इस प्रकार जोड़े जाते हैं कि उन सभी के पहले सिरे एक बिन्दु से तथा दूसरे सिरे एक दूसरे बिन्दु से जुड़े हो तो इस संयोजन को समान्तर क्रम संयोजन कहते है। इसमें सभी प्रतिरोधों के सिरों के बीच विभवान्तर समान होता है परन्तु उनमें धारा भिन्न–भिन्न होती है।

माना कि बिन्दुओं A व B के मध्य तीन प्रतिरोध R_1, R_2 व R_3 समान्तर क्रम में जुड़े है। माना कि बैटरी द्वारा प्रवाहित विद्युत धारा I है। बिन्दु A पर यह धारा तीन भागों में बँट जाती है। माना कि प्रतिरोधों R_1, R_2 व R_3 क्रमशः I_1, I_2 व I_3 धारायें बहती है। बिन्दु B पर ये तीनों धारायें मिल जाती है तथा कुल धारा I बन जाती है। तब स्पष्ट है कि



चित्र–5.28

$$I = I_1 + I_2 + I_3 \quad .....(1)$$

यदि बिन्दु A व B के बीच विभवान्तर V है तब प्रत्येक प्रतिरोध A व B के बीच जुड़ा होने के कारण प्रत्येक के सिरों के बीच विभवान्तर V ही रहेगा। अतः

ओम के नियम से

$$I_1 = \frac{V}{R_1}, \quad I_2 = \frac{V}{R_2} \text{ तथा } I_3 = \frac{V}{R_3}$$

∴ समीकरण (1) की सहायता से

$$I = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2} + \frac{V}{R_3}$$
$$= V\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right) \quad .....(2)$$

यदि बिन्दुओं A व B के बीच तुल्य प्रतिरोध R_P हो तो

ओम के नियम से

$$I = \frac{V}{R_P} \quad .....(3)$$

समीकरण (1) व (2) की तुलना करने पर

$$\frac{V}{R_P} = V\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right)$$
$$\Rightarrow \quad \frac{1}{R_P} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \quad .....(4)$$

यदि n प्रतिरोध समान्तर क्रम में संयोजित हो तो

$$\frac{1}{R_P} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + ...+ \frac{1}{R_n} \quad .....(5)$$

अर्थात् **समान्तर क्रम में जुड़े हुये प्रतिरोधों के तुल्य प्रतिरोध का व्युत्क्रम (Reciprocal) उन प्रतिरोधों के व्युत्क्रमों के योग के बराबर होता है।**

समान्तर क्रम में जुड़े प्रतिरोधों के तुल्य प्रतिरोध का मान उन प्रतिरोधों में सबसे कम मान के प्रतिरोध से भी कम होता है।

उदाहरण के लिए–

यदि दो प्रतिरोध R_1 व R_2 समान्तरक्रम में संयोजित हो तब उनके तुल्य प्रतिरोध का व्युत्क्रम

$$\frac{1}{R_P} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$
$$R_P = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$
$$\Rightarrow \quad R_P = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \quad .....(6)$$

हमारे घरों में विद्युत के विभिन्न बल्ब, हीटर, पंखे आदि एक दूसरे के समान्तरक्रम में संयोजित होते हैं तथा सभी के अलग–अलग स्विच होते हैं।

प्रतिरोधों के समान्तरक्रम संयोजन से सम्बन्धित ध्यान देने योग्य बातें–

(i) शक्ति व्यय उनके प्रतिरोधों के व्युत्क्रमानुपाती होता है

अर्थात् $P \propto \frac{1}{R}$

$$\Rightarrow \quad P_1 : P_2 : P_3 = \frac{1}{R_1} : \frac{1}{R_2} : \frac{1}{R_3}$$

(ii) यदि n एक समान प्रतिरोधों को समान्तर क्रम में जोड़ते है तब

$$R_P = \frac{R}{n} \text{ तथा प्रत्येक प्रतिरोध से प्रवाहित धारा } I' = \frac{I}{n}$$

महत्त्वपूर्ण तथ्य

(i) यदि प्रतिरोध श्रेणीक्रम में है तथा एक प्रतिरोध को खुला छोड़ दिया जाए, तो सम्पूर्ण परिपथ में धारा का मान शून्य हो जाता है तथा परिपथ काम करना बन्द कर देता है, जबकि समान्तरक्रम संयोजन में ऐसा नहीं होता है।

(ii) त्यौहारों पर सजावट के लिए लगने वाले बल्बों की झालर में बल्ब श्रेणीक्रम में लगे होते हैं।

(iii) n एकसमान प्रतिरोधों से बनने वाले अधिकतम संभव संयोजन 2^{n-1} होंगे।

(iv) n असमान प्रतिरोधों से बनने वाले अधिकतम संभव संयोजन 2^n होंगे।

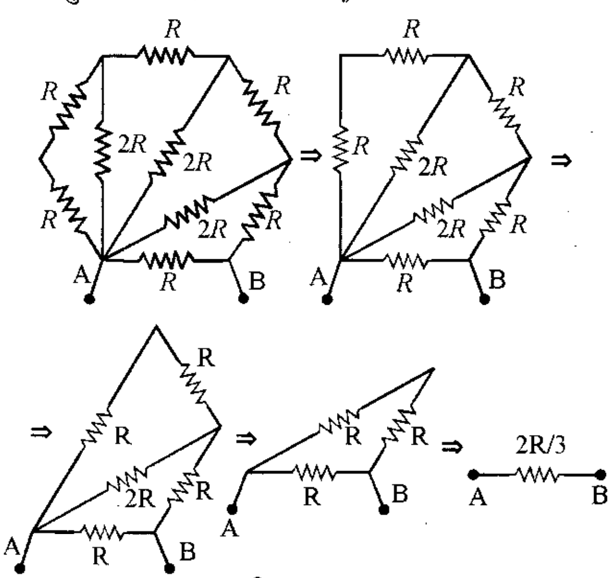
(v) यदि n समान प्रतिरोधों को पहले श्रेणीक्रम में तथा फिर समान्तर क्रम में जोड़ा जाए तो इनके तुल्य प्रतिराधों का अनुपात

$$\frac{R_s}{R_n} = \frac{n^2}{1}$$

(vi) यदि किसी R प्रतिरोध वाले तार को n बराबर भागों में विभक्त किया जाए और फिर इन भागों को एक बण्डल के रूप में समायोजित किया जाए तब संयोग का तुल्य प्रतिरोध $\frac{R}{n^2}$ होगा।

कुछ कठिन परिपथों के तुल्य प्रतिरोध ज्ञात करने की Trick

1. **दिए गए परिपथ का उत्तरोत्तर सरलीकरण:** यह विधि तब प्रयुक्त की जाती है जब दिए गए परिपथ में प्रतिरोधों की श्रेणीक्रम तथा समान्तर क्रम की पहचान हो जाए। उदाहरण के लिए निम्न परिपथ में A तथा B, दो बिन्दुओं के बीच तुल्य प्रतिरोध ज्ञात करने के लिए, परिपथ को सरल किया जाता है।



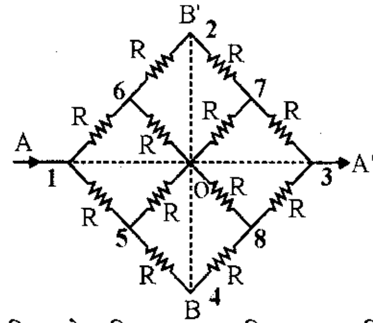
चित्र–5.29

2 **समविभव बिन्दुओं की पहचान :** यह विधि सम विभव बिन्दुओं की पहचान करने व उन्हें जोड़ने पर आधारित है। समविभव बिन्दुओं की पहचान का आधार परिपथ की सममितता होता है।

(i) दिये गये परिपथ में दो सममित अक्ष हो सकते हैं।

(a) समान्तर सममित अक्ष, जो कि धारा प्रवाह की दिशा में होता है।

(b) अभिलम्बवत् सममित अक्ष, जो कि धारा प्रवाह की दिशा के लम्बवत् दिशा में होता है। उदाहरण के लिए दिए गए परिपथ में अक्ष AA' समान्तर सममित अक्ष है तथा अक्ष BB' अभिलम्बवत् सममित अक्ष है।



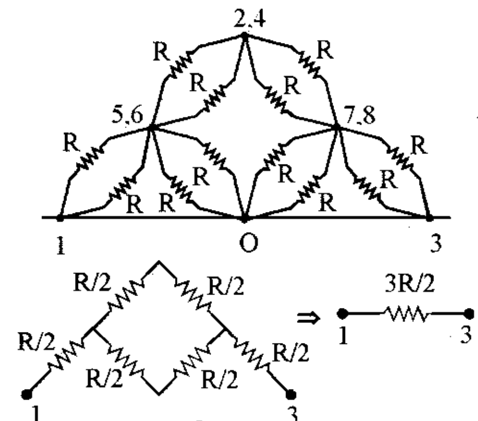
चित्र–5.30

(ii) ऐसे बिन्दु जो अभिलम्बवत् सममित अक्ष पर स्थित हैं, समविभव बिन्दु हो सकते हैं।

(iii) समान्तर सममित अक्ष पर स्थित बिन्दुओं के विभव कभी समान नहीं हो सकते ।

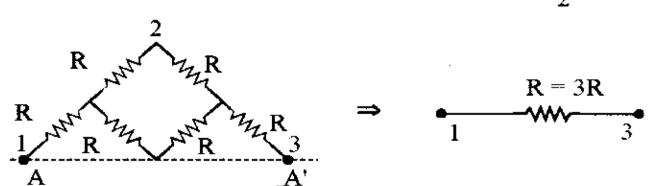
(iv) यदि परिपथ को समान्तर सममित अक्ष के सापेक्ष मोड़ दिया जाए तब अतिव्यापित होने वाले बिंदु समान विभव पर होंगे। अत: दिए गए चित्र में निम्न बिन्दु समान विभव पर हैं।

(a) 5 व 6 (b) 2, 0 व 8 (b) 7 व 8



चित्र–5.31

विशेष : उपरोक्त परिपथ, दो बराबर भागों में समान्तर सममित अक्ष के सापेक्ष विभक्त किया जा सकता है, जैसा कि चित्र में प्रदर्शित है प्रत्येक भाग का तुल्य प्रतिरोध R' हो तो परिपथ का तुल्य प्रतिरोध R= $\frac{R'}{2}$ होगा।

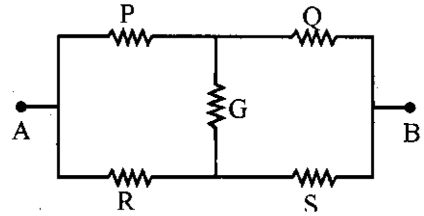


चित्र–5.32

तुल्य प्रतिरोध के महत्त्वपूर्ण परिणाम

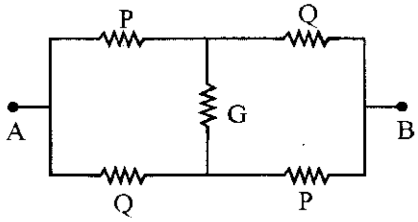
1. **असंतुलित व्हीटस्टोन सेतु में बिन्दु A व B के बीच का तुल्य प्रतिरोध**

(i)



चित्र–5.33

$$R_{AB} = \frac{PQ(R+S)+(P+Q)RS+G(P+Q)(R+S)}{G(P+Q+R+S)+(P+R)(Q+S)}$$



चित्र–5.34

$$R_{AB} = \frac{2PQ + G(P+Q)}{2G + P + Q}$$

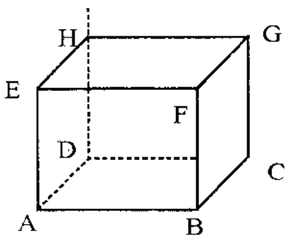
2. घन (जिसकी प्रत्येक भुजा का प्रतिरोध R है) का भिन्न-भिन्न स्थितियों में तुल्य प्रतिरोध-

(i) E तथा C के बीच अर्थात् विकर्ण EC के बीच $R_{EC} = \frac{5}{6}R$

(ii) A तथा B के बीच अर्थात् घन की भुजा के सिरों के बीच $R_{AB} = \frac{7}{12}R$

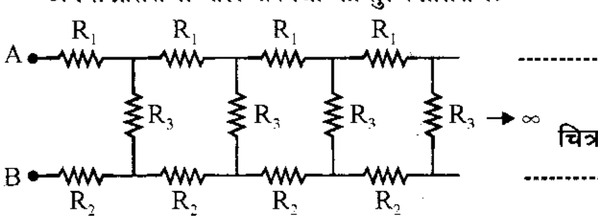
(iii) A तथा C के बीच अर्थात् घन के एक फलक के विकर्ण से सिरों के बीच

$R_{AC} = \frac{3}{4}R$



चित्र–5.35

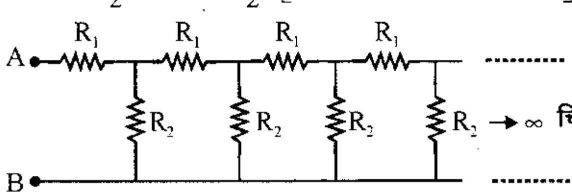
3. अनन्त प्रतिरोधों वाले परिपथों का तुल्य प्रतिरोध:-



चित्र–5.36

$$R_{AB} = \frac{1}{2}(R_1+R_2) + \frac{1}{2}\left[(R_1+R_2)^2 + 4R_3(R_1+R_2)\right]$$

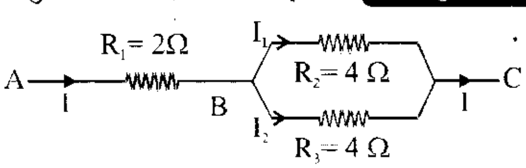
(ii)



चित्र–5.37

$$R_{AB} = \frac{1}{2}R_1\left[1 + \sqrt{1 + 4\left(\frac{R_2}{R_1}\right)}\right]$$

उदा.15. चित्र में दर्शाए गए विद्युत परिपथ में बिन्दु A एवं C के मध्य तुल्य प्रतिरोध ज्ञात कीजिए। **पाठ्यपुस्तक उदाहरण 5.10**

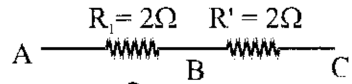


चित्र–5.38

हल–दिए गए विद्युत परिपथ में प्रतिरोध R_2 व R_3 समान्तरक्रम में संयोजित है। अत: इनका तुल्य प्रतिरोध

$$R' = \frac{R_2 \times R_3}{R_2 + R_3} = \frac{4 \times 4}{4+4} = 2\Omega$$

∴ तुल्य परिपथ



चित्र–5.39

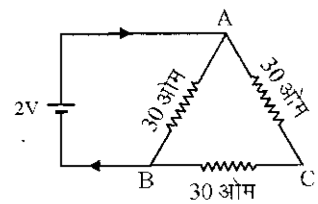
अब बिन्दु A व C के मध्य तुल्य प्रतिरोध

$$R = R_1 + R'$$

∵ R_1 व R' श्रेणीक्रम में संयोजित है।

$$R = 2 + 2 = 4\Omega$$

उदा.16. चित्र में प्रदर्शित परिपथ में धारा ज्ञात करो।



चित्र–5.40

हल– परिपथ में ACB भुजा का प्रतिरोध

= 30 + 30 = 60 ओम

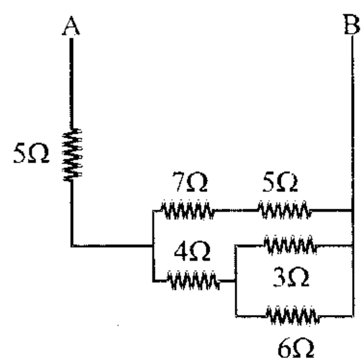
यह 60 ओम का प्रतिरोध भुजा AB (= 30 ओम) के समान्तर क्रम में होगा। अत: तुल्य प्रभावी प्रतिरोध

$$R_P = \frac{30 \times 60}{30 + 60} = 20 \text{ ओम}$$

परिपथ में धारा $I = \frac{V}{R_P} = \frac{2}{20} = \frac{1}{10}$

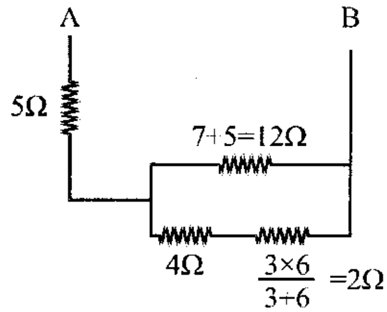
= 0.1 एम्पियर

उदा.17. चित्र में दर्शाए गए संयोजन का तुल्य प्रतिरोध ज्ञात कीजिए। **पाठ्यपुस्तक उदाहरण 5.11**



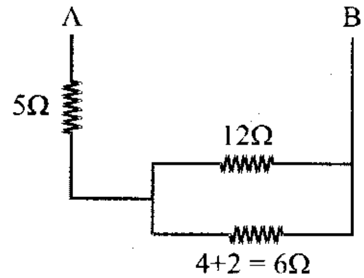
चित्र–5.41

हल–दिए गए परिपथ में 7Ω व 5Ω प्रतिरोध श्रेणीक्रम में जबकि 3Ω व 6Ω प्रतिरोध समान्तरक्रम में संयोजित है। अत: तुल्य परिपथ निम्न प्रकार होगा–



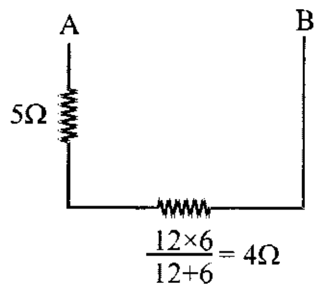
चित्र–5.42

अब 4Ω तथा 2Ω प्रतिरोध श्रेणीक्रम में है। अतः तुल्य परिपथ



चित्र–5.43

अब 12Ω व 6Ω प्रतिरोध समान्तर क्रम में है। अतः तुल्य परिपथ

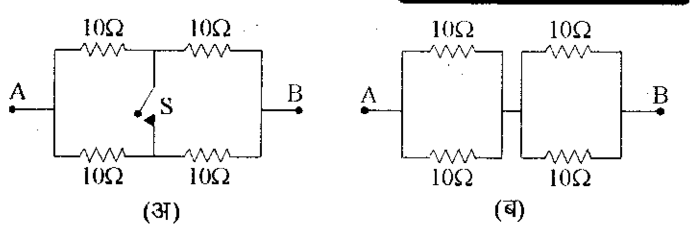


चित्र–5.44

अब 5Ω व 4Ω प्रतिरोध श्रेणीक्रम में है। अतः संयोजन का तुल्य प्रतिरोध $R = 5 + 4 = 9\Omega$

उदा.18. चित्र में दर्शाये संयोजन का बिन्दु A व B के मध्य तुल्य प्रतिरोध ज्ञात कीजिए जबकि (अ) स्विच S खुला हो। (ब) स्विच S बन्द हो।

पाठ्यपुस्तक उदाहरण 5.12



चित्र–5.45

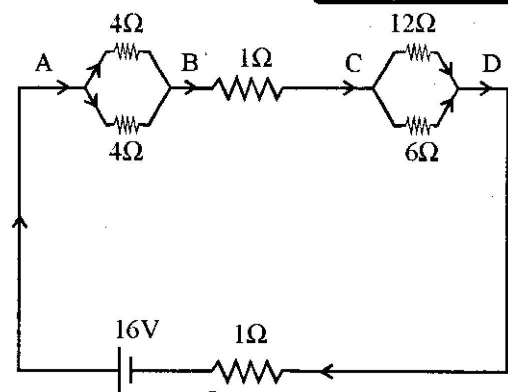
हल– (अ) जब स्विच S खुला है तो ऊपरी शाखा में प्रतिरोध श्रेणीक्रम में होंगे जिनका तुल्य प्रतिरोध 20 ओम होगा। इसी प्रकार से निचली शाखा का तुल्य प्रतिरोध भी 20 ओम होगा। अतः A व B के मध्य तुल्य प्रतिरोध R_{eq} का मान होगा–

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{20} + \frac{1}{20} \text{ या } R_{eq} = 10\,\Omega$$

(ब) जब स्विच S को बन्द किया जाता है तो बायीं ओर के 10 ओम के प्रतिरोध समान्तर क्रम में जुड़ जायेंगे जिनका तुल्य प्रतिरोध 5 ओम होगा। इसी प्रकार दायीं ओर के 10 ओम के प्रतिरोध भी समान्तर क्रम में जुड़ेंगे जिनका तुल्य प्रतिरोध 5 ओम होगा। अब ये दोनों (5 ओम के) प्रतिरोध श्रेणीक्रम में होंगे जिनका तुल्य प्रतिरोध 10 ओम होगा।

उदा.19. चित्र में दिखाए गए अनुसार 1Ω आन्तरिक प्रतिरोध के 16V की एक बैटरी में प्रतिरोधों के एक नेटवर्क को जोड़ा गया है। (a) नेटवर्क का तुल्य प्रतिरोध परिकलित कीजिए। (b) प्रत्येक प्रतिरोधक में धारा का मान ज्ञात कीजिए तथा (c) वोल्टता पात V_{AB} V_{BC} तथा V_{CD} ज्ञात कीजिए।

पाठ्यपुस्तक उदाहरण 5.13



चित्र–5.46

हल–(a) बिन्दु A एवं B के मध्य 4 ओम–4 ओम के दो प्रतिरोध समान्तर क्रम में हैं

अतः तुल्य प्रतिरोध $R_1 = \frac{4\times4}{4+4} = 2$ ओम

बिन्दु C एवं D के मध्य 6 ओम एवं 12 ओम के दो प्रतिरोध समान्तर क्रम में हैं

अतः तुल्य प्रतिरोध $R_2 = \frac{6\times12}{6+12} = 4$ ओम

प्रतिरोध R_1, R_2 एवं 1 ओम के प्रतिरोध परस्पर श्रेणीक्रम में संयोजित हैं

अतः नेटवर्क का तुल्य प्रतिरोध $R = R_1 + R_2 + 1 = 2 + 4 + 1 = 7$ ओम

(b) सेल का आन्तरिक प्रतिरोध r = 1 ओम तथा विद्युतवाहक बल $\varepsilon = 16$ वोल्ट

अतः परिपथ में प्रवाहित धारा $I = \frac{\varepsilon}{R+r} = \frac{16}{7+1} = 2$ एम्पियर

भिन्न-भिन्न प्रतिरोधों के लिए

(i) A व B के मध्य जुड़े 4 – 4 Ω के प्रतिरोधों में माना प्रवाहित धारा क्रमशः I_1 व I_2 है तब $I_1 + I_2 = I$ ...(1)

तथा $4I_1 = 4I_2$

$\Rightarrow I_1 = I_2$

अतः समी. (1) से

$2I_1 = I$

$\Rightarrow I_1 = I_2 = \frac{I}{2} = \frac{2}{2} = 1$ एम्पियर

(ii) B व C के मध्य जुड़े 1Ω के प्रतिरोध में धारा = I = 2 एम्पियर

(iii) बिन्दु C व D के मध्य जुड़े 6 Ω एवं 12 Ω के प्रतिरोधों में प्रवाहित धारा माना I_3 व I_4 है तब

$I_3 + I_4 = I$ ....(2)

तथा $6I_3 = 12\,I_4$

$I_3 = 2I_4$ ...(3)

सभी. (2) व (3) से $\quad 3I_4 = I$ या $I_4 = \frac{I}{3} = \frac{2}{3}$ एम्पियर

तथा $\quad I_3 = 2I_4 = \frac{4}{3}$ एम्पियर

अतः 6Ω के प्रतिरोध में धारा $\frac{4}{3}$ एम्पियर तथा $12\ \Omega$ के प्रतिरोध में धारा $\frac{2}{3}$ एम्पियर प्रवाहित होगी।

(C)(i) बिन्दु A एवं B के मध्य विभवान्तर V = IR से

$V_{AB} = 4 \times I_1 = 4 \times 1 = 4$ वोल्ट

(ii) बिन्दु B एवं C के मध्य विभवान्तर

$V_{BC} = 1 \times I = 1 \times 2 = 2$ वोल्ट

(iii) बिन्दु C व D के मध्य विभवान्तर

V_{CD} = तुल्य प्रतिरोध × धारा = $4 \times 2 = 8$ वोल्ट

(इसे हम किसी एक प्रतिरोध एवं उसमें प्रवाहित धारा से भी ज्ञात कर सकते हैं जैसे

$V_{CD} = 6 \times I_3 = 6 \times \frac{4}{3} = 8$ वोल्ट या $V_{CD} = 12 \times I_4 = 12 \times \frac{2}{3} = 8$ वोल्ट)

5.10 सेल, विद्युत वाहक बल, टर्मिनल वोल्टता एवं आंतरिक प्रतिरोध (Cell, Electromotive force, terminal voltage and internal resistance)

विद्युत सेल एक ऐसी युक्ति है जो रासायनिक क्रिया द्वारा किसी परिपथ में आवेश के प्रवाह (अर्थात् विद्युत धारा) को लगातार बनाये रखती है। विद्युत सेल में विभिन्न धातुओं की दो छड़ें होती हैं, जिन्हें इलेक्ट्रोड कहते हैं। ये इलेक्ट्रोड एक घोल में डूबे रहते हैं। इस घोल को विद्युत अपघट्य (electrolyte) कहते हैं। इलेक्ट्रोडों को विद्युत अपघट्य में डूबोने पर विद्युत अपघट्य के ऋणायन एक इलेक्ट्रोड की ओर गतिशील होते हैं तथा धनायन दूसरे इलेक्ट्रोड की ओर गतिशील होते हैं। जिसके फलस्वरूप एक इलेक्ट्रोड धनावेशित हो जाता है तथा दूसरा इलेक्ट्रोड ऋणावेशित हो जाता है। जब दोनों इलेक्ट्रोडों को किसी तार द्वारा जोड़ा जाता है, तो तार में आवेश प्रवाहित होने लगता है, अर्थात् तार में धारा बहती है। सेल के भीतर विद्युत अपघट्य में ऐसी रासायनिक क्रिया होती है जिससे कि इलेक्ट्रोडों पर आवेश की पूर्ति होती रहती है तथा तार में आवेश का प्रवाह निरन्तर बना रहता है। सेल से जुड़े बाह्य परिपथ में ऋणात्मक इलेक्ट्रोड (जिसे कैथोड़ कहते हैं) से इलेक्ट्रॉन निकलकर धनात्मक इलेक्ट्रोड (जिसे एनोड कहते हैं) पर जाते है। सेल के भीतर विद्युत अपघट्य की रासायनिक क्रिया के फलस्वरूप एनोड से इलेक्ट्रॉन निकलकर कैथोड़ पर पहुंचते रहते हैं। (वास्तव में विद्युत अपघट्य में इलेक्ट्रॉन, एक इलेक्ट्रोड से निकलकर दूसरे इलेक्ट्रोड में नहीं जाते हैं, अपितु आयन चलते हैं) इस प्रकार, परिपथ पूर्ण होने पर इलेक्ट्रॉन पूरा चक्कर लगाते हैं। बाह्य परिपथ में तार का सम्बन्ध विच्छेद कर देने पर भीतर की रासायनिक क्रिया भी रूक जाती है तथा धारा का प्रवाह बन्द हो जाता है।

सेल का विद्युत वाहक बल (Electromotive force of a cell)

विद्युत परिपथ में आवेश के सतत् प्रवाह के लिये सेल द्वारा कुछ कार्य करना पड़ता है। सेल में होने वाली रासायनिक क्रियाओं में जो ऊर्जा मुक्त होती है वही ऊर्जा परिपथ में आवेश को प्रवाहित करने के लिये प्रयुक्त होती है। इस प्रकार सेल अपने इलेक्ट्रॉड़ो तथा विद्युत अपघट्य की रासायनिक ऊर्जा को विद्युत ऊर्जा में रूपान्तरित करता है।

विद्युत वाहक बल (वि. वा. बल) प्रत्येक सेल का एक लाक्षणिक गुण होता है। यह सेल में प्रयुक्त प्लेटों तथा विद्युत-अपघट्य (electrolyte) की प्रकृति पर निर्भर करता है। प्लेटों के आकार अथवा उनके बीच की दूरी तथा विद्युत-अपघट्य की मात्रा का सेल के वि. वा. बल पर कोई प्रभाव नहीं पड़ता।

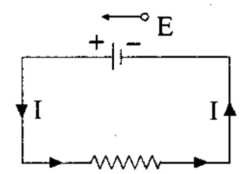
शब्द विद्युत वाहक बल एक भ्रान्ति उत्पन्न करता है क्योंकि सेल का विद्युत वाहक बल कोई बल नहीं है बल्कि यह परिपथ में आवेश के प्रवाह के लिए सेल द्वारा प्रति एकांक आवेश को दी जाने वाली ऊर्जा है।

इसे इस प्रकार परिभाषित कर सकते हैं–**'एकांक आवेश को पूरे परिपथ में (सेल सहित) प्रवाहित करने में सेल द्वारा जो ऊर्जा दी जाती है उसे सेल का विद्युत वाहक बल' (e.m.f.) कहते हैं।** यदि किसी विद्युत परिपथ में q कूलॉम आवेश प्रवाहित करने में सेल द्वारा परिपथ को दी गई ऊर्जा (अर्थात् किया गया कार्य) W जूल हो तो सेल का वि. वा. बल

$$E = \frac{W}{q} \text{ जूल/कूलॉम}$$

वि. वा. बल का मात्रक 'जूल/कूलॉम' है। इस मात्रक को 'वोल्ट' कहते हैं।

चित्रानुसार सेल के भीतर धनावेश निम्न विभव (ऋण इलेक्ट्रोड) से उच्च विभव (धन इलेक्ट्रोड) की ओर प्रवाहित होता है। सेल का वि. वा. बल E इस प्रवाह के लिए उत्तरदायी होता है। इस कारण सेल का वि. वा. बल सेल के भीतर ऋण इलेक्ट्रोड से धन इलेक्ट्रोड की ओर दिष्ट होता है।



चित्र–5.47

यदि बैटरी बाह्य प्रतिरोध से नहीं जुड़ी हो तो बैटरी के टर्मिनलों के मध्य उत्पन्न विद्युत क्षेत्र ε द्वारा आवेश q को ऋण इलेक्ट्रोड से धन इलेक्ट्रोड पर ले जाने में किया गया कार्य

$$W = q\varepsilon d = qV$$

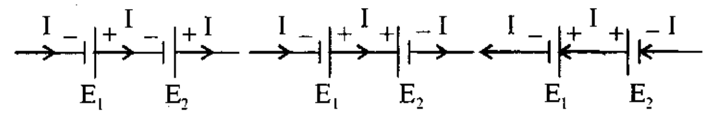
यहाँ d दोनों टर्मिनलों के मध्य की दूरी तथा V खुले परिपथ में टर्मिनलों के मध्य विभवान्तर है। अतः सेल का वि.वा. बल

$$E = \frac{W}{q} = \frac{qV}{q} = V$$

अतः किसी खुले परिपथ में बैटरी के टर्मिनलों के मध्य विभवान्तर का मान बैटरी के विद्युत वाहक बल के बराबर होता है।

जब परिपथ में धारा सेल के भीतर ऋण ध्रुव से धन ध्रुव की ओर प्रवाहित होती है अर्थात् सेल निरावेशित स्थिति में होता है तो इसके emf को धनात्मक चिन्ह से प्रदर्शित करते हैं।

सेल के भीतर धारा के धन ध्रुव से ऋण ध्रुव की ओर चलने पर अर्थात् सेल के आवेशन की स्थिति में emf को ऋणात्मक चिन्ह से प्रदर्शित करते हैं। (चित्र से)



$E = E_1 + E_2 \qquad E = E_1 - E_2 \qquad E = E_2 - E_1$

(a) (b) (c)

चित्र–5.48

सेल का आन्तरिक प्रतिरोध (Internal resistance of cell)

जब किसी सेल की प्लेटों को तार द्वारा जोड़ते हैं तो विद्युत धारा तार में सेल की धन प्लेट से ऋण प्लेट की ओर तथा सेल के भीतर उसके घोल में ऋण प्लेट से धन प्लेट की ओर प्रवाहित होती है। सेल का घोल विद्युत धारा के मार्ग में प्रतिरोध लगाता है। इस प्रतिरोध को सेल का आन्तरिक प्रतिरोध कहते हैं। एक आदर्श सेल (बैटरी) का आन्तरिक प्रतिरोध शून्य होता है।

सेल के आन्तरिक प्रतिरोध की निर्भरता-

(1) विद्युत अपघट्य (electrolyte) की सान्द्रता (C) तथा प्लेटों के बीच की दूरी (D) के अनुक्रमानुपाती होता है।

(2) प्लेटों के घोल के भीतर डूबे, क्षेत्रफल (A) के व्युत्क्रमानुपाती होता है।

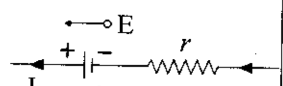
(3) ध्रुवण के अधिक हो जाने पर अधिक होता है।

(4) सेल से ली गई धारा (I) के समानुपाती

(5) ताप (T) के व्युत्क्रमानुपाती

याद रखें $r \propto \frac{CID}{AT}$

सेल की टर्मिनल वोल्टता (Terminal Voltage of a cell)–किसी सेल की प्लेटों के बीच प्रचालन विभवान्तर (operating potential difference) को ही सेल का टर्मिनल विभवान्तर (V) कहते हैं अर्थात् **जब किसी सेल युक्त विद्युत परिपथ में धारा प्रवाहित होती है तो सेल के दोनों सिरों के बीच के विभवान्तर (V) को सेल का टर्मिनल विभवान्तर कहते हैं।** विद्युत परिपथों में सेल/बैटरी का टर्मिनल विभवान्तर ही महत्वपूर्ण होता है। इसे टर्मिनल वोल्टता भी कहते हैं।



चित्र–5.49

किसी विद्युत परिपथ में एक बैटरी एक प्रतिरोध R से संयोजक तारों (connecting wires) द्वारा जोड़ी गयी है तथा इन संयोजक तारों का विद्युत प्रतिरोध प्रायः नगण्य मान लिया जाता है। बैटरी का धन सिरा इसके ऋण सिरे की अपेक्षा उच्च विभव पर होता है। यदि बैटरी का आन्तरिक प्रतिरोध (r) नगण्य मान लिया जाये, तो बैटरी के दोनों सिरों के बीच विभवान्तर अर्थात् बैटरी की टर्मिनल वोल्टता का मान सेल के emf (E) के बराबर होता है परन्तु वास्तविक बैटरी में कुछ आन्तरिक प्रतिरोध (r) अवश्य होता है, अतः टर्मिनल वोल्टता का मान सामान्यतः बैटरी के emf (E) के बराबर नहीं होता है।

सेल के टर्मिनल विभवान्तर, वि.वा. बल तथा आन्तरिक प्रतिरोध में सम्बन्ध–

यदि एक सेल जिसका वि.वा. बल E तथा आन्तरिक प्रतिरोध r है किसी परिपथ में जोड़ा जाता है। यदि परिपथ में I धारा t समय के लिये प्रवाहित होती है तब t समय में प्रवाहित आवेश q के लिये सेल द्वारा किया गया कार्य

$$W = Eq \quad \because q = It$$

$$\therefore \quad W = EIt$$

सेल के बाहर किसी प्रतिरोध R के सिरों के मध्य विभवान्तर V है जबकि यही विभवान्तर प्लेटों के मध्य भी है जबकि सेल से धारा ली जा रही है। अतः सेल के बाहर किया गया कार्य

$$W_{external} = VIt$$

सेल का आन्तरिक प्रतिरोध r है अतः परिपथ में I धारा प्रवाहित होने पर सेल के भीतर घोल में विभवपतन V = Ir होगा।

अतः सेल के भीतर किया गया कार्य

$$W_{Internal} = VIt = I^2rt$$

अतः ऊर्जा संरक्षण नियम से

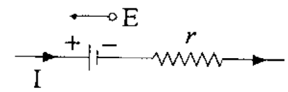
$$W = W_{External} + W_{Internal}$$

$$EIt = VIt + I^2rt$$

$$\Rightarrow \quad E = V + Ir$$

$$\Rightarrow \quad V = E - Ir \qquad .....(1)$$

यहाँ V सेल की प्लेटों के मध्य टर्मिनल विभवान्तर भी है। अतः जब किसी सेल से धारा ली जा रही हो अर्थात् सेल निरावेशित हो रहा हो तो सेल की प्लेटों के मध्य टर्मिनल विभवान्तर V सेल के वि.वा. बल E से कम होता है। इसका कारण सेल का आन्तरिक प्रतिरोध होना है जिससे सेल के भीतर विभव पतन Ir हो जाता है।



यदि किसी सेल को आवेशित करने के लिये किसी अन्य बैटरी से सेल में धारा भेजी जाती है तो सेल के भीतर धारा की दिशा धन से ऋण प्लेट की ओर होगी।

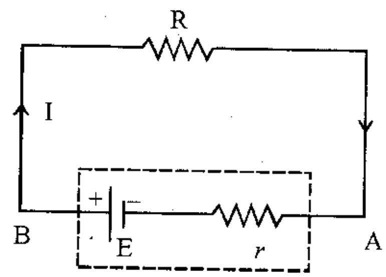
इस स्थिति में सेल की प्लेटों के मध्य टर्मिनल विभवान्तर V सेल के वि.वा. बल E से अधिक होगा अर्थात्

$$V = E + Ir \qquad ...(2)$$

समी. (2) का मान समी. (1) में I के स्थान पर –I रखकर प्राप्त किया जा सकता है।

विभिन्न स्थितियों में सेल

(1) **बन्द परिपथ (जब सेल विसर्जन की अवस्था में हो)**



चित्र–5.50

(i) सेल द्वारा प्रदान की गई धारा

$$I = \frac{E}{R + r}$$

(ii) प्रतिरोध के सिरों पर विभवान्तर

$$V = IR$$

(iii) सेल के भीतर विभव पतन = Ir

(iv) सेल का आन्तरिक प्रतिरोध

$$r = \left(\frac{E - V}{V}\right) \times R$$

(v) बाह्य प्रतिरोध (लोड) में शक्ति व्यय

$$P = VI = I^2R = \frac{V^2}{R} = \left(\frac{E}{R + r}\right)^2 .R$$

शक्ति अधिकतम होगी जबकि

$$R = r \qquad \text{अतः } P_{max} = \frac{E^2}{4r}$$

इस तथ्य को व्यापक रूप में **''अधिकतम शक्ति स्थानान्तरण प्रमेय''** **(Maximum power transter theorem)** कहते हैं।

विशेष– E तथा r की गणना के लिए Short trick

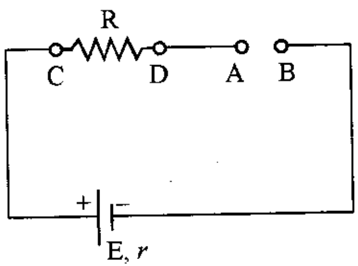
किसी सेल के बन्द परिपथ में में जिसका वि. वा. बल E तथा आन्तरिक प्रतिरोध r है, यदि बाह्य प्रतिरोध R_1 से बदलकर R_2 कर दिया जाये तब धारा में परिवर्तन I_1 से I_2 हो जाता है तथा विभवान्तर V_1 से V_2 हो जाता है। निम्न सम्बन्धों की सहायता से हम E तथा r का मान ज्ञात कर सकते है–

$$E = \frac{I_1 I_2}{I_2 - I_1}(R_1 - R_2)$$

$$\text{तथा } r = \left(\frac{I_2 R_2 - I_1 R_1}{I_1 - I_2}\right) = \frac{V_2 - V_1}{I_1 - I_2}$$

(2) खुला परिपथ व लघु परिपथ–

(a) खुला परिपथ–



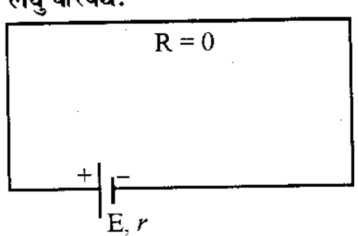
चित्र–5.51

(i) परिपथ में बहने वाली धारा I = 0

(ii) A तथा B के मध्य विभवान्तर $V_{AB} = E$

(iii) C तथा D के मध्य विभवान्तर $V_{CD} = 0$

(b) लघु परिपथ:–



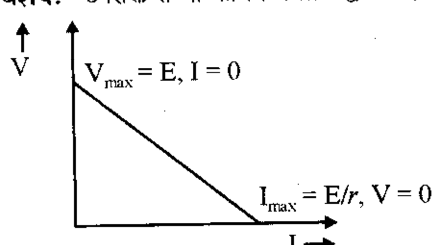
चित्र–5.52

(i) अधिकतम धारा (लघु परिपथ धारा) कुछ क्षणों पर बहती है।

$$I_{SC} = \frac{E}{r}$$

(ii) विभवान्तर V = 0

विशेष:– उपरोक्त तथ्यों को निम्न ग्राफ द्वारा प्रदर्शित कर सकते हैं–



चित्र–5.53

5.11 सेलों का संयोजन (Combination of Cells)

किसी एक सेल से प्रबल धारा प्राप्त नहीं की जा सकती। इसके लिये प्रायः कई सेलों को जोड़कर एक संयोजन बनाते हैं जिसे हम बैटरी (battery) कहते हैं। बैटरी से प्राप्त धारा की प्रबलता का मान अधिकतम रखने के लिये सेलों को आपस में किस प्रकार जोड़ा जाये, यह इस बात पर निर्भर करता है कि बैटरी के आन्तरिक प्रतिरोध तथा परिपथ के बाह्य प्रतिरोध के आपेक्षिक मान क्या हैं ? सेलों को निम्नलिखित प्रकार से सम्बन्धित किया जा सकता है–

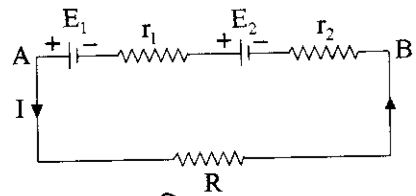
(1) श्रेणीक्रम में

(2) पार्श्वक्रम अथवा समान्तर क्रम में

5.11.1 सेलों का श्रेणीक्रम संयोजन (Series combination of Cells)

इस क्रम में एक सेल का ऋण ध्रुव दूसरे सेल के धन ध्रुव से और दूसरे सेल का ऋण ध्रुव तीसरे सेल के धन ध्रुव से जोड़ा जाता है।

इस संयोजन में दो अन्त सिरे (end points) विपरीत ध्रुवता के होते हैं तथा इनका उपयोग बाह्य प्रतिरोध या परिपथ को जोड़ने में किया जाता है। चित्र में वि.वा. बल E_1 तथा E_2 एवं आन्तरिक प्रतिरोध r_1 व r_2 के दो सेलों को श्रेणीक्रम में बाह्य प्रतिरोध R से जोड़ा गया है। प्रतिरोध R में प्रवाहित धारा I हो तो R के सिरों पर विभवान्तर



चित्र–5.54

$$V = IR \quad .....(1)$$

बिन्दुओं A तथा B के मध्य विभवान्तर का मान दोनों सेलों की टर्मिनल वोल्टताओं के योग के तुल्य होगा अर्थात्

$$V = (E_1 - Ir_1) + (E_2 - Ir_2) \quad .....(2)$$

टर्मिनल वोल्टता प्रतिरोध R के सिरों पर उत्पन्न विभवान्तर के तुल्य होती है

अतः $IR = (E_1 - Ir_1) + (E_2 - Ir_2)$

$I(R + r_1 + r_2) = E_1 + E_2$

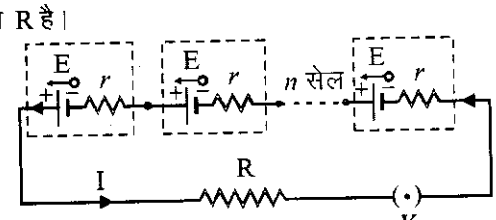
$$\Rightarrow \quad I = \frac{E_1 + E_2}{R + r_1 + r_2} = \frac{E_{eq}}{R + r_{eq}} \quad .....(3)$$

यहाँ $E_{eq} = E_1 + E_2$ सेलों का कुल वि.वा. बल तथा $r_{eq} = r_1 + r_2$ सेलों का कुल आन्तरिक प्रतिरोध है।

यदि उपरोक्त संयोजन में किसी एक बैटरी की ध्रुवता विपरीत कर दी जाये तो तुल्य वि.वा. बल का मान $E_{eq} = E_1 - E_2$ या $E_2 - E_1$ प्राप्त होता है।

n सेलों का श्रेणीक्रम संयोजन–

चित्र में इस प्रकार n सेलों से बनाया संयोजन प्रदर्शित किया गया है। मानलो प्रत्येक सेल का विद्युत वाहक बल E तथा आन्तरिक प्रतिरोध r है और बैटरी के बाह्य परिपथ में उपस्थित प्रतिरोध का मान R है।



चित्र–5.55

स्पष्ट है कि बैटरी का कुल वि॰ वा॰ बल = nE

बैटरी का आन्तरिक प्रतिरोध = nr

परिपथ का कुल प्रतिरोध = $R + nr$

अतः ओम के नियमानुसार, परिपथ में धारा

$$I = \frac{nE}{R + nr} \quad .....(4)$$

जिसका तुल्य प्रतिरोध 5 ओम होगा। अब ये दोनों (5 ओम के) प्रतिरोध

विशेष स्थितियाँ–

(i) यदि बैटरी का आन्तरिक प्रतिरोध nr, बाह्य प्रतिरोध R की अपेक्षा नगण्य हो तो

$$I = nE/R \qquad .....(5)$$

अर्थात् परिपथ में धारा एक सेल से प्राप्त धारा की अपेक्षा n गुना अधिक होती है। अतः बाह्य प्रतिरोध के सापेक्ष आन्तरिक प्रतिरोध I कम होने पर सैलों को श्रेणीक्रम में जोड़ना चाहिए।

(ii) यदि R, nr की अपेक्षा नगण्य हो तो

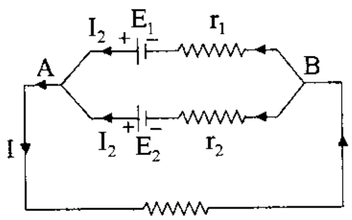
$$I = \frac{nE}{nr} = \frac{E}{r} \qquad .....(6)$$

अर्थात् परिपथ में एक सेल से प्राप्त धारा के तुल्य ही हैं अतः आन्तरिक प्रतिरोध अधिक होने पर धारा की प्रबलता सेलों को श्रेणीक्रम में जोड़कर नहीं बढ़ाई जा सकती।

5.1.12 सेलों का समान्तर क्रम संयोजन (Parallel Combination of Cells)

इस क्रम में सब सैलों के धन ध्रुव एक बिन्दु पर और ऋण ध्रुव दूसरे बिन्दु पर जोड़ दिए जाते हैं।

चित्र में वि.वा. बल E_1 तथा E_2 एवं आन्तरिक प्रतिरोध r_1 तथा r_2 के दो सेलों को समान्तर क्रम में बाह्य प्रतिरोध R से जोड़ा गया है।



चित्र–5.56

यदि बाह्य प्रतिरोध R में प्रवाहित धारा I हो तो R के सिरों पर विभवान्तर

$$V = IR \qquad .....(1)$$

A तथा B बिन्दुओं के मध्य सेलों की टर्मिनल वोल्टता का मान विभवान्तर V के बराबर होगा अर्थात्

$$V = E_1 - I_1r_1$$

तथा $\qquad V = E_2 - I_2r_2$

परन्तु यहाँ $\qquad I = I_1 + I_2$

अतः $\quad I = \frac{E_1 - V}{r_1} + \frac{E_2 - V}{r_2} = \left(\frac{E_1}{r_1} + \frac{E_2}{r_2}\right) - V\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right)$

तथा $\quad V = \frac{E_1r_2 + E_2r_1}{r_1 + r_2} - I\frac{r_1r_2}{r_1 + r_2}$

यदि सेलों के संयोजन को A व B बिन्दुओं के मध्य एक ऐसे सेल से प्रतिस्थापित करें कि जिसका वि. वा. बल E_{eq} व आंतरिक प्रतिरोध r_{eq} हो तो

$$V = E_{eq} - Ir_{eq}$$

संयोजन का तुल्य वि.वा. बल E_{eq} तथा $r_{eq} = \frac{r_1r_2}{r_1 + r_2}$ सेलों के आन्तरिक प्रतिरोधों का तुल्य आन्तरिक प्रतिरोध है।

$$\frac{1}{r_{eq}} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}$$

उपरोक्त परिणाम को निम्नानुसार भी व्यक्त किया जा सकता है

$$\frac{E_{eq}}{r_{eq}} = \frac{E_1}{r_1} + \frac{E_2}{r_2}$$

तथा n विभिन्न सेलों के लिए

$$\frac{E_{eq}}{r_{eq}} = \frac{E_1}{r_1} + \frac{E_2}{r_2} + ... + \frac{E_n}{r_n}$$

n समान सेलों का समान्तर क्रम संयोजन–

यदि सेलों की संख्या = n, वि॰ वा॰ बल = E, आन्तरिक प्रतिरोध = r, बाह्य प्रतिरोध = R, तथा परिणमित आन्तरिक प्रतिरोध = r' हो, तो

$$\frac{1}{r'} = \frac{1}{r} + \frac{1}{r} + \frac{1}{r} + \cdots n \text{ पद}$$

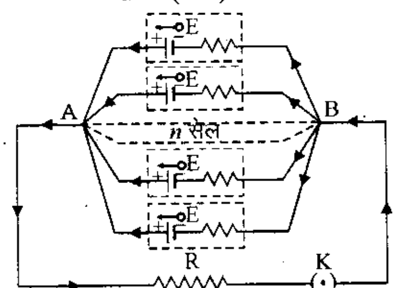
पदों तक $\quad \frac{1}{r'} = \frac{n}{r}$

$$r' = \frac{r}{n}$$

∵ परिपथ का कुल प्रतिरोध = R + r' = R + (r/n)

यदि बाहरी परिपथ में धारा I हो, तब

$$I = \frac{E}{R + (r/n)} = \frac{nE}{nR + r}$$



चित्र–5.57

विशेष स्थितियाँ

(i) यदि बैटरी का आन्तरिक प्रतिरोध r बाह्य प्रतिरोध R की अपेक्षा अत्यन्त कम है, तो r को उपेक्षणीय माना जा सकता है अतः

$$I = \frac{nE}{nR} = \frac{E}{R}$$

अर्थात् बाह्य परिपथ में धारा केवल एक सेल से उत्पन्न धारा के बराबर ही होती है।

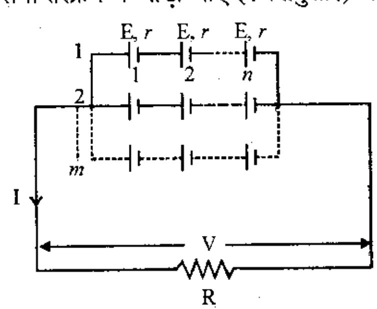
(ii) यदि आन्तरिक प्रतिरोध r का मान nR की तुलना में अत्यन्त अधिक है, तो nR को नगण्य माना जा सकता है।

अतः $\qquad I = nE/r.$

अर्थात् धारा एक सेल से प्राप्त धारा की अपेक्षा n गुनी होती है। स्पष्ट है कि सेलों का आन्तरिक प्रतिरोध अधिक होने पर उनसे अधिक प्रबलता की धारा प्राप्त करने के लिए उनको समान्तर क्रम में जोड़ना चाहिये।

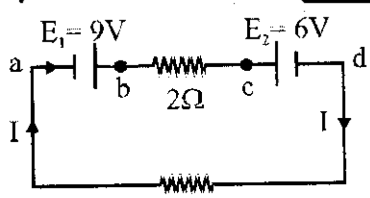
महत्त्वपूर्ण तथ्य

मिश्रित समूहनः यदि n एकसमान सेल एक पंक्ति में हो तथा ऐसी m पंक्तियों को समान्तरक्रम में जोड़ा जाए (चित्रानुसार) तब



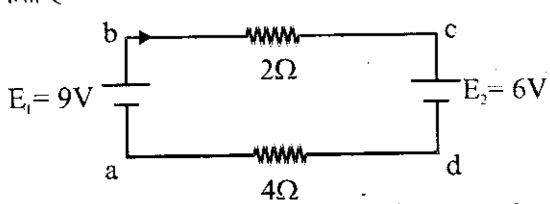
(i)	संयोजन का तुल्य वि.वा.बल $E_{eq} = nE$	
(ii)	संयोजन का तुल्य आन्तरिक प्रतिरोध $r_{eq} = \frac{nr}{m}$	
(iii)	लोड प्रतिरोध R से बहने वाली मुख्य धारा $I = \frac{nE}{R + \frac{nr}{m}} = \frac{mnE}{mR + nr}$	
(iv)	लोड के सिरों पर विभवान्तर $V = IR$	
(v)	प्रत्येक सेल का विभवान्तर $V' = \frac{V}{n}$	
(vi)	प्रत्येक सेल से प्रवाहित धारा $I' = \frac{I}{n}$	
(vii)	सेलों की कुल संख्या = mn	

उदा.20. चित्र में दो आदर्श बैटरियों को दो प्रतिरोधों के साथ श्रेणीक्रम में जोड़ा गया है। परिपथ में बहने वाली विद्युत धारा का मान ज्ञात कीजिए। पाठ्यपुस्तक उदाहरण 5.14



चित्र–5.58

हल–दिये गये परिपथ का तुल्य परिपथ निम्न प्रकार दर्शाया जा सकता है–



चित्र–5.59

चित्र से बिन्दु a तथा d के मध्य सेलों का तुल्य विद्युत वाहक बल

$$E = E_1 - E_2 = 9 - 6 = 3 \text{ वोल्ट}$$

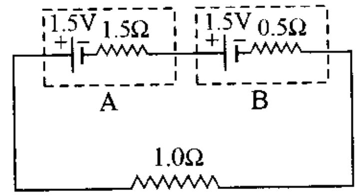
परिपथ का तुल्य प्रतिरोध

$$R = 2 + 4 = 6\Omega$$

∴ परिपथ में प्रवाहित विद्युत धारा

$$I = \frac{E}{R} = \frac{3}{6} = 0.5 \text{ एम्पियर}$$

उदा.21. दो सेल A तथा B जिनमें प्रत्येक का वि. वा. बल 1.5 वोल्ट है, श्रेणीक्रम में 1.0 ओम के प्रतिरोध के साथ सम्बद्ध है। यदि सेलों के आन्तरिक प्रतिरोध क्रमशः 1.5 ओम तथा 0.5 ओम हो तो परिपथ में प्रवाहित विभवान्तर तथा सेलों के सिरों पर विभवान्तर ज्ञात कीजिये।



चित्र–5.60

हल– चित्रानुसार दोनों सेल श्रेणीबद्ध हैं अतः कुल वि. वा. बल

$$= 1.5 + 1.5 = 3.0 \text{ वोल्ट}$$

$$\text{कुल प्रतिरोध} = r_1 + r_2 + R = 1.5 + 0.5 + 1.0 = 3 \text{ ओम}$$

$$\text{विद्युत धारा} = I = \frac{\text{कुल वि. वा. बल}}{\text{कुल प्रतिरोध}} = \frac{3}{3} = 1.0 \text{ एम्पियर}$$

सेल A के सिरों पर विभवान्तर

$$V_A = E_A - Ir_1 = 1.5 - 1 \times 1.5 = 1.5 - 1.5 = 0$$

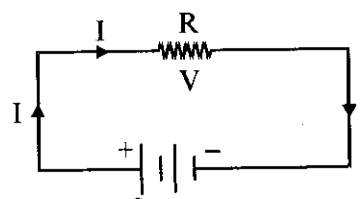
सेल B के सिरों पर विभवान्तर

$$V_B = E_B - Ir_2 = 1.5 - 1 \times 0.5 = 1.0 \text{ वोल्ट}$$

5.12 विद्युत ऊर्जा (Electric Energy)

किसी निश्चित समय में विद्युत वाहक बल स्त्रोत द्वारा विद्युत परिपथ में धारा प्रवाह के लिये किया गया कुल कार्य या परिपथ को प्रदान की गई ऊर्जा विद्युत ऊर्जा कहलाती है।

माना कि किसी तार का प्रतिरोध R है तथा उसके सिरों पर V विभवांतर आरोपित करने से उसमें I धारा प्रवाहित होती है। यदि धारा t सेकण्ड तक प्रवाहित होती है, तो प्रवाहित आवेश $q = It$



चित्र–5.61

इस आवेश को तार के एक सिरे से दूसरे सिरे तक प्रवाहित करने में किया गया कार्य

$$W = qV = ItV$$

$$W = VIt \text{ जूल} \qquad ...(1)$$

ओम के नियम से

$$V = IR$$

$$W = VIt = I^2Rt = \frac{V^2}{R}t$$

यदि यह ऊर्जा पूर्णतः ऊष्मा में परिणित हो जाए तो उत्पन्न

$$\text{ऊष्मा } H = \frac{W}{J} = \frac{I^2Rt}{4.18} \text{ कैलोरी} = 0.239\, I^2 R t \text{ कैलोरी}$$

$$\therefore H = 0.239\, I^2 R t \text{ कैलोरी}$$

जहाँ $J = 4.18 \frac{\text{जूल}}{\text{कैलोरी}}$ ऊष्मा का यांत्रिक तुल्यांक है।

घरों, कारखानों तथा अन्य सभी कार्यों में व्यय होने वाली बिजली का मूल्य विद्युत ऊर्जा के आधार पर ज्ञात किया जाता है। विद्युत ऊर्जा का SI मात्रक जूल होता है। विद्युत ऊर्जा का मूल्य निकालने के लिए एक विशेष मात्रक 'किलोवाट–घंटा' अथवा 'बोर्ड ऑफ ट्रेड यूनिट' (B.O.T.U.) प्रयोग किया जाता है। साधारण बोलचाल की भाषा में इसे केवल 'यूनिट' कहते हैं।

"एक किलोवॉट–घंटा अथवा एक यूनिट, विद्युत ऊर्जा की वह मात्रा है जो एक किलोवॉट की विद्युत शक्ति वाले परिपथ में एक घंटे में व्यय होती है।"

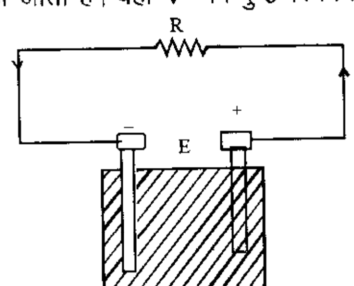
1 किलोवॉट घंटा = 1 किलोवॉट × 1 घंटा = 1000 वॉट × 3600 से.

1 किलोवॉट घंटा (KWh) = 3.6×10^6 जूल।

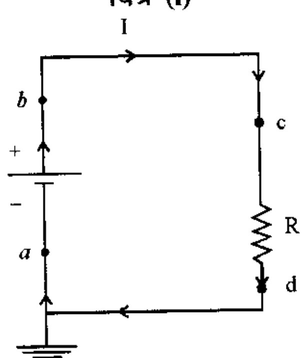
5.13 विद्युत शक्ति (Electric Power)

जब किसी बैटरी द्वारा किसी चालक में धारा प्रवाहित की जाती है, तो बैटरी के भीतर संचित रासायनिक ऊर्जा का सतत् रूपान्तरण चालक में मुक्त इलेक्ट्रॉनों की गतिज ऊर्जा के रूप में होता है। चालक में मुक्त इलेक्ट्रॉनों की परमाणुओं से निरन्तर टक्करें होने के कारण इन इलेक्ट्रॉनों की गतिज ऊर्जा में क्षय होता है तथा चालक का ताप बढ़ जाता है। अतः बैटरी की रासायनिक ऊर्जा चालक की ऊष्मीय ऊर्जा में परिवर्तित होती रहती है।

संलग्न चित्र में प्रदर्शित एक सरल विद्युत परिपथ में एक बैटरी (वि. वा.बल E) से एक प्रतिरोध R संयोजित किया गया है। माना एक धनावेश Δq, परिपथ में बिन्दु a से, बैटरी से तथा b→c→d से होता हुआ पुनः बिन्दु a पर वापिस आ जाता है। यहाँ a एक सन्दर्भ बिन्दु है, जिसे पृथ्वी से जुड़ा होने के कारण इसका विभव शून्य है। जब आवेश Δq, बिन्दु a से बैटरी से गुजरकर बिन्दु b पर पहुँचता है तब इसकी विद्युत स्थितिज ऊर्जा में समान मान ($V\Delta q$) की कमी हो जाती है। यहाँ V = बिन्दु b पर विभव



चित्र (i)



चित्र 5.62 (ii)

जब यह आवेश बिन्दु c से प्रतिरोध R से गुजरकर बिन्दु d पर पहुँचता है तो प्रतिरोध R के भीतर स्थित परमाणुओं से टकराने के कारण यह विद्युत स्थितिज ऊर्जा ($V\Delta q$) व्यय होकर ऊष्मीय ऊर्जा में परिणित हो जाती है। यहाँ भाग bc तथा da में प्रयुक्त तारों का प्रतिरोध नगण्य माना गया है।

अब यदि आवेश Δq को बिन्दु a से गतिशील होकर पुनः बिन्दु a तक पहुँचने में लगा समय Δt हो तो आवेश Δq द्वारा प्रतिरोध R में विद्युत स्थितिज ऊर्जा व्यय करने की दर

$$\frac{\Delta U}{\Delta t} = \frac{V\Delta q}{\Delta t} = VI \qquad ...(1)$$

जहाँ I = परिपथ में प्रवाहित माध्य विद्युत धारा

वास्तव में जब यह आवेश बैटरी में से पुनः गुजरता है तो बैटरी से इतनी ही ऊर्जा पुनः प्राप्त कर लेता है।

इस प्रकार किसी विद्युत परिपथ में ऊर्जा के क्षय होने की दर अर्थात् कार्य करने की दर को विद्युत शक्ति कहते हैं। इसे P द्वारा व्यक्त किया जाता है यदि किसी परिपथ में t समय तक धारा प्रवाह के लिए ऊर्जा क्षय अर्थात् किया गया कार्य W हो, तो विद्युत शक्ति

$$P = \frac{W}{t} \qquad ...(2)$$

$$\because \quad W = VIt$$

$$\therefore \quad P = \frac{VIt}{t} = VI$$

अतः विद्युत परिपथ में आवेश द्वारा व्यय की गई ऊर्जा की दर ही परिपथ के प्रतिरोध में खर्च होने वाली विद्युत शक्ति है। अतः

विद्युत शक्ति $P = VI$ ...(3)

इस स्थिति में प्रतिरोध में धारा प्रवाहित होने पर प्रतिरोध में खर्च होने वाली विद्युत शक्ति की पूर्ति बैटरी द्वारा की जाती है।

प्रतिरोध R के लिए V= IR भी लागू होता है। अतः ओम के नियम से

$$V = IR \quad \text{या} \quad I = \frac{V}{R}$$

$$P = I^2R \qquad .....(4)$$

$$P = \frac{V^2}{R} \qquad .....(5)$$

समी॰ (4) व (5) की सहायता से विद्युत परिपथ में व्ययित शक्ति की गणना की जा सकती है।

शक्ति का मात्रक 'वॉट' (watt) है।

P = विभवान्तर × धारा

वॉट = वोल्ट × एम्पियर

समी॰ (1) से स्पष्ट है कि यदि W = 1 जूल, t = 1 सेकण्ड हो तो P = 1 वॉट अर्थात् यदि किसी परिपथ में 1 सेकण्ड में 1 जूल ऊर्जा क्षय होती है तो शक्ति 1 वॉट कहलाती है। अतः

$$1 \text{ वॉट} = 1 \frac{\text{जूल}}{\text{सेकण्ड}}$$

वॉट एक छोटा मात्रक है अतः इसके स्थान पर बड़ा मात्रक 'किलोवॉट' प्रयुक्त किया जाता है।

1 किलोवॉट = 1000 वॉट

यांत्रिकी में प्रायः शक्ति का मात्रक 'अश्व शक्ति' (Horse power) प्रयुक्त किया जाता है।

1 अश्व शक्ति = 746 वॉट

यदि किसी परिपथ में V वोल्टता पर I एम्पियर की धारा t घंटे तक प्रवाहित होती है तो परिपथ में व्यय हुई विद्युत ऊर्जा

$$W = Pt$$

$= VI$ वाट $\times t$ घंटे

$= \frac{VI}{1000}$ किलोवॉट $\times t$ घंटे

या $W = \frac{VIt}{1000}$ किलोवॉट × घंटा (यूनिट)

अतः यूनिटों की संख्या= $\frac{\text{वॉट} \times \text{घंटा}}{1000}$

$= \frac{\text{वोल्ट} \times \text{एम्पियर} \times \text{घंटा}}{1000}$

∴ किसी विद्युत उपकरण में व्यय ऊर्जा

$= \left(\frac{\text{शक्ति (वॉट में)} \times \text{समय (घंटों में)}}{1000}\right)$ यूनिट

विद्युत उपकरणों में प्रायः चालकों का प्रयोग किया जाता है। क्योंकि प्रत्येक चालक में प्रतिरोध होता है, अतः इनमें विद्युत धारा प्रवाहित होने पर विद्युत शक्ति (ऊर्जा) व्यय होती है। प्रत्येक विद्युत उपकरण जैसे–बल्ब आदि पर वॉट (W) तथा वोल्ट (V) लिखे रहते हैं जिसके अन्तर्गत वह उपकरण भली–भाँति कार्य करता है। उदाहरणार्थ यदि किसी बल्ब पर 100W, 220V लिखा है तो इसका अभिप्राय है कि इस बल्ब के दोनों सिरों के बीच 220 वोल्ट का विभवान्तर लगाने पर इसमें 100 वॉट की विद्युत शक्ति व्यय होती है अर्थात् 100 जूल प्रति सेकण्ड ऊर्जा व्यय होती है। बल्ब पर लिखे 220 वोल्ट का अभिप्राय है कि इस बल्ब के दोनों सिरों के बीच लगाये जाने वाले अधिकतम विभवान्तर का मान 220 वोल्ट है अर्थात् इस बल्ब के सिरों के बीच 220 वोल्ट तक का विभवान्तर लगाने पर बल्ब सुरक्षित रहकर प्रकाशित रहेगा किन्तु विभवान्तर का मान 220 वोल्ट से अधिक हो जाने पर बल्ब सुरक्षित नहीं रहेगा अर्थात् फ्यूज हो सकता है। बल्ब की शक्ति W (वॉट) तथा विभवान्तर V (वोल्ट) का मान ज्ञात होने पर बल्ब के भीतर स्थित चालक तार का प्रतिरोध, $R = \frac{V^2}{P \text{ या } W}$ तथा बल्ब में प्रवाहित अधिकतम सुरक्षित धारा $I = \frac{P}{V}$ के मानों की गणना की जा सकती है। स्पष्ट है कि विभवान्तर के समान मान के लिए अधिक वाटेज (W) वाले विद्युत उपकरण (बल्ब आदि) का प्रतिरोध कम तथा कम वाटेज वाले उपकरण का प्रतिरोध अधिक होता है।

अतः 220 वोल्ट वाले 100 वाट के बल्ब का प्रतिरोध

$$R_{100} = \frac{V^2}{P} = \frac{220 \times 220}{100}$$
$$= 484\ \Omega$$

तथा 220 वोल्ट वाले 50 वॉट के बल्ब का प्रतिरोध

$$R_{50} = \frac{V^2}{P} = \frac{220 \times 220}{50}$$
$$= 968\Omega$$

किसी बल्ब का प्रकाशित होना अथवा चमकना बल्ब के तन्तु (Filament) के ताप पर निर्भर करता है। ताप अधिक होने पर बल्ब अधिक चमकता है। बल्ब का ताप बल्ब के भीतर उत्पन्न ऊष्मीय ऊर्जा (अर्थात् बल्ब में व्यय हुई विद्युत ऊर्जा) पर निर्भर करता है। विद्युत परिपथ में समान्तरक्रम में जुड़े बल्ब पर विभवान्तर बढ़ने के कारण अथवा श्रेणीक्रम में जुड़े बल्ब में विद्युत धारा बढ़ने के कारण जब बल्ब में अधिक ऊष्मा उत्पन्न हो जाती है तो बल्ब के तन्तु का ताप अपने गलनांक पर पहुँच जाता है तथा तन्तु की धातु के पिघल जाने के कारण बल्ब के भीतर परिपथ टूट जाता है तथा धारा प्रवाह बन्द हो जाता है। इस स्थिति को बल्ब का फ्यूज होना कहते हैं।

(i) समान्तर क्रम में बल्बों का जोड़ना–यदि विभिन्न वॉटेज के कई बल्बों जैसे–25 वॉट, 40 वॉट, 60 वॉट, 100 वॉट आदि को समान्तर क्रम में जोड़ दिया जाये तो प्रत्येक बल्ब के सिरों के बीच विभवान्तर V का मान समान होता है। तब सूत्र $P = \frac{V^2}{R}$ से, न्यूनतम प्रतिरोध वाले बल्ब में अधिकतम शक्ति तथा अधिकतम प्रतिरोध वाले बल्ब में न्यूनतम शक्ति व्यय होने के कारण न्यूनतम प्रतिरोध वाला बल्ब अधिकतम तथा अधिकतम प्रतिरोध वाला बल्ब न्यूनतम प्रकाशित होता है।

अतः 100 वॉट का बल्ब अधिकतम तथा 25 वॉट का बल्ब न्यूनतम चमकेगा।

समान्तर क्रम में व्यय हुई कुल विद्युत शक्ति

$$P = P_1 + P_2 + P_3 + \ldots$$

(ii) श्रेणीक्रम में बल्बों का जोड़ना–यदि विभिन्न वॉटेज के कई बल्बों जैसे–25 वॉट, 40 वॉट, 60 वॉट, 100 वॉट आदि को श्रेणीक्रम में जोड़ दिया जाये तो प्रत्येक बल्ब में प्रवाहित धारा (I) का मान समान होता है, तब सूत्र $P = I^2R$ से, न्यूनतम प्रतिरोध वाले बल्ब में न्यूनतम शक्ति तथा अधिकतम प्रतिरोध वाले बल्ब में अधिकतम शक्ति व्यय होने के कारण न्यूनतम प्रतिरोध वाला बल्ब न्यूनतम तथा अधिकतम प्रतिरोध वाला बल्ब अधिकतम चमकता है।

अतः 100 वॉट का बल्ब न्यूनतम तथा 25 वॉट का बल्ब अधिकतम चमकता है।

श्रेणीक्रम में व्यय हुई कुल विद्युत शक्ति P हो तो

$$\frac{1}{P} = \frac{1}{P_1} + \frac{1}{P_2} + \frac{1}{P_3} + \ldots$$

(2) अधिक दूरी पर शक्ति स्थानान्तरण: विद्युत शक्ति का संचरण पावर स्टेशन से घरों तथा कारखानों में संचरण केबल द्वारा किया जाता है। जब विद्युत शक्ति को R प्रतिरोध की किसी संचरण केबल द्वारा एक स्थान से दूसरे स्थान तक भेजा जाता है तो शक्ति क्षय I^2R होगा। अब यदि शक्ति P को वोल्टेज V पर स्थानान्तरित किया जाता है तो

$$P = VI \text{ अर्थात् } I = \frac{P}{V}$$

अत: शक्ति क्षय = $\frac{P^2}{V^2} \times R$

अब किसी दी गयी संचरण केबल के लिए P शक्ति तथा R नियत है, अतः

शक्ति क्षय $\propto \frac{1}{V^2}$

यदि शक्ति को उच्च वोल्टेज पर स्थानान्तरित किया जाता है तो शक्ति क्षय कम होगा तथा इसका विलोम भी सत्य है।

उदाहरण के लिए 22 KV पर शक्ति क्षय 220 V पर शक्ति क्षय का 10^{-4} गुना होता है। यही कारण है कि अधिक दूरियों पर शक्ति स्थानान्तरण उच्च वोल्टेज पर किया जाता है।

महत्वपूर्ण तथ्य

(1) बल्ब के तंतु की मोटाई:

∵ किसी बल्ब के तन्तु का प्रतिरोध

$$R = \frac{V_R^2}{P_R}$$

यहाँ P_R अंकित शक्ति (Rated power) तथा V_R अंकित वोल्टता (Rated Voltage) है।

$$\because R = \frac{\rho l}{A}$$

अत: A (मोटाई) $\propto P_R \propto \frac{1}{R}$

अर्थात् यदि बल्ब की अंकित शक्ति का मान अधिक है तो उसके तंतु की मोटाई भी अधिक होगी तथा इसका प्रतिरोध कम होगा।

यदि आरोपित वोल्टता (V_A) नियत है, तब $P_{व्यय} \propto \frac{1}{R} (P = \frac{V_A^2}{R}$ से)

अत: समान वोल्टता पर कार्य करने वाले विभिन्न बल्बों (विद्युत उपकरणों) के लिए $P_{व्यय} \propto P_R \propto$ तन्तु की मोटाई $\propto \frac{1}{R}$

विशेष–विभिन्न बल्बों के लिए

25W 220V   100W 220V   1000W 220V

$\Rightarrow$ प्रतिरोध $R_{25} > R_{100} > R_{1000}$

$\Rightarrow$ तंतु की मोटाई $t_{1000} > t_{100} > t_{25}$

$\Rightarrow$ चमक $B_{1000} > B_{100} > B_{25}$

(2) हीटर द्वारा पानी उबालने में लगा समय:

$\because$ द्रव्यमान m तथा विशिष्ट ऊष्मा s वाले किसी पदार्थ का ताप $\Delta\theta$ बढ़ाने के लिए आवश्यक ऊष्मा $H = ms\Delta\theta$

यहाँ हीटर द्वारा उत्पन्न ऊष्मा = पानी का ताप $\Delta\theta$ बढ़ाने के लिए आवश्यक ऊष्मा

अर्थात् $P \times t = J \times ms\Delta\theta$

$$\Rightarrow t = \frac{J(ms\Delta\theta)}{P} \qquad \{J = 4.18 \text{ या } 4.2 \text{ जूल/कैलोरी}\}$$

m kg पानी के लिए

$$t = \frac{4180(\text{या } 4200) m\Delta\theta}{P} \qquad \left\{S = 1000 \frac{\text{कैलोरी}}{\text{किग्रा } ^\circ C}\right]$$

विशेष- यदि पानी की मात्रा n लीटर दी गई हो तब

$$t = \frac{4180(\text{या}4200) n\Delta\theta}{P}$$

उदा.22. एक 220 V तथा 100W के बल्ब को 110V के स्रोत से जोड़ दिया जाए, तो बल्ब द्वारा व्ययित शक्ति का मान ज्ञात कीजिए।

पाठ्यपुस्तक उदाहरण 5.15

हल– दिया गया है–

$V = 220$ वोल्ट

$P = 100$ वॉट

$\therefore$ बल्ब का प्रतिरोध $R = \frac{V^2}{P} = \frac{(220)^2}{100} = 484\Omega$

$\because$ स्रोत की वोल्टता $V' = 110$ वोल्ट

$\therefore$ बल्ब द्वारा व्ययित शक्ति

$$P' = \frac{(V')^2}{R} = \frac{(110)^2}{484} = 25 \text{ वॉट}$$

उदा.23. एक विद्युत हीटर को 200 वोल्ट मेन्स से जोड़कर कार्य किया जाता है। यदि 100 ग्राम पानी को 30 सेकण्ड में 20°C से 80°C तक गर्म कर देता है तो हीटर का प्रतिरोध ज्ञात करो।

हल– उत्पन्न ऊष्मा $H = \frac{VIt}{4.2}$ कैलोरी

$$= \frac{V^2}{R} \cdot \frac{t}{4.2} \text{ कैलोरी}$$

यह ऊष्मा पानी द्वारा ली जाती है।

पानी द्वारा ली गई ऊष्मा $= m \times s \times \Delta\theta$

यहाँ $V = 200$ वोल्ट

$m = 100$ ग्राम

$s = 1$

$\Delta\theta = 80 - 20 = 60°C$

$t = 30$ सकेण्ड

$H = 100 \times 1 \times 60$

$$\therefore \frac{V^2}{R} \cdot \frac{t}{4.2} = m \times s \times \Delta\theta$$

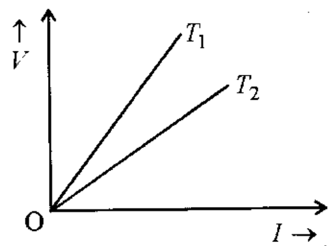
$$\frac{(200)^2}{R} \cdot \frac{30}{4.2} = 100 \times 1 \times 60°$$

$R = 47.6$ ओम

अतिलघूत्तरात्मक प्रश्न

1. मुक्त इलेक्ट्रॉनों का मार्ग धातु के धनायनों से दो क्रमागत टक्करों के मध्य कैसा होगा–
   (i) विद्युत क्षेत्र की अनुपस्थिति में,
   (ii) विद्युत क्षेत्र की उपस्थिति में।
2. एक इलेक्ट्रॉन 5.1×10^{-11} मी. त्रिज्या की वृत्तीय कक्षा में 6.8×10^{15} चक्कर/सेकण्ड की आवृत्ति से परिभ्रमण कर रहा है। तुल्य धारा का मान (लगभग) ज्ञात कीजिए।
3. L लम्बाई के एक समान तार का व्यास d तथा प्रतिरोध R है। उस पदार्थ के दूसरे तार का व्यास 2d तथा लम्बाई 4L है तब प्रतिरोध ज्ञात कीजिए।
4. एक तार का प्रतिरोध 10Ω है। इसे एक वृत्त के रूप में मोड़ा जाता है। इसके किसी व्यास के सिरों के मध्य तुल्य प्रतिरोध ज्ञात कीजिए।
5. दो तारों के प्रतिरोध R_1 व R_2 है तथा प्रतिरोध ताप गुणांक α_1 व α_2 है। इन्हें श्रेणीक्रम में जोड़ा जाता है। प्रतिरोध का प्रभावी ताप गुणांक का मान कितना होगा?
6. दो प्रतिरोध R_1 व R_2 भिन्न पदार्थों के बने हुए है। R_1 के पदार्थ का प्रतिरोध ताप गुणांक α तथा R_2 के पदार्थ का प्रतिरोध ताप गुणांक $-\beta$ है। R_1 व R_2 के श्रेणीक्रम संयोजन का प्रतिरोध ताप के साथ परिवर्तित नहीं हो तो इस स्थिति में $\frac{R_1}{R_2}$ का मान ज्ञात कीजिए।

7. चित्र में विभवान्तर V तथा धारा I के मध्य किसी चालक के दो ताप T_1 तथा T_2 पर ग्राफ दिखाए गए हैं तब T_1 तथा T_2 के मध्य सम्बन्ध लिखिए।



8. किसी चालक की लम्बाई आधी कर देने पर उसकी चालकता में कितना परिवर्तन होगा?
9. दो प्रतिरोधक तारों को समान्तर क्रम में जोड़ने पर परिणामी प्रतिरोध $\frac{6}{5}$ ओम है। उनमे से एक तार टूट जाता है तो प्रभावी प्रतिरोध 2 ओम है। टूटे हुए तार का प्रतिरोध कितना होगा?
10. व्यास d तथा लम्बाई l के तांबे के एक तार के सिरों पर V विभवान्तर आरोपित किया जाता है। केवल व्यास दोगुना करने पर अपवहन वेग पर क्या प्रभाव पड़ेगा?
11. 12 ओम प्रतिरोध के एक समान तार को 6 समान भागों में काटा गया है तथा इन टुकड़ों को समान्तर क्रम में संयोजित किया गया है। इस संयोजन का तुल्य प्रतिरोध ज्ञात कीजिए।
12. दो बल्ब A तथा B समान्तर क्रम में जोड़े जाते हैं। बल्ब A, बल्ब B से अधिक चमकदार है। यदि R_A व R_B क्रमशः उनके प्रतिरोध हो तो R_A व R_B में क्या सम्बन्ध होगा?
13. एक सेल से R_1 तथा R_2 प्रतिरोध के दो तार समान्तर क्रम में जोड़े जाते हैं। यदि उनमें प्रवाहित धारा क्रमशः I_1 व I_2 तथा प्रति सेकण्ड उत्पन्न ऊष्मा क्रमशः H_1 व H_2 हो तो $\frac{H_1}{H_2}$ का मान ज्ञात कीजिए।
14. तात्क्षणिक विद्युत धारा का सूत्र लिखिए।
15. विद्युत धारा घनत्व आदिश राशि है या सदिश राशि।
16. विद्युत धारा अदिश राशि है या सदिश राशि।
17. किसी चालक में विद्युत धारा प्रवाहित होने पर चालक पर परिणामी आवेश की प्रकृति लिखिए।
18. तांबे में मुक्त इलेक्ट्रॉन घनत्व कितना होता है?
19. ओम का नियम चालक, कुचालक व अर्धचालक में से किन के लिए लागू होता है?
20. प्रतिरोध का विमीय सूत्र लिखिए।
21. किसी चालक के सिरों पर उत्पन्न विभवान्तर तथा उसमें प्रवाहित धारा के मध्य ग्राफ का ढाल किस भौतिक राशि के तुल्य होता है?
22. किसी R प्रतिरोध के चालक तार को n समान भागों में विभक्त करने पर प्रत्येक भाग का प्रतिरोध कितना होगा?
23. किसी चालक तार का प्रतिरोध तार की त्रिज्या पर किस प्रकार निर्भर करता है?
24. किसी तार की प्रतिरोधकता तार की लम्बाई व उसके अनुप्रस्थ काट के क्षेत्रफल पर किस प्रकार निर्भर करती है?
25. विद्युत चालकत्व किसे कहते हैं?
26. किसी पदार्थ के चालकत्व का मान किन राशियों पर निर्भर करता है?
27. विशिष्ट चालकत्व किसके कहते हैं?
28. संयोजक तार किन पदार्थों के बनाये जाते हैं?
29. माध्य मुक्त पथ की कोटि लिखिए।
30. अपवहन वेग की कोटि लिखिए।
31. अपवहन वेग का सूत्र लिखिए।
32. परमाणुओं की तापीय चाल का सूत्र लिखिए।
33. गतिशीलता का मात्रक तथा विमीय सूत्र लिखिए।
34. अनओमीय चालकों के कोई दो उदाहरण लिखिए।
35. अतिचालक किसे कहते हैं?
36. चालकों व अर्द्धचालकों के लिए प्रतिरोधकता ताप गुणांक (α) किस प्रकार का होता है?
37. साधारण बोलचाल की भाषा में यूनिट किस भौतिक राशि का मात्रक है?
38. यदि n एक समान प्रतिरोधों को समान्तर क्रम में जोड़ा जाये तथा परिपथ से प्रवाहित कुल धारा I हो तब प्रत्येक प्रतिरोध से प्रवाहित धारा कितनी होगी?
39. MKSA पद्वति में धारा का क्या मात्रक है ?
40. धारा घनत्व की परिभाषा लिखिए, तथा इसका मात्रक लिखिए।
41. धातुओं में मुक्त इलेक्ट्रॉन से आप क्या समझते हैं ?
42. किसी विद्युत परिपथ में t सेकण्ड में n इलेक्ट्रॉन प्रवाहित हो रहे हों, तो कुल आवेश तथा परिपथ में बहने वाली धारा का मान बताइये।
43. चालक में इलेक्ट्रॉन सदैव गतिशील रहते है फिर भी चालक में कोई धारा प्रवाहित नहीं होती जब तक इसके सिरों पर विभव स्त्रोत नहीं लगाया जाता है ? क्यों ?
44. एक बेलनाकार चालक में स्थायी धारा बह रही है। चालक के भीतर विद्युत क्षेत्र होगा या नहीं ?
45. अनुगमन वेग तथा विभवान्तर में सम्बन्ध लिखिये।
46. एक तार की लम्बाई l तथा त्रिज्या r है। इसके सिरों के बीच V वोल्ट का विभवान्तर लगाया जाता है मुक्त इलेक्ट्रोनों के अनुगमन वेग पर क्या प्रभाव पड़ेगा यदि (i) V का मान दुगुना कर दिया जाय (ii) l का मान दुगुना कर दिया जाय। (iii) r का मान दुगुना कर दिया जाये।
47. यदि तांबे के किसी तार में प्रवाहित धारा I को इससे दुगुनी त्रिज्या के तांबे के तार में प्रवाहित किया जाये तो इलेक्ट्रोनों के अनुगमन वेग पर क्या प्रभाव पड़ेगा ?
48. यदि यही धारा समान त्रिज्या के चाँदी के तार में प्रवाहित की जाये तब अनुगमन वेग पर क्या प्रभाव होगा?
49. किसी धातु के तार, अम्लीय जल तथा, अल्प दाब पर गैस में विद्युत धारा का प्रवाह होते समय किन कणों का स्थानान्तरण होता है ?
50. किसी चालक के बहुत लम्बे तार, लगभग 100 किमी. के दोनों सिरों को बैटरी से जोड़कर विद्युत परिपथ पूरा किया जाता है। समझाइये की स्विच दबाने पर परिपथ में विद्युत धारा तुरन्त कैसे स्थापित हो जाती है।
51. विद्युत प्रतिरोध का क्या अर्थ है तथा यह किन-किन बातों पर निर्भर करता है।
52. विशिष्ट प्रतिरोध अथवा प्रतिरोधकता से क्या समझते हो ? MKS पद्धति में उसका मात्रक लिखिए।
53. ताँबे के तार की त्रिज्या यदि (i) आधी कर दी जाये (ii) दुगुनी कर दी जाये तो उसका विशिष्ट प्रतिरोध बढ जायेगा, कम हो जायेगा अथवा अपरिवर्तित रहेगा।
54. मैगनिन की प्रतिरोधकता 44×10^{-9} ओम मीटर है। इस कथन का अर्थ समझाइये।
55. एक तार को खींचकर उसका व्यास पहले का आधा कर दिया जाता है। तब तार का प्रतिरोध क्या होगा ?
56. विद्युत चालकता से क्या तात्पर्य है ? इसका मात्रक लिखिए।
57. धात्विक चालक के विद्युत प्रतिरोध पर ताप का प्रभाव सम्बन्धी सूत्र लिखिए।
58. धातु में इलेक्ट्रनों के विश्रांति काल पर ताप का क्या प्रभाव पड़ता है।

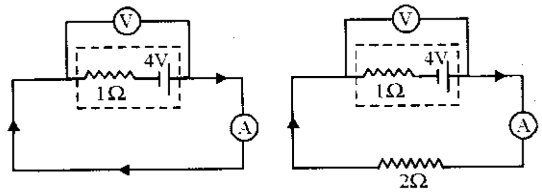
59. क्या ओम का नियम सभी चालकों के लिए सत्य है ?

60. क्या किसी सेल की तुलना किसी पम्प से की जा सकती है।

61. सेल के वि. वा. बल की परिभाषा दीजिये।

62. तीन चालक तार जिनमें प्रत्येक का प्रतिरोध 3Ω है; समान्तर क्रम में जुड़े हैं। इस संयोजन का तुल्य प्रतिरोध क्या होगा।

63. यदि अमीटर का प्रतिरोध नगण्य तथा वोल्टमीटर का बहुत अधिक हो तो निम्न परिपथों में अमीटर A तथा वोल्टमीटर V के पाठ लिखिये।

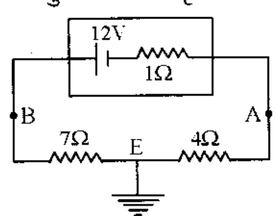


(A) (B)

64. यदि समान प्रतिरोध R वाले n तारों को (i) श्रेणीक्रम में, (ii) समान्तर क्रम में जोड़ा जाये तो प्रत्येक दशा में तुल्य प्रतिरोध कितना होगा?

65. एक व्यक्ति के पास दो तारें हैं जिनका वह अलग-अलग अथवा एक साथ उपयोग करके 4, 6, 12, 18 ओम प्रतिरोध प्राप्त कर सकता है। तारों के प्रतिरोध क्या-क्या है।

66. संलग्न चित्र में बिन्दु A व B के पृथ्वी के सापेक्ष विभव बताइये।



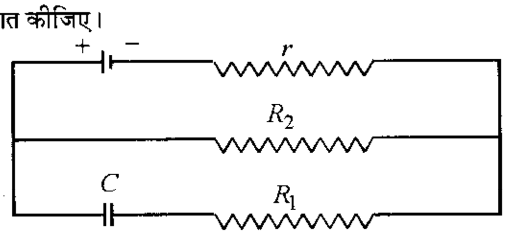
67. एक तार का प्रतिरोध 1 ओम है। इसमें 2 एम्पियर की धारा 10 सेकण्ड तक प्रवाहित करते हैं। तार में उत्पन्न ऊष्मा का मान क्या होगा।

68. विद्युत ऊर्जा के व्यवहारिक मात्रक का मान लिखिये।

69. 60 वॉट 220 वोल्ट के बल्ब में प्रवाहित धारा का मान लिखिये।

70. एक प्रतिरोध R में 2 एम्पियर की धारा प्रवाहित करने पर t सेकण्ड में उत्पन्न ऊष्मा 100 जूल है। धारा का मान दुगुना कर देने पर अब t सेकण्ड में उत्पन्न ऊष्मा कितनी होगी।

71. संलग्न चित्र में संधारित्र C की प्रत्येक प्लेट पर आवेश का आंकिक मान ज्ञात कीजिए।



72. क्या कभी ऐसा हो सकता है कि किसी बैटरी का वि.वा.बल तो हो परन्तु उसकी प्लेटों के मध्य विभवान्तर शून्य हो? ऐसा किस स्थिति में संभव है?

73. एक सेल जिसका वि.वा. बल E वोल्ट तथा आन्तरिक प्रतिरोध r ओम है, के साथ r ओम बाह्य प्रतिरोध जोड़ा जाता है। सेल की टर्मिनल वोल्टता कितनी होगी?

74. दो सेलों को, जिनके वि.वा. बल e_1 तथा e_2 तथा आन्तरिक प्रतिरोध r_1 तथा r_2 हैं, समान्तर क्रम में जोड़ा गया है। इनसे बाह्य प्रतिरोध R में प्रवाहित धारा का परिकलन कीजिए।

75. R प्रतिरोध के एक वोल्टमीटर तथा नगण्य प्रतिरोध के अमीटर को एक नगण्य आन्तरिक प्रतिरोध के विद्युत सेल के श्रेणीक्रम में संयोजित किया जाता है तो अमीटर तथा वोल्टमीटर का पाठ्यांक क्रमश: A तथा V है। यदि एक R प्रतिरोध वोल्टमीटर के समान्तर क्रम में जोड़ा जाता है तो A तथा V के मानों पर क्या प्रभाव पड़ेगा?

76. एक आदर्श सेल (बैटरी) का आन्तरिक प्रतिरोध कितना होता है?

77. जब किसी सेल से धारा ली जाती है तब टर्मिनल वोल्टता का सूत्र लिखिए।

78. जब किसी सेल को आवेशित करने के लिए अन्य बैटरी से सेल में धारा भेजी जाती है तब टर्मिनल वोल्टता का सूत्र लिखिए।

79. यदि समान वि.वा. बल E तथा आन्तरिक प्रतिरोध r के n सेलों को श्रेणी क्रम में जोड़ा जाये तब परिपथ में प्रवाहित धारा का सूत्र लिखिए।

80. यदि समान वि.वा. बल E तथा आन्तरिक प्रतिरोध r के n सेलों को समान्तर क्रम में जोड़ा जाये तब परिपथ में प्रवाहित धारा का सूत्र लिखिए।

81. सेलों का आन्तरिक प्रतिरोध अधिक होने पर उनसे अधिक प्रबलता की धारा प्राप्त करने के लिए सेलों को किस क्रम में जोड़ना चाहिए?

उत्तरमाला

1. (i) विद्युत क्षेत्र की अनुपस्थिति में सरल रेखीय
   (ii) विद्युत क्षेत्र की उपस्थिति में टेढ़ा-मेढ़ा।

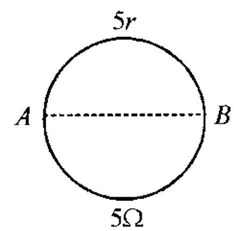
2. विद्युत धारा

$$I = ef = 1.6\times10^{-19}\times6.8\times10^{15}$$
$$= 1.088\times10^{-3} \approx 1.1\times10^{-3} \text{ एम्पियर}$$

3. $\because\ R = \dfrac{\rho L}{A} = \dfrac{\rho L}{\pi r^2} = \dfrac{\rho L}{\pi(d/2)^2}$

तथा $R' = \dfrac{\rho\times4L}{\pi(d)^2}\ \therefore R' = R$

4. चित्रानुसार व्यास AB के सिरों के मध्य इसे 5Ω व 5Ω के दो प्रतिरोधों को समान्तर क्रम में संयोजित मान सकते हैं।



अत: तुल्य प्रतिरोध $R = \dfrac{5\times5}{5+5} = \dfrac{25}{10} = 2.5\Omega$

5. t°C ताप पर परिणामी प्रतिरोध = $R_1(1+\alpha_1 t)+R_2(1+\alpha_2 t)$

$$\therefore \text{परिणामी प्रतिरोध ताप गुणांक} = \frac{[R_1(1+\alpha_1 t)+R_2(1+\alpha_2 t)]-(R_1+R_2)}{(R_1+R_2)t}$$

$$= \frac{R_1\alpha_1+R_2\alpha_2}{R_1+R_2}$$

6. $R_1(1+\alpha t)+R_2(1-\beta t) = R_1+R_2$

$\Rightarrow\ R_1\alpha t = R_2\beta t$

$\Rightarrow\ \dfrac{R_1}{R_2} = \dfrac{\beta}{\alpha}$

7. T_1 ताप पर V–I ग्राफ का ढाल अर्थात् प्रतिरोध का मान, T_2 ताप पर V-I ग्राफ के ढाल से अधिक है, अत: $T_1 > T_2$

8. चालकता अपरिवर्तित रहेगी क्योंकि किसी चालक की चालकता, उसकी लम्बाई पर निर्भर नहीं करती है।

9. $\frac{6}{5} = \frac{R_1 \times 2}{R_1 + 2}$

$\Rightarrow \quad 6R_1 + 12 = 10R_1$

$\Rightarrow \quad 4R_1 = 12$

$\Rightarrow \quad R_1 = 3$ ओम

10. $\because R = \frac{\rho l}{A}$ तथा धारा $I = \frac{V}{R} = \frac{VA}{\rho l}$

जिससे धारा घनत्व $J = \frac{I}{A} = \frac{V}{\rho l}$

धारा घनत्व $J = nev_d$

अत: यह स्पष्ट है कि अपवहन वेग v_d पर तार का व्यास दोगुना करने का कोई प्रभाव नहीं होगा।

11. प्रत्येक टुकड़े को समान्तर क्रम में संयोजित करने पर तुल्य प्रतिरोध $= \frac{1}{3}$ ओम

12. $\because P = \frac{V^2}{R} \quad \because P_A > P_B$

$\therefore R_A < R_B$

13. $\because$ प्रत्येक तार के सिरों पर विभवान्तर

$V = I_1R_1 = I_2R_2$

$\therefore \quad \frac{H_1}{H_2} = \frac{V^2/R_1}{V^2/R_2} = \frac{R_2}{R_1}$

14. $I = \frac{dQ}{dt}$

15. विद्युत धारा घनत्व एक सदिश राशि है।

16. विद्युत धारा एक अदिश राशि है।

17. किसी चालक में विद्युत धारा प्रवाहित होने पर चालक विद्युत उदासीन रहता है।

18. तांबे में मुक्त इलेक्ट्रॉन घनत्व लगभग 10^{29} प्रतिमीटर^3 होता है।

19. ओम का नियम केवल चालकों के लिए ही लागू होता है।

20. $[ML^2T^{-3}A^{-2}]$

21. चालक के प्रतिरोध के।

22. $\frac{R}{n}$

23. प्रतिरोध $\propto \frac{1}{(\text{त्रिज्या})^2}$

24. किसी तार की प्रतिरोधकता तार की लम्बाई व उसके अनुप्रस्थ काट के क्षेत्रफल पर निर्भर करता है।

25. प्रतिरोध R के व्युत्क्रम को विद्युत चालकत्व कहते हैं।

26. किसी पदार्थ के चालकत्व का मान पदार्थ की प्रकृति, आकृति, आकार तथा ताप पर निर्भर करता है।

27. प्रतिरोधकता के व्युत्क्रम को विशिष्ट चालकत्व कहते हैं।

28. संयोजक तार उन पदार्थों के बनाये जाते हैं जिनकी प्रतिरोधकता बहुत कम होती है जैसे-चाँदी, तांबा, एल्यूमिनियम आदि।

29. 10^{-9} मीटर

30. 10^{-4} मी/से

31. $v_d = \frac{eV}{ml}\tau$

32. परमाणुओं की तापीय चाल $= \sqrt{\frac{KT}{m}}$

33. SI मात्रक मी^{2}/ वोल्ट × से
विमीय सूत्र $[M^{-1}L^0T^2A]$

34. निर्वात नलिका, ट्रांजिस्टर।

35. जब प्रतिरोधकता शून्य हो जाये तब चालकता अनन्त हो जाती है। तब ऐसे पदार्थ अतिचालक कहलाते हैं।

36. चालकों के लिए प्रतिरोधकता ताप गुणांक (α) का मान धनात्मक जबकि अर्द्धचालकों के लिए यह ऋणात्मक होता है।

37. यूनिट अर्थात् बोर्ड ऑफ ट्रेड यूनिट विद्युत ऊर्जा का मात्रक है।

38. प्रत्येक प्रतिरोध से प्रवाहित धारा $I' = \frac{I}{n}$

39. एम्पियर।

40. किसी चालक में प्रवाहित धारा तथा उसके अनुप्रस्थ क्षेत्रफल के अनुपात को क्षेत्रफल के किसी बिन्दु पर धारा घनत्व कहते हैं अर्थात्

$J = \frac{I}{A}$, इसका मात्रक एम्पियर/मीटर^2 है। यह सदिश राशि है।

41. जो इलेक्ट्रॉन, क्षीण आकर्षण बल के कारण नाभिक से दूर वाली कक्षा से हटकर पदार्थ में स्वतन्त्रतापूर्वक घूमते रहते है, मुक्त इलेक्ट्रॉन कहलाते हैं

42. कुल आवेश $q \quad = n \times 1.6 \times 10^{-19}$ कूलॉम

धारा $\quad I = \frac{q}{t} = \frac{n \times 1.6 \times 10^{-19}}{t}$ एम्पियर

43. मुक्त इलेक्ट्रॉन चालक में बहुत अधिक चाल से अनियमित गति करते हुए धन आवेशित परमाणुओं से टकराते हैं तथा किसी विशेष दिशा में उनके प्रवाह की दर शून्य होती है, अतः चालक में कोई धारा प्रवाहित नही होती। चालक के सिरों पर विभवान्तर लगाने पर इलेक्ट्रॉनों पर आरोपित होने वाले बल के कारण ये उच्च विभव वाले सिरे की ओर एक नियत वेग से गति करते है, जिससे धारा प्रवाहित होने लगती हैं।

44. होगा, क्योंकि चालक के भीतर धारा तभी बहती है जब चालक के भीतर विद्युत क्षेत्र स्थापित होकर इलेक्ट्रॉनों पर विद्युत बल आरोपित करता है।

45. $v_d = \frac{e\tau V}{ml}$

46. (i) V दुगुना होने पर प्रवाहित धारा दुगुनी हो जायेगी अतः अनुगमन वेग भी दुगुना हो जायेगा। (ii) l दुगुना होने पर प्रतिरोध दुगुना हो जायेगा तथा धारा आधी हो जायेगी, अतः अनुगमन वेग भी आधा हो जायेगा, (iii) r दुगुना होने पर अनुप्रस्थ परिच्छेद का क्षेत्रफल A चार गुना हो जायेगा तथा प्रतिरोध चौथाई, अतः प्रवाहित धारा चौगुनी हो जायेगी। इस प्रकार $v_d = \frac{I}{neA}$ से I तथा, A चौगुने होने पर अनुगमन वेग अपरिवर्तित रहेगा।

47. तार की त्रिज्या दुगुनी करने पर इसके अनुप्रस्थ परिच्छेद का क्षेत्रफल A चार गुना हो जायेगा अतः $v_d = \frac{I}{neA}$ से v_d का मान पहले का एक चौथाई रह जायेगा।

48. चाँदी के तार में ताँबे के तार की अपेक्षा प्रति एंकाक आयतन मुक्त इलेक्ट्रॉनों की संख्या (n) अधिक होती है अतः चाँदी के तार में अनुगमन ताँबे के तार की अपेक्षा कम होगा।

49. धातु के तार में विद्युत धारा का प्रवाह होते समय मुक्त इलेक्ट्रॉनों का स्थानान्तरण होता है। अम्लीय जल में धारा का प्रवाह होने पर अम्ल के धन व ऋण आयनों का स्थानान्तरण होता है। अल्प दाब पर गैस में धारा का प्रवाह होते समय अणुओं से इलेक्ट्रॉन व अवशेष धन आयनों का स्थानान्तरण होता है।

50. स्विच दबाते ही विद्युत क्षेत्र तुरन्त ही प्रकाश की चाल से चलकर पूरे तार में स्थापित हो जाता है। 100 किमी लम्बे तार में विद्युत क्षेत्र स्थापित होने में लगा समय = $100/3 \times 10^8 = 33.3 \times 10^{-8}$ सेकण्ड के भीतर ही अनुगमन वेग से गति करने लगते हैं तथा पूरे परिपथ में विद्युत धारा तुरन्त बहने लगती है।

51. प्रतिरोध चालक का वह गुण है जो विद्युत धारा में प्रवाह में रूकावट उत्पन्न करता है। प्रतिरोध चालक की प्रकृति, लम्बाई, अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल तथा ताप पर निर्भर करता है।

52. किसी चालक के पदार्थ का विशिष्ट प्रतिरोध, उस पदार्थ के 1 मीटर लम्बे तथा 1 मीटर^2 अनुप्रस्थ परिच्छेद के क्षेत्रफल वाले तार के प्रतिरोध के बराबर होता है। इसका मात्रक 'ओम-मीटर' है।

53. अपरिवर्तित रहेगा।

54. इस कथन का अर्थ है कि मैंगनिन के एक मीटर लम्बे तथा1 मीटर^2 अनुप्रस्थ क्षेत्रफल वाले तार का प्रतिरोध 44×10^{-9} ओम है।

55. पहले का सोलह गुना हो जायेगा।

56. प्रतिरोध के व्युत्क्रम को विद्युत चालकता कहते है तथा इसका मात्रक ओम$^{-1}$ है।

57. $R_t = R_0(1 + \alpha \times t)$

58. ताप बढ़ने पर विश्रांति काल घट जाता है।

59. नहीं, केवल धात्वीय चालकों के लिये सत्य है।

60. हाँ, जिस प्रकार पम्प द्वारा जल को नीचे से ऊपर उठाने में गुरुत्वीय बल के विरुद्ध कार्य किया जाता है उसी प्रकार सेल द्वारा अपने भीतर धन आवेश को नीचे विभव (ऋणोद) से ऊँचे विभव (धनोद) तक पहुँचाने में कार्य किया जाता है।

61. एंकाक आवेश को पूरे परिपथ में (सेल सहित) प्रवाहित करने में सेल द्वारा दी गयी ऊर्जा को सेल का वि. वा. बल कहते हैं।

62. $\frac{1}{R} = \frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{3} = \frac{3}{3} = 1$ ओम

63. (A) 4 एम्पियर, शून्य (B) $\frac{4}{3}$ एम्पियर, $\frac{8}{3}$ वोल्ट

64. (i) nR (ii) $\frac{R}{n}$

65. 6 ओम व 12 ओम।

66. परिपथ में धारा $I = \frac{12}{7+4+1} = \frac{12}{12} = 1$ एम्पियर बिन्दु A तथा B के बीच विभवान्तर

$$V_A - V_B = E - Ir = 12 - 1 \times 1 = 11 \text{ वोल्ट}$$

67. 40 जूल 68. किलोवॉट घंटा।

69. 0.273 A 70. 400 जूल।

71. सेल से ली गयी धारा $I = \frac{E}{R_2 + r}$

उक्त धारा प्रतिरोध R_2 से होकर प्रवाहित होगी। प्रतिरोध R_1 में धारा शून्य होगी।

संधारित्र के सिरों पर विभवान्तर = प्रतिरोध R_2 पर विभवान्तर

$$V = \frac{ER_2}{R_2 + r}$$

संधारित्र की प्लेट पर आवेश $q = CV \Rightarrow q = \frac{CER_2}{R_2 + r}$

72. ऐसा तभी संभव है जबकि बाह्य प्रतिरोध R शून्य हो अर्थात् सेल के भीतर विभव पतन Ir का मान सेल के विद्युत वाहक बल के तुल्य हो जाए अर्थात् $E = Ir$ जिससे $V = E - Ir = 0$

73. $\because$ टर्मिनल वोल्टता $V = \frac{E}{R+r} \times R = \frac{E}{r+r} \times r = \frac{E}{2}$

74. $I = \left(\frac{e_1 - IR}{r_1}\right) + \left(\frac{e_2 - IR}{r_2}\right) \Rightarrow I = \frac{e_1 r_2 + e_2 r_1}{r_1 r_2 + (r_1 + r_2)R}$

75. माना कि सेल का वि.वा. बल E है तब प्रारंभ में $A = \frac{E}{R}$ तथा $V = AR = E$

अब वोल्टमीटर के समान्तर क्रम में प्रतिरोध R और जोड़ने पर

$$A' = \frac{E}{RR/R+R} = \frac{2E}{R} \text{ तथा } V' = \left(\frac{A'}{2}\right)R = E$$

$\therefore$ अमीटर का पाठ्यांक $A' > A$

तथा वोल्टमीटर का पाठ्यांक $V' = V$

इस प्रकार A बढ़ेगा तथा V समान रहेगा।

76. शून्य 77. $V = E - Ir$

78. $V = E + Ir$ 79. $I = \frac{nE}{R + nr}$

80. $I = \frac{nE}{nR + r}$ 81. समान्तर क्रम में।

विविध उदाहरण

Basic Level

उदा.24. चाँदी की एक छड़ जिसका अनुप्रस्थ काटक्षेत्र 1.00×10^{-4} मी^{2} तथा लम्बाई 1 मीटर है, में कितने मुक्त इलेक्ट्रॉन होंगे? चाँदी का परमाणु भार = 108, घनत्व = 105×10^2 किग्रा प्रति मी^{3} है? इस गणना के लिए मानें कि प्रति परमाणु सिर्फ एक मुक्त इलेक्ट्रॉन ही प्राप्त होता है। आवोगाद्रो संख्या का मान 6.023×10^{23} दिया गया है।

हल– चाँदी की छड़ का आयतन = काट क्षेत्रफल × लम्बाई

$$= 1.0 \times 10^{-4} \times 1 = 10^{-4} \text{ मी}^3$$

इसका द्रव्यमान = आयतन × घनत्व = $10^{-4} \times 105 \times 10^2 = 1.05$ किग्रा

चाँदी के 108 किग्रा में परमाणुओं की संख्या = 6.023×10^{26}

अतः चाँदी के 1.05 किग्रा में परमाणुओं की संख्या

$$= \frac{6.023 \times 10^{26}}{108} \times 1.05 = 5.856 \times 10^{24}$$

क्योंकि प्रश्नानुसार एक परमाणु द्वारा सिर्फ एक मुक्त इलेक्ट्रॉन ही प्राप्त होता है अतः मुक्त इलेक्ट्रॉन की संख्या = 5.856×10^{24} होगी

उदा.25. चाँदी के एक तार जिसका अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल $3.14 \times 10^{-}$ मीटर^2 है, में 20 A धारा प्रवाहित हो रही है। इसमें इलेक्ट्रॉन के

अपवाह वेग का मान ज्ञात कीजिए। दिया गया है– चाँदी का परमाणु भार = 108, घनत्व 105×10^2 किग्रा प्रति मीटर^3, इलेक्ट्रॉन आवेश = 1.6×10^{-19} कूलॉम तथा आवाग्राद्रो संख्या 6.023×10^{23}/mole

हल– चाँदी में प्रति किलोग्राम परमाणु की संख्या = $\frac{6.023 \times 10^{26}}{108}$

क्योंकि चाँदी की संयोजकता (Valency) एक होती है अर्थात् प्रति परमाणु एक मुक्त इलेक्ट्रॉन

अतः प्रति इकाई आयतन, मुक्त इलेक्ट्रॉन की संख्या (n)

$$n = \frac{6.023 \times 10^{26}}{108} \times 105 \times 10^2$$

हम जानते हैं, अपवाह वेग $v_d = \frac{I}{neA}$

$$\text{अतः } v_d = \frac{20 \times 108}{6.023 \times 10^{26} \times 105 \times 10^2 \times 1.6 \times 10^{-19} \times 3.14 \times 10^{-6}}$$

$\simeq 6.8 \times 10^{-4}$ मीटर प्रति सेकण्ड = 0.68 मिमी/से

उदा.26. नाइक्रोम का विशिष्ट प्रतिरोध 100 माइक्रो ओम सेमी है। नाइक्रोम के 8 मीटर लम्बे तथा 0.01 सेमी^{2} परिच्छेद क्षेत्रफल वाले तार का प्रतिरोध कितना होगा ?

हल– दिया गया है: $\rho = 100$ माइक्रो ओम सेमी.

$= 100 \times 10^{-6} \times 10^{-2}$ ओम मीटर

$= 1 \times 10^{-6}$ ओम मीटर

$l = 8$ मीटर

$A = 0.01$ सेमी^{2}

$= 0.01 \times 10^{-4}$ मीटर^2

$= 10^{-6}$ मीटर^2

$\because$ प्रतिरोध $= R = \rho \frac{l}{A}$

$$\therefore \quad R = \frac{1 \times 10^{-6} \times 8}{10^{-6}} = 8\,\Omega$$

उदा.27. एक बेलनाकार तार को खींचकर उसकी लम्बाई 10% बढ़ा दी जाती है। इस तार के प्रतिरोध में प्रतिशत वृद्धि की गणना कीजिये।

हल– माना कि बेलनाकार तार की प्रारम्भिक l, अनुप्रस्थ काट का क्षेत्रफल A तथा विशिष्ट प्रतिरोध ρ एवं प्रतिरोध R है।

$$\therefore \quad R = \frac{\rho l}{A}$$

यदि तार को खींचने पर लम्बाई l' तथा परिच्छेद A' हो जाये तो नया प्रतिरोध

$$R' = \frac{\rho l'}{A'}$$

$$\therefore \quad \frac{R'}{R} = \frac{l'}{l} \cdot \frac{A}{A'} \quad \text{......(1)}$$

तार का आयतन अपरिवर्तित है अतः $Al = A'l'$

$$\therefore \quad \frac{A'}{A} = \frac{l}{l'} \quad \text{......(2)}$$

समी० (1) व (2) से

$$\frac{R'}{R} = \frac{l'}{l} \cdot \frac{l'}{l} = \frac{l'^2}{l^2}$$

$$= \left(\frac{110}{100}\right)^2 = \frac{121}{100}$$

$$= 1 + \frac{21}{100}$$

$$\therefore \quad \frac{R'}{R} - 1 = \frac{21}{100}$$

$$\therefore \quad \frac{R' - R}{R} = \frac{21}{100}$$

$$\therefore \quad \frac{R' - R}{R} \times 100 = \frac{21}{100} \times 100 = 21\%$$

अतः प्रतिरोध में प्रतिशत वृद्धि = 21%

उदा.28. एक कार्बन के तन्तु का 0°C पर प्रतिरोध 104 ओम है। इसके साथ श्रेणीक्रम में किस प्रतिरोध का लोहे का तन्तु जोड़ें ताकि संयुक्त तन्तु का प्रतिरोध ताप बदलने पर न बदलें? लोहे का प्रतिरोध ताप गुणांक = + 0.0052 प्रति °C तथा कार्बन का प्रतिरोध ताप गुणांक = – 0.0003 प्रति °C है।

हल–

हल– माना कार्बन तन्तु का 0°C पर प्रतिरोध R_{OC} तथा ताप t°C पर R_{tC} है। माना लोहे के तन्तु का प्रतिरोध 0°C पर R_{OFe} तथा t°C पर R_{tFe} है तब

$$R_{tc} = R_{oc}(1 + \alpha_c t)$$

$$R_{tFe} = R_{oFe}(1 + \alpha_{Fe} t)$$

दोनों समीकरणों को जोड़ने पर

$$R_{tc} + R_{tFe} = R_{oc} + R_{oFe} + R_{oc}\alpha_c t + R_{oFe}\alpha_{Fe} t$$

$\because$ संयुक्त प्रतिरोध अपरिवर्तित रहता है अतः

$$R_{tc} + R_{tFe} = R_{oc} + R_{oFe}$$

$$\therefore \quad (R_{oc}\alpha_c + R_{oFe}\alpha_{Fe})\, t = 0$$

या $R_{oc}\alpha_c + R_{0Fe}\alpha_{Fe} = 0 \; (\because t \neq 0)$

$$R_{oFe} = -\frac{R_{oc}\alpha_c}{\alpha_{Fe}}$$

$$= \frac{-104 \times (-0.0003)}{0.0052}$$

= 6 ओम

$\because$ दिया है–

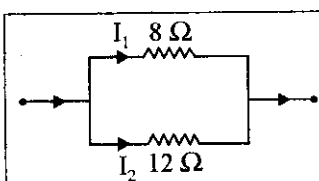
$R_{oc} = 104$ ओम

$\alpha_C = -0.0003$/°C

$\alpha_{Fe} = +0.0052$/°C

उदा.29. समान्तर क्रम में संयोजित 8 ओम व 12 ओम के दो प्रतिरोधों में 16 एम्पियर की धारा प्रवाहित हो रही है। प्रत्येक प्रतिरोध में धारा का मान ज्ञात करो।

हल–



चित्र 5.63

यहाँ

$I_1 + I_2 = 16$ एम्पियर

$R_1 = 8\Omega$

$R_2 = 12\Omega$

$$I_1 = I\left(\frac{R_2}{R_1 + R_2}\right) = 16 \times \frac{12}{20} = 9.6 \text{ एम्पियर}$$

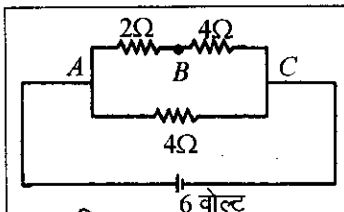
$$I_2 = I\left(\frac{R_1}{R_1 + R_2}\right) = 16 \times \frac{8}{20} = 6.4 \text{ एम्पियर}$$

उदा.30. 2, 4, 4 ओम के तीन प्रतिरोध चित्र में दिखाये अनुसार जोड़े गये है। ज्ञात करो–

(1) परिपथ का तुल्य प्रतिरोध

(2) परिपथ की मुख्य धारा

(3) 2 ओम प्रतिरोध में धारा



चित्र 5.64

हल– A, B, C के मध्य 2Ω व 4Ω के प्रतिरोध श्रेणीक्रम में हैं, अतः इनका तुल्य प्रतिरोध सूत्र $R_s = R_1 + R_2$ से $R_s = 2 + 4 = 6\Omega$ होगा। अब A और C के मध्य 6Ω तथा 4Ω के दो प्रतिरोध समान्तर क्रम में लगे हैं, अतः इनका तुल्य प्रतिरोध x ओम है तो–

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{6} + \frac{1}{4}$$

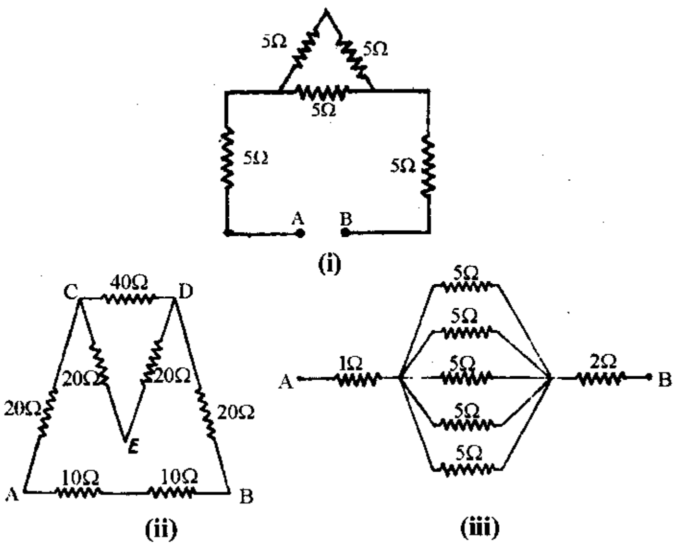
या $x = 2.4$ ओम

मुख्य धारा $I = \frac{\text{विभवान्तर}}{\text{तुल्य प्रतिरोध}}$

$$= \frac{6}{2.4} \text{ एम्पियर} = 2.5 \text{ एम्पियर}$$

$$2\Omega \text{ प्रतिरोध में धारा} = \frac{6}{6} = 1 \text{ एम्पियर}$$

उदा.31. निम्नचित्र में A व B बिन्दुओं के बीच तुल्य प्रतिरोध ज्ञात कीजिए।



चित्र 5.65

हल– (1) चित्र (i) से स्पष्ट है कि भुजाओं CE व DE के प्रतिरोध श्रेणीक्रम में हैं यदि इनका तुल्य प्रतिरोध

$$R' = 5 + 5 = 10\,\Omega$$

ये 5 Ω के साथ समान्तर क्रमबद्ध है। अतः

$$\frac{1}{R''} = \frac{1}{10} + \frac{1}{5} = \frac{1+2}{10} = \frac{3}{10}$$

$$R'' = \frac{10}{3}\Omega$$

5 Ω, R" व 5 Ω श्रेणीबद्ध हैं। अतः तुल्य प्रतिरोध

$$R = 5 + R'' + 5 = 5 + \frac{10}{3} + 5$$

$$= 10 + \frac{10}{3} = \frac{40}{3}\Omega$$

(2) चित्र (ii) में दो हिस्से ACDB व AB हैं। भुजा ACDB भुजा AB के साथ समान्तर क्रम में है। माना कि भुजा ACDB का प्रतिरोध R_1 है इस ACDB में CE व DE के बीच जुड़े 20 Ω, 20 Ω के प्रतिरोध श्रेणीक्रम में हैं, अतः $R' = 20 + 20 = 40\,\Omega$ अब ये R, CD + 40 Ω के साथ समान्तर क्रम है। अतः

$$\frac{1}{R''} = \frac{1}{40} + \frac{1}{40}$$

$$R'' = 20\,\Omega$$

20 Ω, R" व 20 Ω ये तीनों प्रतिरोध श्रेणीक्रम में है।

$\therefore$ $R_1 = 20 + R'' + 20 = 20 + 20 + 20 = 60$ ohm.

इसी प्रकार 10 Ω व 10 Ω के दोनों प्रतिरोध श्रेणीक्रम में है।

अतः $R_2 = 10 + 10 - 20\,\Omega$

R_1 व R_2 दोनों तुल्य प्रतिरोध समान्तर क्रम में हैं।

$$\therefore \quad \frac{1}{R} = \frac{1}{20} + \frac{1}{60} = \frac{3+1}{60} = \frac{4}{60}$$

$$R = 15\,\Omega$$

(3) चित्र (iii) 5 Ω वाले पाँच प्रतिरोध समान्तर क्रम में हैं यदि इनका तुल्य प्रतिरोध R' हो, तो

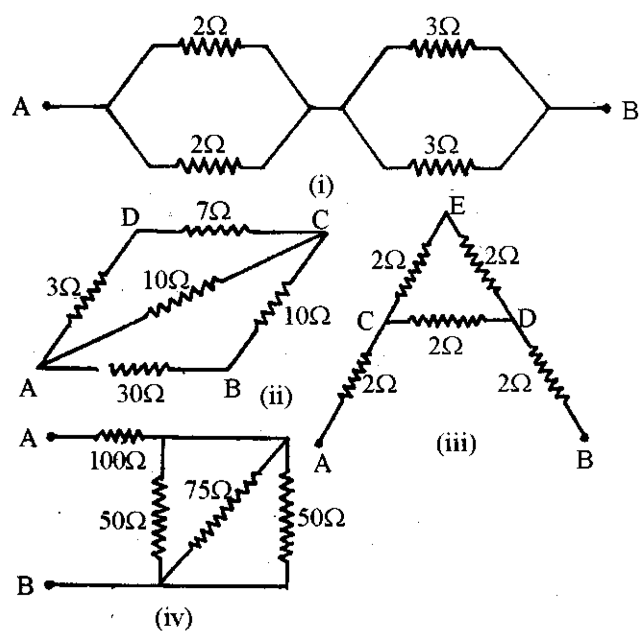
$$\frac{1}{R'} = \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} = \frac{5}{5}$$

$$R' = 1\Omega$$

•अब 1Ω, R' व 2Ω श्रेणीक्रम में है

$$\therefore \quad R_{AB} = R = 1 + R' + 2 = 1 + 1 + 2 = 4\Omega$$

उदा.32. निम्न चित्र में बिन्दुओं A व B के बीच तुल्य प्रतिरोध ज्ञात कीजिये।



चित्र 5.66

हल– (1) चित्र (i) से स्पष्ट है कि 2 Ω व 2 Ω के प्रतिरोध समान्तर क्रमबद्ध हैं। यदि इनका तुल्य प्रतिरोध R_1 है, तो

$$\frac{1}{R_1} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{2}{2}, R_1 = 1\Omega$$

3 Ω व 3 Ω के प्रतिरोध भी समान्तर क्रमबद्ध हैं यदि इनका तुल्य प्रतिरोध R_2 हो, तो

$$\frac{1}{R_2} = \frac{1}{3}+\frac{1}{3}, R_2 = 3/2 = 1.5\Omega$$

R_1 व R_2 श्रेणीबद्ध हैं अतः तुल्य प्रतिरोध

$$R = R_1 + R_2 = 1 + 1.5 = 2.5\,\Omega$$

(2) चित्र (ii) से स्पष्ट है कि भुजाओं AD व DC के प्रतिरोध श्रेणीबद्ध हैं यदि इनका तुल्य प्रतिरोध R_1 है, तो $R_1 = 3 + 7 = 10\,\Omega$

ये AC के समान्तर क्रमबद्ध है यदि तुल्य प्रतिरोध R_2 हो, तो

$$\frac{1}{R_2} = \frac{1}{10}+\frac{1}{10}, R_2 = 5\Omega$$

ये CD भुजा में लगे प्रतिरोध के साथ श्रेणीबद्ध हैं यदि तुल्य प्रतिरोध R_3 हो, तो

$$R_3 = 5 + 10 = 15\,\Omega$$

यह 30 Ω के प्रतिरोध के साथ समान्तर क्रमबद्ध हैं। यदि तुल्य प्रतिरोध R है, तो

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{15}+\frac{1}{30} = \frac{2+1}{30}, R = 10\Omega$$

(iii) चित्र (iii) में CE व DE भुजाओं के प्रतिरोध श्रेणीबद्ध हैं अतः इनका तुल्य प्रतिरोध R' = 2 + 2 = 4 Ω

यह CD भुजा के प्रतिरोध के साथ सामान्तर क्रम में जुड़ा है यदि तुल्य प्रतिरोध R" हो, तो

$$\frac{1}{R''} = \frac{1}{4}+\frac{1}{2} = \frac{1+2}{4}, R'' = \frac{4}{3}\Omega$$

AC भुजा का 2 Ω, R" व BD भुजा का 2 Ω का प्रतिरोध श्रेणीक्रम में है। यदि तुल्य प्रतिरोध R हो तो

$$R = 2+\frac{4}{3}+2 = 4+\frac{4}{3} = \frac{16}{3}\Omega$$

(4) चित्र (iv) में 50Ω, 75Ω व 50Ω के प्रतिरोध सामान्तर क्रम में जुड़े हैं यदि तुल्य प्रतिरोध R हो, तो

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{50}+\frac{1}{75}+\frac{1}{50} = \frac{3+2+3}{150}$$

R = 150/8 = 18.75 Ω यह 100 Ω के श्रेणीबद्ध है। यदि तुल्य प्रतिरोध R हो, तो

$$R = 100 + 18.75 = 118.75\,\Omega$$

उदा.33. दो प्रतिरोधों का श्रेणी क्रम में प्रतिरोध 40 ओम है तथा समान्तर क्रम में प्रतिरोध 7.5 ओम है। इनका पृथक-पृथक प्रतिरोध ज्ञात करो।

हल– माना कि उनके प्रतिरोध R_1 व R_2 है।

यहाँ $R_s = 40\Omega$, $R_p = 7.5\Omega$

अतः $R_s = R_1 + R_2$ से

$R_1 + R_2 = 40$ ......(1)

तथा $$\frac{1}{R_p} = \frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}$$

या $$R_p = \frac{R_1R_2}{R_1+R_2} = 7.5$$

$R_1R_2 = 7.5\,(R_1 + R_2)$ .....(2)

समी. (1) का उपयोग कर

$R_1R_2 = 7.5 \times 40 = 300$

अब $(R_1 - R_2)^2 = (R_1 + R_2)^2 - 4R_1R_2$

$= (40)^2 - 4(300) = 400$

∴ $R_1 - R_2 = 20$ ......(3)

समी. (1) एवं (3) को जोड़ने पर

$2R_1 = 40 + 20 = 60$

∴ $R_1 = 30\Omega$

समी. (1) में R_1 का मान रखने पर

$30 + R_2 = 40$

$R_2 = 10\Omega$

उदा.34. एक निर्वात नलिका में एनोड तथा कैथोड के बीच विभवान्तर 480 V है तथा 10 सेकण्ड में एनोड पर 3×10^{17} इलेक्ट्रॉन पहुँचते हैं। ज्ञात कीजिए : (i) नलिका का प्रतिरोध (ii) एनोड पर ऊष्मा उत्पन्न होने की दर।

हल– प्रश्न से, V = 480 वोल्ट, t = 10 सेकण्ड, $n = 3 \times 10^{17}$

(i) नलिका में धारा $$I = \frac{q}{t} = \frac{ne}{t} = \frac{3\times10^{17}\times1.6\times10^{-19}}{10}$$

$= 4.8 \times 10^{-3}$ A

नलिका का प्रतिरोध

$$R = \frac{V}{I} = \frac{480}{4.8\times10^{-3}} = 100\times10^{3} = 10^{5}\text{ ohm}$$

(ii) एनोड पर ऊष्मा उत्पन्न होने की दर

$= VI = 480 \times 4.8 \times 10^{-3}\ J\,s^{-1}$

$$= \frac{480\times48\times10^{-3}}{42} = \frac{480}{7}\times10^{-3} = \frac{3840}{7}\times10^{-3}$$

= 0.55 cal/s

उदा.35. 15V – 20W अंकित लैम्प को पूर्णतः प्रदीप्त करने के लिए 25V दिष्टधारा स्त्रोत और एक प्रतिरोध R के साथ श्रेणीक्रम में जोड़ा गया है। निम्न राशियों की गणना कीजिये-(i) परिपथ में धारा का मान, (ii) लैम्प का प्रतिरोध, (iii) प्रतिरोध R का मान।

हल– (i) लैम्प में प्रवाहित धारा का मान

$$I = \frac{P}{V} = \frac{20}{15} = \frac{4}{3}\text{ एम्पियर}$$

(ii) लैम्प का प्रतिरोध

$$R_L = \frac{V^2}{P} = \frac{15\times15}{20} = \frac{45}{4}\text{ ओम}$$

= 11.25 ओम।

(iii) परिपथ में लगाया विभवान्तर = 25V = V'

परिपथ का कुल प्रतिरोध = R + 11.25 = R'

∵ V' = IR'

$$25 = \frac{4}{3}(R+11.25)$$

$$R+11.25 = \frac{25\times3}{4} = \frac{75}{4} = 18.75$$

R = 18.75 – 11.25 = 7.5 ओम

उदा.36. एक 60 वॉट का लैम्प 220 वोल्ट की पावर लाइन से जलता है। जब लैम्प जल रहा हो तो उसका प्रतिरोध क्या होगा ? उसमें कितनी विद्युत धारा प्रवाहित होगी ? यदि लैम्प केवल 2 वोल्ट की बैटरी से जोड़ा जाये तो उसमें कितनी धारा प्रवाहित होगी, अनुमान लगाइये। अनुमान के लिए कारण बताइये।

हल– यदि लैम्प का प्रतिरोध R ओम है तथा वह V वोल्ट पर जलता है तब उसमें क्षय विद्युत शक्ति (वोल्ट में)

$$P = \frac{V^2}{R}$$

यहाँ P = 60 वॉट तथा V = 200 वोल्ट।

$$\therefore\quad R = \frac{V^2}{P} = \frac{(220)^2}{60} = 806.7\text{ ओम।}$$

ओम के नियम से, लैम्प के तन्तु में प्रवाहित धारा

$$I = \frac{V}{R} = \frac{220}{806.7} = 0.27\text{ ऐम्पियर।}$$

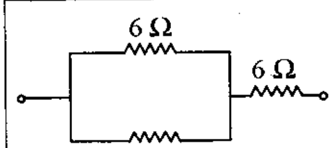
यदि लैम्प को केवल 2 वोल्ट की बैटरी से जोड़ें, तब इसमें प्रवाहित

होने वाली अनुमानित धारा

$$I = \frac{V}{R} = \frac{2}{806.7} = 0.0025 \text{ ऐम्पियर।}$$

यह प्रवाहित धारा का केवल अनुमान है, 'यथार्थ मान नहीं।' यथार्थ धारा कुछ अधिक ही होगी। इसका कारण यह है कि हमें जलते हुए लैम्प-तन्तु का प्रतिरोध ज्ञात है, जब यह बहुत ऊँचे ताप पर है। 2 वोल्ट की बैटरी से जोड़ने पर तन्तु साधारण ताप पर होगा, अतः इस समय इसका प्रतिरोध ज्ञात किये गये प्रतिरोध से कम होगा।

उदा.37. संलग्न चित्र में जुड़े तीन प्रतिरोधक तारों में प्रत्येक तार का प्रतिरोध 6 ohm है। प्रत्येक तार को अधिकतम 10 watt तक शक्ति (विद्युत) दी जा सकती है (अधिक शक्ति देने पर तार पिघल सकता है)



चित्र 5.67

पूरा परिपथ अधिकतम कितनी शक्ति ले सकता है ?

हल–प्रत्येक प्रतिरोध में शक्ति व्यय

$$P = I^2R$$

जहाँ I = प्रत्येक प्रतिरोध में बह सकने वाली अधिकतम धारा।

$$\therefore \quad I^2 = \frac{P}{R}$$

$$I = \sqrt{\frac{P}{R}}$$

अतः परिपथ में धारा $= I = \sqrt{\frac{10}{6}} = \sqrt{\frac{5}{3}}$ जहाँ प्रतिरोध $3\Omega, 6-6\Omega$ के समान्तर संयोग का प्रतिरोध है।

परिपथ का तुल्य प्रतिरोध $= 3 + 6 = 9$ ohm

अतः $\quad P_{max} = I^2 \times \text{तुल्य प्रतिरोध} = \frac{5}{3} \times 9 = 15$ वॉट।

उदा.38. 60 W-220 V तथा 100 W-200 V के दो बल्ब श्रेणीक्रम में जोड़कर 220 वोल्ट मेन्स से सम्बन्धित किये गये हैं। उनमें प्रवाहित होने वाली धारा की गणना करिये। यदि बल्ब समान्तर क्रम में जोड़े जायें तब ?

हल– श्रेणीक्रम में जुड़ें बल्बों में समान धारा प्रवाहित होगी।

60 वॉट के बल्ब का प्रतिरोध $R_1 = \frac{V_1^2}{P_1} = \frac{(220)^2}{60} = 807$ ओम

तथा 100 वॉट के बल्ब का प्रतिरोध $R_2 = \frac{V_2^2}{P_2} = \frac{(220)^2}{100} = 484$ ओम।

$\therefore$ कुल प्रतिरोध, $R = R_1 + R_2 = 807 + 484 = 1291$ ओम।

बल्ब 220 वोल्ट मेन्स से जुड़े है। अतः प्रत्येक में धारा

$$I = \frac{V}{R} = \frac{220 \text{ वोल्ट}}{1291 \text{ ओम}} = 0.17 \text{ ऐम्पियर।}$$

समान्तर क्रम में जुड़े दोनों बल्बों पर मेन्स से प्राप्त विभवान्तर V (= 220 वोल्ट) समान होगा, परन्तु उनमें धारायें अलग-अलग होगी।

60 वॉट बल्ब में धारा

$$I_1 = \frac{P_1}{V} = \frac{60}{220} = 0.273 \text{ ऐम्पियर} \quad [\because P = VI \text{ वॉट}]$$

तथा 100 वॉट बल्ब में धारा

$$I_2 = \frac{P_2}{V} = \frac{100}{220} = 0.454 \text{ ऐम्पियर।}$$

उदा.39. दो बल्बों पर 60 W-220 V तथा 100 W-220 V अंकित हैं। यदि इन्हें 220 V वाली मेन लाइन के समान्तर क्रम में जोड़ दिया जाए तो कौनसा बल्ब अधिक चमकेगा तथा क्यों ? यदि बल्बों को श्रेणीक्रम में जोड़ें तब ?

हल– बल्ब का प्रतिरोध, $R = \frac{V^2}{P}$. अतः 100 वॉट के बल्ब का प्रतिरोध 60 वॉट के बल्ब के प्रतिरोध से कम है। समान्तर क्रम में दोनों बल्बों पर आरोपित विभवान्तर समान होगा। अतः सूत्र $P = \frac{V^2}{R}$ के अनुसार,

शक्ति क्षय $\quad P \propto \frac{1}{R}$.

स्पष्टतः कम प्रतिरोध (अधिक वॉटेज) वाले बल्ब में शक्ति क्षय अधिक होगा अर्थात् 100 वॉट का बल्ब अधिक चमकेगा। श्रेणीक्रम में दोनों बल्बों में समान धारा बहेगी। अतः सूत्र $P = I^2R$ के अनुसार शक्ति क्षय

$$P \propto R.$$

स्पष्टतः अधिक प्रतिरोध (कम वॉटेज) वाले बल्ब में शक्ति क्षय अधिक होगा अर्थात् 60 वॉट का बल्ब अधिक चमकेगा।

Advance Level

उदा.40. एक निऑन गैस विसर्जन नलिका में 2.9×10^{18} Ne^+ आयन प्रति सेकण्ड नलिका के एक अनुप्रस्थ परिच्छेद से होकर दायीं ओर गति करते हैं, जबकि इसी समय में 1.2×10^{19} इलेक्ट्रॉन बायीं ओर गति करते हैं। विद्युत धारा का परिमाण तथा दिशा ज्ञात कीजिए।

हल– $\because$ किसी भी आयन पर आवेश

$q = Ve$, यहाँ V संयोजकता है।

अतः प्रत्येक निऑन आयन पर आवेश

$q_1 = V_1 e = e$

Ne^+ आयन के कारण धारा

$$I = \frac{N_1 q_1}{t_1} = \frac{N_1 V_1 e}{t_1}$$

$$= \frac{2.9 \times 10^{18} \times 1.6 \times 10^{-19}}{1}$$

$= 0.464$ एम्पियर (दायीं ओर)

दिया है–

$N_1 = 2.9 \times 10^8$ प्रति सेकण्ड

$V_1 = 1$

$t_1 = 1$ सेकण्ड

$V_2 = 1$, $N_2 = 1.2 \times 10^{19}$ प्रति सेकण्ड

$t_2 = 1$ सेकण्ड

[क्योंकि परिपाटी के अनुसार धारा की दिशा धन आवेश की गति की दिशा मानी जाती है।]

इलेक्ट्रॉनों के कारण धारा

$$I_2 = \frac{N_2 V_2 e}{t_2}$$

$$= \frac{1.2 \times 10^{19} \times 1 \times 1.6 \times 10^{-19}}{1}$$

$= +1.92$ एम्पियर (दायीं ओर)

[क्योंकि परिपाटी के अनुसार धारा की दिशा ऋण आवेश की गति की दिशा के विपरीत मानी जाती है।]

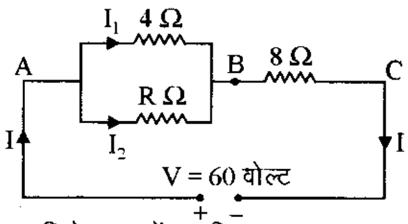
अतः विसर्जन नलिका में नैट धारा

$$I = I_1 + I_2$$

$= 0.464 + 1.92$

$= 2.384$ एम्पियर (दायीं ओर)

उदा॰41. चित्र में दिखाये गये परिपथ में R का मान ज्ञात कीजिए। प्रतिरोध 4 ओम में प्रवाहित धारा 3 एम्पियर है।



चित्र 5.68

हल– प्रतिरोध 4Ω में प्रवाहित धारा $I_1 = 3A$ है,

अतः AB पर विभवान्तर $V_1 = 4 \times 3 = 12$ वोल्ट

BC पर विभवान्तर $V_2 = 60 - V_1 = 60 - 12 = 48$ वोल्ट

$\therefore$ BC में धारा $I = \frac{V_2}{R} = \frac{48}{8}$

$= 6$ एम्पियर

अब R ओम के प्रतिरोध में धारा I_2 है तो

$I = I_1 + I_2$

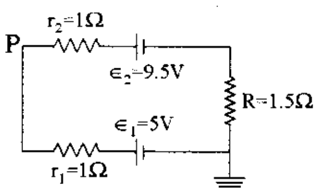
या $6 = 3 + I_2$

$\therefore$ $I_2 = 3$ एम्पियर

अतः अज्ञात प्रतिरोध $R = \frac{V_1}{I_2} = \frac{12}{3}$

$= 4\Omega$

उदा॰42. चित्र में दर्शाये गये विद्युत परिपथ के बिन्दु P पर विभव का मान ज्ञात कीजिए।



चित्र 5.69

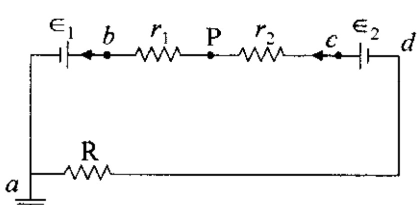
हल– दिये गये परिपथ का समतुल्य परिपथ चित्र में दर्शाया गया है। अतः बिन्दु a व b के मध्य प्रभावी टर्मिनल वोल्टता

$$V_a - V_b = (V_a - V_b) + (V_b - V_p) + (V_p - V_c) + (V_c - V_d)$$
$$= (V_a - V_b) - (V_p - V_b) - (V_c - V_p) + (V_c - V_d)$$
$$= 0 - \in_1 - Ir_1 - Ir_2 + \in_2$$

या $V_a - V_d = (\in_2 - \in_1) - I(r_1 + r_2)$

परन्तु प्रतिरोध R के सिरों के मध्य विभवान्तर

$V_a - V_d = IR$



चित्र 5.70

उपरोक्त दोनों समीकरणों से

अतः $I = \frac{\in_2 - \in_1}{R + r_1 + r_2} = \frac{9.5 - 5.0}{1.5 + 1 + 2} = 1A$

पुनः $(V_p - V_a) = (V_p - V_b) + (V_b - V_a) = Ir_1 + \in_1$

या $V_p - 0 = V_p = Ir_1 + \in_1 = (1)(2.0) + 5.0 = 7.0$ V

उदा.43. दो बल्बों पर क्रमशः 220V – 100 W एवं 220 V – 50 W अंकित है। इन दोनों को एक साथ 220 V मेन्स से श्रेणीक्रम में जोड़ दिया जाता है। गणना द्वारा दोनों में उत्पादित ऊष्माओं का अनुपात ज्ञात कीजिए।

हल– चूँकि दोनों बल्ब श्रेणीक्रम में जुड़े हैं अतः समान धारा प्रवाहित होगी। माना कि दोनों में बहने वाली धारा I है।

100 वाट के बल्ब का प्रतिरोध $R_1 = \frac{V_1^2}{P_1} = \frac{220 \times 220}{100} = 484$ ओम

50 वाट के बल्ब का प्रतिरोध $R_2 = \frac{220 \times 220}{50} = 968$ ओम

t सेकण्ड में 100 वॉट के बल्ब में उत्पन्न ऊष्मा

$$H_1 = \frac{I^2 R_1 t}{J} = \frac{I^2 R_1 t}{4.2}$$

अतः $\frac{H_1}{H_2} = \frac{R_1}{R_2} = \frac{484}{968} = \frac{1}{2}$

अथवा $H_1 : H_2 = 1 : 2$

उदा.44. यदि किसी बल्ब के तन्तु में प्रवाहित धारा का मान 10 प्रतिशत कम हो जाये, तो बल्ब की प्रदीपन तीव्रता में प्रतिशत कमी की गणना कीजिए।

हल– माना बल्ब के तन्तु (प्रतिरोध R) में बहने वाली धारा की सामर्थ्य I है तो बल्ब के तन्तु में उत्पन्न ऊष्मा की दर $(H) = I^2R$ तथा बल्ब में बहने वाली धारा की सामर्थ्य 10 प्रतिशत कम I' हो जाने पर उसमें उत्पन्न ऊष्मा की दर $(H') = (I')^2 \times R$

यहाँ $I' = \frac{90}{100} I$

$\therefore$ $H' = \left(\frac{90}{100} I\right)^2 \times R = 0.81 I^2 R$

इस प्रकार, प्रदीपन तीव्रता में कमी का प्रतिशत

$=$ उत्पन्न ऊष्मा में प्रतिशत कमी

$$= \frac{H - H'}{H} \times 100$$
$$= \frac{I^2R - 0.81 I^2 R}{I^2 R} \times 100$$
$$= \frac{(1 - 0.81) I^2 R}{I^2 R} \times 100$$
$$= 0.19 \times 100 = 19\%$$

उदा.45. 2.2 किलो वाट शक्ति को 10 ओम प्रतिरोधों वाली लाइन से यदि (i) 22000 वोल्ट (ii) 220 वोल्ट पर भेजें, तो दोनों अवस्थाओं में शक्ति एवं विभव की गणना करो। किस विभव पर ऊष्मा क्षय कम होगा ?

हल– धारा $I = \frac{P}{V}$

प्रथम समय जब विभव 22000 वोल्ट है।

धारा $I_1 = \frac{2.2 \times 1000}{22000}$

$= 0.1$ एम्पियर

यहाँ $P = 2.2 \times 1000$ वॉट, $V = 22000$ वोल्ट

ऊष्मा के रूप में शक्ति की क्षति

$H = I^2 R$

$= (0.1)^2 \times 10 = 0.1$ वॉट

दूसरी बार धारा

$I_2 = \frac{2.2 \times 1000}{220}$

$= 10$ एम्पियर

यहाँ $V = 220$ वोल्ट

दूसरी बार ऊष्मा के रूप में क्षति

$$H = I_2^2 R$$
$$= (10)^2 \times 10 = 1000 \text{ वॉट}$$

तार पर विभव पात

पहली बार विभवपात V_1 है तो

$$V_1 = I_1 R$$

दूसरी बार विभवपात V_2 है तो

$$V_2 = I_2 R = 10 \times 10 = 100 \text{ वोल्ट}$$

22000 वोल्ट की लाइन पर ऊष्मा क्षय कम होगा।

उदा.46. 25 W-220 V तथा 200 W-220 V के दो बल्ब श्रेणीक्रम में जोड़कर 220 वोल्ट मेन्स से सम्बन्धित किये गये हैं। यदि मेन्स का वोल्टेज बढ़कर 360 वोल्ट हो जाये तो कौनसा बल्ब फ्यूज हो जायेगा ?

हल--माना बल्बों की विद्युत शक्तियाँ P_1 व P_2 तथा उनके तन्तुओं के प्रतिरोध क्रमशः R_1 व R_2 हैं। तब, सूत्र $P = \frac{V^2}{R}$ के अनुसार

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{P_2}{P_1} \quad ...(1)$$

माना बल्बों को V वोल्ट मेन्स के साथ श्रेणीक्रम में जोड़ने पर उनमें विभव-पतन क्रमशः V_1 व V_2 हैं। तब

$$V_1 + V_2 = V \quad ...(2)$$

यदि परिपथ में धारा I है, तब

$$V_1 = IR_1 \quad \text{तथा} \quad V_2 = IR_2$$

अथवा $\frac{V_1}{V_2} = \frac{R_1}{R_2} = \frac{P_2}{P_1}$ [समी॰ (1) से]

अथवा $V_2 = \frac{V_1 P_1}{P_2}$

V_2 का यह मान समीकरण (2) में रखने पर

$$V_1 + \left(\frac{V_1 P_1}{P_2}\right) = V$$

अथवा $V_1 = \frac{P_2}{P_1 + P_2} V$

इसी प्रकार $V_2 = \frac{P_1}{P_1 + P_2} V$

यहाँ $P_1 = 25$ वॉट, $P_2 = 200$ वॉट तथा $V = 360$ वोल्ट

$$\therefore \quad V_1 = \frac{200}{25+200} \times 360 = 320 \text{ वोल्ट}$$

$$V_2 = \frac{25}{25+200} \times 360 = 40 \text{ वोल्ट।}$$

25 वॉट के बल्ब में 320 वोल्ट तथा 200 वॉट के बल्ब में 40 वोल्ट विभव पतन होगा। अतः 25 वॉट का बल्ब फ्यूज हो जायेगा।

उदा.47. एक विद्युत केतली में 2000 वॉट वाली तापक-कुण्डली डूबी है। 1 लीटर जल का ताप 4°C से 100°C तक बढ़ाने में कितना समय लगेगा ? उत्पन्न ऊष्मीय ऊर्जा का केवल 80% भाग ही जल का ताप बढ़ाने के काम आता है। ऊष्मा का यान्त्रिक तुल्यांक J = 4.2 जूल/कैलोरी। जल की विशिष्ट ऊष्मा *s* = 1 कैलोरी/(ग्राम-°C)।

हल-- 1 लीटर ($= 10^{-3}$ मीटर^3) जल का द्रव्यमान (आयतन × घनत्व)

$$m = 10^{-3} \text{ मीटर}^3 \times 10^3 \text{ किग्रा/मीटर}^3 = 1 \text{ किग्रा।}$$

जल का ताप 4°C से 100°C तक बढ़ाने के लिए आवश्यक ऊष्मा

$$H = m s \Delta t$$
$$= 1000 \text{ ग्राम} \times 1 \text{ कैलोरी/(ग्राम-°C)} \times (100-4)\text{°C}$$
$$= 96000 \text{ कैलोरी।} \quad ....(1)$$

तापक-कुण्डली द्वारा t सेकण्ड में क्षय ऊर्जा

$$W = VIt = Pt = 2000 \text{ वॉट} \times t \text{ सेकण्ड} = 2000t \text{ जूल}$$

सूत्र W = J H से, इसके तुल्य उत्पन्न ऊष्मा H′ (माना)

$$H' = \frac{W}{J} = \frac{2000t \text{ जूल}}{4.2 \text{ जूल / कैलोरी}} = 476.2t \text{ कैलोरी}$$

परन्तु इसका केवल 80% भाग ही जल का ताप बढ़ाने के काम आता है। अतः जल का ताप बढ़ाने में प्रयुक्त ऊष्मा

$$H = 80\% \; H' = \frac{80}{100} \times 476.2t = 381t \text{ कैलोरी।} \quad ...(2)$$

समीकरण (1) व (2) से

$$381t = 96000.$$

$$\therefore \quad t = \frac{96000}{381} = 252 \text{ सेकण्ड।}$$

पाठ्यपुस्तक के प्रश्न-उत्तर

वस्तुनिष्ठ प्रश्न

1. किसी चालक की प्रतिरोधकता एवं चालकता का गुणनफल निर्भर करता है–

(अ) काट क्षेत्रफल पर (ब) ताप पर
(स) लम्बाई पर (द) किसी पर नहीं

2. दो समान आकार के तारों, जिनकी प्रतिरोधकता ρ_1 एवं ρ_2 है का श्रेणीक्रम में जोड़ा गया है। संयोजन की तुल्य प्रतिरोधकता होगी–

(अ) $\sqrt{\rho_1 \rho_2}$ (ब) $2(\rho_1 + \rho_2)$
(स) $\frac{\rho_1 + \rho_2}{2}$ (द) $\rho_1 + \rho_2$

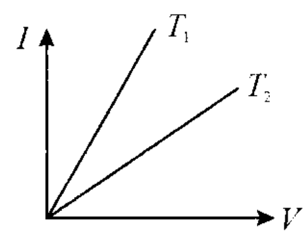
3. एक चालक प्रतिरोध को बैटरी से जोड़ा गया है। शीतलन प्रक्रिया से चालक के ताप को कम किया जाए तो प्रवाहित धारा का मान –

(अ) बढ़ेगा (ब) घटेगा
(स) स्थिर रहेगा (द) शून्य होगा

4. 2.1 V का एक सेल 0.2 A की धारा देता है। यह धारा 10 Ω के प्रतिरोध से गुजरती है। सेल का आंतरिक प्रतिरोध है–

(अ) 0.2 Ω (ब) 0.5 Ω
(स) 0.8 Ω (द) 0 Ω

5. चित्र में दो भिन्न–भिन्न तापों पर एक चालक के V–*I* वक्रों को दर्शाया गया है। यदि इन तापों के संगत प्रतिरोध क्रमशः R_1 एवं R_2 हों तो निम्न में से कौनसा कथन सत्य है–



चित्र 5.71

(अ) $T_1 = T_2$ (ब) $T_1 > T_2$
(स) $T_1 < T_2$ (द) इनमें से कोई नहीं

6. एक नगर से विद्युत शक्ति को 150 किमी. दूर स्थित एक अन्य नगर तक ताँबे के तारों से भेजा जाता है। प्रति किलोमीटर विभवपात 8

वोल्ट है तथा प्रति किलोमीटर औसत प्रतिरोध 0.5 Ω है, तो तार में शक्ति क्षय है

(अ) 19.2 वाट (ब) 19.2 किलोवाट

(स) 19.2 जूल (द) 12.2 किलोवाट

7. $R\Omega$ के पाँच प्रतिरोध लिए गए। पहले तीन को समान्तर क्रम तथा बाद में इनके साथ दो प्रतिरोध को श्रेणीक्रम में जोड़ा जाता है तब तुल्य प्रतिरोध होगा–

(अ) $\frac{3}{7}R\Omega$ (ब) $\frac{7}{3}R\Omega$

(स) $\frac{7}{8}R\Omega$ (द) $\frac{8}{7}R\Omega$

8. अपवहन वेग v_d की वैद्युत क्षेत्र E पर निम्नलिखित में से कौन सी निर्भरता में ओम के नियम का पालन होता है–

(अ) $v_d \propto E^2$ (ब) $v_d \propto E$

(स) $v_d \propto E^{1/2}$ (द) $v_d =$ स्थिरांक

9. एक कार्बन प्रतिरोध पर क्रमशः नीला, पीला, लाल एवं चांदी सा (silver) वलय है। प्रतिरोधक का प्रतिरोध है–

(अ) $64\times10^2\,\Omega$

(ब) $(64\times10^2 \pm 10\%)\,\Omega$

(स) $642\times10^4\,\Omega$

(द) $(26\times10^3 \pm 5\%)\,\Omega$

10. जब बैटरी से जुड़ा तार धारा के कारण गर्म हो जाता है, तो निम्नलिखित में से कौन–सी राशियाँ नहीं बदलती है–

(अ) अपवहन वेग

(ब) प्रतिरोधकता

(स) प्रतिरोध

(द) मुक्त इलेक्ट्रॉनों की संख्या

उत्तरमाला

1. (द) 2. (द) 3. (अ) 4. (ब) 5. (स)
6. (ब) 7. (ब) 8. (ब) 9. (ब) 10. (द)

हल एवं संकेत (वस्तुनिष्ठ प्रश्न)

1. (द) $\because$ चालकता $\sigma = \frac{1}{\text{प्रतिरोधकता}\ \rho}$

$$\text{प्रतिरोधकता} \times \text{चालकता} = \rho\times\frac{1}{\rho} = 1$$

अर्थात् किसी चालक की प्रतिरोधकता तथा चालकता का गुणनफल नियत रहता है अर्थात् किसी पर निर्भर नहीं करता है।

2. (द) श्रेणीक्रम संयोजन की तुल्य प्रतिरोधकता

$$\rho = \rho_1 + \rho_2$$

3. (अ) चालक के ताप को कम करने पर प्रतिरोध कम होने से प्रवाहित धारा का मान बढ़ेगा।

4. (ब) दिया गया है– $E = 2.1$ वोल्ट, $I = 0.2$ एम्पियर

$$R = 10\Omega$$

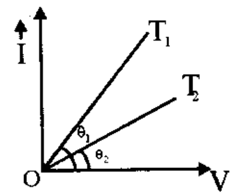
$$I = \frac{E}{R+r}$$

$$\Rightarrow \quad R + r = \frac{E}{I}$$

$$\Rightarrow \quad r = \frac{E}{I} - R$$

$$r = \frac{2.1}{0.2} - 10 = 0.5\Omega$$

5. (स)



चित्र 5.72

ग्राफ से $\tan\theta = \frac{I}{V} = \frac{1}{R}$

$$\theta_1 > \theta_2$$
$$\tan\theta_1 > \tan\theta_2$$
$$R_1 < R_2$$

$\because$ चालक के लिए ताप बढ़ाने पर प्रतिरोध का मान बढ़ता है।

$\therefore$ $T_1 < T_2$

6. (ब)

ताँबे के तार की लम्बाई L = 150 किमी.

प्रति किमी विभवपात $\Delta V = 8$ वोल्ट

प्रति किमी. औसत प्रतिरोध

$r = 0.5\ \Omega$

कुल विभवपात $V = L \times \Delta V = 150 \times 8 = 1200$ वोल्ट

कुल प्रतिरोध $R = L \times r = 150 \times 0.5 = 75\ \Omega$

$\therefore$ तार में शक्ति क्षय $P = \frac{V^2}{R} = \frac{1200\times1200}{75}$

$P = 19200$ वॉट

$P = 19.2$ किलोवॉट

सही विकल्प (ब)

7. (ब) R Ω के तीन प्रतिरोध समान्तर क्रम में जोड़ने पर

$$\frac{1}{R_p} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{R} = \frac{3}{R}$$

$$R_p = \frac{R}{3}$$

R_p के साथ दो प्रतिरोधों को श्रेणीक्रम में जोड़ने पर तुल्य प्रतिरोध

$$= \frac{R}{3} + R + R = \frac{7R}{3}\Omega$$

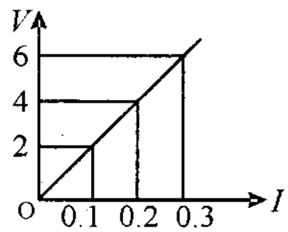
8. (ब) $\because$ अपवहन वेग $v_d \propto E$

9. (ब) $R = (64\times10^2 \pm 10\%)\Omega$

10.(द) जब बैटरी से जुड़ा तार धारा के कारण गर्म हो जाता है, तब मुक्त इलेक्ट्रॉनों की संख्या नहीं बदलती है।

अतिलघुत्तरात्मक प्रश्न

प्र.1. दिए गए $V-I$ ग्राफ से प्रतिरोधक के प्रतिरोध का मान ज्ञात करो।



चित्र 5.73

उत्तर–
$$R = \frac{\Delta V}{\Delta I}$$
$$R = \frac{(6-0)}{(0.3-0)} = \frac{6}{0.3}$$
$$R = 20\Omega$$

प्र.2. धारा घनत्व का **S.I.** मात्रक लिखिए।

उत्तर– धारा घनत्व का SI मात्रक : $\frac{\text{एम्पियर}}{\text{मीटर}^2}$

प्र.3. धातु की चालकता एवं धारा घनत्व में सम्बन्ध लिखो।

उत्तर– धातु की चालकता σ तथा धारा घनत्व J में संबंध
$$J = \sigma E$$

प्र.4. अन–ओमीय प्रतिरोधों के दो उदाहरण बताइये।

उत्तर– अन–ओमीय प्रतिरोध : डायोड, ट्रांजिस्टर

प्र.5. किसी धातु की प्रतिरोधकता की ताप पर निर्भरता बताइये।

उत्तर– किसी धातु की प्रतिरोधकता
$$\rho = \rho_0(1+\alpha\Delta t)$$

प्र.6. ऐसे दो पदार्थों के नाम लिखिए जिनकी प्रतिरोधकता ताप बढ़ने पर घटती है।

उत्तर– अर्धचालक जैसे–सिलिकॉन, जर्मेनियम की प्रतिरोधकता ताप बढ़ाने पर घटती है।

प्र.7. **40 W 220 V** के बल्ब में प्रवाहित विद्युत धारा का मान लिखिए।

उत्तर– दिया गया है– $P = 40$ वॉट
$V = 220$ वोल्ट

$\because$ विद्युत शक्ति $P = VI$

$$I = \frac{P}{V} = \frac{40}{220} = 0.18 \text{ एम्पियर}$$

लघुत्तरात्मक प्रश्न

प्र.1. एक चालक में विद्युत धारा प्रवाहित करने पर उसमें कितना आवेश होता है?

उत्तर– शून्य, जितना आवेश चालक में प्रवेश करता है उतना ही आवेश चालक में से बाहर निकल जाता है।

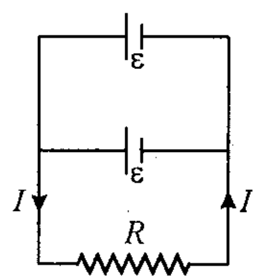
प्र.2. चित्र में एक ही धातु के चालकों की प्रतिरोधकता ρ_1 एवं ρ_2 $\Omega\times m$ है। ρ_1 एवं ρ_2 के अनुपात का मान लिखो।

उत्तर– $\because$ दोनों चालक एक ही धातु के हैं, अत: प्रतिरोधकता का मान अपरिवर्तित रहेगा।

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{1}{1}$$

ρ_1 व ρ_2 के अनुपात = 1 : 1

प्र.3. चित्र में दो सर्वसम सेल जिनके वि.वा.बल समान हैं तथा आंतरिक प्रतिरोध नगण्य हैं, समान्तर क्रम में जुड़े हैं। प्रतिरोध R से प्रवाहित विद्युत धारा का मान क्या होगा।



चित्र 5.74

उत्तर– यदि सेल का आंतरिक प्रतिरोध नगण्य है, तो प्रतिरोध R से प्रवाहित धारा $I = \frac{\varepsilon}{R}$

अर्थात् बाह्य परिपथ में धारा केवल एक सेल से उत्पन्न धारा के बराबर होगी।

प्र.4. सेल की टर्मिनल वोल्टता एवं विद्युत वाहक बल में अन्तर लिखो।

उत्तर– किसी बंद परिपथ में सेल के टर्मिनलों के मध्य विभवांतर का मान सेल की टर्मिनल वोल्टता के बराबर होता है।

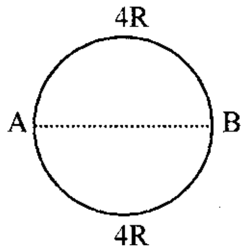
किसी खुले परिपथ में सेल के टर्मिनलों के मध्य विभवांतर का मान सेल के विद्युत वाहक बल के बराबर होता है।

प्र.5. अपवहन वेग की परिभाषा लिखो।

उत्तर– चालक पर आरोपित विभवांतर के कारण मुक्त इलेक्ट्रॉनों में उत्पन्न नियमित औसत वेग को मुक्त इलेक्ट्रॉनों का अपवहन वेग कहते हैं।

प्र.6. **8 R** प्रतिरोध का कोई तार वृत्त के रूप में मोड़ा गया है। इसके किसी व्यास के सिरों के मध्य प्रभावी प्रतिरोध का मान क्या होगा?

उत्तर–



चित्र 5.75

चित्रानुसार व्यास AB के सिरों के मध्य इसे 4R व 4R के दो प्रतिरोधों को समान्तर क्रम में संयोजित मान सकते हैं।

अतः तुल्य प्रतिरोध $R_{eq} = \frac{4R \times 4R}{4R + 4R}$

$$R_{eq} = \frac{16R^2}{8R} = 2R$$

प्र.7. एक पदार्थ की आकृति में विकृति उत्पन्न करने पर उसके प्रतिरोध एवं प्रतिरोधकता के मान पर क्या प्रभाव पड़ता है।

उत्तर– प्रतिरोध का मान परिवर्तित होता है, परंतु प्रतिरोधकता वही रहती है।

प्र.8. क्या किसी सेल की प्लेटों के मध्य विभवांतर उसके वि. वा.बल से अधिक हो सकता है।

उत्तर– हाँ, जब सेल स्वयं किसी बाह्य विद्युत स्रोत द्वारा आवेशित हो रहा हो।

निबंधात्मक प्रश्न

प्र.1 अपवहन वेग किसे कहते है? अपवहन वेग के आधार पर ओम के नियम का समीकरण $\vec{j} = \sigma \vec{E}$ प्राप्त कीजिए। जहाँ संकेतों के सामान्य अर्थ है।

उत्तर– अनुच्छेद 5.4.1 तथा 5.5.1 पर देखें।

प्र.2. अपवहन वेग तथा विद्युत क्षेत्र के मध्य सम्बन्ध स्थापित कीजिए। गतिशीलता क्या है? गतिशीलता एवं अपवहन वेग की परस्पर निर्भरता की व्याख्या कीजिये।

उत्तर– अनुच्छेद 5.4.1 तथा 5.4.2 पर देखें।

प्र.3. किसी चालक पदार्थ के प्रतिरोध एवं प्रतिरोधकता के मध्य सम्बन्ध ज्ञात करो। प्रतिरोधकता ताप पर किस प्रकार निर्भर करती है। चालक, विद्युतरोधी एवं अर्द्धचालकों के सन्दर्भ में व्याख्या करो।

उत्तर– अनुच्छेद 5.5.2 तथा 5.8 पर देखें।

प्र.4. ε_1 एवं ε_2 वि.वा.बल एवं r_1 तथा r_2 आंतरिक प्रतिरोधों के दो सेल समांतर क्रम में जुड़े हैं, इस संयोजन का तुल्य वि. वा.बल एवं तुल्य आंतरिक प्रतिरोध ज्ञात करो। यदि इस संयोजन को किसी बाह्य प्रतिरोध **R** से जोड़ दिया जाए तो **R** में प्रवाहित विद्युत धारा का मान भी ज्ञात करो।

उत्तर– अनुच्छेद 5.11.2 पर देखें।

आंकिक प्रश्न

प्र.1. एक बेलनाकार धातु (ताँबे) की छड़ की लम्बाई 1 सेमी एवं त्रिज्या **2.0 mm** है। छड़ के सिरों पर **120 V** विभवांतर आरोपित करने पर छड़ में प्रवाहित धारा का मान ज्ञात कीजिये। (ताँबे की प्रतिरोधकता $1.7 \times 10^{-8} \Omega m$ है)

हल– दिया गया है– $l = 1$ सेमी. $= 0.01$ मी.

$r = 2$ मिमी. $= 2 \times 10^{-3}$ मी.

$V = 120$ वोल्ट

$\rho = 1.7 \times 10^{-8}$ ओम $\times$ मी.

$$\because \quad R = \frac{\rho l}{A} = \frac{\rho l}{\pi r^2}$$

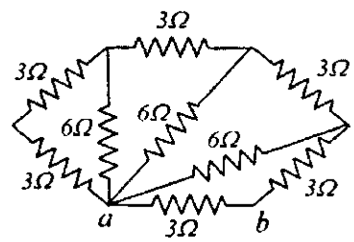
$$= \frac{1.7 \times 10^{-8} \times 0.01}{3.14 \times (2 \times 10^{-3})^2}$$

$$R = 1.35 \times 10^{-5} \Omega$$

$$\because \quad I = \frac{V}{R} = \frac{120}{1.35 \times 10^{-5}}$$

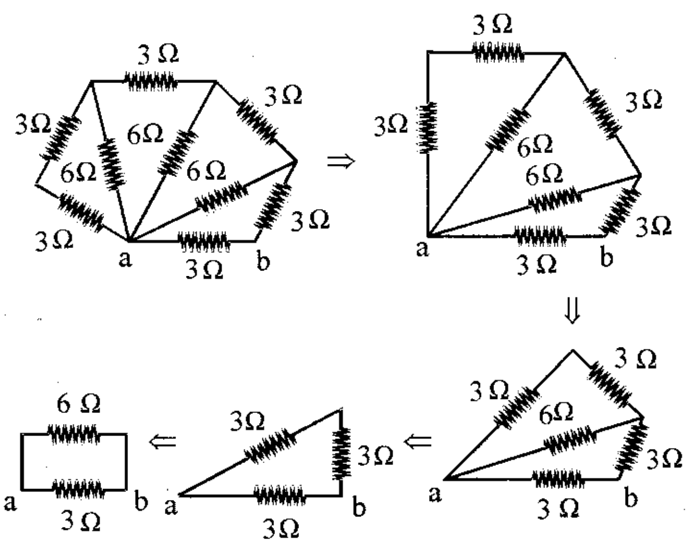
$= 88.89 \times 10^5$ एम्पियर

प्र.2. चित्र में बिन्दु **a** एवं **b** के मध्य तुल्य प्रतिरोध का मान ज्ञात कीजिये।



चित्र 5.76

हल– दिए गए परिपथ को निम्न प्रकार सरलीकृत किया जा सकता है–

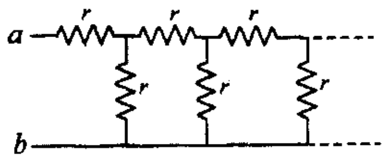


चित्र 5.77

अत: बिन्दु a व b के मध्य तुल्य प्रतिरोध

$$R = \frac{6\times3}{6+3} = \frac{18}{9} = 2\Omega$$

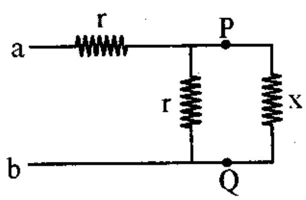
प्र.3. चित्र में दर्शाये गए अनन्त श्रेणी के विद्युत परिपथ का बिन्दु **a** एवं **b** के मध्य तुल्य प्रतिरोध ज्ञात कीजिए।



चित्र 5.78

हल– माना कि a व b के मध्य जाल का तुल्य प्रतिरोध x है।

∵ जाल अनन्त है, अत: बिन्दु P व Q के मध्य भी तुल्य प्रतिरोध x के समान ही होगा। अत: दिए गए जाल को निम्नानुसार व्यक्त कर सकते हैं–



चित्र 5.79

∴ a व b के मध्य परिपथ का तुल्य प्रतिरोध

$$x = r + \frac{rx}{r+x}$$

$$x = \frac{r(r+x)+rx}{r+x}$$

$$rx + x^2 = r^2 + rx + rx$$

$$x^2 - rx - r^2 = 0$$

$$x = \frac{-(-r)\pm\sqrt{(-r)^2-4(1)(-r^2)}}{2\times1}$$

$$x = \frac{r\pm\sqrt{r^2+4r^2}}{2}$$

$$= \frac{r\pm r\sqrt{5}}{2}$$

$$= \left(\frac{1\pm\sqrt{5}}{2}\right)r$$

∵ प्रतिरोध का मान ऋणात्मक नही हो सकता है

$$\therefore \quad x = \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)r$$

∴ चित्र में दर्शाए गए अनन्त श्रेणी के विद्युत परिपथ का बिन्दु a एवं b के मध्य तुल्य प्रतिरोध

$$= \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)r$$

प्र.4. $1\Omega, 2\Omega$ एवं 3Ω के तीन प्रतिरोधक श्रेणी क्रम में संयोजित है। प्रतिरोधों के संयोजन का कुल प्रतिरोध क्या है? यदि प्रतिरोधकों का संयोजन किसी **12V** की बैटरी जिसका आंतरिक प्रतिरोध नगण्य है से कर दिया जाता है तो प्रत्येक प्रतिरोधक के सिरों पर वोल्टता ज्ञात कीजिये।

हल– (a) ∵ $R_1 = 1$ ओम, $R_2 = 2$ ओम, $R_3 = 3$ ओम

श्रेणीक्रम संयोजन के लिए तुल्य प्रतिरोध $R = R_1 + R_2 + R_3$

$R = 1 + 2 + 3 = 6$ ओम

(b) ∵ $\varepsilon = 12$ वोल्ट

अत: परिपथ में प्रवाहित धारा $I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{12}{6} = 2$ एम्पियर

प्रतिरोधों के सिरों पर विभवपात

$V_1 = IR_1 = 2\times1 = 2$ वोल्ट

$V_2 = IR_2 = 2\times2 = 4$ वोल्ट

$V_3 = IR_3 = 2\times3 = 6$ वोल्ट

प्र.5. कमरे के ताप $(27°C)$ पर किसी तापन अवयव का प्रतिरोध 100Ω है। यदि तापन अवयव का प्रतिरोध 117Ω हो तो अवयव का ताप क्या होगा? प्रतिरोधक के पदार्थ का प्रतिरोधक ताप गुणांक $\mathbf{1.70\times10^{-4}\,°C^{-1}}$ है।

हल– दिया है–$R_1 = 100$ ओम, $T_1 = 27°C$, $R_2 = 117$ ओम

$\alpha = 1.70\times10^{-4}\,°C^{-1}$

$$\because \quad \alpha = \frac{R_2 - R_1}{R_1\Delta T} \quad \text{या} \quad \Delta T = \frac{R_2 - R_1}{R_1\alpha}$$

$$\Rightarrow \quad \Delta T = \frac{117-100}{100\times1.70\times10^{-4}} = \frac{17}{170\times10^{-4}} = 1000°C$$

या $T_2 - T_1 = 1000°C \Rightarrow T_2 = T_1 + 1000 = 27 + 1000$

$T_2 = 1027°C$

प्र.6. **15 m** लम्बे एवं $\mathbf{6.0\times10^{-7}\,m^2}$ अनुप्रस्थ काट वाले तार से नगण्य धारा प्रवाहित की गई एवं इसका प्रतिरोध $5.0\,\Omega$ मापा गया। प्रायोगिक ताप पर तार के पदार्थ को प्रतिरोधकता क्या होगी?

हल– दिया है- $l = 15$ मीटर $A = 6\times10^{-7}$ मी^{2}

$R = 5$ ओम

$$\because \quad \text{प्रतिरोधकता } \rho = R\frac{A}{l}$$

$$\therefore \quad \rho = 5\times\frac{6\times10^{-7}}{15} = 2\times10^{-7} \text{ ओम मी.}$$

प्र.7. एक ताँबे का तार जिसका काट क्षेत्रफल $\mathbf{1mm^2}$ है, में **0.5 A** की धारा प्रवाहित हो रही है। यदि एकांक आयतन में मुक्त इलेक्ट्रॉनों की संख्या $\mathbf{8.5\times10^{22}/cm^3}$ हो तो इलेक्ट्रॉनों का अपवहन वेग ज्ञात कीजिए।

हल– दिया गया है- $A = 1mm^2 = 10^{-6}\,m^2$

$I = 0.5$ एम्पियर

$\because$ $n = 8.5 \times 10^{22} / cm^3$
$= 8.5 \times 10^{22} \times 10^6 / m^3$
$n = 8.5 \times 10^{28} / m^3$
$v_d = ?$

$\because$ अपवहन वेग $v_d = \frac{I}{nAe}$

$$= \frac{0.5}{8.5\times10^{28}\times10^{-6}\times1.6\times10^{-19}}$$

$v_d = 3.7 \times 10^{-5}$ मी/से

प्र.8. किस ताप पर ताँबे के एक तार का प्रतिरोध उसके $0°C$ ताप पर प्रतिरोध का दुगुना हो जाएगा? **[ताँबे के लिए प्रतिरोध ताप गुणांक $4.0\times10^{-3}\ °C^{-1}$ है]**

हल– माना कि t°C ताप पर ताँबे के तार का प्रतिरोध उसके 0°C ताप पर प्रतिरोध का दुगुना हो जाएगा अर्थात्

$$R_t = 2R_0$$

$\because$ $\alpha = 4.0 \times 10^{-3}\ °C^{-1}$

$\because$ $$\alpha = \frac{R_t - R_0}{R_0 t}$$

$$t = \frac{R_t - R_0}{\alpha R_0} = \frac{2R_0 - R_0}{\alpha R_0} = \frac{1}{\alpha}$$

$$t = \frac{1}{4\times10^{-3}} = 250°\ C$$

प्र.9. किसी कार की संचायक बैटरी का विद्युत वाहक बल **12 V** है। यदि बैटरी का आंतरिक प्रतिरोध 0.4Ω है तो बैटरी से ली जाने वाली अधिकतम धारा का मान क्या है?

हल– दिया है–

विद्युत वाहक बल $\varepsilon = 12$ वोल्ट,
आन्तरिक प्रतिरोध $r = 0.4$ ओम
बैटरी से ली जाने वाली धारा

$$I = \frac{\varepsilon}{R+r}$$

अधिकतम धारा की स्थिति में $R = 0$

$\therefore$ $$I_{max} = \frac{\varepsilon}{r} = \frac{12}{0.4} = 30 \text{ एम्पियर}$$

प्र.10. एक कुण्डली जिसका प्रतिरोध 4.2Ω है पानी में डूबी हुई है। यदि इसमें **2A** की धारा 10 मिनट के लिए प्रवाहित की जाए तो कुण्डली में कुल कितने कैलोरी ऊष्मा उत्पन्न होगी? **(J = 4.2 j/cal)**

हल– दिया गया है– $R = 4.2\ \Omega$
$I = 2A$
$t = 10$ मिनट = 600 सेकण्ड

उत्पन्न ऊष्मा $H = \frac{I^2Rt}{4.2}$ कैलोरी

$$= \frac{(2)^2 \times 4.2 \times 600}{4.2}$$

= 2400 कैलोरी

प्र.11. एक बेलनाकार नलिका की लम्बाई ***l*** व आंतरिक तथा बाह्य त्रिज्याओं के मान क्रमशः **a** एवं **b** है। यदि पदार्थ की प्रतिरोधकता का मान ρ है तो नलिका के सिरों के मध्य प्रतिरोध का मान ज्ञात करो।

हल– $\because$ $$R = \rho\frac{l}{A} \quad ....(1)$$

यहाँ पर ρ पदार्थ की प्रतिरोधकता है।
l बेलनाकार नलिका की लम्बाई है।
A अनुप्रस्थ काट का क्षेत्रफल है।
बेलनाकार नलिका का क्षेत्रफल

यहाँ पर $A = \pi b^2 - \pi a^2$

$$A = \pi(b^2 - a^2) \quad ...(2)$$

समी. (1) व (2) से–

$$\rho\frac{l}{R} = \pi(b^2 - a^2)$$

या $$R = \frac{\rho l}{\pi(b^2 - a^2)}$$

$\therefore$ $$R = \frac{\rho l}{\pi(b^2 - a^2)}$$

प्र.12. एक मकान में 100 वाट के चार बल्ब एवं 40 वाट के चार बल्ब प्रतिदिन क्रमशः 4 एवं 6 घंटे जलते हैं। दो पंखे 60 वाट के प्रतिदिन 8 घंटे चलते है। 30 दिन के एक माह के लिए विद्युत ऊर्जा के खर्च की गणना करो। यदि विद्युत दर प्रति यूनिट 5 रूपये है।

हल– 100 वॉट के 4 बल्ब द्वारा 30 दिन में खर्च की गई ऊर्जा W_1 है, तो

$$W_1 = \frac{Pt}{1000}$$

यहाँ $P = 100 \times 4 = 400$ वॉट
$t = 4 \times 30 = 120$ घण्टे

$$W_1 = \frac{400\times120}{1000}$$

= 48 किलोवॉट घण्टा

40 वॉट के 4 बल्ब द्वारा 30 दिन में खर्च की गई ऊर्जा W_2 है, तो

$$W_2 = \frac{40\times4\times6\times30}{1000}$$

= 28.8 किलोवॉट घण्टा

इसी प्रकार पंखों द्वारा व्यय की गई ऊर्जा W_3 है, तो

$$W_3 = \frac{60\times2\times8\times30}{1000}$$

$= 28.8$ किलोवॉट घण्टा

$\therefore \quad W = W_1 + W_2 + W_3$

$W = 48 + 28.8 + 28.8$

$= 105.6$ किलोवाट घण्टा या यूनिट

5 रुपये प्रति यूनिट की दर से खर्च $= 105.6 \times 5 = 528$ रूपये

अन्य महत्त्वपूर्ण प्रश्न

महत्त्वपूर्ण वस्तुनिष्ठ प्रश्न

1. एक-समान n प्रतिरोधों के मान में कितनी गुणा बढ़ोतरी की जाये ताकि श्रेणी क्रम को उसी तुल्य प्रतिरोध के समान्तर क्रम के संयोजन में बदला जा सके।
(अ) $\sqrt{n}$ (ब) n (स) n^2 (द) n^{-2}

2. तांबे तथा जरमेनियम को कमरे के ताप से 40K तक ठंडा किया जाता है। इस क्रिया में प्रतिरोध का मान–
(अ) दोनों के लिए घटेगा (ब) दोनों के लिए बढ़ेगा
(स) तांबे का बढ़ेगा तथा जरमेनियम का घटेगा
(द) तांबे का घटेगा तथा जरमेनियम का बढ़ेगा

3. प्रतिरोध मापन के लिए उपयोग में आने वाला उपकरण है–
(अ) थर्मामीटर (ब) गेल्वोनोमीटर
(स) व्हीटस्टोन सेतु (द) वोल्टमीटर

4. दो प्रतिरोध तार X, Y एक ही पदार्थ के बने हुए हैं। तार X की कुल लम्बाई व त्रिज्या Y से दुगनी है। X और Y के प्रतिरोधों का अनुपात होगा
(अ) 1 : 2 (ब) 1 : 1 (स) 2 : 1 (द) 4 : 1

5. एक वर्ग एक तार का बना हुआ है। जिसकी प्रत्येक भुजा का प्रतिरोध R ओम है, कर्ण विरोधी बिन्दुओं के मध्य प्रभावी प्रतिरोध होगा
(अ) R/2 Ω (ब) R Ω (स) 2 R Ω (द) 4 R Ω

6. एक घर में लगे दो बल्बों में से एक-दूसरे की अपेक्षा अधिक चमक से प्रदीप्ति होता है। उन दोनों में से किसका प्रतिरोध अधिक है–
(अ) अधिक प्रदीप्ति बल्ब का (ब) कम प्रदीप्ति बल्ब का
(स) दोनों का समान प्रतिरोध (द) उपर्युक्त में से कोई नहीं

हल एवं संकेत

1. (स)

2. (द) तांबा चालक तथा जरमेनियम अर्द्धचालक है।

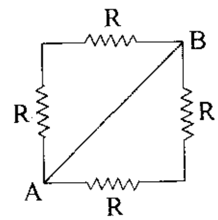
3. (स)

4. (अ) $R_y = \frac{\rho \cdot l}{\pi r^2}, \qquad R_x = \rho \frac{2l}{\pi (2r)^2}$

$$\frac{R_x}{R_y} = \frac{\frac{\rho l}{2\pi r^2}}{\frac{\rho l}{\pi r^2}} = \frac{1}{2}$$

5. (ब) $\frac{1}{R_{AB}} = \frac{1}{2R} + \frac{1}{2R} = \frac{2}{2R}$

$R_{AB} = R$



चित्र 5.80

6. (ब)

लघुत्तरात्मक प्रश्न–

प्र.1. Al के तार को खींचकर उसका व्यास पूर्व मान का आधा कर दिया जाता है। तार का नया प्रतिरोध क्या होगा ?

उत्तर– 16 गुना हो जायेगा

प्र.2. एक चालक में I एम्पियर की धारा बह रही है यही धारा अर्द्धचालक में भी बह रही है। यदि दोनों का ताप बढ़ा दिया जाये तो उनमें बहने वाली धारा के मान में क्या परिवर्तन होगा ?

उत्तर– चालक में धारा का मान घटेगा एवं अर्द्धचालक में बढ़ेगा।

प्र.3. निम्नलिखित को विद्युत चालकता के बढ़ते हुए क्रम में लिखिये Ag, Al, Ge, Cu, Fe.

उत्तर– Ge, Fe, Al, Cu, Ag.

प्र.4. किसी चालक के विशिष्ट प्रतिरोध तथा विशिष्ट चालकता पर निम्न में परिवर्तन करने पर क्या प्रभाव पड़ते हैं ?
(i) चालक की लम्बाई, (ii) अनुप्रस्थ काट का क्षेत्रफल, (iii) ताप

उत्तर– (i) तथा (ii) लम्बाई या अनुप्रस्थ काट के क्षेत्रफल के परिवर्तन का कोई प्रभाव नहीं पड़ेगा। (iii) ताप परिवर्तन से विशिष्ट प्रतिरोध बढ़ेगा एवं विशिष्ट चालकता घटेगी।

प्र.5. ताँबे के तार के विशिष्ट प्रतिरोध पर क्या प्रभाव पड़ेगा ? जबकि (i) लम्बाई दो गुनी कर दी जाये, (ii) अनुप्रस्थ काट का क्षेत्रफल दो गुना कर दिया जाये, (iii) त्रिज्या दो गुनी कर दी जाये, (iv) ताप बढ़ा दिया जाये।

उत्तर– सूत्र $\rho = \frac{m}{nc^2\tau}$ से स्पष्ट है कि
(i) लम्बाई बढ़ाने से अपरिवर्तित, (ii) अनुप्रस्थ काट का क्षेत्रफल बढ़ाने से अपरिवर्तित, (iii) त्रिज्या परिवर्तन से विशिष्ट प्रतिरोध अपरिवर्तित, (iv) ताप बढ़ाने से विशिष्ट प्रतिरोध बढ़ जायेगा, क्योंकि

$\rho \propto \frac{1}{\tau}$ ताप बढ़ाने पर τ घटता है।

प्र.6. किसी तार के प्रतिरोध पर क्या प्रभाव पड़ेगा ? जबकि (i) लम्बाई दो गुनी कर दी जाये, (ii) अनुप्रस्थ काट का क्षेत्रफल दो गुना कर दिया जाये, (iii) त्रिज्या दो गुनी कर दी जाये।

उत्तर– सूत्र $R = \frac{\rho l}{A} = \frac{\rho l}{\pi r^2}$ से,
(i) प्रतिरोध दो गुना, (ii) प्रतिरोध आधा, (iii) प्रतिरोध चौथाई रह जायेगा

प्र.7. किसी चालक तार में इलेक्ट्रॉन बराबर गतिशील रहते हैं और फिर भी चालक में कोई धारा प्रवाहित नहीं होती जब तक उसके सिरों पर विद्युत स्त्रोत न लगाया जाये।

उत्तर– चालक में मुक्त इलेक्ट्रॉनों की गति अनियमित होती है एवं इनका

वेग एवं विस्थापन शून्य होता है। अतः चालक में कोई धारा प्रवाह नहीं होता है। विद्युत क्षेत्र लगाये जाने पर मुक्त इलेक्ट्रॉनों पर क्षेत्र की विपरीत दिशा में एक विद्युत बल लगने लगता है। जिससे वे निश्चित दिशा में गमन करने लगते हैं तथा चालक में धारा का प्रवाह होने लगता है।

प्र.8. यूरेका के तार की लम्बाई चौथाई करने पर एवं त्रिज्या आधी करने पर उसके प्रतिरोध पर क्या प्रभाव पड़ेगा ?

संकेत– $R = \frac{\rho l}{\pi r^2}$

$$R' = \frac{\rho \frac{l}{4}}{\pi\left(\frac{r}{2}\right)^2} = \frac{\rho . l}{\pi r^2} = R$$

उत्तर– कोई परिवर्तन नहीं

प्र.9. एक परिपथ में 4 A की विद्युत धारा बह रही है। परिपथ का विभवान्तर नियत रखते हुए यदि परिपथ का प्रतिरोध दुगुना कर दिया जाये तो परिपथ में प्रवाहित धारा का मान कितना हो जायेगा ?

उत्तर– 2 A.

प्र.10. ताँबे के समान द्रव्यमान के तार A व B लिये जाते हैं। A की लम्बाई B की लम्बाई की आधी है। यदि A का प्रतिरोध R ओम हो तो B का प्रतिरोध कितना होगा ?

उत्तर– $R_B = 16 R_A$

प्र.11. एक टंगस्टन तार तथा एक जर्मेनियम तार के प्रतिरोध कमरे के ताप पर समान हैं। दोनों तारों को श्रेणीक्रम में जोड़कर उनमें धारा प्रवाहित की जाती है। गर्म अवस्था में किस तार के सिरों के बीच विभवान्तर अधिक होगा ?

संकेत–श्रेणीक्रम में जुड़े होने पर I नियत रहने के कारण $V \propto R$ चूँकि ताप बढ़ने पर टंगस्टन का प्रतिरोध बढ़ेगा तथा जर्मेनियम का घटेगा अतः टंगस्टन के तार के सिरों के बीच विभवान्तर अधिक होगा।

उत्तर– टंगस्टन के तार में

प्र.12. ताप वृद्धि से अर्द्धचालकों में प्रति एकांक आयतन में स्वतंत्र इलेक्ट्रॉनों की संख्या बढ़ जाती है। इसका पदार्थ के विशिष्ट प्रतिरोध पर क्या प्रभाव पड़ेगा ?

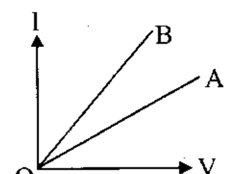
उत्तर– विशिष्ट प्रतिरोध $\rho = \frac{m}{ne^2\tau}$ से स्पष्ट है कि $\rho \propto \frac{1}{n}$

अतः n की संख्या बढ़ने से ρ घट जायेगा

प्र.13. एक बेलनाकार चालक में स्थायी धारा बह रही है। क्या चालक के भीतर विद्युत क्षेत्र है ?

उत्तर– चालक में धारा तभी बहती है जब चालक के भीतर स्थापित विद्युत क्षेत्र प्रत्येक मुक्त इलेक्ट्रॉन पर बल आरोपित करता है। अतः चालक के भीतर विद्युत क्षेत्र है।

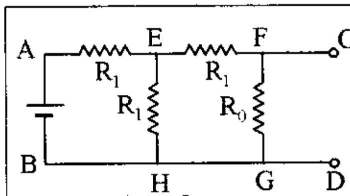
प्र.14. दो तारों A व B के V-I ग्राफ निम्नांकित चित्र में प्रदर्शित हैं। किसका प्रतिरोध अधिक है ?



चित्र 5.81

उत्तर– चित्र में प्रदर्शित ग्राफ में वक्र का ढाल $\Delta I/\Delta V = 1/R$ अर्थात् जिस वक्र का ढाल कम होगा उसका प्रतिरोध अधिक होगा। अतः A का प्रतिरोध B से अधिक होगा।

प्र.15. दिये गये चित्र में प्रदर्शित परिपथ में R_1 का मान कितना होना चाहिए कि A व B के बीच परिपथ का तुल्य प्रतिरोध R_0 हो।



चित्र 5.82

हल– चित्रानुसार E व F के बीच जुड़ा प्रतिरोध R_1 है तथा इसके समान्तर क्रम में परस्पर श्रेणीबद्ध प्रतिरोध R_1 व R हैं। यदि E व F के बीच तुल्य प्रतिरोध R' हो, तो

$$\frac{1}{R'} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_1 + R_0}$$

$$= \frac{R_1 + R_0 + R_1}{R_1(R_1 + R_0)} = \frac{2R_1 + R_0}{R_1(R_1 + R_0)}$$

$$\therefore \quad R' = \frac{R_1(R_1 + R_0)}{2R_1 + R_0}$$

ये प्रतिरोध R' प्रतिरोध R_1 के साथ श्रेणीबद्ध है यदि तुल्य प्रतिरोध R" हो, तो

$$R'' = R' + R_1 = \frac{R_1(R_1 + R_0)}{2R_1 + R_0} = R_1$$

प्रश्न से $R'' = R_0$

$$\therefore \quad R_0 = \frac{R_1(R_1 + R_0)}{2R_1 + R_0} = R_1$$

$$\therefore \quad R_0 - R_1 = \frac{R_1(R_1 + R_0)}{2R_1 + R_0}$$

$$\therefore \quad 2R_1 R_0 + R_0^2 - 2 R_1^2 - R_1 R_0 = R_1^2 + R_1$$

$$\therefore \quad 3R_1^2 = R_0^2$$

$$\therefore \quad R_1^2 = R_0^2/3$$

$$\therefore \quad R_1 = \frac{R_0}{\sqrt{3}}$$

प्र.16. स्थिर विद्युतिकी तथा धारा विद्युतिकी में क्या अन्तर है ?

उत्तर– स्थिर विद्युतकी स्थिर अवस्था में रखें आवेश की स्थिति को व्यक्त करती हैं जब कि धारा विद्युतकी में आवेश गति मान अवस्था में होता हैं।

प्र.17. यदि किसी तार में धारा बह रही हैं तो क्या यह आवेशित माना जा सकता है ?

उत्तर– नहीं, तार में धारा मुक्त इलेक्ट्रॉन के एक नियत दिशा में अपवहन गति के कारण है। लेकिन प्रोटान की कुल सख्या किसी भी क्षण पर मुक्त इलेक्ट्रॉन के समान होती है।

प्र.18. इलेक्ट्रॉनों की अपवहन चाल अनुमानतः कुछ मिली मीटर प्रति सेकण्ड होती है, तब बताओ किसी परिपथ को बन्द करते ही तुरन्त धारा किस प्रकार प्रवाहित हो जाती है?

उत्तर– जैसे ही परिपथ बन्द करते हैं विद्युत क्षेत्र तुरन्त स्थापित हो जाता है जिसकी गति विद्युत चुम्बकीय तरंगों की गति के बराबर होती है, जो तार में प्रत्येक बिन्दू पर स्थानीय इलेट्रान का इस गति में अपवहन करता है। धारा इस बात को प्रतीक्षा नहीं करती है कि आवेश एक

सिरे से दूसरे सिरे की ओर प्रवाहित हो। अतः धारा विद्युत चुम्बकीय तरंगों (विद्युत स्पन्द) के कारण एक स्थान से दूसरे स्थान को प्रवाहित होती हैं न कि इलेक्ट्रॉन की अपवहन गति के कारण।

प्र.19. क्या प्रतिरोध के तापीय गुणांक का मान सदैव धनात्मक होता है?

उत्तर– नहीं, धातुओं तथा मिश्र धातुओं के लिए प्रतिरोध का तापीय गुणांक सदैव धनात्मक होता है। अर्द्ध चालक तथा कुचालक के लिए यह ऋणात्मक होता है।

प्र.20. एक असमान अनुप्रस्थ काट के धातु के चालक में नियत धारा प्रवाहित की जाती है। बताओ निम्न राशियों में से कौन राशियां चालक में नियत रहती हैं: धारा, धारा घनत्व विद्युत क्षेत्र तथा अपवहन चाल ?

उत्तर– चालक में सिर्फ धारा नियत रहेगी। शेष राशियाँ चालक की अनुप्रस्थ काट के व्युत्क्रमानुपाती होती है अतः परिवर्तित होगी।

प्र.21. प्रामाणिक प्रतिरोधक तार किस पदार्थ के बनाये जाते हैं? तथा क्यों?

उत्तर– मैंगनिन के, क्योंकि मैंगनिन का विशिष्ट प्रतिरोध बहुत अधिक तथा प्रतिरोध ताप गुणांक बहुत कम होता है। अतः इसके प्रतिरोध पर ताप का प्रभाव लगभग नगण्य होता है।

प्र.22. संयोजी तार ताँबे के क्यों बने होते हैं?

उत्तर– ताँबे की विद्युत चालकता अधिक होती है अतः यह धारा का प्रवाहन नगण्य प्रतिरोध पर करता है। ताँबा अनुचुम्बकीय पदार्थ है अतः धारा प्रवाहित करने पर चुम्बकित नही होता और धारा प्रवाहन पर चुम्बकीय क्षेत्र का प्रभाव नगण्य रहता है।

प्र.23. बताओ तार को मोडने पर इसके प्रतिरोध पर कोई प्रभाव होता है।

उत्तर– नहीं मुक्त इलेक्ट्रॉनों की अपवहन चाल कम होती है अतः गति का जड़त्व कम होता है। इस कारण मुड़ी अवस्था इलेक्ट्रॉन उस आसानी से प्रवाहित होते रहते है।

प्र.24. सिद्ध करो समान्तर क्रम में संयोजित विद्युत उपकरणों में कुल शक्ति व्यय प्रत्येक उपकरण द्वारा शक्ति व्यय के कुल योग के बराबर होता है।

उत्तर–मान विद्युत उपकरण जिनकी विद्युत शक्तियां क्रमशः P_1, P_2, P_3 तथा प्रतिरोध R_1, R_2, R_3 है समान्तर क्रम में संयोजित है। माना कि यह मेन विभवान्तर V से जुड़े है। माना कि कुल संयोजन की शक्ति P तथा परिणामी प्रतिरोध R है। अतः प्रतिरोधों के समान्तर क्रम के नियम

के अनुसार $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$

दोनों पक्षों को V^2 से गुणा करने पर

$$\frac{V^2}{R} = \frac{V^2}{R_1} + \frac{V^2}{R_2} + \frac{V^2}{R_3} \qquad (\because P = \frac{V^2}{R})$$

$$P = P_1 + P_2 + P_3$$

अतः समान्तर क्रम में संयोजित विद्युत उपकरणों की कुल शक्ति प्रत्येक उपकरण की शक्ति के योग के बराबर होगी।

प्र.25. किसी बल्ब से संयोजित तार प्रकाशित नहीं होता जबकि बल्ब का फिलामेन्ट प्रकाशित होता है, क्यों ?

उत्तर–बल्ब का फिलामेन्ट व धारा भेजने वाले तार श्रेणीक्रम में लगे होते हैं। इन संयोजी तारों का प्रतिरोध नगण्य होता है जबकि फिलामेन्ट के तार का प्रतिरोध बहुत अधिक होता है। जूल के धारा में तापीय नियमों के अनुसार उत्पन्न ऊष्मा, तार के प्रतिरोध के समानुपाती होती है। अतः फिलामेन्ट के बार में उत्पन्न ऊष्मा की मात्रा बहुत अधिक होती है। अतः बल्ब प्रकाशित होता है तथा संयोजी तार में कोई ऊष्मा उत्पन्न नहीं होगी।

प्र.26. यदि किसी नियत प्रतिरोध के परिपथ में प्रवाहित धारा का मान तीन गुना कर दिया गया तो, शक्ति व्यय कितना होगा ?

उत्तर–विद्युत परिपथ में शक्ति क्षय

$$P = I^2R$$

अर्थात् $P \propto I^2$ जब R नियत है।

यदि धारा तीन गुनी कर दी जाय तो शक्ति क्षय

$$P' \propto 9I^2$$

अर्थात् 9 गुना हो जायेगा।

प्र.27. क्या कारण है जब हीटर जलते है, तो बल्ब का प्रकाश धीमा हो जाता है तथा कुछ समय पश्चात यह सामान्य हो जाता है।

उत्तर–हीटर की विद्युत शक्ति, बल्ब की तुलना में अधिक होती है। विद्युत शक्ति प्रतिरोध के व्युत्क्रमानुपाती ($P \propto 1/R$) होती है। अतः हीटर की कुण्डली का प्रतिरोध, बल्ब के फिलामैन्ट से कम होना चाहिये। जब समान्तर क्रम में जुड़े बल्ब व हीटर को चालू करते हैं तो यह अधिक धारा ग्रहण करता है। इस कारण बल्ब का प्रकाश धीमा हो जाता है। कुछ समय पश्चात जब हीटर की कुण्ड़ली गर्म हो जाती है तो इसका प्रतिरोध बढ़ जाता है। इसक कारण पुनः कुछ धारा बल्ब की ओर प्रवाहित होने लगती है। अतः बल्ब का प्रकाश पुनः बढ़ने लगता है।

प्र.28. फ्यूज तार विद्युत परिपथ में किस प्रकार उपकरणों अथवा लाइन की रक्षा करता है ?

उत्तर–फ्यूज तार प्रतिरोध अधिक होता है तथा गलनांक कम होत है। यह घरों में अथवा उपकरणों में श्रेणी में जुड़ा रहता है। जब सप्लाई वोल्टता का मान सुरक्षित सीमा से अधिक हो जाता है, तो फ्यूज तार में उत्पन्न ऊष्मा की मात्रा बहुत अधिक बढ़ जाती है ($P = \frac{V^2}{R}$) और यह पिघल जाता है। इस कारण परिपथ का सम्बन्ध विच्छेद हो जाता है तथा विद्युत उपकरण नष्ट होने से बच जाते हैं।

प्र.29. एक टोस्टर, बल्ब की तुलना में अधिक ऊष्मा का उत्सर्जन करता है जब इन दोनों को समान्तर क्रम में संयोजित किया जाता है तो बताओ किसका प्रतिरोध अधिक है ?

उत्तर–क्योंकि टोस्टर व बल्ब समान्तर क्रम में लगे है अतः प्रत्येक के सिरों पर विभान्तर समान होगा। माना कि विभान्तर V है।

माना R_1, R_2 क्रमशः टोस्टर व बल्ब में प्रतिरोध है।

टोस्टर द्वारा प्रति सेकण्ड उत्पन्न ऊष्मा = $\frac{V^2}{R_1}$

बल्ब द्वारा प्रति सेकण्ड उत्पन्न ऊष्मा = $\frac{V^2}{R_2}$

क्योंकि टोस्टर अधिक ऊष्मा उत्सर्जित करता है अतः

$$\frac{V^2}{R_1} > \frac{V^2}{R_2} \quad \text{या} \quad R_2 > R_1$$

अतः बल्ब का प्रतिरोध (R_2) टोस्टर के प्रतिरोध (R_1) की तुलना में अधिक होगा।

प्र.30. यदि परिपथ में धारा 20% कम हो जाय तो बल्ब की ज्योति कितने प्रतिशत कम हो जायेगी ?

उत्तर–माना कि बल्ब का प्रतिरोध R है तथा उसमें I धारा, t समय तक प्रवाहित होती है। उत्पन्न ऊष्मा

$$H = I^2Rt$$

जब धारा 20% कम हो जाती है तो परिपथ में धारा

$$= 80\% = \frac{80}{100}I = \frac{4}{5}I$$

उत्पन्न ऊष्मा $H' = \left(\frac{4}{5}I\right)^2 Rt = \frac{16}{25} I^2 Rt$

उत्सर्जित ऊष्मा में प्रतिशत कमी

$$= \left(\frac{H-H'}{H}\right)\times 100 = \left(1-\frac{H'}{H}\right)\times 100$$

$$= \left(1-\frac{16}{25}\right)\times 100 = 36\%$$

प्र.31. बल्ब सदैव स्विच को ऑन करने पर ही फ्यूज होते हैं, क्यों ?

उत्तर–जैसे बल्ब का स्विच ऑन या चालू करते हैं यह प्रकाश देता है। तथा इसके तापक्रम में वृद्धि होती है। इस कारण फिलामेन्ट का प्रतिरोध बढ़ जाता है। यह प्रक्रिया बड़ी शीघ्रता से पूरी होती है। लम्बे समय तक बल्ब को उपयोग में लेने के कारण फिलामेन्ट का तार बहुत पतला हो जाता है तथा इसका आन्तरिक प्रतिरोध कम हो जाता हैं जैसे ही स्विच ऑन करते है, तो यकायक धारा अधिक होने के कारण यह जल जाता है।

प्र.32. विद्युत शक्ति का संचरण उच्च वोल्टता अधिक दूरी पर स्थित स्थानों पर क्यों किया जाता है ?

उत्तर–जब लाइन पर धारा I हो तथा प्रतिरोध R हो तो शक्ति क्षय $= I^2R$

यदि V विभव पर शक्ति को भेजा जाय $P = VI$

$$I = \frac{P}{V}$$

$$\text{शक्ति क्षय} = \frac{P^2}{V^2}R$$

अतः शक्ति क्षय $P \propto \frac{1}{V^2}$ जब P व R नियत हो।

प्र.33. क्या बैटरी के टर्मिनलों के मध्य विभवान्तर का मान उसके वि.वा. बल से अधिक हो सकता है ?

उत्तर– हाँ, जब बैटरी को आवेशित किया जाता है तब $V = E + Ir$, यहाँ E सेल का विद्युत वाहक बल है, I धारा व r सेल का आन्तरिक प्रतिरोध है।

प्र.34. एक तार जिसकी प्रतिरोधकता ρ है, को खींचकर दुगुना लम्बा कर दिया जाता है। तार की अब प्रतिरोधकता का मान क्या होगा ?

उत्तर– प्रतिरोधकता में कोई परिवर्तन नहीं होगा, चूँकि यह तार के पदार्थ पर निर्भर करती है।

प्र.35. किसी धातु में बहुत सारे मुक्त इलेक्ट्रॉन गतिमान अवस्था में होते हैं। उसमें मुक्त धारा प्रवाह क्यों नहीं होता ?

उत्तर– क्योंकि उनकी गति यादृच्छिक होती है।

प्र.36. एक तार में 2A धारा प्रवाहित हो रही है, क्या तार आवेशित है ?

उत्तर– नहीं, चूँकि जिस चालक में धारा बह रही है, उसमें जितने इलेक्ट्रान प्रवेश करते है, उतने ही इलेक्ट्रान उससे बाहर चले जाते है।

प्र.37. एक 400 वॉट की विद्युत केतली 220 वोल्ट के स्रोत पर कार्य करती है। केतली का प्रतिरोध ज्ञात कीजिये।

उत्तर–केतली का प्रतिरोध $R = \frac{V^2}{P}$

$$R = \frac{220\times 220}{400} = \frac{484}{4}$$

$$R = 121 \text{ ओम}$$

प्र.38. एक 100 वॉट का विद्युत उपकरण प्रतिदिन 6 घण्टे काम में आता है। 30 दिन के लिये व्ययित ऊर्जा (यूनिट में) कितनी होगी ?

उत्तर– $$\text{यूनिटों की संख्या} = \frac{\text{वॉट}\times\text{घण्टा}\times\text{दिनों की संख्या}}{1000}$$

$$= \frac{100\times 6\times 30}{1000} = 18 \text{ यूनिट}$$

प्र.39. 1KWh में कितने जूल होते है ?

उत्तर– 1 KWh = 1000 वॉट × घण्टा

$= 1000 \times 60 \times 60$

$= 3600000$ वॉट-सेकण्ड

प्र.40. किसी चालक के प्रतिरोध की अपवहन वेग पर निर्भरता समझाइये।

उत्तर–धारा का मान अपवहन वेग के अनुक्रमानुपाती होता है।

अर्थात् $v_d \propto I$

इस कारण से अपवहन वेग का मान प्रतिरोध के व्युत्क्रमानुपाती होता है।

$$\because \quad I = \frac{V}{R}$$

प्र.41. धातु इलेक्ट्रॉनों के अपवहन वेग का मान अल्प होते हुये भी ये किस प्रकार विद्युत प्रवाह के लिये उत्तरदायी होते हैं ? समझाइये।

अथवा

धातु इलेक्ट्रॉनों के अपवाह वेग का मान अति लघु क्यों होता है?

उत्तर– यदि हम किसी धातु चालक के सिरों के बीच पर कोई विद्युत विभव लगाते हैं। तब उसके एक सिरे से दूसरे सिरे के बीच की तरफ उसमें एक विद्युत क्षेत्र स्थापित हो जाता है और हर मुक्त इलेक्ट्रॉन पर विद्युत् पर विद्युत क्षेत्र की विपरीत दिशा में बल लगता है, उसके कारण उसमें वेग उत्पन्न होता है। उसका वेग बढ़ता रहता है। तब तक गति करता रहता है, जब तक वह अपने मार्ग में आने वाले किसी धातु आयन से नहीं टकराता। धातु आयन से टकराने पर उसका वेग शून्य हो जाता है और इलेक्ट्रान पर बल लगाने के कारण उसका वेग बढ़ता रहता है। शून्य से अगली टक्कर तक ओर अगली टक्कर किसी इलेक्ट्रॉन के होने पर फिर शून्य हो जाता है।

यदि इलेक्ट्रॉन की एक टक्कर से अगली टक्कर तक की चली गई माध्यमान दूरी λ हो और उसमें लगा समय r हो तो तब–

$$\text{अपवाह वेग } (v_d) = \frac{\lambda}{r}$$

यहाँ पर λ का मान r की अपेक्षा बहुत ही छोटा है। इसलिये अपवाह वेग का मान अति लघु होता है।

प्र.42. धातु की चालकता व गतिशीलता में सम्बन्ध लिखिये।

उत्तर–किसी चालक के लिये अपवहन वेग व चालक के अन्दर विद्युत क्षेत्र का अनुपात दिये गये ताप पर स्थिर रहता है। इस स्थिर राशि को धारावाहक (इलेक्ट्रॉन) की गतिशीलता (μ) कहते हैं।

$$\text{अर्थात् गतिशीलता } (\mu) = \frac{\text{अपवहन वेग}}{\text{विद्युत क्षेत्र}}$$

$$\mu = \frac{e\tau}{m} \quad .....(1)$$

और पदार्थ की चालकता

$$\sigma = \frac{ne^2\tau}{m}$$

$$\sigma = ne\left[\frac{e\tau}{m}\right] \quad .....(2)$$

समी. (1) से (2) में मान रखने पर

$$\sigma = ne(\mu)$$

अतः पदार्थ की चालकता

$$\sigma = ne\mu$$

प्र.43. अतिचालक, धातुओं से किस प्रकार भिन्न हैं ? समझाइये।

उत्तर–अतिचालक के लिये τ विश्रान्तिकाल (relaxation time) धातुओं के सापेक्ष सामान्य ताप पर बहुत अधिक होता है और विशिष्ट प्रतिरोध का मान विश्रान्तिकाल के व्युत्क्रमानुपाती होता है। जिसके कारण उसका विशिष्ट प्रतिरोध का मान धातुओं की तुलना में लगभग नगण्य होता है। जिससे अतिचालक का प्रतिरोध शून्य होता है।

प्र.44. अतिचालकों के कोई दो उपयोग लिखिये।

उत्तर–(i) सुपर कम्प्यूटर्स बनाने में।
(ii) विद्युत शक्ति संचरण में प्रयुक्त संचरण लाइनों के लिये किया जाता है।

प्र.45. प्रतिरोधों के श्रेणी संयोजन व समान्तर संयोजन में मुख्य अन्तर लिखिये।

उत्तर–श्रेणी क्रम में तुल्य प्रतिरोध का मान श्रेणी क्रम में जुड़े जाने वाले सभी प्रतिरोधों के योग के बराबर होता है।
समान्तर क्रम में जोड़े जाने वाले प्रतिरोधों में जिसका मान सबसे कम होता है, तुल्य प्रतिरोध का मान उससे भी कम होता है।

प्र.46. 220 वोल्ट के 100W तथा 60W के बल्बों में किसका प्रतिरोध अधिक होगा?

उत्तर–60 वाट चूँकि जिसकी शक्ति कम होती है उसका प्रतिरोध अधिक होता है।

प्र.47. हीटर के तार एवं फ्यूज तार में क्या अन्तर है?

उत्तर–(i) हीटर के तार का प्रतिरोध प्रति इकाई लम्बाई, फ्यूज तार के प्रतिरोध से अधिक होता है।
(ii) हीटर के तार का पिघलना, फ्यूज तार के पिघलने से ज्यादा होता है।
(iii) हीटर के तार नाइक्रोम के होते है, जबकि फ्यूज का तार मिश्र धातु का बना होता है। इसके लिये साधरणतया टिन, जस्ता, ताँबा काम में लेते हैं।

प्र.48. घरेलू विद्युत् बिल में 1 इकाई (Unit) ऊर्जा व्यय से क्या अभिप्राय है?

उत्तर–यदि कोई 1 किलोवॉट का विद्युत् उपकरण लगातार एक घंटे कार्य करता है तो उसके द्वारा खर्च ऊर्जा 1 KWh होगी अतः

1 KWh = 1000 Wh
= (1000W) × (60×60 सैकण्ड)

अतः 1 KWh = 3.6×10^6 जूल

अतः 1 इकाई (Unit) ऊर्जा व्यय = 3.6×10^6 जूल

आंकिक प्रश्न–

प्र.1. 10 V विद्युत वाहक बल वाली बैटरी जिसका आंतरिक प्रतिरोध 3 Ω है, किसी प्रतिरोधक से संयोजित है। यदि परिपथ में धारा का मान 0.5 A हो, तो प्रतिरोधक का प्रतिरोध क्या है? जब परिपथ बंद है तो सेल की टर्मिनल वोल्टता क्या होगी?

हल– दिया है-
विद्युत वाहक बल ε = 10 वोल्ट, आन्तरिक प्रतिरोध r = 3 ओम
धारा I = 0.5 एम्पियर

धारा $I = \dfrac{\varepsilon}{R+r} = \dfrac{10}{R+3}$

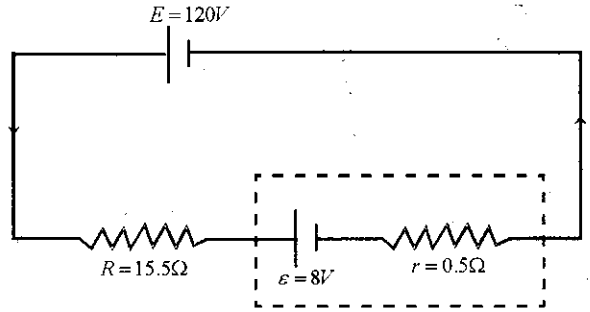
$\Rightarrow \dfrac{10}{R+3} = 0.5$ या $10 = 0.5R + 1.5$

या $0.5R = 8.5$ $\Rightarrow$ $R = 17$ ओम

तथा सेल की टर्मिनल वोल्टता $V = \varepsilon - Ir = 10 - 0.5 \times 3$
= 8.5 वोल्ट

प्र.2. 8 V विद्युत वाहक बल की एक संचायक बैटरी जिसका आंतरिक प्रतिरोध 0.5 Ω है, को श्रेणीक्रम में 15.5 Ω के प्रतिरोधक का उपयोग करके 120 V के dc स्रोत द्वारा चार्ज किया जाता है। चार्ज होते समय बैटरी की टर्मिनल वोल्टता क्या है? चार्जकारी परिपथ में प्रतिरोधक को श्रेणीक्रम में संबद्ध करने का क्या उद्देश्य है?

हल– दिया है- ε = 8 वोल्ट, r = 0.5 ओम, R = 15.5 ओम,
E = 120 वोल्ट



चित्र 5.83

माना स्रोत द्वारा प्रवाहित धारा I है तब

$$E - Ir - \varepsilon - IR = 0$$

$$I = \frac{E-\varepsilon}{r+R} = \frac{120-8}{0.5+15.5} = \frac{112}{16} = 7$$

आवेशन के समय सेल की टर्मिनल वोल्टता

$$V = \varepsilon + Ir = 8 + (7 \times 0.5) = 8 + 3.5 = 11.5 \text{ वोल्ट}$$

श्रेणीक्रम में प्रतिरोध, परिपथ में धारा को सीमित करने के लिए जोड़ा जाता है अन्यथा परिपथ में अत्यधिक धारा स्थापित होगी जो कि अवयवों को क्षति पहुँचा सकती है।

प्र.3. पृथ्वी के पृष्ठ पर ऋणात्मक पृष्ठ-आवेश घनत्व 10^{-9} C cm^{-2} है। वायुमंडल के ऊपरी भाग और पृथ्वी के पृष्ठ के बीच 400 kV विभवांतर (नीचे के वायुमंडल की कम चालकता के कारण) के परिणामतः समूची पृथ्वी पर केवल 1800 A की धारा है। यदि वायुमंडलीय विद्युत क्षेत्र बनाए रखने हेतु कोई प्रक्रिया न हो तो पृथ्वी के पृष्ठ को उदासीन करने हेतु (लगभग) कितना समय लगेगा? (व्यावहारिक रूप में यह कभी नहीं होता है क्योंकि विद्युत आवेशों की पुनः पूर्ति की एक प्रक्रिया है यथा पृथ्वी के विभिन्न भागों में लगातार तड़ित झंझा एवं तड़ित का होना)। (पृथ्वी की त्रिज्या = 6.37×10^6 m)।

हल– दिया है– $\sigma = 10^{-9} C/m^2$, I = 1800 एम्पियर
$R = 6.37 \times 10^6$ मी.

$$\because \quad I = \frac{q}{t} = \frac{\sigma A}{t} = \frac{\sigma \times 4\pi R^2}{t}$$

$$\Rightarrow \quad t = \frac{\sigma \times 4\pi R^2}{I} = \frac{10^{-9} \times 4 \times 3.14 \times (6.37 \times 10^6)^2}{1800}$$

$$\Rightarrow \quad t = \frac{509.645 \times 10^3}{1800} = 283.13 \text{ सेकण्ड}$$

प्र.4. (a) छः लेड एसिड संचायक सेलों को जिनमें प्रत्येक का विद्युत वाहक बल 2 V तथा आंतरिक प्रतिरोध 0.015 Ω है, के संयोजन से एक बैटरी बनाई जाती है। इस बैटरी का उपयोग 8.5 Ω प्रतिरोधक जो इसके साथ श्रेणी संबद्ध है, में धारा की आपूर्ति के लिए किया जाता है। बैटरी से कितनी धारा ली गई है एवं इसकी टर्मिनल वोल्टता क्या है?

(b) एक लंबे समय तक उपयोग में लाए गए संचायक सेल का विद्युत वाहक बल 1.9 V और विशाल आंतरिक प्रतिरोध 380 Ω है।

सेल से कितनी अधिकतम धारा ली जा सकती है? क्या सेल से प्राप्त यह धारा किसी कार की प्रवर्तक-मोटर को स्टार्ट करने में सक्षम होगी?

हल- दिया है-(a) n = 6, ε = 2 वोल्ट r = 0.015 ओम
R = 8.5 ओम

अतः धारा $I = \frac{n\varepsilon}{R+nr} = \frac{6\times 2}{8.5+(6\times 0.015)}$

$= \frac{12}{8.59} = 1.396$ एम्पियर

या $I = 1.4$ एम्पियर

तथा सेलों की टर्मिनल वोल्टता V = n(ε − Ir)

$= 6\times(2-1.4\times 0.015) = 6\times 1.979 = 11.87$ वोल्ट

(b) ε = 1.9 वोल्ट तथा r = 380 ओम

अतः बैटरी से प्राप्त अधिकतम धारा

$I_{max} = \frac{\varepsilon}{r} = \frac{1.9}{380} = 0.005$ एम्पियर

यह धारा कार की प्रवर्तक मोटर को स्टार्ट करने में सक्षम नहीं होगी क्योंकि प्रारंभ में इस हेतु आवश्यक धारा लगभग 100 एम्पियर होना चाहिए।

प्र.5. दो समान लंबाई की तारों में एक ऐलुमिनियम का और दूसरा कॉपर का बना है। इनके प्रतिरोध समान हैं। दोनों तारों में से कौन-सा हलका है? अतः समझाइए कि ऊपर से जाने वाली बिजली केबिलों में ऐलुमिनियम के तारों को क्यों पसंद किया जाता है? ($\rho_{Al} = 2.63\times10^{-8}\,\Omega m$, $\rho_{Cu} = 1.72\times10^{-8}\,\Omega m$, Al का आपेक्षिक घनत्व=2.7, कॉपर का आपेक्षिक घनत्व = 8.9)

हल- दिया है- $\rho_{Al} = 2.63\times10^{-8}\,\Omega\,m$

$\rho_{Cu} = 1.72\times10^{-8}\,\Omega m$

$R_{Al} = R_{Cu}$

तथा $l_{Al} = l_{Cu}$

$d_{Al} = 2.7, \quad d_{Cu} = 8.9$

$\because \quad R_{Al} = \rho_{Al}\frac{l_{Al}}{A_{Al}}$ तथा $R_{Cu} = \rho_{Cu}\frac{l_{Cu}}{A_{Cu}}$

$\Rightarrow \frac{A_{Cu}}{A_{Al}} = \frac{\rho_{Cu}R_{Al}l_{Cu}}{\rho_{Al}R_{Cu}l_{Al}} \qquad \because R_{Al} = R_{Cu}$ तथा $l_{Al} = l_{Cu}$

अतः $\frac{A_{Cu}}{A_{Al}} = \frac{\rho_{Cu}}{\rho_{Al}}$

तथा द्रव्यमान $m = A\times l\times d$

$\Rightarrow \frac{m_{Cu}}{m_{Al}} = \frac{A_{Cu}l_{Cu}d_{cu}}{A_{Al}l_{Al}d_{Al}} = \frac{A_{Cu}d_{Cu}}{A_{Al}d_{Al}}$

$= \frac{\rho_{Cu}d_{Cu}}{\rho_{Al}d_{Al}} \qquad \left\{\because l_{Al} = l_{Cu}\right.$ तथा $\left.\frac{A_{Cu}}{A_{Al}} = \frac{\rho_{Cu}}{\rho_{Al}}\right.$

$\Rightarrow \frac{m_{Cu}}{m_{Al}} = \frac{1.72\times10^{-8}\times 8.9}{2.63\times10^{-8}\times 2.7} = 2.16$

$\Rightarrow m_{Cu} = 2.16\times m_{Al}$

अतः तांबे के तार का द्रव्यमान एल्यूमिनियम के तार का 2.16 गुना अधिक होगा। यही कारण है कि समान लम्बाई एवं समान प्रतिरोध के लिए ऊपरी केबिलों में तांबे के तार के स्थान पर एल्यूमिनियम तार प्रयुक्त किया जाता है।

प्र.6. मिश्रधातु मैंगनिन के बने प्रतिरोधक पर लिए गए निम्नलिखित प्रेक्षणों से आप क्या निष्कर्ष निकाल सकते हैं?

धारा A	वोल्टता V	धारा A	वोल्टता V
0.2	3.94	3.0	59.2
0.4	7.87	4.0	78.8
0.6	11.8	5.0	98.6
0.8	15.7	6.0	118.5
1.0	19.7	7.0	138.2
2.0	39.4	8.0	158.0

हल- दिए गए आंकड़ों से प्रतिरोध की गणना करने पर

धारा I A एम्पियर	वोल्टता V V वोल्ट	प्रतिरोध $R = \frac{V}{I}$ ओम
0.2	3.94	19.7
0.4	7.87	19.675
0.6	11.8	19.66
0.8	15.7	19.625
1.0	19.7	19.7
2.0	39.4	19.7
3.0	59.2	19.73
4.0	78.8	19.7
5.0	98.6	19.72
6.0	118.5	19.75
7.0	138.2	19.74
8.0	158.0	19.75

स्पष्ट है कि प्रतिरोध तार का प्रतिरोध लगभग नियत है तथा इस पर ताप का प्रभाव अत्यल्प है अर्थात् ओम का नियम पूर्णतः लागू है तथा तार का ताप प्रतिरोध गुणांक अत्यल्प है।

प्र.7. निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए-

(a) किसी असमान अनुप्रस्थ काट वाले धात्विक चालक से एकसमान धारा प्रवाहित होती है। निम्नलिखित में से चालक में कौन-सी अचर रहती है-धारा, धारा घनत्व, विद्युत क्षेत्र, अपवाह चाल।

(b) क्या सभी परिपथीय अवयवों के लिए ओम का नियम सार्वत्रिक रूप से लागू होता है? यदि नहीं, तो उन अवयवों के उदाहरण दीजिए जो ओम के नियम का पालन नहीं करते।

(c) किसी निम्न वोल्टता संभरण जिससे उच्च धारा देनी होती है, का आंतरिक प्रतिरोध बहुत कम होना चाहिए, क्यों?

(d) किसी उच्च विभव (H.T) संभरण, मान लीजिए 6 kV, का आंतरिक प्रतिरोध अत्यधिक होना चाहिए, क्यों?

उत्तर-(a) केवल धारा (जो कि दी गई है), अन्य सभी राशियाँ अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल के व्युत्क्रमानुपाती हैं-

अपवाह वेग $\quad v_d = \frac{I}{nAe}$, धारा घनत्व $J = \frac{I}{A}$

विद्युत क्षेत्र $\quad E = \frac{J}{\sigma} = \frac{I}{A\sigma}$

(b) नहीं, अनओमीय युक्तियाँ है- वैद्युत अपघटय पदार्थ, अर्द्धचालक डायोड, ट्रांजिस्टर, निर्वात् बाल्ब डायोड, थर्मिस्टर आदि।

(c) क्योंकि स्रोत से प्राप्त की जा सकने वाली अधिकतम धारा

$I_{max} = \varepsilon / r$

(d) क्योंकि यदि आन्तरिक प्रतिरोध अधिक नहीं है तो स्रोत के लघुपथन (Short circuit) हो जाने पर अत्यधिक उच्च मान की धारा प्राप्त होगी जोकि घातक होगी।

प्र.8. सही विकल्प छाँटिए-

(a) धातुओं की मिश्र धातुओं की प्रतिरोधकता प्राय: उनकी अवयव धातुओं की अपेक्षा (अधिक/कम) होती है।

(b) आमतौर पर मिश्रधातुओं के प्रतिरोध का ताप-गुणांक, शुद्ध धातुओं के प्रतिरोध के ताप-गुणांक से बहुत कम/अधिक होती है।

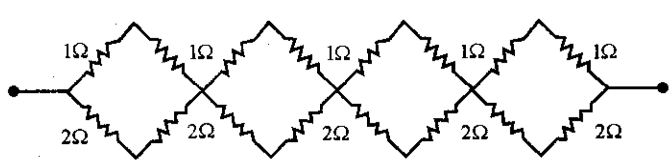
(c) मिश्रधातु मैंगनिन की प्रतिरोधकता ताप में वृद्धि के साथ लगभग (स्वतंत्र है/तेजी से बढ़ती है)।

(d) किसी प्रारूपी विद्युतरोधी (उदाहरणार्थ, अंबर) की प्रतिरोधकता किसी धातु की प्रतिरोधकता की तुलना में ($10^{22}/10^{23}$) कोटि के गुणक से बड़ी होती है।

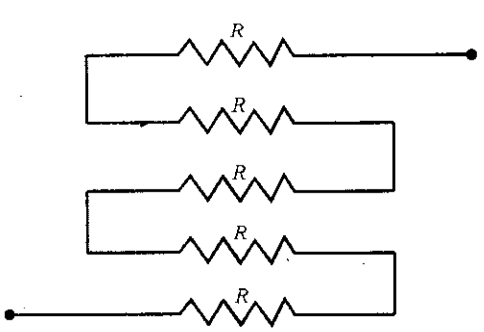
उत्तर- (a) अधिक (b) कम (c) स्वतन्त्र है (d) 10^{23}

प्र.9. (a) आपको *R* प्रतिरोध वाले *n* प्रतिरोधक दिए गए हैं। (i) अधिकतम (ii) न्यूनतम प्रभावी प्रतिरोध प्राप्त करने के लिए आप इन्हें किस प्रकार संयोजित करेंगे? अधिकतम और न्यूनतम प्रतिरोधों का अनुपात क्या होगा?

(b) यदि 1 Ω, 2 Ω, 3 Ω के तीन प्रतिरोध दिए गए हों तो उनको आप fdl çdkj l akstr djasxs rkfd çkIr rqY; çfrjks/k gks% (i) (11/3) Ω (ii) (11/5) Ω, (iii) 6 Ω, (iv) (6/11) Ω ? (c) चित्र में दिखाए गए नेटवर्कों का तुल्य प्रतिरोध प्राप्त कीजिए।



(a)



(b)

चित्र 5.84

उत्तर-(a) (i) अधिकतम प्रतिरोध प्राप्त करने के लिए इन्हें श्रेणीक्रम में संयोजित करेंगे इस स्थिति में तुल्य प्रतिरोध $R_S = nR$

(ii) न्यूनतम प्रतिरोध प्राप्त करने के लिए इन्हें समान्तर क्रम में संयोजित करेगे इस स्थिति में तुल्य प्रतिरोध

$$R_p = \frac{R}{n}$$

(iii) $$\frac{R_{max}}{R_{min}} = \frac{R_S}{R_p} = \frac{nR}{R/n} = n^2 : 1$$

(b) माना $R_1 = 1$ ओम, $\quad R_2 = 2$ ओम, $\quad R_3 = 3$ ओम

स्थिति (I)– तुल्य प्रतिरोध $\frac{11}{3}$ ओम प्राप्त करने के लिए, 1 ओम व 2 ओम प्रतिरोधों के समान्तर क्रम संयोजन को 3 ओम के साथ श्रेणीक्रम में संयोजित करेंगे।

क्योंकि $$R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + R_3 = \frac{1 \times 2}{1+2} + 3$$

$$= \frac{2}{3} + 3 = \frac{11}{3} \text{ होंगे।}$$

स्थिति (II)– तुल्य प्रतिरोध $\frac{11}{5}$ ओम प्राप्त करने के लिए 3 ओम व 2 ओम प्रतिरोधों के समान्तर क्रम संयोजन को 1 ओम प्रतिरोध के साथ श्रेणीक्रम में संयोजित करेंगे।

क्योंकि $$R = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} + R_1 = \frac{2 \times 3}{2+3} + 1$$

$$= \frac{6}{5} + 1 = \frac{11}{5}$$

स्थिति (III)– तुल्य प्रतिरोध 6 ओम प्राप्त करने के लिए तीनों प्रतिरोधों को श्रेणीक्रम में संयोजित करेंगे।

$R = R_1 + R_2 + R_3 = 1 + 2 + 3 = 6$ ओम

स्थिति (IV)– तुल्य प्रतिरोध $\frac{6}{11}$ ओम प्रतिरोध प्राप्त करने के लिए तीनों प्रतिरोधों को समान्तरक्रम में संयोजित करेंगे।

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{6+3+2}{6} = \frac{11}{6}$$

अत: $\quad R = \frac{6}{11}$ ओम

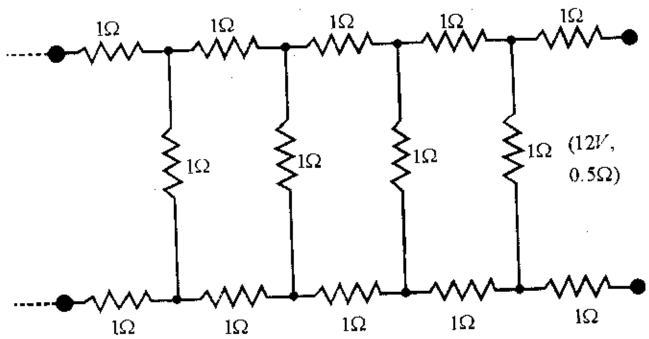
(c) (i) दिए गए जाल के प्रत्येक लूप में 1–1 ओम के श्रेणीक्रम में संयोजित प्रतिरोध, 2–2 ओम के श्रेणीक्रम में संयोजित प्रतिरोधों के साथ समान्तर क्रम में संयोजित हैं तथा सभी लूप (संख्या = 4) परस्पर श्रेणीक्रम में संयोजित है।

अत: तुल्य प्रतिरोध $\quad R = 4 \times$ एक लूप का प्रभावी प्रतिरोध

$$R = 4 \times \frac{2 \times 4}{2+4} = 4 \times \frac{8}{6} = \frac{32}{6} = \frac{16}{3} \text{ ओम}$$

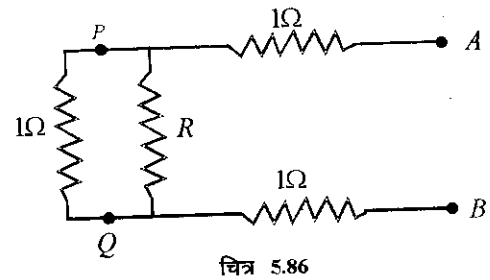
दिए गए संयोजन में सभी प्रतिरोध श्रेणीक्रम में संयोजित हैं अत: तुल्य प्रतिरोध $R_S = 5R$

प्र.10. किसी 0.5 Ω आंतरिक प्रतिरोध वाले 12 V के एक संभरण (supply) से चित्र में दर्शाए गए अनंत नेटवर्क द्वारा ली गई धारा का मान ज्ञात कीजिए। प्रत्येक प्रतिरोध का मान 1 Ω है।



चित्र 5.85

उत्तर- माना A एवं B के मध्य जाल का तुल्य प्रतिरोध R है। चूँकि जाल अनन्त है अत: बिन्दु P व Q के मध्य भी तुल्य प्रतिरोध R के समान ही होगा। अत: दिए गए जाल को निम्नानुसार व्यक्त कर सकते हैं।



चित्र 5.86

A व B के मध्य जाल का तुल्य प्रतिरोध

$$R = \frac{R \times 1}{1+R} + 1 + 1$$

या $\quad R + R^2 = R + 2 + 2R$

या $\quad R^2 - 2R - 2 = 0$

या $\quad R = \frac{2 \pm \sqrt{12}}{2} = 1 \pm \sqrt{3}$ ओम

∵ प्रतिरोध का मान ऋणात्मक नहीं हो सकता अत:

$$R = (1+\sqrt{3}) \text{ ओम}$$

सेल से ली गई धारा

$$I = \frac{\varepsilon}{R+r} = \frac{12}{1+\sqrt{3}+0.5} = \frac{12}{1+1.732+0.5}$$

$= 3.71$ एम्पियर