પ્રવૃત્તિ ______________ 8.10

- ફિરોજ અને તેની બહેન સાનિયા તેમની સાઈકલો પર શાળાએ જાય છે. તે બંને ઘરેથી એક સાથે પ્રસ્થાન કરે છે તેમજ એક જ માર્ગે ગતિ કરે છે; છતાં અલગ-અલગ સમયે શાળાએ પહોંચે છે. કોષ્ટક 8.5માં બંને દ્વારા અલગ-અલગ સમય પર કાપેલ અંતર દર્શાવેલ છે.

કોષ્ટક 8.5 : ફિરોજ અને સાનિયા દ્વારા જુદા જુદા સમયમાં તેમની સાઈકલો વડે કપાયેલ અંતર

સમય	ફિરોજ દ્વારા કપાયેલ અંતર (km)	સાનિયા દ્વારા કપાયેલ અંતર (km)
8:00 am	0	0
8:05 am	1.0	0.8
8:10 am	1.9	1.6
8:15 am	2.8	2.3
8:20 am	3.6	3.0
8:25 am	–	3.6

- આ બંનેની ગતિ માટે અંતર-સમયનો આલેખ એક જ સ્કેલ પર દોરો અને તેનું અર્થઘટન કરો.

પ્રશ્નો :

1. કોઈ વસ્તુની નિયમિત અને અનિયમિત ગતિ માટે અંતર-સમયના આલેખનો આકાર કેવો હોય છે ?
2. કોઈ વસ્તુની ગતિની બાબતમાં તમે શું કહી શકો જેનો અંતર-સમયનો આલેખ સમયની અક્ષને સમાંતર રેખા હોય ?
3. કોઈ વસ્તુની ગતિની બાબતમાં તમે શું કહી શકો જેનો ઝડપ-સમયનો આલેખ સમયની અક્ષને સમાંતર રેખા હોય ?
4. વેગ-સમયના આલેખની નીચે ઘેરાયેલ ક્ષેત્રફળનું માપ કઈ ભૌતિકરાશિ દર્શાવે છે ?

8.5 આલેખીય રીત વડે ગતિનાં સમીકરણો : (Equations of Motion by Graphical Method)

કોઈ વસ્તુ સુરેખ પથ પર અચળ પ્રવેગથી ગતિ કરતી હોય તો તેના વેગ, ગતિ દરમિયાન તેના પ્રવેગ તથા તેના દ્વારા નિશ્ચિત સમયગાળામાં કાપેલ અંતર વચ્ચેનો સંબંધ સમીકરણો દ્વારા સ્થાપિત કરી શકાય છે. જેને ગતિનાં સમીકરણો કહે છે. આ પ્રકારનાં ત્રણ સમીકરણો નીચે પ્રમાણે છે :

$$v = u + at \qquad (8.5)$$

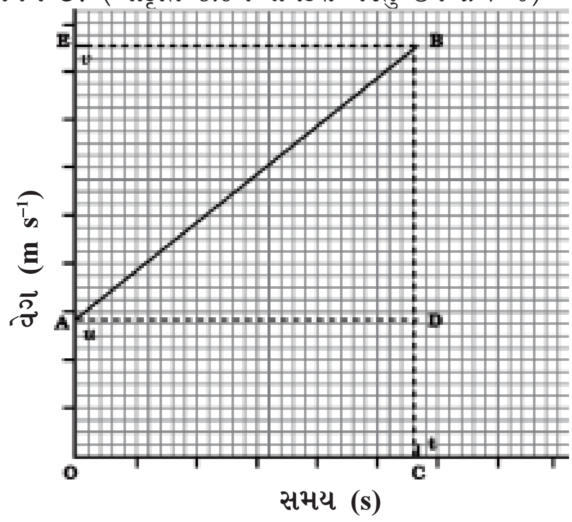
$$s = ut + \frac{1}{2}at^2 \qquad (8.6)$$

$$2\,a\,s = v^2 - u^2 \qquad (8.7)$$

જ્યાં, u એ t સમયે a જેટલા અચળ પ્રવેગથી ગતિ કરતી વસ્તુનો પ્રારંભિક વેગ અને v અંતિમ વેગ છે. જ્યારે વસ્તુ દ્વારા t સમયમાં કપાયેલ અંતર s છે. સમીકરણ (8.5) વેગ અને સમય વચ્ચેનો સંબંધ દર્શાવે છે. જ્યારે સમીકરણ (8.6) સ્થાન અને સમય વચ્ચેનો સંબંધ દર્શાવે છે. સમીકરણ (8.7) કે જે વેગ તેમજ સ્થાન વચ્ચેનો સંબંધ દર્શાવે છે. તેને સમીકરણ (8.5) અને (8.6) પરથી t નો લોપ કરીને મેળવી શકાય છે. આ ત્રણેય સમીકરણોને આલેખીય રીત વડે તારવી શકાય છે.

8.5.1 વેગ-સમય સંબંધ માટેનું સમીકરણ (Equation for velocity-time relation)

અચળ પ્રવેગથી ગતિ કરતી વસ્તુનો આલેખ આકૃતિ 8.8માં દર્શાવેલ છે. (આકૃતિ 8.6ને સમકક્ષ પરંતુ હવે $u \neq 0$) આ



આકૃતિ 8.8 : ગતિનાં સમીકરણો મેળવવા માટે વેગ-સમયનો આલેખ

આલેખ પરથી તમે જોઈ શકો છો કે વસ્તુનો પ્રારંભિક વેગ u છે (બિંદુ A પાસે) અને તે t સમયમાં વધીને v (બિંદુ B પાસે) જેટલો થાય છે. વેગ એકસમાન દર a થી બદલાય છે. આકૃતિ 8.8 માં બિંદુ B થી બે લંબ BC અને BE અનુક્રમે સમય તથા વેગની અક્ષો પર દોરેલ છે. પ્રારંભિક વેગ OA દ્વારા, અંતિમ વેગ BC દ્વારા તથા સમયગાળાં t ને, OC દ્વારા દર્શાવેલ છે. BD = BC – CD એ, t સમયગાળામાં વેગમાં થતો ફેરફાર દર્શાવે છે.

હવે OC ને સમાંતર AD રેખા દોરો. આલેખ પરથી આપણે જોઈ શકીએ છીએ કે,

$$BC = BD + DC = BD + OA$$

હવે $BC = v$ અને $OA = u$ મૂકતાં,

આપણને, $v = BD + u$

અથવા $BD = v - u$ મળે છે. (8.8)

વેગ-સમય આલેખ (આકૃતિ 8.8) પરથી વસ્તુના પ્રવેગને નીચે પ્રમાણે આપી શકાય :

$$a = \frac{\text{વેગમાં થતો ફેરફાર}}{\text{લીધેલ સમય}}$$

$$= \frac{BD}{AD} = \frac{BD}{OC}$$

$OC = t$ મૂકતાં આપણને

$$a = \frac{BD}{t} \text{ મળે છે.}$$

અથવા $BD = at$ (8.9)

સમીકરણ 8.8 તથા 8.9 પરથી આપણને $v = u + at$ મળે છે.

8.5.2 સ્થાન-સમય સંબંધ માટેનું સમીકરણ (Equation for position-time relation)

ધારો કે વસ્તુ a જેટલા અચળ પ્રવેગથી t સમયમાં s જેટલું અંતર કાપે છે. આકૃતિ 8.8 માં વસ્તુ દ્વારા કપાયેલ અંતર વેગ-સમયના આલેખ AB નીચે ઘેરાયેલ ભાગ OABC ના ક્ષેત્રફળ દ્વારા પ્રાપ્ત થાય છે.

આમ, વસ્તુ દ્વારા કપાયેલ અંતર s નીચે પ્રમાણે દશાવી શકાય :

s = OABC નું ક્ષેત્રફળ (કે જે સમલંબ ચતુષ્કોણ છે)

= લંબચોરસ OADC નું ક્ષેત્રફળ + ત્રિકોણ ABD નું ક્ષેત્રફળ

$$= OA \times OC + \frac{1}{2}(AD \times BD) \qquad (8.10)$$

$OA = u$, $OC = AD = t$ તથા $BD = at$ મૂલ્યો મૂકતાં

આપણને $s = u \times t + \frac{1}{2}(t \times at)$

અથવા $s = ut + \frac{1}{2}at^2$ મળે છે.

8.5.3 સ્થાન-વેગ સંબંધ માટેનું સમીકરણ (Equation for position-velocity relation)

આકૃતિ 8.8માં દર્શાવેલ વેગ-સમયના આલેખ પરથી અચળ પ્રવેગ a દ્વારા t સમયમાં વસ્તુ દ્વારા કપાયેલ અંતર s, આલેખ નીચેના સમલંબ ચતુષ્કોણ OABC દ્વારા ઘેરાયેલ ભાગના ક્ષેત્રફળ દ્વારા મળે છે.

એટલે કે, s = સમલંબ OABC નું ક્ષેત્રફળ

$$= \frac{(OA + BC) \times OC}{2}$$

$OA = u$, $BC = v$ તથા $OC = t$ મૂકતાં,

$$s = \frac{(u + v)t}{2} \qquad (8.11)$$

વેગ-સમયના સંબંધ (સમીકરણ 8.6) પરથી,

$$t = \frac{(v - u)}{a} \qquad (8.12)$$

સમીકરણ (8.11) અને (8.12) પરથી

$$s = \frac{(v + u) \times (v - u)}{2a}$$

અથવા $2as = v^2 - u^2$

ઉદાહરણ 8.5 : એક ટ્રેન સ્થિર સ્થિતિમાંથી ગતિની શરૂઆત કરે છે અને 5 minમાં 72 km h^{-1} નો વેગ પ્રાપ્ત કરે છે. ધારો કે, તેનો પ્રવેગ અચળ છે. (i) તેનો પ્રવેગ અને (ii) આ વેગ પ્રાપ્ત કરવા માટે ટ્રેન દ્વારા કપાયેલ અંતર શોધો.

ઉકેલ :

આપણને $u = 0$, $v = 72$ km h^{-1} = 20 m s^{-1} અને $t = 5$ min = 300 s આપેલ છે.

(i) સમીકરણ 8.5 પરથી આપણે જાણીએ છીએ કે,

$$a = \frac{v-u}{t}$$

$$= \frac{20\ \mathrm{ms}^{-1} - 0\ \mathrm{ms}^{-1}}{300\ \mathrm{s}}$$

$$= \frac{1}{15}\ \mathrm{ms}^{-2}$$

(ii) સમીકરણ 8.7 પરથી આપણે જાણીએ છીએ કે,

$$2\,a\,s = v^2 - u^2 = v^2 - 0$$

તેથી $s = \dfrac{v^2}{2a}$

$$= \frac{(20\ \mathrm{ms}^{-1})^2}{2 \times \left(\frac{1}{15}\right)\mathrm{ms}^{-2}}$$

= 3000 m

= 3 km

ટ્રેનનો પ્રવેગ $\frac{1}{15}$ ms^{-2} તથા તેણે કાપેલ અંતર 3 km છે.

ઉદાહરણ 8.6 : એક કાર અચળ પ્રવેગથી 5 s માં 18 km h^{-1} થી 36 km h^{-1} નો વેગ પ્રાપ્ત કરે છે, તો તેનો (i) પ્રવેગ (ii) આ સમયગાળામાં કાપેલ અંતર શોધો.

ઉકેલ :

આપણને

u = 18 km h^{-1} = 5 m s^{-1}

v = 36 km h^{-1} = 10 m s^{-1} અને

t = 5 s આપેલ છે.

(i) સમીકરણ (8.5) પરથી

$$a = \frac{v-u}{t}$$

$$= \frac{10\ \mathrm{ms}^{-1} - 5\ \mathrm{ms}^{-1}}{5\mathrm{s}}$$

= 1 m s^{-2}

(ii) સમીકરણ (8.6) પરથી આપણે જાણીએ છીએ કે,

$$s = u\,t + \frac{1}{2}\,a\,t^2$$

$$= 5\ \mathrm{m\ s}^{-1} \times 5\ \mathrm{s} + \frac{1}{2}\ 1\ \mathrm{m\ s}^{-2} \times (5\ \mathrm{s})^2$$

= 25 m + 12.5 m = 37.5 m

આમ, કારનો પ્રવેગ 1 m s^{-2} અને તેના દ્વારા કપાયેલ અંતર 37.5 m છે.

ઉદાહરણ 8.7 : એક કારમાં બ્રેક મારતાં તેમાં ગતિની વિરુદ્ધ દિશામાં 6 m s^{-2} નો પ્રવેગ ઉત્પન્ન થાય છે. જો કાર બ્રેક માર્યા બાદ 2 s પછી રોકાતી હોય, તો આ સમય દરમિયાન તેણે કાપેલ અંતર શોધો.

ઉકેલ :

આપણને

$a = -6$ m s^{-2}, $t = 2$ s તથા $v = 0$ m s^{-1} આપેલ છે.

સમીકરણ 8.5 પરથી, આપણે જાણીએ છીએ કે,

$$v = u + at$$

$$0 = u + (-6\ \mathrm{m\ s}^{-2}) \times 2\ \mathrm{s}$$

$$\therefore u = 12\ \mathrm{m\ s}^{-1}$$

સમીકરણ 8.6 પરથી,

$$s = u\,t + \frac{1}{2}\,a\,t^2$$

$$= (12\ \mathrm{m\ s}^{-1}) \times (2\ \mathrm{s}) + \frac{1}{2}\ (-6\ \mathrm{m\ s}^{-2})\,(2\ \mathrm{s})^2$$

= 24 m – 12 m = 12 m

આમ, કાર રોકાય તે પહેલાં 12 m અંતર કાપે છે. શું હવે તમે એ વાતનું મહત્ત્વ સમજો છો કે રસ્તા પર ગાડી ચલાવતી વખતે ડ્રાઈવરે બીજી ગાડીથી હંમેશાં અમુક અંતર રાખવું કેમ જરૂરી છે ?

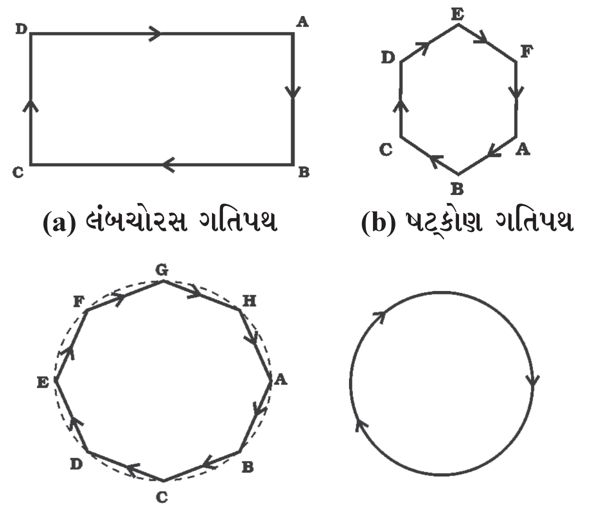
પ્રશ્નો :

1. એક બસ સ્થિર સ્થિતિમાંથી ગતિની શરૂઆત કરે છે તથા 2 min સુધી 0.1 m s^{-2} ના અચળ પ્રવેગથી ગતિ કરે છે, તો (*a*) પ્રાપ્ત કરેલ ઝડપ (*b*) તેણે કાપેલ અંતર શોધો.

2. એક ટ્રેન 90 km h^{-1} ની ઝડપથી ગતિ કરી રહી છે. બ્રેક મારતાં તેમાં –0.5 m s^{-2} નો અચળ પ્રવેગ ઉત્પન્ન થાય છે. ટ્રેન સ્થિર સ્થિતિમાં આવે તે પહેલાં કેટલું અંતર કાપશે ?
3. એક ટ્રૉલી ઢોળાવ ધરાવતી સપાટી પર 2 m s^{-2} ના પ્રવેગથી નીચે તરફ ગતિ કરી રહી છે. ગતિની શરૂઆત બાદ 3 s ના અંતે તેનો વેગ કેટલો હશે ?
4. એક રેસિંગ કારનો અચળ પ્રવેગ 4 m s^{-2} છે. ગતિની શરૂઆત બાદ 10 s ના અંતે તેણે કેટલું અંતર કાપેલ હશે ?
5. એક પથ્થરને ઊર્ધ્વદિશામાં 5 m s^{-1} ના વેગથી ફેંકવામાં આવે છે. જો ગતિ દરમિયાન પથ્થરનો અધોદિશામાં પ્રવેગ 10 m s^{-2} હોય, તો પથ્થર કેટલી ઊંચાઈ પ્રાપ્ત કરશે તથા તેને ત્યાં પહોંચતા કેટલો સમય લાગશે ?

8.6 નિયમિત વર્તુળ ગતિ (Uniform Circular Motion)

જ્યારે કોઈ વસ્તુના વેગમાં ફેરફાર થાય ત્યારે આપણે એમ કહીએ છીએ કે, તે વસ્તુ પ્રવેગિત ગતિ કરી રહી છે. વેગમાં થતો આ ફેરફાર, વેગના મૂલ્યમાં કે દિશામાં કે બંનેમાં થતા ફેરફારને કારણે હોઈ શકે. શું તમે એક એવા ઉદાહરણનો વિચાર કરી શકો કે જેમાં, વસ્તુ પોતાના વેગનું મૂલ્ય નથી બદલતી પરંતુ દિશા બદલે છે ?



(a) લંબચોરસ ગતિપથ (b) ષટ્કોણ ગતિપથ

(c) અષ્ટકોણ ગતિપથ (d) વર્તુળાકાર ગતિપથ

આકૃતિ 8.9 : એથલેટ્‌ની જુદા-જુદા આકારના બંધ ગતિપથો પરની ગતિ

કોઈ બંધ માર્ગ પર ગતિ કરતી વસ્તુનું ઉદાહરણ ધ્યાનમાં લો. આકૃતિ 8.9 (a)માં એક એથલેટ્ (દોડવીર)ની ગતિનો લંબચોરસ ગતિપથ ABCD દર્શાવ્યો. ધારો કે, એથલેટ્ ગતિપથના સીધા ભાગો AB, BC, CD અને DA પર એક સમાન વેગથી ગતિ કરી રહ્યો છે. તે પોતાને ગતિપથ પર જ રાખવા માટે ખૂણાઓ પાસે પોતાની ગતિની દિશા ઝડપથી બદલે છે. એક ચક્કર પૂરું કરવા માટે તેણે કેટલી વાર પોતાની ગતિની દિશા બદલવી પડશે ? એ સ્પષ્ટ છે કે લંબચોરસ ગતિપથ પર એક ચક્કર દરમિયાન તેણે ચાર વખત પોતાની ગતિની દિશા બદલવી પડશે.

હવે, ધારો કે લંબચોરસ ગતિપથના બદલે એથલેટ્ આકૃતિ 8.9 (b)માં દર્શાવેલ ષટ્કોણ આકારના ગતિપથ ABCDEF પર દોડી રહ્યો છે. આ પરિસ્થિતિમાં એક ચક્કર દરમિયાન એથલેટ્ પોતાની ગતિની દિશામાં 6 વાર ફેરફાર કરશે. જો ગતિપથ ષટ્કોણના બદલે અષ્ટકોણ (આકૃતિ 8.9(c)) ABCDEFGH હોય તો શું થશે ? આમ, જોઈ શકાય છે કે ગતિપથની બાજુઓની સંખ્યા વધે તેમ એથલેટ્‌ને પોતાની ગતિની દિશામાં કરવો પડતો ફેરફાર પણ વધે છે. જો આપણે અનંત સંખ્યામાં ગતિપથની બાજુઓ વધારીએ તો તે ગતિપથનો આકાર કેવો થાય ? અને જો તમે આ પ્રકારે કરો છો તો તમે જોઈ શકશો કે ગતિપથનો આકાર વર્તુળ બની જાય છે અને દરેક બાજુઓની લંબાઈ ઘટીને બિંદુવત્ બનશે. જો એથલેટ્ વર્તુળાકાર પથ પર અચળ મૂલ્ય ધરાવતા વેગથી દોડતો હોય, તો તેના વેગમાં થતો ફેરફાર માત્ર ગતિની દિશા બદલાવાને કારણે જ થશે. આમ, વર્તુળાકાર પથ પર દોડતો એથલેટ્ પ્રવેગિત ગતિનું ઉદાહરણ છે.

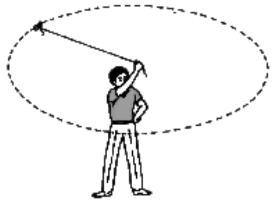
આપણે જાણીએ છીએ કે r ત્રિજ્યાના વર્તુળનો પરિઘ $2\pi r$ હોય છે. જો એથલેટ r ત્રિજ્યાવાળા વર્તુળાકાર પથ પર એક ચક્કર પૂર્ણ કરવા માટે t સેકન્ડ લેતો હોય, તો તેનો વેગ

$$v = \frac{2\pi r}{t} \text{ થશે.} \qquad (8.13)$$

જ્યારે કોઈ વસ્તુ વર્તુળાકાર પથ પર અચળ ઝડપે ગતિ કરતી હોય ત્યારે તેની ગતિને નિયમિત વર્તુળગતિ કહે છે.

પ્રવૃત્તિ _____ 8.11

- દોરીનો એક ટુકડો લઈ તેના કોઈ એક છેડે પથ્થરનો નાનો ટુકડો બાંધો. દોરીના બીજા છેડાને પકડીને પથ્થરને અચળ ઝડપથી વર્તુળાકાર પથ પર ગતિ કરાવો જે આકૃતિ 8.10માં દર્શાવેલ છે.



આકૃતિ 8.10 : વેગના અચળ મૂલ્ય સાથે વર્તુળાકાર પથ પર ગતિ કરતા પથ્થરનો ગતિપથ

- હવે દોરીને પથ્થર સહિત છોડી દો.
- શું તમે કહી શકો કે દોરી છોડ્યા બાદ પથ્થર કઈ દિશામાં ગતિ કરશે ?
- આ પ્રવૃત્તિનું વારંવાર પુનરાવર્તન કરીને વર્તુળાકાર પથનાં જુદાં-જુદાં બિંદુઓ પાસેથી પથ્થરને છોડો અને જુઓ કે પથ્થરની ગતિની દિશા સમાન છે કે નહિ.

જો તમે ધ્યાનપૂર્વક જોશો તો તમને દેખાશે કે પથ્થરને મુક્ત કરતાં તે વર્તુળાકાર પથ પરના તે બિંદુ પાસેના સ્પર્શકની દિશામાં સુરેખ પથ પર ગતિ કરે છે. કારણ કે જ્યારે પથ્થરને છોડવામાં આવે ત્યારે તે ક્ષણે તે જે દિશામાં ગતિ કરતો હોય તે જ દિશામાં ગતિ ચાલુ રાખશે. આ દર્શાવે છે કે, જ્યારે પથ્થરને વર્તુળ ગતિ કરાવવામાં આવે ત્યારે દરેક બિંદુ પાસે તેની ગતિની દિશા બદલાય છે.

જ્યારે કોઈ એથલેટ્ રમત-ગમતની હરીફાઈમાં ગોળો કે ચક્ર ફેંકે છે ત્યારે તે ગોળા કે ચક્રને હાથમાં પકડીને પોતાના શરીરને ઘુમાવીને વર્તુળાકાર ગતિ આપે છે. ઈચ્છિત દિશામાં એકવાર છૂટ્યા બાદ તે ગોળો કે ચક્ર તે જ દિશામાં ગતિ કરે છે જે દિશામાં તે છૂટતી વખતે ગતિ કરતો હોય. આ બરાબર તે જ પ્રકારે છે જેની ચર્ચા આપણે પ્રવૃત્તિમાં પથ્થરના માટે વર્ણન કરેલ હતું. વસ્તુઓની નિયમિત વર્તુળ ગતિનાં ઘણાંબધાં પરિચિત ઉદાહરણો છે. જેમકે, ચંદ્ર તેમજ પૃથ્વીની ગતિ. પૃથ્વીની ચારે તરફ વર્તુળાકાર કક્ષામાં પરિભ્રમણ કરતો ઉપગ્રહ, વર્તુળાકાર પથ પર અચળ ઝડપથી ગતિ કરતો સાઈકલ-સવાર વગેરે.

તમે શું શીખ્યાં

What You Have Learnt

- ગતિ એ સ્થાનમાં થતો ફેરફાર છે. તેનું વર્ણન કાપેલ અંતર અથવા સ્થાનાંતરના રૂપમાં કરી શકાય છે.
- કોઈ વસ્તુની ગતિ નિયમિત કે અનિયમિત હોવાનો આધાર તેનો વેગ અચળ છે કે બદલાય છે તેના પર રહેલો છે.
- વસ્તુની ઝડપ એટલે તેણે એકમ સમયમાં કાપેલ અંતર અને વેગ એટલે એકમ સમયમાં કરેલ સ્થાનાંતર.
- વસ્તુનો પ્રવેગ એટલે એકમ સમયમાં તેના વેગમાં થતો ફેરફાર.
- વસ્તુની સમાન કે અસમાન ગતિ આલેખ (ગ્રાફ) દ્વારા દર્શાવી શકાય છે.
- અચળ પ્રવેગી ગતિ કરતી વસ્તુની ગતિ નીચેનાં ત્રણ સમીકરણો દ્વારા વર્ણવી શકાય :

$$v = u + at$$

$$s = ut + \frac{1}{2} at^2$$

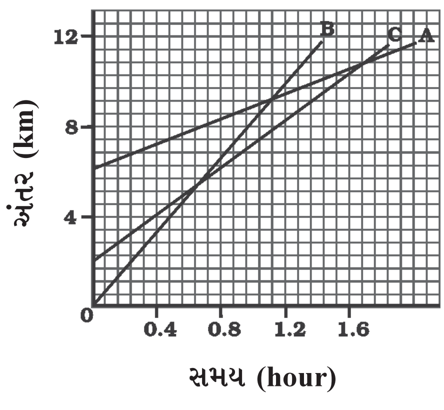
$$2as = v^2 - u^2$$

જ્યાં, u એ વસ્તુનો પ્રારંભિક વેગ છે કે જે t સમય માટે a જેટલા અચળ પ્રવેગથી ગતિ કરે છે, v તેનો અંતિમ વેગ અને s તેના દ્વારા t સમયમાં કપાયેલ અંતર છે.

- જો કોઈ વસ્તુ અચળ ઝડપથી વર્તુળાકાર પથ પર ગતિ કરતી હોય તો તેની ગતિને નિયમિત વર્તુળ ગતિ કહે છે.

સ્વાધ્યાય (Exercises)

1. એક એથલેટ્ 200 m વ્યાસ ધરાવતા વર્તુળાકાર પથ પર એક ચક્કર 40 s માં પૂરું કરે છે. 2 min 20 s બાદ તેણે કેટલું અંતર કાપેલ હશે તથા તેનું સ્થાનાંતર કેટલું હશે ?
2. 300 m ના સીધા રસ્તા પર જોસેફ જોગીંગ કરતો કરતો 2 min 30 s માં એક છેડા Aથી બીજા છેડા B સુધી પહોંચે છે. ત્યાંથી પાછો ફરી 1 મિનિટમાં 100 m પાછળ રહેલાં બિંદુ C પર પહોંચે છે. જોસેફની સરેરાશ ઝડપ અને સરેરાશ વેગ (a) A છેડાથી B છેડા સુધી તથા (b) A છેડાથી C છેડા સુધી કેટલો હશે ?
3. અબ્દુલ, ગાડી દ્વારા શાળાએ જતી વખતે સરેરાશ ઝડપ 20 km h^{-1} માપે છે. તે જ રસ્તા પર પાછા ફરતી વખતે ટ્રાફિક ઓછો હોવાને કારણે તે 30 km h^{-1} સરેરાશ ઝડપ માપે છે. અબ્દુલની સમગ્ર મુસાફરી દરમિયાન સરેરાશ ઝડપ કેટલી હશે ?
4. તળાવમાં સ્થિર અવસ્થામાં રહેલી એક મોટરબોટ સુરેખ પથ પર 3.0 m s^{-2} ના અચળ પ્રવેગથી 8.0 s સુધી ગતિ કરે છે. આ સમયગાળામાં મોટરબોટ કેટલી દૂર ગઈ હશે ?
5. 52 km h^{-1} ની ઝડપથી ગતિ કરતી કારનો ડ્રાઈવર બ્રેક મારતાં, કારમાં ગતિની વિરુદ્ધ દિશામાં અચળ પ્રવેગ ઉત્પન્ન થાય છે. કાર 5 s માં અટકી જાય છે. બીજો ડ્રાઈવર 3 km h^{-1} ની ઝડપથી ગતિ કરતી બીજી કાર પર ધીમેથી બ્રેક લગાડતાં તે 10 s માં અટકે છે. એક જ આલેખ (ગ્રાફ) પેપર પર ઝડપ વિરુદ્ધ સમયનો આલેખ બંને કાર માટે દોરો. બ્રેક લગાડ્યા બાદ બંનેમાંથી કઈ કાર વધારે દૂર સુધી જશે ?
6. આકૃતિ 8.11માં ત્રણ વસ્તુઓ A, B અને C માટે અંતર-સમયનો આલેખ દર્શાવેલ છે. આલેખનો અભ્યાસ કરી નીચેના પ્રશ્નોનો ઉત્તર આપો :



આકૃતિ 8.11

(a) ત્રણેયમાંથી સૌથી વધારે ઝડપથી કોણ ગતિ કરે છે ?

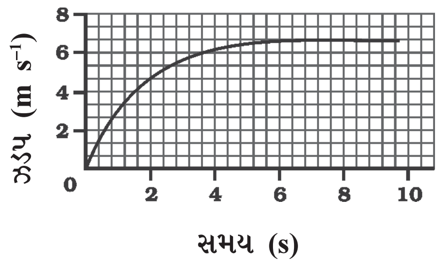
(b) શું ત્રણેય કોઈ સમયે રોડ પરના એક જ બિંદુએ હશે ?

(c) જ્યારે B, A પાસેથી પસાર થાય ત્યારે C કેટલે દૂર હશે ?

(d) જ્યારે B, C પાસેથી પસાર થાય તે સમય દરમિયાન તેણે કેટલું અંતર કાપ્યું હશે ?

7. 20 m ની ઊંચાઈ પરથી એક દડાને નીચે પડવા દેવામાં આવે છે, જો તેનો વેગ 10 m s^{-2} ના નિયમિત પ્રવેગથી વધતો હોય, તો તે કેટલા વેગથી જમીન સાથે અથડાશે ? કેટલા સમય બાદ તે જમીન સાથે અથડાશે ?

8. આકૃતિ 8.12માં ઝડપ-સમયનો આલેખ એક ગતિ કરતી કાર માટે દર્શાવેલ છે.



આકૃતિ 8.12

(a) પ્રથમ 4 s માં કાર કેટલું અંતર કાપશે ? આ સમયગાળા દરમિયાન કાર દ્વારા કપાયેલ અંતરને આલેખમાં છાયાંકિત કરો.

(b) આલેખનો કયો ભાગ કારની અચળ ગતિ દર્શાવે છે ?

9. નીચેના પૈકી કઈ પરિસ્થિતિ શક્ય છે તથા દરેકનાં ઉદાહરણ આપો :

(a) કોઈ વસ્તુ કે જેનો પ્રવેગ અચળ પણ વેગ શૂન્ય હોય.

(b) કોઈ વસ્તુ કે જે નિશ્ચિત દિશામાં ગતિ કરતી હોય તથા તેનો પ્રવેગ લંબ દિશામાં હોય.

10. એક કૃત્રિમ ઉપગ્રહ 42,250 km ત્રિજ્યાની વર્તુળાકાર કક્ષામાં પરિભ્રમણ કરે છે. જો તે 24 કલાકમાં પૃથ્વીનું પરિભ્રમણ કરતો હોય તો તેની ઝડપ ગણો.

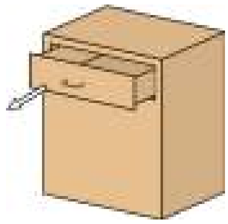
પ્રકરણ 9

બળ તથા ગતિના નિયમો (Force and Laws of Motion)

આગળના પ્રકરણમાં આપણે સુરેખ પથ પર વસ્તુની ગતિની ચર્ચા તેનાં સ્થાન, વેગ અને પ્રવેગના સંદર્ભમાં કરી. આપણે જોયું કે આવી ગતિ નિયમિત કે અનિયમિત હોઈ શકે; પરંતુ હજુ આપણે એ શોધ નથી કરી કે ગતિ માટેનું કારણ શું હોઈ શકે ? સમયની સાથે વસ્તુની ઝડપ કેમ બદલાય છે ? શું બધા જ પ્રકારની ગતિ માટે કોઈ કારણ (પરિબળ) જરૂરી હોય છે ? જો એમ હોય તો આ કારણો કયા છે ? આ પ્રકરણમાં આપણે આ બધી જ જિજ્ઞાસાઓ સંતોષવાનો પ્રયત્ન કરીશું.

સદીઓથી ગતિ અને તેનાં કારણોએ, વૈજ્ઞાનિકો તથા તત્ત્વવેત્તાઓને મુંઝવણમાં રાખેલ હતાં. જમીન પર રાખેલ એક દડાને ધીમેથી ઠોકર મારતાં તે હંમેશ માટે ગતિશીલ રહેતો નથી. આ પ્રકારનાં અવલોકનો દર્શાવે છે કે, કોઈ વસ્તુની સ્થિર અવસ્થા જ તેની 'પ્રાકૃતિક અવસ્થા' છે. જ્યાં સુધી ગેલીલિયો ગેલેલી (Galileo Galilei) તથા આઈઝેક ન્યુટને (Isaac Newton) ગતિને સમજાવવા માટે સંપૂર્ણપણે અલગ વિચારધારાનો વિકાસ ન કર્યો ત્યાં સુધી આવી માન્યતા પ્રવર્તતી રહી.

(a) ધક્કો મારવાથી ટ્રૉલી લગાડેલ બળની દિશામાં ગતિ કરે છે



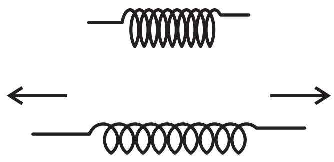
(b) તિજોરીના ખાનાને ખેંચવામાં આવે છે

(c) હૉકી સ્ટિકથી દડાને આગળ તરફ ફટકારવામાં આવે છે

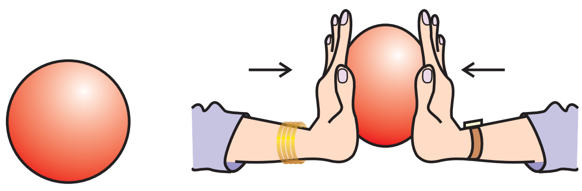
આકૃતિ 9.1 : વસ્તુઓને ધકેલવાથી, ખેંચવાથી કે ફટકારી તેની ગતિની અવસ્થા બદલી શકાય છે.

દૈનિક જીવનમાં આપણે જોઈએ છીએ કે એક સ્થિર વસ્તુને ગતિમાં લાવવા કે ગતિશીલ વસ્તુને અટકાવવા માટે આપણે કંઈક પ્રયાસ કરવો પડે છે તથા આપણે કહીએ છીએ કે કોઈ વસ્તુની ગતિની અવસ્થા બદલવા માટે તેને ખેંચવી પડે, ધકેલવી પડે કે આઘાત (ટૂંકા ગાળામાં લાગતું બળ) લગાડવો પડે છે. બળનો ખ્યાલ વસ્તુને આ રીતે ખેંચવા, ધકેલવા કે ઠોકર લગાડવા પર આધારિત છે. હવે આપણે બળના વિષયમાં વિચાર કરીએ કે તે શું છે ? વાસ્તવમાં બળને કોઈએ જોયું નથી, ચકાસ્યું નથી કે અનુભવ્યું નથી. તેમ છતાં આપણે બળનો પ્રભાવ જોઈ શકીએ છીએ કે અનુભવી શકીએ છીએ. જ્યારે કોઈ વસ્તુ પર બળ લગાડવામાં આવે ત્યારે શું થાય છે તેના વર્ણન પરથી જ તેને (બળને) સમજાવી શકાય છે. વસ્તુને ખેંચવી, ધકેલવી કે આઘાત લગાડવો આ બધી પ્રક્રિયાઓ વસ્તુને ગતિમાં લાવવાની પ્રયુક્તિઓ છે (આકૃતિ 9.1). આપણા દ્વારા તેની પર બળ લાગવાના કારણે જ તેની ગતિ થાય છે.

તમારાં અગાઉનાં ધોરણોના અભ્યાસ પરથી તમે જાણો જ છો કે કોઈ વસ્તુના વેગના મૂલ્યમાં ફેરફાર કરવા (એટલે કે વસ્તુની ગતિ વધારવા કે ધીમી કરવા) અથવા તેની ગતિની દિશા બદલવા માટે બળનો ઉપયોગ થાય છે. આપણે એ પણ જાણીએ છીએ કે બળ દ્વારા વસ્તુના આકાર અને પરિમાણમાં ફેરફાર કરી શકાય છે (આકૃતિ 9.2).



(a)

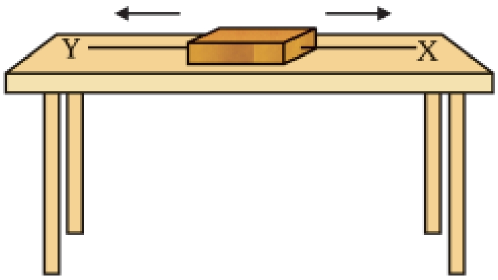


(b)

આકૃતિ 9.2 : (a) બળ લગાડવાથી સ્પ્રિંગ ખેંચાય છે.
(b) બળ લગાડવાથી ગોળાકાર દડો અંડાકાર બની જાય છે.

9.1 સંતુલિત અને અસંતુલિત બળ (Balanced and Unbalanced Forces)

આકૃતિ 9.3માં દર્શાવ્યા પ્રમાણે લાકડાનો એક બ્લૉક સમક્ષિતિજ ટેબલ પર મૂકેલ છે. આકૃતિમાં દર્શાવ્યા અનુસાર બે દોરી X અને Y બ્લૉકના સામસામેના છેડાઓ સાથે જોડેલ છે. હવે જો આપણે બળ લગાડીને દોરી Xને ખેંચીએ તો બ્લૉક જમણી બાજુ ખસવાની શરૂઆત કરે છે. તે જ રીતે, જો દોરી Yને ખેંચવામાં આવે તો બ્લૉક ડાબી બાજુ ખસવાની શરૂઆત કરે છે; પરંતુ જો બ્લૉકને બંને બાજુથી સમાન બળ દ્વારા ખેંચવામાં આવે તો બ્લૉક ગતિ કરતો નથી. આ પ્રકારનાં બળોને સંતુલિત બળો કહે છે અને તે વસ્તુની સ્થિર કે ગતિમાન અવસ્થામાં ફેરફાર કરતા નથી. હવે એક એવી અવસ્થાનો વિચાર કરો કે જેમાં અલગ-અલગ મૂલ્યનાં બે પરસ્પર વિરુદ્ધ દિશામાં લાગતાં બળો દ્વારા બ્લૉકને ખેંચવામાં આવે છે. આ કિસ્સામાં બ્લૉક વધારે મૂલ્ય ધરાવતાં બળની દિશામાં ગતિ કરવાની શરૂઆત કરે છે. આમ, અહીં બે બળો સંતુલિત નથી અને આ અસંતુલિત બળોનું પરિણામીબળ ગતિની દિશામાં કાર્યરત છે. આ પરથી કહી શકાય

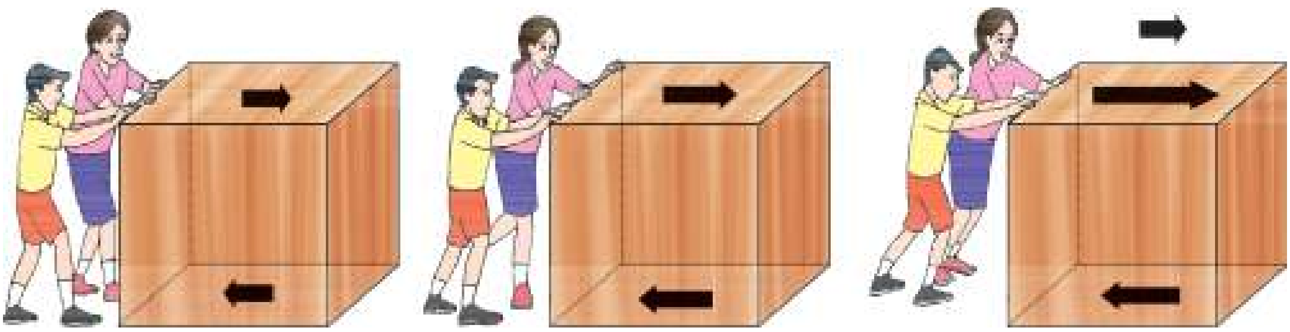


આકૃતિ 9.3 : લાકડાના એક બ્લૉક પર બે બળો

કે બ્લૉક પર લાગતું અસંતુલિત બળ બ્લૉકને ગતિમાં લાવે છે.

જ્યારે કેટલાંક બાળકો એક બૉક્સને ખરબચડી સપાટી પર ખસેડવાનો પ્રયત્ન કરે ત્યારે શું થશે ? જો તે ઓછા બળથી બૉક્સને ખસેડવાનો પ્રયત્ન કરે તો બૉક્સ ખસતું નથી. કારણ કે ઘર્ષણબળ ધક્કાની વિરુદ્ધ દિશામાં લાગી રહ્યું છે (આકૃતિ 9.4 (a)). આ ઘર્ષણબળ બે સંપર્ક સપાટીઓ વચ્ચે ઉદ્‌ભવે છે. આ કિસ્સામાં બૉક્સના તળિયા અને રફ સપાટી વચ્ચે. જે બૉક્સને ધકેલવા માટે લગાડેલ બળને સંતુલિત કરે છે અને તેથી બૉક્સ ગતિ કરતું નથી. આકૃતિ 9.4 (b)માં બાળકો બૉક્સને થોડા વધુ જોરથી ખસેડે છે તોપણ બૉક્સ ખસતું નથી, કારણ કે ધકેલવા માટે લગાડેલ બળને હજું ઘર્ષણબળ સંતુલિત કરે છે. હવે જો બાળકો હજુ વધારે જોરથી ધક્કો મારે તો લાગતું બળ ઘર્ષણબળ કરતાં વધી જાય છે (આકૃતિ 9.4 (c)) જે અસંતુલિત બળ છે અને તેથી બૉક્સ ગતિ કરવાનું શરૂ કરે છે.

જ્યારે આપણે સાઈકલ ચલાવીએ છીએ ત્યારે શું થાય છે ? જ્યારે આપણે પૅડલ મારવાનું બંધ કરીએ ત્યારે સાઈકલની ગતિ ધીમી પડે છે. આમ થવાનું કારણ ઘર્ષણબળ ગતિની વિરુદ્ધ દિશામાં લાગે છે. સાઈકલને ગતિમાં ચાલુ રાખવા માટે આપણે ફરીથી પૅડલ મારવાનું ચાલુ કરવું પડશે. આ પરિસ્થિતિ પરથી કહી શકાય કે કોઈ વસ્તુને સતત ગતિશીલ રહેવા માટે કોઈ અસંતુલિત બળની જરૂરિયાત છે - જોકે આ હકીકત સદંતર ખોટી છે. કોઈ વસ્તુ જ્યારે અચળ વેગથી ગતિ કરતી હોય ત્યારે વસ્તુ પર લાગતું બળ (ધક્કારૂપી બળ અને ઘર્ષણબળ) સંતુલિત હોય છે તથા તેની પર કોઈ ચોખ્ખું બાહ્યબળ લાગતું નથી. જો વસ્તુ પર કોઈ અસંતુલિત બાહ્યબળ લાગે તો તેની ઝડપમાં અથવા ગતિની દિશામાં ફેરફાર થાય છે. આમ, કોઈ વસ્તુને પ્રવેગિત



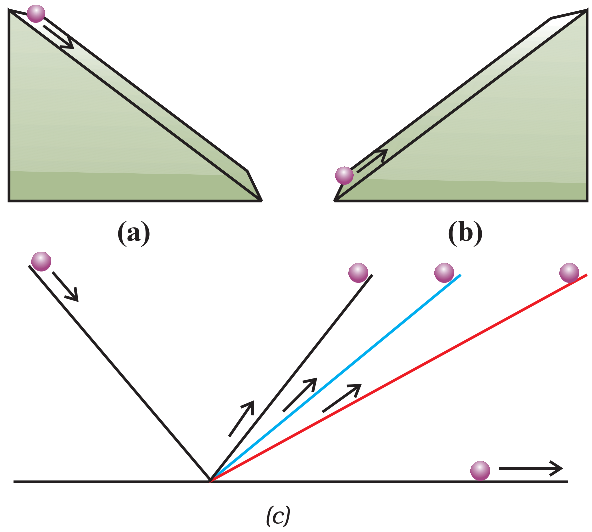
(a) (b) (c)

આકૃતિ 9.4

ગતિ કરાવવા માટે અસંતુલિત બળ જરૂરી છે તથા તેની ઝડપ (કે ગતિની દિશા)માં જ્યાંસુધી અસંતુલિત બળ લાગે ત્યાં સુધી ફેરફાર થતો રહે છે. જ્યારે આ બળ સંપૂર્ણ દૂર કરવામાં આવે ત્યારે વસ્તુ ત્યાં સુધીમાં તેણે પ્રાપ્ત કરેલ વેગથી ગતિ ચાલુ રાખે છે.

9.2 ગતિનો પ્રથમ નિયમ (First Law of Motion)

વસ્તુઓની ઢોળાવ ધરાવતી સપાટી પર થતી ગતિના અવલોકન પરથી ગેલીલિયોએ તારણ કાઢ્યું કે જ્યાં સુધી કોઈ બાહ્ય બળ ન લાગે ત્યાં સુધી વસ્તુઓ અચળ ઝડપથી ગતિ કરે છે. તેમણે અવલોકન કર્યું કે જ્યારે લખોટી ઢોળાવવાળી સપાટી પર ગબડતી હોય ત્યારે તેનો વેગ વધી જાય છે (આકૃતિ 9.5 (a)). હવે પછીના પ્રકરણમાં તમે ભણશો કે લખોટી અસંતુલિત ગુરુત્વીય બળને કારણે નીચે તરફ ગતિ કરે છે અને નીચે પહોંચતા સુધીમાં એક નિશ્ચિત વેગ પ્રાપ્ત કરે છે. આકૃતિ 9.5 (b)માં દર્શાવ્યા અનુસાર જ્યારે લખોટી ઉપર તરફ ગતિ કરે છે ત્યારે તેનો વેગ ઘટે છે. આકૃતિ 9.5 (c)માં દર્શાવ્યા પ્રમાણે બંને બાજુથી ઘર્ષણરહિત આદર્શ સમતલ ઢળતી સપાટી પર એક લખોટી સ્થિર છે. ગેલીલિયોએ દલીલ કરી કે જ્યારે લખોટીને ડાબી બાજુથી છોડવામાં આવે ત્યારે તે ઢાળ પર નીચે તરફ ગબડે છે તથા જમણી બાજુના ઢાળ પર તેટલી જ ઊંચાઈ સુધી પહોંચે છે જેટલી ઊંચાઈએથી તેને છોડવામાં આવેલ હોય. જો બંને બાજુના સમતલના ઢોળાવ સમાન હોય તો લખોટી તેટલી જ ઊંચાઈ સુધી પહોંચશે જેટલી ઊંચાઈએથી તે ગબડે છે. જો જમણી બાજુના ઢાળનો નમનકોણ ધીરે-ધીરે ઘટાડવામાં આવે તો લખોટીને તેટલી જ ઊંચાઈ પ્રાપ્ત કરવા માટે વધારે અંતર કાપવું પડશે. હવે જો જમણી બાજુનું સમતલ સમક્ષિતિજ કરી દેવામાં આવે (એટલે કે ઢાળ ઘટાડીને શૂન્ય કરવામાં આવે) તો લખોટી મૂળ ઊંચાઈ પ્રાપ્ત કરવા માટે સમક્ષિતિજ સમતલ પર સતત ગતિ કરતી રહેશે. આ કિસ્સામાં લખોટી પર લાગતું અસંતુલિત બળ શૂન્ય છે. જે નિર્દેશ કરે છે કે લખોટીની ગતિ બદલવા માટે અસંતુલિત (બાહ્ય) બળ જરૂરી છે; પરંતુ લખોટીની અચળ ગતિ ચાલુ રાખવા માટે કોઈ પરિણામી બળની જરૂર પડતી નથી. વ્યાવહારિક સ્થિતિમાં શૂન્ય અસંતુલિત બળ પ્રાપ્ત કરવું કઠિન છે. આમ થવા પાછળનું કારણ ગતિની વિરુદ્ધ દિશામાં લાગતા ઘર્ષણબળની હાજરી છે. તેથી વ્યવહારમાં લખોટી અમુક અંતર કાપ્યા બાદ સ્થિર થઈ જાય છે. અહીં ઘર્ષણબળની અસર ઘટાડવા માટે લીસી લખોટી તથા લીસી સપાટીનો ઉપયોગ કરવો જોઈએ. તેમજ સપાટી પર લુબ્રિકન્ટ લગાડવું જોઈએ.



આકૃતિ 9.5 : (a) એક લખોટીને ઢોળાવવાળા સમતલ પરથી નીચે તરફ ગબડાવતાં (b) લખોટીની ઢોળાવવાળા સમતલ પર ઉપર તરફની ગતિ (c) લખોટીની સામ- સામા ઢોળાવ વાળા (double inclined) સમતલ પર ગતિ

ન્યૂટને બળ તેમજ ગતિ વિશેના ગેલીલિયોના વિચારોનો આગળ અભ્યાસ કર્યો અને ગતિમાન પદાર્થની ગતિને સમજાવતાં ત્રણ મૂળભૂત નિયમો રજૂ કર્યા. આ ત્રણ નિયમો ન્યૂટનની ગતિના નિયમો તરીકે ઓળખાય છે. ગતિનો પ્રથમ નિયમ આ પ્રમાણે છે :

દરેક વસ્તુ પોતાની સ્થિર અવસ્થા કે સુરેખ પથ પર અચળ ગતિની અવસ્થા જાળવી રાખે છે જ્યાં સુધી તેના પર કોઈ બાહ્ય બળ વડે અવસ્થા બદલવાની ફરજ ન પડે.

બીજા શબ્દોમાં દરેક વસ્તુ પોતાની ગતિની અવસ્થામાં થતાં પરિવર્તનનો વિરોધ કરે છે. સમગ્રતયા કોઈ વસ્તુની સ્થિર અવસ્થામાં રહેવાની કે અચળ વેગથી ગતિમાં રહેવાની પ્રકૃતિને જડત્વ કહે છે. આ જ કારણથી ગતિના પ્રથમ નિયમને જડત્વનો નિયમ પણ કહે છે.

કોઈ મોટરકારમાં મુસાફરી કરતી વખતે થયેલા અનુભવોનું વર્ણન જડત્વના નિયમ દ્વારા કરી શકાય છે. સીટની સાપેક્ષમાં આપણે ત્યાં સુધી સ્થિર અવસ્થામાં રહીએ છીએ જ્યાં સુધી મોટરકારને રોકવા માટે ડ્રાઈવર બ્રેક ન લગાડે. બ્રેક લગાડવાથી ગાડીની સાથે સીટ પણ સ્થિર અવસ્થામાં આવે છે; પરંતુ આપણું શરીર જડત્વને કારણે ગતિમાન અવસ્થામાં જ રહેવાની વૃત્તિ ધરાવે છે. અચાનક બ્રેક લાગવાના કારણે આપણે સીટની આગળ લગાડેલ પેનલ સાથે અથડાવાથી ઘાયલ થઈ શકીએ છીએ. આ પ્રકારની દુર્ઘટનાથી બચવા માટે સુરક્ષાબેલ્ટનો ઉપયોગ કરવામાં

ગેલીલિયો ગેલિલીનો જન્મ 15 ફેબ્રુઆરી, 1564ના રોજ ઇટાલીના પીસા શહેરમાં થયો હતો. ગેલીલિયોને નાનપણથી જ ગણિત તથા પ્રાકૃતિક તત્ત્વજ્ઞાનમાં રસ હતો; પરંતુ પિતા વિનેંજો ગેલિલી તેમને તબીબ બનાવવા ઇચ્છતા હતા. તે અનુસાર ગેલીલિયો 1581માં તબીબની ઉપાધિ મેળવવા માટે પીસા વિશ્વવિદ્યાલયમાં દાખલ થયા; પરંતુ તે આ અભ્યાસક્રમ પૂર્ણ ન કરી શક્યા કારણ કે વાસ્તવિક રીતે તેમને ગણિતમાં રસ હતો. 1586માં તેમણે પોતાનું પ્રથમ વૈજ્ઞાનિક પુસ્તક ''ધ લિટલ બૅલેન્સ'' (લા બેલેન્ટિકા) લખ્યું, જેમાં તેમણે એક તુલા દ્વારા પદાર્થોની સાપેક્ષ ઘનતા (અથવા વિશિષ્ટ ગુરુત્વ) શોધવા માટેની આર્કિમિડીઝની પદ્ધતિનું વર્ણન કર્યું. 1589માં તેમણે પોતાની નિબંધશ્રેણી 'ડી મૌટ્' (De motu)માં ઢોળાવવાળી સપાટીના પ્રયોગ દ્વારા કોઈ નીચે પડતી વસ્તુ માટે પડવાના દરમાં થતા ઘટાડાના સંબંધે પોતાના સિદ્ધાંત રજૂ કર્યા.

ગેલીલિયો ગેલિલી

(1564-16242)

1592માં તેમને વેનિસ ગણરાજયના પડુઆ વિશ્વવિદ્યાલયમાં ગણિતના પ્રોફેસરના પદ પર નિયુક્ત કરવામાં આવ્યા. અહીં પણ તેમણે સતત ગતિના સિદ્ધાંતો પર અવલોકનો ચાલુ રાખ્યાં અને ઢોળાવવાળા સમતલ તથા લોલક સંબંધિત પોતાનાં અવલોકનો દ્વારા અચળ પ્રવેગથી ગતિશીલ વસ્તુઓ સાથે સંબંધિત નિયમ વસ્તુ દ્વારા કપાયેલ અંતરએ લીધેલ સમયના વર્ગના સમપ્રમાણમાં છે તેમ પ્રસ્થાપિત કર્યો.

ગેલીલિયો એક કુશળ કારીગર પણ હતા. તેમણે અલગ-અલગ પ્રકારના ટેલિસ્કૉપની શ્રેણી વિકસિત કરી જેની પ્રકાશીય ક્ષમતા તે સમયે ઉપલબ્ધ ટેલિસ્કૉપની ક્ષમતા કરતાં ઘણી સારી હતી. 1640ની આસપાસ તેમણે પ્રથમ લોલકવાળી ઘડિયાળની રચના કરી હતી. તેમની અવકાશીય શોધો અંગેના એક પુસ્તક ''સ્ટારી મેસેંજર'' (Starry messenger)માં ગેલીલિયોએ ચંદ્રમા પરના પહાડો, નાના-નાના તારાઓના ભેગા મળવાથી રચાતી આકાશગંગા તથા ગુરુ ગ્રહની આસપાસ ચાર નાના પિંડ કક્ષામાં પરિભ્રમણ કરતા જોયા હોવાનો દાવો કર્યો. તેમણે પોતાના પુસ્તક ''ડિસ્કોર્સ ઑન ફ્લોટિંગ બૉડીઝ'' (Discourse on Floating Bodies) અને ''લેટર્સ ઑન ધ સનસ્પોટ'' (Letters on the Sunspots)માં સૂર્ય પર ઉપસ્થિત સૂર્ય કલંકો (Sunspots) વિશેનાં રહસ્યો ઉજાગર કર્યા.

પોતાના દ્વારા બનાવેલ ટેલિસ્કૉપોની મદદથી શનિ તથા શુક્ર ગ્રહના નિરીક્ષણ દ્વારા ગેલીલિયોએ એ તર્ક આપ્યો કે, બધા જ ગ્રહ સૂર્યની આસપાસ કક્ષામાં ભ્રમણ કરે છે નહિ કે પૃથ્વીની આસપાસ. આ વિચાર તે સમયની પ્રચલિત માન્યતાથી વિપરિત હતો.

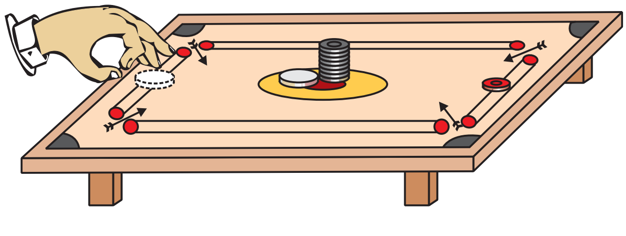
આવે છે. સુરક્ષાબૅલ્ટ આપણા શરીરની આગળ તરફની ગતિને ધીમી પાડતું બળ લગાડે છે. આનાથી ઊલટો અનુભવ આપણને ત્યારે થાય છે જ્યારે આપણે બસમાં ઊભા હોઈએ અને બસ અચાનક ચાલુ થાય. આ સ્થિતિમાં આપણે પાછળની તરફ નમી પડીએ છીએ. આમ થવાનું કારણ બસ અચાનક ચાલુ થતાં આપણા પગ કે જે બસના તળિયા સાથે સંપર્કમાં છે તે ગતિમાં આવે છે; પરંતુ શરીરનો ઉપરનો ભાગ જડત્વને કારણે આ ગતિનો વિરોધ કરે છે.

જ્યારે કોઈ મોટરકાર અત્યંત ઝડપથી તીવ્ર વળાંક લે ત્યારે આપણે એક તરફ નમી પડીએ છીએ. આ હકીકત જડત્વના નિયમથી સમજી શકાય છે. આપણું શરીર સુરેખ પથ પર ગતિ ચાલુ રાખે છે જ્યારે મોટરકારની દિશા બદલવા માટે એન્જિન દ્વારા અસંતુલિત બળ લગાડવામાં આવે છે ત્યારે આપણાં શરીરના જડત્વને કારણે સીટ પર એક તરફ નમી પડીએ છીએ.

કોઈ વસ્તુ ત્યાં સુધી સ્થિર અવસ્થામાં રહેશે જ્યાં સુધી કોઈ અસંતુલિત બળ ન લાગે તે હકીકત નીચેની પ્રવૃત્તિઓ દ્વારા દર્શાવી શકાય છે :

પ્રવૃત્તિ 9.1

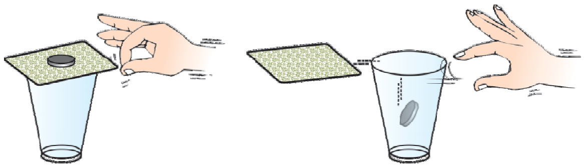
- આકૃતિ 9.6માં દર્શાવ્યા અનુસાર કૅરમની એકસરખી કૂકરીઓ (Coins)ને એક ઉપર એક એમ ગોઠવી થપ્પી (Pile) બનાવો.
- અન્ય એક કૂકરી અથવા સ્ટ્રાઇકરને પોતાની આંગળીઓની મદદથી સમક્ષિતિજ દિશામાં ફટકારી થપ્પીની સૌથી નીચેની કૂકરી જોડે અથડાવો. જો તમે કૂકરીને પૂરતી તીવ્રતાથી અથડાવશો તો જોઈ શકશો કે ફક્ત નીચેવાળી કૂકરીના બહાર આવી ગયા બાદ બાકીની કૂકરીઓ પોતાની ગોઠવણી બદલ્યા વગર જડત્વના કારણે અધો દિશામાં આવી જાય છે.



આકૃતિ 9.6 : સ્ટ્રાઇકરને તીવ્ર વેગથી કૂકરીની થપ્પી સાથે અથડાવતા ફક્ત સૌથી નીચેની ગોટી ઢગલામાંથી બહાર નીકળી જાય છે

પ્રવૃત્તિ _______________ 9.2

- આકૃતિ 9.7માં દર્શાવ્યા પ્રમાણે કાચના એક ખાલી ગ્લાસ પર કડક પત્તાંને મૂકી તેની પર એક પાંચ રૂપિયાનો સિક્કો મૂકો.
- પત્તાને આંગળી વડે સમક્ષિતિજ દિશામાં ધક્કો મારો.
- જો આપણે આ પ્રક્રિયા ઝડપથી કરીશું તો પત્તું બહાર તરફ ફેંકાઈ જશે. જ્યારે સિક્કો પોતાના જડત્વને કારણે નીચેની તરફ ગતિ કરી ગ્લાસમાં પડી જાય છે.
- પત્તું ખસવા છતાં પણ સિક્કો જડત્વને કારણે પોતાની સ્થિર અવસ્થા જાળવી રાખવાનો પ્રયત્ન કરે છે.



આકૃતિ 9.7 : આંગળીથી કડક પત્તાને ધક્કો મારતાં પત્તાની ઉપર રાખેલ સિક્કો નીચે રાખેલ ગ્લાસ (પ્યાલા)માં પડે છે

પ્રવૃત્તિ _______________ 9.3

- પાણીભરેલ ગ્લાસ (પ્યાલો) કોઈ ટ્રે પર મૂકો.
- ટ્રે ને હાથથી પકડી જેટલું થઈ શકે તેટલા જોરથી ગોળ ફેરવો.
- આપણે જોઈએ છીએ કે પાણી છલકાય છે. કેમ ?

શું હવે તમે સમજ્યાં કે રકાબીમાં ચાનો કપ રાખવા માટે ખાંચો કેમ આપેલ હોય છે ? અચાનક ધક્કો વાગવાની સ્થિતિમાં રકાબીનો ખાંચો કપને ડગમગ થઈને ગબડી પડતો અટકાવે છે.

9.3 જડત્વ તથા દ્રવ્યમાન (દળ) (Inertia and Mass)

અત્યાર સુધી આપેલ ઉદાહરણો તેમજ પ્રવૃત્તિઓ દર્શાવે છે કે પ્રત્યેક વસ્તુ પોતાની ગતિની અવસ્થામાં થતા ફેરફારનો વિરોધ કરે છે. જો તે સ્થિર અવસ્થામાં હોય તો સ્થિર અને ગતિમાન અવસ્થામાં હોય તો સતત ગતિમાં રહેવાનો પ્રયત્ન કરે છે. વસ્તુના આ ગુણને તેનું જડત્વ કહે છે. શું બધી જ વસ્તુઓનું જડત્વ સમાન હોય છે ? આપણે જાણીએ છીએ કે પુસ્તકોથી ભરેલા બૉક્સની સાપેક્ષે ખાલી બૉક્સને ધક્કો મારવો સરળ છે. તે જ રીતે જો આપણે એક ફૂટબૉલને કિક મારીએ તો તે દૂર સુધી ગતિ કરે છે જ્યારે તેટલા જ બળથી તેટલી જ સાઇઝના પથ્થરને કિક મારીએ તો તે ભાગ્યે જ ગતિ કરશે. એવું પણ બની શકે કે આવું કરતી વખતે આપણા પગને ઈજા પણ થાય. તે જ રીતે પ્રવૃત્તિ 9.2માં પાંચ રૂપિયાના સિક્કાને બદલે જો એક રૂપિયાનો સિક્કો લઈએ તો આપણે જોઈ શકીએ છીએ કે, આ જ ક્રિયા કરવા માટે આપણને ઓછા બળની જરૂર પડે છે. એક હાથલારીને ગતિ આપવા માટે જેટલા બળની જરૂરિયાત હોય છે તેટલું જ બળ જો ટ્રેન પર લગાડવામાં આવે તો તેની ગતિમાં અવગણ્ય (નગણ્ય) ફેરફાર થાય છે. કારણ કે હાથલારીની સાપેક્ષમાં ટ્રેન પોતાની ગતિમાં ફેરફારનું વલણ ઓછું ધરાવે છે. આ રીતે આપણે કહી શકીએ કે ટ્રેનનું જડત્વ હાથલારી કરતાં વધુ છે. આ પરથી સ્પષ્ટ થાય છે કે, ભારે વસ્તુઓનું જડત્વ વધારે હોય છે. માત્રાત્મક રૂપે કોઈ વસ્તુનું જડત્વ તેના દ્રવ્યમાન દ્વારા માપી શકાય છે. આમ, આપણે જડત્વ તથા દ્રવ્યમાન નીચે પ્રમાણે વ્યાખ્યાયિત કરી શકીએ :

જડત્વ એ પદાર્થનું એવું કુદરતી વલણ છે જે પદાર્થની સ્થિર કે ગતિમાન અવસ્થામાં થતા ફેરફારનો વિરોધ કરે છે. કોઈ વસ્તુનું દ્રવ્યમાન તેના જડત્વનું માપ છે.

પ્રશ્નો :

1. નીચેના પૈકી કોનું જડત્વ વધુ છે : (a) રબરનો દડો અને તેટલા જ પરિમાણવાળો પથ્થર (b) સાઈકલ અને ટ્રેન (c) પાંચ રૂપિયાનો સિક્કો અને એક રૂપિયાનો સિક્કો
2. નીચે આપેલા ઉદાહરણમાં દડાનો વેગ કેટલી વાર બદલાય છે તે જાણવાનો પ્રયાસ કરો : "ફૂટબૉલનો એક ખેલાડી બૉલ પર કિક મારીને બૉલને પોતાની ટીમના બીજા ખેલાડી પાસે પહોંચાડે છે. બીજો ખેલાડી તે દડાને કિક મારીને ગોલ તરફ પહોંચાડવાનો પ્રયત્ન કરે છે. પ્રતિસ્પર્ધી ટીમનો ગોલકીપર દડાને પકડે છે અને પોતાની ટીમના ખેલાડી તરફ કિક મારે છે." સાથે-સાથે દરેક કિસ્સામાં બળ લગાડનાર કારક (Agent) પણ ઓળખી બતાવો.
3. કોઈ ઝાડની ડાળીને તીવ્રતાથી હલાવતાં કેટલાંક પર્ણો કેમ ડાળીમાંથી છૂટી જાય છે સમજાવો.
4. જ્યારે કોઈ ગતિશીલ બસ અચાનક અટકી જાય તો તમે આગળ તરફ નમી પડો છો અને ઊભી રહેલી બસ અચાનક ગતિમાન થાય તો પાછળ તરફ નમી પડો છો - કેમ ?

9.4 ગતિનો બીજો નિયમ (Second Law of Motion)

ગતિનો પ્રથમ નિયમ દર્શાવે છે કે જ્યારે કોઈ અસંતુલિત બાહ્ય બળ કોઈ વસ્તુ પર લાગે તો તેના વેગમાં ફેરફાર થાય છે, એટલે

કે વસ્તુ પ્રવેગ પ્રાપ્ત કરે છે. હવે, આપણે એ વાતનો અભ્યાસ કરીશું કે કોઈ વસ્તુનો પ્રવેગ તેના પર લગાડેલ બળ પર કેવી રીતે આધાર રાખે છે તથા તે બળને કેવી રીતે માપી શકાય છે. આવો, આપણે રોજબરોજના કેટલાક અનુભવોનો અભ્યાસ કરીએ. ટેબલટેનિસની રમત દરમિયાન દડો જો કોઈ ખેલાડીના શરીરને અથડાય તો તે ઘાયલ થતો નથી. ઝડપથી આવતો ક્રિકેટનો દડો કોઈ દર્શકને વાગવાથી તે ઘાયલ થઈ શકે છે. રોડની સાઈડમાં ઊભેલા ટ્રકથી કોઈ જોખમ નથી. પરંતુ 5 m s^{-1} જેટલા ઓછા વેગથી ગતિ કરતી ટ્રકની ટક્કરથી પણ તેના રસ્તામાં ઊભેલ કોઈ વ્યક્તિનું મૃત્યુ થઈ શકે છે. ઓછું દળ ધરાવતી વસ્તુ જેમકે ગોળી જો બંદૂકમાંથી તીવ્ર વેગથી છોડવામાં આવે તો તે પણ કોઈ વ્યક્તિના મૃત્યુનું કારણ બની શકે છે. આ પરથી ખ્યાલ આવે છે કે વસ્તુ દ્વારા ઉત્પન્ન થતો આઘાત (impact) વસ્તુના દ્રવ્યમાન તેમજ વેગ પર આધાર રાખે છે. આ જ રીતે જો કોઈ વસ્તુને પ્રવેગિત કરવામાં આવે તો વધારે વેગ પ્રાપ્ત કરાવવા માટે વધારે બળની જરૂર પડે છે. બીજા શબ્દોમાં આપણે કહી શકીએ કે વસ્તુના દ્રવ્યમાન તેમજ વેગ સાથે સંબંધિત એક મહત્ત્વપૂર્ણ રાશિ અસ્તિત્વ ધરાવે છે. ન્યૂટને આ રાશિને વેગમાન તરીકે ઓળખાવી હતી. કોઈ વસ્તુનું વેગમાન p તેના દ્રવ્યમાન m અને વેગ v ના ગુણાકારથી વ્યાખ્યાયિત કરી શકાય છે. એટલે કે,

$$p = mv \tag{9.1}$$

વેગમાનને દિશા અને માન (મૂલ્ય) બંને છે. તેની દિશા તે જ હોય છે જે વેગ v ની દિશા હોય, વેગમાનનો SI એકમ કિલોગ્રામ-મીટર/સેકન્ડ (kg m s^{-1}) છે. હવે કોઈ અસંતુલિત બળ વડે વસ્તુના વેગમાં પરિવર્તન થતું હોવાથી એ સ્પષ્ટ છે કે બળ દ્વારા જ વેગમાનમાં ફેરફાર થાય છે.

એક એવી સ્થિતિનો વિચાર કરો કે જેમાં ખરાબ બૅટરીવાળી કારને સુરેખ રસ્તા પર 1 m s^{-1}નો વેગ પ્રાપ્ત કરવા માટે ધક્કો મારવામાં આવે છે, જે તેના એન્જિનને ચાલુ કરવા માટે પૂરતો છે. જો એક કે બે વ્યક્તિ તેને ક્ષણિક ધક્કો (અસંતુલિત બળ) મારે તો તે ચાલુ નહિ થાય; પણ જો થોડા સમય સુધી સતત ધક્કો મારવામાં આવે તો કારમાં ઉદ્ભવતા ક્રમિક પ્રવેગથી તે આપેલ ઝડપ પ્રાપ્ત કરે છે. આનો અર્થ એ થયો કે કારના વેગમાનનો ફેરફાર ફક્ત બળના મૂલ્ય વડે માપી શકાતો નથી; પરંતુ જેટલા સમય સુધી બળ લાગે છે તે સમયગાળો પણ ધ્યાનમાં લેવો પડે. આ પરથી એ તારણ કાઢી શકાય કે કોઈ વસ્તુના વેગમાનમાં ફેરફાર કરવા જરૂરી બળ, વેગમાનનો ફેરફાર જે સમય-દરથી થાય છે તેના પર આધાર રાખે છે.

ગતિનો બીજો નિયમ કહે છે કે કોઈ વસ્તુના વેગમાનના ફેરફારનો સમય-દર તેના પર લાગતાં અસંતુલિત બળ જેટલો અને બળની દિશામાં હોય છે.

9.4.1 ગતિના બીજા નિયમનું ગાણિતીક નિરૂપણ (Mathematical formulation of second law of motion)

ધારો કે કોઈ m દળ ધરાવતી વસ્તુ સુરેખ પથ પર u જેટલા પ્રારંભિક વેગથી ગતિ કરે છે. t સમયમાં અચળ પ્રવેગી ગતિ કરી અચળ બળ F ની અસર હેઠળ v જેટલો વેગ પ્રાપ્ત કરે છે. વસ્તુનું પ્રારંભિક અને અંતિમ વેગમાન અનુક્રમે $p_1 = mu$ અને $p_2 = mv$.

વેગમાનમાં થતો ફેરફાર $\propto p_2 - p_1$

$$\propto mv - mu$$

$$\propto m \times (v - u)$$

વેગમાનના ફેરફારનો દર $\propto \dfrac{m \times (v-u)}{t}$

અથવા લાગુ પડેલ બળ,

$$F \propto \frac{m \times (v-u)}{t}$$

$$F = \frac{km \times (v-u)}{t} \tag{9.2}$$

$$= kma \tag{9.3}$$

અહીં $a\left[= \dfrac{(v-u)}{t}\right]$ પ્રવેગ છે, જે વેગના ફેરફારનો દર છે. k સપ્રમાણતાનો અચળાંક છે. દળ અને પ્રવેગના SI એકમો અનુક્રમે kg અને m s^{-2} છે. આપણે બળનો એકમ એવો પસંદ કરીશું કે જેથી અચળાંક k નું મૂલ્ય એક થાય. આ માટે 1 એકમ બળને આ પ્રમાણે વ્યાખ્યાયિત કરવામાં આવે છે. 1 kg દળની વસ્તુમાં 1 m s^{-2} નો પ્રવેગ ઉત્પન્ન કરવા માટે જરૂરી બળ 1 એકમ છે.

તેથી 1 એકમ બળ $= k \times (1\text{ kg}) \times (1\text{m s}^{-2})$

આમ, k નું મૂલ્ય 1 બને છે. સમીકરણ (9.3) પરથી,

$$F = ma \tag{9.4}$$

બળનો એકમ kg m s^{-2} અથવા ન્યૂટન છે, જે તેની સંજ્ઞા N છે. ગતિનો બીજો નિયમ પદાર્થ પર લાગતા બળના માપનની પદ્ધતિ આપે છે, જે તેના દ્રવ્યમાન અને પ્રવેગનો ગુણાકાર છે.

ગતિના બીજા નિયમનો ઉપયોગ રોજિંદા જીવનમાં વારંવાર જોવા મળે છે. શું તમે નોંધ્યું છે કે, ક્રિકેટ મૅચ દરમિયાન મેદાનમાં ફિલ્ડર ખૂબ જ ઝડપથી આવતાં દડાને કૅચ કરતી વખતે હાથને પાછળની બાજુ લઈ જાય છે ? આમ કરવાથી ફિલ્ડર ખૂબ જ ઝડપથી ગતિ કરતાં દડાનો વેગ શૂન્ય કરવા માટે લાગતો સમય વધારી દે છે. તેથી દડાના પ્રવેગમાં ઘટાડો થાય છે અને તેને પરિણામે ખૂબ જ ઝડપથી ગતિ કરતાં દડાને કૅચ કરતી વખતે લાગતો આઘાત (impact) ઘટાડી શકાય છે (આકૃતિ 9.8). જો દડાને અચાનક રોકવામાં આવે તો તેનો ઝડપી વેગ ખૂબ જ ટૂંકા સમયગાળામાં શૂન્ય થઈ જાય છે. આથી દડાના વેગમાનમાં થતો ફેરફારનો દર ઘણો મોટો થશે અને કૅચ પકડવા માટે વધારે બળ લગાડવું પડશે, જેના પરિણામે ફિલ્ડરની હથેળીમાં ઈજા થવાની શક્યતા છે. ઊંચી કૂદની રમતમાં ખેલાડીઓ ગાદલા પથારી કે રેતીની પથારી પર કૂદકો લગાવે છે. આવું ખેલાડીઓના છલાંગ લગાવ્યા બાદ નીચે પડવા માટે લાગતા સમયને વધારવા માટે કરવામાં આવે છે. જે વેગમાનમાં થતા ફેરફારનો દર અને પરિણામે બળ પણ ઘટાડે છે. વિચારવાનો પ્રયત્ન કરો કે કરાટેનો ખેલાડી એક જ ફટકામાં બરફની પાટને કેવી રીતે તોડી નાંખે છે ?

આકૃતિ 9.8 : ક્રિકેટની રમતમાં કૅચ પકડવા માટે ફિલ્ડર દડાની સાથે પોતાના હાથને ધીરે ધીરે પાછળની તરફ લઈ જાય છે.

ગતિના બીજા નિયમના ગાણિતિક સૂત્ર (સમીકરણ 9.4)ના ઉપયોગ દ્વારા ગતિના પ્રથમ નિયમને ગાણિતિક સ્વરૂપે મેળવી શકાય છે. સમીકરણ (9.4) પરથી,

$$F = ma$$

અથવા $$F = \frac{m(v-u)}{t} \qquad (9.5)$$

અથવા $$Ft = mv - mu$$

એટલે કે, જ્યારે $F = 0$ હોય ત્યારે કોઈ પણ સમય t માટે $v = u$. તેનો અર્થ એ થયો કે વસ્તુ સમાન વેગ uથી સમગ્ર સમય t દરમિયાન ગતિ ચાલુ રાખશે. જો u શૂન્ય હોય તો v પણ શૂન્ય થશે એટલે કે વસ્તુ સ્થિર રહેશે.

ઉદાહરણ 9.1 : એક 5 kg દ્રવ્યમાન ધરાવતી વસ્તુ પર 2 s માટે અચળ બળ લાગે છે. જે વસ્તુનો વેગ 3m s^{-1}થી વધારીને 7 m s^{-1} કરે છે. લગાડેલ બળનું મૂલ્ય શોધો. હવે, જો આ બળ 5 s માટે લગાડવામાં આવે. તો વસ્તુનો અંતિમ વેગ કેટલો હશે ?

ઉકેલ :

આપણને આપેલ છે :

$u = 3$ m s^{-1} તથા $v = 7$ m s^{-1}

$t = 2$ s અને $m = 5$ kg

સમીકરણ (9.5) પરથી, $F = \dfrac{m(v-u)}{t}$

આ સમીકરણમાં મૂલ્યો મૂકતાં

$$F = \frac{5\text{ kg}\,(7\text{ m s}^{-1} - 3\text{ m s}^{-1})}{2\text{ s}}$$

$$F = 10\text{ N}$$

હવે, જો આ બળ 5 s ($t = 5$ s) ના સમયગાળા માટે લગાડવામાં આવે, તો અંતિમ વેગની ગણતરી સમીકરણ 9.5ને નીચે પ્રમાણે ફરીથી લખીને મેળવી શકાય છે.

$v = u + \dfrac{Ft}{m}$ મુજબ લખીને કરી શકાય છે.

u, F, m અને t નાં મૂલ્યો મૂકતાં આપણને અંતિમ વેગ,

$v = 13$ m s^{-1} મળે છે.

ઉદાહરણ 9.2 : કઈ બાબતમાં વધારે બળની જરૂર પડશે ? 2 kg દ્રવ્યમાન ધરાવતી વસ્તુને 5 m s^{-2} ના દરે પ્રવેગિત કરવા માટે કે 4 kg દ્રવ્યમાન ધરાવતી વસ્તુને 2 m s^{-2}ના દરથી પ્રવેગિત કરવા માટે ?

ઉકેલ :

સમીકરણ (9.4) પરથી, $F = ma$

અહીં, $m_1 = 2$ kg, $a_1 = 5$ m s^{-2} તથા

$m_2 = 4$ kg, $a_2 = 2$ m s^{-2}

તેથી, $F_1 = m_1a_1 = 2 \text{ kg} \times 5 \text{ m s}^{-2} = 10 \text{ N}$ તથા

$F_2 = m_2a_2 = 4 \text{ kg} \times 2 \text{ m s}^{-2} = 8 \text{ N}$

$\Rightarrow F_1 > F_2$

આમ, 2 kg દ્રવ્યમાન ધરાવતી વસ્તુને 5 m s^{-2}ના દરે પ્રવેગિત કરવા માટે વધારે બળની જરૂર પડશે.

ઉદાહરણ 9.3 : 108 km/h ના વેગથી ગતિ કરતી કારમાં બ્રેક લગાડતાં તે સ્થિર થવા માટે 4 sનો સમય લે છે. કાર પર બ્રેક લાગવાના કારણે લાગતાં બળની ગણતરી કરો. કારનું મુસાફરો સાથેનું કુલ દળ 1000 kg છે.

ઉકેલ :

કારનો પ્રારંભિક વેગ $u = 108$ km/h

$= 108 \times 1000 \text{ m}/(60 \times 60 \text{ s})$

$= 30 \text{ m s}^{-1}$

તથા કારનો અંતિમ વેગ, $v = 0 \text{ m s}^{-1}$

કારનું મુસાફરો સહિત કુલ દળ $m = 1000$ kg તથા કારને રોકવામાં લાગતો સમય $t = 4$ s. સમીકરણ (9.5) પરથી

બ્રેક દ્વારા લાગતા બળનું માન $F = \dfrac{m(v-u)}{t}$

આ સમીકરણમાં મૂલ્યો મૂકતાં,

$$F = \frac{1000 \text{ kg} \times (0-30) \text{ m s}^{-1}}{4 \text{ s}}$$

$= -7500 \text{ kg m s}^{-2}$ અથવા -7500 N.

અહીં ઋણ ચિહ્ન દર્શાવે છે કે બ્રેક દ્વારા લગાડેલ બળ કારની ગતિની વિરુદ્ધ દિશામાં છે.

ઉદાહરણ 9.4 : 5 N નું એક બળ કોઈ દ્રવ્યમાન m_1ને 10 m s^{-2}ના પ્રવેગથી પ્રવેગિત કરે છે તથા દ્રવ્યમાન m_2ને 20 m s^{-2}ના પ્રવેગથી પ્રવેગિત કરે છે. જો બંને દ્રવ્યમાનોને ભેગા બાંધી દેવામાં આવે, તો આ બળ દ્વારા કેટલો પ્રવેગ ઉત્પન્ન થશે ?

ઉકેલ :

સમીકરણ (9.4) પરથી $m_1 = \dfrac{F}{a_1}$ તથા $m_2 = \dfrac{F}{a_2}$

અહીં $a_1 = 10 \text{ m s}^{-2}$, $a_2 = 20 \text{ m s}^{-2}$ તથા $F = 5$ N

તેથી, $m_1 = \dfrac{5 \text{ N}}{10 \text{ m s}^{-2}} = 0.50$ kg અને

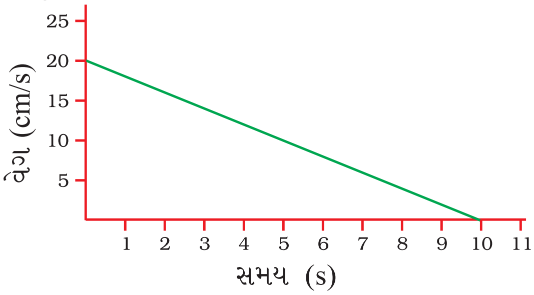
$m_2 = \dfrac{5 \text{ N}}{20 \text{ m s}^{-2}} = 0.25$ kg.

જ્યારે બંને દ્રવ્યમાનોને ભેગા બાંધવામાં આવે ત્યારે કુલ દ્રવ્યમાન $m = 0.50 \text{ kg} + 0.25 \text{ kg}$

$= 0.75$ kg.

તેથી સંયુક્ત દ્રવ્યમાન પર 5 N બળ દ્વારા ઉત્પન્ન થતો પ્રવેગ $a = \dfrac{F}{m} = \dfrac{5 \text{ N}}{0.75 \text{ kg}} = 6.67 \text{ m s}^{-2}$

ઉદાહરણ 9.5 : એક લાંબા ટેબલ પર સુરેખ પથ પર ગતિ કરતાં 20 g દળના દડા માટે વેગ-સમયનો આલેખ આકૃતિ 9.9માં દર્શાવેલ છે.



આકૃતિ 9.9

દડાને સ્થિર સ્થિતિમાં લાવવા માટે ટેબલ દ્વારા કેટલું બળ લગાડવું પડશે ?

ઉકેલ :

દડાનો પ્રારંભિક વેગ 20 cm s^{-1} છે. ટેબલ દ્વારા દડા પર લાગતાં ઘર્ષણબળને કારણે દડાનો વેગ 10 sમાં શૂન્ય થાય છે. તેથી $u = 20 \text{ cm s}^{-1}$, $v = 0 \text{ cm s}^{-1}$ અને $t = 10$ s. વેગ-સમયનો આલેખ સુરેખ છે તે દર્શાવે છે કે દડો અચળ પ્રવેગથી ગતિ કરે છે. તેથી પ્રવેગ,

$$a = \frac{v-u}{t} = \frac{(0 \text{ cm s}^{-1} - 20 \text{ cm s}^{-1})}{10 \text{ s}}$$

$= -2 \text{ cm s}^{-2}$

$= -0.02 \text{ m s}^{-2}$

દડા પર લાગતું ઘર્ષણબળ,

$F = ma$

$= \left(\frac{20}{1000}\right)\text{kg} \times \left(-0.02 \text{ m s}^{-2}\right)$

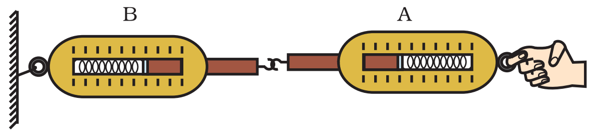
$= -0.0004 \text{ N}$

અહીં, ઋણ ચિહ્ન દર્શાવે છે કે ટેબલ દ્વારા લાગતું ઘર્ષણબળ દડાની ગતિની વિરુદ્ધ દિશામાં છે.

9.5 ગતિનો ત્રીજો નિયમ (Third Law of Motion)

ગતિના પ્રથમ બે નિયમો આપણને જણાવે છે કે કેવી રીતે લગાડેલ બળ ગતિમાં ફેરફાર કરે છે તથા તે બળના માપનની પદ્ધતિ પણ આપે છે. ગતિનો ત્રીજો નિયમ દર્શાવે છે કે, જ્યારે એક વસ્તુ બીજી વસ્તુ પર બળ લગાડે છે ત્યારે બીજી વસ્તુ પણ તત્કાળ પહેલી વસ્તુ પર બળ લગાડે છે. આ બંને બળો હંમેશાં સમાન મૂલ્યનાં અને પરસ્પર વિરુદ્ધ દિશામાં હોય છે. આ બળો અલગ-અલગ વસ્તુઓ પર લાગે છે તે કદાપિ એક જ વસ્તુ પર લાગતાં ન હોઈ શકે. ફૂટબૉલની રમતમાં ઘણી વાર આપણે ફૂટબૉલ તરફ જોવામાં અને તેને વધારે બળથી કિક મારવાના પ્રયત્ન વખતે પ્રતિસ્પર્ધી ટીમના ખેલાડી સાથે અથડાઈ પડીએ છીએ. આ ઘટનામાં બંને ખેલાડી ઈજાગ્રસ્ત થાય છે, કારણ કે બંને એકબીજા પર બળ લગાડે છે. બીજા શબ્દોમાં એકલા-અટૂલા બળનું અસ્તિત્વ શક્ય નથી. બળો હંમેશાં જોડમાં હોય છે. આ બંને પરસ્પર વિરોધી બળોને ક્રિયા બળ તથા પ્રતિક્રિયા બળ પણ કહે છે.

આકૃતિ 9.10માં દર્શાવ્યા મુજબ એકબીજા સાથે જોડેલા બે સ્પ્રિંગ બૅલેન્સનો વિચાર કરો. સ્પ્રિંગ બૅલેન્સ Bનો સ્થિર છેડો એક દીવાલ જેવા દૃઢ આધાર સાથે જડિત કરેલ છે. જ્યારે સ્પ્રિંગ બૅલેન્સ Aના મુક્ત છેડા પાસે બળ લગાડવામાં આવે ત્યારે જોઈ શકાય છે કે, બંને સ્પ્રિંગ બૅલેન્સ તેમના સ્કેલ પર એકસરખું રીડિંગ દર્શાવે છે. એનો અર્થ એ થયો કે સ્પ્રિંગ બૅલેન્સ A દ્વારા સ્પ્રિંગ બૅલેન્સ B પર લાગતું બળ અને સ્પ્રિંગ બૅલેન્સ B દ્વારા સ્પ્રિંગ બૅલેન્સ A પર લાગતું બળ સમાન પરંતુ દિશા વિરુદ્ધ દિશામાં છે. સ્પ્રિંગ બૅલેન્સ A દ્વારા સ્પ્રિંગ બૅલેન્સ B પર લગાડેલ બળને ક્રિયાબળ જ્યારે સ્પ્રિંગ બૅલેન્સ B દ્વારા સ્પ્રિંગ બેલેન્સ A પર લગાડેલ બળને પ્રતિક્રિયા બળ કહે છે. જે ન્યૂટનના ગતિના ત્રીજા નિયમનું વૈકલ્પિક વિધાન છે, એટલે કે દરેક ક્રિયાબળ સામે સમાન મૂલ્યનું અને વિરુદ્ધ દિશામાં પ્રતિક્રિયાબળ લાગે છે. તેમ છતાં યાદ રાખો કે ક્રિયાબળ અને પ્રતિક્રિયાબળ હંમેશાં બે જુદી-જુદી વસ્તુઓ પર લાગે છે.



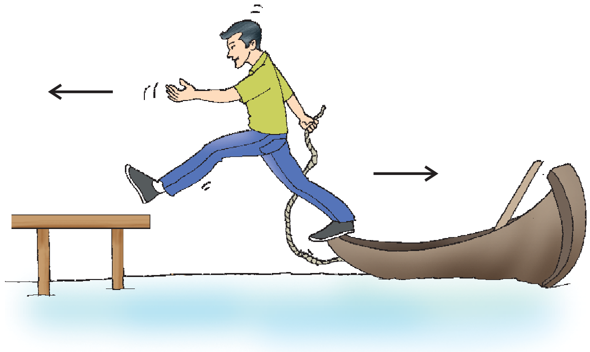
આકૃતિ 9.10 : ક્રિયા અને પ્રતિક્રિયાબળ સમાન તથા વિરુદ્ધ દિશામાં હોય છે

ધારો કે તમે સ્થિર ઊભા છો અને રસ્તા પર ચાલવાનું શરૂ કરવાનો ઇરાદો કરો છો. ગતિના બીજા નિયમ અનુસાર આ માટે એક બળની જરૂરિયાત ઊભી થાય છે કે જે તમારા શરીરમાં પ્રવેગ ઉત્પન્ન કરે. આ બળ કયું છે ? શું તે સ્નાયુબળ છે જે તમે રસ્તા પર લગાવો છો ? શું આ બળ આપણે તે જ દિશામાં લગાડીએ છીએ જે દિશામાં આપણે આગળ વધવું હોય ? ના, તમે રસ્તા પર બળ પાછળની તરફ લગાવો છો. રસ્તા વડે તે જ સમયે તમારા પગ પર તેટલા જ મૂલ્યનું; પરંતુ વિરુદ્ધ દિશામાં પ્રતિક્રિયા બળ લાગે છે કે જેથી તમે આગળ વધી શકો.

અહીં, એ નોંધવું જરૂરી છે કે ક્રિયા તથા પ્રતિક્રિયા બળ મૂલ્યમાં સમાન હોવા છતાં દરેક વખતે સમાન પ્રવેગ ઉત્પન્ન કરતાં નથી, કારણ કે આ બળો અલગ-અલગ વસ્તુ પર લાગે છે જેમનાં દળ અસમાન પણ હોઈ શકે.

બંદૂક દ્વારા ગોળી છોડવાની ઘટનામાં બંદૂક દ્વારા ગોળી પર આગળની તરફ એક બળ લાગે છે. ગોળી પણ બંદૂક પર તેટલા જ મૂલ્યનું પરંતુ વિરુદ્ધ દિશામાં બળ લગાડે છે, તેનાથી બંદૂક પાછળ તરફ ધકેલાય છે જે બંદૂકને રીકોઈલ કરવામાં પરિણમે છે. (આકૃતિ 9.11). બંદૂકનું દળ ગોળીના દળ કરતાં ઘણું વધારે હોવાથી બંદૂકનો પ્રવેગ ગોળીના પ્રવેગ કરતાં ઘણો ઓછો હોય છે. એક ખલાસી દ્વારા બોટમાંથી આગળ તરફ કૂદવાની સ્થિતિ પણ ગતિના ત્રીજા નિયમનું ઉદાહરણ દર્શાવે છે. જ્યારે ખલાસી આગળ તરફ કૂદે છે ત્યારે બોટ પર લાગતું પ્રતિક્રિયા બળ બોટને પાછળ તરફ ધકેલે છે (આકૃતિ 9.12).

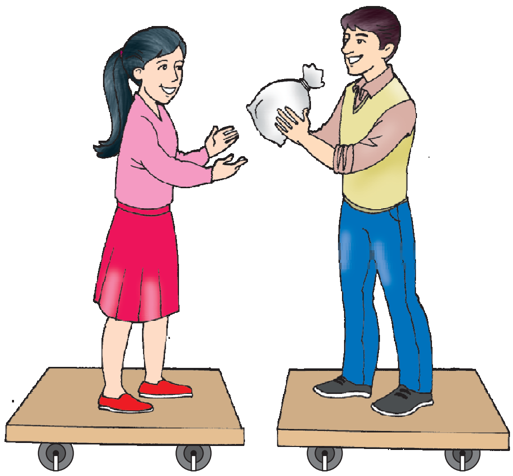
આકૃતિ 9.11 : ગોળી પર લાગતું પ્રવેગક બળ તથા બંદૂકનો રીકોઈલ



આકૃતિ 9.12 : જ્યારે ખલાસી આગળ તરફ કૂદે છે ત્યારે બોટ પાછળ તરફ ગતિ કરવા લાગે છે.

પ્રવૃત્તિ ______ 9.4

- બે બાળકોને ગરગડીવાળા પાટિયા (Cart) પર આકૃતિ 9.13માં દર્શાવ્યા પ્રમાણે ઊભા રહેવાનું કહો.
- તેમને રેતીથી ભરેલો થેલો કે બીજી કોઈ ભારે વસ્તુ આપો. હવે તેમને આ થેલાને કૅચ કરવાની રમત રમવાનું કહો.
- શું રેતીનો થેલો ફેંકવાને કારણે (ક્રિયાબળ) તે બંને તત્કાળ પ્રતિક્રિયા બળનો અનુભવ કરશે ?
- તમે પાટિયાની ગરગડી પર એક સફેદ રેખા દોરો કે જેથી જ્યારે બંને બાળકો થેલાને ફેંકે ત્યારે બંન્ને પાટિયાંની ગતિનું અવલોકન કરી શકાય.



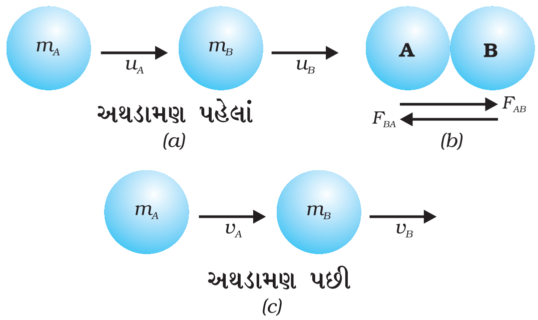
આકૃતિ 9.13

- બંને બાળકોને કોઈ એક પાટિયા પર ઊભા રાખો તથા બીજા એક બાળકને બીજા પાટિયા પર ઊભો રાખો. અહીં તમે ગતિના બીજા નિયમનો અનુભવ કરી શકો, કારણ કે આ સ્થિતિમાં એક જ બળ જુદો-જુદો પ્રવેગ ઉત્પન્ન કરશે.

આ પ્રવૃત્તિમાં દર્શાવેલ પાટિયું 50 cm × 100 cm આકારના 12 mm કે 18 mm જાડાઈના પ્લાયવુડ બૉર્ડ અને બે જોડ બૉલ-બેરિંગ વ્હીલ દ્વારા બનાવી શકાય છે. (સ્કેટ વ્હીલનો ઉપયોગ વધારે સારો પડશે.) સ્કેટબૉર્ડ અહીં એટલું અસરકારક નહિ રહે કારણ કે તેના દ્વારા સુરેખ પથ ગતિ કરવી મુશ્કેલ છે.

9.6 વેગમાનનું સંરક્ષણ (Conservation of Momentum)

ધારો કે બે વસ્તુઓ (બે દડા A અને B) કે જેમનાં દળ અનુક્રમે m_A અને m_B છે, સુરેખ પથ પર એક જ દિશામાં u_A તથા u_B જેટલા અલગ-અલગ વેગથી ગતિ કરી રહ્યા છે. (આકૃતિ 9.14 (a)) અને તેમની પર બીજા કોઈ પણ પ્રકારનું બાહ્ય અસંતુલિત બળ લાગતું નથી. ધારો કે $u_A > u_B$ અને બે દડા એકબીજા સાથે આકૃતિ 9.14 (b)માં દર્શાવ્યા પ્રમાણે અથડાય છે. t સમય સુધી ચાલતી અથડામણ દરમિયાન દડા A દ્વારા દડા B પર લાગતું બળ F_{AB} અને દડા B દ્વારા દડા A પર લાગતું બળ F_{BA} છે. ધારો કે અથડામણ બાદ દડા A અને Bના વેગ અનુક્રમે v_A અને v_B છે (આકૃતિ 9.14 (c)).



આકૃતિ 9.14 : બે દડાની અથડામણમાં વેગમાનનું સંરક્ષણ

સમીકરણ (9.1) પરથી દડા Aના અથડામણ પહેલાં અને પછીના વેગમાનો અનુક્રમે $m_A u_A$ તથા $m_A v_A$ છે. અથડામણ દરમિયાન તેના વેગમાનના ફેરફારનો દર (અથવા F_{AB} ક્રિયાબળ) $m_A \dfrac{(v_A - u_A)}{t}$ છે. તે જ રીતે અથડામણ દરમિયાન દડા Bના વેગમાનના ફેરફારનો દર (F_{BA} અથવા પ્રતિક્રિયા બળ) $m_B \dfrac{(v_B - u_B)}{t}$.

ગતિના ત્રીજા નિયમ અનુસાર દડા A દ્વારા દડા B પર લાગતું બળ F_{AB} (ક્રિયાબળ) તથા દડા B દ્વારા દડા A પર

લાગતું બળ F_{BA} (પ્રતિક્રિયા બળ) સમાન મૂલ્યના અને પરસ્પર વિરુદ્ધ દિશામાં છે. તેથી

$$F_{AB} = -F_{BA} \tag{9.6}$$

અથવા $$m_A \frac{(v_A - u_A)}{t} = -m_B \frac{(v_B - u_B)}{t}$$

આ પરથી,

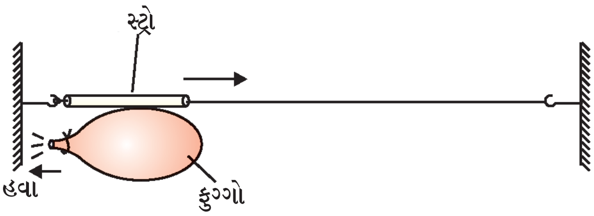
$$m_A u_A + m_B u_B = m_A v_A + m_B v_B \tag{9.7}$$

અથડામણ પહેલાં દડા A અને Bનું કુલ વેગમાન $(m_A u_A + m_B u_B)$ તથા અથડામણ બાદ કુલ વેગમાન $(m_A v_A + m_B v_B)$ છે. સમીકરણ (9.7) પરથી આપણે જોઈ શકીએ છીએ કે જો દડાઓ પર કોઈ બાહ્ય બળ લાગતું ન હોય તો તેમનું કુલ વેગમાન બદલાતું નથી એટલે કે તેનું સંરક્ષણ થાય છે.

આ આદર્શ સંઘાતના પ્રયોગના પરિણામ સ્વરૂપે આપણે કહી શકીએ કે (જ્યારે બાહ્ય અસંતુલિત બળ લાગતું ન હોય ત્યારે) બે વસ્તુઓના અથડામણ પહેલાંના વેગમાનોનો સરવાળો અથડામણ બાદના વેગમાનોના સરવાળા જેટલો જ થાય છે. જેને વેગમાન સંરક્ષણનો નિયમ કહે છે. આ વિધાનને બીજી રીતે આ મુજબ પણ આપી શકાય કે - અથડામણની ઘટનામાં બે વસ્તુઓનું કુલ વેગમાન અચળ રહે છે અથવા તેનું સંરક્ષણ થાય છે.

પ્રવૃત્તિ 9.5

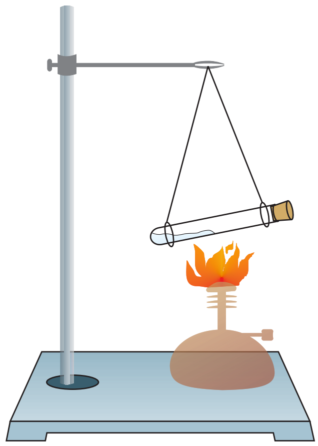
- એક મોટો ફુગ્ગો લો તથા તેને પૂરેપૂરો ફુલાવો. તેના મુખને દોરી વડે બાંધી દો. સેલોટેપની મદદથી એક સ્ટ્રોને ફુગ્ગા પર ચીપકાવો.
- સ્ટ્રોમાંથી એક દોરી પસાર કરો અને તેનો છેડો તમારા હાથમાં પકડો અથવા દીવાલ સાથે બાંધી દો.
- તમારા મિત્રને દોરીનો બીજો છેડો પકડવાનું કહો અથવા તેને દીવાલ પર અમુક અંતરે બાંધી દો. આ ગોઠવણ આકૃતિ 9.15માં દર્શાવેલ છે.
- હવે ફુગ્ગાના મુખ પર બાંધેલ દોરી છોડી દો અને હવાને ફુગ્ગાના મુખમાંથી બહાર નીકળવા દો.
- સ્ટ્રો સાથેના ફુગ્ગાની ગતિની દિશાનું અવલોકન કરો.



આકૃતિ 9.15

પ્રવૃત્તિ 9.6

- સારી ગુણવત્તા ધરાવતા કાચની બનેલી એક કસનળી (ટેસ્ટટ્યૂબ) લો અને તેમાં થોડું પાણી ઉમેરો. કસનળીના મુખ પર એક બૂચ લગાવો.
- આકૃતિ 9.16માં દર્શાવ્યા પ્રમાણે કસનળીને બે દોરીઓની મદદથી સમક્ષિતિજ દિશામાં લટકાવો.
- બર્નરની મદદથી કસનળીને ત્યાં સુધી ગરમ કરો જ્યાં સુધી પાણીનું સંપૂર્ણ બાષ્પીભવન ન થાય અને બૂચ બહાર નીકળી ન જાય.
- આપણે જોઈ શકીએ છીએ કે કસનળી બૂચની ગતિની વિરુદ્ધ દિશામાં પાછળ તરફ ધકેલાય છે.



આકૃતિ 9.16

- બૂચ અને કસનળીના વેગની ભિન્નતાનું પણ અવલોકન કરો.

ઉદાહરણ 9.6 : 20 g દળ ધરાવતી ગોળીને 2 kg દળની પિસ્તોલ દ્વારા 150 m s^{-1}ના વેગથી છોડવામાં આવે છે. પિસ્તોલના પાછળ ધકેલાવાના વેગ (રીકોઈલ વેગ)ની ગણતરી કરો.

ઉકેલ :

ગોળીનું દ્રવ્યમાન m_1 = 20 g (= 0.02 kg)

પિસ્તોલનું દ્રવ્યમાન m_2 = 2 kg

ગોળીનો પ્રારંભિક વેગ u_1 તથા પિસ્તોલનો પ્રારંભિક વેગ (u_2) શૂન્ય છે.

ગોળીનો અંતિમ વેગ v_1 = + 150 m s^{-1} ગોળીની ગતિની દિશા ડાબી બાજુથી જમણી બાજુ તરફ લીધેલ છે. (અનુકૂળતા ખાતર ધન, આકૃતિ 9.17)

ધારો કે પિસ્તોલનો રીકોઈલ વેગ v છે.

ગોળી છૂટ્યા પહેલાં પિસ્તોલ અને ગોળીનું પ્રારંભિક વેગમાન

$= (2 + 0.02)$ kg $\times$ 0 m s^{-1}

$= 0$ kg m s^{-1}

ગોળી છૂટ્યા બાદ પિસ્તોલ અને ગોળીનું અંતિમ વેગમાન

$= 0.02$ kg $\times$ (150 m s^{-1}) + 2 kg $\times$ v m s^{-1}

$= (3 + 2\,v)$ kg m s^{-1}

વેગમાન સંરક્ષણના નિયમ અનુસાર,

ગોળી છૂટ્યા બાદનું કુલ વેગમાન = ગોળી છૂટ્યા પહેલાંનું કુલ વેગમાન

$$3 + 2\,v = 0$$

$$\Rightarrow v = -1.5 \text{ m s}^{-1}$$

અહીં ઋણ ચિહ્ન દર્શાવે છે કે પિસ્તોલ ગોળીની વિરુદ્ધ દિશામાં એટલે કે જમણીથી ડાબી તરફ રીકોઈલ થાય છે.

આકૃતિ 9.17 : પિસ્તોલનું રીકોઈલ થવું

ઉદાહરણ 9.7 : 40 kg દ્રવ્યમાન ધરાવતી એક છોકરી 5 m s^{-1} જેટલા સમક્ષિતિજ વેગથી 3 kg દળ ધરાવતાં સ્થિર ગરગડીવાળા પાટિયા પર કૂદે છે. પાટિયાના પૈડાં ઘર્ષણ-રહિત છે. પાટિયું જ્યારે ગતિ ચાલુ કરે ત્યારે છોકરીનો વેગ કેટલો હશે ? સમક્ષિતિજ દિશામાં કોઈ અસંતુલિત બળ લાગતું નથી તેમ ધારો.

ઉકેલ :

ધારો કે ગરગડીવાળું પાટિયું ગતિ ચાલુ કરે ત્યારે છોકરીનો વેગ v છે.

છોકરી કૂદે તે પહેલાં છોકરી તથા પાટિયાનું વેગમાન

$= 40$ kg $\times$ 5 m s^{-1} + 3 kg $\times$ 0 m s^{-1}

$= 200$ kg m s^{-1}

છોકરીના કૂદ્યા પછીનું કુલ વેગમાન

$= (40 + 3)$ kg $\times$ v m s^{-1}

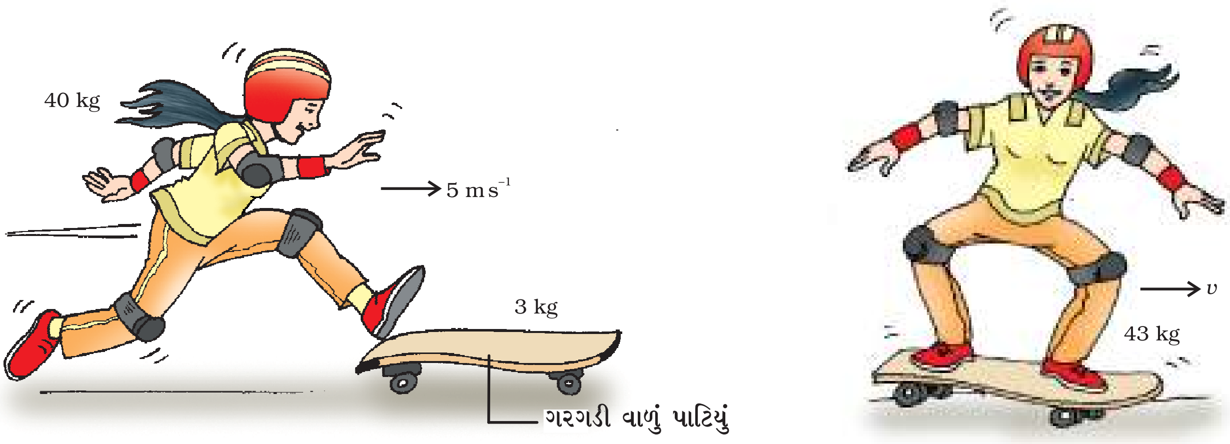
$= 43\,v$ kg m s^{-1}

વેગમાન સંરક્ષણના નિયમ અનુસાર બંને સ્થિતિમાં કુલ વેગમાન અચળ રહે છે. એટલે કે,

$$43\,v = 200$$

$$v = \frac{200}{43} = +\,4.65 \text{ m s}^{-1}$$

આમ, પાટિયા પર રહેલ છોકરી 4.65 m s^{-1}ના વેગથી તેણીએ લગાવેલ છલાંગની દિશામાં ગતિ કરશે. (આકૃતિ 9.18)



આકૃતિ 9.18 : છોકરી ગરગડીવાળા પાટિયાં પર કૂદકો મારે છે

ઉદાહરણ 9.8 : હૉકીની પ્રતિસ્પર્ધી ટીમોના બે ખેલાડીઓ દડાને ફટકારવાના પ્રયાસ વખતે એકબીજા સાથે અથડાઈ જાય છે અને ગૂંથાઈ જાય છે. પહેલા ખેલાડીનું દળ 60 kg છે તથા તે 5.0 m s^{-1} ના વેગથી ગતિમાં છે જ્યારે બીજા ખેલાડીનું દળ 55 kg છે અને તે 6.0 m s^{-1} ના વેગથી પહેલા ખેલાડી સાથે અથડાય છે. અથડાયા પછી તે કઈ દિશામાં કેટલા વેગથી ગતિ કરશે ? બંને ખેલાડીઓના પગ તથા પૃથ્વી વચ્ચે લાગતું ઘર્ષણબળ અવગણ્ય છે.

ઉકેલ :

જો અથડામણ બાદ બંને ખેલાડીઓનો વેગ v હોય, તો અથડામણ બાદ કુલ વેગમાન

$= (m_1 + m_1) \times v$

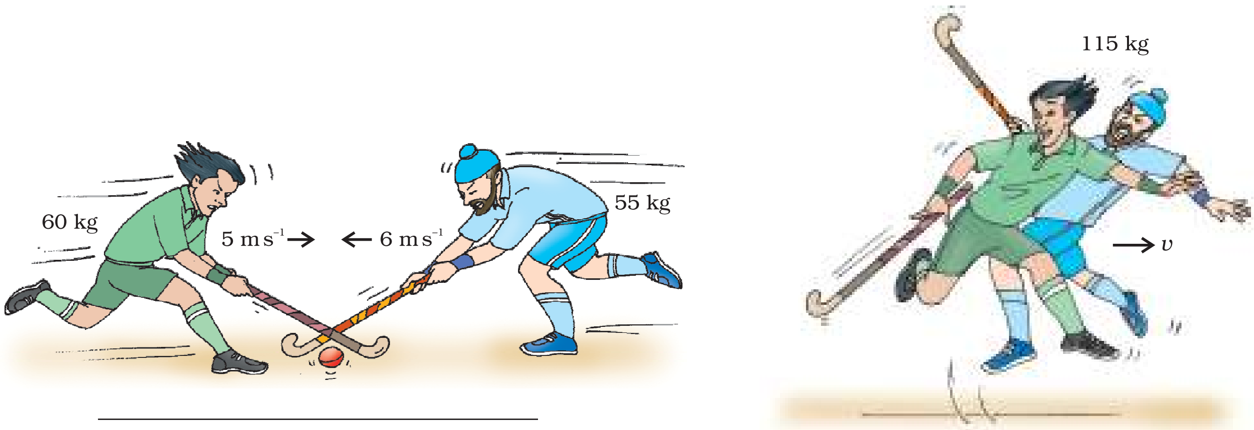
$= (60 + 55)$ kg $\times$ v m s^{-1}

$= 115 \times v$ kg m s^{-1}

વેગમાન સંરક્ષણના નિયમ અનુસાર અથડામણ પહેલાંનું વેગમાન અને અથડામણ પછીનું વેગમાન સમાન હોવાથી તેમને સરખાવતાં

$$v = \frac{-30}{115} = -0.26 \text{ m s}^{-1}$$

આમ, અથડામણ બાદ બંને ખેલાડીઓ જમણીથી ડાબી બાજુ તરફ 0.26 m s^{-1}ના વેગથી ગતિ કરશે.



(a) (b)

આકૃતિ 9.19 : બે હૉકી ખેલાડીઓની ટક્કર (a) ટક્કર પહેલાં (b) ટક્કર બાદ

ધારો કે, પ્રથમ ખેલાડી ડાબી બાજુથી જમણી બાજુ દોડી રહ્યો છે. અનુકૂળતા ખાતર ડાબીથી જમણી બાજુ ગતિની દિશાને ધન અને જમણીથી ડાબી બાજુની દિશાને ઋણ ગણેલ છે. (આકૃતિ 9.18) સંજ્ઞા m અને u બંને ખેલાડીઓના અનુક્રમે દળ અને વેગ દર્શાવે છે. નીચે લખેલ સંખ્યા 1 અને 2 અનુક્રમે પ્રથમ તથા બીજા હૉકી ખેલાડીને દર્શાવે છે. આમ,

$m_1 = 60$ kg, $u_1 = +5$ m s^{-1} તથા

$m_2 = 55$ kg, $u_2 = -6$ m s^{-1}

અથડામણ પહેલાં બંને ખેલાડીઓનું કુલ વેગમાન

$= 60 \text{ kg} \times (+5 \text{ m s}^{-1}) + 55 \text{ kg} \times (-6 \text{ m s}^{-1})$

$= -30$ kg m s^{-1}

પ્રશ્નો :

1. જો ક્રિયાબળ અને પ્રતિક્રિયાબળ હંમેશાં સમાન હોય, તો સમજાવો કે ઘોડો ગાડીને કેવી રીતે ખેંચી શકે છે ?
2. એક ફાયરબ્રિગેડના કર્મચારીને તીવ્ર વેગથી મોટી માત્રામાં પાણી બહાર ફેંકતી નળીને પકડવામાં તકલીફ કેમ પડે છે ? સમજાવો.
3. એક 50 g દ્રવ્યમાનની ગોળી 4 kg દ્રવ્યમાનની રાઈફલમાંથી 35 m s^{-1} વેગથી છોડવામાં આવે છે. રાઈફલનો પ્રારંભિક રીકોઈલ વેગ ગણો.

4. 100 g અને 200 g દળની બે વસ્તુઓ એક જ રેખા પર એક જ દિશામાં અનુક્રમે 2 m s^{-1} તથા 1 m s^{-1}ના વેગથી ગતિ કરે છે. બંને વસ્તુઓ અથડાય છે અને અથડામણ બાદ પ્રથમ વસ્તુનો વેગ 1.67 m s^{-1} થતો હોય, તો બીજી વસ્તુનો વેગ નક્કી કરો.

સંરક્ષણના નિયમો (Conservation Laws)

સંરક્ષણના બધા જ નિયમો જેમકે - વેગમાન, ઊર્જા, કોણીય વેગમાન, વીજભાર વગેરેના સંરક્ષણને ભૌતિકવિજ્ઞાનમાં મૂળભૂત નિયમો તરીકે લેવામાં આવે છે. આ બધા જ સંરક્ષણના નિયમો અવલોકનો અને પ્રયોગો પર આધારિત છે. અહીં એ યાદ રાખવું જરૂરી છે કે સંરક્ષણના નિયમો સાબિત કરી શકાતા નથી. તેમને પ્રયોગો દ્વારા જ ચકાસી શકાય કે ખોટા સાબિત કરી શકાય છે. કોઈ પણ સંરક્ષણના નિયમને અનુરૂપ પ્રયોગનું પરિણામ તે નિયમની ચકાસણી જ કરે છે; તે સાબિત નથી કરતું. આનાથી વિપરીત જો કોઈ પ્રયોગનું પરિણામ સંરક્ષણના નિયમની વિરુદ્ધ હોય, તો તે સંરક્ષણના નિયમને ખંડિત કરવા માટે પર્યાપ્ત છે.

વેગમાન સંરક્ષણનો નિયમ ખૂબ જ મોટી સંખ્યાનાં અવલોકનો તેમજ પ્રયોગો દ્વારા મેળવવામાં આવેલ છે. આ નિયમ લગભગ ત્રણ શતાબ્દી પૂર્વે શોધાયેલ હતો. રસપ્રદ અને નોંધનીય છે કે આ નિયમનું ખંડન કરતી એક પણ પરિસ્થિતિ હજુ સુધી જોવા મળેલ નથી. જુદા-જુદા રોજિંદા અનુભવોને વેગમાન સંરક્ષણના નિયમ પરથી સમજાવી શકાય છે.

તમે શું શીખ્યાં
What You Have Learnt

- ગતિનો પ્રથમ નિયમ : વસ્તુ પોતાની સ્થિર અવસ્થા કે સુરેખ પથ પર અચળ વેગથી ગતિની અવસ્થા ત્યાં સુધી જાળવી રાખે છે જ્યાં સુધી તેની પર અસંતુલિત બળ ન લાગે.
- વસ્તુઓ દ્વારા પોતાની સ્થિર કે અચળવેગી ગતિની અવસ્થામાં થતા ફેરફારનો વિરોધ કરવાના ગુણધર્મને જડત્વ કહે છે.
- કોઈ વસ્તુનું દળ તેના જડત્વનું માપ દર્શાવે છે. તેનો SI એકમ કિલોગ્રામ (kg) છે
- ઘર્ષણબળ હંમેશાં વસ્તુની ગતિનો વિરોધ કરે છે.
- ગતિનો બીજો નિયમ : કોઈ વસ્તુના વેગમાનમાં થતા ફેરફારનો દર તેની પર લગાડેલ અસંતુલિત બળ જેટલો હોય છે અને તે બળની દિશામાં જ હોય છે.
- બળનો SI એકમ kg m s^{-2} છે. જેને ન્યૂટન તરીકે પણ ઓળખવામાં આવે છે અને તેની સંજ્ઞા N છે. 1 ન્યૂટન જેટલું બળ 1 kg દ્રવ્યમાન ધરાવતા પદાર્થમાં 1 m s^{-2} જેટલો પ્રવેગ ઉત્પન્ન કરે છે.
- વસ્તુના દળ અને વેગના ગુણાકારને તેનું વેગમાન કહે છે અને તે વેગની દિશામાં જ હોય છે. તેનો SI એકમ kg m s^{-1} છે.
- ગતિનો ત્રીજો નિયમ : ક્રિયાબળ અને પ્રતિક્રિયા બળ સમાન મૂલ્યનાં અને પરસ્પર વિરુદ્ધ દિશામાં હોય છે અને તે બંને બળો અલગ-અલગ વસ્તુઓ પર લાગે છે.
- અલગ કરેલા તંત્ર (જ્યાં બાહ્ય બળ ન લાગે તેવા તંત્ર)નું કુલ વેગમાન અચળ રહે છે.

સ્વાધ્યાય (Exercises)

1. કોઈ વસ્તુ શૂન્ય અસંતુલિત બાહ્યબળ અનુભવે છે. શું તે વસ્તુ માટે અશૂન્ય વેગથી ગતિ કરવી શક્ય છે ? જો હા તો વસ્તુના વેગનું મૂલ્ય અને દિશા માટે જરૂરી શરતોનો ઉલ્લેખ કરો. જો ના, તો કારણ સ્પષ્ટ કરો.
2. જ્યારે કાર્પેટ (જાજમ)ને લાકડી વડે ફટકારવામાં આવે છે ત્યારે તેમાંથી ધૂળ બહાર આવે છે - સમજાવો.
3. બસની છત પર મૂકેલ સામાનને દોરડા વડે કેમ બાંધવામાં આવે છે ?
4. કોઈ બૅટ્સમૅન દ્વારા ક્રિકેટના બૉલને ફટકારાતાં તે જમીન પર ગબડે છે અને અમુક અંતર કાપીને સ્થિર થાય છે. દડો ધીમો પડી અને અટકે છે. કારણ કે,
   (a) બૅટ્સમૅન દ્વારા ક્રિકેટના બૉલને પૂરતા પ્રયત્નથી ફટકાર્યો નથી.
   (b) વેગ બૉલ પર લગાડેલ બળના સમપ્રમાણમાં છે.
   (c) બૉલની ગતિની વિરુદ્ધ દિશામાં એક બળ લાગી રહ્યું છે.
   (d) બૉલ પર કોઈ અસંતુલિત બળ કાર્યરત નથી તેથી બૉલ સ્થિર થવાનો પ્રયત્ન કરે છે. (સાચો વિકલ્પ પસંદ કરો.)
5. સ્થિર અવસ્થામાં રહેલી એક ટ્રક કોઈ ટેકરી પરથી નીચે તરફ અચળ પ્રવેગથી ગતિની શરૂઆત કરે છે. તે 20 sમાં 400 m અંતર કાપે છે. તેનો પ્રવેગ શોધો. જો તેનું દળ 7 ટન હોય, તો તેના પર લાગતું બળ શોધો. (1 ટન = 1000 kg)
6. 1 kg દ્રવ્યમાન ધરાવતા એક પથ્થરને 20 m s^{-1} ના વેગથી તળાવની થીજી ગયેલ પાણીની સપાટી પર સપાટીને સમાંતર ફેંકવામાં આવે છે. પથ્થર 50 m અંતર કાપ્યા બાદ અટકી જાય છે. પથ્થર અને બરફ વચ્ચે લાગતું ઘર્ષણબળ કેટલું હશે ?
7. 8000 kg દ્રવ્યમાન ધરાવતું રેલવે એન્જિન 2000 kg દ્રવ્યમાન ધરાવતા તેના પાંચ ડબાઓને પાટા પર સમક્ષિતિજ દિશામાં ખેંચે છે. જો એન્જિન 40,000 N બળ લગાડતું હોય તથા પાટા દ્વારા 5000 N ઘર્ષણબળ લાગતું હોય તો,
   (a) ચોખ્ખું પ્રવેગી બળ
   (b) ટ્રેનનો પ્રવેગ
   (c) ડબા 1 દ્વારા ડબા 2 પર લાગતું બળ શોધો.
8. એક ગાડીનું દળ 1500 kg છે. જો ગાડી 1.7 m s^{-2} ના પ્રતિપ્રવેગ (ઋણ પ્રવેગ)થી સ્થિર થતી હોય તો ગાડી તથા રસ્તા વચ્ચે લાગતું બળ કેટલું હશે ?
9. કોઈ m દળની વસ્તુ જેનો વેગ v છે. તેનું વેગમાન કેટલું હશે ?
   (a) $(mv)^2$ (b) mv^2 (c) $\frac{1}{2}mv^2$ (d) mv
   (સાચો વિકલ્પ પસંદ કરો.)
10. જો આપણે લાકડાની એક પેટીને 200 N જેટલું સમક્ષિતિજ બળ લગાડીને અચળ વેગથી લાદી પર ધકેલીએ તો પેટી પર લાગતું ઘર્ષણબળ કેટલું હશે ?
11. 1.5 kg જેટલું સમાન દળ ધરાવતી બે વસ્તુઓ સુરેખ પથ પર એકબીજાની વિરુદ્ધ દિશામાં

બંને વસ્તુઓ એકબીજા સાથે જોડાઈ જતી હોય, તો તેમનો સંયુક્ત વેગ કેટલો હશે ?

12. ગતિના ત્રીજા નિયમ અનુસાર જ્યારે આપણે કોઈ વસ્તુને ધક્કો મારીએ ત્યારે તે વસ્તુ તેટલાં જ બળથી આપણને વિરુદ્ધ દિશામાં ધક્કો મારતી હોય છે. જો આ વસ્તુ રસ્તાના છેડે ઊભેલ ટ્રક હોય તો આપણા દ્વારા લગાડેલ બળથી તે ગતિમાં આવતી નથી. એક વિદ્યાર્થી આ ઘટનાને સમજાવતાં કહે છે કે બે બળો સમાન અને પરસ્પર વિરુદ્ધ દિશામાં છે જે એકબીજાની અસરો નાબૂદ કરે છે. આ તર્ક પર તમારાં સૂચન આપો અને બતાવો કે ટ્રક ગતિમાં કેમ નથી આવતી ?

13. $10\ m\ s^{-1}$ ના વેગથી ગતિ કરતા 200 g દળના હૉકીના બૉલને હૉકીસ્ટિક વડે ફટકારતાં તે મૂળ ગતિની વિરુદ્ધ દિશામાં $5\ m\ s^{-1}$ના વેગથી પાછો ફરે છે. આ ગતિ દરમિયાન હૉકી સ્ટિક વડે લાગતા બળથી હૉકીના બૉલના વેગમાનમાં થતો ફેરફાર ગણો.

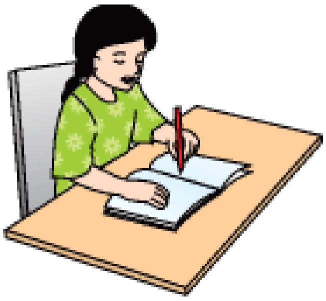
14. 10 g દળ ધરાવતી એક ગોળી સમક્ષિતિજ દિશામાં $150\ m\ s^{-1}$ ના વેગથી ગતિ કરી લાકડાના એક બ્લૉક સાથે અથડાઈ તેમાં ઘૂસીને 0.03 sમાં સ્થિર થાય છે. ગોળીએ બ્લૉકમાં ઘૂસ્યા બાદ કેટલું અંતર કાપ્યું હશે ? લાકડાના બ્લૉક દ્વારા ગોળી પર લાગતા બળના મૂલ્યની પણ ગણતરી કરો.

15. 1 kg દળ ધરાવતી વસ્તુ $10\ m\ s^{-1}$ ના વેગથી સુરેખ પથ પર ગતિ કરી સ્થિર રહેલા 5 kg દળના લાકડાંના બ્લૉકને અથડાય છે. અથડામણ બાદ બંને સાથે-સાથે તે જ દિશામાં ગતિ કરે છે, તો અથડામણ પહેલાં અને પછીનું કુલ વેગમાન ગણો તથા બંનેનો સંયુક્ત વેગ પણ ગણો.

16. અચળ પ્રવેગથી ગતિ કરતી 100 kg દળની એક વસ્તુનો વેગ 6 sમાં $5\ m\ s^{-1}$ થી $8\ m\ s^{-1}$ થઈ જાય છે. વસ્તુના પ્રારંભિક અને અંતિમ વેગમાનોની ગણતરી કરો. વસ્તુ પર લાગતાં બળની પણ ગણતરી કરો.

17. અખ્તર, કિરણ અને રાહુલ કોઈ એક્સપ્રેસ હાઇવે પર તીવ્ર વેગથી ગતિ કરતી કારમાં બેઠેલા છે. અચાનક એક કીટક (Insect) ગાડીની સામેના કાચ પર અથડાય છે અને ચોંટી જાય છે. અખ્તર અને કિરણ આ સ્થિતિ પર વિચાર કરે છે. કિરણ એવું કહે છે કે, કીટક ના વેગમાનમાં થતા ફેરફારનું મૂલ્ય કારના વેગમાનમાં થતા ફેરફારના મૂલ્યની સાપેક્ષમાં ખૂબ જ વધારે છે. (કારણ કે કીટક ના વેગમાં થતા ફેરફારનું મૂલ્ય કારના વેગમાં થતાં ફેરફારના મૂલ્ય કરતાં ખૂબ જ વધારે છે.) અખ્તર એમ કહે છે કે કારનો વેગ પ્રચંડ હોવાથી કાર દ્વારા કીટક પર ખૂબ જ મોટું બળ લાગે છે જેના પરિણામે કીટક મૃત્યુ પામે છે. રાહુલે એક નવો વિચાર આપતાં કહ્યું કે કાર તથા કીટક બંને પર સમાન બળ લાગ્યું તથા તેમના વેગમાનમાં સમાન ફેરફાર થયો.
- આ વિચારો પર તમારી પ્રતિક્રિયા જણાવો.

18. 10 kg દ્રવ્યમાન ધરાવતી એક ડંબેલ (dumb-bell) 80 cm ઊંચાઈએથી જમીન પર પડે તો તે જમીન કેટલું વેગમાન આપશે ? તેનો અધોદિશામાં પ્રવેગ $10\ m\ s^{-2}$ લો.



વધારાનો સ્વાધ્યાય (Additional Exercises)

A1. નીચેના કોષ્ટકમાં એક વસ્તુની ગતિ માટે સમય અને અંતરનાં મૂલ્યો દર્શાવ્યાં છે :

સમય સેકન્ડમાં	અંતર મીટરમાં
0	0
1	1
2	8
3	27
4	64
5	125
6	216
7	343

(a) તેના પ્રવેગ વિશે તમે શું અનુમાન કરશો ? શું તે અચળ છે, વધે છે, ઘટે છે કે શૂન્ય છે ?

(b) વસ્તુ પર લાગતાં બળ વિશે તમે શું અનુમાન કરશો ?

A2. બે વ્યક્તિઓ 1200 kg દળ ધરાવતી કારને સુરેખ રસ્તા પર અચળ વેગથી ધકેલી રહ્યા છે. જો આ જ કારને ત્રણ વ્યક્તિઓ ધકેલતા હોય, તો 0.2 $m\ s^{-2}$ નો પ્રવેગ ઉત્પન્ન થાય છે. દરેક વ્યક્તિ કેટલા બળથી કારને ધકેલતા હશે ? (દરેક વ્યક્તિ એક સરખી સ્નાયુમય તાકાત (muscular effort)થી કારને ધકેલે છે તેમ ધારો.)

A3. 500 g દળ ધરાવતી હથોડી 50 $m\ s^{-1}$ ના વેગથી એક ખીલીને અથડાય છે. ખીલી 0.01 sના ટૂંકા સમયગાળામાં હથોડીને અટકાવી દેતી હોય તો હથોડી પર ખીલી દ્વારા લાગતું બળ કેટલું હોય ?

A4. 1200 kg દળની એક કાર સુરેખ પથ પર 90 $\frac{km}{h}$ ના વેગથી ગતિ કરી રહી છે. બાહ્ય અસંતુલિત બળ દ્વારા તેનો વેગ 4 sમાં ઘટીને 18 $\frac{km}{h}$ જેટલો થાય છે, તો પ્રવેગ તથા વેગમાનમાં થતો ફેરફાર ગણો તથા જરૂરી બળનું મૂલ્ય પણ ગણો.

પ્રકરણ 10

ગુરુત્વાકર્ષણ (Gravitation)

પ્રકરણ 8 અને 9માં આપણે પદાર્થોની ગતિ તથા ગતિ માટે જવાબદાર બળનો અભ્યાસ કર્યો. આપણે શીખ્યાં કે પદાર્થની ઝડપ કે ગતિની દિશા બદલવા માટે બળ જરૂરી છે. આપણે હંમેશાં જોઈએ છીએ કે કોઈ પદાર્થને ઊંચાઈ પરથી પડવા દેવામાં આવે ત્યારે તે પૃથ્વી તરફ ગતિ કરે છે. આપણે જાણીએ છીએ કે બધા જ ગ્રહો સૂર્યની આસપાસ પરિક્રમા કરે છે. ચંદ્ર પૃથ્વીની આસપાસ પરિક્રમા કરે છે. આ દરેક પરિસ્થિતિઓમાં પદાર્થો પર, ગ્રહો પર તથા ચંદ્ર પર કોઈ બળ ચોક્કસ લાગતું હોવું જોઈએ. આઈઝેક ન્યૂટન એ હકીકત સમજી ગયા હતાં કે આ બધાં જ માટે એક જ બળ જવાબદાર છે. આ બળને ગુરુત્વાકર્ષણ બળ કહે છે.

આ પ્રકરણમાં આપણે ગુરુત્વાકર્ષણ તથા ગુરુત્વાકર્ષણના સાર્વત્રિક નિયમનો અભ્યાસ કરીશું. આપણે પૃથ્વી પર ગુરુત્વાકર્ષણ બળની અસર હેઠળ પદાર્થોની ગતિની ચર્ચા કરીશું. આપણે અભ્યાસ કરીશું કે કોઈ પદાર્થનું વજન એક સ્થાનથી બીજા સ્થાન પર કેવી રીતે બદલાય છે. આપણે પ્રવાહીઓમાં પદાર્થોને તરવા માટેની શરતોની પણ ચર્ચા કરીશું.

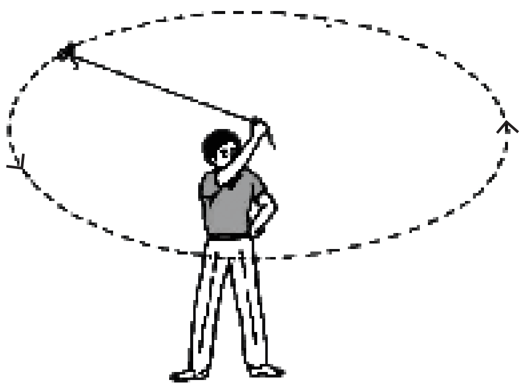
10.1 ગુરુત્વાકર્ષણ (Gravitation)

આપણે જાણીએ છીએ કે ચંદ્ર પૃથ્વીની આસપાસ પરિક્રમણ કરે છે. જ્યારે કોઈ પદાર્થને ઊર્ધ્વદિશામાં ફેંકવામાં આવે ત્યારે તે અમુક ઊંચાઈ સુધી પહોંચ્યા બાદ ફરી નીચે તરફ પડવા લાગે છે. એવું કહેવાય છે કે ન્યૂટન જ્યારે ઝાડ નીચે બેઠા હતા ત્યારે એક સફરજન તેમના પર પડ્યું. સફરજનના નીચે તરફ પડવાની ઘટનાએ ન્યૂટનને વિચારવા માટે પ્રેરિત કર્યા. તેમણે વિચાર્યુ કે જો પૃથ્વી સફરજનને પોતાની તરફ આકર્ષી શકે છે તો શું ચંદ્રમાને આકર્ષિત નહિ કરતી હોય ? શું બંને પરિસ્થિતિઓમાં એક જ બળ લાગે છે ? તેમણે અનુમાન લગાવ્યું કે બંને અવસ્થાઓ માટે એક જ પ્રકારનું બળ જવાબદાર છે. તેમણે તર્ક આપ્યો કે પોતાની કક્ષાના દરેક બિંદુ પાસે ચંદ્રમા કોઈ સુરેખ પથ પર ગતિ કરવાને બદલે પૃથ્વી તરફ પડતો રહે છે. એટલે કે તે પૃથ્વી દ્વારા ચોક્કસપણે આકર્ષિત થાય છે; પરંતુ વાસ્તવમાં આપણે ચંદ્રમાને પૃથ્વી પર પડતો જોતાં નથી.

ચંદ્રમાની ગતિને સમજવા માટે પ્રવૃત્તિ 8.11 પર ફરીથી વિચાર કરીએ.

પ્રવૃત્તિ ______ 10.1

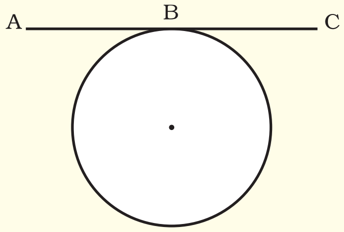
- દોરીનો એક ટુકડો લો.
- તેના એક છેડા પર એક નાનો પથ્થર બાંધો. દોરીના બીજા છેડાને પકડીને પથ્થરને વર્તુળાકાર માર્ગે આકૃતિ 10.1માં દર્શાવ્યા પ્રમાણે ઘુમાવો.
- પથ્થરની ગતિની દિશા જુઓ.
- હવે દોરીને છોડી દો.
- ફરીથી પથ્થરની ગતિની દિશા જુઓ.



આકૃતિ 10.1 : પથ્થર દ્વારા અચળ ઝડપે વર્તુળાકાર પથ પર થતી ગતિ

દોરીને છોડતાં પહેલાં પથ્થર એક નિશ્ચિત ઝડપથી વર્તુળાકાર માર્ગે ગતિ કરે છે અને દરેક બિંદુ પાસે તેની દિશા બદલાય છે. દિશામાં થતા ફેરફારમાં વેગનો ફેરફાર અથવા પ્રવેગ સંકળાયેલ છે. જે બળને લીધે આ પ્રવેગ ઉદ્ભવે છે તથા જે પદાર્થને વર્તુળાકાર પથ પર ગતિશીલ રાખે છે તે બળ કેન્દ્ર તરફ લાગે છે. આ બળને કેન્દ્રગામી બળ કહે છે (અર્થાત્ કેન્દ્ર તરફ).

આ બળની ગેરહાજરીમાં પથ્થર સુરેખ પથ પર ગતિ કરે છે. આ સુરેખ પથ વર્તુળાકાર રેખા પરની સ્પર્શક રેખા હોય છે.

> **વધારે જાણવા જેવું**
>
> **વર્તુળ પર સ્પર્શક રેખા**
>
> 
>
>
> કોઈ સુરેખા જે વર્તુળના માત્ર એક જ બિંદુને છેદે છે તેને વર્તુળનો સ્પર્શક (સ્પર્શરેખા) કહે છે. સુરેખા ABC વર્તુળના B બિંદુ પર સ્પર્શરેખા છે.

ચંદ્રમાની પૃથ્વીની આસપાસ ગતિ કેન્દ્રગામી બળને કારણે છે. આ કેન્દ્રગામી બળ પૃથ્વીના આકર્ષણ બળ દ્વારા પૂરું પડે છે. જો આવું કોઈ બળ ન હોત, તો ચંદ્ર સુરેખ પથ પર ગતિ કરતો હોત.

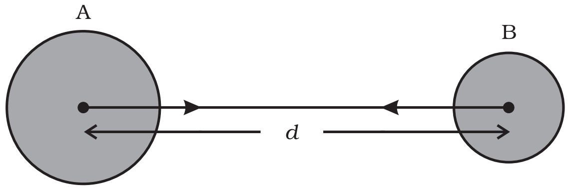
આપણે જોઈએ છીએ કે સફરજન પૃથ્વી તરફ આકર્ષાય છે. શું સફરજન પણ પૃથ્વીને પોતાની તરફ આકર્ષે છે ? જો તેમ હોય તો આપણે પૃથ્વીને સફરજનની તરફ ગતિ કરતી કેમ જોઈ શકતાં નથી ?

ગતિના ત્રીજા નિયમ અનુસાર સફરજન પણ પૃથ્વીને આકર્ષે છે; પરંતુ ગતિના બીજા નિયમ અનુસાર આપેલ બળ માટે પદાર્થમાં ઉદ્‌ભવતો પ્રવેગ તેના દળના વ્યસ્તપ્રમાણમાં હોય છે. (સમીકરણ 9.4). પૃથ્વીની સાપેક્ષમાં સફરજનનું દળ અવગણ્ય છે. તેથી આપણે પૃથ્વીને સફરજન તરફ ગતિ કરતી જોઈ શકતાં નથી. આ જ તર્કના આધાર પર આપણે જાણી શકીએ છીએ કે કેમ પૃથ્વી ચંદ્ર તરફ ગતિ કરતી નથી.

આપણા સૌર પરિવારમાં બધા જ ગ્રહો સૂર્યની આસપાસ પરિભ્રમણ કરે છે. આગળ જણાવેલ તર્ક અનુસાર આપણે કહી શકીએ કે સૂર્ય તથા ગ્રહો વચ્ચે એક બળ અસ્તિત્વ ધરાવે છે. ઉપર્યુક્ત તથ્યોના આધારે ન્યૂટન એ તારણ પર આવ્યા કે ફક્ત પૃથ્વી જ સફરજન કે ચંદ્રને આકર્ષિત કરતી નથી; પરંતુ વિશ્વના બધા જ પદાર્થો એકબીજાને આકર્ષે છે. પદાર્થો વચ્ચેના આ આકર્ષણબળને ગુરુત્વાકર્ષણ બળ કહે છે.

10.1.1 ગુરુત્વાકર્ષણનો સાર્વત્રિક નિયમ (Universal law of gravitation)

વિશ્વનો પ્રત્યેક પદાર્થ બીજા દરેક પદાર્થ પર આકર્ષણબળ લગાડે છે, જે બંને પદાર્થોના દ્રવ્યમાનો (દળો)ના ગુણાકારના સમપ્રમાણમાં તથા તેમની વચ્ચેના અંતરના વર્ગના વ્યસ્ત પ્રમાણમાં હોય છે. આ બળ બંને પદાર્થોના કેન્દ્રને જોડતી રેખાની દિશામાં હોય છે.



$$F = G\frac{Mm}{d^2}$$

આકૃતિ 10.2 : કોઈ બે પદાર્થો વચ્ચે લાગતું ગુરુત્વાકર્ષણબળ તેમનાં કેન્દ્રોને જોડતી રેખાની દિશામાં લાગે છે

ધારો કે, બે પદાર્થો A અને Bનાં દળ અનુક્રમે M અને m તથા તેમની વચ્ચેનું અંતર d છે. (આકૃતિ 10.2). ધારો કે, બંને પદાર્થો વચ્ચે લાગતું આકર્ષણ બળ F છે. ગુરુત્વાકર્ષણના સાર્વત્રિક નિયમ અનુસાર બે પદાર્થો વચ્ચે લાગતું બળ તેમના દળના ગુણાકારના સમપ્રમાણમાં હોય છે. એટલે કે,

$$F \propto M \times m \tag{10.1}$$

અને આ બળ બંને પદાર્થો વચ્ચેના અંતરના વર્ગના વ્યસ્ત પ્રમાણમાં હોય છે. એટલે કે,

$$F \propto \frac{1}{d^2} \tag{10.2}$$

સમીકરણ (10.1) અને (10.2)નો સમન્વય કરતાં,

$$F \propto \frac{M \times m}{d^2} \tag{10.3}$$

અથવા
$$F = G\frac{M \times m}{d^2} \tag{10.4}$$

જ્યાં G સપ્રમાણતાનો અચળાંક છે અને તેને ગુરુત્વાકર્ષણનો સાર્વત્રિક અચળાંક કહે છે.

સમીકરણ (10.4)માં ચોકડી ગુણાકાર કરતાં,

$$F \times d^2 = GM \times m$$

આઈઝેક ન્યૂટનનો જન્મ ઈંગ્લૅન્ડમાં ગ્રેન્થામની નજીક વૂલ્સથોર્પમાં થયો હતો, વિજ્ઞાનના ઇતિહાસમાં તે સૌથી વધારે મૌલિક તથા પ્રભાવશાળી સિદ્ધાંતવાદી તરીકે ઓળખાય છે. તેઓનો જન્મ એક નિર્ધન ખેડૂત પરિવારમાં થયો હતો; પરંતુ તે ખેતીના કામમાં કુશળ ન હતાં. ઈ.સ. 1661માં અભ્યાસ માટે તેમને કેમ્બ્રિજ યુનિર્વસિટીમાં મોકલવામાં આવ્યા. ઈ.સ. 1665માં કેમ્બ્રિજમાં પ્લેગ ફેલાવાના કારણે ન્યૂટનને એક વર્ષની રજા મળી ગઈ. એવું કહેવાય છે કે, આ વર્ષમાં જ તેમની પર સફરજનના પડવાની ઘટના બની હતી. આ ઘટનાએ ન્યૂટનને, ચંદ્રને તેની કક્ષામાં જકડી રાખતા બળ તથા ગુરુત્વ બળ વચ્ચેના સંબંધની સંભાવના વિચારવા માટે પ્રેરિત કર્યા. આ પરથી તેમણે ગુરુત્વાકર્ષણના સાર્વત્રિક નિયમની શોધ કરી. વિશિષ્ટ બાબત એ છે કે, તેમના પહેલાં પણ ઘણાં બધાં મહાન વૈજ્ઞાનિકો ગુરુત્વ વિશે જાણતાં હતાં પરંતુ તેના મહત્ત્વને સ્પષ્ટપણે જાણવામાં અસફળ રહ્યા.

આઈઝેક ન્યૂટન
(1642 – 1727)

ન્યૂટને ગતિના સુપ્રસિદ્ધ નિયમો પ્રસ્થાપિત કર્યા. તેમણે પ્રકાશ તથા રંગોના સિદ્ધાંતો પર પણ કાર્ય કર્યું. તેમણે અવકાશીય અવલોકન માટે ખગોળ શાસ્ત્રીય (એસ્ટ્રોનોમિકલ) ટેલિસ્કૉપની રચના કરી. ન્યૂટન એક મહાન ગણિતજ્ઞ પણ હતા. તેમણે ગણિતની એક નવી શાખાની શોધ કરી જેને કલનશાસ્ત્ર (Calculus) કહે છે. આનો ઉપયોગ તેમણે એ બાબત સાબિત કરવા માટે કર્યો કે કોઈ સમાન ઘનતાવાળા ગોળાની બહાર રહેલી વસ્તુઓ માટે ગોળાની વર્તણૂક એવી હોય છે કે જાણે સંપૂર્ણ દ્રવ્યમાન તેના કેન્દ્ર પર સ્થિર હોય. ન્યૂટને પોતાના ગતિના ત્રણ નિયમો તથા ગુરુત્વાકર્ષણના સાર્વત્રિક નિયમની મદદથી ભૌતિકવિજ્ઞાનનું સ્વરૂપ બદલી નાખ્યું. સત્તરમી સદીની મુખ્ય વૈજ્ઞાનિક ક્રાંતિના રૂપમાં ન્યૂટને કૉપરનિક્સ (Copernicus), કેપ્લર (Kepler), ગેલીલિયો તથા અન્યના યોગદાનને પોતાનાં કાર્યો સાથે એક નવા જ શક્તિશાળી સંશ્લેષણના રૂપમાં ભેગા કર્યા.

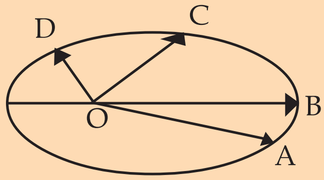
આ એક નોંધનીય બાબત છે કે તે સમયમાં ગુરુત્વીય સિદ્ધાંતોની ચકાસણી થઈ નહતી તે છતાં તેમની સત્યતા વિશે કોઈ સંશય નહતો. એનું કારણ એ હતું કે ન્યૂટનના સિદ્ધાંતો ચોક્કસ વૈજ્ઞાનિક તર્કો પર આધારિત હતા તથા તેની ગણિત દ્વારા સાબિતી પણ આપેલ હતી. જેના દ્વારા આ સિદ્ધાંત સરળ અને રસપ્રદ (Elegant) બની ગયો. આ વિશેષતાઓ આજે પણ કોઈ સારા વૈજ્ઞાનિક સિદ્ધાંત માટે આવશ્યક છે.

ન્યૂટને વ્યસ્ત વર્ગના નિયમનું અનુમાન કેવી રીતે કર્યું ?

ગ્રહોની ગતિના અભ્યાસમાં સદાય આપણો ઊંડો રસ રહ્યો છે. સોળમી સદીના અંત સુધીમાં ઘણા ખગોળશાસ્ત્રીઓએ ગ્રહોની ગતિ સાથે સંબંધિત માહિતી એકત્ર કરી લીધેલ હતી. જહૉન કેપ્લરે, આ માહિતી પરથી ત્રણ નિયમ તારવ્યા, જેને કેપ્લરના નિયમો કહે છે. આ નિયમો નીચે પ્રમાણે છે :

1. બધા ગ્રહો એવી લંબવૃત્તીય કક્ષાઓમાં ભ્રમણ કરે છે કે જેના એક કેન્દ્ર પર સૂર્ય હોય. જે નીચેની આકૃતિમાં દર્શાવેલ છે. આ આકૃતિમાં સૂર્યની સ્થિતિ O વડે દર્શાવેલ છે.
2. સૂર્ય અને ગ્રહને જોડતી રેખાઓ દ્વારા સમાન સમયગાળામાં આંતરેલ ક્ષેત્રફળ સમાન હોય છે. આમ, જો A થી B સુધી ગતિ માટે લાગતો સમય, C થી D સુધી ગતિ કરવા માટે લાગતા સમય જેટલો હોય તો ક્ષેત્રફળ OAB તથા ક્ષેત્રફળ OCD સમાન હોય.
3. સૂર્યથી કોઈ ગ્રહના સરેરાશ અંતર (r)નો ઘન (r^3) ગ્રહના સૂર્યની આસપાસના પરિભ્રમણના આવર્તકાળ (T)ના વર્ગને સમપ્રમાણમાં હોય છે અથવા r^3/T^2 = અચળ.

અહીં નોંધવું જરૂરી છે કે ગ્રહોની ગતિ સમજાવવા માટે કેપ્લર કોઈ સિદ્ધાંત રજૂ કરી શક્યા નહિ. ન્યૂટને જ દર્શાવ્યું કે ગ્રહોની ગતિ માટે ગુરુત્વાકર્ષણ બળ જ જવાબદાર છે કે જે સૂર્ય દ્વારા તેમની પર લાગી રહ્યું છે. ન્યૂટને કેપ્લરના ત્રીજા નિયમનો ઉપયોગ ગુરુત્વાકર્ષણ બળનું મૂલ્ય ગણવા માટે કર્યો. પૃથ્વીનું ગુરુત્વાકર્ષણ બળ અંતર સાથે ઘટતું જાય છે. એક સરળ તર્ક આ પ્રમાણે છે. આપણે એવી કલ્પના કરી શકીએ કે ગ્રહોની કક્ષાઓ વર્તુળાકાર છે. ધારો કે કક્ષીય વેગ v તથા ગ્રહની કક્ષાની ત્રિજ્યા r છે. પરિભ્રમણ કરતાં ગ્રહ પર લાગતું બળ $F \propto \frac{v^2}{r}$.



જો પરિભ્રમણનો આવર્તકાળ T હોય, તો $v = \frac{2\pi r}{T}$,

એટલે કે $v^2 \propto \frac{r^2}{T^2}$

આ સંબંધને આ પ્રમાણે પણ લખી શકાય છે.

$v^2 \propto \left(\frac{1}{r}\right) \times \left(\frac{r^3}{T^2}\right)$. કારણ કે $\frac{r^3}{T^2}$ કેપ્લરના ત્રીજા નિયમ અનુસાર અચળ છે. તેથી $v^2 \propto \left(\frac{1}{r}\right)$ જેને $F \propto \frac{v^2}{r}$ સાથે સંયોજિત કરતાં, $F \propto \frac{1}{r^2}$.

અથવા $G = \frac{Fd^2}{M \times m}$ (10.5)

સમીકરણ (10.5) માં બળ, અંતર તથા દળના એકમો મૂકતાં આપણને G નો SI એકમ N m^2 kg^{-2} મળે છે.

હેનરી કેવેન્ડિશે (Henry Cavendish) (1731-1810) સંવેદનશીલ તુલાની મદદથી G નું મૂલ્ય શોધ્યું હતું. G નું હાલમાં સર્વસ્વીકૃત મૂલ્ય 6.673×10^{-11} N m^2 kg^{-2} છે.

આપણે જાણીએ છીએ કે, કોઈ પણ બે પદાર્થો વચ્ચે આકર્ષણ બળ અસ્તિત્વ ધરાવે છે. તમે તમારી તથા તમારી નજીક બેઠેલા તમારા મિત્ર વચ્ચે લાગતાં આ બળની ગણતરી કરો. આ પરથી નિષ્કર્ષ તારવો કે તમે આ બળનો અનુભવ કેમ કરતાં નથી.

વધારે જાણવા જેવું

આ નિયમ સાર્વત્રિક એ રીતે છે કે તે દરેક પદાર્થો પર લાગુ પડે છે, પછી તે પદાર્થ નાનો હોય કે મોટો, ખગોળીય હોય કે પાર્થિવ.

વર્ગનો વ્યસ્ત

F એ *d* ના વર્ગના વ્યસ્ત પ્રમાણમાં છે, એનો અર્થ એ થયો કે જો *d* ને 6 ગણું કરવામાં આવે તો F નું મૂલ્ય 36 મા ભાગનું થાય છે.

ઉદાહરણ 10.1 : પૃથ્વીનું દ્રવ્યમાન 6×10^{24} kg તથા ચંદ્રનું દ્રવ્યમાન 7.4×10^{22} kg છે. જો પૃથ્વી અને ચંદ્ર વચ્ચેનું અંતર 3.84×10^5 km હોય, તો પૃથ્વી દ્વારા ચંદ્ર પર લાગતું બળ ગણો G = 6.7×10^{-11} N m^2 kg^{-2}.

ઉકેલ :

પૃથ્વીનું દળ, $M = 6 \times 10^{24}$ kg

ચંદ્રનું દળ, $m = 7.4 \times 10^{22}$ kg

પૃથ્વી તથા ચંદ્ર વચ્ચેનું અંતર

$$d = 3.84 \times 10^5 \text{ km}$$
$$= 3.84 \times 10^5 \times 1000 \text{ m}$$
$$= 3.84 \times 10^8 \text{ m}$$
$$G = 6.7 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$$

સમીકરણ (10.4) પરથી, પૃથ્વી દ્વારા ચંદ્ર પર લાગતું બળ,

$$F = G\frac{M \times m}{d^2}$$

$$= \frac{6.7 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2} \times 6 \times 10^{24} \text{ kg} \times 7.4 \times 10^{22} \text{ kg}}{(3.84 \times 10^8 \text{ m})^2}$$

$$= 2.01 \times 10^{20} \text{ N}$$

આમ, પૃથ્વી દ્વારા ચંદ્ર પર લગાડેલ બળ 2.01×10^{20} N છે.

પ્રશ્નો :

1. ગુરુત્વાકર્ષણનો સાર્વત્રિક નિયમ જણાવો.
2. પૃથ્વી તથા તેની સપાટી પર રાખેલ કોઈ પદાર્થ વચ્ચે લાગતાં ગુરુત્વાકર્ષણ બળનું મૂલ્ય શોધવા માટેનું સૂત્ર લખો.

10.1.2 ગુરુત્વાકર્ષણના સાર્વત્રિક નિયમનું મહત્ત્વ (Importance of the universal law of gravitation)

ગુરુત્વાકર્ષણનો સાર્વત્રિક નિયમ અનેક એવી ઘટનાઓ સફળતાપૂર્વક સમજાવે છે જે અસંબંધિત (unconnected) માનવામાં આવતી હતી.

(i) આપણને પૃથ્વી સાથે બાંધી રાખતું બળ

(ii) પૃથ્વીની ફરતે થતું ચંદ્રનું પરિક્રમણ

(iii) સૂર્યની ફરતે થતું ગ્રહોનું પરિક્રમણ

(iv) ચંદ્ર તથા સૂર્યને કારણે આવતી ભરતી અને ઓટ

10.2 મુક્ત પતન (Free Fall)

મુક્ત પતનનો અર્થ જાણવા માટે ચાલો, આપણે એક પ્રવૃત્તિ કરીએ.

પ્રવૃત્તિ 10.2

- એક પથ્થર લો.
- તેને ઉપર તરફ ફેંકો.
- તે એક નિશ્ચિત ઊંચાઈ સુધી પહોંચે છે પછી તે નીચે પડવા લાગે છે.

આપણે અભ્યાસ કર્યો કે પૃથ્વી પદાર્થોને પોતાની તરફ આકર્ષે છે. આમ, થવાનું કારણ ગુરુત્વાકર્ષણ છે. જ્યારે કોઈ

પદાર્થ પૃથ્વી તરફ ફક્ત આ બળને કારણે ગતિ કરતો હોય ત્યારે આપણે કહી શકીએ કે પદાર્થ મુક્ત પતન કરે છે. શું નીચે પડતાં પદાર્થના વેગમાં કોઈ ફેરફાર થશે ? પડતી વખતે પદાર્થની ગતિની દિશામાં કોઈ પરિવર્તન થતું નથી; પરંતુ પૃથ્વીના આકર્ષણના કારણે વેગના મૂલ્યમાં ફેરફાર થાય છે. વેગમાં થતો કોઈ પણ ફેરફાર પ્રવેગ ઉત્પન્ન કરે છે. જ્યારે કોઈ પદાર્થ પૃથ્વી તરફ પડતો હોય ત્યારે પ્રવેગ ઉત્પન્ન થાય છે. આ પ્રવેગ પૃથ્વીના ગુરુત્વાકર્ષણ બળને લીધે હોય છે. તેથી આ પ્રવેગને ગુરુત્વાકર્ષણને કારણે ઉદ્ભવતો પ્રવેગ (અથવા ગુરુત્વીય પ્રવેગ) કહે છે. તેને g વડે દર્શાવાય છે. g નો એકમ તે જ છે જે પ્રવેગનો એકમ છે. એટલે કે $m\ s^{-2}$.

ગતિના બીજા નિયમ પરથી આપણે જાણીએ છીએ કે, બળ એ દ્રવ્યમાન તથા પ્રવેગનો ગુણાકાર છે. ધારો કે, પ્રવૃત્તિ 10.2 માં પથ્થરનું દ્રવ્યમાન m છે. આપણે જાણીએ છીએ કે મુક્ત પતન કરતાં પદાર્થમાં ગુરુત્વીય બળને કારણે પ્રવેગ ઉત્પન્ન થાય છે અને તેને g વડે દર્શાવાય છે. તેથી ગુરુત્વીય બળનું મૂલ્ય F, દ્રવ્યમાન m તથા ગુરુત્વીય પ્રવેગ g ના ગુણાકાર જેટલું હોય છે. એટલે કે,

$$F = mg \tag{10.6}$$

સમીકરણ (10.4) તથા (10.6) પરથી,

$$mg = G\frac{M \times m}{d^2}$$

અથવા

$$g = G\frac{M}{d^2} \tag{10.7}$$

અહીં M પૃથ્વીનું દ્રવ્યમાન છે તથા d પદાર્થ તથા પૃથ્વી વચ્ચેનું અંતર છે.

ધારો કે, એક પદાર્થ પૃથ્વી પર કે તેની સપાટીની નજીક છે. સમીકરણ (10.7)માં અંતર d, પૃથ્વીની ત્રિજ્યા R જેટલું થશે. તેથી પૃથ્વીની સપાટી પર કે તેની નજીક રાખેલ પદાર્થો માટે,

$$mg = G\frac{M \times m}{R^2} \tag{10.8}$$

$$g = G\frac{M}{R^2} \tag{10.9}$$

પૃથ્વી સંપૂર્ણ ગોળ નથી. પૃથ્વીની ત્રિજ્યા ધ્રુવોથી વિષુવવૃત્ત તરફ જતાં વધતી જાય છે, તેથી g નું મૂલ્ય ધ્રુવો પર વિષવવૃત્તની સાપેક્ષમાં વધુ હોય છે. મોટા ભાગની ગણતરીઓમાં પૃથ્વીની સપાટી પર અથવા તેની નજીક g નું મૂલ્ય લગભગ અચળ ગણી શકીએ પરંતુ પૃથ્વીથી દૂર રહેલા પદાર્થો માટે પૃથ્વીના ગુરુત્વીય બળના કારણે ઉદ્ભવતો પ્રવેગ સમીકરણ (10.7) પરથી મેળવી શકાય છે.

10.2.1 ગુરુત્વપ્રવેગ g ના મૂલ્યની ગણતરી : (To calculate the value of g)

ગુરુત્વપ્રવેગ g ના મૂલ્યની ગણતરી કરવા માટે આપણે સમીકરણ (10.9) માં G, M તથા R નાં મૂલ્યો મૂકીશું.

સાર્વત્રિક ગુરુત્વાકર્ષી અચળાંક $G = 6.7 \times 10^{-11}\ N\ m^2\ kg^{-2}$

પૃથ્વીનું દ્રવ્યમાન $M = 6 \times 10^{24}$ kg તથા

પૃથ્વીની ત્રિજ્યા $R = 6.4 \times 10^6$ m

$$g = G\frac{M}{R^2}$$

$$= \frac{6.7 \times 10^{-11}\ N m^2\ kg^{-2} \times 6 \times 10^{24}\ kg}{(6.4 \times 10^6\ m)^2}$$

$$= 9.8\ m\ s^{-2}$$

આમ, પૃથ્વીના ગુરુત્વપ્રવેગનું મૂલ્ય $g = 9.8\ m\ s^{-2}$

10.2.2 પૃથ્વીના ગુરુત્વીય બળની અસર હેઠળ પદાર્થોની ગતિ (Motion of objects under the influence of gravitational force of the earth)

શું બધા જ પદાર્થો પોલા કે નક્કર, મોટા કે નાના કોઈ ઊંચાઈ પરથી સમાન દરથી નીચે પડે છે ? તે જાણવા માટે આવો, આપણે એક પ્રવૃત્તિ કરીએ.

પ્રવૃત્તિ ______ 10.3

- કાગળની એક શીટ તથા એક પથ્થર લો. બંનેને એક સાથે કોઈ ઇમારતના પ્રથમ માળેથી એક સાથે પડતાં મૂકો. જુઓ કે તે બંને એકસાથે જમીન પર પહોંચે છે કે નહિ.
- આપણે જોઈ શકીએ છીએ કે કાગળ જમીન પર પથ્થર કરતાં થોડો મોડો પહોંચે છે. આવું હવાના અવરોધક બળને કારણે થાય છે. નીચે તરફ ગતિ કરતાં ગતિશીલ પદાર્થો પર ઘર્ષણના કારણે હવાનું અવરોધક બળ લાગે છે. કાગળ પર લાગતું હવાનું અવરોધક બળ પથ્થર પર લાગતાં અવરોધક બળ કરતાં વધારે હોય છે. જો આપણે આ પ્રયોગ હવા કાઢી લીધેલ (શૂન્યાવકાશિત) કાચના જારમાં કરીએ તો કાગળ અને પથ્થર બંને એકસાથે નીચે પડશે.