



4. 80°C வெப்பநிலை மற்றும் $5 \times 10^{-10} \text{N m}^{-2}$ அழுத்தத்திலும் உள்ள வாயு ஒன்றின் ஓரலகு பருமனில் (1 m^3) உள்ள மூலக்கூறுகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க. (இங்கு போல்ஸ்ட்மென் மாறிலியின் மதிப்பு $1.38 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$)

விடை: 1.02×10^{11}

5. வாயுக்களின் வெப்ப இயக்கவியற் கொள்கையின் அடிப்படையில் நிலவிற்கு வளி மண்டலம் இல்லை என நிரூபி. (இங்கு $k = 1.38 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$, மற்றும் வெப்பநிலை $T = 0^{\circ}\text{C} = 273\text{K}$).

விடை $v_{\text{escape}} = v_{\text{rms}} = 1.86 \text{ km s}^{-1}$

6. $2 \times 10^3 \text{ m s}^{-1}$ வேகத்தில் இயங்கும் ஆக்ஸிஜன் மூலக்கூறுகள் கொள்கலன் ஒன்றில் அடைத்துவைக்கப்பட்டுள்ளன. 4 cm^2 சுவரின் பரப்பை ஒரு வினாடிக்கு 10^{20} முறை இந்த ஆக்ஸிஜன் மூலக்கூறுகள் செங்குத்துத்தளத்துடன் 30° கோணத்தில் தாக்குகின்றன எனில், அம்மூலக்கூறுகள் சுவற்றில் ஏற்படுத்தும் அழுத்தத்தினைக் காண்க. (ஒரு அணுவின் நிறை = $1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}$)

விடை: 92.4 N m^{-2}

7. வெப்ப பரிமாற்றமில்லா நிகழ்வு ஒன்றில், ஓரணு மற்றும் ஈரணு வாயுக்கலவையின் அழுத்தம் அதன் வெப்பநிலையின் மும்மடிக்கு நேர்விகிதத்தில் உள்ளது எனில் $\gamma = (C_p/C_v)$ இன் மதிப்பைக் காண்க.

விடை: $3/2$

8. படித்தர வெப்பநிலை மற்றும் அழுத்தத்தில் உள்ள காற்று மூலக்கூறு ஒன்றின் சராசரி மோதலிடைத்தூரத்தைக் காண்க. N_2 மற்றும் O_2 மூலக்கூறுகளின் சராசரி விட்டம் கிட்டத்தட்ட $3 \times 10^{-10} \text{ m}$ ஆகும்.

விடை: $\lambda \approx 9 \times 10^{-8} \text{ m}$

9. 2 மோல் ஆக்ஸிஜனும் 4 மோல் ஆர்கானும் சேர்ந்த வாயுக்கலவையின் கெல்வின் வெப்பநிலை T என்க. RT யின் மதிப்பில் அவ்வாயுக்கலவையின் அகஆற்றலைக் காண்க. (இங்கு வாயு மூலக்கூறுகளின் அதிர்வை புறக்கணிக்கவும்)

விடை: $11RT$

10. 25 m^3 பருமனுள்ள அறை ஒன்றின் வெப்பநிலை 27°C இவ்வறையினுள் உள்ள காற்று மூலக்கூறுகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க

விடை: 6.1×10^{26} மூலக்கூறுகள்.

மேற்கோள் நூல்கள் (BOOKS FOR REFERENCE)

1. Serway and Jewett, Physics for scientist and Engineers with modern physics, Brook/Cole publishers, Eighth edition
2. Paul Tipler and Gene Mosca, Physics for scientist and engineers with modern physics,
3. Sixth edition, W.H. Freeman and Company
4. H.C. Verma, Concepts of physics - Volume 2, Bharati Bhawan Publishers
5. Douglas C. Giancoli, Physics for scientist & Engineers, Pearson Publications, Fourth Edition
6. James Walker, Physics, Addison Wesley, Fourth Edition





இணையச் செயல்பாடு

வாயுக்களின் இயக்கவியற் கொள்கை

துகங்களின் ப்ரௌனியன் இயக்கத்தினைப்
பற்றி அறியலாமா!



படிகள்

- கீழ்க்காணும் உரலி / விரைவுக் குறியீட்டைப் பயன்படுத்தி "Brownian motion" என்ற இணையப் பக்கத்திற்குச் செல்க.
- தொடக்க நிலையில் வாயுக்களில் விரவியுள்ள துகள்களின் (பெரிய பந்துகள்) இயக்கத்தினை உற்றுநோக்கவும். 'Drag to see what's actually going on' என்னும் நழுவுலை நகர்த்தி மூலக்கூறுகளை உற்றுநோக்கவும்.
- "Energy", "Size Ratio" மற்றும் "Mass Ratio" உள்ள நழுவுலை நகர்த்துவதன் மூலம் அதன் அளவைக் குறைக்கவும், அதிகரிக்கவும் செய்யலாம்.
- பொருத்தமான மதிப்புகளுக்கு நகர்த்தி துகள்களின் ப்ரௌனியன் இயக்கத்தினை உற்றுநோக்கவும்.

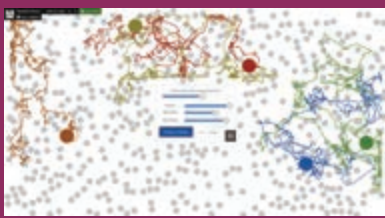
படி 1



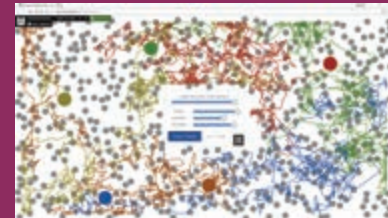
படி 2



படி 3



படி 4



உரலி:

<http://labs.minutelabs.io/Brownian-Motion/>

*படங்கள் அடையாளத்திற்கு மட்டும்.

* தேவையெனில் Flash Player or Java Script அனுமதிக்க.



B126_11_PHY_TM

அலகு 10

அலைவுகள் (OSCILLATIONS)

வாழ்க்கை என்பது குழப்பத்தின் இரு நிலைகளுக்கு இடையே நிகழும் மாறா அலைவுகளாகும். – H.L.மென்சென் (H.L. Menken)



கற்றலின் நோக்கங்கள்:

இந்த அலகில் மாணவர்கள் அறிந்து கொள்ள இருப்பது

- அலைவுறு இயக்கம் – சீரலைவு இயக்கம் மற்றும் சீரற்ற அலைவு இயக்கம்
- தனிச்சீரிசை இயக்கம்
- தனிச்சீரிசை இயக்கத்தின் வரைபட விளக்கம்
- கோணச் சீரிசை இயக்கம்
- நேர்கோட்டு சீரிசை அலையியற்றி – கிடைத்தள மற்றும் செங்குத்து அலைவுகள்
- சுருள்வில்களின் தொகுப்புகள்: தொடரிணைப்பு மற்றும் பக்க இணைப்பு
- தனி ஊசல்
- ஆற்றலுக்கான கோவை – நிலை ஆற்றல், இயக்க ஆற்றல் மற்றும் மொத்த ஆற்றல்
- அலைவுகளின் வகைகள் – கட்டற்ற அலைவுகள், தடையுறு அலைவுகள், நிலை நிறுத்தப்பட்ட அலைவுகள் மற்றும் திணிப்பு அதிர்வுகள்
- ஒத்ததிர்வின் கருத்து



10.1

அறிமுகம்

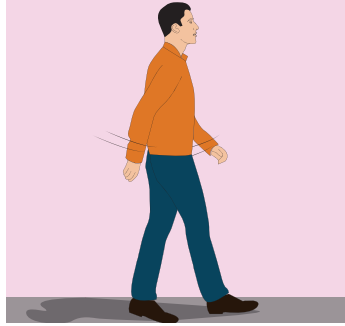


படம் 10.1 தஞ்சாவூர் தலையாட்டி பொம்மை

தஞ்சாவூர் நடனப் பொம்மையை [தஞ்சாவூர் தலையாட்டிப் பொம்மை] நீங்கள் பார்த்திருக்கிறீர்களா? இது ஓர் உலகப் புகழ்பெற்ற

தமிழகக் கலாச்சாரப் பொம்மையாகும். இந்த பொம்மையை ஆட்டிவிட்டால் நிகழ்வது என்ன? பொம்மையின் தலை மற்றும் உடல் தொடர்ச்சியாக முன்னும் பின்னும் இயங்கி, பின்னர் இயக்கம் படிப்படியாக குறைந்து நிற்கிறது. இதே போல் நாம் சாலையில் நடக்கும் பொழுது, நம்முடைய கைகளும், கால்களும் முன்னும் பின்னும் இயக்கத்தை மேற்கொள்ளும் போது நிகழும். தாய் தன் குழந்தையை தூங்கவைப்பதற்காக தொட்டிலை ஆட்டும்பொழுது தொட்டிலானது முன்னும் பின்னும் இயக்கமடையும். முன்னர் (Volume 1) விவாதித்த இயக்கங்களிலிருந்து இவ்வகையான அனைத்து இயக்கங்களும் வேறுபட்டவை. இந்த இயக்கங்கள் படம் 10.2 இல் விளக்கமாகக் காட்டப்பட்டுள்ளன. இத்தகைய இயக்கங்களை அலைவுறு இயக்கம் அல்லது அதிர்வுறு இயக்கம் என்று அழைக்கின்றோம். இம்மாதிரியான இயக்கம் அணுக்களில் கூட நிகழ்கின்றது.

ஒரு திடப்பொருளின் வெப்பநிலை உயரும் பொழுது அணுக்கள் அதனுடைய நடுநிலை அல்லது



படம் 10.2 அலைவுறு அல்லது அதிர்வுறு இயக்கங்கள்

சமநிலையைப் பொருத்து அதிர்வடைகிறது. கட்டிடங்களின் கட்டமைப்பு மற்றும் எந்திரவியல் கருவிகளை ஆகியவற்றை வடிவமைத்தல் போன்ற பொறியியல் பயன்பாடுகளில் அதிர்வு இயக்கம் பற்றிய கற்றல் மிகவும் முக்கியத்துவத்தை பெறுகிறது.

10.1.1 சீரலைவு மற்றும் சீரற்ற அலைவு இயக்கம்

இயற்பியலில் இயக்கமானது, மீண்டும், மீண்டும் நிகழும் இயக்கம் சீரலைவு இயக்கம், எனவும் மீண்டும், மீண்டும் நிகழாத இயக்கம் சீரற்ற அலைவு இயக்கம் எனவும் இருவகையாக வகைப்படுத்தப்படுகிறது.

1. சீரலைவு இயக்கம் (Periodic motion)

சீரான கால இடைவெளியில் தானாகவே மீண்டும், மீண்டும் நிகழும் எந்த ஒரு இயக்கமும் சீரலைவு இயக்கம் எனப்படும். எடுத்துக்காட்டு ஊசல் கடிகாரத்தில் உள்ள முட்கள், தொட்டிலின் அலைவுகள், சூரியனைச் சுற்றிவரும் புவியின் இயக்கம், வளரும் மற்றும் தேயும் சந்திரன் மற்றும் சில.

2. சீரற்ற அலைவு இயக்கம் (Non-Periodic motion)

சீரான கால இடைவெளியில் தானாகவே மீண்டும், மீண்டும் நிகழாத எந்த ஒரு இயக்கமும் சீரற்ற அலைவு இயக்கம் எனப்படும். எடுத்துக்காட்டு நில நடுக்க நிகழ்வு, எரிமலை வெடிப்பு போன்றவை.

எடுத்துக்காட்டு 10.1

கீழ்க்காணும் இயக்கங்களில், சீரலைவு மற்றும் சீரற்ற அலைவு இயக்கங்களை வகைப்படுத்துக.

- ஹேலியின் வால்மீன் (Halley's comet)
- மேகங்களின் இயக்கம்
- புவியைச் சுற்றிவரும் சந்திரனின் இயக்கம்.

தீர்வு

- சீரலைவு இயக்கம்
- சீரற்ற அலைவு இயக்கம்
- சீரலைவு இயக்கம்

எடுத்துக்காட்டு 10.2

கீழ்க்கண்ட சார்புகளில், எந்த சார்பு காலத்தைப் பொருத்து சீரலைவு மற்றும் சீரற்ற அலைவு இயக்கத்தைக் குறிக்கும்?

- $\sin \omega t + \cos \omega t$
- $\ln \omega t$

தீர்வு

- சீரலைவு இயக்கம்
- சீரற்ற அலைவு இயக்கம்

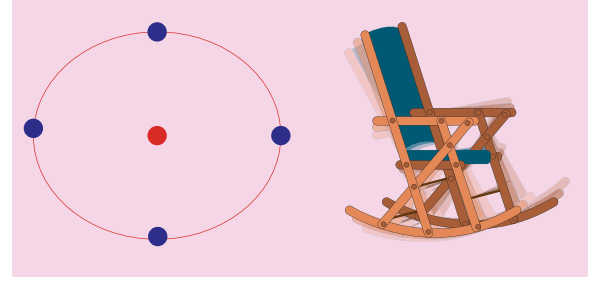
சிந்தனைக்கு

புவியானது சூரியனை சுற்றிவரும் இயக்கம் சீரற்ற அலைவு இயக்கம் எனில் நிகழ்வது என்ன? – விவாதிக்க

10.1.2 அலைவுறு இயக்கம் (Oscillatory motion)

ஒரு பொருள் அல்லது துகளானது குறிப்பிட்ட கால இடைவெளியில் மீண்டும் மீண்டும் முன்னும் பின்னும் இயக்கத்தை மேற்கொள்ளுமானால் அவ்வியக்கம் அலைவுறு இயக்கம் (அல்லது அதிர்வியக்கம்) எனப்படும்.

அலகு 10 அலைவுகள் (OSCILLATIONS)



படம் 10.3 அலைவறு அல்லது அதிர்வறு இயக்கங்கள்

எடுத்துக்காட்டுகள் நமது இதயதுடிப்பு, பூச்சியின் சிறகின் இயக்கம், தாத்தாவின் கடிகாரம் (Grand father's clock) ஊசல் கடிகாரம்) போன்றவை

அனைத்து அலைவறு இயக்கமும் சீரலைவு இயக்கமாகும். ஆனால் அனைத்து சீரலைவு இயக்கங்களும் அலைவறு இயக்கமாகாது என்பதை கவனத்தில் கொள்ளவும். (படம் 10.3 ல் காட்டப்பட்டுள்ளது)

10.2

தனிச்சீரிசை இயக்கம் (SHM)

தனிச்சீரிசை இயக்கம் அலைவறு இயக்கத்தின் சிறப்பு வகையாகும். இதில் துகளின் முடுக்கம் அல்லது விசையானது நிலையான புள்ளியிலிருந்து அது அடைந்த இடப்பெயர்ச்சிக்கு நேர்த்தகவிலும், எப்பொழுதும் நிலையான புள்ளியை நோக்கியும் இருக்கும் எனலாம்.

ஒருபரிமாண இயக்கத்தில் x என்பது துகள் அடைந்த இடப்பெயர்ச்சி மற்றும் a_x என்பது அத்துகளின் முடுக்கம் எனில்,

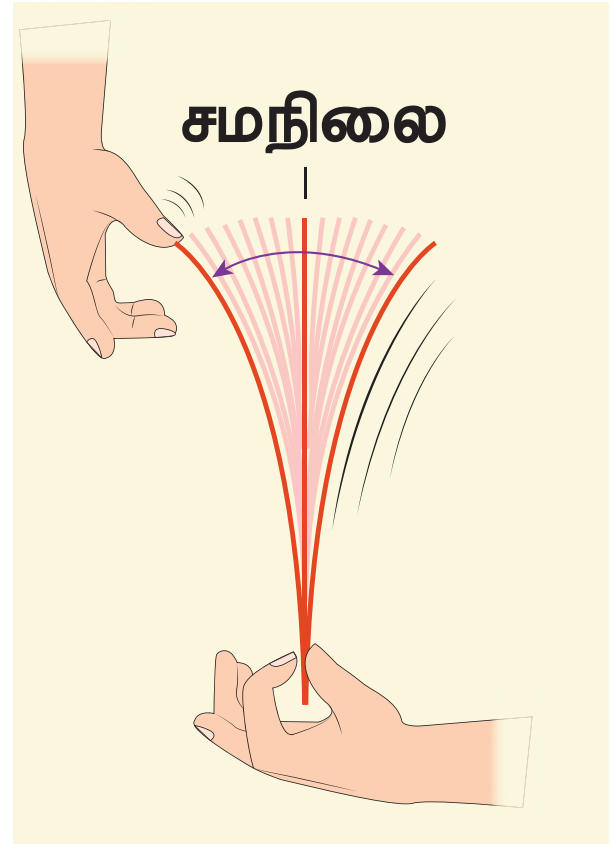
$$a_x \propto x \quad (10.1)$$

$$a_x = -b x \quad (10.2)$$

இங்கு b என்பது மாறிலி. இது முடுக்கம் மற்றும் இடப்பெயர்ச்சிக்கிடையேயான தகவினால் அளவிடப்படுகிறது. இதன் பரிமாணம் T^{-2} க்குச் சமம்.



குறிப்பு ஒரு தனிச்சீரிசை இயக்கம் அலைவறு இயக்கமாகும் ஆனால் அனைத்து அலைவறு இயக்கமும் தனிச்சீரிசை இயக்கமாக இருக்க வேண்டிய அவசியமில்லை. சிந்திக்க



படம் 10.4 தனிச்சீரிசை இயக்கம்

சமன்பாடு (10.2) ன் இருபுறமும் துகளின் நிறை m - ஆல் பெருக்கி நியூட்டனின் இரண்டாவது விதியைப்பயன்படுத்த, விசையானது,

$$F_x = -k x \quad (10.3)$$

இங்கு k என்பது விசை மாறிலி ஆகும். இம்மாறிலி ஓரலகு நீளத்திற்கான விசை என வரையறுக்கப்படுகிறது. இடப்பெயர்ச்சியும், விசையும் (அல்லது முடுக்கம்) ஒன்றுக்கொன்று எதிர்த்திசையில் உள்ளதை எதிர்க்குறி காட்டுகிறது.



துகளின் இடப்பெயர்ச்சி சமநிலை புள்ளியிலிருந்து வலதுபுறம் (x நேர்க்குறி மதிப்பு), நோக்கி உள்ளபோது விசையானது (அல்லது முடுக்கம்) சமநிலைப்புள்ளியை நோக்கியே (இடதுபுறம் நோக்கி) இருக்கும். இதேபோல் துகளின் இடப்பெயர்ச்சியானது சமநிலைப்புள்ளியிலிருந்து இடதுபுறம் நோக்கி உள்ளபோது (x எதிர்க்குறி மதிப்பு), விசையானது (அல்லது முடுக்கம்) சமநிலைப்புள்ளியை நோக்கியே (வலதுபுறம் நோக்கி) இருக்கும். இவ்வகையான விசையானது மீள் விசை எனப்படும். ஏனெனில் தனிச்சீரிசை இயக்கத்தை மேற்கொள்ளும் துகளை, மீள்விசையானது எப்பொழுதும் தொடக்க நிலைக்கே (சமநிலை அல்லது நடுநிலை) கொண்டு வரும். இவ்விசையானது ஒருமையவிசை ஆகும். இது சமநிலைப்புள்ளியை நோக்கி செயல்படும் மைய கவர்ச்சி விசையாகும்.

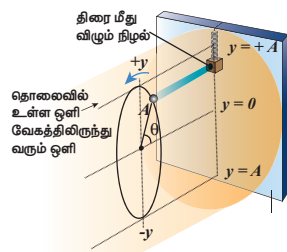


இருபரிமாணம் மற்றும் முப்பரிமாணத்தில் இதனை நாம் வெக்டர் குறியீட்டில் எழுதலாம்.

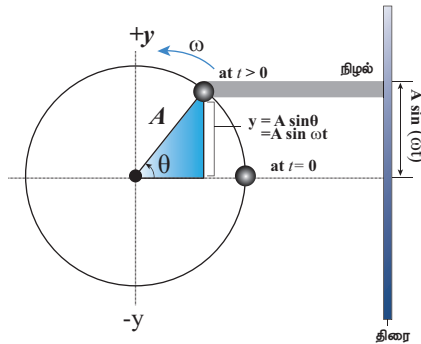
$$\vec{F} = -k\vec{r} \quad (10.4)$$

இங்கு $\vec{r}$ என்பது எடுத்துக்கொண்ட ஆதிப்புள்ளியிலிருந்து துகளின் இடப்பெயர்ச்சியாகும். விசையும், இடப்பெயர்ச்சியும் நேர்போக்கு தொடர்பு கொண்டது என்பது குறிப்பிடத்தக்கது. அதாவது விசையின் அடுக்கும், இடப்பெயர்ச்சியின் அடுக்கும் ஒன்றுக்கொன்றுச் சமம்.

(A)

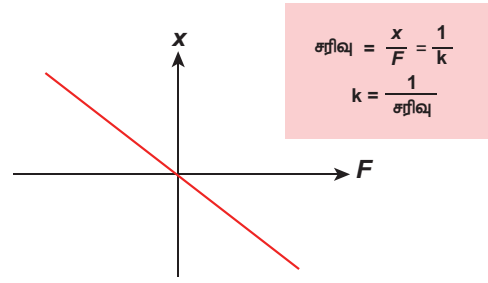


(B)



படம் 10.6 வட்டப்பாதையின் இயங்கும் துகளின் விட்டத்தின் மீதான வீழ்ச்சி

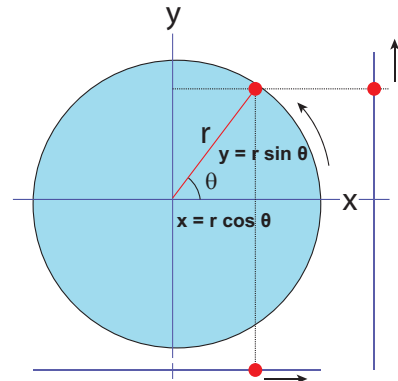
படம் 10.5 இல் காட்டியவாறு செயல் (விசையின் எண்மதிப்பு $\vec{F}$) மற்றும் விளைவு (இடப்பெயர்ச்சியின் எண் மதிப்பு $\vec{r}$) இவற்றிற்கு இடையேயான தொடர்பை வரைபடத்தில் குறித்தால், இரண்டாம் மற்றும் நான்காம் கால்பகுதிகள் வழியே செல்லும் நேர்கோடாக அமையும். அக்கோட்டின் சரிவு $\frac{1}{k}$ யை அளந்து, விசைமாறிலி $\frac{1}{k}$ -இன் எண்மதிப்பை கண்டறியலாம்.



படம் 10.5 விசை மற்றும் இடப்பெயர்ச்சி வரைபடம்

10.2.1 சீரான வட்ட இயக்கத்தின் விட்டத்தின் மீதான வீழல் ஒரு தனிச்சீரிசை இயக்கம்

m நிறை கொண்ட துகள் ஒன்று v என்ற சீரான திசைவேகத்தில் r ஆரம் கொண்ட வட்டத்தின் பரிதி வழியே இடஞ்சுழித்திசையில் இயங்குவதாகக் கருதுவோம். (படம் 10.6 - ல் காட்டியுள்ளவாறு) ஆய

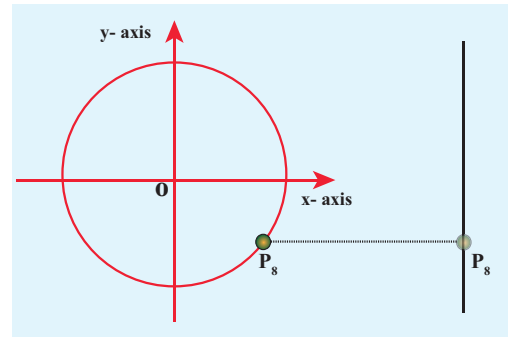
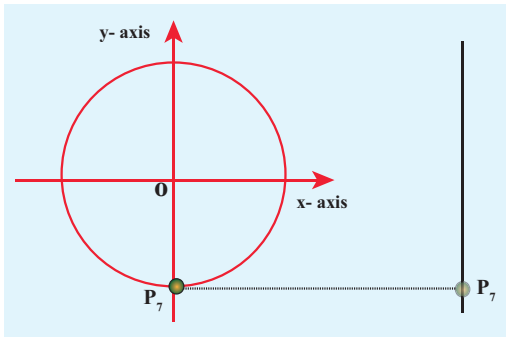
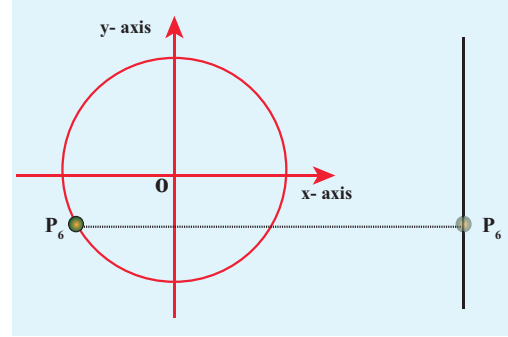
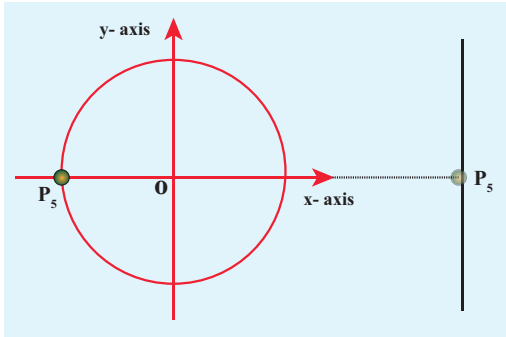
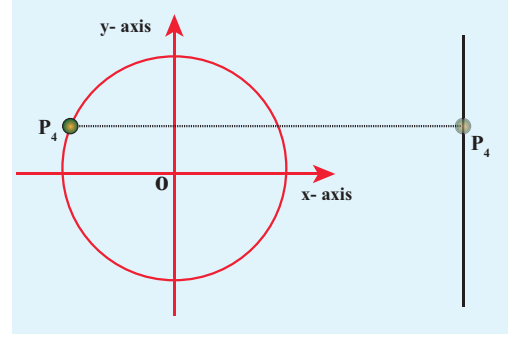
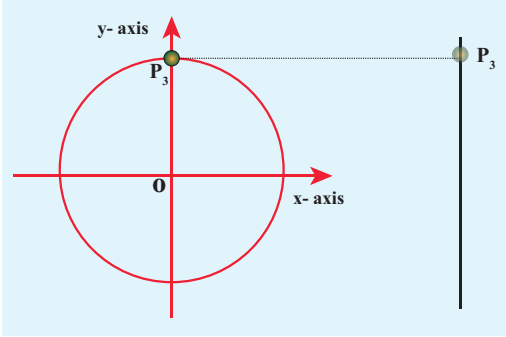
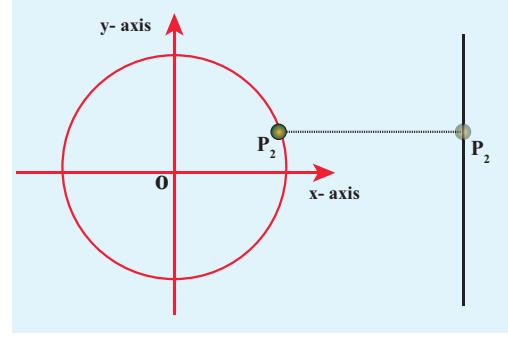
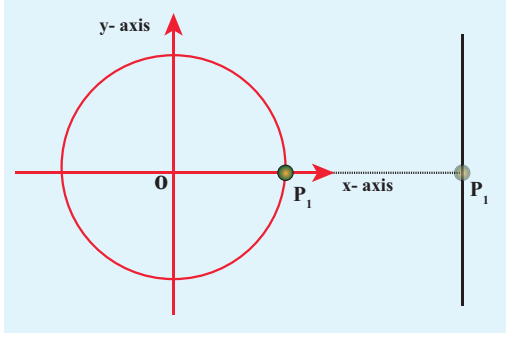




அச்ச அமைப்பின் ஆதிப்புள்ளியானது வட்டத்தின் மையம் O வுடன் பொருந்துவதாகக் கொள்க. துகளின் கோணத்திசைவேகம் ω எனவும் ஒரு குறிப்பிட்ட நேரம் t இல் அத்துகளின் கோண இடப்பெயர்ச்சி θ எனவும் கொண்டால்

$$\theta = \omega t$$

சீரான வட்ட இயக்கத்தில் இருக்கும் ஒரு துகளின் நிலையை (position), அந்த வட்டத்தினுடைய விட்டத்தில் விழச்செய்தால் அந்த வீழல் (projection) ஒரு தனிச் சீரிசை இயக்கத்தை மேற்கொள்ளும். இதன் மூலம் சீரான வட்ட இயக்கம் மற்றும் அதிர்வுறும் இயக்கம் ஆகியவற்றுக்கு இடையே உள்ள தொடர்பினை நாம் இணைக்க முடியும்.



படம் 10.7 காலத்தைப் பொருத்து செங்குத்து அச்சின் மீது வீழ்ச்சியடைந்த துகளின் நிலை

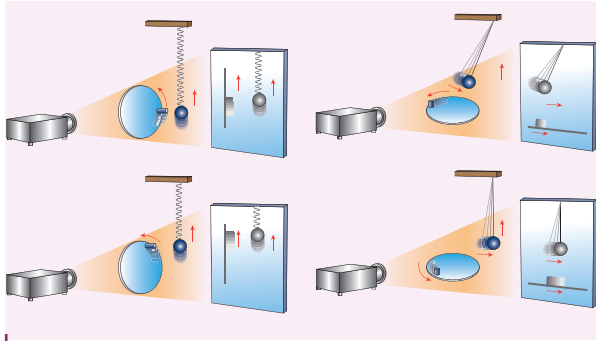


இதேபோன்று எந்த ஒரு அதிர்வுறு இயக்கம் அல்லது சுழல் இயக்கத்தினை, சீரான வட்ட இயக்கத்துடன் இணைக்க முடியும். வேறுவிதமாக கூறினால் இவ்விரு இயக்கங்களும் ஒரே இயல்பை பெற்றுள்ளது.

படம் 10.7 – இல்காட்டியுள்ளவாறு வட்டப்பாதையில் இயங்கும் துகளின் நிலையை (position) அவ்வட்டப்பாதையின் செங்குத்து விட்டத்தின் மீது அல்லது செங்குத்து விட்டத்திற்கு இணையான கோட்டின் மீது வீழல் (projection) செய்வோம்.

இதேபோல், மேற்கூறிய நிகழ்வை கிடைத்தளஅச்சு அல்லது கிடைத்தள அச்சுக்கு இணையான கோட்டில் நாம் வீழ்ச்சியடையச் செய்ய முடியும்.

படம் 10.8 – இல் காட்டியுள்ளவாறு ஒரு சுருள்வில் – நிறை அமைப்பை (அல்லது அலைவுறும் ஊசல்) ஒரு குறிப்பிட்ட எடுத்துக்காட்டாகக் கருதுவோம். சுருள்வில் மேலும் கீழும் இயக்கும் போது (அல்லது ஊசல் முன்னும் பின்னும் அலைவுறும் போது) அதன் நிறை அல்லது ஊசல் குண்டின் இயக்கம் வட்ட இயக்கத்தில் உள்ள புள்ளிகளுடன் இணைத்து காட்டப்பட்டுள்ளது.



படம் 10.8 சுருள்வில் – நிறை அமைப்பின் (அல்லது தனிஊசல்) இயக்கத்தை சீரான வட்ட இயக்கத்துடன் ஒப்பிடல்

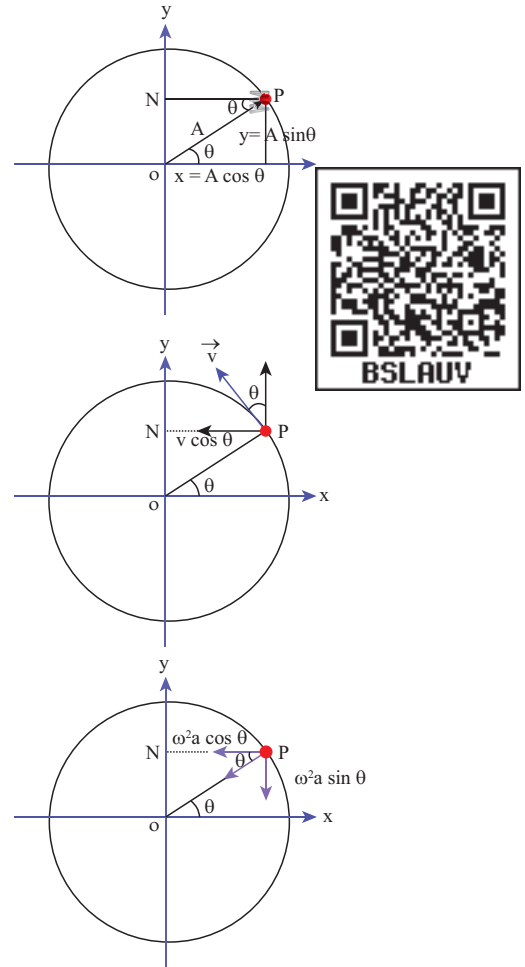
எனவே சீரான வட்ட இயக்கத்தில் துகளின் நிலையை அந்த வட்டத்தினுடைய விட்டத்தின் மீது (அல்லது விட்டத்திற்கு இணையான கோட்டின் மீது) வீழச் செய்தால் (projection) அவ்வியக்கம் நேர்கோட்டு இயக்கமாக அமையும். இதனையே தனிச்சீரிசை இயக்கம் எனக் கருதுகிறோம். இவ்வட்டம் தனிச்சீரிசை இயக்கத்தின் மேற்கோள் வட்டம் (circle of reference) எனப்படும்.

தனிச்சீரிசை இயக்கமானது ஒரு குறிப்பிட்ட வட்டத்தின் எந்த ஒரு விட்டத்தின் மீதும் இயங்கும் துகள் நிலையின் வீழ்வு (projection of position) எனவும் வரையறுக்கப்படுகிறது.

செயல்பாடு

- சுருள்களுக்கு உள்ளே உள்ள அலைவடிவத்தின் வீழ்ச்சியினை வரைக.
- சுருள்களுக்கு வெளியே உள்ள அலைவடிவத்தின் வீழ்ச்சியினை வரைக.

10.2.2 தனிச்சீரிசை இயக்கத்தில் இடப்பெயர்ச்சி, திசைவேகம், முடுக்கம் மற்றும் அவற்றிற்கான வரைபட விளக்கம்



படம் 10.9 குறிப்பிட்ட நேரத்தில் உள்ள ஒரு துகளின் இடப்பெயர்ச்சி, திசைவேகம் மற்றும் முடுக்கம்

ஒரு குறிப்பிட்ட கண நேரம் t இல் அதிர்வடையும் துகளானது சமநிலைப்புள்ளியிலிருந்து கடந்த தொலைவு இடப்பெயர்ச்சி எனப்படும்.

படம் 10.9 இல் காட்டியுள்ளவாறு ஒரு குறிப்பிட்ட கண நேரம் t இல், A ஆரம் கொண்ட வட்டத்தின் மீதான துகளின் நிலை P என்க. t என்ற கணத்தில் அதன் இடப்பெயர்ச்சி y - யை கீழ்க்கண்டவாறு தருவிக்கலாம். $\triangle OPN$ இல்

$$\sin \theta = \frac{ON}{OP} \Rightarrow ON = OP \sin \theta \quad (10.5)$$

ஆனால் $\theta = \omega t$, $ON = y$ மற்றும் $OP = A$

$$y = A \sin \omega t \quad (10.6)$$

$\sin \omega t = 1$ எனும்பொழுது இடப்பெயர்ச்சி y ஆனது பெரும் மதிப்பை பெறும் (இந்த மதிப்பு A -க்குச் சமம்)

நடுநிலையிலிருந்து அதிர்வடையும் துகள் அடைந்த பெரும் இடப்பெயர்ச்சி வீச்சு (A) எனப்படும். தனிச்சீரிசை இயக்கத்தில் வீச்சு மாறிலியாகும். பொதுவாக தனிச்சீரிசை இயக்கத்தை தவிர மற்ற எந்த இயக்கத்திற்கும் வீச்சு மாறிலியாக இருக்க தேவையில்லை, இது காலத்தைப் பொறுத்து மாறலாம்.

திசைவேகம்

இடப்பெயர்ச்சி மாறும் வீதம் திசைவேகம் ஆகும். காலத்தை சார்ந்து சமன்பாடு (10.6) ஐ வகைப்படுத்த நாம் பெறுவது

$$v = \frac{dy}{dt} = \frac{d}{dt} (A \sin \omega t)$$

வட்ட இயக்கத்தில் (மாறா ஆரம்) வீச்சு A மாறிலி, மேலும் சீரான வட்ட இயக்கத்திற்கு கோணத்திசைவேகம் ω மாறிலி, எனவே

$$v = \frac{dy}{dt} = A \omega \cos \omega t \quad (10.7)$$

$\sin^2 \omega t + \cos^2 \omega t = 1 \Rightarrow \cos \omega t = \sqrt{1 - \sin^2 \omega t}$ என்ற திரிகோண முற்றொருமையைப் பயன்படுத்த

$$v = A \omega \sqrt{1 - \sin^2 \omega t}$$

சமன்பாடு (10.6) லிருந்து

$$\begin{aligned} \sin \omega t &= \frac{y}{A} \\ v &= A \omega \sqrt{1 - \left(\frac{y}{A}\right)^2} \\ v &= \omega \sqrt{A^2 - y^2} \end{aligned} \quad (10.8)$$

சமன்பாடு (10.8) - லிருந்து இடப்பெயர்ச்சி $y = 0$ எனில் அதன் திசைவேகம் $v = \omega A$ (பெரும்) மற்றும் பெரும் இடப்பெயர்ச்சி $y = A$, எனில் அதன் திசைவேகம் $v = 0$ (சிறுமம்). இடப்பெயர்ச்சியானது சுழியிலிருந்து பெருமத்திற்கு அதிகரித்தால் திசைவேகம் பெருமத்திலிருந்து சுழிக்கு குறையும். இது எதிர்திசையில் மீண்டும் நிகழும்.

திசைவேகம் ஒரு வெக்டர் அளவு ஆகையால், சமன்பாடு (10.7) - ஐ வெக்டர் கூறுகளைக் கண்டறிவதன் மூலமும் பெறலாம்.

அட்டவணை: 10.1 வேறுபட்ட கணநேரத்தில் இடப்பெயர்ச்சி, திசைவேகம் மற்றும் முடுக்கம்

காலம்	0	$\frac{T}{4}$	$\frac{2T}{4}$	$\frac{3T}{4}$	$\frac{4T}{4} = T$
ωt	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
இடப்பெயர்ச்சி $y = A \sin \omega t$	0	A	0	$-A$	0
திசைவேகம் $v = A \omega \cos \omega t$	$A \omega$	0	$-A \omega$	0	$A \omega$
முடுக்கம் $a = -A \omega^2 \sin \omega t$	0	$-A \omega^2$	0	$A \omega^2$	0

முருக்கம்

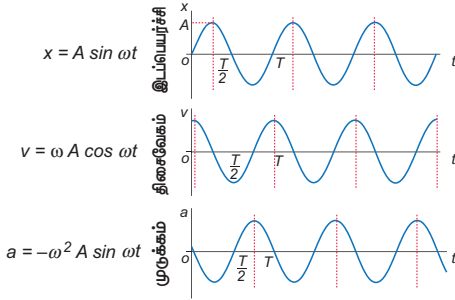
திசைவேக மாறுபாடு முருக்கம் எனப்படும். சமன்பாடு (10.7) ஐ காலத்தைப் பொருத்து வகைப்படுத்த, நாம் பெறுவது

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}(A\omega \cos \omega t)$$

$$a = -\omega^2 A \sin \omega t = -\omega^2 y \quad (10.9)$$

$$\therefore a = \frac{d^2 y}{dt^2} = -\omega^2 y \quad (10.10)$$

அட்டவணை 10.1 மற்றும் படம் 10.10 – லிருந்து நாம் அறிவது நடுநிலைப்புள்ளியில் ($y = 0$) துகளின் திசைவேகம் பெருமம் ஆனால் துகளின் முருக்கம் சுழியாகும். பெரும் நிலையில் ($y = \pm A$), துகளின் திசைவேகம் சுழி ஆனால் முருக்கம் பெரும் மதிப்புடன் ($\pm A\omega^2$) எதிர்த்திசையில் செயல்படுகிறது.



படம் 10.10 வெவ்வேறு கணநேரத்தில் இடப்பெயர்ச்சி, திசைவேகம், முருக்கத்தின் மாறுபாடு

எடுத்துக்காட்டு 10.3

கீழ்க்கண்டவற்றுள் எந்த சமன்பாடு தனிச்சீரிசை இயக்கத்தை குறிக்கிறது?

- (i) $x = A \sin \omega t + B \cos \omega t$
- (ii) $x = A \sin \omega t + B \cos 2\omega t$
- (iii) $x = A e^{i\omega t}$
- (iv) $x = A \ln \omega t$

தீர்வு :

- (i) $x = A \sin \omega t + B \cos \omega t$
 $\frac{dx}{dt} = A \omega \cos \omega t - B \omega \sin \omega t$
 $\frac{d^2 x}{dt^2} = -\omega^2 (A \sin \omega t + B \cos \omega t)$
 $\frac{d^2 x}{dt^2} = -\omega^2 x$

இந்த வகைக்கெழுச்சமன்பாடு தனிச்சீரிசை இயக்கத்தின் வகைக்கெழுச் சமன்பாடு போன்று உள்ளது (சமன்பாடு 10.10).

எனவே, $x = A \sin \omega t + B \cos \omega t$

தனிச்சீரிசை இயக்கத்தினைக் குறிக்கும்.

- (ii) $x = A \sin \omega t + B \cos 2\omega t$

$$\frac{dx}{dt} = A \omega \cos \omega t - B (2\omega) \sin 2\omega t$$

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = -\omega^2 (A \sin \omega t + 4B \cos 2\omega t)$$

$$\frac{d^2 x}{dt^2} \neq -\omega^2 x$$

இந்த வகைக்கெழுச் சமன்பாடு தனிச்சீரிசையியக்கத்தின் வகைக்கெழுச் சமன்பாடு (சமன்பாடு 10.10) போன்று அமையவில்லை.

எனவே, $x = A \sin \omega t + B \cos 2\omega t$

என்ற சார்பு தனிச்சீரிசை இயக்கத்தினைக் குறிக்காது.

- (iii) $x = A e^{i\omega t}$

$$\frac{dx}{dt} = A \omega e^{i\omega t}$$

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = -A \omega^2 e^{i\omega t}$$

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = -\omega^2 x$$

இந்த வகைக்கெழுச் சமன்பாடு தனிச்சீரிசை இயக்கத்தின் வகைக்கெழுச் சமன்பாடு (சமன்பாடு 10.10) போன்று அமைந்துள்ளது. எனவே, $x = A e^{i\omega t}$ என்பது தனிச்சீரிசை இயக்கத்தைக் குறிக்கும்.

- (iv) $x = A \ln \omega t$

$$\frac{dx}{dt} = \left(\frac{A}{\omega t} \right) \omega = \frac{A}{t}$$

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = -\frac{A}{t^2} \Rightarrow \frac{d^2 x}{dt^2} \neq -\omega^2 x$$

இந்த வகைக்கெழுச் சமன்பாடு தனிச்சீரிசை

இயக்கத்தின் வகைக்கெழுச் சமன்பாடு

(சமன்பாடு 10.10) போன்று அமையவில்லை.

எனவே, $x = A \ln \omega t$ தனிச்சீரிசை இயக்கத்தைக் குறிக்காது.

எடுத்துக்காட்டு 10.4

ஒரு துகளானது தனிச்சீரிசை இயக்கத்தை மேற்கொள்ளுவதாக கொள்வோம். x_1 நிலையில் துகளானது v_1 திசைவேகத்தையும் மற்றும், x_2 நிலையில் v_2 திசைவேகத்தையும் பெற்றிருப்பதாகக் கருதுவோம். அலைவு நேரம் மற்றும் வீச்சின் தகைவு

$$\frac{T}{A} = 2\pi \sqrt{\frac{x_2^2 - x_1^2}{v_1^2 x_2^2 - v_2^2 x_1^2}} \text{ எனக் காட்டுக.}$$

தீர்வு

சமன்பாடு 10.8 ஐப் பயன்படுத்த

$$v = \omega \sqrt{A^2 - x^2} \Rightarrow v^2 = \omega^2 (A^2 - x^2)$$

எனவே, x_1 நிலையில்,

$$v_1^2 = \omega^2 (A^2 - x_1^2) \quad (1)$$

இதேபோல், x_2 நிலையில்,

$$v_2^2 = \omega^2 (A^2 - x_2^2) \quad (2)$$

சமன்பாடு (1) லிருந்து சமன்பாடு (2) ஐ கழிக்க, நாம் பெறுவது

$$\begin{aligned} v_1^2 - v_2^2 &= \omega^2 (A^2 - x_1^2) - \omega^2 (A^2 - x_2^2) \\ &= \omega^2 (x_2^2 - x_1^2) \\ \omega &= \sqrt{\frac{v_1^2 - v_2^2}{x_2^2 - x_1^2}} \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{x_2^2 - x_1^2}{v_1^2 - v_2^2}} \quad (3) \end{aligned}$$

சமன்பாடு (1) லிருந்து சமன்பாடு (2) ஐ வகுக்க, நாம் பெறுவது

$$\frac{v_1^2}{v_2^2} = \frac{\omega^2 (A^2 - x_1^2)}{\omega^2 (A^2 - x_2^2)} \Rightarrow A = \sqrt{\frac{v_1^2 x_2^2 - v_2^2 x_1^2}{v_1^2 - v_2^2}} \quad (4)$$

சமன்பாடு (3) ஐ சமன்பாடு (4) ஆல் வகுக்க, நாம் பெறுவது

$$\frac{T}{A} = 2\pi \sqrt{\frac{x_2^2 - x_1^2}{v_1^2 x_2^2 - v_2^2 x_1^2}}$$

10.2.3 தனிச்சீரிசை இயக்கத்தின் அலைவுநேரம், அதிர்வெண், கட்டம், கட்ட வேறுபாடு மற்றும் தொடக்கக் கட்டம்

i. அலைவுநேரம்

துகளொன்று ஒரு முழு அலைவிற்கு எடுத்துக்கொள்ளும் காலம் அலைவுநேரம் என

வரையறுக்கப்படுகிறது. இது வழக்கமாக T என்ற எழுத்தால் குறிக்கப்படுகிறது. ஒரு முழுச்சுற்றுக்கு எடுத்துக்கொண்ட காலம் $t = T$, எனில்

$$\omega T = 2\pi \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} \quad (10.11)$$

தனிச்சீரிசை இயக்கத்திற்கு உட்படும் துகளின் இடப்பெயர்ச்சியை சைன் (sine) அல்லது கொசைன் (cosine) சார்புகளாக குறிப்பிடலாம்.

$$y(t) = A \sin \frac{2\pi}{T} t \text{ அல்லது } y(t) = A \cos \frac{2\pi}{T} t$$

இங்கு T என்பது அலைவுநேரம். காலம் t க்கு பதிலாக $t + T$ எனப் பிரதியிட்டால் அதன் சார்பானது,

$$\begin{aligned} y(t + T) &= A \sin \frac{2\pi}{T} (t + T) \\ &= A \sin \left(\frac{2\pi}{T} t + 2\pi \right) \\ &= A \sin \frac{2\pi}{T} t = y(t) \end{aligned}$$

$$y(t + T) = y(t)$$

எனவே இச்சார்பு ஒரு அலைவுநேரத்திற்கு பிறகும் மீண்டும் மீண்டும் நிகழும் சார்பு ஆகும். இந்த $y(t)$ என்பது சீரிசைச் சார்புக்கான எடுத்துக்காட்டாகும்.

ii. அதிர்வெண் மற்றும் கோண அதிர்வெண்

துகளொன்று ஒரு நொடியில் ஏற்படுத்தும் அலைவுகளின் எண்ணிக்கை அதிர்வெண் எனப்படும். இது f என்ற எழுத்தால் குறிக்கப்படுகிறது. இதன் SI அலகு s^{-1} அல்லது ஹெர்ட்ஸ் ஆகும். (குறியீடு Hz).

கணிதமுறையில் அதிர்வெண், அலைவு காலத்துடன் கீழ்க்கண்டவாறு தொடர்புபடுத்தப்படுகிறது.

$$f = \frac{1}{T} \quad (10.12)$$

ஒரு நொடியில் ஏற்படும் சுற்றுகளின் எண்ணிக்கை கோண அதிர்வெண் எனப்படும். இது வழக்கமாக ω (Omega) என்ற கிரேக்கச் சிறிய எழுத்தால் குறிப்பிடப்படுகிறது.

சமன்பாடு (10.11) மற்றும் (10.12), ஆகியவற்றை ஒப்பிடும் பொழுது, கோண அதிர்வெண் மற்றும் அதிர்வெண்ணின் தொடர்பு

$$\omega = 2\pi f \quad (10.13)$$

கோண அதிர்வெண்ணின் SI அலகு rad s^{-1} (ரேடியன் பெர் செகண்ட் என வாசிக்கவும்)

iii. கட்டம்

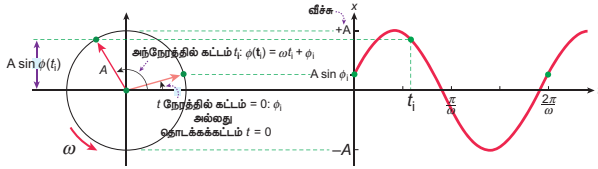
ஒரு குறிப்பிட்ட கணத்தில் அதிர்வடையும் துகளின் கட்டம், அக்கணத்தில் அத்துகளின் நிலையை முழுமையாகக் குறிப்பிடுவதாகும்.

குறிப்பிட்ட கணத்தில் சமநிலையைப் பொருத்து அத்துகளின் நிலை (position) மற்றும் இயக்கத்தினை ஆகியவற்றை கட்டம் விவரிக்கிறது (படம் 10.11).

$$y = A \sin (\omega t + \phi_0) \quad (10.14)$$

இங்கு $\omega t + \phi_0 = \phi$ என்பது அதிர்வடையும் துகளின் கட்டம் என அழைக்கப்படுகிறது.

$t = 0$ s (தொடக்க காலம்) இல், துகளின் கட்டம் ($\phi = \phi_0$) தொடக்கக் கட்டம் என அழைக்கப்படுகிறது. ϕ_0 என்பது தொடக்கக் கட்டத்தின் கோணம் (angle of epoch) என அழைக்கப்படுகிறது.



படம் 10.11 இரு வேறு கணநேரங்களில் அதிர்வடையும் துகளின் கட்டம்

கட்ட வேறுபாடு: தனிச்சீரிசை இயக்கத்தை மேற்கொள்ளும் இரு துகள்களைக் கருதுவோம்.

அவற்றின் சமன்பாடுகள் $y_1 = A \sin(\omega t + \phi_1)$ மற்றும் $y_2 = A \sin(\omega t + \phi_2)$, எனில் அவற்றுக் கிடையேயான கட்ட வேறுபாடு $\Delta\phi = (\omega t + \phi_2) - (\omega t + \phi_1) = \phi_2 - \phi_1$.

எடுத்துக்காட்டு 10.5

ஒரு செவிலியர் நோயாளி ஒருவரின் சராசரி இதயத்துடிப்பை அளவிட்டு மருத்துவரிடம் 0.8 s என்று அலைவு நேரத்தில் குறிப்பிட்டார். நோயாளியின் இதயத்துடிப்பை ஒரு நிமிடத்திற்கான துடிப்புகளின் எண்ணிக்கையில் கூறவும்.

தீர்வு

அளவிடப்பட்ட இதயத்துடிப்புகளின் எண்ணிக்கை f என்க. அலைவு நேரமானது இதயத்துடிப்புக்கு எதிர்விதித்தில் அமைவதால்,

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0.8} = 1.25 \text{ s}^{-1}$$

1 நிமிடம் என்பது 60 விநாடிகள் ஆகும்.

$$(1 \text{ விநாடி} = \frac{1}{60} \text{ நிமிடம்} \Rightarrow 1 \text{ s}^{-1} = 60 \text{ min}^{-1})$$

$$f = 1.25 \text{ s}^{-1} \Rightarrow f = 1.25 \times 60 \text{ min}^{-1} = 75 \text{ துடிப்புகள்/நிமிடங்கள்}$$

எடுத்துக்காட்டு 10.6

கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள தனிச்சீரிசை அலைவுகளுக்கான வீச்சு, கோண அதிர்வெண், அதிர்வெண், அலைநேரம் மற்றும் தொடக்கக் கட்டம் ஆகியவற்றைக் கணக்கிடுக

- $y = 0.3 \sin (40\pi t + 1.1)$
- $y = 2 \cos (\pi t)$
- $y = 3 \sin (2\pi t - 1.5)$

தீர்வு

தனிச்சீரிசை அலைவுச் சமன்பாடு $y = A \sin(\omega t + \phi_0)$ அல்லது $y = A \cos(\omega t + \phi_0)$

- $y = 0.3 \sin(40\pi t + 1.1)$ என்ற அலைக்கு வீச்சு $A = 0.3$ அலகு

கோண அதிர்வெண் $\omega = 40\pi \text{ rad s}^{-1}$

$$\text{அதிர்வெண் } f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{40\pi}{2\pi} = 20 \text{ Hz}$$

$$\text{அலைநேரம் } T = \frac{1}{f} = \frac{1}{20} = 0.05 \text{ s}$$

தொடக்கக் கட்டம் $\phi_0 = 1.1 \text{ rad}$

- $y = 2 \cos (\pi t)$ என்ற அலைக்கு

வீச்சு $A = 2$ அலகு

கோண அதிர்வெண் $\omega = \pi \text{ rad s}^{-1}$

$$\text{அதிர்வெண் } f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{\pi}{2\pi} = 0.5 \text{ Hz}$$

$$\text{அலைவக்காலம் } T = \frac{1}{f} = \frac{1}{0.5} = 2 \text{ s}$$

தொடக்கக் கட்டம் $\phi_0 = 0 \text{ rad}$



- c. $y = 3 \sin(2\pi t + 1.5)$ என்ற அலைக்கு
வீச்சு $A = 3$

கோண அதிர்வெண் $\omega = 2\pi \text{ rad s}^{-1}$

$$\text{அதிர்வெண் } f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{2\pi}{2\pi} = 1 \text{ Hz}$$

$$\text{அலைவுக்காலம் } T = \frac{1}{f} = \frac{1}{1} = 1 \text{ s}$$

$$\text{தொடக்கக் கட்டம் } \phi_0 = 1.5 \text{ rad}$$

எடுத்துக்காட்டு 10.7

தனிச்சீரிசை இயக்கத்தில்

- இடப்பெயர்ச்சி மற்றும் திசைவேகத்திற்கான கட்ட வேறுபாடு $\frac{\pi}{2}$ ரேடியன் அல்லது 90° .
- திசைவேகம் மற்றும் முடுக்கத்திற்கான கட்ட வேறுபாடு $\frac{\pi}{2}$ ரேடியன் அல்லது 90° .
- இடப்பெயர்ச்சி மற்றும் முடுக்கத்திற்கான கட்ட வேறுபாடு $\frac{\pi}{2}$ ரேடியன் அல்லது 180° எனக் காட்டுக.

தீர்வு

- தனிச்சீரிசை இயக்கத்தை மேற்கொள்ளும் துகளின் இடப்பெயர்ச்சி

$$y = A \sin \omega t$$

துகளின் திசைவேகம்

$$v = A \omega \cos \omega t = A \omega \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right)$$

இடப்பெயர்ச்சி மற்றும் திசைவேகத்திற்கிடையேயான கட்ட வேறுபாடு $\frac{\pi}{2}$.

- துகளின் திசைவேகம்

$$v = A \omega \cos \omega t$$

துகளின் முடுக்கம்

$$a = -A \omega^2 \sin \omega t = A \omega^2 \cos \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right)$$

திசைவேகம் மற்றும் முடுக்கத்திற்கான கட்ட வேறுபாடு $\frac{\pi}{2}$.

- துகளின் இடப்பெயர்ச்சி

$$y = A \sin \omega t$$

துகளின் முடுக்கம்

$$a = -A \omega^2 \sin \omega t = A \omega^2 \sin(\omega t + \pi)$$

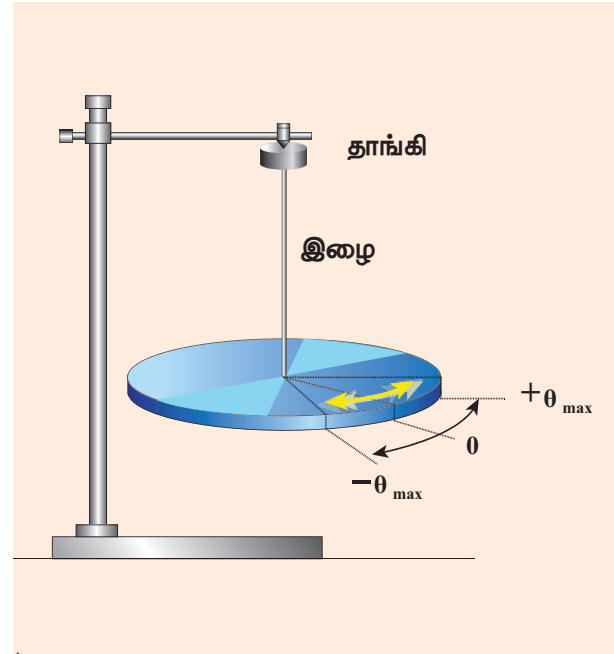
அலகு 10 அலைவுகள் (OSCILLATIONS)

இடப்பெயர்ச்சி மற்றும் முடுக்கத்திற்கான கட்ட வேறுபாடு π ரேடியன்.

10.3

கோண சீரிசை இயக்கம்

10.3.1 கோண சீரிசையியக்கத்தின் அலைவு நேரம் மற்றும் அதிர்வெண்



படம் 10.12 அச்சைப்பற்றி தனித்து சுழலும் பொருள் (வட்டு)

கொடுக்கப்பட்ட அச்சைப்பற்றி தனித்து சுழலும் பொருளின் அலைவுகள், கோண அலைவுகள் எனப்படும்.

எந்த ஒரு புள்ளியில் பொருளின் மீது செயல்படும் தொகுபயன் திருப்புவிசை சுழியாகின்றதோ அப்புள்ளி சமநிலைப்புள்ளி எனப்படும்.

பொருள் சமநிலைப்புள்ளியிலிருந்து இடப்பெயர்ச்சிக்குள்ளாகும்போது, செயல்படும் பயனுறு தொகுபயன் திருப்புவிசை கோண இடப்பெயர்ச்சிக்கு நேர்தகவில் இருக்கும் மற்றும் இத் திருப்பு விசையானது அப்பொருளை சமநிலைக்கு கொண்டுவர முயற்சிக்கும். (திருப்பு விசை அலகு 5 இல் விளக்கப்பட்டுள்ளது.)

பொருளின் கோண இடப்பயர்ச்சி $\vec{\theta}$ எனவும் பொருளின் மீது செயல்படும் தொகுபயன் திருப்பு விசை $\vec{\tau}$ எனவும் கொண்டால்,

$$\vec{\tau} \propto \vec{\theta} \quad (10.15)$$

$$\vec{\tau} = -\kappa \vec{\theta} \quad (10.16)$$

இங்கு κ என்பது மீள்திருப்புவிசை மாறிலி. இது ஓரலகு கோண இடப்பயர்ச்சிக்கான திருப்பு விசையாகும். I என்பது ஒரு பொருளின் நிலைமத்திருப்புத்திறன் மற்றும் $\vec{\alpha}$ என்பது கோண முடுக்கம் எனில்

$$\vec{\tau} = I\vec{\alpha} = -\kappa \vec{\theta}$$

ஆனால் $\vec{\alpha} = \frac{d^2\vec{\theta}}{dt^2}$

எனவே,

$$\frac{d^2\vec{\theta}}{dt^2} = -\frac{\kappa}{I}\vec{\theta} \quad (10.17)$$

இச்சமன்பாடு தனிச்சீரிசை வகைக்கெழுச் சமன்பாடு போல் உள்ளது. ஆகையால் சமன்பாடு (10.17) தனிச்சீரிசை இயக்கச்சமன்பாடு (10.10) உடன் ஒப்பிட நாம் பெறுவது

$$\omega = \sqrt{\frac{\kappa}{I}} \text{ rad s}^{-1} \text{ என நாம் பெறலாம்} \quad (10.18)$$

கோணச்சீரிசை இயக்கத்தின் அதிர்வெண் (சமன்பாடு 10.13 – லிருந்து)

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\kappa}{I}} \text{ Hz} \quad (10.19)$$

அலைவு நேரம் (சமன்பாடு 10.12 – லிருந்து)

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{\kappa}} \quad (10.20)$$

10.3.2 தனிச்சீரிசை இயக்கம் மற்றும் கோணச்சீரிசை இயக்கம் ஒப்பீடு

நேர்கோட்டு தனிச்சீரிசை இயக்கத்தில், பொருளின் இடப்பயர்ச்சியானது நேர்கோட்டு இடப்பயர்ச்சி $\vec{r}$ ஆல் அளவிடப்படுகிறது.

மீள்விசை $\vec{F} = -k\vec{r}$, இங்கு k என்பது சுருள் மாறிலி அல்லது விசை மாறிலியாகும். இது ஓரலகு இடப்பயர்ச்சிக்கான விசைக்குச் சமம். நேர்கோட்டு சீரிசை இயக்கத்தில் பொருளின் நிலைமக்காரணி என்பது பொருளின் நிறை ஆகும்.

கோண சீரிசை அலை இயக்கத்தில், பொருளின் இடப்பயர்ச்சி கோண இடப்பயர்ச்சி $\vec{\theta}$ ஆல் அளவிடப்படுகிறது. இங்கு சுருள்காரணி என்பது திருப்பு விசை மாறிலி ஆகும். அதாவது ஓரலகு கோண இடப்பயர்ச்சிக்கான இரட்டையின் திருப்புத் திறனாகும் அல்லது ஓரலகு கோண

அட்டவணை 10.2 தனிச்சீரிசை இயக்கம் மற்றும் கோணச்சீரிசை இயக்கம் ஒப்பீடு

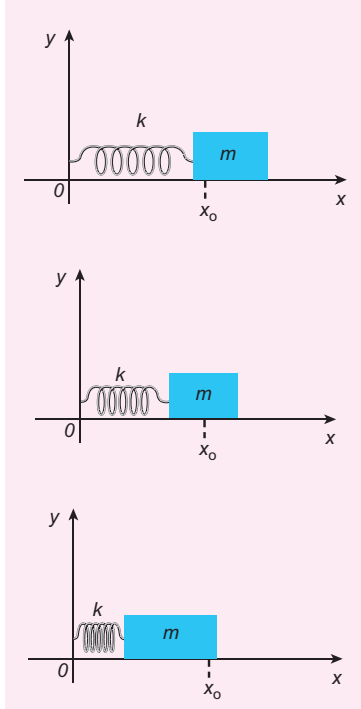
வ.எண்	தனிச்சீரிசை இயக்கம்	கோணச்சீரிசை இயக்கம்
1.	துகளின் இடப்பயர்ச்சி நேர்க்கோட்டு இடப்பயர்ச்சி $\vec{r}$ ஆல் அளவிடப்படுகிறது.	துகளின் இடப்பயர்ச்சி கோண இடப்பயர்ச்சி $\vec{\theta}$ ஆல் அளவிடப்படுகிறது. (சுழற்சி கோணம் எனவும் அழைக்கப்படுகிறது)
2.	துகளின் முடுக்கம் $\vec{a} = -\omega^2 \vec{r}$	துகளின் கோண முடுக்கம் $\vec{\alpha} = -\omega^2 \vec{\theta}$.
3.	விசை, $\vec{F} = m\vec{a}$, இங்கு m என்பது துகளின் நிறை ஆகும்.	திருப்பு விசை, $\vec{\tau} = I\vec{\alpha}$, இங்கு I என்பது பொருளின் நிலைமத்திருப்புத்திறன்
4.	மீள்விசை $\vec{F} = -k\vec{r}$, இங்கு k என்பது மீள்விசை மாறிலி	மீள் திருப்பு விசை $\vec{\tau} = -\kappa\vec{\theta}$, இங்கு κ என்பது திருப்பு விசை மாறிலி (கிரேக்க எழுத்து κ ஐ 'kappa' என்று உச்சரிக்கவும்) இம்மாறிலி ஒரு குறிப்பிட்ட முறுக்கு இழையை பொருத்து அமையும்.
5.	கோண அதிர்வெண், $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \text{ rad s}^{-1}$	கோண அதிர்வெண், $\omega = \sqrt{\frac{\kappa}{I}}$

இடப்பெயர்ச்சிக்கான மீள் திருப்பு விசையாகும். கோண சீரிசை இயக்கத்திற்கு உட்படும் பொருளின் நிலைமக் காரணி என்பது பொருளின் நிலைமத் திருப்புத் திறன் ஆகும்.

10.4

நேர்போக்கு சீரிசை அலையியற்றி (LHO)

10.4.1 சுருள்வில் – நிறை அமைப்பின் கிடைத்தள அலைவுகள்



படம் 10.13 சுருள்வில் நிறை அமைப்பின் கிடைத்தள அலைவுகள்

படம் 10.13 காட்டியுள்ளவாறு, நிறையற்ற சுருள்வில்லுடன் m நிறை கொண்ட பொருள் இணைக்கப்பட்டுள்ளது. இந்த சுருள்வில் – நிறை அமைப்பானது உராய்வற்ற கிடைத்தளத்தின் மீது வைக்கப்பட்டுள்ளது எனக்கொள்க. சுருள்வில்லின் விறைப்பு மாறிலி அல்லது விசை மாறிலி அல்லது சுருள்வில் மாறிலி k ஆகும். இந்த அமைப்பின் மீது விசை செலுத்தப்படாதபோது நிறை m ன் சமநிலைப்புள்ளி, அல்லது நடுநிலைப்புள்ளி x_0 என்க. நிறையை, சமநிலையில் இருந்து வலப்புறமாக x தொலைவிற்கு இடம்பெயரச் செய்து பின்பு விடுவித்தால், நிறையானது நடுநிலைப்புள்ளி x_0 ஐப் பொருத்து முன்னும் பின்னும் அலைவறும்.

அலகு 10 அலைவுகள் (OSCILLATIONS)

சுருள்வில்லின் நீட்சியால் ஏற்படும் மீள்விசை F என்க. இவ்விசையானது நிறையின் இடப்பெயர்ச்சிக்கு நேர்த்தகவில் இருக்கும்.

ஒரு பரிமாண இயக்கத்திற்கு

$$F \propto x$$

$$F = -kx$$

எனக் கணிதவியல் முறையில் நாம் பெறலாம். இங்கு, மீள்விசையானது எப்பொழுதும் இடப்பெயர்ச்சிக்கு எதிர்திசையில் செயல்படும் என்பதை எதிர்க்குறி காட்டுகிறது.

இச்சமன்பாடு ஹீக் விதி என்று அழைக்கப்படுகிறது (பார்க்க அலகு 7). இங்கு மீள்விசையானது இடப்பெயர்ச்சியுடன் நேர்போக்கில் உள்ளதை கவனத்தில் கொள்க (அதாவது விசை மற்றும் இடப்பெயர்ச்சியின் அடுக்கு (exponent) ஒன்றாகும்). இது எப்பொழுதும் சரியாக இருப்பதில்லை, ஏனென்றால் சில நேர்வுகளில் அதிகமான அளவு இழுவிசையை நாம் செலுத்தும்போது, அலைவுகளின் வீச்சுகள் அதிகமாக அமையும். (அதாவது விசையும், இடப்பெயர்ச்சியும் x ன் அதிக அடுக்குகளுக்கு நேர்த்தகவாக அமையும்) எனவே இந்த அமைப்பின் அலைவுகள் நேர்போக்கு அலைவுகளாக இருப்பதில்லை என்பதால் இவை நேர்போக்கு அல்லாத அலைவுகளாகும். இதுவரை நம்முடைய விவாதங்களின் படி நேர்போக்கு அலைவுகள் மட்டுமே விவாதிக்கப்பட்டுள்ளது. இதன் அடிப்படையில் ஹீக் விதி ஏற்புடையதாக அமைகின்றது. அதாவது (விசை மற்றும் இடப்பெயர்ச்சி நேர்போக்கு தொடர்புடையவை)

நியூட்டனின் இரண்டாம் இயக்க விதியிலிருந்து தனிச்சீரிசை இயக்கத்திற்கு உட்படும் துகளின் சமன்பாட்டை கீழ்க்கண்டவாறு நாம் எழுத முடியும்.

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -kx$$

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = -\frac{k}{m}x \quad (10.21)$$

சமன்பாடு (10.21) ஐ தனிச்சீரிசை இயக்கச் சமன்பாடு (10.10), உடன் ஒப்பிட, நாம் பெறுவது

$$\omega^2 = \frac{k}{m}$$

அதாவது அலையியற்றியின் கோண அதிர்வெண் அல்லது இயல்பு அதிர்வெண்

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \text{ rad s}^{-1} \quad (10.22)$$

அலையியற்றியின் அதிர்வெண்

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \text{ Hz} \quad (10.23)$$

மற்றும் அலைவுகளின் அலைவுநேரம்

$$T = \frac{1}{f} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \text{ s} \quad (10.24)$$

தனிச்சீரிசை இயக்கத்தில் அலைவுகளின் அலைவுநேரம் வீச்சைப்பொருத்தது அல்ல என்பதைக் கருத்தில் கொள்க. இது அலைவுகள் தோராயமாக சிறிய அளவில் உள்ளபோது மட்டுமே பொருந்தும். தனிச்சீரிசை இயக்கத்தின் வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டின் தீர்வைப் பின்வருமாறு எழுதலாம்.

$$x(t) = A \sin(\omega t + \phi) \quad (10.25)$$

அல்லது

$$x(t) = A \cos(\omega t + \phi) \quad (10.26)$$

இங்கு A , ω , மற்றும் ஆகியவை மாறிலிகள். வகைக்கெழுச் சமன்பாடு 10.21 -ன் பொதுத்தீர்வு

குறிப்பு

(அ) நிறை ஓர் நிலைமப்பண்பாகவும் சுருள் மாறிலி மீட்சிப்பண்பாகவும் இருப்பதால் அலைவுநேரம்

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\text{நிலைமப்பண்பு}}{\text{மீட்சிப்பண்பு}}} = 2\pi \sqrt{\frac{\text{இடப்பெயர்ச்சி}}{\text{முடுக்கம்}}}$$

$$(ஆ) \frac{\text{இடப்பெயர்ச்சி}}{\text{முடுக்கம்}} = \frac{x}{\frac{d^2 x}{dt^2}} = -\frac{m}{k}$$

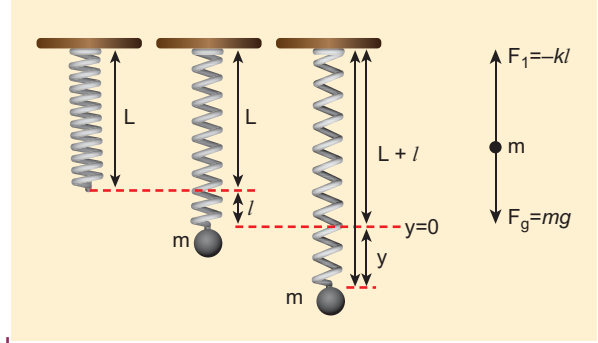
$\left(\frac{\text{இடப்பெயர்ச்சி}}{\text{முடுக்கம்}}\right)$ இன் எண்மதிப்பு $\frac{m}{k}$ க்குச் சமம். எனவே அலைவுநேரம் $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$

$x(t) = A \sin(\omega t + \phi) + B \cos(\omega t + \phi)$ ஆகும். இங்கு A , B மாறிலிகள்.

10.4.2 சுருள்வில்லின் செங்குத்து அலைவுகள்



படம் 10.14 கம்பி சுருள்கள்



படம் 10.15 சுருள் மாறிலி கொண்ட நிறையற்ற சுருள்வில்ல்கள்

படம் 10.15 -ல் காட்டியுள்ளவாறு, நிறையற்ற விசை மாறிலி அல்லது சுருள்வில் மாறிலி k (spring constant) கொண்ட சுருள்வில்லானது கூரையின் மேற்பகுதியில் இணைக்கப்பட்டுள்ளதாக கருதுவோம். நிறை l இணைக்கப்படுவதற்கு முன்பு சுருள்வில்லின் நீளம் என்க. சுருள்வில்லின் மற்றொரு முனையில் நிறை m இணைக்கப்படும்போது சுருள்வில்லானது l நீளத்திற்கு விரிவடைகிறது. சுருள்வில்லின் நீட்சி காரணமாக ஏற்படும் மீள்விசை F_1 என்க

நிறை m -ல் செயல்படும் ஈர்ப்பு விசையானது செங்குத்தாக கீழ்நோக்கி செயல்படும்.

இந்த அமைப்பிற்கு தனித்த பொருளின் விசைப்படம் நாம் வரைய முடியும். இது படம் 10.15-ல்

அலகு 10 அலைவுகள் (OSCILLATIONS)

காட்டப்பட்டுள்ளது. அமைப்பானது சமநிலையில் உள்ள போது,

$$F_1 + mg = 0 \quad (10.27)$$

ஆனால் சுருள்வில் I இடப்பெயர்ச்சிக்கு நீட்சியடைந்துள்ளது. எனவே

$$F_1 \propto l \Rightarrow F_1 = -k l \quad (10.28)$$

சமன்பாடு (10.28) ஐ சமன்பாடு (10.27) -ல் பிரதியிட நாம் பெறுவது

$$\begin{aligned} -k l + mg &= 0 \\ mg &= kl \\ \text{அல்லது} \\ \frac{m}{k} &= \frac{l}{g} \end{aligned} \quad (10.29)$$

மிகச்சிறிய அளவிலான புற விசையை நிறைமீது நாம் செலுத்தினால், அந்த நிறை மேலும், கீழ்நோக்கிய திசையில் இடப்பெயர்ச்சி y -க்கு நீள்கிறது, பிறகு அது மேலும், கீழும் அலைவுறுகிறது. இப்பொழுது சுருள்வில்லின் நீட்சி $(y + l)$ (சுருள்வில்லின் மொத்த நீட்சி காரணமாக ஏற்படும் மீள்விசை).

$$\begin{aligned} F_2 &\propto (y + l) \\ F_2 &= -k (y + l) = -ky - kl \end{aligned} \quad (10.30)$$

$\frac{d^2 y}{dt^2}$, என்ற முடுக்கத்துடன் இயங்கும் நிறைக்கு தனித்த விசைப்படம் வரைந்தால், நாம் பெறுவது

$$-ky - kl + mg = m \frac{d^2 y}{dt^2} \quad (10.31)$$

நீட்சியின் காரணமாக நிறை மீது செயல்படும் மொத்த விசை

$$\begin{aligned} F &= F_2 + mg \\ F &= -ky - kl + mg \end{aligned} \quad (10.32)$$

ஈர்ப்புவிசையானது மீள்விசைக்கு எதிராக அமையும், சமன்பாடு (10.29) ஐ சமன்பாடு (10.32), இல் பிரதியிட, நாம் பெறுவது

$$F = -ky - kl + kl = -ky$$

நியூட்டனின் இரண்டாம் விதியைப் பயன்படுத்த

$$\begin{aligned} m \frac{d^2 y}{dt^2} &= -k y \\ \frac{d^2 y}{dt^2} &= -\frac{k}{m} y \end{aligned} \quad (10.33)$$

இச்சமன்பாடு தனிச்சீரிசை இயக்கத்தின் வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டின் வடிவமாகும். எனவே

$$\text{அலைவுநேரம் } T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \text{ s} \quad (10.34)$$

குறிப்பு சுருள்வில்லின் கிடைத்தள அலைவுகள் மற்றும் செங்குத்து அலைவுகளின் அலைவுநேரம் சமமாக இருக்கும்

சமன்பாடு (10.29) பயன்படுத்தி, அலைவுநேரத்தை வேறு வடிவில் எழுதினால்

$$\text{அலைவுநேரம் } T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \quad (10.35)$$

இச்சமன்பாட்டிலிருந்து புவிஈர்ப்பு முடுக்கம் g யின் மதிப்பை பெறலாம்

$$g = 4\pi^2 \left(\frac{l}{T^2} \right) \text{ m s}^{-2} \quad (10.36)$$

எடுத்துக்காட்டு 10.8

சுருள்வில் தராசு 0.25 m நீளமும் 0 முதல் 25 kg வரை நிறையை அளவிடும் வகையிலும் அமைக்கப்பட்டுள்ளது. இச்சுருள்வில் தராசானது 11.5 ms^{-2} ஈர்ப்பு முடுக்கம் கொண்ட X என்ற நாம் அறிந்திராத கோள் ஒன்றில் எடுத்துக் கொள்ளப்படுகிறது. $M \text{ kg}$ நிறை கொண்ட ஒரு பொருள் சுருள் வில்லில் தராசில் தொங்க விடப்படும் பொழுது 0.50-s அலைவுக்காலத்துடன் அலைவுறுகிறது. பொருளின் மீது செயல்படும் ஈர்ப்பியல் விசையை கணக்கிடுக.

தீர்வு

சமன்பாடு (10.29) பயன்படுத்தி, முதலில் சுருள்வில் தராசின் விறைப்பு மாறிலியை நாம் கணக்கிடலாம்.

$$k = \frac{mg}{l} = \frac{25 \times 11.5}{0.25} = 1150 \text{ N m}^{-1}$$

அலைவுகளின் அலைவுநேரம் $T = 2\pi\sqrt{\frac{M}{k}}$
இங்கு M – என்பது பொருளின் நிறையாகும். M
என்பது தெரியாத நிறையாதலால்

சமன்பாட்டை மாற்றி அமைக்க நாம் பெறுவது

$$M = \frac{kT^2}{4\pi^2} = \frac{(1150)(0.5)^2}{4\pi^2} = 7.3 \text{ kg}$$

பொருளின் மீது செயல்படும் ஈர்ப்பு விசை

$$W = Mg = 7.3 \times 11.5 = 83.95 \text{ N} \approx 84 \text{ N}$$

10.4.3 சுருள்வில்களின் தொகுப்புகள்



படம் 10.16 உந்து வண்டியின்
அதிர்வுத்தாங்கியில் சுருள்வில்களின் தொகுப்பு

சுருள்வில்லின் விறைப்புத் தன்மையானது, சுருள்மாறிலி அல்லது விசைமாறிலி அல்லது விறைப்பு மாறிலியால் அளவிடப்படுகிறது.

சுருள்மாறிலியின் மதிப்பு அதிகமெனில் சுருள்வில்லானது விறைப்பாக இருக்கும். சுருள்வில்லை நீட்சியடையச் செய்யவோ அல்லது அழுக்கச் செய்யவோ அதிக விசையை செலுத்த வேண்டும் என்பதை இது உணர்த்துகின்றது. இதேபோல் சுருள்மாறிலியின் மதிப்பு குறைவெனில் குறைந்த விசையை செலுத்தி சுருள்வில்லை நீட்சியடையச் செய்யவோ அல்லது அழுக்கவோ முடியும்.

இரு சுருள்வில்களை இரு வழிகளில் இணைக்க முடியும். ஒன்று தொடரிணைப்பில் இணைத்தல் மற்றொன்று பக்க இணைப்பில் இணைத்தல்.

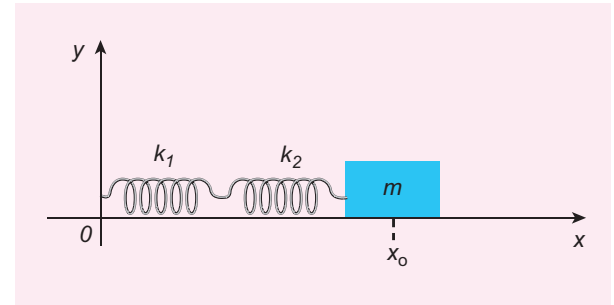
- சுருள்வில்கள் தொடரிணைப்பில் உள்ள போதும்
- சுருள்வில்கள் பக்க இணைப்பில் உள்ளபோதும்

தொகுப்பின் சுருள்மாறிலியை கீழ்க்காணும் துணைப்பிரிவுகளில் நாம் கணக்கிடலாம்.

- தொடரிணைப்பில் இணைக்கப்பட்டுள்ள சுருள்வில்கள்

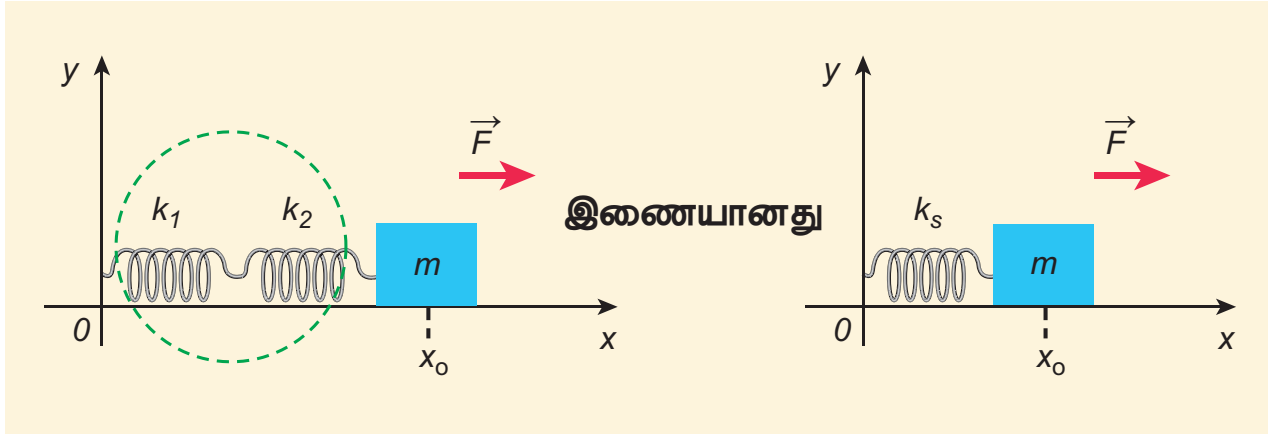
இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட சுருள்வில்கள் தொடரிணைப்பில் இணைக்கப்பட்டுள்ளன என்க. தொடரிணைப்பில் உள்ள சுருள்வில்கள் ஏற்படுத்தும் நிகர விளைவிற்குச் சமமான விளைவை ஏற்படுத்தும் ஒரு சுருள்வில்லை (தொகுப்பின் சுருள்வில்) அச்சுருள்வில் தொகுப்புக்கு பதிலாக நாம் பயன்படுத்தலாம்.

தனித்தனி சுருள்மாறிலிகளின் மதிப்புகள் k_1, k_2, k_3 , (தெரிந்த அளவுகள்), மற்றும் தொகுப்பின் சுருள்மாறிலி k_s (தெரியாத அளவுகள்) ஆகியவற்றுக்கிடையே கணிதவியல் தொடர்பினை நாம் பெறலாம். எளிமைக்காக k_1, k_2 சுருள் மாறிலி கொண்ட இரு சுருள்வில்களை மட்டும் கருதுவோம். அவை படம் 10.17 – ல் காட்டியுள்ளவாறு m என்ற நிறையுடன் இணைக்கப்பட்டுள்ளதாக கொள்க. இதன் மூலம் பெறப்படும் முடிவினைப் பயன்படுத்தி தொடரிணைப்பில் எந்த ஒரு எண்ணிக்கையிலும் இணைக்கப்படும் சுருள் வில்களுக்கான பொதுவான முடிவைப் பெறலாம்.



படம் 10.17 சுருள்வில்களின் தொடரிணைப்பு

படம் 10.18 இல் காட்டியுள்ளவாறு புறவிசை F வலதுபுறம் நோக்கி செலுத்தப்படுவதாகக் கொள்வோம். ஒவ்வொரு சுருள்வில்லின் சுருள்மாறிலி வெவ்வேறானவை மேலும் அவற்றுக்கிடையேயான பிணைப்பு இறுக்கமாக (rigid) இருப்பதில்லை. ஆதலால் அவை வெவ்வேறு நீளத்திற்கு நீட்சியடைகின்றன.



படம் 10.18 தொடரிணைப்பில் உள்ளபோது தொகுபயன் சுருள் மாறிலி

செலுத்தப்பட்ட விசை F - ன் காரணமாக சுருள்கள் அதனுடைய சமநிலையிலிருந்து (நீட்சியடையா நிலை) நீட்சியடைந்த தொலைவுகள் முறையே x_1 மற்றும் x_2 என்க.

எனவே, நிறைப் புள்ளியின் மொத்த இடப்பெயர்ச்சி

$$x = x_1 + x_2 \quad (10.37)$$

ஹுக்கின் விதியிலிருந்து

$$F = -k_s(x_1 + x_2) \Rightarrow x_1 + x_2 = -\frac{F}{k_s} \quad (10.38)$$

சுருள்வில்கள் தொடரிணைப்பில் உள்ளதால்

$$-k_1x_1 = -k_2x_2 = F$$

$$\Rightarrow x_1 = -\frac{F}{k_1} \text{ and } x_2 = -\frac{F}{k_2} \quad (10.39)$$

எனவே சமன்பாடு (10.39) - ஐ சமன்பாடு (10.38) - இல் பிரதியிட்டு தொகுபயன் சுருள்மாறிலியைக் கணக்கிட முடியும்.

$$-\frac{F}{k_1} - \frac{F}{k_2} = -\frac{F}{k_s}$$

$$\frac{1}{k_s} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$$

அல்லது

$$k_s = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2} \text{ N m}^{-1} \quad (10.40)$$

" n " சுருள்வில்கள்களை தொடரிணைப்பில் இணைப்பதாகக் கொண்டால் தொடரிணைப்பின் தொகுபயன் சுருள் மாறிலி

அலகு 10 அலைவுகள் (OSCILLATIONS)

$$\frac{1}{k_s} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \frac{1}{k_3} + \dots + \frac{1}{k_n} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{k_i} \quad (10.41)$$

அனைத்து சுருள் மாறிலிகளும் சமம் எனில் அதாவது

$$\frac{1}{k_s} = \frac{n}{k} \Rightarrow k_s = \frac{k}{n} \quad (10.42)$$

தொகுபயன் சுருள்மாறிலி " n " மடங்கு குறையும் என்பதை இது காட்டுகிறது.

ஆகவே, சுருள்வில்கள் தொடரிணைப்பில் இணைக்கப்படும் பொழுது தொகுபயன் சுருள்மாறிலியானது தனித்த சுருள் மாறிலியைவிட குறைவாக இருக்கும்.

சமன்பாடு 10.39 - லிருந்து நாம் பெறுவது

$$k_1x_1 = k_2x_2$$

இறுக்கப்பட்ட நீளம் அல்லது நீட்சியடைந்த நீளம் x_1 மற்றும் x_2 -க்கான தகவு

$$\frac{x_2}{x_1} = \frac{k_1}{k_2} \quad (10.43)$$

முதல் மற்றும் இரண்டாவது சுருள்வில்களில் தேக்கி வைக்கப்பட்டுள்ள மீள் நிலையாற்றல்

முறையே $V_1 = \frac{1}{2}k_1x_1^2$ மற்றும் $V_2 = \frac{1}{2}k_2x_2^2$, எனில் அவற்றின் தகவு

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{\frac{1}{2}k_1x_1^2}{\frac{1}{2}k_2x_2^2} = \frac{k_1}{k_2} \left(\frac{x_1}{x_2} \right)^2 = \frac{k_2}{k_1} \quad (10.44)$$

குறிப்பு

விறைப்பு மாறிலியின் தலைகீழ் நெகிழ்வுத்தன்மை மாறிலி (flexible constant) அல்லது இணக்கம் (compliance) எனப்படுகிறது. இது c என்ற எழுத்தால் குறிக்கப்படுகிறது. இது $N^{-1}m$ அலகால் அளவிடப்படுகிறது.

n சுருள்கள் தொடரிணைப்பில் இருப்பின், தொகுபயன் இணக்கம்

$$C_s = \sum_{i=1}^n C_i$$

n சுருள்கள் பக்க இணைப்பில் இருப்பின், தொகுபயன் இணக்கம்

$$\frac{1}{C_p} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i}$$

எடுத்துக்காட்டு 10.9

$1N\ m^{-1}$ மற்றும் $2N\ m^{-1}$ சுருள்மாறிலிகள் கொண்ட இரு சுருள்வில்கள் தொடரிணைப்பில் இணைக்கப்படுவதாக கொள்வோம். இவ்வமைப்பின் தொகுபயன் சுருள்மாறிலியைக் (k_s) கணக்கிடுக. மேலும் k_s ஐ பற்றி கருத்து கூறுக.

தீர்வு

$$k_1 = 1\ N\ m^{-1}, k_2 = 2\ N\ m^{-1}$$

$$k_s = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}\ N\ m^{-1}$$

$$k_s = \frac{1 \times 2}{1 + 2} = \frac{2}{3}\ N\ m^{-1}$$

$$k_s < k_1 \text{ and } k_s < k_2$$

எனவே தொகுபயன் சுருள் மாறிலியானது k_1, k_2 , மதிப்புகளைவிடக் குறைவாக இருக்கும்.

a. பக்க இணைப்பில் சுருள்வில்கள்

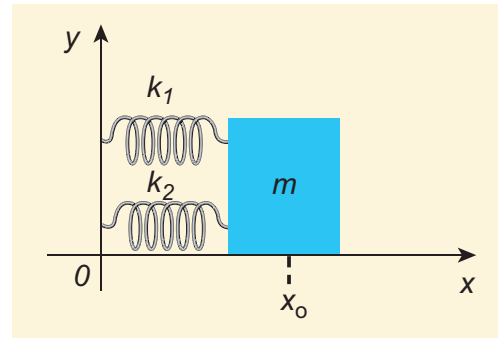
இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட சுருள்வில்கள் பக்க இணைப்பில் இணைக்கப்பட்டுள்ளன என்க. பக்க இணைப்பில் உள்ள சுருள்வில்கள் ஏற்படுத்தும் நிகர விளைவிற்குச் சமமான விளைவை ஏற்படுத்தும் ஒரு சுருள்விலை (தொகுபயன் சுருள்விலில்) அச்சுருள்விலில் தொகுப்புகளுக்கு பதிலாக நாம் பயன்படுத்தலாம்.

தனித்தனி சுருள் மாறிலிகளின் மதிப்புகள் k_1, k_2, k_3 , (தெரிந்த மதிப்புகள்), மற்றும்

தொகுபயன் சுருள் மாறிலி k_p (தெரியாத அளவு) ஆகியவற்றுக்கிடையேயான கணிதவியல் தொடர்பினை நாம் பெற முடியும்.

எளிமைக்காக k_1, k_2 சுருள் மாறிலி கொண்ட இரு சுருள்வில்கள்களை மட்டும் கருதுவோம். அவை படம் 10.19 ல் காட்டியுள்ளவாறு m என்ற நிறையுடன் இணைக்கப்பட்டுள்ளதாகக் கொள்க.

இதன் மூலம் பெறப்படும் முடிவினைப் பயன்படுத்தி பக்க இணைப்பில் எந்த ஒரு எண்ணிக்கையிலும் இணைக்கப்படும் சுருள்வில்களுக்கான பொதுவான முடிவைப் பெறலாம்.



படம் 10.19 சுருள்வில்கள் பக்க இணைப்பில்

படம் 10.20 -ல் காட்டியுள்ளவாறு விசை F -ஐ வலது புறமாக செலுத்துவதாக கொள்வோம்.

இந்நேர்வில், இரு சுருள்களும் ஒரே அளவிலான நீட்சி அல்லது இறுக்கத்தினை அடைகின்றது.

நிறை m அடைந்த இடப்பெயர்ச்சி எனில்

$$F = -k_p x \quad (10.45)$$

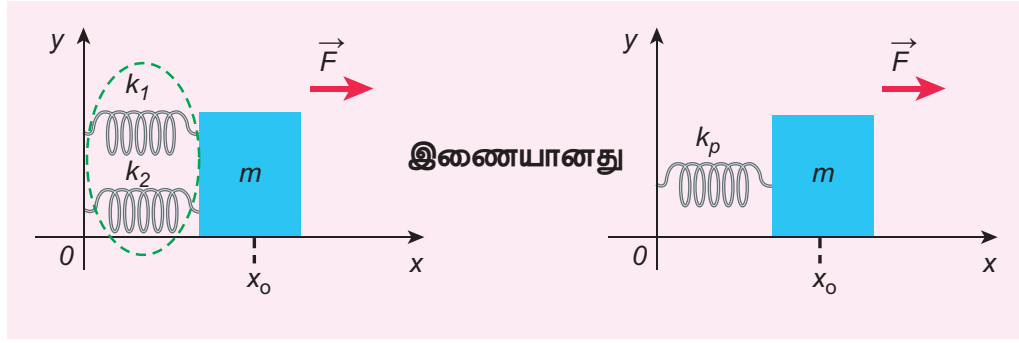
இங்கு k_p என்பது தொகுபயன் சுருள்மாறிலி ஆகும். முதல் சுருளில் x நீட்சியை ஏற்படுத்தும் விசை F_1 எனவும், இரண்டாவது சுருளில் அதே அளவு x நீட்சியை ஏற்படுத்தும் விசை F_2 எனவும் கொண்டால், தொகுபயன் விசையானது.

$$F = -k_1 x - k_2 x \quad (10.46)$$

சமன்பாடு (10.46) மற்றும் (10.45), ஆகியவற்றை சமன்செய்ய நாம் பெறுவது

$$k_p = k_1 + k_2 \quad (10.47)$$

அலகு 10 அலைகள் (OSCILLATIONS)



படம் 10.20 சுருள்வில்கள் பக்க இணைப்பில் உள்ளபோது தொகுபயன் சுருள்வில்

பொதுவாக n சுருள்வில்கள் பக்க இணைப்பில் இணைக்கப்பட்டிருப்பின்,

$$k_p = \sum_{i=1}^n k_i \quad (10.48)$$

அனைத்து சுருள்வில் மாறிலியின் மதிப்பும் சமமெனில் அதாவது

$$k_1 = k_2 = \dots = k_n = k$$

$$k_p = n k \quad (10.49)$$

தொகுபயன் சுருள்மாறிலி n மடங்கு அதிகரிக்கும் என்பதை இது காட்டுகிறது. ஆகவே சுருள்வில்கள் பக்க இணைப்பில் இணைக்கப்பட்டிருப்பின் தொகுபயன் சுருள் மாறிலி தனித்தனி சுருள் மாறிலியின் மதிப்பினைவிட அதிகமாக இருக்கும்.

குறிப்பு சுருள் மாறிலி சுருள்வில்லின் நீளத்திற்கு எதிர் விகிதத் தொடர்புடையது

$$k \propto \frac{1}{\text{சுருள்வில்லின் நீளம்}}$$

ஒரு சுருள்வில்லானது இரு துண்டுகளாக வெட்டப்படுவதாகக் கொள்வோம். ஒன்றின் நீளம் l_1 மற்றொன்றின் நீளம் l_2 இங்கு $l_1 = n l_2$ எனில் முதல் நீளத்தின் சுருள் மாறிலி $k_1 = \frac{k(n+1)}{n}$ மற்றும் இரண்டாவது நீளத்தின் சுருள்மாறிலி $k_2 = (n+1) k$, ஆகும். இங்கு k என்பது வெட்டப்படுவதற்கு முன்பு சுருள் மாறிலி ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 10.10

1 N m^{-1} மற்றும் 2 N m^{-1} சுருள் மாறிலி கொண்ட இரு சுருள்வில்கள் பக்க இணைப்பில் இணைக்கப்படுவதாகக் கொள்வோம். தொகுபயன் சுருள்மாறிலியைக் கணக்கிடுக மேலும் k_p ஐ பற்றி கருத்து கூறுக.

தீர்வு

$$k_1 = 1 \text{ N m}^{-1}, k_2 = 2 \text{ N m}^{-1}$$

$$k_p = k_1 + k_2 \text{ N m}^{-1}$$

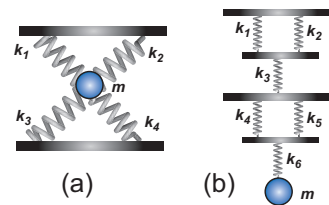
$$k_p = 1 + 2 = 3 \text{ N m}^{-1}$$

$$k_p > k_1 \text{ மேலும் } k_p > k_2$$

எனவே தொகுபயன் சுருள்மாறிலியானது k_1 மற்றும் k_2 மதிப்பைவிட அதிக மதிப்பு கொண்டது.

எடுத்துக்காட்டு 10.11

கீழ்க்காணும் அமைப்புகளின் தொகுபயன் சுருள்வில் மாறிலியின் மதிப்பைக் கணக்கிடுக. அனைத்து சுருள்வில்களுக்கும் சுருள்மாறிலிகளின் மதிப்பு சமம் எனக் கொண்டு கணக்கீடு செய்க.



தீர்வு

- a. k_1 மற்றும் k_2 பக்க இணைப்பில் உள்ளதால்,
 $k_u = k_1 + k_2$
 இதேபோல், k_3 மற்றும் k_4 பக்க இணைப்பில்
 $k_d = k_3 + k_4$

k_u மற்றும் k_p ஆகியவை தொடரிணைப்பில் உள்ளன.

$$\text{எனவே } k_{eq} = \frac{k_u k_d}{k_u + k_d}$$

அனைத்து சுருள்வில் மாறிலிகளும் சமம் என்பதால்

$$k_1 = k_2 = k_3 = k_4 = k$$

$$\text{அதாவது } k_u = 2k \text{ மற்றும் } k_d = 2k$$

$$\text{எனவே, } k_{eq} = \frac{4k^2}{4k} = k$$

- b. k_1 மற்றும் k_2 பக்க இணைப்பில் உள்ளதால்,
 $k_A = k_1 + k_2$
 இதேபோல், k_4 மற்றும் k_5 உள்ளதால்,
 $k_B = k_4 + k_5$

k_A, k_3, k_B மற்றும் k_6 தொடரிணைப்பில்

$$\text{உள்ளதால் } \frac{1}{k_{eq}} = \frac{1}{k_A} + \frac{1}{k_3} + \frac{1}{k_B} + \frac{1}{k_6}$$

அனைத்து சுருள் மாறிலிகளும் சமம் என்பதால்

$$k_1 = k_2 = k_3 = k_4 = k_5 = k_6 = k \text{ எனவே } k_A = 2k \text{ மற்றும் } k_B = 2k$$

$$\frac{1}{k_{eq}} = \frac{1}{2k} + \frac{1}{k} + \frac{1}{2k} + \frac{1}{k} = \frac{3}{k}$$

$$k_{eq} = \frac{k}{3}$$

எடுத்துக்காட்டு 10.12

m நிறையானது v என்ற வேகத்தில் ஒரு உராய்வற்ற கிடைத்தள பரப்பில் சென்று, ஏறத்தாழ நிறையற்ற, சுருள் மாறிலி k கொண்ட சுருள்வில் மீது மோதுகின்றது. மோதலுக்கு பிறகு நிறையானது அமைதிநிலைக்கு வருகின்றது எனில் சுருள்வில்லின் அமுக்கத்தை கணக்கிடுக.

தீர்வு

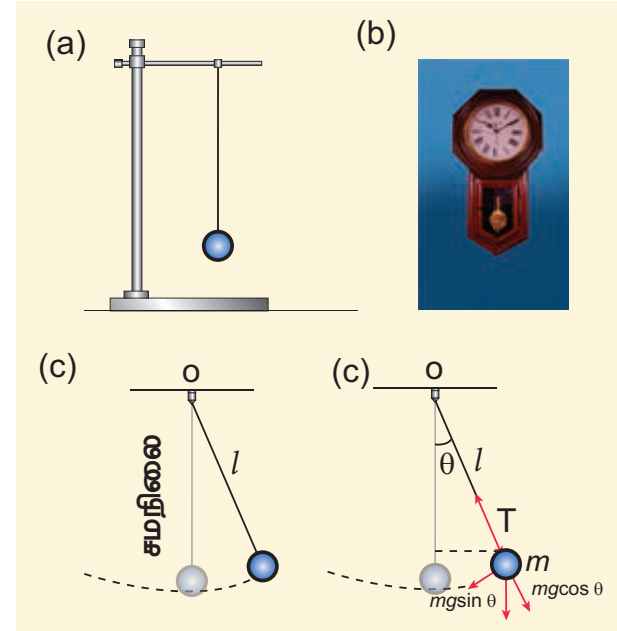
நிறையானது சுருள்வில்லை மோதும்போது நிறையின் இயக்க ஆற்றல் இழப்பானது சுருள்வில்லில் மீள் நிலை ஆற்றலாக பெறப்படுகிறது. (ஆற்றல் மாறாக்கோட்பாட்டின்படி)

x என்பது சுருளின் இறுக்கமடைந்த தூரம் என்க, ஆற்றல் மாறாக் கோட்பாட்டின்படி

$$\frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} k x^2 \Rightarrow x = v \sqrt{\frac{m}{k}}$$

10.4.4 தனிச்சீரிசை இயக்கத்தில் தனி ஊசலின் அலைவுகள் மற்றும் தனிஊசலின் விதிகள்

தனி ஊசல்:



படம் 10.21 தனி ஊசல்

தனி ஊசல் என்பது சீரலைவு இயக்கத்தை மேற்கொள்ளும் ஒரு இயந்திரவியல் அமைப்பாகும். நீளமான கயிற்றில் (நிறையற்ற மீட்சித் தன்மையற்றதாக கருதுக) m நிறை கொண்ட ஊசல்குண்டு ஒரு முனையில் தொங்க விடப்பட்ட நிலையில் மறு முனையானது படத்தில் [படம் 10.21 (a).] காட்டியுள்ளவாறு தாங்கியில் பொருத்தப்பட்டுள்ளது. சமநிலையில், தனி ஊசல் அலைவுறாமல் செங்குத்தாக கீழ்நோக்கி தொங்கிக் கொண்டிருக்கும். இந்நிலை சம நிலைப்புள்ளி அல்லது நடுநிலைப்புள்ளி எனப்படும். தனி ஊசலானது சமநிலைப் புள்ளியிலிருந்து சிறிய இடப்பெயர்ச்சிக்கு உட்படுத்தப்பட்டு விடப்படும் போது, ஊசல் குண்டானது முன்னும் பின்னும் இயக்கத்தை



மேற்கொள்ளும். தனி ஊசலின் நீளம் l என்பது தொங்கவிடப்பட்ட புள்ளிக்கும் ஊசல் குண்டின் ஈர்ப்பு மையதிற்கும் இடைப்பட்ட தொலைவு ஆகும்.

படம் 10.21 (d) இல் காட்டப்பட்டுள்ளது போல் ஊசல் குண்டின் மீது எந்த ஒரு இடம் பெயர்ந்த நிலையிலும் இரு விசைகள் செயல்படுகின்றன.

- ஈர்ப்பியல் விசை $\vec{F} = m\vec{g}$ செங்குத்தாக கீழ்நோக்கி செயல்படுகிறது.
- தொங்கவிடப்பட்ட புள்ளியை நோக்கி கயிற்றின் வழியாக செயல்படும் இழுவிசை $\vec{T}$

ஈர்ப்பியல் விசையின் இருகூறுகளாவன

- செங்குத்து கூறு: கயிற்றின் வழியாக இழுவிசைக்கு எதிர்திசையில் செயல்படும் கூறு. $F_{as} = mg \cos \theta$.
- தொடுவியல் கூறு: கயிற்றிற்கு செங்குத்தாக உள்ள கூறு அதாவது வில்லின் தொடுகோட்டு திசையில் உள்ள கூறு $F_{ps} = mg \sin \theta$.

எனவே,

கயிற்றின் வழியே விசையின் செங்குத்துக்கூறு

$$T - W_{as} = m \frac{v^2}{l}$$

இங்கு v என்பது ஊசல் குண்டின் வேகம்

$$T - mg \cos \theta = m \frac{v^2}{l} \quad (10.50)$$

படம் 10.21 - ஐ நாம் உற்று நோக்கும்போது ஈர்ப்பியல் விசையின் தொடுகோட்டு கூறானது எப்பொழுதும் சமநிலை நோக்கியே அமையும். அதாவது ஈர்ப்பியல் விசையானது, ஊசல் குண்டின் சமநிலைப்புள்ளியிலிருந்து அடைந்த இடப்பெயர்ச்சியின் எதிர்திசையில் அமையும். இந்த தொடுவியல் விசையே மீள் விசையாகும். தொடுவியல் விசையை நியூட்டனின் இரண்டாம் விதியின் மூலம் நாம் பெறலாம்.

குறிப்பு நியூட்டனின் 2 வது விதியிலிருந்து $\vec{F} = m\vec{a}$ இங்கு இடப்பக்கத்தில் நிகரவிசை $T - W_{as}$ மற்றும் வலது பக்கத்தில் $m\vec{a}$ மையநோக்கு விசைக்கு $\left(\frac{mv^2}{l}\right)$ சமமாக உள்ளதால் ஊசல் குண்டு அலைவுறுகிறது.

$$m \frac{d^2 s}{dt^2} + F_{ps} = 0 \Rightarrow m \frac{d^2 s}{dt^2} = -F_{ps}$$

$$m \frac{d^2 s}{dt^2} = -mg \sin \theta \quad (10.51)$$

இங்கு s என்பது ஊசல் குண்டின் இடப் பெயர்ச்சியாகும். இது வட்டவில்லின் வழியே அளவிடப்படுகிறது.

வட்ட வில்லின் நீளத்தை கோண இடப்பெயர்ச்சியின் வாயிலாக பெறலாம். அதாவது

$$s = l \theta \quad (10.52)$$

இதன் முடுக்கம்,

$$\frac{d^2 s}{dt^2} = l \frac{d^2 \theta}{dt^2} \quad (10.53)$$

சமன்பாடு (10.53) ஐ சமன்பாடு (10.51), ல் பிரதியிட

$$l \frac{d^2 \theta}{dt^2} = -g \sin \theta$$

$$\frac{d^2 \theta}{dt^2} = -\frac{g}{l} \sin \theta \quad (10.54)$$

மேற்கண்ட வகைக்கெழு சமன்பாட்டில் $\sin \theta$ இருப்பதனால், இச்சமன்பாடு நேர்போக்கற்ற (இரண்டாம் வரிசை ஒருபடித்தான) சமன்பாடாகும். சிறிய அலைவுகளுக்கு தோராயமாக $\sin \theta \approx \theta$ என்பதால் மேற்கண்ட வகைக்கெழு சமன்பாடு நேர்போக்கு வகைக்கெழுச் சமன்பாடாகிறது.

$$\frac{d^2 \theta}{dt^2} = -\frac{g}{l} \theta \quad (10.55)$$

இது நன்கு அறிந்த அலையியக்கத்திற்கான வகைக்கெழு சமன்பாடு. எனவே அலையியற்றியின் கோண அதிர்வெண்ணானது (அமைப்பின் இயல்பு அதிர்வெண்)

$$\omega^2 = \frac{g}{l} \quad (10.56)$$

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}} \text{ in rad s}^{-1} \quad (10.57)$$

அலையியக்கத்தின் அதிர்வெண்

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{l}} \text{ in Hz} \quad (10.58)$$

அலையியக்கத்தின் அலைநேரம்

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \text{ விநாடியில்} \quad (10.59)$$

தனி ஊசலின் விதிகள்

தனி ஊசலின் அலைவுநேரமானது

- a. கீழ்க்கண்ட விதிகளின் அடிப்படையில் அமைந்துள்ளது.

(i) நீளத்தின் விதி

கொடுக்கப்பட்ட புவியர்ப்பு முடுக்கத்தின் மதிப்பிற்கு, தனி ஊசலின் அலைவுநேரம் தனிஊசலின் நீளத்தின் இருமடி மூலத்திற்கு நேர்த்தகவில் அமையும்.

$$T \propto \sqrt{l} \quad (10.60)$$

(ii) முடுக்கத்தின் விதி

கொடுக்கப்பட்ட தனி ஊசலின் நீளம் மாறாதிருக்கும் போது ஊசலின் அலைவுநேரம் புவியர்ப்பு முடுக்கத்தின் இருமடி மூலத்திற்கு எதிர்த்தகவில் அமையும்.

$$T \propto \frac{1}{\sqrt{g}} \quad (10.61)$$

b. பின்வரும் காரணிகளைச் சார்ந்திருக்காது

(i) ஊசல் குண்டின் நிறை

தனி ஊசலில் ஊசல் குண்டின் அலைவுநேரம் நிறையை சார்ந்திராது. இதுதானே கீழேவிழும் பொருளின் இயக்கத்தை போன்றது. எனவே மாறாத நீளம் கொண்ட தனிஊசலில் ஊசல் குண்டாக யானை ஊசலுற்றாலும் எறும்பு ஊசலுற்றாலும் அலைவுக் காலம் பாதிக்காது. இரண்டும் ஒரே அலைவுக்காலத்தை பெற்றிருக்கும்.

(ii) அலைவுகளின் வீச்சு

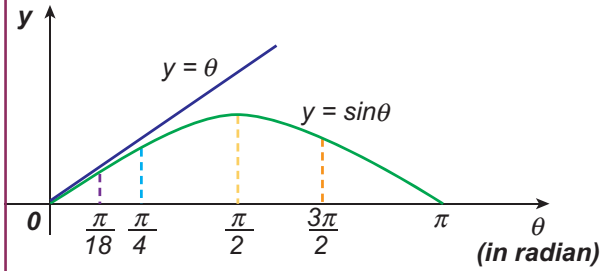
சிறிய கோண அளவுகளில் தனி ஊசல் (கோண இடப்பெயர்ச்சி சிறியதாக உள்ளபோது) அலைவுற்றால் அலைவுநேரம் வீச்சினை சார்ந்திராது.

எடுத்துக்காட்டு 10.13

தனி ஊசல் சோதனைகளில், தோராயமாக சிறிய கோணங்களை பயன்படுத்துவோம். இச்சிறிய கோணங்களை விவாதிக்க

θ (டிகிரியில்)	θ (ரேடியனில்)	$\sin \theta$
0	0	0
5	0.087	0.087
10	0.174	0.174
15	0.262	0.256
20	0.349	0.342
25	0.436	0.422
30	0.524	0.500
35	0.611	0.574
40	0.698	0.643
45	0.785	0.707

θ என்பது ரேடியனில் உள்ளபோது, சிறிய கோணங்களுக்கு $\sin \theta \approx \theta$



அதாவது θ வானது 10 டிகிரி மற்றும் அதைவிட குறைவாக இருக்கும்போது, θ வை ரேடியனில் குறிப்பிட்டால் $\sin \theta$ வானது θ வுக்கு சமம். θ அதிகரிக்கும்பொழுது $\sin \theta$ மதிப்பானது θ விலிருந்து படிப்படியாக வேறுபடுகிறது.

வெப்பநிலையினால் தனி ஊசலின் நீளத்தில் ஏற்படும் விளைவு

வெப்பநிலை மாறுபாட்டின் காரணமாக தொங்கவிடப்பட்ட கம்பியானது பாதிப்படைகிறது என கொள்க. வெப்பநிலை உயர்த்தும்போது கம்பியின் நீளத்தில் ஏற்படும் பாதிப்பானது

$$l = l_0 (1 + \alpha \Delta t)$$

என மாற்றமடைகிறது. இங்கு l_0 என்பது கம்பியின் ஆரம்ப நீளம் மற்றும் l என்பது வெப்பநிலையின் உயர்வால் ஏற்படும்

கம்பியின் இறுதி நீளம். Δt என்பது வெப்பநிலை மாற்றம் மற்றும் α என்பது நீள்விரிவெண் என்க. எனவே

$$\text{எனவே, } T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi \sqrt{\frac{l_0(1 + \alpha \Delta t)}{g}} : \\ = 2\pi \sqrt{\frac{l_0}{g}} \sqrt{(1 + \alpha \Delta t)}$$

$$T = T_0 (1 + \alpha \Delta t)^{\frac{1}{2}} \approx T_0 (1 + \frac{1}{2} \alpha \Delta t)$$

$$\Rightarrow \frac{T}{T_0} - 1 = \frac{T - T_0}{T_0} = \frac{\Delta T}{T_0} = \frac{1}{2} \alpha \Delta t$$

இங்கு ΔT என்பது வெப்பநிலை மாறுபாட்டின் காரணமாக அலைவு நேரத்தில் ஏற்படும் மாறுபாடு மற்றும் T_0 என்பது தனிஊசலின் தொடக்க நீளம் l_0 ஆக உள்ளபோது உள்ள அலைவுநேரம்.

எடுத்துக்காட்டு 10.14:

ஒரு தனி ஊசலின் நீளம் அதன் தொடக்க நீளத்திலிருந்து 44% அதிகரிக்கிறது எனில் தனிஊசலின் அலைவுநேரம் அதிகரிக்கும் சதவீதத்தை கணக்கிடுக.

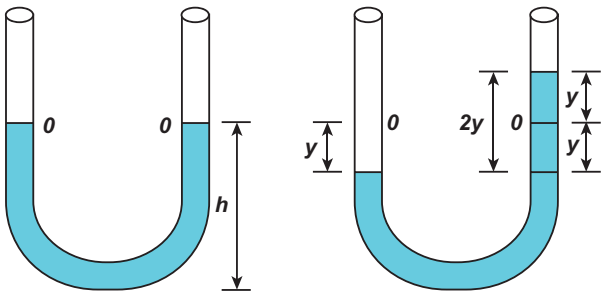
தீர்வு

$T \propto \sqrt{l}$ என்பதால்

$$T = \text{மாறிலி } \sqrt{l} \\ \frac{T_f}{T_i} = \sqrt{\frac{l + \frac{44}{100}l}{l}} = \sqrt{1.44} = 1.2$$

எனவே, $T_f = 1.2 T_i = T_i + 20\% T_i$

U வடிவக் குழாயின் திரவத்தம்பத்தின் அலைவுகள்:



படம் 10.22 U- வடிவ கண்ணாடிக் குழாய்

ஒரு சீரான குறுக்குவெட்டுப்பரப்பு A கொண்ட திறந்த புயங்களைக் கொண்ட U வடிவ கண்ணாடிக் குழாயைக் கருதுக. படம் 10.22-ல் காட்டப்பட்டதுபோல், பாகுநிலையற்ற, அழுக்க இயலாத ρ அடர்த்தி கொண்ட திரவமானது U வடிவக் குழாயின் புயங்களில் h உயரத்திற்கு நிரப்பப்பட்டுள்ளதாக கொள்க. குழாயும் திரவமும் அசைவற்ற நிலையில் உள்ளதெனில் திரவத்தம்ப மட்டம் சமநிலைப் புள்ளி O வில் இருக்கும். திரவத்தின் மீது எந்த ஒரு புள்ளியில் அழுத்தத்தை அளவிட்டாலும் சமமாக இருக்கும். மேலும் புயங்களின் மேற்பகுதியிலும் அழுத்தம் (குழாயின் இருபுறங்களின் உள்ள முனைகளில்) சமமாக இருக்கும். இவ்வழுத்தம் வளி மண்டல அழுத்தத்திற்குச் சமம். இதனால் குழாயின் புயங்களில் திரவமட்டங்கள் சமநிலையில் இருக்கும். ஏதேனும் ஒரு புயத்தில் நாம் காற்றை ஊதுவதன் மூலம் தேவையான விசையை செலுத்துவதால் சமநிலைப் புள்ளி O விலிருந்து திரவ மட்டம் மாறுபடுகிறது. அதாவது ஒரு புயத்தில் ஊதப்பட்ட காற்றின் அழுத்தம் மற்றொரு புயத்தைவிட அதிகம். இந்த அழுத்த மாறுபாடு திரவத்தை நடு அல்லது சமநிலைப் பொருத்து சிறிது நேரம் அலைவுகளை உருவாக்குகிறது பின் இறுதியாக அமைதி நிலைக்கு திரும்புகிறது. இதன் அலைவுநேரம்.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{2g}} \text{ விநாடி} \quad (10.62)$$

10.5

தனிச்சீரிசை இயக்கத்தின் ஆற்றல்

a. நிலை ஆற்றலுக்கான சமன்பாடு

தனிச்சீரிசை இயக்கத்தில் விசைக்கும் இடப்பெயர்ச்சிக்கும் இடையேயான தொடர்பு ஹுக் விதியின்படி

$$\vec{F} = -k\vec{r}$$

பொதுவாக விசை என்பது வெக்டர் அளவு ஆதலால் முப்பரிமாணத்தில் இது மூன்று கூறுகளை கொண்டது. மேலும் மேற்கண்ட சமன்பாட்டில் விசையானது ஆற்றல் மாற்றா விசையாகும். இந்த விசையை ஒருகூறு கொண்ட ஸ்கேலார் சார்பிலிருந்து தருவிக்க முடியும். ஒருபரிமாண இயக்கத்தில்



$$F = -kx \quad (10.63)$$

தொகுதி 1, அலகு 4 இல் விவாதித்தது போல் ஆற்றல் மாற்றா விசைப்புலத்தினால் செய்யப்பட்ட வேலை பாதையைச் சார்ந்திராது. கீழ்க்கண்ட சமன்பாட்டிலிருந்து அதன் நிலையாற்றலைக் கணக்கிட முடியும்.

$$F = -\frac{dU}{dx} \quad (10.64)$$

(10.63) வையும் (10.64), யையும் ஒப்பிட

$$-\frac{dU}{dx} = -kx$$

$$dU = kx dx$$



ஒப்பு மாறி

தொகையீட்டு மாறிலி x' என்பது ஒப்பு மாறியாகும்.

$$\int_0^y t dt = \int_0^y x dx = \int_0^y p dp = \frac{y^2}{2}$$

மாறி t , x மற்றும் p என்பன ஒப்பு மாறிகள் ஏனெனில் தொகையீட்டின் போது t , x அல்லது p ஆகிய எந்த மாறிகளை வைத்து தொகையீட்டை நாம் செய்யும்போதும் ஒரே விடை கிடைக்கப்பெறும்.

சிறிய இடப்பெயர்ச்சி dx - ஐ மேற்கொள்ள F என்ற விசையினால் செய்யப்பட்ட வேலை நிலை ஆற்றலாக சேகரிக்கப்படுகிறது.

$$U(x) = \int_0^x kx' dx' = \frac{1}{2}k(x')^2 \Big|_0^x = \frac{1}{2}kx^2 \quad (10.65)$$

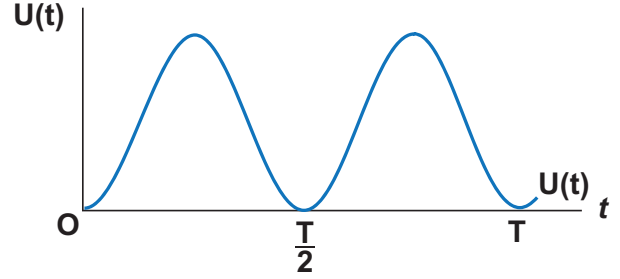
சமன்பாடு (10.22), லிருந்து விசை மாறிலியின் மதிப்பு $k = m\omega^2$ யை சமன்பாடு (10.65) இல் நாம் பிரதியிட

$$U(x) = \frac{1}{2}m\omega^2 x^2 \quad (10.66)$$

இங்கு, ω என்பது அலைவறு அமைப்பின் இயல்பு அதிர்வெண். சமன்பாடு (10.6) லிருந்து சீரிசை இயக்கத்தை மேற்கொள்ளும் துகள்களுக்கு, நாம் பெறுவது

$$x = A \sin \omega t$$

$$U(t) = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 \sin^2 \omega t \quad (10.67)$$



படம் 10.23 காலத்தைப் பொருத்து நிலை ஆற்றல் மாறுபாடு

உங்கள் சிந்தனைக்கு

நிலை ஆற்றலானது சிறுமம் எனில் இரண்டாம் நிலை வகைக்கெழு நேர் மதிப்பில் இருக்கும் ஏன்?

b. இயக்க ஆற்றலுக்கான சமன்பாடு

இயக்க ஆற்றல்

$$KE = \frac{1}{2}mv_x^2 = \frac{1}{2}m\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 \quad (10.68)$$

துகளானது சீரிசை இயக்கத்தை மேற்கொள்கிறது எனில், சமன்பாடு (10.6) லிருந்து

$$x = A \sin \omega t$$

எனவே திசைவேகமானது

$$v_x = \frac{dx}{dt} = A\omega \cos \omega t \quad (10.69)$$

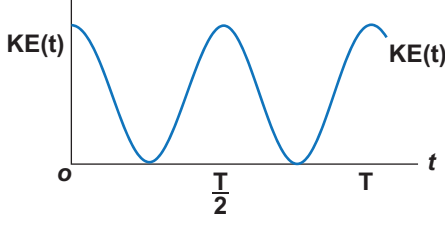
$$= A\omega \sqrt{1 - \left(\frac{x}{A}\right)^2}$$

$$v_x = \omega \sqrt{A^2 - x^2} \quad (10.70)$$

எனவே,

$$KE = \frac{1}{2}mv_x^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 (A^2 - x^2) \quad (10.71)$$

$$KE = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 \cos^2 \omega t \quad (10.72)$$



படம் 10.24 காலத்தைப் பொருத்து இயக்க ஆற்றல் மாறுபாடு

c. மொத்த ஆற்றலுக்கான சமன்பாடு
இயக்க ஆற்றல் மற்றும் நிலை ஆற்றல் இவற்றின் கூடுதல் மொத்தஆற்றல் ஆகும்.

$$E = KE + U \quad (10.73)$$

$$E = \frac{1}{2} m \omega^2 (A^2 - x^2) + \frac{1}{2} m \omega^2 x^2$$

எனவே, x^2 ஐ நீக்க,

$$E = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 = \text{மாறிலி} \quad (10.74)$$

மறுதலையாக சமன்பாடு (10.67) மற்றும் சமன்பாடு (10.72), லிருந்து நாம் பெறும் மொத்த ஆற்றல்

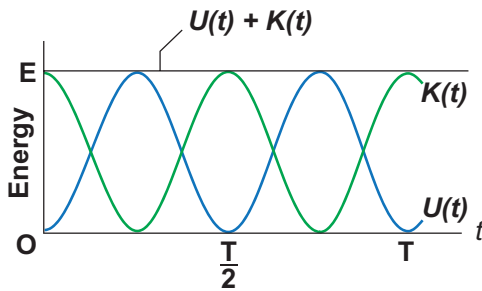
$$E = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 \sin^2 \omega t + \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 \cos^2 \omega t$$

$$= \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 (\sin^2 \omega t + \cos^2 \omega t)$$

திரிகோணமீதி முற்றொருமையிலிருந்து,

$$(\sin^2 \omega t + \cos^2 \omega t) = 1$$

$$E = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 = \text{மாறிலி}$$



படம் 10.25 நிலை ஆற்றல் மற்றும் இயக்க ஆற்றல் இரண்டும் மாறுபடும் ஆனால் மொத்த ஆற்றல் மாறாது

எனவே மொத்த ஆற்றலைக் கொண்டு பெறப்படும் சீரிசை அலையியற்றியின் வீச்சு

$$A = \sqrt{\frac{2E}{m\omega^2}} = \sqrt{\frac{2E}{k}} \quad (10.75)$$

அலகு 10 அலைவுகள் (OSCILLATIONS)

எடுத்துக்காட்டு 10.15

ஒருபரிமாண இயக்கத்திற்கான இயக்க ஆற்றல் மற்றும் மொத்த ஆற்றல் இவற்றின் சமன்பாடுகளை நேர்க்கோட்டு உந்தத்தைக் கொண்டு எழுதுக.

தீர்வு

இயக்க ஆற்றல் $KE = \frac{1}{2} m v_x^2$

பகுதி மற்றும் தொகுதியை m ஆல் பெருக்க

$$KE = \frac{1}{2} m^2 v_x^2 = \frac{1}{2} m (v_x)^2 = \frac{1}{2} m p_x^2$$

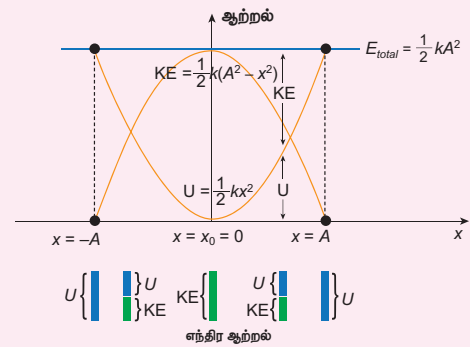
இங்கு, p_x என்பது சீரிசை இயக்கத்தை மேற்கொள்ளும் துகளின் நேர்க்கோட்டு உந்தம்.

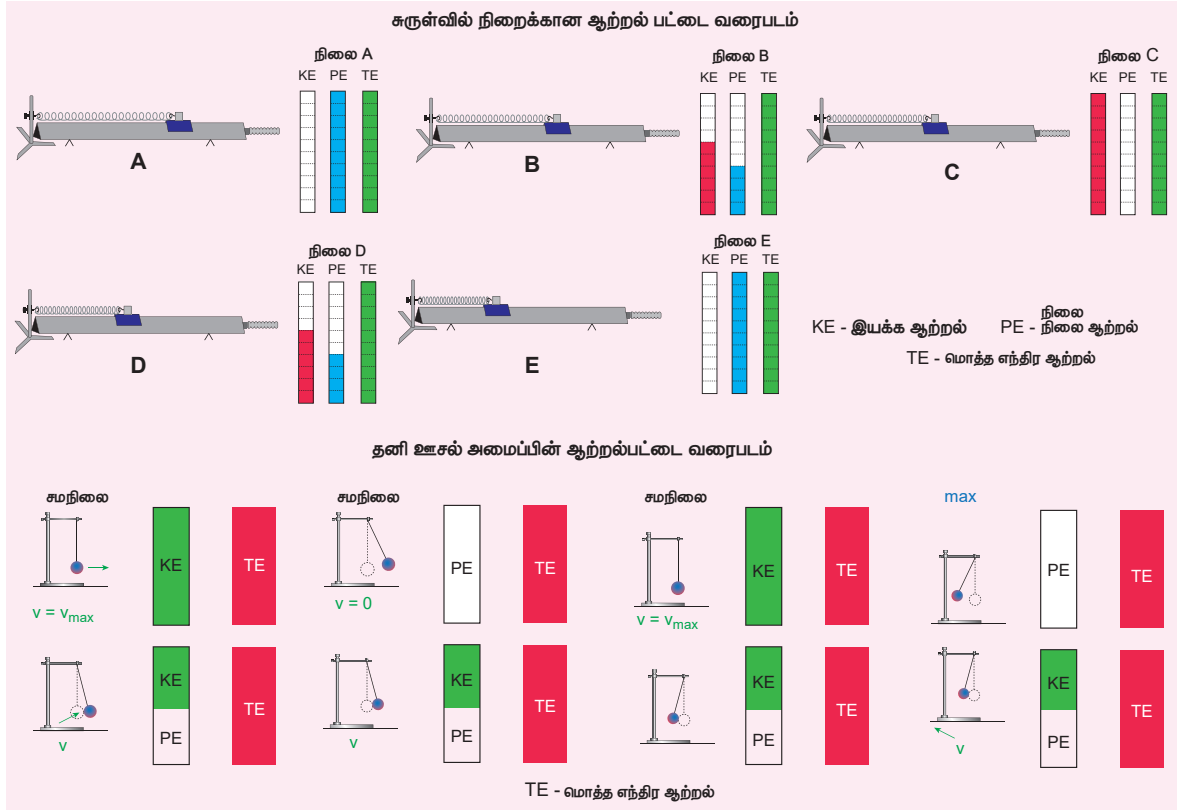


ஆற்றல் மாறா விதி:

இயக்க ஆற்றல் மற்றும் நிலை ஆற்றல் இரண்டும் சீரலைவு சார்பு மற்றும் அவற்றின் மதிப்புகள் அலைவுகாலம் $\frac{T}{2}$ பிறகு மீண்டும் நிகழும். ஆனால் x அல்லது t ன் எல்லா மதிப்புகளுக்கும் மொத்த ஆற்றல் மாறிலி. தனிச்சீரிசை இயக்கத்திற்கு இயக்க ஆற்றலும் நிலை ஆற்றலும் எப்பொழுதும் நேர்க்குறி. இயக்க ஆற்றலை எதிர்மதிப்பில் எடுத்துக்கொள்ளக்கூடாது. ஏனெனில் இது திசைவேகத்தின் இருமடிக்கு நேர்விகிதப் பொருத்தமடையாது என்பதை நினைவில் கொள்க.

ஒரு இயற்பியல் அளவின் அளவீடு இயல் எண்ணாகவே இருக்க வேண்டும். இயக்க ஆற்றல் எதிர்குறி எனில், திசைவேகத்தின் எண்மதிப்பு கற்பனை எண்ணாகும், இது நடைமுறையில் ஏற்படையது அல்ல. சமநிலையில் முழுவதும் இயக்க ஆற்றலாகவும், பெரும நிலையில் முற்றிலும் நிலையாற்றலாகவும் இருக்கும்.





படம் 10.26 ஆற்றல் மாறா விதி – சுருள்வில் நிறை மற்றும் தனி ஊசல் அமைப்பு

மொத்த ஆற்றல் என்பது இயக்க ஆற்றல் மற்றும் நிலை ஆற்றல்களின் கூடுதல் ஆகும். எனவே சமன்பாடு (10.73) மற்றும் சமன்பாடு (10.75) லிருந்து

$$E = KE + U(x) = \frac{1}{2m} p_x^2 + \frac{1}{2} m \omega^2 x^2 = \text{மாறிலி}$$

எடுத்துக்காட்டு 10.16:

அலைவறும் துகளின் நிலை ஆற்றல் மற்றும் இயக்க ஆற்றல் இரண்டும் சமமாக உள்ள நிலையை கணக்கிடுக.

தீர்வு

அலைவறும் துகளின் நிலை ஆற்றல் மற்றும் இயக்க ஆற்றல் இரண்டும் சமம் எனில்

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} m \omega^2 (A^2 - x^2) &= \frac{1}{2} m \omega^2 x^2 \\ A^2 - x^2 &= x^2 \\ 2x^2 &= A^2 \\ \Rightarrow x &= \pm \frac{A}{\sqrt{2}} \end{aligned}$$

10.6

அலைவுகளின் வகைகள்

10.6.1 கட்டற்ற அலைவுகள்

அலையியற்றியை அதன் சமநிலைப்புள்ளியிலிருந்து இடம்பெயரச் செய்து அலைவுறச் செய்தால் அது அலைவறும் அதிர்வெண்ணானது இயல்பு அதிர்வெண்ணிற்கு சமமாக இருக்கும். இவ்வகை அலைவுகள் அல்லது அதிர்வுகள் கட்டற்ற அலைவுகள் அல்லது கட்டற்ற அதிர்வுகள் எனப்படும்.

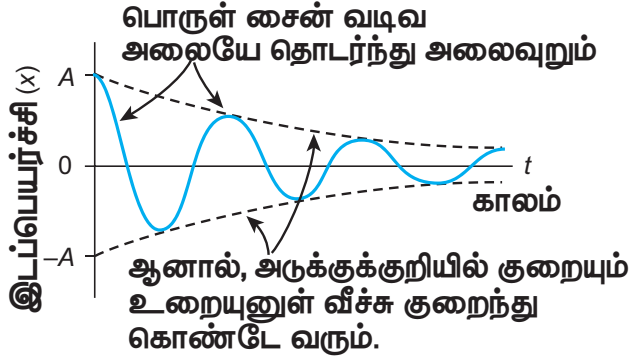
எடுத்துக்காட்டுகள்:

- இசைக்கவையின் அதிர்வுகள்.
- இழுத்துக்கட்டப்பட்ட கம்பியின் அதிர்வுகள்.
- தனி ஊசலின் அலைவுகள்.
- சுருள்வில் நிறை அமைப்பின் அலைவுகள்.

10.6.2 தடையறு அலைவுகள்

தனி ஊசல் அலைவறும் போது (முந்தைய நிகழ்வில்) அலைவின் வீச்சானது மாறிலி எனவும்

அலையியற்றியின் மொத்த ஆற்றல் மாறாதது எனவும் எடுத்துக் கொள்கிறோம். ஆனால் உண்மையில் ஊடகத்தின் உராய்வு மற்றும் காற்றின் இழுவையால் காலம் அதிகரிக்கும்போது வீச்சு குறைகின்றது. இதன் அலைவுகள் நிலைநிறுத்தப்படாமல் இருக்கும் மற்றும் சீரிசை அலையியற்றின் ஆற்றல் படிப்படியாக குறைகின்றது. இந்த ஆற்றல் இழப்பு அலையியற்றி சூழ்ந்துள்ள ஊடகம் உட்கவர்தலால் ஏற்படுகிறது. இந்த வகை அலை இயக்கம் தடையுறு அலைவுகள் என அழைக்கப்படுகின்றது. வேறுவிதமாக கூறினால் அலையின் வீச்சு குறைகின்றது மற்றும் அலையியற்றியின் ஆற்றல் ஊடகத்தின் தடைக்கு எதிராக செய்யப்பட்ட வேலையாக மாற்றப்படுகிறது. இவ்வகை இயக்கம் தடையுறு இயக்கம் என அழைக்கப்படுகின்றது மற்றும் இந்நிகழ்வில் உராய்வு விசை (தடையுறு விசை) அலையி-யற்றியின் திசைவேகத்திற்கு நேர்தகவில் இருக்கும்.



படம் 10.27 தடையுறு சீரிசை அலையியற்றி – காலம் அதிகரிக்கும்போது வீச்சு குறைகிறது

எடுத்துக்காட்டுகள்:

- தனி ஊசலின் அலைவுகள் (காற்றின் தடையுடன்) அல்லது எண்ணெய் நிரப்பப்பட்ட கலனிற்குள் தனி ஊசலின் அலைவுகள்.
- தொட்டிச் சுற்றில் ஏற்படும் மின்காந்த அலைவுகள்
- கால்வனா மீட்டரில் ஏற்படும் தடையுறு அலைவு

10.6.3 நிறுத்தப்பட்ட அலைவுகள்

ஊசலில் ஆடிக் கொண்டிருக்கும்போது ஒரு சில அலைவுகளுக்கு பிறகு அலைவு நிறுத்தப்படும். இதற்கு காரணம் தடையுறு விசையாகும். இதனைத் தவிர்க்க தள்ளு விசையைச் செலுத்தி அலைவுகளானது நிலை நிறுத்தப்படுகிறது.

புற மூலத்திலிருந்து ஆற்றலை பயன்படுத்தி அலையியற்றிக்கு அளிப்பதனால் அலைவுகளின் வீச்சு மாறாமல் இருக்கும். இவ்வகை அதிர்வுகளை நிலை நிறுத்தப்பட்ட அதிர்வுகள் என்கிறோம்.

எடுத்துக்காட்டு:

அதிர்வுறும் இசைக்கவையின் ஆற்றலை மின்கலனருக்கு அல்லது புறதிறன் மூலத்திலிருந்து பெறச்செய்தல்

10.6.4 திணிப்பு அதிர்வுகள்

எந்த ஒரு அலையியற்றி, தான் இழந்த ஆற்றலை புறச்சீரலைவு அமைப்பினால் பெற்று தொடர்ந்து இயங்குகின்றதோ அந்த அலையியற்றியை திணிப்பு அலையியற்றி அல்லது இயக்கப்பட்ட அலையியற்றி என அழைக்கின்றோம்.

இவ்வகை அதிர்வுகளில், பொருளானது ஆரம்பத்தில் இயல்பு அதிர்வெண்ணில் அதிர்வுறும் பின்னர் புற சீரலைவு விசையின் காரணமாக புற சீரலைவு விசையின் அதிர்வெண்ணில் அதிர்வுறும். இத்தகைய அதிர்வுகள் திணிப்பு அதிர்வுகள் என்று அழைக்கப்படுகிறது.

எடுத்துக்காட்டு:

இழுந்துக் கட்டப்பட்ட ஒலிப்பானிலிருந்து பெறப்படும் அதிர்வுகள்

10.6.5 ஒத்ததிர்வு

ஒத்ததிர்வு திணிப்பு அதிர்வின் சிறப்பு நிகழ்வு ஆகும். இங்கு புற சீரலைவு விசையின் (அல்லது இயக்கி விசையின்) அதிர்வெண்ணும் அதிர்வுறும் பொருளின் இயல்பு அதிர்வெண்ணும் சமமாக இருக்கும். இதன் விளைவினால் அதிர்வுறும் பொருளின் வீச்சு அதிகரிக்க ஆரம்பித்து பெரும் வீச்சு நிலையைப் பெறும். இந்த நிகழ்வை ஒத்ததிர்வு எனவும் அதன் அதிர்வுகள் ஒத்திசைவு எனவும் அழைக்கப்படுகிறது.

எடுத்துக்காட்டு:

ஒலியால் கண்ணாடி உடைதல்



ரேடியோ (அல்லது தொலைக்காட்சி) ஏற்பி சுற்றுக்களை, ரேடியோ நிலையத்துடன் (அல்லது தொலைக்காட்சி) இசைவு செய்தலில் ஒத்திசைவு தத்துவம் பயன்படுகிறது.



ஒத்திசைவு அதிர்வுகள் பாலத்தில் ஏற்படுவதைத் தவிர்க்க பாலத்தின் மீது இராணுவ வீரர்கள் அணிவகுத்து கடந்து செல்ல அனுமதிக்கப்பட மாட்டார்கள்.

இராணுவ வீரர்கள் பாலத்தைக் கடந்து செல்லும்போது, அவர்கள் பாலத்தின் மீது காலடி எடுத்து வைக்கும் அதிர்வெண் பாலத்தின் இயல்பு அதிர்வெண்ணிற்கு சமம் எனில் இப்பாலம் ஒத்திசை அதிர்வுகளை பெறலாம். வீச்சின் மதிப்பு மிகப்பெரியது என்பதால் பாலம் இடிந்துவிழ வாய்ப்புள்ளது.



குறிப்பு

மின்தூக்கியில் தனி ஊசல்:

- (i) a முடுக்கத்துடன் மேல்நோக்கி இயங்கும் மின்தூக்கி ஈர்ப்பு முடுக்கத்தால் ஏற்படும் தொகுபயன் முடுக்கம்

$g_{eff} = g + a$ என்பதால் அலைவுநேரம்

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g_{eff}}} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{(g + a)}}$$

அலைவுக்காலமானது புவிஈர்ப்பு முடுக்கத்திற்கு எதிர்தகவில் தொடர்புடையது எனவே மின்தூக்கி மேலே இயங்கும்போது அலைவுக் காலம் குறைகிறது.

- (ii) a முடுக்கத்துடன் கீழ்நோக்கி இயங்கும் மின்தூக்கி தொகுபயன் $g_{eff} = g - a$ என்பதால்

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g_{eff}}} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{(g - a)}}$$

அலைவுக் காலமானது புவிஈர்ப்பு முடுக்கத்திற்கு எதிர்தகவில் உள்ளதால் மின்தூக்கி கீழ்நோக்கி இயங்கும்போது அலைவுநேரம் அதிகரிக்கும்.

- (iii) மின் தூக்கியானது $a > g$: வுடன் விழும்போது தொகுபயன் முடுக்கம் $g_{eff} = a - g$ எனவே, அலைவுநேரம்

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g_{eff}}} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{(a - g)}}$$

இந்நிகழ்வில், ஊசல் தலைகீழாக திரும்பி அதனுடைய பெரும் உயரப்புள்ளியைப் பொருத்து அலைவறும்.

- (iv) மின்தூக்கியானது $a = g$ என்ற முடுக்கத்துடன் கீழே விழும்போது தொகுபயன் முடுக்கம் $g_{eff} = g - g = 0$ எனவே அலைவுநேரம்

$T \rightarrow \infty$ எனும்போது ஊசலானது அலைவறாது மற்றும் அதன் இயக்கம் நிறுத்தப்படுகிறது

- (v) தனிஊசலானது கிடைத்தளத்தில் a முடுக்கத்துடன் இயங்கிக் கொண்டு இருக்கும் காரில் வைக்கப்பட்டுள்ளது எனில் தொகுபயன் முடுக்கம் $g_{eff} = \sqrt{g^2 + a^2}$ எனவே, அலைவுநேரம்

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g_{eff}}} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{\sqrt{g^2 + a^2}}}$$



பாடச்சுருக்கம்

- ஒரு பொருள் அல்லது துகள் குறிப்பிட்ட கால இடைவெளியில் ஒரு புள்ளியை ஆதாரமாகக் கொண்டு முன்னும் பின்னும் திரும்ப திரும்ப இயக்கமடைந்தால் அவ்வியக்கம் அலை இயக்கம் அல்லது அதிர்வியக்கம் எனப்படும்.
- தனிச்சீரிசை இயக்கத்திற்கு ஒரு பொருளின்மீது செயல்படும் விசை அல்லது முடுக்கமானது நிலையான புள்ளியிலிருந்து அது அடைந்த இடப்பெயர்ச்சிக்கு நேர்தகவிலும் எப்பொழுதும் அந்நிலைப்புள்ளியை நோக்கியதாக அமையும்.

$$\text{விசை } F_x = -kx$$

- இங்கு k என்பது விசை மாறிலி, அதன் மதிப்பு ஓரலகு நீளத்தில் சுருள்வில் உணரும் விசைக்குச் சமம்.
- சீரிசை இயக்கத்திலுள்ள துகள் ஒன்றின் இடப்பெயர்ச்சி, $y = A \sin \omega t$.
- சீரிசை இயக்கத்திலுள்ள துகள் ஒன்றின் திசைவேகம் $v = A \omega \cos \omega t = \omega \sqrt{A^2 - y^2}$.
- சீரிசை இயக்கத்திலுள்ள துகள் ஒன்றின் முடுக்கம், $a = \frac{d^2 y}{dt^2} = -\omega^2 y$.
- துகள் ஒன்று ஒரு அலைவை முழுமையாக நிகழ்த்த எடுத்துக் கொள்ளும் காலம் அலைவு நேரம் என வரையறுக்கப்படுகிறது. இதனை T எனக் குறிப்பிடலாம். அலைவுநேரம் $T = \frac{2\pi}{\omega}$.
- ஒரு துகளால் ஓரலகு காலத்தில் ஏற்படுத்தும் அலைவுகளின் எண்ணிக்கை அதிர்வெண் எனப்படும். இது f என குறிக்கப்படுகிறது. இதன் அலகு s^{-1} அல்லது ஹெர்ட்ஸ் கணிதமுறைப்படி அதிர்வெண்ணானது அலைவுக்காலத்துடன் $f = \frac{1}{T}$ எனும் தொடர்பை பெற்றுள்ளது.
- கோணச்சீரிசை இயக்கத்தின் அதிர்வெண் $f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{I}}$ in Hz
- n சுருள்வில் தொடர் இணைப்பில் உள்ளபோது சுருள் மாறிலியின் தொகுபயன்

$$\frac{1}{k_s} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \frac{1}{k_3} + \dots + \frac{1}{k_n} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{k_i}$$

- n சுருள்வில்கள் பக்க இணைப்பில் உள்ளபோது சுருள் மாறிலிகளின் தொகுபயன்

$$k_p = \sum_{i=1}^n k_i$$

- U வடிவக் குழாயில் உள்ள திரவம் அலைவிறும்போது அதன் அலைவுநேரம் $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{2g}}$ விநாடி
- ஆற்றல் மாறா அமைப்பு ஒன்றில் ஒரு பரிமாணத்தில் விசையின் புலமானது நிலையாற்றலில் இருந்து எண்ணியல் முறையில் $F = -\frac{dU}{dx}$ எனப் பெறப்படுகிறது.
- தனிச்சீரிசை இயக்கத்தில் உள்ள துகள் ஒன்றின் நிலை ஆற்றல் $U(x) = \frac{1}{2} m \omega^2 x^2$.
- தனிச்சீரிசை இயக்கத்தில் உள்ள துகள் ஒன்றின் இயக்க ஆற்றல் $KE = \frac{1}{2} m v_x^2 = \frac{1}{2} m \omega^2 (A^2 - x^2)$.
- சீரிசை இயக்கத்தில் உள்ள துகள் ஒன்றின் மொத்த ஆற்றல் $E = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 =$ மாறிலி
- அலைவுகளின் வகைகள் – கட்டற்ற அலைவுகள், தடையுறு அலைவுகள், நிலைநிறுத்தப்பட்ட அலைவுகள் மற்றும் திணிப்பு அதிர்வுகள்
- ஒத்ததிர்வு என்பது திணிப்பு அதிர்வுகளின் சிறப்பு வகையாகும்.

கருத்து வரைபடம்

அலைவுகள்

தனிச்சீரிசை இயக்கம் (SHM)

$$a = -\omega^2 A \sin \omega t$$

$$a = -\omega^2 y$$

$$F = -kx \quad x = +A \sin \omega t$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0$$

$$V = A\omega \cos \omega t$$

$$F = -\frac{dU}{dx} \quad U = \frac{1}{2}kx^2$$

$$v = \omega \sqrt{A^2 - y^2}$$

$$TE = \frac{1}{2}kA^2 \quad KE = \frac{1}{2}mv^2$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

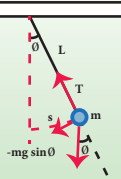
கோண SHM

$$\omega = \sqrt{\frac{\kappa}{I}}$$

நேர்ப்போக்கு SHM

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

தனி ஊசல்



வகைக்கெழுச் சமன்பாடு

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{g}{l}\theta$$

அலைவு நேரம்

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

U - வடிவகுழாய்



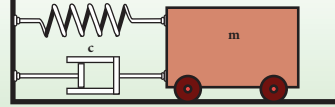
வகைக்கெழுச் சமன்பாடு

$$\frac{d^2y}{dt^2} = -\frac{2g}{l}y$$

அலைவு நேரம்

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{2g}}$$

சுருள்வில் - நிறை அமைப்பு



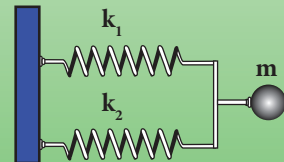
சுருள்வில்கள் இணைப்பு

(1) Series:



$$k_s = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}$$

(2) பக்க இணைப்பு



$$k_p = k_1 + k_2$$



பயிற்சி வினாக்கள்



I. சரியான விடையை தேர்தெடுக்க

1. தனிசீரிசை இயக்கத்தில் ஒரு முழு அலைவிற்கான இடப்பெயர்ச்சிக்கு எதிரான முடுக்கமானது ஏற்படுத்துவது

(model NSEP 2000-01)

- (a) நீள்வட்டம்
(b) வட்டம்
(c) பரவளையம்
(d) நேர்க்கோடு
2. சீரிசை இயக்கத்தை மேற்கொள்ளும் துகள், A மற்றும் B என்ற புள்ளிகளை ஒரே திசைவேகத்துடன் கடக்கிறது. A யிலிருந்து B க்கு செல்ல எடுத்துக்கொள்ளும் நேரம் 3 s மற்றும் B யிலிருந்து A க்கு செல்ல மீண்டும் 3 s எடுத்துக்கொள்ளுகிறது எனில் அதன் அலைவநேரம்.
- (a) 15 s (b) 6 s
(c) 12 s (d) 9 s
3. புவியின் மேற்பரப்பில் உள்ள வினாடி ஊசலின் நீளம் 0.9 m. புவியைப்போல n மடங்கு முடுக்கத்தைப் பெற்றுள்ள X என்ற கோளின் மேற்பரப்பில் உள்ளபோது அதே ஊசலின் நீளம்
- (a) 0.9n (b) $\frac{0.9}{n} m$
(c) 0.9n2m (d) $\frac{0.9}{n^2}$
4. a முடுக்கத்துடன், கிடைத்தளத்தில் இயங்கிக் கொண்டிருக்கும் பள்ளி வாகனத்தின் மேற்கூரையில் கட்டி தொங்கவிடப்பட்ட தனி ஊசல் ஒன்றின் அலைவநேரம்.

- a) $T \propto \frac{1}{g^2 + a^2}$ b) $T \propto \frac{1}{\sqrt{g^2 + a^2}}$
c) $T \propto \sqrt{g^2 + a^2}$ d) $T \propto (g^2 + a^2)$

5. 1:2 என்ற விகிதத்தில் நிறைகொண்ட A மற்றும் B என்ற இருபொருள்கள், முறையே k_A மற்றும் k_B சுருள்மாறிலி கொண்ட நிறையற்ற இரு சுருள்வில்கள் மூலம் தனித்தனியே தொங்கவிடப்பட்டுள்ளது. இரு பொருள்களும்

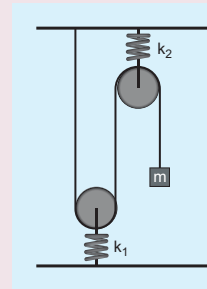
செங்குத்தாக அலைவறும் போது அவற்றின் பெருமத்திசைவேகங்கள் 1:2 என்ற விகிதத்தில் உள்ளபோது A யின் வீச்சுனாது B யின் வீச்சைப்போல் _____ மடங்காகும்

- a) $\sqrt{\frac{k_B}{2k_A}}$ b) $\sqrt{\frac{k_B}{8k_A}}$
c) $\sqrt{\frac{2k_B}{k_A}}$ d) $\sqrt{\frac{8k_B}{k_A}}$

6. மநிறையுடன்இணைக்கப்பட்டசுருள்வில்லானது செங்குத்தாக அலைவறும்போது அதன் அலைவநேரம் T ஆகும். அச்சுருள்வில்லானது இரு சமபாகங்களாக வெட்டப்பட்டு அவற்றுள் ஒன்றுடன் அதே நிறை தொங்கவிடப்பட்டுள்ளது அதன் செங்குத்து அலைவின் அலைவநேரம்

- a) $T' = \sqrt{2} T$ b) $T' = \frac{T}{\sqrt{2}}$
c) $T' = \sqrt{2} T$ d) $T' = \sqrt{\frac{T}{2}}$

7. m நிறை கொண்ட பொருளானது புறக்கணித்தக்க நிறை கொண்ட கப்பியின் வழியாக k_1, k_2 சுருள் மாறிலி கொண்ட நல்லியல்பு சுருள்கள் மூலம் படத்தில் காட்டியுள்ளவாறு தொங்கவிடப்பட்டுள்ளது. அதன் செங்குத்து அலைவின் அலைவநேரம்.



- a) $T = 4\pi \sqrt{m \left(\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} \right)}$
b) $T = 2\pi \sqrt{m \left(\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} \right)}$
c) $T = 4\pi \sqrt{m(k_1 + k_2)}$
d) $T = 2\pi \sqrt{m(k_1 + k_2)}$

8. ஒரு தனி ஊசலின் அலைவுநேரம் T_1 அது தொங்கவிடப்பட்டுள்ள புள்ளியானது $y = k t^2$ என்ற சமன்பாட்டின்படி செங்குத்தாக மேல்நோக்கி இயங்குகின்றது. இங்கு y என்பது கடந்த செங்குத்து தொலைவு மற்றும் $k = 1 \text{ m s}^{-2}$, இதன் அலைவுநேரம் T_2 எனில் $\frac{T_1^2}{T_2^2}$ ($g = 10 \text{ m s}^{-2}$) (IIT 2005) என்பது

- a) $\frac{5}{6}$ b) $\frac{11}{10}$
c) $\frac{6}{5}$ d) $\frac{5}{4}$

9. k சுருள் மாறிலி கொண்ட நல்லியல்பு சுருள் வில்லானது ஓர் அறையொன்றின் மேற்கூரையில் பொருத்தப்பட்டு அதன் கீழ்முனையில் M நிறை கொண்ட பொருளானது தொங்கவிடப்பட்டுள்ளது. சுருள்வில்லை நீட்சியுறாத நிலையில் பொருளை விடுவிக்கும் போது சுருள் வில்லின் பெரும நீட்சி (IIT 2002)

- a) $4 \frac{Mg}{k}$ b) $\frac{Mg}{k}$
c) $2 \frac{Mg}{k}$ d) $\frac{Mg}{2k}$

10. தனி ஊசல் ஒன்று மிக அதிக உயரம் கொண்ட கட்டிடத்தில் தொங்கவிடப்பட்டுள்ளபோது, சீரிசை அலை இயற்றியைப் போல தன்னிச்சையான முன்னும் பின்னும் இயக்கத்தை மேற்கொள்கிறது. சமநிலைப்புள்ளியிலிருந்து 4 m தொலைவில், ஊசல் குண்டின் முடுக்கமானது 16 m s^{-2} எனில் அதன் அலைவுநேரம்

(NEET 2018 model)

- a) 2 s b) 1 s
c) $2\pi \text{ s}$ d) $\pi \text{ s}$
11. ஒரு உள்ளீடற்ற கோளகம் நீரினால் நிரப்பப்பட்டுள்ளது இது ஒரு நீண்ட கயிற்றினால் தொங்கவிடப்பட்டுள்ளது. கோளத்தின் அடிப்பகுதியின் உள்ள ஒரு சிறு துளையினால் நீரானது வெளியேறும் நிலையில் கோளம் அலைவறும்போது அதன் அலைவுநேரம்
- (a) ஆரம்பத்தில் அதிகரித்து பிறகு குறையும்

- (b) ஆரம்பத்தில் குறைந்து பிறகு அதிகரிக்கும்
(c) தொடர்ந்து அதிகரிக்கும்
(d) தொடர்ந்து குறையும்

12. அலையியற்றியின் தடையுறு விசையானது திசை வேகத்திற்கு நேர்த்தகவில் உள்ளது எனில் தகவு மாறிலியின் அலகு (AIPMT 2012)

- a) kg m s^{-1} b) kg m s^{-2}
c) kg s^{-1} d) kg s

13. தடையுறு அலையியற்றியானது 100 அலைவுகளை முழுமைப்படுத்தும்பொழுது வீச்சானது அதன் ஆரம்பவீச்சின் $\frac{1}{3}$ மடங்காகக் குறைகின்றது. 200 அலைவுகளை முழுமைப்படுத்தும்போது அதன் வீச்சின் மதிப்பு என்ன?

- a) $\frac{1}{5}$ b) $\frac{2}{3}$ c) $\frac{1}{6}$ d) $\frac{1}{9}$

14. கீழ்க்கண்டவற்றுள் எந்த வகைக்கெழு சமன்பாடு தடையுறு அலையியற்றியை குறிக்கும் ?

- a) $\frac{d^2 y}{dt^2} + y = 0$ b) $\frac{d^2 y}{dt^2} + \gamma \frac{dy}{dt} + y = 0$
c) $\frac{d^2 y}{dt^2} + k^2 y = 0$ d) $\frac{dy}{dt} + y = 0$

15. l நீளமுடைய தனிஊசல் ஒன்றின் நிலைம நிறை மற்றும் ஈர்ப்பியல் நிறை சமமற்றது எனில் அதன் அலைவுநேரம்

- a) $T = 2\pi \sqrt{\frac{m_i l}{m_g g}}$
b) $T = 2\pi \sqrt{\frac{m_g l}{m_i g}}$
c) $T = 2\pi \frac{m_g}{m_i} \sqrt{\frac{l}{g}}$
d) $T = 2\pi \frac{m_i}{m_g} \sqrt{\frac{l}{g}}$

விடைகள்:

- 1) d 2) c 3) a 4) b 5) b
6) b 7) a 8) c 9) c 10) d
11) a 12) c 13) d 14) b 15) a

II. சிறு வினாக்களுக்கு விடையளிக்க

1. சீரலைவு மற்றும் சீரற்ற அலைவு இயக்கம் என்றால் என்ன? இரு உதாரணங்கள் தருக.
2. சுருள் வில்லின் விசை மாறிலி என்றால் என்ன?
3. தனிச்சீரிசை இயக்கத்தின் அலைவுநேரம் வரையறு.
4. தனிச்சீரிசை இயக்கத்தின் அதிர்வெண் வரையறு.
5. ஆரம்ப கட்டம் (epoch) என்றால் என்ன?
6. இரு சுருள்வில்ல்கள் தொடர் இணைப்பில் உள்ள தொகுப்பை பற்றி சிறு குறிப்பு வரைக.
7. இரு சுருள்வில்ல்கள் பக்க இணைப்பில் உள்ள தொகுப்பை பற்றி சிறு குறிப்பு வரைக.
8. தனி ஊசலின் அலைவுநேரம் பற்றி எழுதுக.
9. தனி ஊசலின் விதிகளைத் தருக?
10. நேர்போக்கு சீரிசை அலையியற்றியின் அலைவுநேரம் பற்றி எழுதுக.
11. கட்டற்ற அலைவுகள் என்றால் என்ன?
12. தடையுறு அலைவுகளை விளக்குக. எடுத்துக்காட்டு தருக.
13. திணிப்பு அதிர்வுகளை வரையறு. எடுத்துக்காட்டு தருக.
14. நிலை நிறுத்தப்பட்ட அலைவுகள் என்றால் என்ன? எடுத்துக்காட்டு தருக.
15. ஒத்ததிர்வு விளக்குக. எடுத்துக்காட்டு தருக.

III. பெரு வினாக்கள்

1. சீரிசை அலை இயக்கம் என்றால் என்ன? எடுத்துக்காட்டு தருக மற்றும் எல்லா சீரிசை இயக்கங்களும் சீரலைவு இயக்கமே ஆனால் அதன் மறுதலை உண்மையல்ல ஏன்? விளக்குக.
2. சீரான வட்ட இயக்கத்தின் வீழல் சீரிசை இயக்கம் என்பதை விவரி.
3. கோணச்சீரிசை அலையியற்றி என்றால் என்ன? அதன் அலைவுக் காலத்தை கணக்கிடுக.

4. சீரிசை அலை இயக்கத்திற்கும் கோண சீரிசை அலை இயக்கத்திற்கு இடையேயான வேறுபாடுகளை தருக.
5. தனிஊசலை விரிவாக விவாதிக்க.
6. சுருள்வில்லின் கிடைத்தள அலைவுகளை விவரி.
7. சுருள்வில்லின் செங்குத்து அலைவுகளை விவரி.
8. U வடிவக்குழாயில் திரவ தம்பத்தின் அலைவுகளைப் பற்றி சிறுகுறிப்பு வரைக.
9. தனிச்சீரிசை இயக்கத்தின் ஆற்றலை விரிவாக விவாதிக்க.
10. அலைவுகளின் நான்கு வகைகளை விரிவாக விளக்குக.

IV. எண்ணியல் கணக்குகள்

1. புவியை சுமச்சீரான R ஆரமுடைய கோளாகப் பொருளாக கருதி, அதன் மையத்தின் வழியே நேரான துளையிடப்படுகிறது. அத்துளையில் தானாக விழும் ஒரு துகள் சீரிசை இயக்கத்தை மேற்கொள்ளும் எனவும் அதன் அலைவுநேரம்.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{R}{g}} \text{ எனவும் காட்டுக.}$$

2. m நிறை கொண்ட துகள் சீரிசை இயக்கத்தை மேற்கொள்ளும் போது நிலை ஆற்றல்

$$U(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} k x^2, & x < 0 \\ mgx, & x > 0 \end{cases}$$

எனில் அதன் அலைவுக்காலத்தை கணக்கிடுக.

விடை: $\pi \sqrt{\frac{m}{k}} + 2 \sqrt{\frac{2E}{g^2 m}}$, இங்கு E என்பது துகளின் மொத்த ஆற்றல்.

3. கிடைத்தளத்துடன் 45° கோணம் ஏற்படுத்தும் சாய்தளத்தில் வைக்கப்பட்டுள்ள உருளும் டிராலியில் $l = 0.9 \text{ m}$ நீளமுள்ள தனிஊசல் முறையாக பொருத்தப்பட்டுள்ளதாக கொள்வோம்.

சாய்தளமான உராய்வற்றது எனில் தனிஊசலின் அலைவுக்காலத்தை கணக்கிடுக.

விடை: 0.86 s

4. ρ அடர்த்தி கொண்ட திரவத்தின் மீது m நிறைகொண்ட மரக்கட்டை மிதந்து கொண்டிருக்கிறது. அக் கட்டை இலேசாக கீழ்நோக்கி அழுக்கப்பட்டு விடப்படும் போது சீரிசை இயக்கத்தை மேற்கொள்கிறது. அதன் அலைவுநேரம் $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{A\rho g}}$ எனக் காட்டுக.

5. ஒத்த அதிர்வெண்ணும் வெவ்வேறான வீச்சுகளும் கொண்ட இரு சீரிசை இயக்கங்கள் x மற்றும் y அச்சுகளின் வழியே $x = A \sin(\omega t + \phi)$ (x அச்சின் வழியாக) மற்றும் $y = B \sin \omega t$ (y அச்சின் வழியாக) என்ற வீச்சுகளுடன் இயக்கமடைகிறது எனக் கொள்க.

$$\frac{x^2}{A^2} + \frac{y^2}{B^2} - \frac{2xy}{AB} \cos \phi = \sin^2 \phi \text{ எனக் காட்டுக}$$

a. $\phi = 0$ b. $\phi = \pi$ c. $\phi = \frac{\pi}{2}$

d. $\phi = \frac{\pi}{2}$ மற்றும் $A = B$ (e) $\phi = \frac{\pi}{4}$

ஆகிய சிறப்பு நிகழ்வுகளையும் விவாதிக்க.

குறிப்பு: துகளானது ஒன்றுக் கொன்று செங்குத்தாக செயல்படும் இரு சீரிசை இயக்கங்களுக்கு உட்படுத்தப்படும் போது துகளானது வேறுபாதையின் வழியாக இயக்கமடையும், அப்பாதையே லிசாஜோ படம் என்று அழைக்கப்படுகிறது.

விடை

(a) $y = \frac{B}{A}x$, என்ற சமன்பாடு ஆதிவழிச்

செல்லும் நேர்மறை சாய்வுடன் கூடிய நேர்க்கோட்டுச் சமன்பாடாகும்.

(b) $y = -\frac{B}{A}x$, என்ற சமன்பாடு ஆதிவழிச்

செல்லும் எதிர்மறை சாய்வுடன் கூடிய நேர்க்கோட்டுச் சமன்பாடாகும்.

(c) $\frac{x^2}{A^2} + \frac{y^2}{B^2} = 1$ என்ற சமன்பாடு நீள்

வட்டத்தின் சமன்பாடாகும். அதன் மையம் ஆதியில் அமையும்.

(d) $x^2 + y^2 = A^2$, என்ற சமன்பாடு வட்டத்திற்கான சமன்பாடாகும். அதன் மையம் ஆதியில் அமையும்.

(e) $\frac{x^2}{A^2} + \frac{y^2}{B^2} - \frac{2xy}{AB} \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2}$, என்பது நீள் வட்டத்தின் சமன்பாடாகும். (சாய்ந்த நீள்வட்டம்)

6. தனிச்சீரிசை இயக்கத்தை மேற்கொள்ளும் துகளின்

(a) இயக்க ஆற்றலின் சராசரி மதிப்பானது நிலையாற்றலின் சராசரி மதிப்பிற்குச் சமம்.

(b) சராசரி நிலையாற்றல் = சராசரி இயக்க ஆற்றல் = $\frac{1}{2}$ (மொத்த ஆற்றல்)

எனக் காட்டுக

குறிப்பு : சராசரி இயக்க ஆற்றல்

$$= \langle \text{இயக்க ஆற்றல்} \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T (\text{இயக்க ஆற்றல்}) dt$$

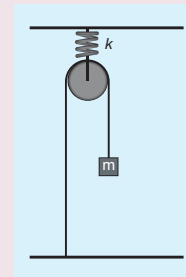
மற்றும்

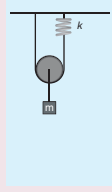
சராசரி நிலையாற்றல்

$$= \langle \text{நிலையாற்றல்} \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T (\text{நிலையாற்றல்}) dt$$

7. கீழ்க்காணும் அமைப்பில் நிறை m ஆனது சமநிலைப்புள்ளியிலிருந்து செங்குத்தாக கீழ்நோக்கி சிறிது இடம்பெயர்ச்சி செய்து பின் விடப்பட்டால் அலைவு நேரத்திற்கான சமன்பாட்டை கணக்கிடுக.

(கப்பி மெல்லியது மற்றும் உராய்வற்றது மேலும் கம்பியும் சுருள்வில்லும் லேசானது)





குறிப்பு மற்றும் விடைகள்:

நேர்வு (a)

இங்கு கப்பியானது சுருள் வில்லினுள் பொருத்தப்பட்டுள்ளது. நிறையானது y - க்கு இடம்பெயர்ந்தால் சுருள்வில்லும் y க்கு நீட்சி அமையும்.

எனவே, $F = T = ky$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

நேர்வு (b)

நிறை y க்கு இடம்பெயர்ந்தால், கப்பி y அளவு நீட்சி அடையும்.

$$T = 4ky$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{4k}}$$

மேற்கோள் நூல்கள் (BOOKS FOR REFERENCE)

1. Vibrations and Waves – A. P. French, CBS publisher and Distributors Pvt. Ltd.
2. Concepts of Physics – H. C. Verma, Volume 1 and Volume 2, Bharati Bhawan Publisher.
3. Fundamentals of Physics – Halliday, Resnick and Walker, Wiley Publishers, 10th edition.
4. Physics for Scientist and Engineers with Modern Physics – Serway and Jewett, Brook/Cole Publishers, Eighth Edition.



இணையச் செயல்பாடு

அதிர்வியக்கம்

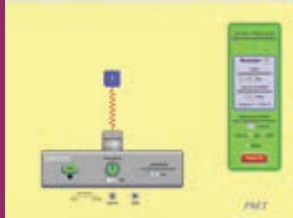
அதிர்வுகள் பற்றி அறிந்து கொள்வோமா!



படிகள்

- கீழ்க்காணும் உரலி / விரைவுக் குறியீட்டைப் பயன்படுத்தி "Resonance" என்னும் இணையப் பக்கத்திற்குச் செல்க.
- செயல்பாட்டிற்கான சாளரத்தில் ஒலி அதிர்வு உண்டாக்கும் கருவி கொடுக்கப்பட்டிருக்கும். 'Play' பொத்தானை அழுத்தி, கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள "sim speed" என்பதில் உள்ள நகர்த்தியை நகர்த்தி அதிர்வுகளைக் காணவும்
- வலப்பக்க சாளரத்தில் "Number of Resonators", "Mass" மற்றும் "Spring constant" போன்றவற்றின் நகர்த்தியை நகர்த்தி "frequency" என்பதில் அதிர்வெண்களைக் காணவும்.
- வெவ்வேறு அதிர்வுகளைக் காண "Gravity" என்பதில் "On", "Off" என்பதைத் தெரிவு செய்யவும்.

படி 1



படி 2



படி 3



படி 4



உரலி:

<https://phet.colorado.edu/en/simulation/legacy/resonance>

*படங்கள் அடையாளத்திற்கு மட்டும்.

* தேவையெனில் Flash Player or Java Script அனுமதிக்க.



B163_11_Phy_EM

அலகு

11

அலைகள் (WAVES)

நாம் மெதுவாக்கப்பட்ட ஒலி மற்றும் ஒளி அலைகள், பேரண்டத்தினுள் இசைவு பெற்று நடக்கும் அதிர்வெண்களின் கற்றை. நாம் புனித உயிர்வேதியல் உடைகளால் உருத்தப்பட்ட ஆத்மாக்கள் மற்றும் நமது ஆத்மாக்கள் உடல்கள் வழியாக தமது இசையை இசைக்கின்றன – ஆல்பர்ட் ஐன்ஸ்டீன்



கற்றலின் நோக்கங்கள்:

இந்த அலகில் மாணவர்கள் அறிந்து கொள்ள இருப்பது

- அலைகள் மற்றும் அவற்றின் வகைகள் (குறுக்கலை மற்றும் நெட்டலை)
- ஒரு அலையின் அலைநீளம், அதிர்வெண், அலைவெநேரம் மற்றும் வீச்சு ஆகிய அடிப்படைப் பதங்கள்
- குறுக்கலைகள் மற்றும் நெட்டலைகளின் திசைவேகங்கள்
- ஒலி அலைகளின் திசைவேகம்
- சமதள மற்றும் வளைவான பரப்புகளில் ஒலி அலைகளின் எதிரொலிப்பு மற்றும் அதன் பயன்பாடுகள்
- முன்னேறு அலைகள் மற்றும் அவற்றின் வரைபடமுறை விளக்கம்
- மேற்பொருந்துதல் தத்துவம், அலைகளின் குறுக்கீட்டு விளைவு, விம்மல்கள் மற்றும் நிலையான அலைகள்
- நிலை அலைகளின் பண்புகள், சுரமானி
- அடிப்படை அதிர்வெண், சீரிசைகள் மற்றும் மேற்சுரங்கள்
- ஒலிச்செறிவு மற்றும் உரப்பு
- காற்றுத்தம்பத்தின் அதிர்வு – மூடிய ஆர்கன் குழாய், திறந்த ஆர்கன் குழாய் மற்றும் ஒத்ததிர்வு காற்றுத்தம்பம்
- டாப்ளர் விளைவு மற்றும் அதன் பயன்பாடுகள்



11.1

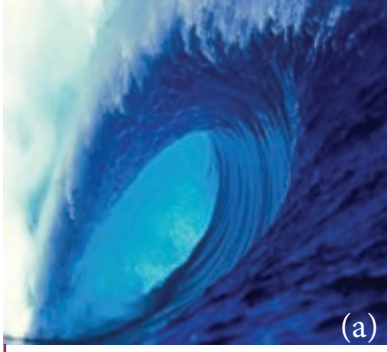
அறிமுகம்

முந்தைய அலகில் நாம் ஒரு துகளின் அலைவினைப்பற்றி விவாதித்தோம். துகள்களின் தொகுப்பைக் கொண்ட ஓர் ஊடகத்தைக் (medium)



படம் 11.1 வயலின் இசைக்கருவியில் நிலை அலைகள்

கருதுவோம். ஒரு முனையில் இடர்பாட்டை (disturbance) உருவாக்கினால் அது முன்னேறிச் சென்று மறுமுனையை அடைகிறது. அதாவது முதல் புள்ளி நிறையில் ஏற்படுத்திய இடர்பாடானது அருகில் உள்ள அடுத்த புள்ளி நிறைக்கு அடுத்தடுத்து பரப்பப்படுகிறது. இங்கு கவனிக்கவேண்டியது யாதெனில், மாறுபாடு மட்டுமே பரப்பப்படுகிறது. புள்ளிநிறைகள் அல்ல. இதுபோன்று நாம் வெளிப்படுத்தும் பேச்சானது நமது தொண்டையில் உள்ள குரல் வளையின் அதிர்வினால் தோன்றுகிறது. இதன் காரணமாக சுற்றுப்புற காற்று மூலக்கூறுகள் அதிர்வடைந்து அதனால் பேச்சின் விளைவு (தகவல்கள்) வெளியில் (space) உள்ள ஒரு புள்ளியிலிருந்து மற்றொரு புள்ளிக்கு ஊடகத்தின் துகள்களை எடுத்துச் செல்லாமல் பரப்பப்படுகிறது.



படம் 11.2 (a) கடலில் தோன்றும் அலைகள் (b) ரப்பர் பேண்ட் இழுத்துவிடப்பட்டதால் நிலை அலைகள் மற்றும் (c) நீர்ப்பரப்பில் உருவான சிற்றலைகள்

எனவே வெளியில் ஒரு புள்ளியிலிருந்து மற்றொரு புள்ளிக்கு ஊடகம் மாற்றப்படாமல் ஆற்றல் மற்றும் உந்தத்தை எடுத்துச் செல்லும் நிகழ்வு அலை எனப்படும்.

கடற்கரைக்கு அருகில் நின்றால் ஒருவர் கடலில் இருந்து கடல் நீர் ஒரே அலை வடிவத்தில் ஏற்ற இறக்கத்துடன் கடற்கரையை அடைவதைக் காண இயலும். எனவே அது கடல் அலைகள் எனப்படும். ஒரு ரப்பர் பேண்ட் சுண்டப்பட்டால் அது படம்(11.2) இல் காட்டியுள்ளவாறு நிலையான அலைகள் எனப்படும் அலை வடிவத்தில் அதிர்வுறும். நாம் மின்காந்த அலையாகிய ஒளியின் மூலமாக அழகிய இயற்கையைக் காண்கிறோம். நாம் இனிமையான மெல்லிசைப் பாடல்களை ஒலி அலைகள் மூலமாகக் கேட்கிறோம். அன்றாட வாழ்வில் கைப்பேசி தகவல் தொடர்பு முதல் லேசர் அறுவை சிகிச்சை வரை அலைகளின் ஏராளமான பயன்பாடுகள் உள்ளன.

நிலையாக உள்ள ஒரு நீர்ப்பரப்பில் நாம் ஒரு கல்லை ஏறிந்தால், படம் 11.3 இல் காட்டியுள்ளவாறு நீரின் மேற்பரப்பில் கல் மோதிய இடத்தில் ஒரு மாறுபாடு உருவாவதைக் காணலாம். இந்த இடர்பாடானது தொடர்ந்து அதிகரிக்கும் ஆரங்கள் கொண்டுள்ள ஒரு மைய வட்டங்களாக வெளிப்புறமாக விரிவடைந்து மேற்பரப்பின் எல்லையில் மோதுவதைக் காணலாம். ஏனென்றால் கல்லின் இயக்க ஆற்றலின் ஒரு பகுதி மேற்பரப்பில் உள்ள நீர் மூலக்கூறுகளுக்கு மாற்றப்படுகிறது. உண்மையில் நீரானது (ஊடகம்) இடர்பாட்டுடன் வெளியே நகராதது, இதனை நீரின் மேற்பரப்பில் ஒரு காகிதத் துண்டினை வைப்பதன் மூலம் காண இயலும். இடர்பாடானது (அலை) நீரின் மேற்பரப்பில் செல்லும்போது அந்த துண்டு மேலும் கீழுமாக நகரும். நீரின் மூலக்கூறுகள் அவற்றின் சமநிலையைப் பொருத்து அதிர்வியக்கத்தை மேற்கொள்வதை இது காட்டுகிறது.

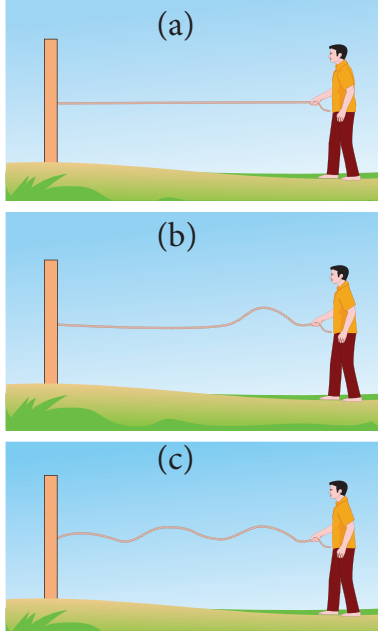
11.1.1 நீரின் மேற்பரப்பில் தோன்றும் சிற்றலைகள் (Ripples) மற்றும் அலைகள்



படம் 11.3 நீரின் மேற்பரப்பில் தோன்றும் சிற்றலைகள்

11.1.2 இழுத்துக்கட்டப்பட்ட மெல்லிய கம்பியில் அலைகள் தோன்றுதல்:

படம் 11.4 (a) இல் காட்டியுள்ளவாறு ஒரு நீளமான மெல்லிய கம்பியை எடுத்துக்கொண்டு அதன் ஒரு முனையை சுவற்றில் கட்டுவோம். திடீரென சுண்டினால் படம் 11.4(b) இல் காட்டியுள்ளவாறு கயிற்றில் ஒரு மாறுபாடு உருவாகிறது. இந்த மாறுபாடு திடீரென தோன்றியது மேலும் அது குறைந்த நேரத்திற்கே நீடிக்கும். எனவே இந்த மாறுபாடு அலைத்துடிப்பு எனப்படும். தொடர்ச்சியாக சுண்டப்பட்டால் நிலையான அலைகள் உருவாகிறது. கிட்டாரின் (Guitar) சுண்டப்பட்ட கம்பியின் (plucked string) மூலம் இது போன்ற அலைகள் உருவாக்கப்படுகிறது.

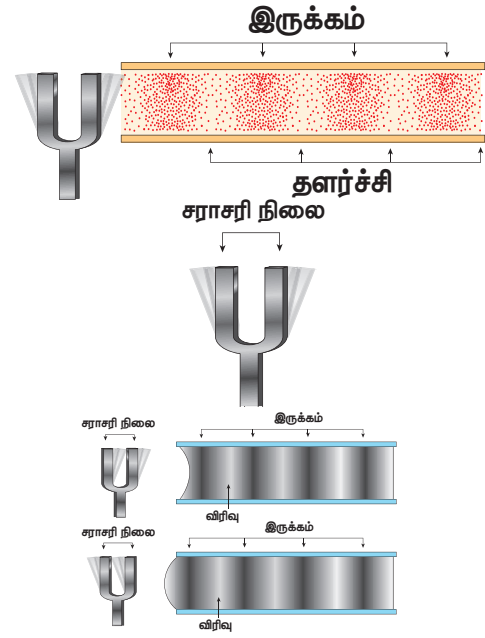


படம் 11.4 மெல்லிய கம்பியின் ஒரு முனையில் சுண்டுதலின்போது தோன்றிய அலைத்துடிப்பு

11.1.3 இசைக்கவையின் அலைகளின் உருவாக்கம்:

ஒரு இரப்பர் துண்டில் ஒரு இசைக்கவையை அடித்தால் இசைக்கவையின் புயங்கள் அதன் மையப்புள்ளியைப் பொருத்து அதிர்வுறும். புயம் ஒரு மையப்புள்ளியைப் பொருத்து அதிர்வுறும் என்பதன் அர்த்தம் (படம் 11.5 இல் குறிப்பிட்டுள்ளவாறு) வெளிப்புறம் மற்றும் உட்புறம் செல்லுதல் ஆகும். புயமானது வெளிப்புறமாக நகரும்போது அதன் அருகில் உள்ள காற்று அடுக்கை அது தள்ளுகிறது, அதாவது இப்பகுதியில் அதிகமான காற்று மூலக்கூறுகளின் தேக்கம் உள்ளது. எனவே அடர்த்தி மற்றும் அழுத்தமும் கூட மிக அதிகமாகும் இப்பகுதிகள் இறுக்கப்பட்ட பகுதிகள் அல்லது இறுக்கங்கள் எனப்படும். இறுக்கப்பட்ட காற்று அடுக்கு முன்னோக்கி நகர்ந்து அருகில் உள்ள அடுத்த காற்று அடுக்கை இறுக்கும். இதே முறையில் ஒரு இறுக்கத்தின் அலை காற்றின் வழியே முன்னேறிச் செல்லுகிறது. புயமானது உட்புறமாக நகரும்போது வலப்புறமாக நகர்த்த ஊடகத்தின் துகள்கள் தற்போது பின்புறமாக காற்றின் மீட்சிப்பண்பு காரணமாக இடது புறமாக நகருகிறது. இந்தப் பகுதியில் அடர்த்தி மற்றும் அழுத்தம் இரண்டும் குறைவாக உள்ளது. இது தளர்ச்சி அல்லது நீட்சி எனப்படும்.

UNIT 11 அலைகள் (WAVES)



படம் 11.5 இசைக்கவையை இரப்பர் துண்டில் அடிப்பதால் உருவான அலைகள்

11.1.4 அலை இயக்கத்தின் பண்புகள்

- அலைகளின் பரவலுக்கு ஊடகமானது நிலைமம் (inertia) மற்றும் மீட்சிப்பண்பைக் (elastic) கொண்டிருக்க வேண்டும்.
- கொடுக்கப்பட்ட ஊடகத்தில் அலையின் திசைவேகம் மாறிலியாகும். அதே சமயம் ஊடகத்தில் உள்ள துகள்கள் வெவ்வேறு நிலைகளில் மாறுபட்ட திசைவேகங்களுடன் இயங்கும். அவற்றின் நடுநிலையில் பெரும் திசைவேகமும் விளிம்பு நிலைகளில் திசைவேகம் சுழியாகவும் இருக்கும்.
- அலைகளானது எதிரொளிப்பு, விலகல், குறுக்கீட்டு விளைவு, விளிம்பு விளைவு மற்றும் தளவிளைவு ஆகியவற்றிற்கு உட்படும்.

உங்கள் சிந்தனைக்கு

அலைகள் பரவ ஊடகமானது நிலைமம் மற்றும் மீட்சிப்பண்பைக் கொண்டிருக்க வேண்டும்.

ஒளி அலைகள் மின்காந்த அலைகளாகும். இவை பரவுவதற்கு என்ன விதமான ஊடகம் தேவை?

11.1.5 இயந்திர அலை இயக்கம் மற்றும் அதன் வகைகள்

அலை இயக்கத்தை இரண்டு வகைப்படுத்தலாம்.

- a. **இயந்திர அலை** – பரவுவதற்கு ஒரு ஊடகம் தேவைப்படும் அலைகள் இயந்திர அலைகள் எனப்படும்.

எடுத்துக்காட்டு: ஒலி அலைகள், நீரின் மேற்பரப்பில் உருவாகும் சிற்றலைகள் முதலியன.

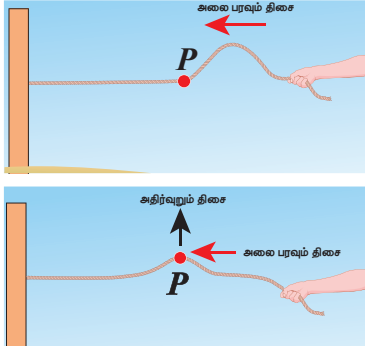
- b. **இயந்திரவியல் அல்லாத அலை** – பரவுவதற்கு எவ்வித ஊடகமும் தேவைப்படாத அலைகள் இயந்திரவியல் அல்லாத அலைகள் எனப்படும்.

எடுத்துக்காட்டு: ஒளி

மேலும், அலைகளை இரண்டு வகைப்படுத்தலாம்

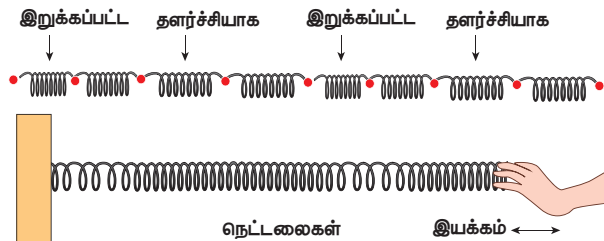
- a. குறுக்கலைகள்
b. நெட்டலைகள்

11.1.6 குறுக்கலை இயக்கம் (Transverse wave motion)



படம் 11.6 குறுக்கலை

குறுக்கலை இயக்கத்தில், ஊடகத்தின் துகள்கள் அதன் நடுநிலையைப் பொருத்து அலைபரவும் திசைக்கு (ஆற்றல் மாற்றப்படும் திசைக்கு) செங்குத்துத் திசையில் அலைவுறும் அல்லது அதிர்வடையும். அலை பரவும் திசையானது படம்



படம் 11.7 நெட்டலைகள்

11.6 இல் காட்டியுள்ளவாறு அதிர்வுறும் தளத்திற்கு (ஊடகத்தின் துகள்கள் அதிர்வுறும் தளத்திற்கு) செங்குத்தாக அமையும்.

எடுத்துக்காட்டு: ஒளி (மின்காந்த அலைகள்)

11.1.7 நெட்டலை இயக்கம் (Longitudinal wave motion)

நெட்டலை இயக்கத்தில் ஊடகத்தின் துகள்கள் அதன் நடுநிலையைப் பொருத்து அலை பரவும் திசைக்கு இணையான திசையில் (ஆற்றல் மாற்றப்படும் திசையில்) படம் 11.7 இல் காட்டியுள்ளவாறு அலைவுறும் அல்லது அதிர்வடையும்.

எடுத்துக்காட்டு: ஒலி

ஆசிரியருடன் ஆலோசனை செய்க:

- சுனாமி (ஜப்பானிய மொழியில் சூ – னா – மீ என உச்சரிக்கப்படுகிறது) என்பது துறைமுக அலைகள் என்ற பொருள்படும். சுனாமி என்பது அதிக வேகத்துடனும் மிகப்பெரும் விசையுடனும் தொடர்ச்சியாக வரும் பெரிய இராட்சச அலைகளாகும். 2004 ஆம் ஆண்டு டிசம்பர் மாதம் 26 ஆம் தேதி இந்தியாவின் தென்பகுதியில் என்ன நடந்தது? – ஆலோசனை செய்க:

- ஈர்ப்பு அலைகள் – LIGO (Laser Interferometer Gravitational wave Observatory) ஆய்வு

இயற்பியலுக்கான நோபல் பரிசு 2017

- பேராசிரியர் ரெய்னர் வெய்ஸ்
- பேராசிரியர் பேரி சி பேரிஸ்
- பேராசிரியர் கிப் எஸ் தார்னே

"LIGO ஆய்வகத்தில் ஈர்ப்பு அலைகளின் ஆய்வுப்பணியில் உறுதியான பங்களிப்பிற்காக" வழங்கப்பட்டது.



அட்டவணை 11.1: குறுக்கலைகள் மற்றும் நெட்டலைகளை ஒப்பிடுதல்

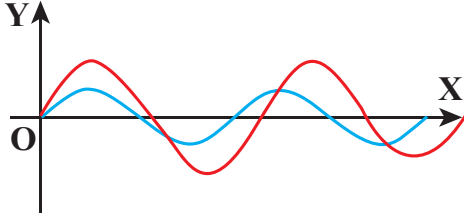
வ.எண்	குறுக்கலைகள்	நெட்டலைகள்
1	ஊடகத்தின் துகள்கள் அதிர்வடையும் திசை, அலைகள் பரவும் திசைக்கு செங்குத்தாக உள்ளது	ஊடகத்தின் துகள்கள் அதிர்வடையும் திசை, அலைகள் பரவும் திசைக்கு இணையாக உள்ளது.
2	மாறுபாடுகளானது அகடுகள் மற்றும் முகடுகள் வடிவில் உள்ளன	மாறுபாடுகளானது இறுக்கங்கள் மற்றும் தளர்ச்சிகள் வடிவில் உள்ளன
3	மீட்சி ஊடகத்தில் குறுக்கலைகள் பரவ இயலும்	அனைத்து வகை ஊடகத்திலும் (திடம், திரவம் மற்றும் வாயு) நெட்டலைகள் பரவ இயலும்.

குறிப்பு

1. ஊடகம் இல்லாத நிலை வெற்றிடம் எனப்படும். மின்காந்த அலைகள் மட்டுமே வெற்றிடத்தின் வழியே பரவும்.
2. ராலே அலைகள் (Rayleigh Waves) என்பவை குறுக்கலை மற்றும் நெட்டலை ஆகிய இரண்டும் சேர்ந்ததாகக் கருதப்படுகிறது.

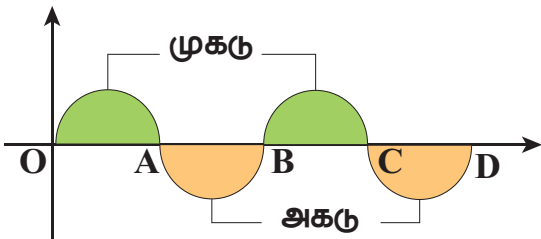
11.2

அலை இயக்கத்தில் பயன்படும் பதங்கள் மற்றும் வரையறைகள்



படம் 11.8 இரு மாறுபட்ட சைன்வடிவ அலைகள்

படம் 11.8 இல் காட்டியுள்ளவாறு இரு அலைகளைக் கருதுவோம். இந்த இரண்டும் ஒத்த அலைகளா? இல்லை. இரு அலைகளும் சைன் வடிவமாக இருந்தாலும் அவை இரண்டிற்கும் இடையே நிறைய வேறுபாடுகள் உள்ளன. எனவே ஒரு அலையை மற்றொன்றிலிருந்து வேறுபடுத்த நாம் சில அடிப்படைச் சொற்களை (terminologies) வரையறை செய்ய வேண்டும்.

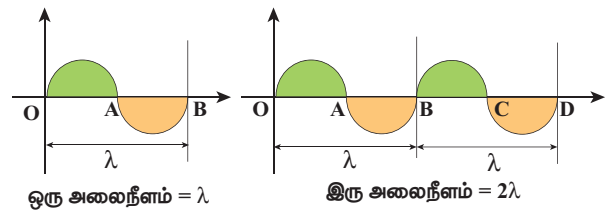


படம் 11.9 அலை ஒன்றின் முகடும் அகடும்

படம் 11.9 இல் காட்டியவாறு இழுத்துக்கட்டப்பட்ட கம்பியில் ஏற்படும் அலை ஒன்றைக் கருதுக.

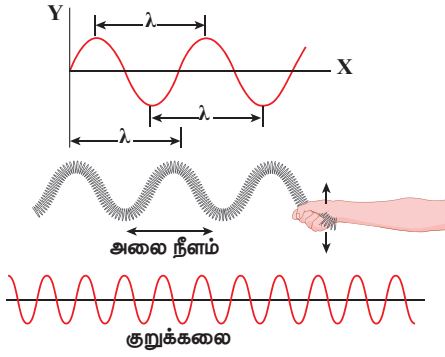
நாம் உருவாகும் அலைகளின் எண்ணிக்கையில் ஆர்வம் கொண்டால், ஓர் சுட்டு (அ) மேற்கோள் மட்டத்தை (இடைநிலை (அ) அமைதிநிலை) படம் 11.9 ல் காட்டியவாறு கருதுவோம். இங்கு இடைநிலை என்பது காட்டப்பட்டுள்ள கிடைமட்ட கோடாகும். நிழலிட்ட பகுதியின் மேல்மட்டப் புள்ளி முகடு எனவும், நிழலிடப்படாத பகுதியின் கீழ்மட்டப்புள்ளி அகடு எனவும் அழைக்கப்படுகிறது. இந்த அலையானது O விலிருந்து B பகுதியை மீண்டும் மீண்டும் ஏற்படுத்துகிறது. இந்த சிறிய பகுதியின் நீளத்தை படம் 11.10 இல் குறிப்பிட்டவாறு ஒரு அலை நீளம் என வரையறுக்கலாம்.

ஒரு அலை நீளத்தைக் குறிப்பதற்கு கிரேக்க எழுத்து லேம்டா (λ) வைப் பயன்படுத்துகிறோம்.

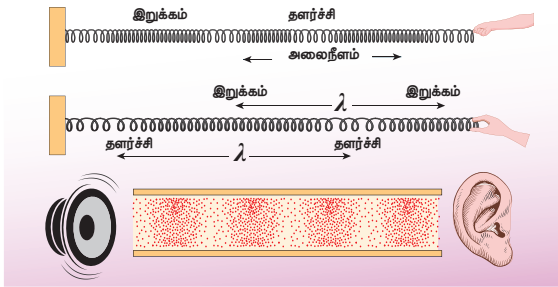


படம் 11.10 அலைநீளத்தை வரையறுத்தல்

குறுக்கலைக்கு படம் 11.11 இல் காட்டியவாறு, அடுத்தடுத்த இரு முகடுகளுக்கு இடைப்பட்ட தொலைவு (அ) அடுத்தடுத்த இரு அகடுகளுக்கு இடைப்பட்ட தொலைவு ஒரு அலை நீளமாகும்.



படம் 11.11 குறுக்கலையின் அலைநீளம்

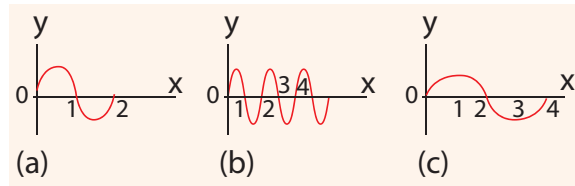


படம் 11.12 நெட்டலையின் அலைநீளம்

நெட்டலைக்கு (படம் 11.12 இல் காட்டியவாறு) அடுத்தடுத்த இரு இறுக்கங்கள் அல்லது தளர்ச்சிகளுக்கு இடைப்பட்ட தொலைவு ஒரு அலை நீளமாகும். அலை நீளத்தின் SI அலகு மீட்டர்.

எடுத்துக்காட்டு 11.1

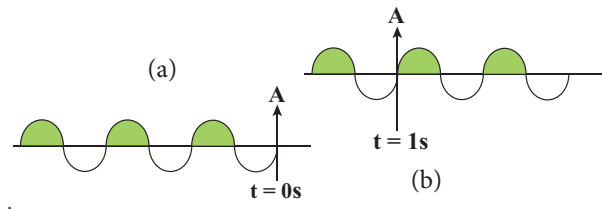
கீழ்க்கண்டவற்றுள் எது அதிக அலைநீளம் உடையது?



விடை (c)

அதிர்வெண், அதிர்வு நேரம் ஆகியவற்றை அறிந்து கொள்ள படம் 11.13 (a) காட்டிய அலையைக் (3 அலை நீளங்களை உடையது) கருதுவோம். நேரம் $t = 0$ ல் அலை இடது புறமிருந்து A புள்ளியை அடைகிறது.

நேரம் $t = 1s$ இல் (படம் 11.13(b) ல் காட்டியவாறு) A யை கடக்கும் அலைகளின் எண்ணிக்கை இரண்டு ஆகும். எனவே அதிர்வெண் என்பது



படம் 11.13 மூன்று அலை நீளங்களை உடைய அலை ஒன்று A புள்ளியை மற்றும் கடக்கும் காட்சி

"1வினாடியில் கடக்கும் அலைகளின் எண்ணிக்கை" என வரையறுக்கப்படுகிறது. அதன் அலகு ஹெர்ட்ஸ், குறியீடு Hz.

இந்த உதாரணத்தில்

$$f = 2 \text{ Hz} \quad (11.1)$$

இரு அலைகள் A புள்ளியை கடந்து செல்ல ஆகும் நேரம் ஒரு வினாடி (நேரம்) எனில் ஒரு அலை A புள்ளியை கடக்க ஆகும் நேரம் அரை வினாடியாகும். இதுவே ஒரு அலைநேரம் (T) ஆகும்.

$$T = \frac{1}{2} = 0.5 \text{ s} \quad (11.2)$$

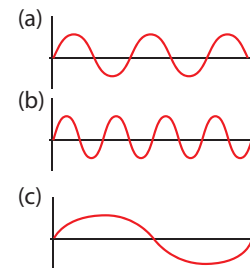
சமன்பாடுகள் (11.1) மற்றும் (11.2) இல் இருந்து அதிர்வெண்ணும் அலைநீளமும் எதிர்த்தகவில் இருக்கும் என அறியலாம்.

$$T = \frac{1}{f} \quad (11.3)$$

அலைநேரம் (T) என்பது, ஒரு புள்ளி வழியாக ஒரு அலை கடக்க ஆகும் நேரம் ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 11.2

மூன்று அலைகள் கீழே காட்டப்பட்டுள்ளன



- (a) அதிர்வெண்களை ஏறு வரிசையில் எழுது
- (b) அலை நீளங்களை ஏறு வரிசையில் எழுது

விடை:

- (a) $f_c < f_a < f_b$
- (b) $\lambda_b < \lambda_a < \lambda_c$



எடுத்துக்காட்டு 11.2 லிருந்து அதிர்வெண் ஆனது அலைநீளத்துடன் எதிர்தகவில் உள்ளது என அறிகிறோம் $f \propto \frac{1}{\lambda}$.

பிறகு $f\lambda$ எதற்குச் சமம்? [அதாவது $f\lambda = ?$]

தெரியாத இந்த இயற்பியல் அளவை அறிந்து கொள்ள எளிய பரிமாணப் பகுப்பாய்வு உதவுகிறது.

அலை நீளத்தின் பரிமாணம் $[\lambda] = L$

அதிர்வெண் $f = \frac{1}{\text{அலைவநேரம்}}$, எனவே,

அதிர்வெண்ணின் பரிமாணம் $[f] = \frac{1}{[T]} = T^{-1}$

$$\Rightarrow [\lambda f] = [\lambda][f] = LT^{-1} = [\text{திசைவேகம்}]$$

எனவே,

$$\text{திசைவேகம், } f\lambda = v \quad (11.4)$$

இங்கு, v என்பது அலையின் திசைவேகம் அல்லது கட்ட திசைவேகம் (phase velocity) எனப்படும். இது அலை முன்னேறிச் செல்லும் திசைவேகம் ஆகும். அலையின் திசைவேகம் என்பது 1 வினாடியில் அலை கடந்த தொலைவு ஆகும்.

குறிப்பு:

1. ஓரலகு நேரத்தில் சுழற்சிகளின் (சுற்றுக்களின்) எண்ணிக்கை கோண அதிர்வெண் எனப்படும்.

$$\text{கோண அதிர்வெண் } \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f \quad (\text{அலகு ரேடியன்/வினாடி})$$

2. ஓரலகு நீளத்தில் சுழற்சிகளின் எண்ணிக்கை அல்லது ஓரலகு நீளத்தில் அலைகளின் எண்ணிக்கை அலை எண் எனப்படும்.

$$\text{அலை எண் } k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (\text{அலகு ரேடியன்/மீட்டர்})$$

$$\text{திசைவேகம், } v = \lambda f = \frac{\lambda}{2\pi} (2\pi f) = \frac{(2\pi f)}{2\pi / \lambda} = \omega / k$$

இரண்டு, மூன்று அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட பரிமாணங்களில் அலைவெக்டர் என்ற வெக்டரின் எண் மதிப்பே அலை எண் ஆகும்.

அலைவெக்டர் வெளியில் (space) அமைந்த புள்ளிகளே தலைகீழ் வெக்டர்கள் $\vec{k}$ எனப்படுகிறது.

k ன் பரிமாணம் L^{-1}

திசைவேகம் v , கோண அதிர்வெண் ω மற்றும் அலைஎண் k ஆகியவற்றிற்கு இடையேயான

$$\text{தொடர்பு } v = \lambda f = \frac{\lambda}{2\pi} (2\pi f) = \frac{(2\pi f)}{2\pi / \lambda} = \omega / k$$

அலை எண்கள் மற்றும் அலைவெக்டர்களானது ஒளியியல் மற்றும் சிதறல் கருத்தியலில் முக்கிய பங்கு வகிக்கின்றன.

UNIT 11 அலைகள் (WAVES)

எடுத்துக்காட்டு 11.3

மனிதனின் செவி உணரக்கூடிய ஒலியின் அதிர்வெண் இடைவெளி 20 Hz முதல் 20 kHz ஆகும். இந்த எல்லையில் ஒலி அலையின் அலைநீளத்தைக் கணக்கிடுக. (ஒலியின் திசைவேகம் 340 m s^{-1} எனக் கருதுக).

தீர்வு:

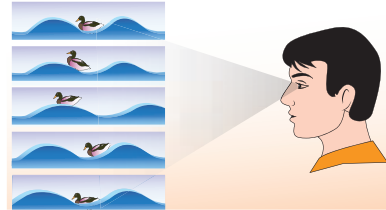
$$\lambda_1 = \frac{v}{f_1} = \frac{340}{20} = 17 \text{ m}$$

$$\lambda_2 = \frac{v}{f_2} = \frac{340}{20 \times 10^3} = 0.017 \text{ m}$$

எனவே, ஒலியின் திசைவேகம் 340 m s^{-1} என்றால், செவியுணர் அலைநீள இடைவெளி முதல் வரை உள்ளது?

எடுத்துக்காட்டு 11.4

கடல் அலையின் மீது வாத்து பொம்மை ஒன்று உள்ளதை மனிதன் ஒருவன் பார்க்கிறான். வாத்து நிமிடத்திற்கு 15 முறை மேலும் கீழும் இயங்குகிறது. தோராயமாக கடல் அலையின் அலைநீளம் 1.2 m என அவர் அளக்கிறார். வாத்து ஒருமுறை மேலே செல்வதற்கும் கீழே வருவதற்கும் ஆகும் நேரத்தையும், கடல் அலையின் திசைவேகத்தையும் காண்க.



தீர்வு

கொடுக்கப்பட்டது:

1 நிமிடத்தில் வாத்துபொம்மை மேலும் கீழும் இயங்கும் இயக்கங்களின் எண்ணிக்கை = 15

இந்தத் தகவலில் இருந்து அதிர்வெண் கிடைக்கிறது (1 வினாடியில் வாத்து மேலும் கீழும் இயங்கும் எண்ணிக்கை)

$$f = \frac{15 \text{ முறைமேலும்கீழும்இயங்குகிறது}}{\text{ஒருநிமிடம்}}$$

ஒரு நிமிடம் என்பது 60 s எனவே, நேரத்தை வினாடியில் பொருத்த

$$f = \frac{15}{60} = \frac{1}{4} = 0.25 \text{ Hz}$$

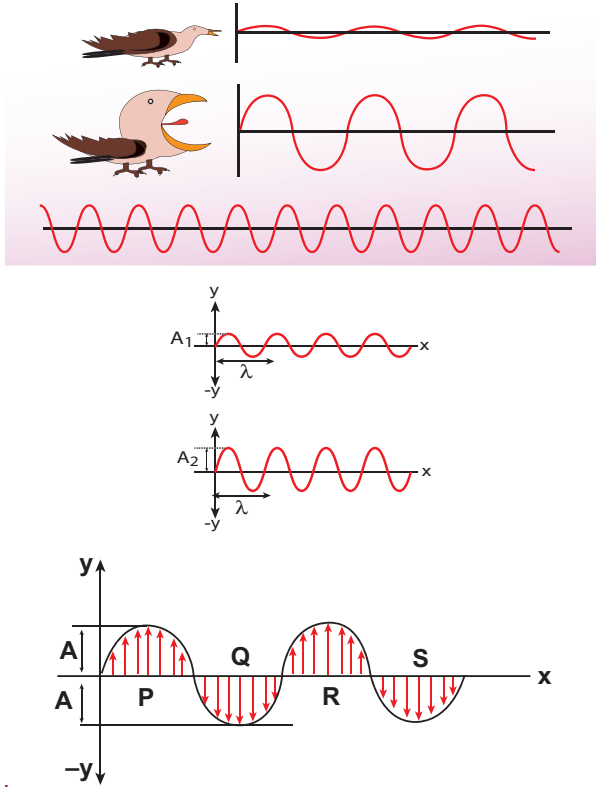
ஒருமுறை வாத்து மேலும் கீழும் இயங்க ஆகும் நேரமே, அலைவுநேரமாகும். இது அதிர்வெண்ணுக்கு எதிர்த்தகவில் இருக்கும்

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{0.25} = 4 \text{ s}$$

கடல் அலையின் திசைவேகம்

$$v = \lambda f = 1.2 \times 0.25 = 0.3 \text{ m s}^{-1}.$$

அலையின் வீச்சு: (Amplitude of the wave)



படம் 11.14 வெவ்வேறு வீச்சுகள் உடைய அலைகள்

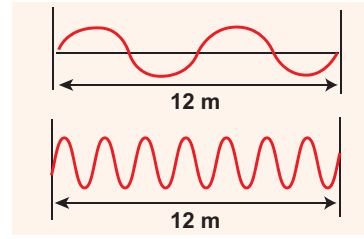
படம் 11.14 -ல் காட்டப்பட்ட அலைகள் அனைத்தும் சம அலை நீளம், சம அதிர்வெண் மற்றும் சம அலைவுநேரம் கொண்டு சம திசைவேகத்தில் செல்கின்றன. இந்த அலைகளுக்கிடப்பட்ட ஒரே வேறுபாடு அகடு அல்லது முகடுகளின் உயரங்கள். இதிலிருந்து நாம் உணர்வது அகடு அல்லது முகடின் உயரமும் அலையின் பண்பை நிர்ணயிப்பதில் முக்கிய பங்கு வகிக்கிறது. எனவே, வீச்சு என்ற ஒரு இயற்பியல் அளவினை அலைகளுக்கு வரையறுக்க வேண்டியுள்ளது. அலையின் வீச்சை குறிப்பு அச்சைப் பொறுத்து ஊடகத்தின் பெரும் இடப்பெயர்ச்சி என

வரையறுக்கலாம்(உதாரணமாக இந்த நேர்வில் x அச்சு). இங்கு அது A எனக் குறிக்கப்படுகிறது.

எடுத்துக்காட்டு 11.5

ஒரு முனை சுவரில் பொருத்தப்பட்ட கம்பி ஒன்றைக் கருதுவோம். படத்தில் காட்டப்பட்டுள்ள கீழ்க்கண்ட இரு சூழல்களிலும் (அலைகள் ஒரு வினாடியில் இந்த தொலைவைக் கடப்பதாகக் கருதுக)

- அலைநீளம், b) அதிர்வெண்
- திசைவேகம் ஆகியவற்றைக் கணக்கிடுக .



	முதல் நேர்வு	இரண்டாம் நேர்வு
(a) அலைநீளம்	$\lambda = 6 \text{ m}$	$\lambda = 2 \text{ m}$
(b) அதிர்வெண்	$f = 2 \text{ Hz}$	$f = 6 \text{ Hz}$
(c) திசைவேகம்	$v = 6 \times 2 = 12 \text{ m s}^{-1}$	$v = 2 \times 6 = 12 \text{ m s}^{-1}$

இதிலிருந்து நாம் அறிவது கம்பியில் ஏற்படும் அலையின் திசைவேகம் மாறிலி. அதிர்வெண் அதிகமாகும்போது, அலை நீளம் குறைகிறது. மறுதலைக்கும் (vice versa) இது பொருந்தும். அவற்றின் பெருக்குத்தொகையான திசைவேகம் நிலையாக (மாறாமல்) இருக்கிறது.

11.3

வெவ்வேறு ஊடகங்களில் அலையின் திசை வேகம்

நீண்ட தண்டவாளத்தில் சுத்தியலால் அடிக்கும் போது, சற்று தொலைவில் தண்டவாளத்தில் காது வைத்து கேட்கும்போது இரு ஒலிகள் (ஒரே கணத்தில் அல்ல) கேட்கும். தண்டவாளத்தின் வழியாக (திண்ம ஊடகம்) கேட்கும் ஒலி

முன்பாகவும், காற்றின் வழியே கேட்கும் அதே ஒலி சற்று தாமதமாகவும் கேட்கும். எனவே, வெவ்வேறு ஊடகங்களில் ஒலியின் திசைவேகம் ஒன்றல்ல.

இந்த பகுதியில், அலைகளின் திசைவேகத்தை இரு வேறு நிலைகளில் வருவிப்போம்:

1. நீட்டப்பட்ட கம்பியில் ஏற்படும் குறுக்கலைகளின் திசைவேகம்
2. மீட்சித்தன்மை கொண்ட ஊடகத்தில் நெட்டலைகளின் திசைவேகம்

11.3.1 நீட்டப்பட்ட கம்பியில் ஏற்படும் குறுக்கலையின் திசைவேகம்

கம்பி ஒன்றில் இயங்கும் குறுக்கலையின் திசைவேகத்தை கணக்கிடுவோம். கம்பியின் இடது முனையை மேல்நோக்கி சொடுக்கினால், அந்த துடிப்பு வலது முனைநோக்கி v என்ற திசைவேகத்தில் நகரும் (படம் 11.15 (a) ல் காட்டியவாறு). இதற்குப் பொருள் ஓய்வு நிலையில் உள்ள குறிப்பாயத்தில் உள்ள பார்வையாளரைப் பொருத்து, துடிப்பானது v திசைவேகத்தில் நகர்கிறது. பார்வையாளரும் அதே v திசைவேகத்தில் துடிப்பின் திசையில் இயங்கினால், துடிப்பானது ஓய்வில் (நிலையாக) இருந்து, கம்பியானது துடிப்புடன் v திசைவேகத்தில் நகர்வதாக பார்வையாளருக்குத் தெரியும்.

படம் 11.15 (b) ல் காட்டியவாறு கம்பியில் ஒரு அடிப்படைப் பகுதியைக் கருதுவோம். கம்பியில் A, B என்ற புள்ளிகளை இக்கணத்தில் கருதுவோம். dl , dm என்பது கம்பியின் சிறுபகுதி நீளம் மற்றும் நிறை

என்போம். வரையறையின்படி நீள் நிறை அடர்த்தி (μ) ஆனது பின்வருமாறு எழுதப்படுகிறது.

$$\mu = \frac{dm}{dl} \quad (11.5)$$

$$dm = \mu dl \quad (11.6)$$

படத்தில் காட்டியவாறு அடிப்படை பகுதி AB ஆனது வட்டத்தின் ஒரு பகுதிபோல், O வை மையமாக கொண்டு R ஆரத்துடன் வளைந்து கோணம் θ வை வளைகோடு மையம் O வில் ஏற்படுத்துகிறது. θ வை வளைகோடு AB ன் நீளம் dl மற்றும் ஆரம் R யைப் பயன்படுத்தி பின்வருமாறு எழுதலாம்.

$$\theta = \frac{dl}{R}.$$

கம்பியின் இழுவிசை தரும் மையநோக்கு முடுக்கம் (எண்மதிப்பு)

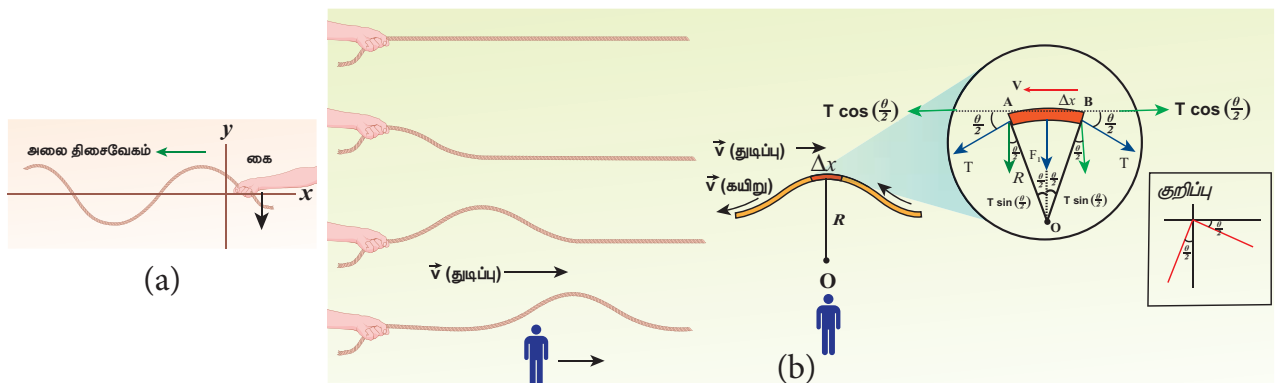
$$a_{cp} = \frac{v^2}{R} \quad (11.7)$$

சமன்பாடு (11.7) உடன் நிறை (m) யை சேர்த்தால் மையநோக்கு விசை கிடைக்கும்

$$F_{cp} = \frac{(dm)v^2}{R} \quad (11.8)$$

இந்தக் கம்பியின் சிறுபகுதி (elemental string) உணரும் மையநோக்குவிசையை சமன்பாடு (11.6) ஐ (11.8) இல் பிரதியிடுவதன் மூலம் கணக்கிடலாம்.

$$\frac{(dm)v^2}{R} = \frac{\mu v^2 dl}{R} \quad (11.9)$$



படம் 11.15 (a) நீட்டப்பட்ட கம்பியில் குறுக்கலைகள். (b) நீட்டப்பட்ட கம்பியின் பெரிதாக்கப்பட்ட அடிப்படைப் பகுதி மற்றும் v திசைவேகத்தில் இயங்கும் பார்வையாளரின் குறிப்பாயத்திலிருந்து பார்க்கப்படும் ஒரு துடிப்பு

இழுவிசை T ஆனது, கம்பியின் சிறுபகுதி நீளம் AB யின் தொடுகோட்டின் வழியே செயல்படுகிறது. வளைகோடு AB யின் நீளம் மிகச்சிறியது. எனவே இழுவிசை T யில் ஏற்படும் மாறுபாடு புறக்கணிக்கத்தக்கது.

இழுவிசை T யை கிடைமட்டக்கூறு $T \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)$ மற்றும் செங்குத்துக்கூறு $T \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)$ என இரு கூறுகளாகப் பகுக்கலாம். A, B யில் கிடைமட்டக் கூறுகள் சம எண்மதிப்பில் எதிர்திசையில் செயல்படுகின்றன. எனவே, அவை ஒன்றை ஒன்று சமன் செய்கின்றன. நீளம் AB யை மிகச்சிறியதாக கருதுவதால், செங்குத்துக்கூறுகள் A, B யில் செங்குத்து திசையில் வளைவின் மையம் நோக்கி இருப்பதால் அவற்றைக் கூட்ட வேண்டும். தொகுப்பின் ஆர விசை F_r ஆனது

$$F_r = 2T \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad (11.10)$$

கம்பியின் நீளத்துடன் ஒப்பிட, அலையின் வீச்சு மிகச்சிறியது. எனவே, சிறிய கோணத்தின் சைன் மதிப்பைத் தோராயமாக $\sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \approx \frac{\theta}{2}$ எனக் குறிக்கலாம். தற்போது சமன்பாடு (11.10) ஐ மாற்றி எழுது,

$$F_r = 2T \times \frac{\theta}{2} = T\theta \quad (11.11)$$

ஆனால், $\theta = \frac{dl}{R}$, இதை (11.11) இல் பொருத்த,

$$F_r = T \frac{dl}{R} \quad (11.12)$$

நியூட்டனின் இரண்டாவது விதியை கம்பியின் சிறுபகுதி நீளத்திற்கு ஆர வழியே செயல்படுத்த, சமநிலையில் விசையின் ஆரத்திசை கூறு (radial), மையநோக்கு விசைக்கு சமமாகும். சமன்பாடு (11.9) மற்றும் (11.12) ஐ சமப்படுத்த, கிடைப்பது

$$T \frac{dl}{R} = \mu v^2 \frac{dl}{R}$$

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} \text{ m s}^{-1} \text{ என அளவிடப்படுகிறது.} \quad (11.13)$$

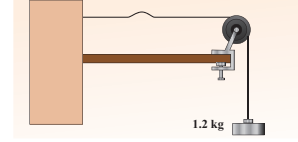
காட்சிப்பதிவுகள்:

- கம்பியில் ஏற்படும் அலையின் திசைவேகம்
- a. இழுவிசையின் இருமடி மூலத்திற்கு நேர்த்தகவிலும்

- b. நீள் நிறை அடர்த்தி (linear mass density) யின் இருமடி மூலத்திற்கு எதிர்த்தகவிலும்
- c. அலை வடிவத்தைச் சாராமலும் அமையும்

எடுத்துக்காட்டு 11.6

படத்தில் காட்டியபடி நீள் நிறை அடர்த்தி 0.25 kg m^{-1} கொண்ட கம்பியில் இயக்கத்தில் உள்ள துடிப்பின் திசைவேகம் காண்க. மேலும் துடிப்பு 30 cm யைக் கம்பியில் கடக்க எடுத்துக்கொள்ளும் நேரத்தையும் காண்க.



தீர்வு:

கம்பியின் இழுவிசை

$$T = mg = 1.2 \times 9.8 = 11.76 \text{ N}$$

ஓரலகு நீளத்திற்கான நிறை $\mu = 0.25 \text{ kg m}^{-1}$

எனவே, அலைத்துடிப்பின் திசைவேகம்

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} = \sqrt{\frac{11.76}{0.25}} = 6.858 \text{ m s}^{-1} = 6.8 \text{ m s}^{-1}$$

30 செ.மீ தொலைவைக் கடக்க துடிப்பு எடுத்துக் கொள்ளும் நேரம்

$$t = \frac{d}{v} = \frac{30 \times 10^{-2}}{6.8} = 0.044 \text{ s} = 44 \text{ ms} \text{ இங்கு,}$$

ms = மில்லி வினாடி

11.3.2 மீட்சித்தன்மை கொண்ட ஊடகத்தில் நெட்டலையின் திசைவேகம்

நீண்ட உருளை வடிவக் குழாயில் குறுக்குவெட்டுப்பரப்பு A , நிலையான நிறை கொண்ட மீட்சித் தன்மை ஊடகம் (இங்கு காற்றைக் கருதுக) P அழுத்தத்தில் உள்ளது என்க. இந்தக் குழாயில் நெட்டலைகளை ஓர் இசைக்கவையை அதிர வைத்தோ, பிஸ்டன் ஒன்றைக் கொண்டு காற்றை அழுத்தியோ ஏற்படுத்தலாம். உருளையின் அச்சுக்கு இணையாக அலை முன்னேறுவதாகக் கொள்க. ஆரம்பத்தில் ஓய்வில் உள்ள ஊடகத்தின் அடர்த்தி ρ என்க. $t = 0$ நேரத்தில் பிஸ்டன் இடது முனையிலிருந்து, u திசைவேகத்துடன் வலது முனைநோக்கி நகர்கிறது.

நேர்வுகள் : திரவத்திற்கு :

$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}} \quad (11.19)$$

இங்கு B , பருமக் குணகம் மற்றும் ρ திரவத்தின் அடர்த்தி. பருமக் குணகம் B அல்லது k என்ற எழுத்தால் குறிப்பிடலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 11.7

எஃகு கம்பி ஒன்றில் ஒலியின் திசைவேகத்தைக் கணக்கிடுக. எஃகு கம்பி யங்குணகம் $Y = 2 \times 10^{11} \text{ N m}^{-2}$ மற்றும் அடர்த்தி $\rho = 7800 \text{ kg m}^{-3}$.

தீர்வு:

$$v = \sqrt{\frac{Y}{\rho}} = \sqrt{\frac{2 \times 10^{11}}{7800}} = \sqrt{0.2564 \times 10^8}$$

$$= 0.506 \times 10^4 \text{ m s}^{-1} = 5 \times 10^3 \text{ m s}^{-1}$$

எனவே நெட்டலைகள் திண்மத்தில், திரவம் அல்லது வாயுவை விட வேகமாக செல்கின்றன. ஆடு மேய்ப்பவன் ஆடுகளுடன் தொடர்வண்டி பாதையை கடக்கும் போது, தண்டவாளத்தில் காதை வைத்து கேட்பதன் காரணத்தை தற்போது புரிந்திருப்பீர்கள்.

எடுத்துக்காட்டு 11.8

ஒரு குறிப்பிட்ட பருமன் கொண்ட நீரின் அழுத்தத்தை 100 kPa ஆக அதிகரிக்கும்போது பருமன் 0.005% குறைகிறது.

(a) நீரின் பருமக்குணகம் காண்க?

(b) நீரில் ஒலியின் (இறுக்கப்பட்ட அலைகள்) திசைவேகத்தைக் காண்க ?

தீர்வு

(a) பருமக்குணகம்

$$B = V \left| \frac{\Delta P}{\Delta V} \right| = \frac{100 \times 10^3}{0.005 \times 10^{-2}} =$$

$$= \frac{100 \times 10^3}{5 \times 10^{-5}} = 2000 \text{ MPa}$$

(MPa = மெகா பாஸ்கல்)

(b) நீரில் ஒலியின் வேகம்

$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}} = \sqrt{\frac{2000 \times 10^6}{1000}} = 1414 \text{ m s}^{-1}$$



குறுக்கலை, நெட்டலைகளின் திசைவேகம் மீட்சிப் பண்புகளைப் பொருத்தது (கம்பியின் இழுவிசை T , பருமக்குணகம் B போன்றவை) மற்றும் நிலைமப் பண்புகளையும் (அடர்த்தி அல்லது ஓரலகு நீளத்திற்கான நிறை) பொருத்தது. i.e., $v = \sqrt{\frac{\text{மீட்சிப் பண்பு}}{\text{நிலைமப் பண்பு}}}$

அட்டவணை 11.2 வெவ்வேறு ஊடகங்களில் ஒலியின் வேகம்

வ.எண்	ஊடகம்	வேகம் m s^{-1}
திண்மம்		
1	இரப்பர்	1600
2	தங்கம்	3240
3	பித்தளை	4700
4	தாமிரம்	5010
5	இரும்பு	5950
6	அலுமினியம்	6420
திரவங்கள் (25°C இல்)		
1	மண்ணெண்ணெய்	1324
2	பாதரசம்	1450
3	நீர்	1493
4	கடல் நீர்	1533
வாயு (0°C இல்)		
1	ஆக்ஸிஜன்	317
2	காற்று	331
3	ஹீலியம்	972
4	ஹைட்ரஜன்	1286
வாயு (20°C இல்)		
1	காற்று	343

11.4

ஒலி அலையின் பரவல்

ஒலி அலையானது நெட்டலையாகும். அது பரவும் ஊடகத்தில் இறுக்கங்களும், தளர்ச்சிகளும் ஏற்படும். கீழ்க்கண்ட பாடப்பகுதியில் காற்றில் ஒலியின் திசை வேகத்தை நியூட்டனின் முறையில் அளவிடலாம். பின்னர் அதன் மீதான லாப்லஸ் திருத்தத்தையும் காற்றில் ஒலியின் திசைவேகத்தை பாதிக்கும் காரணிகளையும் விவாதிக்கலாம்.

11.4.1 காற்றில் ஒலியின் திசைவேகத்திற்கான நியூட்டனின் சமன்பாடு

காற்றில் ஒலி பரவும் போது ஏற்படும் இறுக்கங்களும், தளர்ச்சிகளும் மிக மெதுவாக நடைபெறுகிறது. எனவே இந்த நிகழ்வை வெப்பநிலை மாறா நிகழ்வாக நியூட்டன் கருதினார். அதாவது இறுக்கத்தினால் (அழுத்தம் அதிகரிக்கிறது, பருமன் குறைகிறது) ஏற்படும் வெப்பம் மற்றும் நெகிழ்வினால் ஏற்படும் வெப்ப இழப்பு (அழுத்தம் குறையும், பருமன் அதிகரிக்கும்) மெதுவாக நிகழ்வதால் வெப்பநிலை மாறாமல் இருப்பதாக நியூட்டன் கருதினார். எனவே காற்று மூலக்கூறுகளை ஒரு நல்லியல்பு வாயுவாக கருதினால், அழுத்த, பரும மாறுபாடுகள் பாயில் விதிக்கு கட்டுப்படுகின்றன. கணிதப்படி,

$$PV = \text{மாறிலி} \quad (11.20)$$

சமன்பாடு (11.20) யை வகைப்படுத்த,

$$PdV + VdP = 0$$

அல்லது, $P = -V \frac{dP}{dV} = B_T \quad (11.21)$

இங்கு, B_T காற்றின் வெப்பநிலைமாறா பருமக்குணகம். சமன்பாடு (11.21) யை (11.16), இல் பிரதியிட, காற்றில் ஒலியின் திசைவேகம்

$$v_T = \sqrt{\frac{B_T}{\rho}} = \sqrt{\frac{P}{\rho}} \quad (11.22)$$

P என்பது காற்றின் அழுத்தம், NTP (இயல்பு வெப்பநிலை மற்றும் அழுத்தம்) இல் P இன் மதிப்பு 76 செ.மீ பாதரச அழுத்தமாகும்.

எனவே,

$$P = (0.76 \times 13.6 \times 10^3 \times 9.8) \text{ N m}^{-2}$$

$$\rho = 1.293 \text{ kg m}^{-3}.$$

காற்றில் ஒலியின் வேகம் (NTP) யில்

$$v_T = \sqrt{\frac{(0.76 \times 13.6 \times 10^3 \times 9.8)}{1.293}}$$

$$= 279.80 \text{ m s}^{-1} \approx 280 \text{ ms}^{-1} \text{ (கணக்கீட்டு மதிப்பு)}$$

ஆனால், ஆய்வு மூலமாக 0°C யில் காற்றில் ஒலியின் திசைவேகம் 332 m s⁻¹ என அளக்கப்பட்டுள்ளது. இந்த மதிப்பு, கணக்கீட்டு மதிப்பை விட 16% அதிகம்.

சதவீதப் பிழை $\frac{(332 - 280)}{332} \times 100\% = 15.6\%$. இது குறைவான பிழை அல்ல

11.4.2 லாப்லஸ் திருத்தம் (Laplace Correction)

1816 ல் லாப்லஸ், மேலே குறிப்பிட்ட குறைபாட்டை, "ஒலி ஓர் ஊடகத்தில் பரவும்போது துகள்கள் மிக விரைவாக அலைவுறுவதால் இறுக்கங்களும், தளர்ச்சிகளும் மிக வேகமாக ஏற்படும்" எனக் கருத்தில் கொண்டு சரி செய்தார். இறுக்கத்தினால் ஊடகத்திற்கு கொடுக்கப்படும் அதிக வெப்பமும், தளர்ச்சி மூலம் ஏற்படும் குளிர்ச்சி விளைவும் சுற்றுப் புறத்துடன் சமன் செய்யப்படாது. ஏன் எனில் காற்று (ஊடகம்) ஓர் அரிதிற்கடத்தியாகும். வெப்பநிலை மாறாது எனக் கருத முடியாததால், இது ஒரு வெப்ப பரிமாற்றமில்லா நிகழ்வு ஆகும். வெப்ப பரிமாற்றமில்லா விளைவு எனக் கருதுவதால், வாயு பாய்சன் விதியை பின்பற்றுகிறது (நியூட்டன் கருதியதுபோல் பாயில் விதி அல்ல). எனவே,

$$PV^\gamma = \text{மாறிலி} \quad (11.23)$$



$$\text{இங்கு } \gamma = \frac{C_p}{C_v},$$

C_p – அழுத்தம் மாறா மோலார் தன்வெப்ப ஏற்புத்திறன்
 C_v – பருமன் மாறா மோலார் தன் வெப்ப ஏற்புத்திறன்
 சமன்பாடு (11.23) யை வகைப்படுத்த,

$$V^\gamma dP + P(\gamma V^{\gamma-1} dV) = 0$$

$$\text{or, } \gamma P = -V \frac{dP}{dV} = B_A \quad (11.24)$$

இங்கு, B_A காற்றின் வெப்பமாற்றீட்டற்ற விளைவில் பருமக் குணகம்.

சமன்பாடு (11.24) ஐ (11.16) இல் பொருத்த காற்றில் ஒலியின் திசைவேகம்

$$v_A = \sqrt{\frac{B_A}{\rho}} = \sqrt{\frac{\gamma P}{\rho}} = \sqrt{\gamma} v_T \quad (11.25)$$

காற்றில் முக்கியமாக நைட்ரஜன், ஆக்சிஜன், ஹைட்ரஜன் மற்றும் பிற (இரட்டை அணு மூலக்கூறு வாயு) இருப்பதால், $\gamma = 1.47$. எனவே, காற்றில் ஒலியின் திசைவேகம் $v_A = (\sqrt{1.4})(280 \text{ m s}^{-1}) = 331.30 \text{ m s}^{-1}$. இது ஆய்வு முடிவு மதிப்பிற்கு மிக இறுக்கமாக உள்ளது.

11.4.3 வாயுவில் ஒலியின் திசைவேகத்தை பாதிக்கும் காரணிகள்

நல்லியல்பு வாயு ஒன்றைக் கருதுக. அதன் சமன்பாடு

$$PV = \mu R T \quad (11.26)$$

இங்கு, P – அழுத்தம், V – பருமன், T – வெப்பநிலை, μ – மோல்களின் எண்ணிக்கை, R – பொது வாயு மாறிலி, கொடுக்கப்பட்ட நிறை கொண்ட மூலக்கூறுக்கு சமன்பாடு (11.26) யை கீழ்க்கண்டவாறு எழுதலாம்.

$$\frac{PV}{T} = \text{மாறிலி} \quad (11.27)$$

நிறை m யை, மாறிலியாக வைத்தால், வாயுவின் அடர்த்தியானது, பருமனுக்கு எதிர்தகவில் மாறும்

$$\rho \propto \frac{1}{V} \quad V = \frac{m}{\rho} \quad (11.28)$$

சமன்பாடு (11.28) யை (11.27) ல் பொருந்தினால், கிடைப்பது

$$\frac{P}{\rho} = cT \quad (11.29)$$

இங்கு c ஒரு மாறிலி.

சமன்பாடு (11.25) இல் கொடுக்கப்பட்ட காற்றில் ஒலியின் திசைவேகத்தை கீழ்க்காணுமாறு எழுதலாம்

$$v = \sqrt{\frac{\gamma P}{\rho}} = \sqrt{\gamma c T} \quad (11.30)$$

மேற்கண்ட சமன்பாட்டிலிருந்து நாம் அறிவது,

(a) அழுத்தத்தின் விளைவு :

ஒரு நிலையான வெப்பநிலையில், அழுத்தம் மாறுபடும்போது, அடர்த்தியும் நேர்விகிதத்தில்

மாறுகிறது; அதாவது $\left(\frac{P}{\rho}\right)$ நிலையாக அமைகிறது.

இதன் பொருள் நிலையான வெப்பநிலையில், ஒலியின் திசைவேகம் அழுத்தத்தை சாராதது. ஒரு மலையின் மேலும், கீழும் வெப்பநிலை சமமாக இருந்தால், ஒலியின் திசைவேகம் மாறாமல் இருக்கும். ஆனால் நடைமுறையில் மலையின் மேலும் கீழும் வெப்பநிலை சமமாக இருக்காது. எனவே, ஒலியின் திசைவேகமும் மாறுபட்டிருக்கும்.

(b) வெப்பநிலையின் விளைவு :

$$\therefore v \propto \sqrt{T}$$

ஒலியின் திசைவேகம், வெப்பநிலையின் (கெல்வின் மதிப்பு) இருமடி மூலத்திற்கு நேர்தகவில் மாறுகிறது.

v_0 என்பது 0°C அல்லது 273 K இல் ஒலியின் திசைவேகம் v என்பது ஏதேனும் ஒரு வெப்பநிலை T இல் ஒலியின் திசைவேகம் எனவும் கொண்டால்,

$$\frac{v}{v_0} = \sqrt{\frac{T}{273}} = \sqrt{\frac{273+t}{273}}$$

$$v = v_0 \sqrt{1 + \frac{t}{273}} \cong v_0 \left(1 + \frac{t}{546}\right)$$

(ஈருறுப்பு விரிவை பயன்படுத்தி)

0°C ல் ஒலியின் திசைவேகம் $v_0 = 331 \text{ m s}^{-1}$ என்பதால், ஏதேனும் ஒரு வெப்பநிலை $t^\circ\text{C}$ யில்

$$v = (331 + 0.60t) \text{ m s}^{-1}$$

ஒவ்வொரு 1°C வெப்பநிலை உயர்வுக்கும் ஒலியின் திசைவேகம் 0.61 m s^{-1} அதிகரிக்கிறது.

குறிப்பு: வெப்பநிலை அதிகரிக்கும்போது மூலக்கூறுகள் அக ஆற்றல் அதிகரிப்பால் வேகமாக அதிர்வுறும். எனவே திசைவேகம் அதிகரிக்கிறது.

(c) அடர்த்தியின் விளைவு:

சம வெப்பநிலை, அழுத்தத்தில் உள்ள இரு வாயுக்களை கருதுக. அவற்றின் அடர்த்தி மட்டும் வெவ்வேறு என்க. அந்த இரு வாயுக்களின் வழியே ஒலியின் திசைவேகங்கள் முறையே,

$$v_1 = \sqrt{\frac{\gamma_1 P}{\rho_1}} \quad (11.31)$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{\gamma_2 P}{\rho_2}} \quad (11.32)$$

(11.31) யை (11.32) ல் வகுக்க

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\sqrt{\frac{\gamma_1 P}{\rho_1}}}{\sqrt{\frac{\gamma_2 P}{\rho_2}}} = \sqrt{\frac{\gamma_1 \rho_2}{\gamma_2 \rho_1}}$$

மதிப்பு சமமான வாயுக்களுக்கு,

$$\frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{\rho_2}{\rho_1}} \quad (11.33)$$

எனவே, வாயு ஒன்றின் வழியே ஒலியின் திசைவேகம் அடர்த்தியின் இருமடி மூலத்திற்கு எதிர்த்தகவில் அமைகிறது.

(d) ஈரப்பத்தின் விளைவு (humidity):

ஈரப்பதம் உள்ள காற்றின் அடர்த்தி உலர்ந்த காற்றின் அடர்த்தியைப்போல் 0.625 மடங்கு ஆகும். அதாவது ஈரப்பதம், காற்றின் அடர்த்தியை குறைத்து விடுகிறது. எனவே, ஈரப்பதம் உள்ள காற்றில் ஒலியின் திசைவேகம் அதிகரிக்கிறது.

ρ_1, v_1 , மற்றும் ρ_2, v_2 , என்பவை முறையே உலர்ந்த காற்று, ஈரப்பதம் உள்ள காற்றின் அடர்த்தி மற்றும் ஒலியின் திசைவேகம் என்க.

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\sqrt{\frac{\gamma_1 P}{\rho_1}}}{\sqrt{\frac{\gamma_2 P}{\rho_2}}} = \sqrt{\frac{\rho_2}{\rho_1}} \quad (\gamma_1 = \gamma_2 \text{ எனில்})$$

P என்பது வளிமண்டல அழுத்தமாதலால் கீழ்க்கண்டவாறு எழுதலாம்.

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{P}{p_1 + 0.625 p_2}$$

இங்கு, p_1, p_2 , முறையே உலர்ந்த காற்று மற்றும் நீராவிவின் பகுதி அழுத்தங்கள்.

$$v_1 = v_2 \sqrt{\frac{P}{p_1 + 0.625 p_2}} \quad (11.34)$$

(e) காற்றின் விளைவு:

காற்று வீசுவதாலும் ஒலியின் திசைவேகம் மாறும். காற்றின் திசையில் ஒலி செல்லும்போது அதன் திசைவேகம் அதிகரிக்கிறது. காற்றிற்கு எதிர்த்திசையில் ஒலியின் திசைவேகம் குறைகிறது.

எடுத்துக்காட்டு 11.9

ஆக்சிஜன், நைட்ரஜனின் அடர்த்திகளின் தகவல் 16:14. எந்த வெப்பநிலையில் ஆக்சிஜனில் செல்லும் ஒலியின் திசைவேகமானது, 17°C இல் நைட்ரஜனில் செல்லும் ஒலியின் திசைவேகத்திற்கு சமமாகும்?

தீர்வு:

சமன்பாடு (11.25) லிருந்து,

$$v = \sqrt{\frac{\gamma P}{\rho}}$$

$$\text{ஆனால் } \rho = \frac{M}{V}$$

$$v = \sqrt{\frac{\gamma P V}{M}}$$



சமன்பாடு (11.26) யைப்பயன்படுத்த

$$v = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$$

இங்கு, R – பொது வாயு மாறிலி, M – வாயுவின் மூலக்கூறு நிறை

17°C யில் நைட்ரஜனில் ஒலியின் வேகம்

$$\begin{aligned} v_N &= \sqrt{\frac{\gamma R(273\text{K} + 17\text{K})}{M_N}} \\ &= \sqrt{\frac{\gamma R(290\text{K})}{M_N}} \end{aligned} \quad (1)$$

இதேபோல் $t^\circ\text{C}$ யில் ஆக்சிஜனில் ஒலியின் வேகம்

$$v_0 = \sqrt{\frac{\gamma R(273\text{K} + t)}{M_0}} \quad (2)$$

இரு வாயுக்களுக்கும் ஒரே மதிப்பு. ஆதலால், மேலே (1), (2), யை சமப்படுத்த

$$\begin{aligned} v_O &= v_N \\ \sqrt{\frac{\gamma R(273 + t)}{M_0}} &= \sqrt{\frac{\gamma R(290)}{M_N}} \end{aligned}$$

இருபுறமும் இருமடியாக்கி (squaring) γR யை நீக்கி, சரிசெய்ய,

$$\frac{M_0}{M_N} = \frac{273 + t}{290} \quad (3)$$

ஆக்சிஜன், நைட்ரஜனின் அடர்த்திகளின் தகவல் 16:14, எனவே,

$$\frac{\rho_0}{\rho_N} = \frac{16}{14} \quad (4)$$

$$\frac{\rho_0}{\rho_N} = \frac{\frac{M_0}{V}}{\frac{M_N}{V}} = \frac{M_0}{M_N} \Rightarrow \frac{M_0}{M_N} = \frac{16}{14} \quad (5)$$

சமன்பாடு (5) ஐ (3) ல் பொருத்த

$$\frac{273 + t}{290} = \frac{16}{14} \Rightarrow 3822 + 14t = 4640$$

$$\Rightarrow t = 58.4\text{ K}$$

11.5

ஒலி அலைகளின் எதிரொலிப்பு

ஒலி அலைகள் ஒரு ஊடகத்திலிருந்து மற்றொரு ஊடகத்திற்குச் செல்லும்போது, கீழ்க்கண்ட நிகழ்வுகள் ஏற்படும்.

(a) ஒலியின் எதிரொலிப்பு: இரண்டாவது ஊடகம் மிகுந்த அடர்த்தியுடையதாக (உறுதியானதாக) இருந்தால், ஒலியானது முழுவதுமாக முதல் ஊடகத்திற்குள்ளேயே (மீண்டு எழுகிறது) எதிரொலிப்பு அடைகிறது.

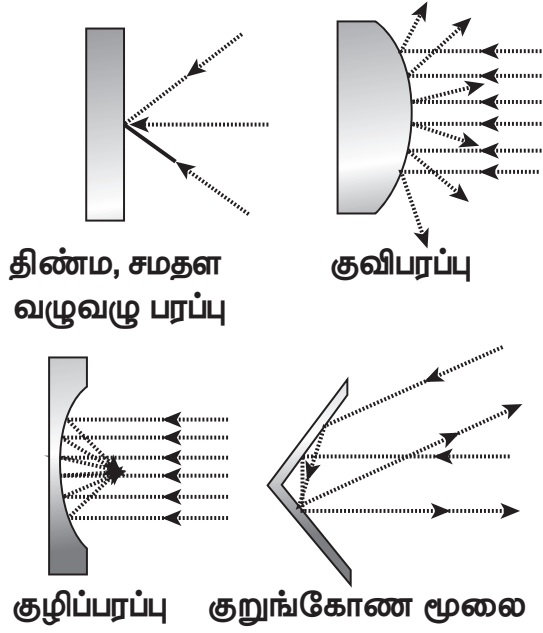
(b) ஒலியின் விலகல்: ஒலி ஒரு ஊடகத்திலிருந்து மற்றொரு ஊடகத்திற்கு செல்லும்போது (இரண்டாவது ஊடகம் முதல் ஊடகத்தை விட அடர்த்தி அதிகமாக உள்ளபோது) அதன் ஆற்றல் இரண்டாவது ஊடகத்தால் உட்கவரப்படுவதால், ஆற்றல் இழப்பு ஏற்படுகிறது.

இந்தப் பாடப்பகுதியில் ஒலியின் எதிரொலிப்பை மட்டும் கருதுவோம். ஒளியைப் போல், ஒலியும் எதிரொலிப்பு விதிகளுக்கு உட்படும். அவ்விதிகள்

(i) ஒலியின் படுகோணம், எதிரொலிப்பு கோணத்திற்குச் சமம்.

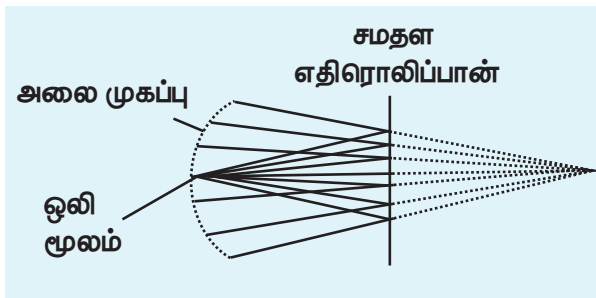
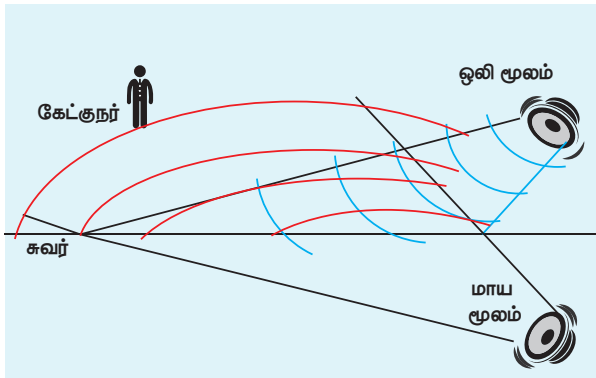
(ii) ஓர் பரப்பால் ஒலி அலை எதிரொலிக்கப்படும்போது படு புள்ளியில் படு அலை, எதிரொலிப்பு அலை மற்றும் குத்துக்கோடு ஆகியவை ஒரே தளத்தில் அமையும்.

ஆடி ஒன்றால் ஒளி எதிரொளிக்கப்படுவதுபோல், ஒலியும் ஓர் கடினமான, சமதள பரப்பில் எதிரொலிக்கப்படுவது பளிங்கு (Specular) எதிரொலிப்பு எனப்படுகிறது. இது ஒலியின் அலைநீளம், எதிரொலிப்பு பரப்பைவிட பரப்பின் மேல், பள்ளத்தைவிட சிறியதாக இருக்கும்போது ஏற்படுகிறது.



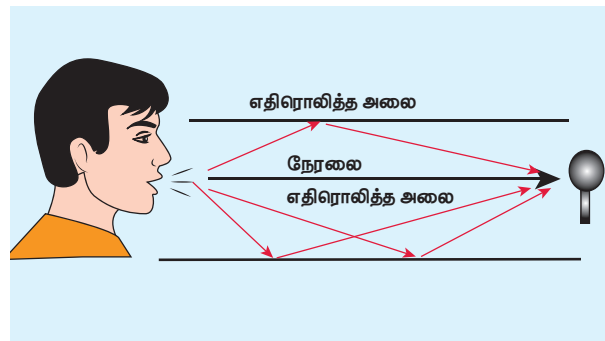
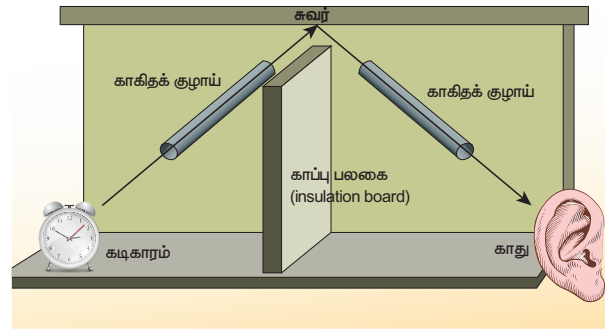
படம் 11.17 வெவ்வேறு பரப்புகளில் ஒலியின் எதிரொலிப்பு

11.5.1 சமதள பரப்புகளில் ஒலியின் எதிரொலிப்பு

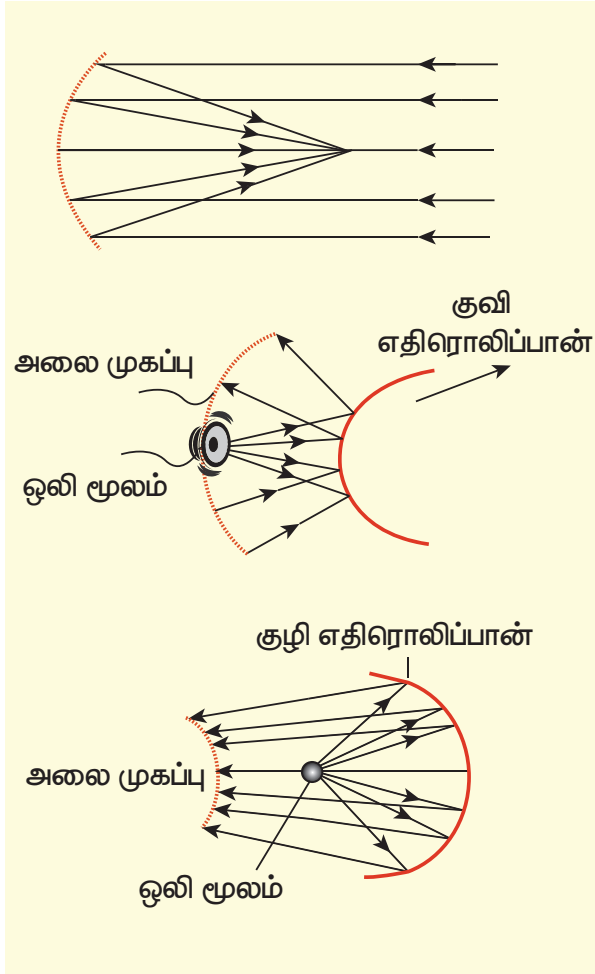


படம் 11.18 சமதள பரப்பால் ஒலி எதிரொலிப்பு

ஒலி அலைகள், சமதள சுவர் மீது மோதும்போது, (ஒளி அலைகள் போலவே) அந்த சுவற்றிலிருந்து மீண்டெழுதின்றன (bounces off). ஒலிப்பான் ஒன்று சுவற்றிற்கு சாய்வாக ஒரு குறிப்பிட்ட கோணத்தில் வைக்கப்பட்டால், மூலத்திலிருந்து (ஒலிப்பான்) வரும் ஒலி (புள்ளி ஒலி மூலம் எனக்கருதுக) யை கோள அலை முகப்பாக கருதலாம். எனவே, சுவரால் எதிரொலிக்கப்படும் அலை முகப்பும் கோளக அலை முகப்பாகவே அமையும். அதனுடைய வளைவு மையத்தை (இது சமதள பரப்பின் மறுபுறம் அமைந்திருக்கும்) ஒலி மூலத்தின் பிம்பமாக கருதலாம் [மாய அல்லது கற்பனை ஒலிப்பான்]. மேலும் இது தளத்தின் பின்புறம் அமைந்துள்ளது எனவும் கருதலாம். இது படம் 11.18 மற்றும் 11.19 இல் காட்டப்பட்டுள்ளது.



படம் 11.19 அன்றாட வாழ்வில் ஒலியின் எதிரொலிப்புக்கான பொதுவான எடுத்துக்காட்டுகள்

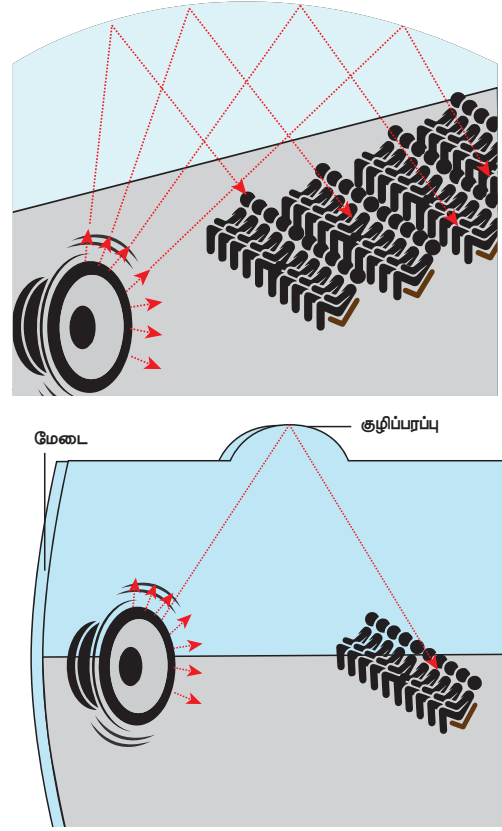


படம் 11.20 வளைவு பரப்புகளில் ஒலியின் எதிரொலிப்பு

11.5.2 வளைவு பரப்புகளில் ஒலியின் எதிரொலிப்பு

ஒலியின் பண்பு எதிரொலிக்கப்பட்ட பரப்பையும் பொருத்தது. குழி, குவி மற்றும் சமதள பரப்புகளால் எதிரொலிக்கப்பட்ட ஒலி அலைகளின் பண்புகள் வெவ்வேறாக உள்ளன. குவி பரப்பால் எதிரொலிக்கப்பட்ட ஒலி விரிந்து செல்வதால், அதன் வலிமை (ஆற்றல்) குறைந்து விடுகிறது.

அதே சமயம் குழி பரப்பால் எதிரொலிக்கப்பட்ட அலை ஒரு புள்ளியில் குவிக்கப்படுவதால் எளிதாக பெருக்கமடையும் (வலிமை, ஆற்றல் அதிகரிக்கிறது). பரவளைய எதிரொலிப்பான்கள் (வளைவு எதிரொலிப்பான்) ஒலி அலைகளை குறிப்பிட்ட புள்ளியில் குவிப்பதற்காக வடிவமைக்கப்படுகின்றன. இவை, அதிக திசை பண்புடைய நுண்ணிய ஒலிப்பான்களை (microphones) வடிவமைக்கப் பயன்படுகின்றன.



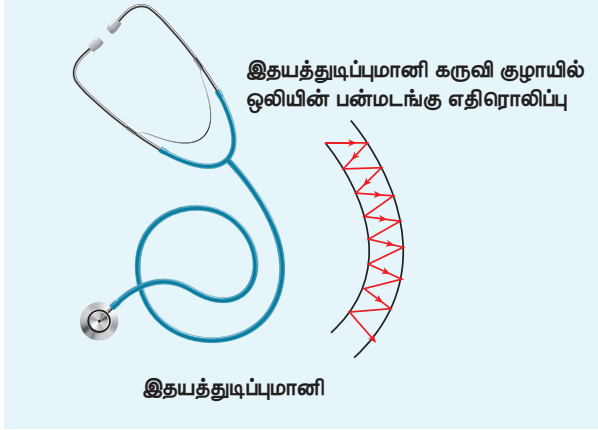
படம் 11.21 பெரிய கலையரங்கங்களில் ஒலி

எந்த ஒரு பரப்பும் (வழுவழுப்பானது அல்லது சொர சொரப்பானது) ஒலியை உட்கவரும் என நாம் அறிவோம். எடுத்துக்காட்டாக பெரிய அறைகள் அல்லது கலையரங்கங்கள் அல்லது திரையரங்குகள் ஆகியவற்றில் ஏற்படுத்தப்படும் ஒலி அதன் சுவர்கள், மேற்கூரைகள், தரை மற்றும் இருக்கைகளால் பெரிதும் உட்கவரப்படுகிறது.

இந்த இழப்பை தடுக்க, வளைவு ஒலி பரப்புகள் (குழி பரப்புகள்) ஒலிப்பான் முன்பாக அமைக்கப்படுகின்றன. இவை ஒலிப்பானிலிருந்து வரும் ஒலியை கேட்போர் கூட்டம் (audience) நோக்கி எதிரொலிக்கின்றன. இந்த முறை எல்லா திசைகளிலும் ஒலி பரவுவதைக் குறைத்து, அரங்கம் முழுவதும் சீராக ஒலி பரவுவதை மேம்படுத்துகிறது. எனவே தான் அரங்கத்தில் எந்தப் பகுதியில் அமர்ந்திருப்பவருக்கும் ஒலியானது எந்த வித தடையுமின்றி சென்றடைகிறது.

11.5.3 ஒலி எதிரொலிப்பின் பயன்கள்

- (a) இதயத்துடிப்புமானி: இது ஒலியின் பன்மடங்கான எதிரொலிப்பின் தத்துவத்தில் இயங்குகிறது.



படம் 11.22 இதயத்துடிப்புமானி, மற்றும் அதன் ரப்பர் குழாயில் பன்மடங்கு எதிரொலிப்பு அடையும் இதயத்துடிப்பு

இது மூன்று பகுதிகளை கொண்டது:

- இதயத்தின் மீது வைக்கும் பகுதி
 - காதில் வைக்கும் பகுதி
 - ரப்பர் குழாய்
- (i) இதயத்தின் மீது வைக்கும் பகுதி: இது சிறிய தட்டு வடிவிலான ஒத்ததிர்வுச் சவ்வு. இது ஒலியை மிக நுண்ணியமாக உணரும். மேலும் உணர்ந்த ஒலியை பெருக்கும்.
- (ii) காதில் வைக்கும் பகுதி: இது உலோகக் குழாய்களால் ஆனது. இது இதயத்திலிருந்து உணர்ந்த ஒலியை கேட்கப் பயன்படுகிறது.
- (iii) ரப்பர் குழாய்: இது இதயம் மீது வைக்கும் பகுதியையும் காதில் வைக்கும் பகுதியையும் இணைக்கிறது. இதயம் மீது வைக்கும் பகுதியின் சவ்வு உணர்ந்த ஒலியை காதில் வைக்கும் பகுதிக்கு எடுத்துச் செல்கிறது. நுரையீரலின் சத்தம் அல்லது இதயத்தின் துடிப்பு அல்லது உடல் உள் உறுப்புகள் ஏற்படுத்தும் ஒலியை உணர்ந்து, அதை காதில் வைக்கும் பகுதிக்கு ரப்பர் குழாயில் ஏற்படும் பன்மடங்கு எதிரொலிப்பு மூலம் எடுத்துச் செல்கிறது.
- (b) எதிரொலி: சுவர் அல்லது மலை அல்லது எந்தவொரு ஒலித்தடை பரப்பினாலும் ஒலி எதிரொலிக்கப்பட்டு, மீண்டும் மீண்டும் கேட்கப்படும் ஒலி எதிரொலி எனப்படும். 20°C யில் காற்றில் ஒலியின் வேகம் 344 m s^{-1} . 344 m தொலைவிலுள்ள சுவற்றினை நோக்கி நாம் சத்தம் செய்தால் அது 1 விநாடியில் சுவற்றை

அடையும். சுவற்றில் எதிரொலித்த பிறகு, மேலும் 1 விநாடி கழித்து அந்த ஒலி நம்மை அடையும். எனவே, இரு விநாடிகள் கழித்து எதிரொலியை கேட்போம்.

அறிவியல் அறிஞர்களின் கணக்கீட்டின்படி, நாம் இரு ஒலி அலைகளை, தெளிவாக கேட்கக்கூடிய மிகக் குறைந்த நேர இடைவெளி (மனித செவியின் தொடர் கேட்கும் திறன்) ஒரு விநாடியின் $\frac{1}{10}$ பகுதி அதாவது 0.1 s ஆகும்.

$$\text{திசைவேகம்} = \frac{\text{கடந்த தூரம்}}{\text{எடுத்துக்கொண்ட நேரம்}} = \frac{2d}{t}$$

$$2d = 344 \times 0.1 = 34.4 \text{ m}$$

$$d = 17.2 \text{ m}$$

20°C –யில் எதிரொலி (echo) கேட்க, எதிரொலிக்கும் சுவர் (பரப்பு) அமைய வேண்டிய குறைந்த பட்சத் தொலைவு 17.2 m.

(c) சோனார் (SONAR): SOund NAvigation and Ranging. ஒலி எதிரொலிப்பு மூலம் கடலினுள் தேடுதல் மற்றும் கண்டுபிடித்தல் கருவி.

சோனார் கருவி ஒலியின் எதிரொலிப்பைப் பயன்படுத்தி நீரினுள் உள்ள பொருளின் நிலை அல்லது இயக்கத்தை உணரப் பயன்படுகிறது. இதே முறையில் தான் டால்பின்களும், வவ்வால்களும் இருளில் கூட தாங்கள் செல்ல வேண்டிய வழியை தேர்ந்தெடுக்கின்றன.

(d) எதிர் முழக்கம் (Reverberation): மூடிய அறை ஒன்றினுள் ஒலி தொடர்ந்து சுவர்களினால் எதிரொலிக்கப்படும்போது, ஒலிமூலம் ஒலி ஏற்படுத்துவதை நிறுத்திய பிறகும், ஒலி கேட்கப்படும். இவ்வாறு ஓர் அறையில் ஒலி மீதி (reverberation) இருக்கும் நிகழ்வு எதிர் முழக்கம் எனப்படும். ஒலி மூலம் ஒலி ஏற்படுத்துவதை நிறுத்திய பிறகு ஒலி கேட்கும் நேரம் "எதிர் முழக்க நேரம்" (reverberation time) எனப்படும். எதிர் முழக்க நேரம் கூடத்தில் ஒலியின் தனியியல்பைப் பாதிக்கும். எனவே, அரங்கங்கள் உகந்த அளவு எதிர் முழக்க நேரம் அமையுமாறு அமைக்கப்படுகிறது.



எடுத்துக்காட்டு 11.10

மனிதன் ஒருவன், ஒரு மலை உச்சியிலிருந்து குறிப்பிட்ட தொலைவில் நின்று கொண்டு கைதட்டுகிறான். 4 s கழித்து மலை உச்சியிலிருந்து அந்த கைத்தட்டலின் எதிரொலியை கேட்கிறான். ஒலியின் சராசரி திசைவேகம் 343 m s^{-1} . எனில், மனிதனிடமிருந்து மலை உச்சியின் தொலைவைக் காண்க.

தீர்வு:

ஒலி எடுத்துக் கொள்ளும் நேரம் $2t = 4 \Rightarrow t = 2 \text{ s}$
தொலைவு $d = vt = (343 \text{ m s}^{-1})(2 \text{ s}) = 686 \text{ m}$.

குறிப்பு: ஒலி அலைகளின் வகைகள்: ஒலி அலையின் அதிர்வெண் அடிப்படையில் ஒலி அலைகளை 3 குழுக்களாகப் பிரிக்கலாம்.

(1) கேளா ஒலி (தாழ் அதிர்வெண் அலை Infrasonic)
20 Hz விட குறைவான அதிர்வெண் உடைய ஒலி அலைகள் மனிதன் கேட்க முடியாத (கேளா) ஒலி எனப்படும். இந்த அலைகள் நில நடுக்கத்தின் போது ஏற்படும். பாம்புகள் இந்த அதிர்வெண் உடைய ஒலிகளை கேட்கக்கூடியவை.

(2) செவியுணர் ஒலி (Audible Waves)
20 Hz முதல் 20 kHz (20,000 Hz) வரை அதிர்வெண் உடைய ஒலி அலைகள் மனித செவி உணரும் அலைகள் எனப்படும். மேற்கண்ட அதிர்வெண் நெடுக்க ஒலி அலைகளை மனிதனின் செவியால் உணர இயலும்.

(3) மீயொலி (உயர் அதிர்வெண் ஒலி அலை Ultrasonic)
20 kHz யை விட அதிக அதிர்வெண் உடைய ஒலி அலைகள் மீயொலி எனப்படும். வவ்வால்கள் (Bats) இந்த ஒலியை ஏற்படுத்தவும், கேட்கவும் கூடியவை.

குறிப்பு

1) சேணலை வேகம் (supersonic speed):

ஒலியின் திசைவேகத்தைவிட அதிக வேகத்தில் இயங்கும் பொருள் சேணலை வேகத்தில் (supersonic speed) செல்வதாக கருதப்படும்.

2) மாக் எண்

மூலத்தின் திசைவேகத்திற்கும், ஒலியின் திசைவேகத்திற்கும் இடையேயான தகவே மாக் எண் எனப்படும்.

$$\text{மாக் எண்} = \frac{\text{மூலத்தின் திசைவேகம்}}{\text{ஒலியின் திசைவேகம்}}$$

11.6

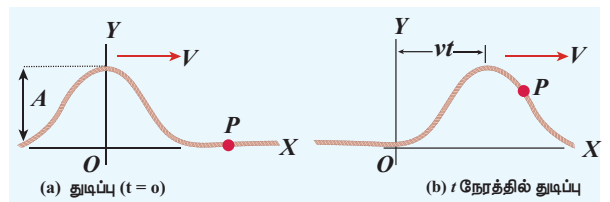
முன்னேறு அலை அல்லது இயங்கும் அலை:

அலை ஒன்று ஊடகத்தில் தொடர்ந்து முன்னேறிச் சென்றால் அந்த அலை முன்னேறு அலை அல்லது இயங்கும் அலை என்று பெயர்.

11.6.1. முன்னேறு அலையின் பண்புகள்:

1. ஊடகத் துகள்கள் அதன் சமநிலைப்புள்ளியை மையமாகக் கொண்டு மாறாத வீச்சில் அதிர்வுறுகின்றன.
2. ஒவ்வொரு துகளின் கட்டமும் 0 முதல் 2π வரை மாறுகின்றன.
3. எந்தவொரு துகளும் தொடர்ந்து ஓய்வில் இருப்பதில்லை. அலை முன்னேறும்போது ஒவ்வொரு கடைநிலை புள்ளிகளில் மட்டும் இருமுறை ஓய்வு நிலைக்கு வருகின்றன.
4. முன்னேறு குறுக்கலைகள் முகடுகள் அகடுகளாகவும், முன்னேறு நெட்டலைகள் இறுக்கங்கள், தளர்ச்சிகளாகவும் பரவுகின்றன.
5. துகள்கள் சமநிலைப்புள்ளியை கடக்கும்போது சமஅளவு பெரும் திசைவேகத்தில் செல்கின்றன.
6. $n\lambda$ தொலைவில் (n - ஒரு முழு எண்) பிரிக்கப்பட்ட துகள்களின் இடப்பெயர்ச்சி, திசைவேகம், முடுக்கம் சமமாகும்.

11.6.2. சமதள முன்னேறு அலைக்கான சமன்பாடு



படம் 11.23 v திசைவேகத்தில் செல்லும் அலைத்துடிப்பு $t = 0$ மற்றும் t நேரங்களில்

$t = 0$ s ல் இழுத்துக் கட்டப்பட்ட கம்பியை சட்டென இழுத்துவிடு. படம் 11.23 (a) இல் கொடுக்கப்பட்ட மாறுபாட்டினால் ஏற்பட்ட துடிப்பு நேர்க்குறி x திசையில் நிலையான வேகம் v ல் முன்னேறிச் செல்கிறது. அலைத்துடிப்பின் வடிவத்தை கணிதமுறையில் $t = 0$ வினாடியில் $y = y(x, 0) = f(x)$ என குறிக்கலாம். அலைத்துடிப்பின் வடிவம் அதன் முன்னேறும் பாதையில் மாறாது எனக் கருதுவோம். சிறிதுநேரம் t க்கு பிறகு, வலப்பக்கம் நகர்த்த துடிப்பை x' எனக் குறிப்போம் (x prime என வாசிக்கவும்) படம் 11.23 (b) இல் காட்டியுள்ளவாறு

$$y(x, t) = f(x') = f(x - vt) \quad (11.35)$$

இதேபோல், அலைத்துடிப்பு நிலையான திசைவேகம் v யுடன் இடப்பக்கம் இயங்குவதாகக் கருதினால், $y = f(x + vt)$.

இரு அலைகள் $y = f(x + vt)$ யும் $y = f(x - vt)$ யும் கீழ்க்கண்ட ஒரு பரிமாண வகைக்கெழு சமன்பாட்டிற்கு பொருந்தும்; அதுவே அலைச் சமன்பாடு எனப்படுகிறது.

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \quad (11.36)$$

இங்கு குறியீடு ∂ பகுதி வகைக் கெழுவைக் (partial derivative) குறிக்கிறது. மேற்கண்ட சமன்பாட்டின் அனைத்து தீர்வுகளும் அலைக்கு பொருந்தாது; ஏனெனில் எந்த ஒரு ஏற்கக்கூடிய அலையும் நிலையான மதிப்புகளை அனைத்து x மற்றும் t க்கு பெற வேண்டும். ஆனால், ஒரு சார்பு ஒரு அலையை குறித்தால், அது மேற்கண்ட வகைக்கெழு சமன்பாட்டிற்கு பொருந்த வேண்டும். ஒரு பரிமாணத்தில் (ஒரு தனிப்பட்ட மாறி), x -ஐப் பொருத்த மொத்த வகைக்கெழுவும் பகுதி வகைக்கெழுவும் ஒன்றே; அதை

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{1}{v^2} \frac{d^2 y}{dt^2} \quad (11.37)$$

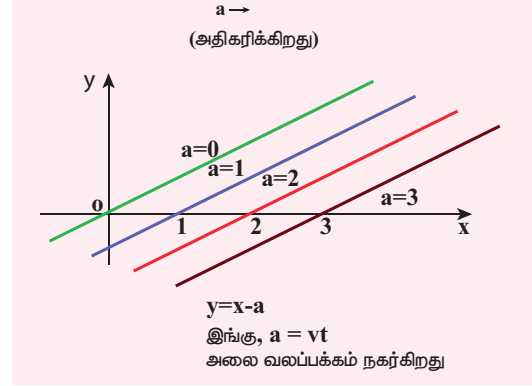
இதை ஒரு பரிமாணத்திற்கு மேலும் (இரண்டு, மூன்று, மேலும்...) எழுதலாம். எளிமைக்காக ஒரு பரிமாண அலைச்சமன்பாட்டை மட்டும் கருதுவோம்.

UNIT 11 அலைகள் (WAVES)

எடுத்துக்காட்டு 11.11

வெவ்வேறு a மதிப்புகளுக்கு $y = x - a$ என்ற கோட்டினை வரைக.

தீர்வு:

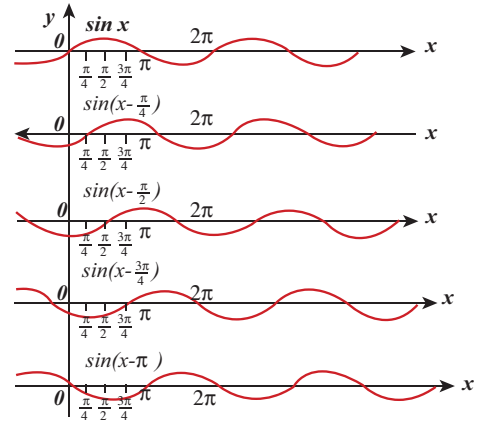


இதிலிருந்து நாம் அறிவது, a மதிப்பை அதிகரிக்கும்போது, கோடானது வலப்பக்கம் நகர்கிறது. $a = vt$, $y = x - vt$ வகைக்கெழு சமன்பாட்டிற்கு பொருந்துகிறது. இந்த சார்பு, வகைக்கெழு சமன்பாட்டிற்கு பொருந்தினாலும், இது x மற்றும் t க்கான அனைத்து மதிப்புகளுக்கும் நிலையாக இல்லை. எனவே, இது அலையை குறிக்கவில்லை. எனவே, இந்தச் சார்பு ஒரு அலையைக் குறிக்கவில்லை.

எடுத்துக்காட்டு 11.12

$y = \sin(x - a)$ என்ற அலை $a = 0$, $a = \frac{\pi}{4}$, $a = \frac{\pi}{2}$, $a = \frac{3\pi}{4}$ மற்றும் $a = \pi$ என்ற மதிப்புகளுக்கு எவ்வாறு இருக்கிறது என வரைபடங்கள் மூலம் காட்டுக.

தீர்வு:



மேற்கண்ட படங்களிலிருந்து நாம் அறிவது $y = \sin(x - a)$; $a = 0$, $a = \frac{\pi}{4}$, $a = \frac{\pi}{2}$, $a = \frac{3\pi}{4}$, $a = \pi$

π , க்கு வரையப்பட்டுள்ளது. $y = \sin(x-a)$ ஆனது வலப்பக்கம் நகர்கிறது.

மேலும் $a = vt$ மற்றும் $v = \frac{\pi}{4}$, என எடுத்துக்கொண்டு $t = 0s, t = 1s, t = 2s$ எனப் பொருத்தி வரைபடம் வரைந்தால், மீண்டும் $y = \sin(x-vt)$ வலப்பக்கம் நகர்கிறது. எனவே, $y = \sin(x-vt)$ என்பது ஒரு பயணிக்கும் அல்லது முன்னேறு அலை. இது வலப்பக்கம் நகர்கிறது.

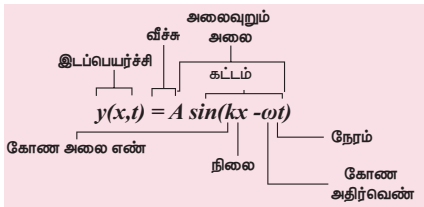
$y = \sin(x+vt)$ எனக் கொண்டால் முன்னேறு (பயணிக்கும்) அலை இடப்பக்கம் நகர்கிறது. இதனால் சார்பு $y = f(x-vt)$ என்பது அலை வலப்பக்கம் நகர்வதையும், சார்பு $y = f(x+vt)$ என்பது அலை இடப்பக்கம் நகர்வதையும் குறிக்கிறது.

எடுத்துக்காட்டு 11.13

அலை $y = \sin(x-vt)$ யை பரிமாணப் பகுப்பாய்வு மூலம் சரிபார். பரிமாண முறையில் தவறு எனில் மேற்கண்ட சமன்பாட்டை சரியான முறையில் எழுது.

தீர்வு:

பரிமாண முறையில் தவறு $y = \sin(x-vt)$ என்பது பரிமாணமற்ற அளவாக அமைய வேண்டும். ஆனால், $x-vt$ சரியான சமன்பாடு $y = \sin(kx - \omega t)$, இங்கு k ன் பரிமாணம், நீளத்தின் பரிமாணத்தின் தலைகீழாக இருக்கும்; ω வின் பரிமாணங்கள் நேரத்தின் பரிமாணம் தலைகீழாக இருக்கும். சைன் சார்பும், கொசைன் சார்பும் சீரான நேர முறையில் மாறும் சார்பு. இங்கு நேரம் 2π யாக உள்ளது. எனவே சரியான தொடர்பு $y = \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}x - \frac{2\pi}{T}t\right)$ இங்கு λ மற்றும் T முறையே அலைநீளம், அலைநேரம். பொதுவாக $y(x,t) = A \sin(kx - \omega t)$.

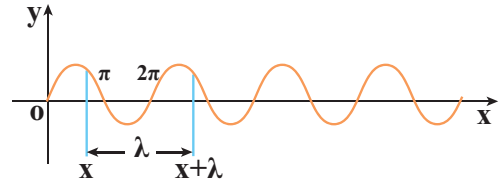


11.6.3 அலை ஒன்றின் வரைபட வடிவம்

கீழ்க்கண்ட இரு வடிவ அலைமாறுபாடுகளை வரைபடமாக காட்டுவோம்.

- (a) வெளி (அல்லது இடஞ்சார்ந்த) மாறுபாடு வரைபடம் (space variation graph)
- (b) காலம் (அல்லது நேரஞ்சார்ந்த) மாறுபாடு வரைபடம் (time variation graph)

(a) வெளி மாறுபாடு வரைபடம்:



படம் 11.24 சைன் சார்பு வரைபடம் $y = A \sin(kx)$

படம் 11.24 சைன் சார்பு வரைபடம் $y = A \sin(kx)$ நேரத்தை நிலையாகக் கொண்டு, x யைப் பொறுத்து இடப்பெயர்ச்சி மாறுபாடு வரையப்பட்டுள்ளது. $y = A \sin(kx)$ என்ற சைன் சார்பு வரைகோடு படம் 11.24 ல் காட்டப்பட்டுள்ளதை கருதுவோம். இங்கு k ஒரு மாறிலி. λ அலைநீளம் என்பது ஒரே அதிர்வு நிலையில் உள்ள இரு அடுத்தடுத்த புள்ளிகளுக்கிடையேயானத் தொலைவு. $y = x$ மற்றும் $y = x + \lambda$, என்ற இரு முனைகளிலும் இடப்பெயர்ச்சி y ஆனது ஒரே அளவு. அதாவது,

$$y = A \sin(kx) = A \sin(k(x + \lambda)) = A \sin(kx + k\lambda) \quad (11.38)$$

சைன் சார்பு ஒரு சீரான நேர முறையில் மாறும் (இங்கு நேரம் 2π) எனவே,

$$y = A \sin(kx + 2\pi) = A \sin(kx) \quad (11.39)$$

சமன்பாடு (11.38), (11.39) யை ஒப்பிட,

$$kx + k\lambda = kx + 2\pi$$

இது காட்டுகிறது,

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \text{ rad m}^{-1} \quad (11.40)$$

இங்கு k என்பது அலை எண். இது 2π ரேடியனில் எத்தனை அலைகள் உள்ளன எனக் காணவும் அல்லது எவ்வளவு வேகமாக அலை, வெளியில்

அலைவுறுகிறது எனக் காணவும் பயன்படுகிறது. அலையின் வெளிச்சார்ந்த முறையான அதிர்வு (Periodicity)

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} \text{ m}$$

$$t = 0 \text{ s ல் } y(x, 0) = y(x + \lambda, 0)$$

$$\text{ஏதேனும் ஒரு நேரம் } t \text{ யில் } y(x, t) = y(x + \lambda, t)$$

எடுத்துக்காட்டு 11.14

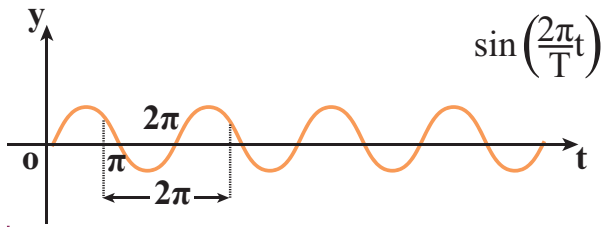
இரு அலைகளின் அலைநீளங்கள் முறையே $\lambda_1 = 1\text{m}$, $\lambda_2 = 6\text{m}$ எனில் அவற்றின் அலை எண்களைக் காண்க.

தீர்வு:

$$k_1 = \frac{2\pi}{1} = 6.28 \text{ rad m}^{-1}$$

$$k_2 = \frac{2\pi}{6} = 1.05 \text{ rad m}^{-1}$$

(b) நேர மாறுபாடு வரைபடம் (time variation graph)



படம் 11.25 சைன் வடிவ சார்பு $y = A \sin(\omega t)$ யின் வரைபடம்

நிலை மாறாமல் உள்ளபோது, நேரத்தைப் பொறுத்து, இடப்பெயர்ச்சியில் ஏற்படும் மாறுபாடு வரைபடமாக வரையப்பட்டுள்ளது. படம் 11.25 ல் காட்டியவாறு $y = A \sin(\omega t)$ என்ற சைன் சார்பு வரைபடத்தைக் கருதுவோம். இங்கு ω கோண அதிர்வெண். இது நேரத்தைப் பொறுத்து எவ்வளவு விரைவாக அலை அலைவுறுகிறது அல்லது ஒரு வினாடிக்கு எத்தனை சுழற்சிகள் ஏற்படுகிறது என்பதைக் காட்டுகிறது. நேரஞ்சார்ந்த இடைவெளி விரைவதிர்வு (Periodicity)

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T}$$

கோண அதிர்வெண், அதிர்வெண்ணுடன் கீழ்க்கண்டவாறு தொடர்புபடுத்தப்பட்டுள்ளது. $\omega = 2\pi f$, இங்கு f அதிர்வெண் ஊடகத்துகள் ஒரு விநாடியில்

ஏற்படுத்தும் அலைவுகளின் எண்ணிக்கை என வரையறுக்கப்படுகிறது. அதிர்வெண்ணின் தலைகீழி அலைவுநேரமாதலால்,

$$T = \frac{1}{f} \text{ s}$$

T ஊடகத்துகள் ஒரு அலைவை (அதிர்வை) முடிப்பதற்கான நேரம். எனவே, அலையின் வேகத்தை, அலை 1 விநாடியில் கடக்கும் தொலைவு என வரையறுக்கலாம்.

$$v = \frac{\lambda}{T} = \lambda f \text{ m s}^{-1}$$

இது சமன்பாடு (11.4) ல் கிடைத்த அதே தொடர்பு.

11.6.4 துகள் திசைவேகம் மற்றும் அலை திசைவேகம்:

சமதள முன்னேறு அலையில் (சீரிசை) ஊடகத்தின் துகள்கள் அவற்றின் சமநிலைப்புள்ளியை மையமாகக் கொண்டு தனிச்சீரிசையில் அலைவுறுகின்றன. துகள் ஒன்று இயக்கத்திலுள்ளபோது, எந்த ஒரு கணத்திலும் அதன் இடப்பெயர்ச்சி மாறும் வீதம் திசைவேகம் என வரையறுக்கப்படுகிறது. இதுவே துகளின் திசைவேகம்

$$v_p = \frac{dy}{dt} \text{ m s}^{-1} \quad (11.41)$$

$$\text{ஆனால், } y(x, t) = A \sin(kx - \omega t) \quad (11.42)$$

$$\text{இதேபோல், } \frac{dy}{dt} = -\omega A \cos(kx - \omega t) \quad (11.43)$$

இதேபோல் முன்னேறு (இயங்கும்) அலையின் திசைவேகத்தை (இங்கு வேகம்) வரையறுக்கலாம். படம் 11.23 இல் காட்டியவாறு ஒரு முன்னேறு அலையைக் கருதுவோம். இது வலப்பக்கம் நோக்கி இயங்குகிறது என்க. கணித வடிவில் ஒரு சைன் அலையாகக் காட்டலாம். P என்பது அதன் கட்டத்தில் ஓர்புள்ளி என்க. y_p என்பது சமநிலையிலிருந்து அதன் இடப்பெயர்ச்சி என்க. எந்தவொரு கணத்திலும் (t) இடப்பெயர்ச்சியானது



$$y = y(x, t) = A \sin(kx - \omega t)$$

அடுத்த கணம் $t' = t + \Delta t$ யில் P ன் நிலை $x' = x + \Delta x$ என்க. இந்தப்புதிய கணத்தில் (t) இடப்பெயர்ச்சி

$$\begin{aligned} y &= y(x', t') = y(x + \Delta x, t + \Delta t) \\ &= A \sin[k(x + \Delta x) - \omega(t + \Delta t)] \quad (11.44) \end{aligned}$$

அலையின் வடிவம் மாறாதது; அதாவது அலையின் கட்டம் மாறாது (எனவே y இடப்பெயர்ச்சி ஒரு மாறிலி) எனவே (11.42) யும் (11.44) யும் சமப்படுத்த,

$$y(x', t') = y(x, t),$$

$$A \sin[k(x + \Delta x) - \omega(t + \Delta t)] = A \sin(kx - \omega t) \quad (\text{அல்லது})$$

$$k(x + \Delta x) - \omega(t + \Delta t) = kx - \omega t = \text{மாறிலி} \quad (11.45)$$

சமன்பாடு (11.45) யை தீர்க்க,

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\omega}{k} = v_p \quad (11.46)$$

இங்கு v_p அலையின் திசைவேகம் (wave velocity) அல்லது கட்ட திசைவேகம் (phase velocity).

கோண அதிர்வெண், அலை எண்களை அதிர்வெண் மற்றும் அலைநீளம் மூலம் எழுத, சமன்பாடு (11.46) மூலம் சமன்பாடு (11.43) யை பெறலாம். இதன் மூலம் கோண அதிர்வெண், அலை எண் மற்றும் திசைவேகங்களை கீழ்க்கண்டவாறு எழுதலாம்.

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$v = \frac{\omega}{k} = \lambda f$$

எடுத்துக்காட்டு 11.15

ஒரு கைபேசி 900MHz அதிர்வெண் உடைய சைகைகளை வெளிவிடுகிறது. கைபேசி கோபுரம் மூலம் வெளிவிடும் அலையின் அலை நீளம் காண.

தீர்வு:

$$\text{அதிர்வெண், } f = 900 \text{ MHz} = 900 \times 10^6 \text{ Hz}$$

$$\text{அலையின் வேகம் } c = 3 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$$

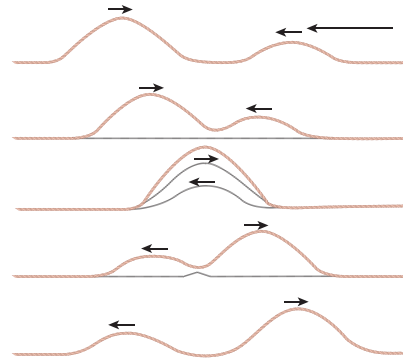
$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{3 \times 10^8}{900 \times 10^6} = 0.33 \text{ m}$$

11.7

மேற்பொருந்துதல் தத்துவம்

ஒரு முனையில் கட்டப்பட்ட கம்பியின் ஒருமுனையை சட்டென்று மேல் இழுத்துவிட்டால், அலைத்துடிப்பு ஏற்படும். மேலும் அது கம்பியில் முன்னேறிச் செல்கிறது.

மாறாக கம்பியின் இருமுனையையும் இருவர் பிடித்துக்கொண்டு, இருவரும் ஒரே கணத்தில் அம்முனைகளை சட்டென்று மேல் இழுத்து விட்டால், இரண்டு அலைத்துடிப்புகள் ஒன்றை நோக்கி ஒன்று நகர்ந்து, ஒரு புள்ளியில் சந்தித்து, அப்புள்ளியை கடந்து அதே வடிவில் செல்லும். ஆனால், குறுக்கிடும் புள்ளியில் மட்டும் அவற்றின் பண்பு முழுவதும் மாறுபட்டு, படம் 11.26 ல் காட்டியவாறு குறுக்கிடும் துடிப்புகள் ஒரே வடிவம் பெற்றுள்ளனவா அல்லது எதிர்வடிவம் பெற்றுள்ளனவா என்பதைப் பொறுத்து அமையும்.



படம் 11.26 இரு அலைகளின் மேற்பொருந்துதல்



ஒரே வடிவம் கொண்ட துடிப்புகள், குறுக்கிடும் போது தொகுபயன் இடப்பெயர்ச்சி, தனிப்பட்ட இடப்பெயர்ச்சிகளின் கூடுதலாக அமைவதால், அங்கு வீச்சு, தனிப்பட்ட இருதுடிப்புகளின் வீச்சுகளை விட அதிகமாக இருக்கும். அதே நேரத்தில் இரு துடிப்புகளின் வீச்சுகள் சமமாக இருந்து, ஆனால் வடிவங்கள் 180° எதிர்கட்டத்தில் குறுக்கிட்டால், வீச்சுகள் ஒன்றையொன்று அழித்துக் கொண்டும், அப்புள்ளியைக் கடந்த பிறகு அதே வடிவத்தை மீண்டும் பெற்று எதிர் எதிராக முன்னேறுகின்றன. அலைகள் மட்டுமே இதுபோன்ற ஆச்சரியப்படும் பண்பை பெற்றுள்ளன. இந்நிகழ்வை நாம் மேற்பொருந்துதல் தத்துவம் என்கிறோம். அலைகள் குறுக்கிடும்போது ஏற்படும் தொகுபயன் பண்புகளை மேற்பொருந்துதல் தத்துவம் விளக்குகிறது. இதை எத்தனை அலைகளுக்கு வேண்டுமானாலும் விரிவுபடுத்தலாம். அதாவது இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட அலைகள் ஒரே நேரத்தில் ஒர் ஊடகத்தில் குறுக்கிட்டால், தொகுபயன் இடப்பெயர்ச்சியானது, தனிப்பட்ட அலைகளின் இடப்பெயர்ச்சிகளின் வெக்டர் கூடுதலாக அமையும். அலைகள் என்பது அலைச்சமன்பாட்டிற்கு பொருந்தி (அலைச் சமன்பாடு என்பது இருபடி பகுதி வகைக்கெழு நேர் சமன்பாடு) அமைந்துள்ளன. அவை நேராக இணையும்போது (அலைகளின் நேர் மேற்பொருந்துதல் என அழைக்கப்படுகிறது) தொகுபயனும் அதே வகைக்கெழு சமன்பாட்டுடன் பொருந்தும்.

கணிதமுறையில் புரிந்து கொள்ள இரு சார்புகளை, அலைகளின் இடப்பெயர்ச்சிகளைக் கருதுவோம். எடுத்துக்காட்டாக,

$$y_1 = A_1 \sin(kx - \omega t)$$

மற்றும்

$$y_2 = A_2 \cos(kx - \omega t)$$

y_1, y_2 இரண்டும் அலை சமன்பாட்டுக்கு ஒத்துள்ளதால், அதன் கூடுதல்,

$$y = y_1 + y_2$$

இதுவும் அலைச்சமன்பாட்டிற்கு பொருந்துகிறது. அதாவது, இடப்பெயர்ச்சிகள் கூடுதலுக்கு உட்படும் தன்மையுடையவை. y_1, y_2 வை ஒரு மாறிலி மூலம் பெருக்கினால் அவற்றின் வீச்சு அந்த மாறிலி மடங்கு அதிகரிக்கும்.

UNIT 11 அலைகள் (WAVES)

அதாவது C_1, C_2 என்ற மாறிலிகளைக் கொண்டு முறையே இடப்பெயர்ச்சி y_1, y_2 யை பெருக்கினால், தொகுபயன் இடப்பெயர்ச்சி

$$y = C_1 y_1 + C_2 y_2$$

இதை எத்தனை அலைகளுக்கு வேண்டுமானாலும் பொதுவாக்கலாம். எடுத்துக்காட்டாக n அலைகளை கருதினால், மேலும் ஒரு பரிமாணத்தை விட அதிக பரிமாணங்களில் கருதினால், நாம் இடப்பெயர்ச்சியை வெக்டர் வடிவில் எழுத வேண்டும். இதன் அடிப்படையில் தொகுபயன் இடப்பெயர்ச்சி,

$$\vec{y} = \sum_{i=1}^n C_i \vec{y}_i$$

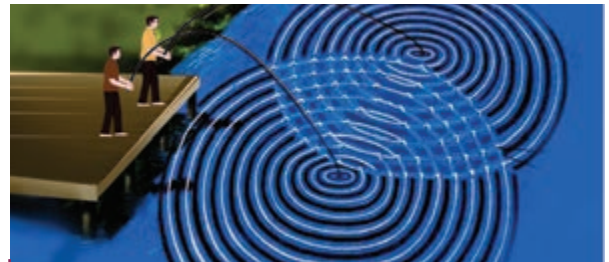
மேற்பொருந்துதல் தத்துவம் கீழ்க்கண்டவற்றை விளக்குகிறது :

- வெளி (அல்லது)வெளி சார்ந்த குறுக்கீட்டு விளைவு (இதுவே எளிமையாக குறுக்கீட்டு விளைவு எனவும் கருதப்படுகிறது)
- நேரம் அல்லது நேரஞ்சார்ந்த குறுக்கீட்டு விளைவு (விம்மல்கள் எனவும் அழைக்கப்படுகிறது).

(c) நிலை அலைகள் தத்துவம்

மேற்பொருந்துதல் தத்துவத்திற்கு ஒத்துச் செல்லும் அலைகள் (வீச்சு, அலைநீளத்தை விட மிகக்குறைவாக உள்ள அலைகள்) நேர் அலைகள் எனப்படும். அலையின் வீச்சு அதிகமாக இருந்தால், அந்த அலைகள் நேர் தன்மையற்ற அலைகள் எனப்படும். இந்த அலைகள் நேர் மேற்பொருந்துதல் தத்துவத்தை மீறும். எடுத்துக்காட்டு: லேசர். இந்த பாடத்தில் நாம் நேர் அலைகளை மட்டும் பார்ப்போம். கீழ்க்கண்ட துணைத் தலைப்புகளில் ஒன்றன்பின் ஒன்றாக விவாதிப்போம்.

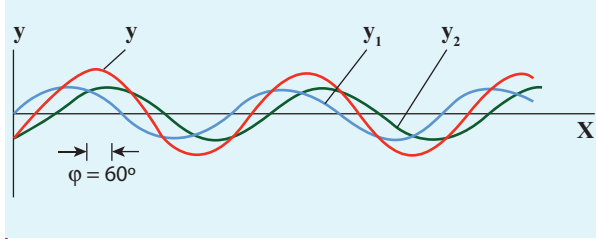
11.7.1 அலைகளின் குறுக்கீட்டு விளைவு



படம் 11.27 அலைகளின் குறுக்கீட்டு விளைவு



இரு அலைகள் மேற்பொருத்துவதால் அதன் தொகுப்பு அலையின் வீச்சில் ஏற்படும் அதிகரிப்பு, குறைவு அல்லது வீச்சு மாறாமல் இருக்கும் விளைவு குறுக்கீட்டு விளைவு எனப்படும்.



படம் 11.28 இரு சைன் அலைகளின் குறுக்கீட்டு விளைவு

ஒரே அதிர்வெண்ணும், நிலையான கட்ட வேறுபாடு ϕ மற்றும் ஒரே அலை வடிவம் கொண்ட இரு சீரிசை அலைகள் (ஓரியல் மூலங்கள் எனக் கருதலாம்) அவற்றின் வீச்சுகள் A_1, A_2 எனில்

$$y_1 = A_1 \sin(kx - \omega t) \quad (11.47)$$

$$y_2 = A_2 \sin(kx - \omega t + \phi) \quad (11.48)$$

ஒரே திசையில், ஒரே நேரத்தில் இயங்கினால் அவைகளின் குறுக்கீட்டு விளைவு (அதாவது இரு அலைகளும் ஒன்றுடன் ஒன்று

மேற்பொருத்துதல்) ஏற்படும் கணிதப்படி,

$$y = y_1 + y_2 \quad (11.49)$$

சமன்பாடு (11.47) மற்றும் (11.48) யை (11.49)ன் பொருத்த நமக்கு கிடைப்பது,

$$y = A_1 \sin(kx - \omega t) + A_2 \sin(kx - \omega t + \phi)$$

திரிகோணமிதிப்படி

$$\sin(\alpha + \beta) = (\sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta)$$

எனவே

$$y = A_1 \sin(kx - \omega t) + A_2 [\sin(kx - \omega t) \cos \phi + \cos(kx - \omega t) \sin \phi]$$

$$y = \sin(kx - \omega t)(A_1 + A_2 \cos \phi) + A_2 \sin \phi \cos(kx - \omega t) \quad (11.50)$$

$$A \cos \theta = (A_1 + A_2 \cos \phi) \quad (11.51)$$

$$\text{மற்றும் } A \sin \theta = A_2 \sin \phi \quad (11.52)$$

எனக் கொண்டால் சமன்பாடு (11.50) –ஐ மாற்றி எழுதலாம்

$$y = A \sin(kx - \omega t) \cos \theta + A \cos(kx - \omega t) \sin \theta$$

$$y = A (\sin(kx - \omega t) \cos \theta + \sin \theta \cos(kx - \omega t))$$

$$y = A \sin(kx - \omega t + \theta) \quad (11.53)$$

(11.51) மற்றும் (11.52) வை இருமடியாக்கி கூட்ட,

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos \phi \quad (11.54)$$

செறிவு என்பது வீச்சின் இருமடி என்பதால் ($I = A^2$) தொகுபயன் செறிவு அப்புள்ளியில் கட்ட வேறுபாட்டை பொருத்து அமையும்.

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \phi \quad (11.55)$$

(a) ஆக்கக் குறுக்கீட்டு விளைவிற்கு:

ஒரு அலையின் முகடு, மற்றொரு அலையின் முகடுடன் மேற்பொருந்தும்போது, அவற்றின் வீச்சுகள் கூட்டப்பட்டு, ஆக்கக் குறுக்கீட்டு விளைவு ஏற்பட்டு, அதன் வீச்சு தனிப்பட்ட அலைகளின் வீச்சுகளை விட படத்தில் 11.29 (a) காட்டியவாறு அதிகமாக இருக்கும்.

ஆக்க குறுக்கீட்டு விளைவு ஒரு புள்ளியில் ஏற்பட்டால் அப்புள்ளியில் செறிவு பெருமமாக இருக்கும். அதாவது

$$\cos \phi = +1 \Rightarrow \phi = 0, 2\pi, 4\pi, \dots = 2n\pi,$$

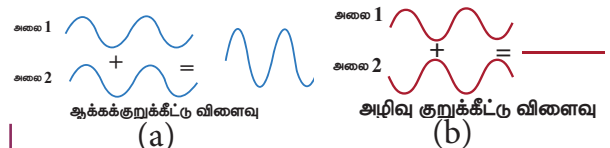
இங்கு $n = 0, 1, 2, \dots$

இந்த கட்ட வேறுபாட்டில், இரு அலைகள் மேற்பொருந்தினால், ஆக்கக் குறுக்கீட்டு விளைவு ஏற்படும்.

$$I_{\text{maximum}} = (\sqrt{I_1} + \sqrt{I_2})^2 = (A_1 + A_2)^2$$

எனவே, தொகுபயன் வீச்சு,

$$A = A_1 + A_2$$



படம் 11.29 (a) ஆக்கக்குறுக்கீட்டு விளைவு (b) அழிவு குறுக்கீட்டு விளைவு

(b) அழிவு குறுக்கீட்டு விளைவு:

படம் 11.29 (b) ல் காட்டியவாறு ஒரு அலையின் அகடு, மற்றொரு அலையின் முகடு உடன் சேர்ந்தால் (மேற்பொருந்தினால்) அங்கு அழிவு குறுக்கீட்டு

விளைவு ஏற்படும். அழிவு குறுக்கீட்டு விளைவு ஏற்படும் புள்ளியில் செறிவு சிறுமமாக இருக்கும். அதாவது $\cos\phi = -1 \Rightarrow \phi = \pi, 3\pi, 5\pi, \dots = (2n-1)\pi$, இங்கு $n=0, 1, 2, \dots$. இந்தக்கட்டவேறுபாட்டுடன் இரு அலைகள் மேற்பொருந்தும்போது அழிவு குறுக்கீட்டு விளைவு ஏற்படும்.

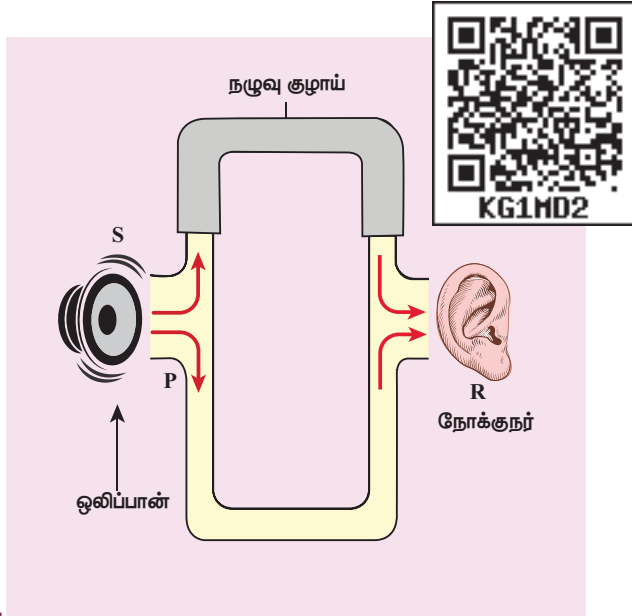
எனவே,

$$I_{\text{சிறுமம்}} = (\sqrt{I_1} - \sqrt{I_2})^2 = (A_1 - A_2)^2$$

தொகுபயன் வீச்சு

$$A = |A_1 - A_2|$$

படம் 11.30 ல் காட்டியாவறு அழிவு குறுக்கீட்டு விளைவுக்கு ஒரு எளிய காட்சி விளக்கம் செய்து காட்டலாம்.



படம் 11.30 அழிவு குறுக்கீட்டு விளைவுக்கான ஒரு எளிய காட்சி விளக்கம்

S என்ற ஒலிப்பானிலிருந்து (speaker) ஒலி அலைகள் P என்ற குழாய் மூலம் அனுப்பப்படுகிறது. P ஆனது T வடிவிலான ஒரு சந்தியாக உள்ளது. எனவே ஒலி அலையின் பாதி ஆற்றல் ஒரு திசையிலும் மறு பாதி ஆற்றல் எதிர் திசையிலும் செல்கிறது. இதேபோல் ஒலி ஆற்றல் நோக்குநரையும் இருபாதைகளின் வழியே சென்றடைகிறது. ஒலி அலையானது ஒலிப்பானிலிருந்து, நோக்குநரை ஏதேனும் ஒரு பாதை வழியே சென்றடையும் பாதை நீளம் r என்க. படத்திலிருந்து கீழ் பாதை நீளம் r_1 நிலையானது; மேல்பாதை நீளம் r_2 ஆனது, மேலே உள்ள நகரும்

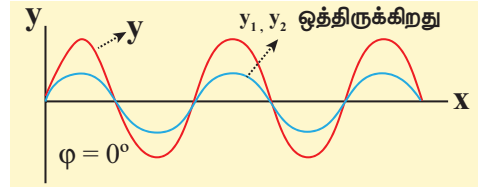
குழாய் மூலம் மாற்றக்கூடியது. இந்த இரு பாதை நீளங்களுக்கான வேறுபாடு பாதை வேறுபாடு Δr எனப்படுகிறது.

$$\Delta r = |r_2 - r_1|$$

பாதை வேறுபாடு λ , சுழியாகவோ அல்லது அலை நீளங்களின் (λ) முழு எண் மடங்குகளாகவோ இருக்கும், எனில்

$$\Delta r = n\lambda \quad \text{இங்கு, } n = 0, 1, 2, 3, \dots$$

படம் 11.31 ல் காட்டியவாறு r_1, r_2 பாதைகளில் வரும் இவ்விரு அலைகள் எந்த ஒருக்கணத்திலும் நோக்குநரை ஒத்த கட்டத்தில் (கட்டவேறுபாடு 0° அல்லது 2π) சந்திக்கும்போது ஆக்கக்குறுக்கீட்டு விளைவை ஏற்படுத்தும். இந்த நிகழ்வுகளில் (நோக்குநரால்) ஒலியின் செறிவு பெருமமாக உணரப்படும்.



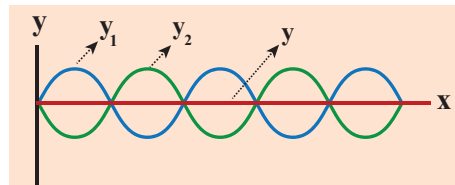
படம் 11.31 பாதை வேறுபாடு 0° ஆகும்போது ஏற்படும் பெரும் செறிவு

பாதை வேறுபாடு அலை நீளத்தின் (λ) அரை எண் மதிப்புகளாக அமைந்தால், கணிதப்படி,

$$\Delta r = n \frac{\lambda}{2} \quad \text{இங்கு, } n = 1, 3, \dots$$

(n ஒற்றை எண்)

இந்த நிலையில் படம் 11.32 ல் காட்டியவாறு, r_1, r_2 பாதைகளின் வழியே நோக்குநரை எந்த ஒரு கணத்திலும் அடையும் ஒலி அலைகள் எதிர் கட்டத்தில் (கட்ட வேறுபாடு π அல்லது 180°) அமையும் போது அழிவு குறுக்கீட்டு விளைவு ஏற்படும்.



படம் 11.32 கட்டவேறுபாடு 180° யாக உள்ளபோது சிறும செறிவு



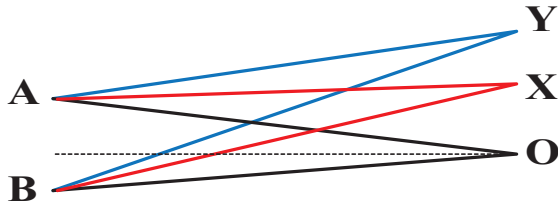
இந்நிகழ்வுகளில், நோக்குநரால் சிறும செறிவு (அல்லது சுழி செறிவு அதாவது ஒலியே இருக்காது) உணரப்படும். பாதை வேறுபாடு, கட்ட வேறுபாடுகளுக்கிடையேயான தொடர்பு

$$\text{கட்ட வேறுபாடு} = \frac{2\pi}{\lambda} (\text{பாதை வேறுபாடு}) \quad (11.56)$$

i.e., $\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta r$ அல்லது $\Delta r = \frac{\lambda}{2\pi} \Delta\phi$

எடுத்துக்காட்டு 11.16

படத்தில் காட்டியபடி A, B என்ற இரு மூலங்களைக் கருதுக. இரு மூலங்களும் ஒத்த அதிர்வெண்ணும், வேறுபட்ட வீச்சுகளும் அடைய இரு சீரிசை அலைகளை ஒத்த கட்டத்தில் வெளிவிடுகின்றன. O என்பது ஏதேனும் ஒரு புள்ளி இது கீழ்க்கண்ட படத்தில் காட்டியவாறு மூலங்கள் A, B யை இணைக்கும் கோட்டை இரு சமக்கூறாக்குகிறது. O, Y, X புள்ளிகளில் செறிவுகளைக் காண்க.



தீர்வு:

OA, OB சமநீளம் உடையது. எனவே A, B யிலிருந்து கிளம்பும் அலைகள் சம தொலைவைக் (சம பாதை நீளங்கள்) கடந்து O வில் சந்திக்கின்றன. எனவே, O வில் இரு அலைகளுக்கிடையேயான பாதை வேறுபாடு சுழி.

$$OA - OB = 0$$

இரு அலைகளும் O வில் ஒத்தக் கட்டத்தில் சந்திப்பால், அவற்றிக்கிடையேயான கட்ட வேறுபாடு சுழியாகிறது. எனவே O வில் இரு அலைகளுக்கிடையேயான பாதை வேறுபாடு சுழி. Y புள்ளியைக் கருதுக. பாதை வேறுபாடு λ வாக இருந்தால், Y ல் கட்ட வேறுபாடு

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \times \Delta r = \frac{2\pi}{\lambda} \times \lambda = 2\pi$$

எனவே, Y ல் சந்திக்கும் இரு அலைகளும் ஒத்தக்கட்டத்தில் உள்ளதால், செறிவு பெருமமாக இருக்கும்.

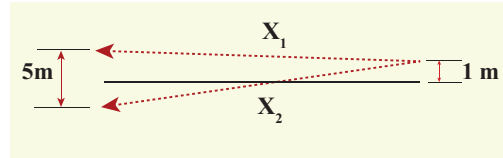
X புள்ளியைக் கருதுக. பாதை வேறுபாடு $\frac{\lambda}{2}$ வாக இருந்தால் கட்ட வேறுபாடு

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{\lambda}{2} = \pi$$

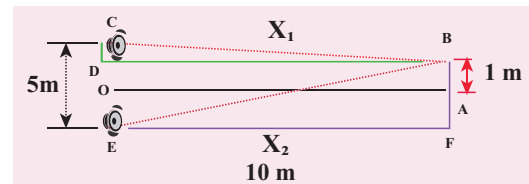
எனவே, X ல் சந்திக்கும் அலைகள் எதிர்க்கட்டத்தில் உள்ளதால், செறிவு சிறுமமாக இருக்கும்.

எடுத்துக்காட்டு 11.17

C, E என்ற இரு ஒலிப்பான்கள் (Speakers) 50 m இடைவெளியில் பிரித்து வைக்கப்பட்டு, ஒரே ஒலி மூலத்துடன் இணைக்கப்பட்டுள்ளன. C, E ன் மையம் O விலிருந்து 10 m தொலைவிலுள்ள புள்ளி A ல் மனிதன் ஒருவன் நின்று கொண்டுள்ளான். A யிலிருந்து 1 m தொலைவிலுள்ள B என்ற புள்ளிக்கு (OC க்கு இணையாக) நடந்து செல்கிறான் (படத்தில் காட்டியவாறு) B ல் ஒலிகளின் முதல் சிறுமத்தை உணர்கிறான். ஒலி மூலத்தின் அதிர்வெண்ணைக் காண்க. (ஒலியின் திசைவேகம் 343 m s^{-1} எனக் கொள்க).



தீர்வு:



B யில் இரு ஒலி அலைகளும் 180° (எதிர்கட்டம்) ல் சந்தித்தால், முதல் சிறுமம் ஏற்படும்.

பாதை வேறுபாடு $\Delta x = \frac{\lambda}{2}$.

பாதை வேறுபாட்டைக்காண பாதை நீளங்கள் x_1 , x_2 வைக் காண வேண்டும்.

செங்கோண முக்கோணம் BDC ல்,



$$DB = 10\text{m மற்றும் } OC = \frac{1}{2} (5) = 2.5\text{m}$$

$$CD = OC - 1 = 2.5\text{ m} - 1\text{ m} = 1.5\text{ m}$$

$$x_1 = \sqrt{(10)^2 + (1.5)^2} = \sqrt{100 + 2.25}$$

$$= \sqrt{102.25} = 10.1\text{m}$$

செங்கோண முக்கோணம் EFB ல்,

$$DB = 10\text{m மற்றும் } OE = \frac{1}{2} (5) = 2.5\text{m} = FA$$

$$FB = FA + AB = 2.5\text{ m} + 1\text{ m} = 3.5\text{ m}$$

$$x_2 = \sqrt{(10)^2 + (3.5)^2} = \sqrt{100 + 12.25}$$

$$= \sqrt{112.25} = 10.6\text{m}$$

பாதை வேறுபாடு $\Delta x = x_2 - x_1 = 10.6\text{ m} - 10.1\text{ m} = 0.5\text{ m}$. இந்த பாதை வேறுபாடு $\frac{\lambda}{2}$ விற்கு சமமாக வேண்டும்.

$$\Delta x = \frac{\lambda}{2} = 0.5 \Rightarrow \lambda = 1.0\text{ m}$$

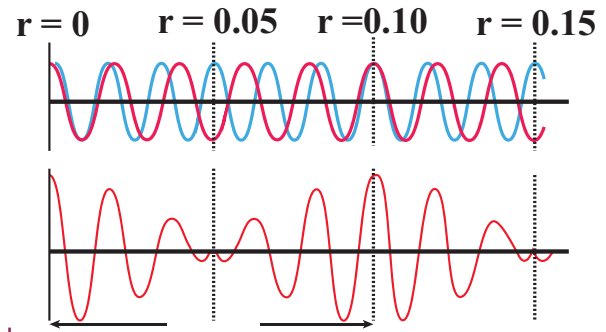
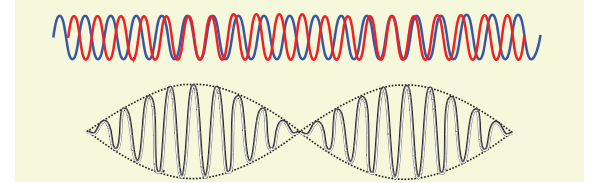
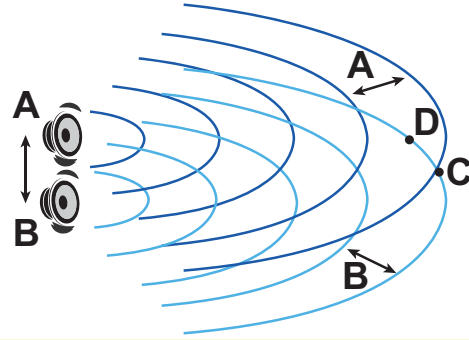
ஒலி மூலத்தின் அதிர்வெண் காண,

$$v = \lambda f \Rightarrow f = \frac{v}{\lambda} = \frac{343}{1} = 343\text{ Hz}$$

$$= 0.3\text{ kHz}$$

குறிப்பு

ஒலிப்பான்கள், மூலத்திலிருந்து எதிர்கட்டத்திலிருந்தால் பாதை வேறுபாடு $\frac{\lambda}{2}$. மேலும் $\frac{\lambda}{2}$ பாதை வேறுபாடு உருவாகும்போது, மொத்த பாதை வேறுபாடு λ ஆகும். எனவே அலைகள் ஒரே கட்டத்தில் அமைவதால், B - ல் ஒலியின் செறிவு பெருமமாக இருக்கும்.



படம் 11.33 சற்றே வேறுபட்ட அதிர்வெண் கொண்ட இரு அலைகள் மேற்பொருத்தும்போது, ஆக்க, அழிவு குறுக்கீட்டு விளைவுகளுக்கு இடையே ஒரு சமகால மாறுபாடு உள்ளது. அதாவது அவை கால முறையாக ஒத்த மற்றும் எதிர் கட்டத்தில் அமைகின்றன.

11.7.2 விம்மல்கள் தோன்றும் வீதம்:

சற்றே வேறுபட்ட அதிர்வெண் கொண்ட இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட அலைகள் மேற்பொருந்துவதால், ஒரு புள்ளியில் நேரத்தைப் பொறுத்து வீச்சு மாறுபடுகின்ற ஒலி கேட்கும் இந்த விளைவே விம்மல்கள் எனப்படும். ஒரு வினாடியில் ஏற்படும் வீச்சு பெருமங்களின் எண்ணிக்கையே விம்மல் அதிர்வெண் எனப்படும். இரண்டு ஒலி மூலங்கள் மட்டுமே இருந்தால், அவற்றின்

அதிர்வெண் வேறுபாடே விம்மல் அதிர்வெண் எனப்படும். ஒரு வினாடியில் விம்மல்களின் எண்ணிக்கை $n = |f_1 - f_2|$





கூடுதல் தகவல்: விம்மல்களுக்கான கணிதமுறை விளக்கம் அறிந்து கொள்ள மட்டும்

ஒரே வீச்சும் சற்றே வேறுபட்ட அதிர்வெண்களும் (f_1, f_2) கொண்ட அலைகள் ஒர் ஊடகத்தில் ஒன்றின் மீது ஒன்று மேற்பொருந்துகின்றன.

ஒலி அலை (அழுத்த அலை) நெட்டலை என்பதால்

$$y = y_1 + y_2$$

$$y = A \sin(\omega_1 t) + A \sin(\omega_2 t)$$

என்பவை சமவீச்சு (அழுத்தம் அதிகமான பகுதி) வேறுபட்ட கோண அதிர்வெண் ω_1, ω_2 கொண்ட இரு ஒலி அலைகளின் இடப்பெயர்ச்சிக்கான சமன்பாடுகள் $x = 0$ என்ற புள்ளியில் எனக்கருதுக. இவ்வலைகள் இரண்டும் ஒன்றுடன் ஒன்று மேற்பொருந்தும்போது கிடைக்கும் தொகுபயன் இடப்பெயர்ச்சி,

$$y = y_1 + y_2$$

$$y = A \sin(\omega_1 t) + A \sin(\omega_2 t)$$

ஆனால்,

$$\omega_1 = 2\pi f_1 \text{ மற்றும் } \omega_2 = 2\pi f_2$$

எனவே,

$$y = A \sin(2\pi f_1 t) + A \sin(2\pi f_2 t)$$

திரிகோணமிதி வாய்ப்பாடுகளைப் பயன்படுத்தி

$$y = 2A \cos\left(2\pi\left(\frac{f_1 - f_2}{2}\right)t\right) \sin\left(2\pi\left(\frac{f_1 + f_2}{2}\right)t\right)$$

$$\text{தற்போது } y_p = 2A \cos\left(2\pi\left(\frac{f_1 - f_2}{2}\right)t\right) \quad (11.57)$$

f_1, f_2 வைவிட சற்றே அதிகம் எனில்,

$$\left(\frac{f_1 - f_2}{2}\right) \ll \left(\frac{f_1 + f_2}{2}\right) \text{ என்பதால் சமன் (11.57)}$$

இல் உள்ள y_p -யின் மதிப்பு $\left(\frac{f_1 + f_2}{2}\right)$ - ஐ விட மெதுவாக மாற்றமடையும்.

$$y = y_p \sin(2\pi f_{\text{சராசரி}} t) \quad (11.58)$$

இது ஒரு தனி சீரிசை அலையாகும். தனிப்பட்ட அலைகளின் அதிர்வெண்களின் கணிதச் சராசரி மதிப்பே, தொகுபயன் அலையின் அதிர்வெண் ஆகும்.

$$f_{\text{சராசரி}} = \left(\frac{f_1 + f_2}{2}\right)$$

வீச்சு y_p யானது நேரம் t யைப் பொறுத்து மாறுகிறது. அடுத்தடுத்த செறிவு பெருமம், சிறுமத்திற்கு இடையேயான நேர இடைவெளியே ஒரு

நேர்வு (A):

தொகுபயன்வீச்சானது, y_p பெருமமாக இருக்கும்போது

பெருமமாக அமையும். $y_p \propto \cos\left(2\pi\left(\frac{f_1 - f_2}{2}\right)t\right)$,

என்பதால் கொசைன் மதிப்பு ± 1 ஆக அமையும்போது பெரும வீச்சு அமையும்.

$$\cos\left(2\pi\left(\frac{f_1 - f_2}{2}\right)t\right) = \pm 1$$

$$\Rightarrow 2\pi\left(\frac{f_1 - f_2}{2}\right)t = n\pi,$$

$$\text{or, } (f_1 - f_2)t = n$$

$$\text{or, } t = \frac{n}{(f_1 - f_2)} \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots$$

இரு அடுத்தடுத்த பெருமங்களுக்கிடையேயான நேர இடைவெளி

$$t_2 - t_1 = t_3 - t_2 = \dots = \frac{1}{(f_1 - f_2)}; \quad n = |f_1 - f_2| = \frac{1}{|t_1 - t_2|}$$

எனவே, ஒரு வினாடியில் ஏற்படும் விம்மல்களின் எண்ணிக்கை, அடுத்தடுத்த பெருமங்களுக்கிடையேயான நேரத் (நேர இடைவெளி) தலைகீழுக்கு சமமாக இருக்கும், அதாவது $|f_1 - f_2|$

நேர்வு (B):

y_p யானது சிறுமம் ஆக உள்ளபோது தொகுபயன் வீச்சு சிறுமம் (அதாவது சுழிக்கு சமம்)

$y_p \propto \cos\left(2\pi\left(\frac{f_1 - f_2}{2}\right)t\right)$, என்பதால் கொசைன்

மதிப்பு சுழியாகும்போது y_p சிறுமம் ஆகும்.

$$\cos\left(2\pi\left(\frac{f_1 - f_2}{2}\right)t\right) = 0,$$

$$\Rightarrow 2\pi\left(\frac{f_1 - f_2}{2}\right)t = (2n + 1)\frac{\pi}{2},$$

$$\Rightarrow (f_1 - f_2)t = \frac{1}{2}(2n + 1)$$

$$\text{or, } t = \frac{1}{2}\left(\frac{2n + 1}{f_1 - f_2}\right), \text{ இங்கு } f_1 \neq f_2 \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots$$

எனவே, அடுத்தடுத்த சிறுமங்களுக்கிடையேயான நேர இடைவெளி

$$t_2 - t_1 = t_3 - t_2 = \dots = \frac{1}{(f_1 - f_2)}; \quad n = |f_1 - f_2| = \frac{1}{|t_1 - t_2|}$$

எனவே, ஒரு வினாடியில் விம்மல்களின் எண்ணிக்கையானது அடுத்தடுத்த சிறுமங்களுக்கிடையேயான நேர இடைவெளியின் தலைகீழுக்கு சமமாகும், அதாவது $|f_1 - f_2|$

எடுத்துக்காட்டு 11.18:

5 m, 6 m அலைநீளம் கொண்ட இரண்டு ஒலி மூலங்களைக் கருதுக. இவை இரண்டும் வாயு ஒன்றில் 330 ms^{-1} . திசைவேகத்துடன் செல்கின்றன. ஒரு வினாடியில் ஏற்படும் விம்மல்களின் எண்ணிக்கையை காண்க.

தீர்வு:

கொடுக்கப்பட்டது $\lambda_1 = 5 \text{ m}, \lambda_2 = 6 \text{ m}$ $v = 330 \text{ ms}^{-1}$
திசை வேகத்திற்கும் அலைநீளத்திற்கு இடையேயானத் தொடர்பு

$$v = \lambda f \Rightarrow f = \frac{v}{\lambda}$$

λ_1 அலைநீள ஒலியின் அதிர்வெண்

$$f_1 = \frac{v}{\lambda_1} = \frac{330}{5} = 66 \text{ Hz}$$

λ_2 அலைநீள ஒலியின் அதிர்வெண்

$$f_2 = \frac{v}{\lambda_2} = \frac{330}{6} = 55 \text{ Hz}$$

ஒரு வினாடியில் ஏற்படும் விம்மல்கள்

$$|f_1 - f_2| = |66 - 55| \\ = 11 \text{ விம்மல்கள்/வினாடி (beats/sec)}$$

எடுத்துக்காட்டு 11.19

அதிர்வுறும் இரு இசைக்கவைகள் தோற்றுவிக்கும் அலைகளின் அலைச் சமன்பாடுகள் $y_1 = 5 \sin(240\pi t)$ and $y_2 = 4 \sin(244\pi t)$ தோன்றும் விம்மல்களின் எண்ணிக்கையை கணக்கிடுக.

தீர்வு:

கொடுக்கப்பட்டது $y_1 = 5 \sin(240\pi t), y_2 = 4 \sin(244\pi t)$
இச்சமன்பாடுகளை, பொதுச்சமன்பாடு

$$y = A \sin(2\pi f_1 t), \text{ உடன் ஒப்பிட}$$

$$2\pi f_1 = 240\pi \Rightarrow f_1 = 120 \text{ Hz}$$

$$2\pi f_2 = 244\pi \Rightarrow f_2 = 122 \text{ Hz}$$

ஒரு வினாடியில் ஏற்படும் விம்மல்களின் எண்ணிக்கை

$$|f_1 - f_2| = |120 - 122| = |-2| \\ = 2 \text{ விம்மல்கள்/வினாடி (beats/sec)}$$

11.8

நிலையான அலைகள் (Stationary Waves)

11.8.1 நிலை அலைகளுக்கான விளக்கம்

அலை ஒன்று கடினமான ஒன்றின் மீது மோதும்போது, அது மீண்டெழுந்து வந்து அதே ஊடகத்தில் எதிர்த்திசையில், பழைய அலையுடன் (மோதிய அலை) மேற்பொருந்துவதால் கிடைக்கும் அலை வடிவமே நிலை அலைகள் அல்லது நிலையான அலைகள் எனப்படும்.

ஒரே வீச்சு, ஒரே திசைவேகம் கொண்ட இரு சீரிசை முன்னேறு அலைகள் (கம்பி ஒன்றில் உண்டான) எதிர் எதிர் திசையில் இயங்குகின்றன என்க.

முதல் அலையின் (படு அலை) இடப்பெயர்ச்சி,

$$y_1 = A \sin(kx - \omega t) \quad (11.59) \\ (\text{வலது பக்கம் நகரும் அலை})$$

இரண்டாவது அலையின் (எதிரொலிப்பு அலை) இடப்பெயர்ச்சி

$$y_2 = A \sin(kx + \omega t) \quad (11.60) \\ (\text{இடது பக்கம் நகரும் அலை})$$

மேற்பொருந்துதல் தத்துவப்படி, இரு அலைகளும் குறுக்கீடு அடைந்து, தொகுபயன் இடப்பெயர்ச்சி,

$$y = y_1 + y_2 \quad (11.61)$$

சமன்பாடு (11.59), (11.60) யை (11.61) ல் பொருத்த,

$$y = A \sin(kx - \omega t) + A \sin(kx + \omega t) \quad (11.62)$$

திரிகோணமிதி விதிகளை பயன்படுத்தி (11.62) யை மாற்றி எழுத

$$y(x, t) = 2A \cos(\omega t) \sin(kx) \quad (11.63)$$

இதுவே, நிலை அல்லது நிலையான அலைகள் எனப்படும். இது முன்னோக்கியோ அல்லது

பின்னோக்கியோ நகராது. ஆனால் முன்னேறு அலை அல்லது இயங்கு அலை முன்னோக்கியோ அல்லது பின்னோக்கியோ நகரும். சமன்பாடு (11.63) யை கீழ்க்கண்டவாறு சுருக்கமாக எழுதலாம்.

$$y(x,t) = A' \cos(\omega t)$$

இங்கு, $A' = 2A \sin(kx)$, இது அதிர்வுறுக்கம்பியின் குறிப்பிட்ட பகுதி A' வீச்சுடன் தனிச்சீரிசை இயக்கத்திலுள்ளதை குறிக்கிறது. $\sin(kx)$ பெருமமாக உள்ள நிலையில், A' பெரும மதிப்பில் இருக்கும்.

$$\sin(kx) = 1 \Rightarrow kx = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}, \dots = m\pi$$

இங்கு m என்பது அரை முழு எண் அல்லது அரை எண் மதிப்புகள். வீச்சின் பெரும மதிப்பு உள்ள நிலையை எதிர்க்கணு என்கிறோம். அலை எண்ணை அலை நீளத்தை பயன்படுத்தி குறிக்கும்போது m ஆவது எதிர் கணுவின் நிலையை கீழ்க்கண்டவாறு குறிக்கலாம்.

$$x_m = \left(\frac{2m+1}{2} \right) \frac{\lambda}{2}, \text{ இங்கு, } m = 0, 1, 2, \dots \quad (11.64)$$

$m = 0$ எனில் பெருமத்தின் நிலை

$$x_0 = \frac{\lambda}{2}$$

$m = 1$ எனில், பெருமத்தின் நிலை

$$x_1 = \frac{3\lambda}{2}$$

$m = 2$ எனில் பெருமத்தின் நிலை

$$x_2 = \frac{5\lambda}{2}$$

என்றவாறு அமையும்.

அடுத்தடுத்த எதிர் கணுக்களுக்கிடையேயான தூரத்தை கீழ்க்கண்டவாறு கணக்கிடலாம்.

$$x_m - x_{m-1} = \left(\frac{2m+1}{2} \right) \frac{\lambda}{2} - \left(\frac{(2m+1)+1}{2} \right) \frac{\lambda}{2} = \frac{\lambda}{2}$$

A' ன் பெரும மதிப்பு வெளியின் சில புள்ளிகளிலும் சிறும மதிப்பு வெளியின் வேறு சில புள்ளிகளிலும் அமையும்.

$$\sin(kx) = 0 \Rightarrow kx = 0, \pi, 2\pi, 3\pi, \dots = n\pi$$

இங்கு n ஒரு முழு எண் அல்லது முழு எண் மதிப்புகள். எந்தப் புள்ளிகளில் அதிர்வு இல்லையோ (இயக்கம் இல்லையோ) அப்புள்ளிகள் கணு எனப்படும்.

n ஆவது கணுவின் நிலை

$$x_n = n \frac{\lambda}{2} \text{ இங்கு, } n = 0, 1, 2, \dots \quad (11.65)$$

$n = 0$ எனில் சிறுமம் ஏற்படும் நிலை

$$x_0 = 0$$

$n = 1$ எனில் சிறுமம் ஏற்படும் நிலை

$$x_1 = \frac{\lambda}{2}$$

$n = 2$ எனில் சிறுமம் ஏற்படும் நிலை

$$x_2 = \lambda$$

என்றவாறு அமையும்.

அடுத்தடுத்த கணுக்களுக்கிடையேயான தொலைவைக் கீழ்க்கண்டவாறு கணக்கிடலாம்.

$$x_n - x_{n-1} = n \frac{\lambda}{2} - (n-1) \frac{\lambda}{2} = \frac{\lambda}{2}$$

எடுத்துக்காட்டு 11.21:

அடுத்தடுத்த எதிர்க்கணு, கணுவிற்கு இடைப்பட்ட தொலைவைக் கணக்கிடுக.

தீர்வு:

n வது கணுவிற்கு, அடுத்தடுத்த எதிர்க்கணு, கணுவிற்கு இடையேயான தொலைவு

$$\Delta x_n = \left(\frac{2n+1}{2} \right) \frac{\lambda}{2} - n \frac{\lambda}{2} = \frac{\lambda}{4}$$

11.8.2 நிலை அலைகளின் பண்புகள்:

- (1) இரு திடமான எல்லைகளுக்கிடையே கட்டுப்படுத்தப்பட்ட அலை. எனவே இது ஊடகத்தில் முன்னோக்கியோ பின்னோக்கியோ நகராது. அதாவது அதனுடைய இடத்தில் நிலையாக இருக்கும். எனவே, இது நிலை அல்லது நிலையான அலைகள் எனப்படுகிறது.