पाठ 3

गुणा

आइए सीखें-

- दो या तीन अंकों की संख्या को 2 अंकों वाली संख्या से गुणा एवं किसी संख्या में 10 व 100 का मौखिक गुणा करना।
- गुणा पर आधारित एक या दो चरणों में हल होने वाली दैनिक जीवन की समस्याओं को हल करना।
- एक चरण में हल होने वाली सरल समस्याओं को मौखिक रूप से हल करना।
- 20 तक पहाड़े बनाना, उन्हें याद करना।
- +, –, × में से दो संक्रियाओं पर आधारित दैनिक जीवन की समस्याएँ हल करना।
- गुणा की संक्रिया से संबंधित प्रतिरूप (पैटर्न) का विस्तार करना।
- गुणा की संक्रियाओं पर आधारित परिणामों का अनुमान लगाना तथा वास्तविक गणना करना।
- गुणा से संबंधित समस्याओं को अनुमान लगाकर हल करना जिनमें गुणक और गुण्य 10, 100 और 1000 के गुणज हों।

कक्षा तीसरी में हम 2 या 3 अंको की संख्या को 1 अंक की संख्या से गुणा करना सीख चुके हैं। आगे गुणा सीखने से पहले कुछ और प्रश्नों को हल करते हैं

1. $2 \times 3 =$ ☐	2. $3 \times 3 =$ ☐
3. $4 \times 5 =$ ☐	4. $7 \times 8 =$ ☐
5. $9 \times 0 =$ ☐	6. $15 \times 0 =$ ☐
7. $23 \times 3 =$ ☐	8. $20 \times 8 =$ ☐
9. $12 \times 8 =$ ☐	10. $93 \times 5 =$ ☐

$$4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 20 = 4 \times 5$$

यहाँ पर 4×5 का अर्थ है 4 को 5 बार जोड़ना तथा 7 को 8 बार जोड़ने को 7×8 लिखते हैं।

$$\begin{array}{r} 7 \\ \times\, 8 \\ \hline 56 \\ \hline \end{array}\quad \begin{array}{l} \leftarrow \text{गुण्य} \\ \leftarrow \text{गुणक} \\ \leftarrow \text{गुणनफल} \end{array}$$

गुण्य × गुणक = गुणनफल

हम जानते हैं कि

$1 \times 10 = 10$

$3 \times 10 = 30$

$8 \times 10 = 80$

$1 \times 100 = 100$

$3 \times 100 = 300$

$8 \times 100 = 800$

किसी संख्या में 10 का गुणा किया जाता है, तो संख्या के दाईं ओर एक शून्य लगाकर गुणनफल प्राप्त होता है।

किसी संख्या में 100 का गुणा किया जाता है, तो संख्या के दाईं ओर दो शून्य लगाकर गुणनफल प्राप्त होता है।

अभ्यास 3.1

नीचे दिए गए प्रश्नों को मौखिक रूप से हल कीजिए और उत्तर लिखिए।

1. $75 \times 10 =$ [750]
2. $100 \times 10 =$ [ ]
3. $263 \times 10 =$ [ ]
4. $44 \times 100 =$ [ ]
5. $786 \times 10 =$ [ ]
6. $100 \times 48 =$ [ ]
7. $73 \times 100 =$ [ ]
8. $100 \times 86 =$ [ ]
9. सोहन के पास दस-दस रुपये के 145 नोट हैं। बताइए सोहन के पास कुल कितने रुपये हैं?
10. वाहिद के पास दस-दस रुपये के 100 नोट हैं। बताइए वाहिद के पास कुल कितने रुपयों के नोट हैं?
11. एक पैकेट में 10 मोमबत्तियाँ हों, तो ऐसे 15 पैकेटों में कुल कितनी मोमबत्तियाँ होंगी?
12. एक सिक्के का वजन 10 ग्राम है ऐसे 500 सिक्कों का वजन बताइए।

13. एक बोरे में 100 किग्रा दाल है, तो 50 बोरों में कितने किग्रा दाल होगी?

14. एक पैकेट में 100 ग्राम हल्दी है, तो 40 पैकेटों में कितने ग्राम हल्दी होगी।

15. एक रुपये में 100 पैसे होते हैं, तो 15 रुपयों में कुल पैसा बताइए।

किसी संख्या को 1 अंकीय संख्या से गुणा करना

विधि I प्रसारित संकेतन विधि हम जानते हैं कि 34 का विस्तारित रूप 30+4 है। यदि हमें 34 × 2 करना है, तो

$34 \times 2 = (30+4) \times 2$

$= 30 \times 2 + 4 \times 2$

$= 60 + 8$

$= 68$

उदाहरण 1. $73 \times 6 = (70+3) \times 6$

हल :

$= 70 \times 6 + 3 \times 6$

$= 420 + 18$

$= 438$

उदाहरण 2. $123 \times 4 = (100 + 20 + 3) \times 4$

हल :

$= 100 \times 4 + 20 \times 4 + 3 \times 4$

$= 400 + 80 + 12$

$= 492$

उदाहरण 3. $504 \times 3 = (500 + 0 + 4) \times 3$

हल :

$= 500 \times 3 + 0 \times 3 + 4 \times 3$

$= 1500 + 0 + 12$

$= 1512$

अभ्यास 3.2

1. प्रसारित संकेतन विधि से हल कीजिए।

(1) 11 × 3 (2) 42 × 4 (3) 56 × 1 (4) 12 × 5

(5) 52 × 5 (6) 79 × 2 (7) 30 × 7 (8) 95 × 4

(9) 213 × 2 (10) 413 × 3 (11) 521 × 4 (12) 742 × 3

(13) 179 × 5 (14) 230 × 0 (15) 490 × 3 (16) 213 × 8

(17) 115 × 3 (18) 203 × 6 (19) 132 × 4 (20) 210 × 8

विधि II स्तंभ विधि इस विधि से हमने कक्षा तीसरी में 2 एवं 3 अंकों की संख्याओं को 1 अंक की संख्या से गुणा करना सीखा है। कुछ प्रश्नों को पुनः हल करते हैं

(अ) पुनर्समूहन रहित

	द.	इ.	
	1	2	← गुण्य
×		2	← गुणक
	2	4	← गुणनफल
	↑ 1×2	↑ 2 × 2	

सै.	द.	इ.
	2	0
	×	5
1	0	0
	↑ 2×5	↑ 0 × 5

सै.	द.	इ.
1	3	2
	×	3
3	9	6
↑ 1×3	↑ 3×3	↑ 2 × 3

(ब) पुनर्समूहन सहित

सै.	द.	इ.
	(2)	
	6	5
	×	4
2	6	0

5 इकाइयों को 4 से गुणा करने पर 5 इकाइयाँ × 4 = 2 दहाइयाँ 0 इकाइयाँ

इकाई के खाने में 0 लिखते हैं और 2 दहाइयों को दहाई के खाने में ऊपर ले जाते हैं (हासिल)।

अब, 6 दहाइयों को 4 से गुणा करने पर 6 दहाइयाँ × 4 = 24 दहाइयाँ

24 दहाइयाँ + 2 दहाइयाँ = 26 दहाइयाँ

अब, 26 दहाइयाँ = 2 सैकड़े + 6 दहाइयाँ

दहाई के खाने में 6 तथा सैकड़ा के खाने में 2 लिखते हैं।

ह.	सै.	द.	इ.
	③	④	
	1	4	6
		×	8
1	1	6	8

चरण I.	6 इकाइयों में 8 से गुणा करने पर 6 इ. × 8 = 4 द. + 8 इ. इकाई के खाने में 8 लिखते हैं और 4 दहाई (हासिल) को दहाई के खाने में ऊपर ले जाते हैं।
चरण II	अब 4 दहाइयों में 8 से गुणा करने पर, 4 द. × 8 =32 द. (32 द. + 4 द.) = 36 द. 36 द. = 3 सै. + 6 द. दहाई के खाने में 6 लिखते हैं और 3 सैकड़े (हासिल) को सैकड़ा के खाने में ऊपर लिखते हैं।
चरण III	अब 1 सैकड़ा में 8 से गुणा करने पर 1 सै. × 8 = 8 सै. 8 सै. + 3 सै. = 11 सै. 11 सै. = 1 ह. + 1 सै. सैकड़ा के खाने में 1 लिखते हैं और हजार के खाने में 1 लिखते हैं।

अभ्यास 3.3

गुणनफल ज्ञात कीजिए

(1) 52 × 3 (2) 31 × 5 (3) 38 × 7 (4) 45 × 9

(5) 80 × 8

(6) 93 × 0

(7) 100 × 7

(8) 204 × 2

(9) 137 × 3

(10) 308 × 4

(11) 134 × 6

(12) 192 × 5

(13) 222 × 5

(14) 370 × 4

(15) 487 × 6

(16) 525 × 4

(17) 613 × 8

(18) 642 × 7

(19) 824 × 8

(20) 789 × 9

दो अंकों की संख्या में 2 अंकों की संख्या से गुणा

उदाहरण 4. 37 को 26 से गुणा कीजिए।

हल :

	सै.	द.	इ.
		3	7
×		2	6
	2	2	2
+	7	4	0
	9	6	2

उत्तर

उदाहरण 5. 59 को 40 से गुणा कीजिए।

हल :

	ह.	सै.	द.	इ.
			5	9
×			4	0
			0	0
+	2	3	6	0
	2	3	6	0

उत्तर

अभ्यास 3.4

गुणा कीजिए

(1) 42 × 22 (2) 24 × 13 (3) 50 × 25

(4) 27 × 56 (5) 30 × 20 (6) 64 × 38

गुणा की एक सरल विधि (ऊर्ध्व तिर्यक विधि)

उदाहरण

$$\begin{array}{r} 32 \\ \times 21 \\ \hline 672 \\ \hline \end{array}$$

ऊर्ध्व गुणा ↑ | ╳ तिरछा गुणा कर जोड़िए | ↑ ऊर्ध्व गुणा

चरण 1

$$\begin{array}{r} 2 \\ \times 1 \\ \hline 2 \\ \hline \end{array}$$

↑ ऊर्ध्व गुणा (इकाई स्थान में नीचे 2 लिखेंगे)

चरण 2

$$\begin{array}{r} 3\ 2 \\ \times 2\ 1 \\ \hline (2\times2) + (3\times1) \\ \hline 4 + 3 = 7 \end{array}$$

╳ तिरछा गुणा कर जोड़िए

(दहाई स्थान पर उत्तर में 7 लिखेंगे)

चरण 3

$$\begin{array}{r} 3 \\ \times 2 \\ \hline 6 \\ \hline \end{array}$$

↑ ऊर्ध्व गुणा

(सैकड़े के स्थान पर उत्तर में 6 लिखेंगे)

तीन अंकों की संख्या में 2 अंकों की संख्या से गुणा

उदाहरण 6. 173 को 25 से गुणा कीजिए।

हल :

ह.	सै.	द.	इ.
	1	7	3
	×	2	5
	8	6	5
+ 3	4	6	0
4	3	2	5

उदाहरण 7. 140 को 45 से गुणा कीजिए।

हल :

ह.	सै.	द.	इ.
	1	4	0
	×	4	5
	7	0	0
+ 5	6	0	0
6	3	0	0

उदाहरण 8. 309 को 18 से गुणा कीजिए।

हल :

ह.	सै.	द.	इ.
	3	0	9
	×	1	8
2	4	7	2
+ 3	0	9	0
5	5	6	2

प्रसिद्ध भारतीय गणितज्ञ भास्कराचार्य (1114 ई.) ने. 'सिद्धांत शिरोमणि' नामक ग्रंथ की रचना की। इस ग्रंथ के लीलावती, बीजगणित, गणिताध्याय एवं गोलाध्याय चार भाग है। लीलावती में अंक गणित है। इसमें जोड़ना, घटाना, गुणा, भाग, वर्ग, वर्गमूल आदि को हल करने की रोचक विधियाँ दी गई हैं। प्राचीन भारतीय गणितज्ञों के ग्रंथों को पढ़ने से पता चलता है कि प्राचीन काल से ही भारत गणित के क्षेत्र में विश्व में अग्रणी रहा है। भास्कराचार्य के गणित में अमूल्य योगदान के कारण ही हमारे देश के उपग्रह का नाम 'भास्कर' रखा गया।

संदर्भ ग्रन्थ : लीलावती, प्रकाशक : चौखम्बा विद्या भवन, वाराणसी

उदाहरण 9. 182 को 44 से गुणा कीजिए।

हल :

	ह.	सै.	द.	इ.
		1	8	2
×			4	4
		7	2	8
	7	2	8	0
	8	0	0	8

अभ्यास 3.5

1. निम्नलिखित प्रश्नों को हल कीजिए

(1) 211×24 (2) 141×31 (3) 187×16 (4) 200×31

(5) 108×41 (6) 395×12 (7) 104×86 (8) 206×20

(9) 234×19 (10) 309×23 (11) 199×27 (12) 101×99

गुणा में प्रतिरूप (पैटर्न)

निम्नलिखित पैटर्न को देखिए

$$1 \times 1 = 1$$

$$11 \times 11 = 121$$

$$111 \times 111 = 12321$$

$$1111 \times 1111 = 1234321$$

उपर्युक्त से हम देखते हैं कि

(1) जब 2 अंकीय संख्या 11 को स्वयं 11 से गुणा करते हैं, तो गुणनफल के बीच का अंक 2 है।

(2) जब 3 अंकीय संख्या 111 को स्वयं 111 से गुणा किया जाता है, तो गुणनफल का बीच का अंक 3 है।

(3) जब 4 अंकीय संख्या 1111 को स्वयं 1111 से गुणा किया जाता है, तो गुणनफल के बीच का अंक 4 है। क्या आप इस प्रतिरूप को अधिक अंकों वाली संख्याओं के लिये बढ़ा सकते हैं?

क्रियाकलाप

गुणनफल लिखिए

(क) $11111 \times 11111 =$ ....

(ख) $111111 \times 111111 =$ ....

(ग) $1111111 \times 1111111 =$ ....

गुणनफलों का आकलन (अनुमान लगाना)

उदाहरण 10. 11 और 18 के गुणनफल का आकलन कीजिए।

हल : 11 और 18 के गुणनफल का आकलन करने के लिये हम संख्याओं का निकटन 10 या 10 के गुणनफलों के निकटतम करते हैं फिर मौखिक गुणा करते हैं।

	11	×	18	
	↓		↓	
निकटन	10	×	20	= 200

अतः 11×18 का आकलित गुणनफल 200 है।

वास्तविक गुणनफल

$$\begin{array}{r} 11 \\ \times\ 18 \\ \hline 88 \\ 110 \\ \hline 198 \end{array}$$

उदाहरण 11. 38×84 के गुणनफल का आकलन कीजिए।

हल : 38×84

अब 38 और 84 का निकटन करते हैं।

चूंकि पहली संख्या 38, 10 के पहाड़ा में 40 के निकट है तथा दूसरी संख्या 84, 10 के पहाड़ा में 80 के निकट है।

अतः

$$\begin{array}{ccccc} 38 & \times & 84 & & \\ \downarrow & & \downarrow & & \\ 40 & \times & 80 & = & 3200 \end{array}$$

अतः 38×84 का आकलित गुणनफल 3200 है।

वास्तविक गुणनफल

$$\begin{array}{r} 38 \\ \times\ 84 \\ \hline 152 \\ 3040 \\ \hline 3192 \end{array}$$

उदाहरण 12. 68×89 के गुणनफल का आकलन कीजिए?

हल :

$$\begin{array}{ccccc} 68 & \times & 89 & & \\ \downarrow & & \downarrow & & \\ 70 & \times & 90 & = & 6300 \end{array}$$

अतः 68×89 का आकलित गुणनफल 6300 है।

वास्तविक गुणनफल

$$\begin{array}{r} 68 \\ \times\ 89 \\ \hline 612 \\ 5440 \\ \hline 6052 \end{array}$$

अभ्यास 3.6

1. संख्याओं का निकटन करके निम्नलिखित गुणनफलों का आकलन कीजिए तथा वास्तविक गुणनफल भी ज्ञात कीजिए।

(1) 19×18 (2) 14×19 (3) 21×58

(4) 39×72 (5) 79×31 (6) 68×49

(7) 53×41 (8) 67×61 (9) 89×22

(10) 98×93

2. अनुमान लगाकर (आकलित) गुणनफल ज्ञात कीजिए।

(1) 8 × 9 (2) 9 × 8

(3) 98 × 9 (4) 21 × 49

(5) 39 × 23

हम कुछ पहाड़े बनाना सीखते हैं।

19 का पहाड़ा बनाने की एक विधि

इकाई स्थान में एक-एक घटाएंगे तथा दहाई स्थान में दो-दो जोड़ते जाएंगे।

द.	इ.
1	9
3	8
5	7
7	6
9	5
11	4
13	3
15	2
17	1
19	0

12 का पहाड़ा

12 का पहाड़ा बनाने के लिये 12 का विस्तारित रूप 10+2 लिखते हैं। अतः 10 और 2 के पहाड़ा को जोड़कर हम 12 का पहाड़ा बनाते हैं।

10 का पहाड़ा	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
2 का पहाड़ा	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
10+2=12 का पहाड़ा	12	24	36	48	60	72	84	96	108	120

17 का पहाड़ा

10 का पहाड़ा	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
7 का पहाड़ा	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
17 का पहाड़ा	17	34	51	68	85	102	119	136	153	170

20 का पहाड़ा

10 का पहाड़ा	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
10 का पहाड़ा	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
20 का पहाड़ा	20	40	60	80	100	120	140	160	180	200

11 से 20 तक पहाड़ा

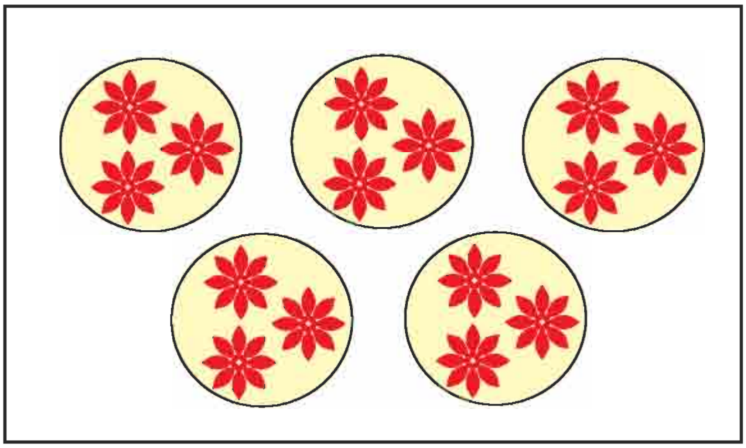
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
22	24	26	28	30	32	34	36	38	40
33	36	39	42	45	48	51	54	57	60
44	48	52	56	60	64	68	72	76	80
55	60	65	70	75	80	85	90	95	100
66	72	78	84	90	96	102	108	114	120
77	84	91	98	105	112	119	126	133	140
88	96	104	112	120	128	136	144	152	160
99	108	117	126	135	144	153	162	171	180
110	120	130	140	150	160	170	180	190	200

$11 \times 0 = 0, 12 \times 0 = 0, 13 \times 0 = 0, ...20 \times 0 = 0$

शून्य का किसी भी संख्या में गुणा करने पर गुणनफल शून्य आता है।

उदाहरण 13. एक गोले में 3 फूल हैं। 5 गोलों में कुल कितने फूल होंगे।

हल :



$3 \times 5 = 15$

=15 फूल

उत्तर

उदाहरण 14. दीक्षांत के पास 10 रुपये के 9 नोट है। बताइए उसके पास कुल कितने रुपये हैं।

हल :

$$\begin{array}{r} 10 \text{ रुपये} \\ \times 9 \\ \hline 90 \\ \hline \end{array}$$

90 रुपये, **उत्तर**

अभ्यास 3.7 (मौखिक प्रश्न)

1. दीपाली हर महीने 10 रुपये की बचत करती है। वह 6 महीने में कुल कितने रुपये की बचत कर लेगी?
2. एक पेन की कीमत 8 रुपये है। ऐसे ही 4 पेनों की कीमत कितने रुपये होगी?
3. एक चाबी के गुच्छे में 5 चाबियाँ हैं। ऐसे ही 4 गुच्छों में कितनी चाबियाँ होंगी?
4. एक बैंच पर 2 विद्यार्थी बैठते हैं। ऐसी 7 बेंचों पर कुल कितने विद्यार्थी बैठेंगे?
5. सिवनी से सिंघौड़ी तक का एक व्यक्ति का किराया 13 रुपये है। 10 व्यक्तियों का कुल किराया कितना होगा?
6. एक नारियल 5 रुपये में आता है। 7 नारियलों का मूल्य कितना होगा?

उदाहरण 15. एक दिन में 12 लीटर दूध लगता है तो बताए एक सप्ताह में कितना दूध लगेगा?

हल : एक सप्ताह = 7 दिन

$$\begin{array}{r} 12 \\ \times 7 \\ \hline 84 \\ \hline \end{array}$$

84 लीटर दूध लगेगा, **उत्तर**

शिक्षण संकेत : विद्यार्थियों को दैनिक जीवन में गुणा की आवश्यकता से अवगत करवाएँ। स्वयं के द्वारा सरल भाषा में बनाए हुए मौखिक प्रश्न हल करवाएँ। प्रश्न में क्या दिया है, क्या ज्ञात करना है, पूछें। यदि संभव हो तो प्रश्न का चित्रात्मक निरूपण करवाएँ। फिर ज्ञात करवाएँ।

उदाहरण 16. एक घंटे में 60 मिनट होते हैं तो बताइए 24 घंटे में कितने मिनट होंगे?

हल :

$$\begin{array}{r} 60 \\ \times\ 24 \\ \hline 240 \\ +\ 1200 \\ \hline 1440 \\ \hline \end{array}$$

1440 मिनिट, **उत्तर**

उदाहरण 17. राबर्ट प्रतिदिन 12 किलोमीटर साइकिल चलाता है। यदि उसने 25 दिन साइकिल चलाई तो बताइए उसने कुल कितने किलोमीटर साइकिल चलाई?

हल :

$$\begin{array}{r} 12 \\ \times\ 25 \\ \hline 60 \\ +\ 240 \\ \hline 300 \\ \hline \end{array}$$

300 किलोमीटर, **उत्तर**

उदाहरण 18. हेमंत ने 180 किलोग्राम गेहूँ 8 रुपये प्रति किलोग्राम के भाव से खरीदा। उसने 1200 रुपये दुकानदार को दे दिए। बताइए वह दुकानदार को कितने रुपये और देगा?

हल :

$$\begin{array}{r} 180 \\ \times\quad 8 \\ \hline 1440 \\ \hline \end{array}$$

अतः 180 किलोग्राम गेहूँ की कीमत = 1440 रुपये

हेमंत ने दुकानदार को दिए (–) = –1200 रुपये

दुकानदार को देने के लिए शेष = 0240 रुपये

= 240 रुपये, **उत्तर**

अभ्यास 3.8

1. मीना प्रतिदिन 2 किलोमीटर साइकिल चलाती है। वह 4 दिनों में कुल कितने किलोमीटर साइकिल चलाएगी?
2. एक दूध वाला एक दिन में 4 लीटर दूध बेचता है। वह 7 दिनों में कितने लीटर दूध बेचेगा?
3. शमीम को 7 बैग खरीदने हैं। बाजार में एक बैग 86 रुपये में मिलता है। उसे बैग खरीदने के लिये कितने रुपये चाहिए?
4. एक थैले में 15 फुटबाल हैं। ऐसे 37 थैलों में कितनी फुटबाल होंगी?
5. एक पुस्तक में 98 पृष्ठ हैं। ऐसी 12 पुस्तकों में कितने पृष्ठ होंगे?
6. ऐनी एक पंक्ति में 65 पौधे लगाती है। वह 12 पंक्तियों में कुल कितने पौधे लगाएगी?
7. मार्च माह में कुल कितने घंटे होंगे?
8. यदि शाला के प्रत्येक विद्यार्थी को 23 जामुन दिए जाएँ, तो 200 विद्यार्थियों को देने में कुल कितने जामुन लगेंगे?
9. एक पुस्तक 96 रुपये में आती है। सुशील को ऐसी ही 16 पुस्तकें खरीदनी हैं, लेकिन उसके पास 1500 रुपये ही हैं। उसे 16 पुस्तकें खरीदने के लिये कितने रुपये और चाहिए?
10. सीमा के पास 10 रुपये वाले 100 नोट हैं तथा 500 रुपये का एक नोट है। बताइए उसके पास कुल कितने रुपये हैं?

याद रखिए

इकाई × इकाई = इकाई या इकाई और दहाई

इकाई × दहाई = दहाई या दहाई और सैकड़ा

दहाई × इकाई = दहाई या दहाई और सैकड़ा

दहाई × दहाई = सैकड़ा या सैकड़ा और हजार

किसी संख्या में 0 का गुणा करने पर गुणनफल हमेशा शून्य आता है।

गुण्य × गुणक = गुणनफल