

1. વર્ગમૂળ શોધો : $-15 - 8i$

➡ ધારો કે, $-15 - 8i$ નું વર્ગમૂળ $x + iy$ છે.

$$\therefore x + iy = \sqrt{-15 - 8i}$$

$$\therefore (x + iy)^2 = -15 - 8i$$

$$\therefore x^2 + i^2y^2 + 2i xy = -15 - 8i$$

$$\therefore x^2 - y^2 + 2i xy = -15 - 8i$$

$$\therefore x^2 - y^2 = -15, \quad 2xy = -8$$

$$\text{હવે, } (x^2 + y^2)^2 = (x^2 - y^2)^2 + 4x^2y^2$$

$$\therefore (x^2 + y^2)^2 = (-15)^2 + (-8)^2$$

$$= 225 + 64$$

$$= 289$$

$$\therefore x^2 + y^2 = 17$$

$$\text{હવે, } \begin{array}{rcl} x^2 - y^2 & = & -15 \\ x^2 + y^2 & = & 17 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} x^2 + y^2 & = & 17 \\ x^2 - y^2 & = & -15 \end{array}$$

$$\text{સરવાળો કરતાં } 2x^2 = 2$$

$$\text{બાદબાકી કરતાં } 2y^2 = 32$$

$$\therefore x^2 = 1$$

$$\therefore y^2 = 16$$

$$\therefore x = \pm 1$$

$$\therefore y = \pm 4$$

$$\text{હવે, } 2xy = -8 < 0$$

$$\therefore x = 1 \text{ હોય તો } y = -4 \text{ અથવા } x = -1 \text{ હોય તો } y = 4.$$

$$\therefore -15 - 8i \text{ નાં વર્ગમૂળો } 1 - 4i \text{ અને } -1 + 4i \text{ છે.}$$

2. વર્ગમૂળ શોધો : $-8 - 6i$

➡ ધારો કે, $-8 - 6i$ નું વર્ગમૂળ $x + iy$ છે.

$$\therefore x + iy = \sqrt{-8 - 6i}$$

$$\therefore (x + iy)^2 = -8 - 6i$$

$$\therefore x^2 + i^2y^2 + 2i xy = -8 - 6i$$

$$\therefore x^2 - y^2 + 2i xy = -8 - 6i$$

$$\therefore x^2 - y^2 = -8 \text{ તથા } 2xy = -6$$

$$\text{હવે, } (x^2 + y^2)^2 = (x^2 - y^2)^2 + 4x^2y^2$$

$$= (-8)^2 + (-6)^2$$

$$= 64 + 36$$

$$= 100$$

$$\therefore x^2 + y^2 = 10$$

$$\text{હવે, } \begin{array}{rcl} x^2 + y^2 & = & 10 \\ x^2 - y^2 & = & -8 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} x^2 + y^2 & = & 10 \\ x^2 - y^2 & = & -8 \end{array}$$

$$\text{સરવાળો કરતાં } 2x^2 = 2$$

$$\text{બાદબાકી કરતાં } 2y^2 = 18$$

$$\therefore x^2 = 1$$

$$\therefore y^2 = 9$$

$$\therefore x = \pm 1$$

$$\therefore y = \pm 3$$

$$\text{હવે, } 2xy = -6 < 0$$

$$\therefore x = 1 \text{ હોય તો } y = -3 \text{ અથવા } x = -1 \text{ હોય તો } y = 3 \text{ થશે.}$$

∴ $-8 - 6i$ ની વર્ગમૂળ $1 - 3i$ અને $-1 + 3i$ છે.

3. વર્ગમૂળ શોધો : $1 - i$

➡ ધારો કે, $1 - i$ નું વર્ગમૂળ $x + iy$ છે.

$$\therefore x + iy = \sqrt{1 - i}$$

$$\therefore (x + iy)^2 = 1 - i$$

$$\therefore x^2 + i^2 y^2 + 2i xy = 1 - i$$

$$\therefore x^2 - y^2 + 2i xy = 1 - i$$

$$\therefore x^2 - y^2 = 1 \quad \text{તથા} \quad 2xy = -1$$

$$\begin{aligned} \text{હવે, } (x^2 + y^2)^2 &= (x^2 - y^2)^2 + 4x^2 y^2 \\ &= (1)^2 + (-1)^2 \\ &= 1 + 1 \\ &= 2 \end{aligned}$$

$$\therefore x^2 + y^2 = \sqrt{2}$$

$$\begin{array}{rcl} \text{હવે, } & x^2 + y^2 = \sqrt{2} & x^2 + y^2 = \sqrt{2} \\ & x^2 - y^2 = 1 & x^2 - y^2 = 1 \end{array}$$

$$\text{સરવાળો કરતાં } 2x^2 = \sqrt{2} + 1 \quad \text{બાદબાકી કરતાં } 2y^2 = \sqrt{2} - 1$$

$$\therefore x^2 = \frac{\sqrt{2} + 1}{2} \quad \therefore y^2 = \frac{\sqrt{2} - 1}{2}$$

$$\therefore x = \pm \sqrt{\frac{\sqrt{2} + 1}{2}} \quad \therefore y = \pm \sqrt{\frac{\sqrt{2} - 1}{2}}$$

$$\text{હવે, } 2xy = -1 < 0$$

$$\therefore x = \sqrt{\frac{\sqrt{2} + 1}{2}} \quad \text{હોય તો } y = -\sqrt{\frac{\sqrt{2} - 1}{2}} \quad \text{તથા}$$

$$x = -\sqrt{\frac{\sqrt{2} + 1}{2}} \quad \text{હોય તો } y = \sqrt{\frac{\sqrt{2} - 1}{2}} \quad \text{થાય.}$$

$$\begin{aligned} \therefore 1 - i \text{ ની વર્ગમૂળ } & \sqrt{\frac{\sqrt{2} + 1}{2}} - i \sqrt{\frac{\sqrt{2} - 1}{2}} \quad \text{અને} \\ & -\sqrt{\frac{\sqrt{2} + 1}{2}} + i \sqrt{\frac{\sqrt{2} - 1}{2}} \quad \text{છે.} \end{aligned}$$

અર્થાત્ $1 - i$ ની વર્ગમૂળ

$$\pm \left\{ \left(\sqrt{\frac{\sqrt{2} + 1}{2}} \right) - i \left(\sqrt{\frac{\sqrt{2} - 1}{2}} \right) \right\} \quad \text{છે.}$$

4. વર્ગમૂળ શોધો : $-i$

➡ ધારો કે, $-i$ નું વર્ગમૂળ $x + iy$ છે.

$$\therefore x + iy = \sqrt{-i}$$

$$\therefore (x + iy)^2 = -i$$

$$\therefore x^2 + i^2 y^2 + 2i xy = -i$$

$$\therefore x^2 - y^2 + 2i xy = -i$$

$$\therefore x^2 - y^2 = 0 \quad \text{તથા} \quad 2xy = -1$$

$$\begin{aligned} \text{હવે, } (x^2 + y^2)^2 &= (x^2 - y^2)^2 + 4x^2 y^2 \\ &= 0 + (-1)^2 \\ &= 1 \end{aligned}$$

$$\therefore x^2 + y^2 = 1$$

$$\begin{array}{lcl} \text{હવે,} & x^2 + y^2 = 1 & x^2 + y^2 = 1 \\ & x^2 - y^2 = 0 & x^2 - y^2 = 0 \\ \hline \text{સરવાળો કરતાં } 2x^2 = 1 & & \text{બાદબાકી કરતાં } 2y^2 = 1 \end{array}$$

$$\therefore x = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \therefore y = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\text{હવે, } 2xy = -1 < 0$$

$$\therefore x = \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ હોય તો } y = -\frac{1}{\sqrt{2}} \text{ થાય. અને}$$

$$x = -\frac{1}{\sqrt{2}} \text{ હોય તો } y = \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ થાય.}$$

$$\therefore -i \text{ ની વર્ગમૂળ } \frac{1}{\sqrt{2}} - i \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ તથા } -\frac{1}{\sqrt{2}} + i \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ છે.}$$

$$\text{અર્થાત્ } -i \text{ ની વર્ગમૂળ } \pm \frac{1}{\sqrt{2}} (1 - i) \text{ છે.}$$

5. વર્ગમૂળ શોધો : i

► ધારો કે, i નું વર્ગમૂળ $x + iy$ છે.

$$\therefore x + iy = \sqrt{i}$$

$$\therefore (x + iy)^2 = i$$

$$\therefore x^2 + i^2 y^2 + 2i xy = i$$

$$\therefore x^2 - y^2 + 2i xy = i$$

$$\therefore x^2 - y^2 = 0 \text{ તથા } 2xy = 1$$

$$\begin{aligned} \text{હવે, } (x^2 + y^2)^2 &= (x^2 - y^2)^2 + 4x^2 y^2 \\ &= 0 + (1)^2 \\ &= 1 \end{aligned}$$

$$\therefore x^2 + y^2 = 1$$

$$\begin{array}{lcl} \text{હવે,} & x^2 + y^2 = 1 & x^2 + y^2 = 1 \\ & x^2 - y^2 = 0 & x^2 - y^2 = 0 \\ \hline \text{સરવાળો કરતાં } 2x^2 = 1 & & \text{બાદબાકી કરતાં } 2y^2 = 1 \end{array}$$

$$\therefore x^2 = \frac{1}{2} \quad \therefore y^2 = \frac{1}{2}$$

$$\therefore x = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \therefore y = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\text{હવે, } 2xy = 1 > 0 \text{ છે.}$$

$$\therefore x = \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ હોય તો } y = \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ થાય અને}$$

$$x = -\frac{1}{\sqrt{2}} \text{ હોય તો } y = -\frac{1}{\sqrt{2}} \text{ થાય.}$$

$$\therefore i \text{ ની વર્ગમૂળ } \frac{1}{\sqrt{2}} + i \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ તથા } -\frac{1}{\sqrt{2}} - i \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ છે.}$$

$$\text{અર્થાત્ } i \text{ ની વર્ગમૂળ } \pm \left(\frac{1}{\sqrt{2}} + i \frac{1}{\sqrt{2}} \right) \text{ છે.}$$

$$i \text{ ની વર્ગમૂળ } \pm \frac{1}{\sqrt{2}} (1 + i) \text{ છે.}$$

6. વર્ગમૂળ શોધો : $1 + i$

➡ ધારો કે, $1 + i$ નું વર્ગમૂળ $x + iy$ છે.

$$\therefore x + iy = \sqrt{1+i}$$

$$\therefore (x + iy)^2 = 1 + i$$

$$\therefore x^2 - y^2 + 2i xy = 1 + i$$

$$\therefore x^2 - y^2 = 1 \quad \text{તથા} \quad 2xy = 1$$

$$\begin{aligned} \text{હવે, } (x^2 + y^2)^2 &= (x^2 - y^2)^2 + 4x^2y^2 \\ &= (1)^2 + (1)^2 \\ &= 2 \end{aligned}$$

$$\therefore x^2 + y^2 = \sqrt{2}$$

$$\begin{array}{rcl} \text{હવે, } & x^2 + y^2 = \sqrt{2} & x^2 + y^2 = \sqrt{2} \\ & x^2 - y^2 = 1 & x^2 - y^2 = 1 \end{array}$$

$$\text{સરવાળો કરતાં } 2x^2 = \sqrt{2} + 1 \quad \text{બાદબાકી કરતાં } 2y^2 = \sqrt{2} - 1$$

$$\therefore x = \pm \sqrt{\frac{\sqrt{2}+1}{2}} \quad \therefore y = \pm \sqrt{\frac{\sqrt{2}-1}{2}}$$

અહીં $2xy = 1 > 0$ છે.

$$\therefore x = \sqrt{\frac{\sqrt{2}+1}{2}} \quad \text{હોય તો } y = + \sqrt{\frac{\sqrt{2}-1}{2}} \quad \text{થાય.}$$

$$x = - \sqrt{\frac{\sqrt{2}+1}{2}} \quad \text{હોય તો } y = - \sqrt{\frac{\sqrt{2}-1}{2}} \quad \text{થાય.}$$

$$\begin{aligned} \therefore 1 + i \text{ ની વર્ગમૂળ } &\left(\sqrt{\frac{\sqrt{2}+1}{2}} + i \sqrt{\frac{\sqrt{2}-1}{2}} \right) \text{ અને} \\ &\left(- \sqrt{\frac{\sqrt{2}+1}{2}} - i \sqrt{\frac{\sqrt{2}-1}{2}} \right) \text{ છે.} \end{aligned}$$

અર્થાત્ $1 + i$ ની વર્ગમૂળ

$$\pm \left(\sqrt{\frac{\sqrt{2}+1}{2}} + i \sqrt{\frac{\sqrt{2}-1}{2}} \right) \text{ છે.}$$

➡ ધારો કે, $1 + i$ નું વર્ગમૂળ $x + iy$ છે.

$$\therefore x + iy = \sqrt{1+i}$$

$$\therefore (x + iy)^2 = 1 + i$$

$$\therefore x^2 - y^2 + 2i xy = 1 + i$$

$$\therefore x^2 - y^2 = 1 \quad \text{તથા} \quad 2xy = 1$$

$$\begin{aligned} \text{હવે, } (x^2 + y^2)^2 &= (x^2 - y^2)^2 + 4x^2y^2 \\ &= (1)^2 + (1)^2 \\ &= 2 \end{aligned}$$

$$\therefore x^2 + y^2 = \sqrt{2}$$

$$\begin{array}{rcl} \text{હવે, } & x^2 + y^2 = \sqrt{2} & x^2 + y^2 = \sqrt{2} \\ & x^2 - y^2 = 1 & x^2 - y^2 = 1 \end{array}$$

$$\text{સરવાળો કરતાં } 2x^2 = \sqrt{2} + 1 \quad \text{બાદબાકી કરતાં } 2y^2 = \sqrt{2} - 1$$

$$\therefore x = \pm \sqrt{\frac{\sqrt{2}+1}{2}} \quad \therefore y = \pm \sqrt{\frac{\sqrt{2}-1}{2}}$$

અહીં $2xy = 1 > 0$ છે.

$$\therefore x = \sqrt{\frac{\sqrt{2}+1}{2}} \text{ હોય તો } y = + \sqrt{\frac{\sqrt{2}-1}{2}} \text{ થાય.}$$

$$x = - \sqrt{\frac{\sqrt{2}+1}{2}} \text{ હોય તો } y = - \sqrt{\frac{\sqrt{2}-1}{2}} \text{ થાય.}$$

$$\therefore 1 + i \text{ નાં વર્ગમૂળ } \left(\sqrt{\frac{\sqrt{2}+1}{2}} + i \sqrt{\frac{\sqrt{2}-1}{2}} \right) \text{ અને}$$

$$\left(-\sqrt{\frac{\sqrt{2}+1}{2}} - i \sqrt{\frac{\sqrt{2}-1}{2}} \right) \text{ છે.}$$

અર્થાત્ $1 + i$ નાં વર્ગમૂળ

$$\pm \left(\sqrt{\frac{\sqrt{2}+1}{2}} + i \sqrt{\frac{\sqrt{2}-1}{2}} \right) \text{ છે.}$$

7. વર્ગમૂળ શોધો : $5 + 12i$

➡ $\pm (3 + 2i)$

8. વર્ગમૂળ શોધો : $8 - 15i$

➡ $\pm \left(\frac{5}{\sqrt{2}} - \frac{3i}{\sqrt{2}} \right)$

9. વર્ગમૂળ શોધો : $1 + 4\sqrt{-3}$

➡ $\pm (2 + \sqrt{3}i)$

10. વર્ગમૂળ શોધો : $-8 - 6i$

➡ $\pm (1 - 3i)$

11. વર્ગમૂળ શોધો : $7 - 24i$

➡ $\pm (4 - 3i)$

12. વર્ગમૂળ શોધો : $4 - 6\sqrt{5}i$

➡ $\pm (3 - \sqrt{5}i)$

13. વર્ગમૂળ શોધો : $6\sqrt{2}i - 7$

➡ $\pm (\sqrt{2} + 3i)$

14. વર્ગમૂળ શોધો : $-11 - 60i$

➡ $\pm (5 - 6i)$