विषय : गणित **Set-B**

नोट : सभी प्रश्न हल कीजिए।

निर्देश : (i) कैलकुलेटर के प्रयोग की अनुमति नहीं है।

(ii) प्रश्न क्रमांक 1 में दो खण्ड हैं। खण्ड (अ) बहुविकल्पीय प्रश्न तथा खण्ड (ब) रिक्त स्थानों की पूर्ति करना है। प्रत्येक प्रश्न के लिए 1 अंक आबंटित है।

(iii) प्रश्न क्रमांक 2 से 9 तक अतिलघुउत्तरीय प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न पर 2 अंक आबंटित हैं।

(iv) प्रश्न क्रमांक 10 से 15 तक अतिलघुउत्तरीय प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न पर 3 अंक आबंटित हैं।

(v) प्रश्न क्रमांक 16 से 21 तक लघुउत्तरीय प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न में आंतरिक विकल्प है। प्रत्येक प्रश्न पर 4 अंक आबंटित हैं।

(vi) प्रश्न क्रमांक 22 से 25 तक लघुउत्तरीय प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न में आंतरिक विकल्प है। प्रत्येक प्रश्न पर 5 अंक आबंटित हैं।

(vii) प्रश्न क्रमांक 26 एवं 27 दीर्घउत्तरीय प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न में आंतरिक विकल्प है। प्रत्येक प्रश्न पर 6 अंक आबंटित हैं।

(खण्ड–अ) सही विकल्प चुनकर लिखिए–

(i) 6 और 18 का तृतीयानुपाती होगा:

(अ) 54 (ब) 3

(स) 45 (द) 35

(ii) श्रेणी 9, 5, 1, –3, ... का 10वाँ पद होगा :

(अ) –22 (ब) –84

(स) –30 (द) –72

(iii) बिन्दुओं (8, 6) और (0, 0) के बीच की दूरी होगी :

(अ) 10 (ब) $\sqrt{26}$

(स) $4\sqrt{2}$ (द) $\sqrt{10}$

(iv) $\tan 54° - \cos 36°$ का मान होगा:

(अ) 0 (ब) 1

(स) 2 (द) –2

(v) एक शंकु की ऊँचाई 9 सेमी. तथा आधार की त्रिज्या 4 सेमी. हो, तो शंकु का आयतन होगा:

(अ) 48π (ब) 84π

(स) 75π (द) 100π

1. खण्ड–(ब) रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए:

(i) 120° का मान .... रेडियन होता है।

(ii) यदि किसी चक्रीय चतुर्भुज के एक कोण की माप 150° हो, तो उसका सम्मुख कोण .... होगा।

(iii) किसी ΔABC में $DE \parallel BC$ तथा $AD = 4$ सेमी., $DB = 5$ सेमी., $EC = 20$ सेमी. हो, तो AE का मान .... है।

(iv) द्विआधारी संख्याओं 1011 तथा 1111 का योग .... होता है।

(v) संख्याओं 5, 8, x और 10 का समांतर माध्य 7·5 हो, तो x का मान .... होगा।

2. $(16)_{10}$ को दशमिक प्रणाली से द्विआधारी प्रणाली में परिवर्तित कीजिए।

3. श्रेणी 3, 9, 15, 21, ... का 21वाँ पद ज्ञात कीजिए।

4. द्विआधारी प्रणाली की संख्याओं 111001 और 100111 का योगफल ज्ञात कीजिए।

5. बिन्दुओं (–4, 5) और (5, –4) को मिलाने वाली रेखा के मध्य बिन्दु का निर्देशांक ज्ञात कीजिए।

6. वर्ग समीकरण की रचना कीजिए जिसके मूल $3\sqrt{2}$ तथा $\sqrt{2}$ हैं।

7. $\frac{2\pi}{3}$ रेडियन को अंश में परिवर्तित कीजिए।

8. एक बेलन का आयतन ज्ञात कीजिए जिसके आधार की त्रिज्या 10 सेमी. एवं ऊँचाई 21 सेमी. है।

9. एक सीढ़ी इस तरह रखी गई है कि उसका निचला सिरा दीवार से 5 मीटर की दूरी पर है तथा उसका ऊपरी सिरा जमीन से 12 मीटर ऊँची खिड़की तक जाता है। सीढ़ी की लंबाई ज्ञात कीजिए।

10. सरल कीजिए:

$$\left(\frac{2x+3}{x-1}\right)-\left(\frac{x+1}{x-1}\right)$$

11. यदि $x : y = 2 : 3$ हो, तो $(6x+5y) : (3x+17y)$ का मान ज्ञात कीजिए।

12. वर्ग समीकरण हल कीजिए:

$2x^2 - 3x + 1 = 0$

13. विजय ने छत्तीसगढ़ विकास बैंक में 36 माह के लिए प्रतिमाह रुपये 75 की दर से एक आवर्ती जमा खाता खोला। यदि ब्याज की दर 8% वार्षिक हो, तो उसे अवधि की समाप्ति पर कितना धन मिलेगा ?

14. सिद्ध कीजिए कि

$$\frac{\sec^2\theta}{\tan\theta} - \tan\theta = \cot\theta$$

15. यदि एक लंब समत्रिभुजाकार प्रिज्म का आयतन 1296 घन सेमी. हो तथा इसकी ऊँचाई 16 सेमी. हो, तो आधार का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

16. मान ज्ञात कीजिए:

$$2\left(\frac{\cos 67^\circ}{\sin 23^\circ}\right)^2 + \left(\frac{\tan 40^\circ}{\cot 50^\circ}\right)^2 + \cos 0^\circ$$

अथवा

सिद्ध कीजिए कि

$$\frac{1+\sec\theta}{\sec\theta} = \frac{\sin^2\theta}{1-\cos\theta}$$

17. किसी ΔABC में $DE \| BC$ यदि $AD = x, AB = 2x-2, AC = 2x+1$ तथा $EC = x-1$ हो, तो x का मान ज्ञात कीजिए।

अथवा

यदि एक वृत्त की त्रिज्या 13 सेमी. हो, तो केन्द्र से 5 सेमी. की दूरी पर स्थित जीवा की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

18. निम्नलिखित सारणी की माध्यिका ज्ञात कीजिए :

वर्ग अन्तराल	0–10	10–20	20–30	30–40	40–50	50–60
आवृत्ति	4	6	10	7	3	2

अथवा

एक साधारण पासे को उछालने पर एक से बड़ा अंक प्राप्त करने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

19. एक ठोस शंकु की ऊँचाई 10 सेमी. है और व्यास 20 सेमी. है। इसे गलाकर 2 सेमी. व्यास वाले कितने गोले बनाए जा सकते हैं ?

अथवा

यदि एक बेलन का व्यास 14 सेमी. तथा ऊँचाई 10 सेमी. हो, तो बेलन का आयतन तथा वक्र पृष्ठ ज्ञात कीजिए।

20. मान ज्ञात कीजिए :

$$\frac{\cos\theta}{\operatorname{cosec}\theta+1} + \frac{\cos\theta}{\operatorname{cosec}\theta} = 2$$

अथवा

यदि $x = a\sec\theta$ और $y = b\tan\theta$ हो, तो सिद्ध कीजिए कि $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$.

21. उस बिन्दु के निर्देशांक ज्ञात कीजिए जो बिन्दुओं (2, 1) और (–3, –4) को मिलाने वाली रेखा को 2:3 के अनुपात में अन्तःविभाजित करता है।

अथवा

K के किस मान के लिए बिन्दु (1, 4), (K, –2) और (–3, 16) समरेख होंगे ?

21. यदि $x = 1\sec\theta$ और $y = b\tan\theta$ हो, तो सिद्ध कीजिए कि $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$.

अथवा

समीकरण हल कीजिए : $\frac{\cos\theta}{\operatorname{cosec}\theta+1} + \frac{\cos\theta}{\operatorname{cosec}\theta-1} = 2$

22. निलेश ने बैंक ऑफ इंडिया में रुपये 50,000 को 1 वर्ष के लिए 8% वार्षिक ब्याज की दर से सावधि जमा खाता खोला। यदि ब्याज छःमाही संयोजित किया जाता है, तो उसे अवधि की समाप्ति पर कितनी राशि प्राप्त होगी ?

अथवा

डॉ. राजेश की कुल वार्षिक आय (मकान किराया भत्ता छोड़कर) रुपये 1,78,000 है। यदि वह सामान्य भविष्य निधि में प्रतिमाह 2,500, समूह जीवन बीमा योजना में प्रतिमाह रुपये 180 तथा रुपये 5,000 अर्द्धवार्षिक जीवन बीमा प्रीमियम का भुगतान करता है, उस वित्तीय वर्ष में उसे कितना आयकर देना होगा ? आयकर गणना की सीमा–

(a) आयकर की दर :

(i) रुपये 1,10,000 तक – शून्य

(ii) रुपये 1,10,001 से रुपये 1,50,000 तक – 10%

(iii) रुपये 1,10,001 से रुपये 2,50,000 तक – 20%

(iv) रुपये 2,50,000 स ऊपर पर – 30%

(b) शिक्षा उपकर—आयकर की राशि पर 3% की दर से देय होगा।

23. गुणनखण्ड कीजिए :

$x(y^2+z^2) + y(z^2+x^2) + z(x^2+y^2) + 2xyz$

अथवा

यदि किसी समन्तर श्रेणी का 6वाँ पद $\frac{1}{4}$ तथा 4वाँ पद $\frac{1}{6}$ हो, तो श्रेणी का 24वाँ पद ज्ञात कीजिए।

24. निम्नलिखित सारणी का बहुलक ज्ञात कीजिए।

वर्ग	0–10	10–20	20–30	30–40	40–50	50–60	60–70
आवृत्ति	8	15	20	40	30	14	12

अथवा

निम्नलिखित सारणी का समान्तर माध्य ज्ञात कीजिए:

वर्ग	0–10	10–20	20–30	30–40	40–50
आवृत्ति	10	18	35	20	17

25. यदि PAB वृत्त की छेदक रेखा हो, जो वृत्त को A तथा B पर प्रतिच्छेद करती हो और PT एक स्पर्श रेखाखण्ड हो, तो सिद्ध कीजिए कि $PA.PB = (PT)^2$ s

अथवा

पाइथागोरस प्रमेय को लिखिए एवं सिद्ध कीजिए।

26. समीकरण हल कीजिए:

$$\frac{x+2}{x}-\frac{x}{x+2}=1\frac{1}{2}$$

अथवा

यदि $a : b = c : d$ हो, तो सिद्ध कीजिए कि

$$\frac{a^2-c^2}{b^2-d^2}=\frac{ac}{bd}$$

27. ΔABC के परिगत वृत्त की रचना कीजिए जहाँ $AB = 5.5$ सेमी., $BC = 7$ सेमी. तथा $\angle B = 70°$

अथवा

ΔABC की रचना कीजिए जहाँ $BC = 4$ सेमी., $\angle A = 55°$ तथा A से होकर जाने वाली शीर्षलंब 3.5 सेमी. हो।