अध्याय 15

राशियों की तुलना

15.1 अनुपात–समानुपात

भगत एवं प्रताप राजस्थान का नक्शा बनाने लगे भगत ने कहा बड़े नक्शे को कागज पर बनाने के लिए उचित आनुपातिक नाप (पैमाने) लेना तय करते हैं। उन्होंने 100 किमी = 1 सेमी लिया तथा सड़क मार्ग से उदयपुर से अजमेर की दूरी 2.25 सेमी से दर्शाया। तभी उनके सहपाठी केशव तथा कलाम वहाँ आए और उदयपुर से अजमेर की वास्तविक दूरी ज्ञात करने लगे।

केशव का तरीका

माना दूरी = D किमी तब

100: D: : 1 : 2.25

या $\frac{100}{D} = \frac{1}{2.25}$

100 x 2.25 = 1 x D

225 = D

वास्तविक दूरी = 225 किमी

कलाम का तरीका

1 सेमी दर्शाता है 100 किमी

2.25 सेमी दर्शाएगा

= 100 x 2.25

= 225 किमी

अतः वास्तविक दूरी

= 225 किमी

वास्तविक जीवन में समानुपातों के व्यापक उपयोग ऐकिक नियम, नक्शे का चित्रांकन, समानुपातिक चित्रांकन आदि में किया जाता है।

करो और सीखो

1. कक्षा VII की गणित की पुस्तक की वास्तविक लम्बाई एवं चौड़ाई में अनुपात ज्ञात कीजिए।
2. अपने शिक्षक से पूछकर राष्ट्रीय झण्डे की लम्बाई एवं चौड़ाई में अनुपात ज्ञात कीजिए।
3. अपने कक्षा कक्ष की लम्बाई एवं चौड़ाई को नाप कर अनुपात ज्ञात कीजिए।
4. स्वयं की ऊँचाई को नापिए तथा अपने दोनों हाथों को पूरा फैलाकर लम्बाई नापिए। अब दोनों राशियों के मध्य अनुपात ज्ञात कीजिए।

उदाहरण 1 6 किमी का 400 मीटर के साथ अनुपात ज्ञात कीजिए।

हल यहाँ दोनों राशियाँ दूरी को दर्शाती हैं तथा इन्हें एक ही इकाई में लिखते हैं।

6 किमी = 6 x 1000 मीटर

= 6000 मीटर

अतः अभीष्ट अनुपात 6 किमी : 400 मीटर

अर्थात् 6000 मीटर : 400 मीटर

या 15 : 1

उदाहरण 2 निम्नलिखित में x का मान ज्ञात कीजिए।

3 : 25 : : x : 15

हल

$\frac{3}{25} = \frac{x}{15}$ अनुपातिक रुप को भिन्न में लिखते हैं।

$x \times 25 = 3 \times 15$

$x = \frac{3 \times 15}{25}$ या $x = 1.8$ अतः x का मान 1.8 है।

उदाहरण 3 बालू किसान को पम्प सेट को 15 घण्टे चलाने में 25 लीटर डीजल की आवश्यकता होती है। यदि उसके पास 45 लीटर डीजल और है तो वह पम्प सेट को कितने घण्टे और चलाएगा?

हल उपलब्ध डीजल की मात्रा = 45 लीटर

25 लीटर डीजल से पम्प सेट चलता है = 15 घण्टे

1 लीटर डीजल से पम्प सेट चलेगा = $\frac{15}{25}$ घण्टे

45 लीटर डीजल से पम्प सेट चलेगा = $\frac{15}{25} \times 45$ घण्टे = 27 घण्टे

45 लीटर डीजल से पम्प सेट चलेगा = 27 घण्टे

प्रश्नावली 15.1

1. अनुपात ज्ञात कीजिए।
   (i) 60 पैसे का 3 रुपये से (ii) 340 सेमी का 4 मीटर से
2. सरलतम अनुपात में लिखिए।
   (i) 65 : 25 (ii) 72 : 64
3. निम्नलिखित अनुपातों के दो तुल्य अनुपात ज्ञात कीजिए।
   (i) 3 : 5 (ii) 7 : 11
4. एक दरी पट्टी की लम्बाई 7 मीटर एवं इसकी चौड़ाई 35 सेमी है तो निम्न अनुपात ज्ञात कीजिए।
   (i) चौड़ाई का लम्बाई से (ii) लम्बाई का चौड़ाई से
5. यदि 12 : x : : 14 : 21 हो तो x का मान ज्ञात कीजिए।
6. हलवा बनाने के लिए भीमा हलवाई 25 किग्रा दाल में 20 किग्रा शक्कर मिलाता है। जबकि भीखा हलवाई 12 किग्रा दाल में 15 किग्रा शक्कर मिलाता है। ज्ञात कीजिए :–
   (i) दोनों हलवाई प्रति किग्रा दाल में कितनी शक्कर मिलाते है ?
   (ii) किस हलवाई का बना हलवा ज्यादा मीठा होता है ?

7. 10.2 किमी लम्बी सड़क की सफाई करने में 34 मजदूर लगते हैं तो 7.5 किमी लम्बी सड़क की सफाई में कितने मजदूर लगेंगे ?
8. 7.5 मीटर ऊँचे खम्भे की परछाई 5 मीटर है तो उसके पास खड़े पेड़ की ऊँचाई ज्ञात कीजिए, यदि उसी समय पेड़ की परछाई 10 मी लम्बी हो।
9. रमेश अपनी मोटर साईकिल से 10 किमी की दूरी 15 मिनट में तय करता है। अगर चाल समान हो तो रमेश को 26 किमी की दूरी तय करने में कितना समय लगेगा ?
10. मध्यान्ह भोजन में 60 विद्यार्थियों के लिए 3 किग्रा दाल की आवश्यकता होती है। शनिवार को विद्यालय में मध्यान्ह भोजन के समय 46 विद्यार्थी उपस्थित थे तो उनके लिए कितनी दाल की मात्रा पर्याप्त होगी ?

15.2 प्रतिशत

पूजा तथा माधव अपना परीक्षा परिणाम लेकर खुशी–खुशी घर में प्रवेश करते हुए माँ से कहते हैं।

पूजा – माँ, देखो मैंने 1200 में से 960 अंक प्राप्त किए तथा कक्षा में प्रथम स्थान प्राप्त किया है।

माधव – माँ, मैंने 1300 में से 975 अंक प्राप्त कर कक्षा में प्रथम स्थान प्राप्त किया तथा पूजा से ज्यादा अंक प्राप्त किए अतः मैं ज्यादा होशियार हूँ।

पूजा – माँ यह कैसे हो सकता है ? माधव के विद्यालय में वार्षिक पूर्णांक भी तो ज्यादा है ?

सोचो क्या पूजा ठीक कह रही है ? क्या आप दोनों के विवाद का निपटारा कर सकते हैं? तभी पापा घर आते हैं दोनों पापा से फैसला कराने पहुँच जाते हैं।

पापा ने इस तरीके से समझाया –

पूजा के लिए $\frac{\text{प्राप्तांक}}{\text{पूर्णांक}} = \frac{960}{1200} = \frac{96}{120} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$

माधव के लिए $\frac{\text{प्राप्तांक}}{\text{पूर्णांक}} = \frac{975}{1300} = \frac{75}{100} = \frac{3}{4}$

पूजा	माधव
$\frac{4}{5} = \frac{16}{20}$	$\frac{3}{4} = \frac{15}{20}$
तुल्यानुपात से $\frac{16 \times 5}{20 \times 5}$	तुल्यानुपात से $\frac{15 \times 5}{20 \times 5}$
$= \frac{80}{100}$	$= \frac{75}{100}$

$$\frac{80}{100} > \frac{75}{100}$$

माँ ने दोनों को समझाया कि यदि आप दोनों के कुल पूर्णांक 100–100 होते तो पूजा को 100 में 80 तथा माधव को 100 में से 75 अंक मिलते। भिन्न को 100 के हर के आधार पर व्यक्त करना अर्थात् प्रत्येक 100 पर कितना प्रतिशत या प्रति सैंकड़ा कहलाता है। प्रतिशत को **'%'** से प्रदर्शित किया जाता है, जिसका अर्थ है सौवाँ। प्रतिशत वह भिन्न है जिसका हर 100 हो $(\% = \frac{1}{100})$ और इस भिन्न का अंश ही प्रतिशत की दर को व्यक्त करता है।

करो और सीखो

1. कक्षा के 25 विद्यार्थी अपनी खेल के बारे में रुचि बताते हैं।

कबड्डी में	–	4 विद्यार्थी
क्रिकेट में	–	11 विद्यार्थी
शतरंज में	–	6 विद्यार्थी
टेनिस में	–	3 विद्यार्थी
अन्य खेल में	–	1 विद्यार्थी

प्रत्येक खेल में रुचि के अनुसार विद्यार्थी संख्या को प्रतिशत में व्यक्त कीजिए।

2. जालोर पंचायत के चुनिंदा विद्यालयों में से कुल 250 विद्यार्थियों को दिए जा रहे मिड डे मील के मीनू की पसंद पर राय ली गई तो परिणाम निम्न प्रकार प्राप्त हुए –

मीनू	विद्यार्थी	प्रतिशत
सब्जी रोटी	80	-- %
दाल चावल	75	-- %
खिचड़ी	35	-- %
दाल रोटी	60	-- %

उपर्युक्त परिणामों से प्रत्येक प्रकार के पसन्द को प्रतिशत में व्यक्त कीजिए।

अब्दुल चाचा अपने दो पोतों के साथ प्रातः घूमने गए। रास्ते में देवा किसान के दो बेटे खेमा तथा पेमा मिले अब्दुल चाचा ने खेती का हाल चाल पूछा।

पेमा – मैंने अपने खेत के $\frac{3}{4}$ भाग में गेहूँ तथा शेष में सरसों बोई है।

खेमा – चाचा मैंने अपने खेत के $\frac{7}{10}$ भाग में गेहूँ तथा शेष भाग में सरसों बोई है।

अब्दुल चाचा खेती बाड़ी का हाल–चाल जानने के बाद घर लौट रहे हैं। अब्दुल चाचा का पोता करीम बोला ।

करीम – दादा खेमा ताऊ तथा पेमा ताऊ दोनों में से किसने ज्यादा भाग में गेहूँ बोया है ?

दोनों द्वारा बोए गए भाग की तुलना हम प्रतिशत से करते हैं।

इसके लिए $\frac{3}{4}$ तथा $\frac{7}{10}$ की ऐसी तुल्य भिन्न बनाते हैं, जिनका हर 100 हो।

किसी भिन्न का हर 100 हो तो अंश वाली संख्या उतने ही प्रतिशत कहलाती है।

पेमा ताऊ द्वारा बोया गया भाग $\frac{3}{4} \times \frac{25}{25} = \frac{75}{100} = 75 \times \frac{1}{100} = 75\%$

खेमा ताऊ द्वारा बोया गया भाग $\frac{7}{10} \times \frac{10}{10} = \frac{70}{100} = 70 \times \frac{1}{100} = 70\%$

अतः पेमा ताऊ द्वारा बोया गया भाग अधिक है।

दूसरा तरीका –

हम दी गई भिन्न को $\frac{100}{100}$ से सीधे गुणा कर भी प्रतिशत में व्यक्त कर सकते हैं।

$$\frac{3}{4} \times \frac{100}{100} = \frac{300}{4} \times \frac{1}{100} = 75 \times \frac{1}{100} = 75\%$$

$$\frac{7}{10} \times \frac{100}{100} = \frac{700}{10} \times \frac{1}{100} = 70 \times \frac{1}{100} = 70\%$$

15.2.1 प्रतिशत को दशमलव भिन्न में बदलना

इसके लिए % हटाकर $\frac{1}{100}$ का गुणा करते हैं।

जैसे – $25\% = 25 \times \frac{1}{100} = \frac{25}{100} = \frac{1}{4} = 0.25$

15.2.2 दशमलव भिन्न को प्रतिशत में बदलना

इसके लिए दशमलव भिन्न को 100% से गुणा करते हैं।

जैसे 0.6, 0.03, 0.75 को प्रतिशत में इस प्रकार बदलेंगें।

(1) 0.6 को 100% से गुणा किया तो $= 0.6 \times 100\%$

$= \frac{6}{10} \times 100\% = 60\%$

(2) 0.03 को 100% से गुणा करे तो $= 0.03 \times 100\%$

$= \frac{3}{100} \times 100\% = 3\%$

(3) 0.75 को 100% से गुणा करे तो $= 0.75 \times 100\%$

$= \frac{75}{100} \times 100\% = 75\%$

करो और सीखो

1. निम्न भिन्नों को प्रतिशत में बदलिए।
   (i) $\frac{5}{8}$ (ii) $\frac{5}{3}$
2. दशमलव भिन्न को प्रतिशत में बदलिए।
   (i) 0.5 (ii) 0.08 (iii) 0.225 (iv) 6.5
3. प्रतिशत को साधारण भिन्न एवं दशमलव भिन्न में बदलिए।
   (i) 36% (ii) $12\frac{1}{2}\%$ (iii) 3.6%

उदाहरण 4 भिन्न $\frac{3}{25}$ को प्रतिशत रुप में लिखिए।

हल दी गई संख्या $= \frac{3}{25} \times 100\%$

$=12\%$

उदाहरण 5 55 विद्यार्थियों की कक्षा में 44 छात्र है तो छात्रों का प्रतिशत क्या है ?

हल 55 विद्यार्थियों में 44 छात्र है

$$= \frac{44}{55} \times 100\%$$

अतः छात्रों का प्रतिशत = 80%

उदाहरण 6 निम्नलिखित दशमलव संख्याओं को प्रतिशत में बदलिए।

(i) 0.9 (ii) 0.015

हल

(i) $0.9 \times 100\%$

$= \frac{9}{10} \times 100\%$

$= 90\%$

(ii) $0.015 \times 100\%$

$= \frac{15}{1000} \times 100\%$

$= \frac{15}{10}\% = 1.5\%$

उदाहरण 7 कक्षा में 50 छात्राओं में 22% छात्राओं को रंगोली बनाना पसंद है। तो रंगोली बनाने वाली छात्राओं की संख्या ज्ञात कीजिए।

हल रंगोली बनाने वाली छात्राओं की संख्या = 50 का 22%

$= 50 \times \frac{22}{100} = 11$ छात्राएँ

उदाहरण 8 दिए गए प्रतिशत को साधारण दशमलव भिन्न में बदलिए।

(i) $33\frac{1}{3}\%$ (ii) 150%

हल

(i) $\frac{100}{3}\%$

$= \frac{100}{3} \times \frac{1}{100}$

$= \frac{1}{3}$

$= 0.33$

(ii) 150%

$= 150 \times \frac{1}{100}$

$= \frac{150}{100}$

$= \frac{3}{2} = 1.5$

प्रश्नावली 15.2

1. दी गई भिन्न संख्याओं को प्रतिशत में बदलिए।

   (i) $\frac{3}{4}$ (ii) $\frac{7}{9}$ (iii) $\frac{14}{15}$ (iv) $3\frac{1}{3}$

2. दी गई दशमलव भिन्नों को प्रतिशत में बदलिए।

   (i) 0.84 (ii) 1.25 (iii) 0.875 (iv) 0.001

3. दिए गए प्रतिशतों को साधारण भिन्न में बदलिए।

   (i) 52% (ii) 125% (iii) $6\frac{1}{4}\%$ (iv) $33\frac{1}{3}\%$

4. ज्ञात कीजिए।

   (i) 320 का 15% (ii) 875 का 35% (iii) 1250 ग्राम का 20% (iv) 32.5 मीटर का 16%

5. ज्ञात कीजिए।

   (i) किसका 42%, 63 है। (ii) किसका 70%, 35 है। (iii) किसका 13%, 1170 है।

6. दिए गए प्रतिशतों को दशमलव में बदलिए।
   (i) 7% (ii) $1\frac{2}{5}\%$ (iii) 0.03% (iv) 16.7%
7. एक विद्यालय में 500 विद्यार्थियों में 85% लड़कियाँ है। विद्यालय में लड़कों की संख्या ज्ञात कीजिए।
8. आकोला गाँव में हरित राजस्थान के तहत पेड़ लगाए गए जिसमें 10% पेड़ सूख गए। यदि अब यहाँ 1800 पेड़ बचे तो प्रारम्भ में कुल कितने पेड़ लगाए?
9. एक मतदान केन्द्र पर 950 मत डाले गए जिनमें से 57 मत पत्र खारिज किए गए। यदि मतदाता सूची में 1045 मतदाताओं के नाम अंकित थे तो मतदान कितने प्रतिशत हुआ ?
10. शहीद दिवस के उपलक्ष में सुभाष क्लब के 35 व्यक्तियों में से 28 व्यक्तियों ने रक्तदान किया।इसी प्रकार तिलक क्लब के 40 व्यक्तियों में से 38 व्यक्तियों ने रक्तदान किया तो ज्ञात कीजिए कि किस क्लब के व्यक्तियों ने अधिक प्रतिशत रक्तदान किया ?

15.3 प्रतिशत वृद्धि–प्रतिशत ह्रास

किसी कस्बे में रोहित ट्रेडर्स के यहाँ दो वर्षों में वस्तुओं के भाव इस प्रकार रहे।

भाव प्रति किग्रा / वस्तुएँ	1.4.2014 को	1.4.2015 को
चीनी	30	27
मूँगफली तेल	90	81
गेहूँ	13	15
परमल चावल	28	32

उपर्युक्त तालिका को ध्यान से देखकर वस्तुओं के भाव में हुए बदलाव पर चर्चा कीजिए। आप पाएँगे कि चीनी तथा मूँगफली तेल के भाव क्रमशः 3 रुपये तथा 9 रुपये घटे हुए है जबकि गेहूँ तथा परमल चावल के भाव में क्रमशः 2 रुपये तथा 4 रुपये की बढ़ोतरी हुई है। इन आँकड़ों से आपको लगेगा की मूँगफली के तेल में ज्यादा कमी हुई तथा परमल चावल के भाव में ज्यादा वृद्धि हुई है। इस प्रकार के परिवर्तन को यदि प्रतिशत में व्यक्त करे तो ज्यादा सटीक तरीके से परिवर्तन को दर्शा सकते हैं।

वस्तु	भाव में परिवर्तन		परिवर्तन	प्रतिशत में
	बाद का मान	पहले का मान		
चीनी	27	30	-3	- 10%
मूंगफली तेल	81	90	-9	- 10%
गेहूँ	15	13	2	$15\frac{5}{13}\%$
पमल चावल	32	28	4	$14\frac{2}{7}\%$

भाव में परिवर्तन प्रतिशत में $= \frac{\text{परिवर्तन}}{\text{पहले का मान}} \times 100$

चीनी के लिए – $\frac{-3}{30} \times 100 = -10\%$

मूंगफली तेल के लिए – $\frac{-9}{90} \times 100 = -10\%$

गेहूँ के लिए – $\frac{2}{13} \times 100 = 15\frac{5}{13}\%$

परमल चावल के लिए – $\frac{4}{28} \times 100 = 14\frac{2}{7}\%$

स्पष्ट है कि चीनी तथा मूँगफली तेल के भावों में ह्रास/घटाव प्रतिशत में समान है। इसी प्रकार गेहूँ के भाव में प्रतिशत वृद्धि परमल चावल से ज्यादा है।

करो और सीखो

1. किसी गाँव की जनसंख्या पिछले 10 वर्षों में 12000 से बढ़कर 15000 हो गई है। तो जनसंख्या बढ़ने का प्रतिशत कितना रहा ?
2. निम्नलिखित में वृद्धि अथवा ह्रासदर को प्रतिशत में व्यक्त कीजिए।
   (1) बिजली के प्रति युनिट का मूल्य 3.50 रुपये से बढ़कर 6 रुपये हो गया।
   (2) 100 लिफाफे का मूल्य 100 रुपये से घटकर 80 रुपये हो गया।

15.4 लाभ – हानि

सुमित्रा ने मंडी से तथा सावित्री ने दुकानदार से क्रमशः 20 रुपये तथा 25 रुपये के भाव से 20–20 किलो केले खरीदे तथा दोनों ने 22 रुपये के भाव से केले बेचे। बताइए, किसको लाभ तथा किसको हानि होगी।

सुमित्रा ने 20 रुपये प्रति किग्रा के भाव से 20 किलो केले 400 रुपये में खरीदे

अर्थात् सुमित्रा द्वारा खरीदे गए केलों का क्र.मू. = 20 x 20 = 400 रुपये

सावित्री द्वारा खरीदे गये केलों का मूल्य = 25 x 20 = 500 रुपये

दोनों ने 22 रुपये प्रति किग्रा के भाव से केले बेचे

अतः विक्रय मूल्य या बेचने का मूल्य = 22 x 20 = 440 रुपये

सुमित्रा ने कम मूल्य में खरीद कर ज्यादा में बेचा तो लाभ हुआ अर्थात् क्र.मू. < वि.मू. तो लाभ।

सावित्री ने ज्यादा मूल्य में खरीद कर कम में बेचा तो हानि अर्थात् क्र.मू. > वि.मू. तो हानि।

सुमित्रा ने इस सौदे में 440 – 400 = 40 रुपये कमाए

अर्थात् सुमित्रा का लाभ = वि.मू. –क्र.मू.

= 440 – 400 = 40 रुपये

तथा सावित्री को हानि = क्र.मू. – वि.मू.

= 500 – 440 = 60 रुपये

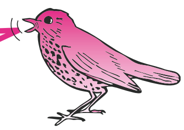
आओ इनके लाभ/हानि को प्रति सैंकड़ा अर्थात् प्रतिशतों में व्यक्त करके देखते हैं।

सुमित्रा ने 400 रुपये पर लाभ कमाया 40 रुपये

अतः 1 रुपये पर लाभ $= \frac{40}{400}$

या 100 रुपये पर लाभ $= \frac{40}{400} \times 100$

लाभ अथवा हानि प्रतिशत
सदैव क्रय मूल्य पर ही ज्ञात करते हैं।



अतः लाभ =10 %

अर्थात् **लाभ प्रतिशत** $= \frac{\text{लाभ}}{\text{क्र.मू.}} \times \mathbf{100}$

सावित्री को 500 रुपये पर हानि होती है 60 रुपये की

अतः 1 रुपये पर हानि $= \frac{60}{500}$

या 100 रुपये पर हानि $= \frac{60}{500} \times 100$ अतः हानि =12 %

अर्थात् **हानि प्रतिशत** $= \frac{\text{हानि}}{\text{क्र.मू.}} \times \mathbf{100}$

ग्राहक – टेबल एवं स्टूल सेट की कीमत कितनी है ?
छगन – बिल देखकर – 750 रुपये ।

ग्राहक के जाने के बाद दुकानदार कर्मा आता है। जब उसे इस बात का पता लगता है तो

कर्मा – अरे ! तुमने यह माल घाटे में बेचा है।
छगन – नहीं पापा यह कैसे हो सकता है ? मैंने बिल देखा था एक सेट का मूल्य 700 रुपये था।

कर्मा–देखो, मैं यह सामान खरीदने गया तब ऐसे 10 सेट लाने में 200 रुपये आने जाने का बस व टैक्सी किराया, 100 रुपये माल ढुलाई की हमाली तथा 250 रुपये ट्रक भाड़ा के देने पड़े थे।

छगन – हाँ, पापा इसका मतलब 200+100+250 = 550 रुपये इस पर अपना खर्चा भी लगा

कर्मा – तभी तो कह रहा हूँ इस सामान का मूल्य हमारे लिए –

700 रुपये के भाव से 10 सेट के = 7000 रुपये

तथा अन्य ऊपरी व्यय = 550 रुपये

तो कुल क्रय मूल्य = क्र.मू. + ऊपरी व्यय

= 7000 + 550 रुपये

= 7550 रुपये

छगन – यानी एक सेट का कुल मूल्य 755 रुपये जबकि मैंने 750 रुपये में सेट बेचा तो 5 रुपये का घाटा होगा।

कर्मा – यदि एक सैट पर 50 रुपये लाभ कमाना चाहे तो कितने में बेचेंगे ?

छगन – कुल क्र.मू. 755 रुपये + लाभ 50 रुपये = 805 रुपये विक्रय मूल्य होना था।

अतः किसी वस्तु का वि. मू. निर्धारित करने के लिए सबसे पहले क्र.मू. में अतिरिक्त खर्च जैसे किराया, माल ढुलाई, हमाली आदि जोड़कर कुल क्र.मू. ज्ञात किया जाता है।

करो और सीखो

1. महावीर ने 5 बोरी शक्कर 16000 रुपये में खरीदी। उसने 200 रुपये टैक्सी किराया, 120 रुपये हमाली, 200 रुपये ट्रक भाड़ा के चुकाए। वह शक्कर किस भाव से बेचे कि उसे प्रति किलोग्राम 3 रुपये का लाभ हो जाए ?
2. मनोज ने एक पुरानी कार 1.50,000 रुपये में खरीदी। इस पर 60,000 रु ईंजन पर खर्च किए तथा 15,000 रुपये के नये टायर ट्यूब लगवाए। मनोज ने अब यह कार 2,10,000 रुपये में जीतेन्द्र को बेच दी। इस व्यापार में मनोज को हुए लाभ/हानि की गणना कीजिए।

उदाहरण 9 प्रेम ने एक सिलाई मशीन 4800 रुपये में खरीद कर 5400 रुपये में बेच दी तो प्रेम का लाभ प्रतिशत ज्ञात कीजिए।

हल सिलाई मशीन का क्रय मूल्य = 4800 रुपये

सिलाई मशीन का वि.मू. = 5400 रुपये

लाभ = 5400 – 4800 रुपये

= 600 रुपये

$$\text{लाभ प्रतिशत} = \frac{\text{लाभ}}{\text{क्र.मू.}} \times 100$$

$$\text{प्रेम का लाभ प्रतिशत} = \frac{600}{4800} \times 100 = \frac{25}{2}$$

$$\text{अतः लाभ} = \frac{25}{2}\% \quad = 12\frac{1}{2}\%$$

उदहारण 10 रहीम ने एक मकान 1,40,000 रुपये में खरीदा। मकान के रजिस्ट्रेशन दलाली आदि पर 14,000 रुपये, नल लगवाने के 7,000 रुपये बिजली ठीक करवाने के 1700 रुपये एवं अन्य मरम्मत में 8300 रुपये खर्च हुए। अब यदि वह मकान को 2,03,490 रुपये में बेच देता है तो उसका लाभ प्रतिशत ज्ञात कीजिए।

हल रहीम ने मकान खरीदा = 1,40,000 रुपये
मकान के रजिस्ट्रेशन = 14,000 रुपये
नल लगवाने के = 7000 रुपये
बिजली ठीक करवाने के = 1700 रुपये
अन्य मरम्मत = 8300 रुपये
कुल ऊपरी व्यय = 14000+7000+1700+8300 = 31,000 रुपये
मकान का वास्तविक क्र. मू. = 140000 + 31000 = 171000 रुपये
मकान का विक्रय मूल्य = 2,03,490 रुपये
लाभ = विक्रय मूल्य – क्रय मूल्य
= 203490 - 171000 रुपये
= 32,490 रुपये

लाभ प्रतिशत $= \frac{\text{लाभ}}{\text{क्र.मू.}} \times 100$

लाभ प्रतिशत $= \frac{32490}{171000} \times 100 = \frac{3249}{171} = 19\%$

अतः लाभ प्रतिशत = 19%

उदाहरण 11 एक फुटबॉल क्लब ने इस वर्ष 12 मैचों में जीत प्राप्त की जबकि पिछले वर्ष 15 मैचों में जीती थी। पिछले वर्ष की तुलना में जीत में कितने प्रतिशत वृद्धि या कमी हुई ?

हल
जीत की संख्या में कमी = 15 - 12 = 3

प्रतिशत कमी $= \frac{\text{कमी}}{\text{आधार वर्ष में जीत}} \times 100$

$= \frac{3}{15} \times 100$

= 20 % जीत में 20 % की कमी हुई।

प्रश्नावली 15.3

1. किशोर ने एक कुर्सी 450 रुपये में खरीद कर उसे 500 रुपये में बेच दी किशोर का लाभ प्रतिशत ज्ञात कीजिए।
2. क्रय–विक्रय के निम्न सौदों में हानि या लाभ ज्ञात कीजिए। प्रत्येक दशा में प्रतिशत हानि या प्रतिशत लाभ ज्ञात कीजिए।
   (i) एक साईकिल 3500 रुपये में खरीदी गई तथा 3000 रुपये में बेची गई।
   (ii) एक वाशिंग मशीन 15000 रुपये में खरीद गई तथा 15500 रुपये में बेची गई।
   (iiii) एक खिलौना कार 450 रुपये में खरीद कर 540 रुपये में बेची गई।

(iv) अरविंद ने एक टी. वी. 12000 रुपये में खरीद कर 15 प्रतिशत लाभ पर बेच दिया तो अरविंद को टी. वी. बेचने पर कितना धन प्राप्त हुआ ?

3. एक नगर की जनसंख्या 25000 से बढ़कर 26500 हो जाती है तो जनसंख्या में प्रतिशत वृद्धि ज्ञात कीजिए।

4. एक व्यापारी ने 50 किलो ग्राम धान 2000रुपये में खरीदा। उसे साफ करने में 400 रुपये का खर्चा हुआ। बाजार में धान की अधिक आवक होने से दाम कम हो गया। वह उसे 41 रुपये प्रति किग्रा के भाव से बेचता है, तो उसका प्रतिशत लाभ या हानि ज्ञात कीजिए।

5. श्रवण मिस्त्री ने एक पुराना स्कूटर 5500 रुपये में खरीदा उसे अपने कारखाने में लाने में 150 रुपये किराया भाड़ा दिया तथा 550 रुपये का नया सामान डाला। यदि वह इस पर 15प्रतिशत लाभ कमाना चाहता है तो वह स्कूटर कितने में बेचेगा ?

15.5 सरल ब्याज

अशोक अपना मकान बनाने हेतु किसी संस्था से 50,000 रूपये उधार लेता है। यह उधार ली गई राशि **मूलधन** कहलाती है। वह 1 वर्ष पश्चात् 55,000 रूपये संस्था को चुकाता है।

अशोक ने 50,000 रूपये पर अतिरिक्त 5000 रूपये चुकाए। यह अतिरिक्त राशि **ब्याज** कहलाती है।

यह ब्याज राशि निम्न बातों पर निर्भर करती है –

1. उधार ली गई राशि (मूलधन)
2. समय (जिस अवधि के लिए राशि उधार ली गई)
3. दर (प्रति सैकड़ा पर दी गई अतिरिक्त धन राशि) जो कि प्रतिमाह/प्रतिवर्ष आदि पर निर्धारित होती है)

निर्धारित अवधि के बाद मूलधन तथा ब्याज दोनों को मिलाकर जो राशि चुकाई जाती है, उसे **मिश्रधन** कहते हैं।

अर्थात् **मिश्रधन = मूलधन + ब्याज**

करो और सीखो

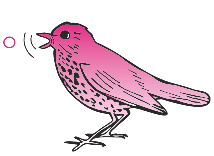
1. अशोक एक वर्ष बाद संस्था को धन नहीं लौटा पाता तो 2 वर्ष बाद उसे कितना ब्याज चुकाना पड़ता ?

....

2. ब्याज सहित कुल कितना धन लौटाना पड़ता ?

....

मूलधन, समय तथा ब्याज की दर बढ़ाने से सरल ब्याज का मान बढ़ेगा तथा कम होने पर ब्याज कम होगा।

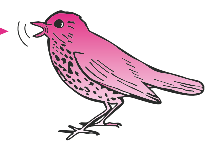


सरल ब्याज को निम्न सूत्र द्वारा ज्ञात किया जा सकता है।

सरल ब्याज = मूलधन x समय x दर प्रति सैंकड़ा

$$\text{सरल ब्याज} = \text{मूलधन} \times \text{समय} \times \frac{\text{दर}}{100}$$

मूल, वर अरु काल का कंचन गुणा कराय।
एक सौ से भाग दिए ब्याज तुरन्त बतलाय।।
(यह श्लोक सरल ब्याज की गणना हेतु भारतीय गणितज्ञ कंचन द्वारा दिया गया था।)



उदाहरण 12 अशोक ने राष्ट्रीयकृत बैंक से 20,000 रुपये 10% सरल ब्याज की दर से 3 वर्ष के लिए धन उधार लिया तो उसे कितने रुपये ब्याज के देने पड़ेंगे एवं कुल कितना धन वापस लौटाना पड़ेगा ?

हल उधार लिया गया धन (मूलधन) = 20,000 रुपये

ब्याज दर = 10%

समय = 3 वर्ष

100 रुपये का 1 वर्ष का ब्याज = 10 रुपये

तो 1 रुपये का 1 वर्ष का ब्याज $= \frac{10}{100}$ रुपये

तो 20,000 रुपये का 1 वर्ष का ब्याज $= \frac{10}{100} \times 20{,}000$

तो 20,000 रुपये का 3 वर्ष का ब्याज $= \frac{10}{100} \times 20{,}000 \times 3$

सरल ब्याज $= \frac{10}{100} \times 20{,}000 \times 3$

= 6,000 रुपये

ब्याज सहित लौटाया गया धन

मिश्रधन = लिया गया धन या मूलधन + ब्याज

मिश्रधन = मूलधन + ब्याज

= [20000 + 6000] रुपये

= 26,000 रुपये

उदाहरण 13 छोगा 8,000 रुपये का ऋण 12 प्रतिशत वार्षिक दर से सरल ब्याज पर लेता है। ज्ञात कीजिए कि एक वर्ष बाद उसे कुल कितना धन वापस करना होगा ?

हल

उधार में ली गई राशि = 8000 रुपये

ब्याज की दर = 12 प्रतिशत प्रति वर्ष

यदि 100 रुपये उधार लेता है तो एक वर्ष का ब्याज = 12 रुपये

यदि 1 रुपये उधार लेता है तब एक वर्ष का ब्याज = $\frac{12}{100}$

यदि 8000 रुपये उधार लेता है तो 1 वर्ष का ब्याज = $\frac{12}{100} \times 8000$

= 960 रुपये

अर्थात् एक वर्ष बाद उसे ब्याज मिलाकर मिश्रधन = मूलधन + ब्याज

= 8000 + 960

= 8960 रुपये

अथवा सरल ब्याज = $\frac{\text{मूलधन} \times \text{समय} \times \text{दर}}{100}$

= $\frac{8000 \times 1 \times 12}{100}$

= 960 रुपये

मिश्रधन = मूलधन + ब्याज

= 8000 + 960 = 8960 रुपये

उदाहरण 14 यदि किसी धन का 10% की दर से 3 वर्ष में साधारण ब्याज 450 रुपये हो तो मूलधन ज्ञात कीजिए।

हल दिया हुआ है दर = 10% ,समय = 3 वर्ष, ब्याज = 450 रुपये, मूलधन = ?

सरल ब्याज = $\frac{\text{मूलधन} \times \text{समय} \times \text{दर}}{100}$

$450 = \frac{\text{मूलधन} \times 3 \times 10}{100}$

$450 = \frac{\text{मूलधन} \times 3}{10}$

मूलधन × 3 = 450 × 10

मूलधन = $\frac{450 \times 10}{3}$

मूलधन = 1500 रुपये

प्रश्नावली 15.4

1. लालजी ने एक गाय खरीदने के लिए बैंक से 1500 रूपये ऋण लिया और 1 वर्ष बाद 120 रूपये ब्याज सहित ऋण चुका दिया। बताइए लालजी ने कितने रूपये चुकाए ?

2. रानी सिलाई मशीन खरीदने हेतु महिला कॉपरेटिव बैंक से 4000 रुपये का ऋण 12% वार्षिक ब्याज की दर से लेती है। ज्ञात कीजिए कि 1 वर्ष में रानी को कितना धन वापस करना होगा।

3. 3500 रुपये 8 प्रतिशत वार्षिक सरल ब्याज की दर से उधार दिए गए हैं। दो वर्ष बाद कितना ब्याज तथा मिश्रधन देय होगा ?

4. 4500 रुपये पर 2 वर्ष पश्चात् किस दर से 360 रुपये साधारण ब्याज देय होगा ?

5. रविन्द्र ने 8% वार्षिक दर से 1 वर्ष पश्चात् 320 रुपये ब्याज के रुप में दिए। उसने कितना धन उधार लिया था ?

हमने सीखा

1. अपने दैनिक जीवन मे हमें प्राप्त दो राशियों के बीच तुलना करनी पड़ती है ये राशियाँ ऊँचाई, भार, दूरी, प्राप्तांक आदि हो सकती हैं।
2. तुलना करने की एक विधि प्रतिशत भी है। भिन्न जिनके हर 100 होते हैं उनके अंश प्रतिशत प्रकट करते हैं। प्रतिशत का अर्थ होता है प्रत्येक सौ पर।
3. भिन्नों को प्रतिशत में बदला जा सकता है तथा प्रतिशत भिन्नों में।
4. प्रतिशत का हमारे दैनिक जीवन में व्यापक उपयोग है।
   (i) जब हमें किसी राशि का भाग ज्ञात हो, हम वह सम्पूर्ण राशि ज्ञात कर सकते हैं।
   (ii) यदि हमें किसी राशि के भागों में अनुपात दिया हो तब हम उन्हें प्रतिशत में भी व्यक्त कर सकते हैं।
   (iii) किसी राशि का घटना या बढ़ना भी प्रतिशत में दर्शाया जा सकता है।
   (iv) किसी वस्तु के लिए क्रय विक्रय में हुए लाभ या हानि को प्रतिशत में दर्शाया जा सकता है।
   (v) उधार दिए गए धन पर ब्याज परिकलन के लिए उसकी दर प्रतिशत में ही दी जाती है।