वैदिक गणित

Exercise 1.1

सूत्र एकाधिकेन पूर्वेण द्वारा योग कीजिए।

प्रश्न 1.

9	8	7	6	5
6	3	2	1	7
8	9	5	2	2
6	0	5	4	3

हल:

	9	8	7	6	5
$\dot{0}$	$\dot{6}$	3	2	$\dot{1}$	7
$\dot{0}$	$\dot{8}$	$\dot{9}$	$\dot{5}$	2	2
$\dot{0}$	6	$\dot{0}$	5	4	3
3	1	2	0	4	7

संकेत

(i) प्रथम स्तम्भ में: 5 + 7 = 12

अतः 7 के पूर्व अंक 1 पर एकाधिक,

(ii) 12 के इकाई अंक = 2 + 2 = 4

(iii) 4 + 3 = 7, अत: इकाई अंक 7 नीचे लिखा जाएगा।

(iv) अन्य स्तम्भों का योग भी इसी प्रकार करते हैं।

प्रश्न 2.

8	9	7	8	9
9	7	6	8	6
7	6	9	7	8
8	6	7	9	8

हल

$$
\begin{array}{cccccc}
 & 8 & 9 & 7 & 8 & 9 \\
\dot{0} & \dot{9} & \dot{7} & \dot{6} & \dot{8} & 6 \\
\dot{0} & \dot{7} & \dot{6} & \dot{9} & \dot{7} & 8 \\
\dot{0} & \dot{8} & \dot{6} & \dot{7} & \dot{9} & 8 \\
\hline
3 & 5 & 1 & 2 & 5 & 1 \\
\hline
\end{array}
$$

संकेत
(i) प्रथम स्तम्भ में, 9 + 6 = 15
अतः 6 के पूर्व अंक 8 पर एकाधिक,
(ii) 15 के इकाई अंक = 5 + 8 = 13
अतः 8 के पूर्व अंक 7 पर एकाधिक,
(iii) 13 के इकाई अंक = 3 + 8 = 11,
अतः 8 के पूर्व अंक 9 पर एकाधिक, अब 11 के इकाई अंक 1 को नीचे लिखा जाएगा।
(iv) अन्य स्तम्भों का योग भी इसी प्रकार करते हैं।

प्रश्न 3.

किग्रा	ग्राम
178	45
246	725
569	188
45	894

हल

$$
\begin{array}{cccc|ccc}
 & \text{किग्रा} & & & & \text{ग्राम} & \\
 & 1 & 7 & 8 & & 4 & 5 \\
 & \dot{2} & \dot{4} & 6 & 7 & \dot{2} & 5 \\
 & 5 & \dot{6} & 9 & \dot{1} & 8 & 8 \\
\dot{0} & \dot{0} & 4 & \dot{5} & \dot{8} & \dot{9} & 4 \\
\hline
1 & 0 & 3 & 9 & 8 & 5 & 2 \\
\hline
\end{array}
$$

संकेत
(i) प्रथम स्तम्भ में, 5 + 5 = 10
अतः 5 के पूर्व अंक 2 पर एकाधिक,
(ii) 10 के इकाई अंक = 0 + 8 = 8

(iii) 8 + 4 = 12; अत: 4 के पूर्व अंक 9 पर एकाधिक,
(iv) 12 के इकाई अंक 2 को नीचे लिखते हैं।
(v) अन्य स्तम्भों का योग भी इसी प्रकार करते हैं।
अतः 1039 किग्रा 852 ग्राम

प्रश्न 4.

किमी	मी	सेमी
25	510	36
47	85	52
18	123	75
53	805	28

हल

किमी	मी	सेमी
25	510	36
47	085	52
18	123	75
053	805	28
144	524	91

संकेत
(i) प्रथम स्तम्भ में, 6 + 2 = 8
(ii) 8 + 5 = 13; अत: 5 के 1893 में पूर्व अंक 7 पर एकाधिक,
(iii) 13 के इकाई अंक = 3 + 8 = 11
अतः 8 के पूर्व अंक 2 पर एकाधिक,
(iv) 11 के इकाई अंक 1 को नीचे लिखते हैं।
(v) अन्य स्तम्भों का योग भी इसी प्रकार करते हैं।
अतः 144 किमी 524 मी 91 सेमी

वैदिक विधि से व्यवकलन कीजिए।

प्रश्न 5.

$$\begin{array}{r} 7\ 4\ 6 \\ -3\ 8\ 9 \\ \hline \\ \hline \end{array}$$

हल

$$\begin{array}{r} 7\ 4\ 6 \\ -\dot{3}\ \dot{8}\ 9 \\ \hline 3\ 5\ 7 \\ \hline \end{array}$$

संकेत

प्रथम स्तम्भ में, 6 में से 9 नहीं घट सकता, अत: 9 के परम मित्र 1 को 6 के साथ जोड़कर 7 नीचे लिखा गया तथा 9 के पूर्व अंक 8 पर एकाधिक चिह्न लगाते हैं। अन्य स्तम्भों में भी इसी क्रिया को दोहराइए।

प्रश्न 6.

$$\begin{array}{r} 4\ 0\ 3\ 2 \\ -3\ 5\ 4\ 3 \\ \hline \\ \hline \end{array}$$

हल

$$\begin{array}{r} 4\ 0\ 3\ 2 \\ -\dot{3}\ \dot{5}\ \dot{4}\ 3 \\ \hline 0\ 4\ 8\ 9 \\ \hline \end{array}$$

संकेत-

प्रथम स्तम्भ में, 2 में से 3 नहीं घट सकता, अतः 3 के परम मित्र 7 के 2 के साथ जोड़कर नीचे 9 लिखते हैं और 3 के पूर्व अंक पर एकाधिक लगाते हैं। अन्य स्तम्भों का व्यवकलन भी इसी प्रकार प्राप्त करते हैं।

प्रश्न 7.

$$\begin{array}{r} 6\ 0\ 0\ 7 \\ -1\ 8\ 5\ 2 \\ \hline \\ \hline \end{array}$$

हल

$$\begin{array}{r} 6\ 0\ 0\ 7 \\ -\dot{1}\ \dot{8}\ 5\ 2 \\ \hline 4\ 1\ 5\ 5 \\ \hline \end{array}$$

संकेत

प्रथम स्तम्भ में, 7 – 2 = 5; दूसरे स्तम्भ में, 0 में से 5 नहीं घट सकता, अत: 5 के परम मित्र 5 को शून्य (0) में जोड़कर नीचे लिखते हैं व 5 के पूर्व अंक 8 पर एकाधिक चिह्न लगाते हैं। अन्य स्तम्भों का व्यवकलन भी इसी प्रकार प्राप्त करते हैं।

प्रश्न 8.

$$\begin{array}{r} 8\ 3\ 1\ 7 \\ -6\ 4\ 5\ 4 \\ \hline \\ \hline \end{array}$$

हल

$$\begin{array}{r} \dot{8}\ \dot{3}\ 1\ 7 \\ -6\ 4\ 5\ 4 \\ \hline 1\ 8\ 6\ 3 \\ \hline \end{array}$$

संकेत

(i) प्रथम स्तम्भ में, 7 – 4 = 3

(ii) दूसरे स्तम्भ में, 1 में से 5 नहीं घट सकता, अत: 5 के परम मित्र 5 को 1 में जोड़ेगे तथा 5 के पूर्व अंक 4 पर एकाधिक चिह्न लगाएँगे। अन्य स्तम्भों का व्यवकलन भी इसी प्रकार प्राप्त करते हैं।

सूत्र एकाधिकेन पूर्वेण द्वारा गुणा कीजिए।

प्रश्न 9. 42 x 48

हल: 42×48 (आधार =10)

= 4 x 5/2 x 8 = 20/16 = 2016

संकेत

(i) चरम अंकों का योग = 10

(ii) शेष निखिलम् अंक परस्पर समान = 4

(iii) दक्षिण पक्ष में दो अंक = 16

प्रश्न 10. 103 x 107

हल: 103 x 107 (आधार = 100)

103 व 102 के पूरक क्रमशः 03 व 07 हैं।

$$\begin{array}{l} 103 \quad 03 \\ 107 \quad 07 \\ \hline 110 / 21 \\ \hline = 11021 \end{array}$$

संकेत

पूरक संख्याओं को सामने लिखते हैं। 03 व 07 का गुणनफल ज्ञात करते हैं जो कि 21 है।

तिर्यक योग 107 + 3 = 110 है।

अतः परिणामों का दायाँ भाग 21 तथा बायाँ भाग 110 है।
अतः 103 x 107 = 11021

प्रश्न 11. 294 x 206

हल: 294 x 206 (आधार = 100)
= 2 x 3/94 x 06 = 6/0564 = 60564

संकेत
(i) अन्तिम अंकों का योग = 94 + 06 = 100
(ii) शेष निखिलम् अंक परस्पर समान = 2
(iii) दक्षिण पक्ष में चार अंक = 0564

प्रश्न 12. 413 x 487

हल: 413 x 487 (आधार = 100)
= 4 x 5/13 x 87 = 20/1131 = 201131

संकेत
(i) अन्तिम अंकों का योग = 13 + 87 = 100
(ii) शेष निखिलम् अंक परस्पर समान = 4
(iii) दक्षिण पक्ष में चार अंक = 1131

सूत्र न्यूनेन पूर्वेण द्वारा गुणा कीजिए।

प्रश्न 13. 54 x 99

हल: 54 x 99 = 54 – 1/99 – 53 = 53/46 = 5346

प्रश्न 14. 214 x 999

हल: 214 x 999 = 214 – 1/999 – 213 = 213/786 = 213786

प्रश्न 15. 47 x 999

हल: 47 x 999 = 047 x 999 = (047 – 1)/999 – 046 =046/953 = 46953

प्रश्न 16. 342 x 99999

हल: 342 x 99999 = 00342 x 99999 = 00342 – 1/99999 – 00341 = 341/99658 = 34199658

प्रश्न 17. 73 x 9

हल: 73 x 9 = 73 – 1/9 – 72 = 72/9 – 72 = 729 – 72 = 657

प्रश्न 18. 487 x 99

हल: 467 x 99 = 467 – 1/99 – 466 = 466/99 – 466 = 46699 – 466 = 46233

वैदिक विधि से गुणा कीजिए।

प्रश्न 19. $15^{\frac{5}{7}}$ x $15^{\frac{2}{7}}$

हल:

$$15\frac{5}{7}\times 15\frac{2}{7} \qquad (\text{योग} = 1)$$
$$= 15\times 16 \Big/ \frac{5}{7}\times\frac{2}{7} = 240 \Big/ \frac{10}{49} = 240\frac{10}{49}$$

प्रश्न 20. $24^{\frac{10}{13}}$ x $24^{\frac{3}{13}}$

हल:

$$24\frac{10}{13}\times 24\frac{3}{13} = (24\times 25)\Big/\frac{10}{13}\times\frac{3}{13}$$
$$= 600\Big/\frac{30}{169} = 600\frac{30}{169}$$

प्रश्न 21. 4.5 x 4.5

हल : 4.5 x 4.5 = 4 x 5/.5 x .5 = 20/.25 = 20.25

प्रश्न 22. 9.85 x 9.15

हल: 9.85 x 9.15 =9 x 10/.85 x.15 = 90/.1275 = 90.1275

Exercise 1.2

विनकुलम संख्या में बदलिए।

प्रश्न 1. 89

हल:

$$\begin{aligned} & 89 \\ &= 089 \\ &= \dot{0}\,\bar{1}\,\bar{1} \\ &= 1\,\bar{1}\,\bar{1} \end{aligned}$$

प्रश्न 2. 878

हल:

$$\begin{aligned} & 878 \\ &= 0878 \\ &= \dot{0}\,\bar{1}\,\bar{2}\,\bar{2} \\ &= 1\,\bar{1}\,\bar{2}\,\bar{2} \end{aligned}$$

प्रश्न 3. 9687

हल:

$$\begin{aligned} & 9687 \\ &= 09687 \\ &= \dot{0}\,0\,\bar{3}\,\bar{1}\,\bar{3} \\ &= 1\,0\,\bar{3}\,\bar{1}\,\bar{3} \end{aligned}$$

प्रश्न 4. 6578

हल:

$$\begin{aligned} &6578 \\ &= 06578 \\ &= \dot{0}\,\bar{3}\,\bar{4}\,\bar{2}\,\bar{2} \\ &= 1\,\bar{3}\,\bar{4}\,\bar{2}\,\bar{2} \end{aligned}$$

सामान्य संख्या में बदलिए।

प्रश्न 5. $3\bar{2}1$

हल:

$$\begin{aligned} &3\,\bar{2}\,1 \\ &= \underset{\bullet}{3}\,7\,9 \\ &= 2\,7\,9 \end{aligned}$$

प्रश्न 6. $2\bar{4}\bar{3}\bar{2}$

हल:

$$\begin{aligned} &2\,\bar{4}\,\bar{3}\,\bar{2} \\ &= \underset{\bullet}{2}\,5\,6\,8 \\ &= 1\,5\,6\,8 \end{aligned}$$

प्रश्न 7. $4\bar{3}0\bar{2}$

हल:

$$\begin{aligned} &4\,\bar{3}\,0\,\bar{2} \\ &= \underset{\bullet}{4}\,6\,9\,8 \\ &= 3\,6\,9\,8 \end{aligned}$$

प्रश्न 8. $450\bar{4}\bar{9}$

हल:

$45 0 \bar{4} \bar{9}$

$= \dot{5} 4951$

$= 44951$

सूत्र निखिलम् द्वारा गुणा कीजिए।

प्रश्न 9. 102 x 107

हल:

102×107 **संकेत—** (i) आधार = 100

$= 102 \; +02$ (ii) विचलन = +02, +07

$\;\; 107 \; +07$ (iii) प्रथम खण्ड = 102 + 07 = 109

$= 109 \times 1/14$ (iv) द्वितीय खण्ड = 02 × 07 = 14

$= 109/14 = 10914$

प्रश्न 10. 94 x 92

हल:

94×92 **संकेत—**(i) आधार = 100

$= 94 \; -06$ (ii) विचलन = −6, −8

$\;\; 92 \; -08$ (iii) द्वितीय खण्ड

$= 92 - 06/(-06)(-08)$ = (−6) × (−8)

$= 86/48 = 8648$ (iv) प्रथम खण्ड

= 92 − 6 या 94 − 8

प्रश्न 11. 72 x 73

हल:

72×73
$= 72 \quad +2$
$\quad 73 \quad +3$
$= 75 \times 7/6$
$= 525/6$
$= 5256$

संकेत—(i) आधार = 10,
उपाधार = 10 × 7 = 70,
आधार अंक = 7
(ii) उपाधार से विचलन
= + 2, + 3
(iii) बायें पक्ष में उपाधार
अंक 7 की गुणा

प्रश्न 12. 203 x 204

हल:

203×204
$= 203 \quad +3$
$\quad 204 \quad +4$
$= 207 \times 2/12$
$= 414/12$
$= 41412$

संकेत—(i) आधार = 100,
उपाधार = 100 × 2 = 200,
आधार अंक = 2
(ii) उपाधार से विचलन
= + 3, + 4
(iii) बायें पक्ष में उपाधार
अंक 2 की गुणा।

प्रश्न 13. 11 x 12 x 13

हल:

$11 \times 12 \times 13$,

संख्या	विचलन
11	+ 01
12	+ 02
13	+ 03

संकेत—(i) आधार = 10
(ii) विचलन = + 1, + 2, + 3
(iii) तृतीय खण्ड = 1 × 2 × 3
(iv) मध्य खण्ड
= 1 × 2 + 2 × 3 + 3 × 1

$11 \times 12 \times 13$
$= 11 + 2 + 3 / 2 + 6 + 3 / 1 \times 2 \times 3$
$= 16/11/6 = 16/(1)1/6 = 1716$

संकेत—(v) प्रथम खण्ड = 11 + 2 + 3 या
12 + 1 + 3 या 13 + 1 + 2

प्रश्न 14. 97 x 98 x 99

हल:

$97 \times 98 \times 99$

संख्या	विचलन
97	– 03
98	– 02
99	– 01

संकेत—(i) आधार = 100

(ii) विचलन = – 3, – 2, – 1

(iii) तृतीय खण्ड

$= (-3) \times (-2) \times (-1)$

$97 \times 98 \times 99 = 97 - 2 - 1 / 6 + 2 + 3 / -6$

$= 94 / 11 / -6 = 94 / 10 / 100 - 6$

$= 94 / 10 / 94 = 941094$

संकेत—(iv) मध्य खण्ड

$= (-3) \times (-2) + (-2) \times (-1) + (-1) \times (-3)$

(v) प्रथम खण्ड $= 97 - 2 - 1$ या $98 - 3 - 1$

या $99 - 3 - 2$

प्रश्न 15. 102 x 103 x 104

हल:

$102 \times 103 \times 104$

संख्या	विचलन
102	+ 2
103	+ 3
104	+ 4

$102 \times 103 \times 104$

$= 102 + 3 + 4 / 6$

$+ 12 + 8 / 24$

$= 109 / 26 / 24$

$= 1092624$

संकेत—

(i) आधार = 10

(ii) विचलन = + 2, + 3, + 4

(iii) तृतीय खण्ड $= 2 \times 3 \times 4$

(iv) मध्य खण्ड

$= 2 \times 3 + 3 \times 4 + 4 \times 2$

(v) प्रथम खण्ड $= 102 + 3 + 4$

या $103 + 2 + 4$ या

$104 + 2 + 3$

प्रश्न 16. 99 x 101 x 103

हल:

$99 \times 101 \times 103$ **संकेत**—(i) आधार $= 10$

संख्या विचलन (ii) विचलन $= -1, 1, 3$

99 -1 (iii) तृतीय खण्ड

101 $+1$ $= (-1) \times 1 \times 3$

103 $+3$ (iv) मध्य खण्ड

$99 \times 101 \times 103$ $= (-1) \times 1 + 1 \times 3 + 3 \times (-1)$

$= 99 + 1 + 3 / -1 + 3 - 3 / -3$

$= 103 / -1 / -3 = 102 / 100 - 1 / -3$

$= 102 / 99 / -3 = 102 / 98 / 100 - 3$

$= 102 / 98 / 97 = 1029897$

संकेत—(v) प्रथम खण्ड $= 99 + 1 + 3$

या $100 - 1 + 3$ या $103 - 1 + 1$

निम्न का वर्ग ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 17. 103

हल: $(103)^2 = 103 + 03/(03)^2 = 106/09 = 10609$

प्रश्न 18. 95

हल: $(95)^2 = 95 - 05/(-05)^2 = 90/25 = 9025$

प्रश्न 19. 204

हल: $(204)^2 = 2(204+04)/(04)^2 = 2(208)/16 = 416/16 = 41616$

प्रश्न 20. 225

हल: $(225)^2 = 2(225 + 25)/(25)^2 = 2/250/625 = 500/625 = 500/{}_{6}25 = 506/25 = 50625$

निम्न का घनफल ज्ञात कीजिए:

प्रश्न 21. 15

हल:

$(15)^3$, आधार $= 10$, विचलन $= +5$

$= 15 + 2 \times 5 / 3 \times (5)^2 / (5)^3$

$= 15 + 10 / 75 / 125 = 25 / 75 / 125$

$= 25 / 75 / {}_{12}5 = 25 / {}_{8}7 / 5 = 33 / 7 / 5 = 3375$

प्रश्न 22. 91

हल:

$(91)^3$, आधार $= 100$, विचलन $= -9$

$= 91 + 2\,(-9) / 3\,(-9)^2 / (-9)^3$

$= 91 - 18 / 243 / -729 = 73 / 243 / -729$

$= 73 / {}_{2}43 / -729 = 75 / 43 / -729$

$= 75 / 33 / 1000 - 729 = 75 / 33 / 271$

$= 75 / 33 / {}_{2}71 = 75 / 35 / 71 = 753571$

प्रश्न 23. 32

हल:

$(32)^3$, आधार $= 10$, आधार अंक $= 3$,
विचलन $= +2$

$= 3^2\,(32 + 2 \times 2) / 3 \times 3 \times (2)^2 / (2)^3 = 9\,(36) / 36 / 8$

$= 324 / 36 / 8 = 324 / {}_{3}6 / 8 = 327 / 6 / 8 = 32768$

प्रश्न 24. 208

हल:

$(208)^3$, आधार $= 100$, उपाधार अंक $= 2$,
विचलन $= +8$

$= 2^2\,(208 + 2 \times 8) / 2 \times 3 \times (8)^2 / (8)^3$

$= 4\,(224) / 6 \times 64 / 64 \times 8 = 896 / {}_{3}84 / {}_{5}12$

$= 899 / 89 / 12 = 8998912$

निखिलम् विधि से भाग दीजिए:

प्रश्न 25. 1245 ÷ 97

हल

$1245 \div 97$ आधार $= 100$

खण्ड		
प्रथम	मध्य	तृतीय
97	12	4 5
03		3 6
	12	8 1

संकेत—(i) भागफल = 12 तथा शेषफल = 81
(ii) शेषफल < भाजक
अत: संशोधन आवश्यक नहीं है।

प्रश्न 26. 311 ÷ 8

हल:

$311 \div 8$, आधार $= 10$

खण्ड		
प्रथम	मध्य	तृतीय
8	3 1	1
2	6	1 4
	3 7	1 5
	+ 1	− 8
	3 8	7

संकेत—(i) भागफल = 37, शेषफल = 15
(ii) शेषफल > भाजक
अत: संशोधन आवश्यक है।
संशोधित भागफल = 38, संशोधित शेषफल = 7

प्रश्न 27. 1013 ÷ 88

हल:

$1013 \div 88$, आधार $= 100$

खण्ड		
प्रथम	मध्य	तृतीय
8 8	1 0	1 3
1 2	1	2
		1 2
	1 1	4 5

संकेत—(i) भागफल = 11 तथा शेषफल = 45
(ii) शेषफल < भाजक
अत: संशोधन आवश्यक नहीं है।

Exercise 1.3

सूत्र-ऊर्ध्व तिर्यग्भ्याम् द्वारा गुणा कीजिए।

प्रश्न 1. 486 x 26

हल

486×26 कुल समूह $= 5$

$$\begin{array}{r} 4\ 8\ 6 \\ \times\ 0\ 2\ 6 \\ \hline \end{array}$$

$= 0 \times 4 / 4 \times 2 + 0 \times 8 / 4 \times 6 + 8 \times 2 + 6 \times 0 / 8 \times 6 + 6 \times 2 / 6 \times 6$

$= 0/8 + 0/24 + 16 + 0/48 + 12/36$

$= 0/8 + 0/40/60/36 = 8/{}_{4}0/{}_{6}0/{}_{3}6$

$= 12/6/3/6 = 12/63/6 = 12636$

प्रश्न 2. 403 x 218

हल

403×218

$$\begin{array}{r} 4\ 0\ 3 \\ \times 2\ 1\ 8 \\ \hline \end{array}$$

$= 8/0 + 4/6 + 0 + 32/3 + 0/24$

$= 8/4/\textcircled{3}8/3/\textcircled{2}4 = 8/7/8/5/4 = 87854$

प्रश्न 3. 906 x 246

हल

906×246

$$\begin{array}{r} 9\ 0\ 6 \\ \times 2\ 4\ 6 \\ \hline \end{array}$$

$= 18/0 + 36/12 + 0 + 54/24 + 0/36$

$= 18/36/66/\textcircled{2}4/\textcircled{3}6 = 18/36/\textcircled{6}8/7/6$

$= 18/42/8/7/6 = 18/\textcircled{4}2/2/8/7/6$

$= 22/2/8/7/6 = 222876$

प्रश्न 4. 744 x 314

हल

744×314

$$\begin{array}{r} 7\ 4\ 4 \\ \times 3\ 1\ 4 \\ \hline \end{array}$$

$= 21/12 + 7/12 + 4 + 28/4 + 16/16$

$= 21/19/44/_2 0/_1 6 = 21/19/_4 6/16$

$= 21/_2 3/6/16 = 23/3/6/16 = 233616$

द्वन्द्व योग विधि द्वारा वर्ग ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 5. 44

हल

44^2; 44 के अंक समूह तीन समूह—4, 44, 4,
इन अंक समूहों के द्वन्द्व योग $= 2 \times 4 \times 4 = 32$

$44^2 = 4^2/2 \times 4 \times 4/4^2$

$= 16/_3 2/_1 6 = 19/2/_1 6 = 19/3/6 = 1936$

प्रश्न 6. 368

हल

368^2; 368 के अंक समूह के पाँच समूह—3, 36, 368, 68, 8, इन अंक समूहों के द्वन्द्व योग पाँच खण्डों में लिखने पर

$368^2 = 3^2/2 \times 3 \times 6/3 \times 8 \times 2 + 6^2/6 \times 8 \times 2/8^2$

$= 9/_3 6/_8 4/_9 6/_6 4 = 9/_3 6/_8 4/_9 6/_6 4$

$= 12/_1 4/_1 3/_1 2/4 = 13/5/4/2/4 = 135424$

प्रश्न 7. 1234

हल

1234^2; 1234 के अंक समूह के सात समूह—1, 12, 123, 1234, 234, 34, 4

इन अंक समूहों के द्वन्द्व योग सात खण्डों में लिखने पर

$$1234^2 = 1^2/1\times2\times2/1\times3\times2+2^2/1\times4\times2$$
$$+2\times3\times2/2\times4\times2+3^2/2\times3\times4/4^2$$
$$=1/4/10/20/25/24/16$$
$$=1/4/_1 0/_2 0/_2 5/_2 4/_1 6$$
$$=1/5/2/2/7/5/6=1522756$$

प्रश्न 8. 2781

हल

2781^2; 2781 के अंक समूह के सात समूह—2, 27, 278, 2781, 781, 81 व 1

इन अंक समूहों के द्वन्द्व योग सात खण्डों में लिखने पर

$$(2781)^2 = 2^2/2\times7\times2/2\times8\times2+7^2/2\times1\times2$$
$$+7\times8\times2/7\times1\times2+8^2/2\times8\times1/1^2$$
$$=4/28/81/116/78/16/1$$
$$=4/_2 8/_8 1/_{11} 6/_7 8/_1 6/1 = 6/_1 6/_1 2/_1 3/9/6/1$$
$$=7/7/3/3/9/6/1=7733961$$

द्वन्द्व योग से वर्गमूल ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 9. 23409

हल:

23409 का वर्गमूल–

1	2 3 4 0 9
+1	1
2 5	1 3 4
+5	1 2 5
3 0 3	9 0 9
+3	9 0 9
	×

संकेत-
(1) $1^2 < 2 < 2^2$, अत: पहली भागफल संख्या 1 होगी।
(2) 34 नीचे लिखते हैं।
(3) संख्या 134 के लिए ऐसा भाज्य चुनते हैं जिसका दहाई का अंक 2 हो और इकाई का अंक व भागफल संख्या समान हो।
(4) संख्या 134 के लिए भाज्य 25 लेने पर शेषफल 9 बचता है।
(5) अब 09 लिखते हैं तब संख्या 909 होती हैं।
(6) 25 + 5 = 30, अतः 3 लगाने पर भाज्य 303 हो जाता है।
(7) अत: भागफल 3 होता है, शेषफल = 0 अतः वर्गमूल 153 है।

प्रश्न 10. 189225

हल

189225 का वर्गमूल–

	1 8	9 2 2 5
8		2 5 3 2
	4	3 5

संकेत-

1. संख्या में तीन जोड़े हैं। अत: वर्गमूल में 3 अंक होंगे।
2. प्रथम वर्गमूल अंक 18 से कम 16 का 4 होगा।
3. 4 को हमने भागफल स्तम्भ के नीचे लिखा।
4. अब शेषफल 18 -16 = 2 को हमने 9 से पहले। लिखा।
5. नया भाज्य बना 29, संशोधित भाज्य भी = 29
6. भाजक = 2 x प्रथम वर्गमूल अंक = 2 x 4 = 8
7. अब 29 ÷ 8 = भागफल अंक = 3 लिखा नीचे 4 के आगे। शेषफल = 5 इसको लिखा 2 से पूर्व में नया भाज्य = 52, संशोधित भाज्य = $52 – 3^2$ = 43
8. अब 43 ÷ 8 = भागफल अंक = 5 जिसको लिखा 3 के आगे शेषफल = 3 लिखा। 2 व 2 के मध्य में नया भाज्य = 32, शेषफल = 32 – 2 x 3 x 5 = 2 जिसको लिखा 5 से पूर्व।

9. अब नया भाज्य = 25
   अन्तिम शेषफल = 25 – 5^2 = 0
   अत: वर्गमूल = 435

प्रश्न 11. 389376

हल

389376 का वर्गमूल

	3 8	9 3 7 6
1 2		2 5 1 1
	6	2 4 0 0

संकेत-

1. संख्या में तीन जोड़े हैं। अत: वर्गमूल में 3 अंक होंगे।
2. प्रथम वर्गमूल अंक 38 से कम 36 का 6 होगा।
3. 6 को हमने भागफल स्तम्भ के नीचे लिखा।
4. अब शेषफल = 38 – 36 = 2 को हमने 9 से पहले लिखा।
5. नया भाज्य बना 29, संशोधित भाज्य भी = 29
6. भाजक = 2 x प्रथम वर्गमूल अंक = 2 x 6 = 12
7. अब 29 ÷ 12 = भागफल अंक = 2 लिखो नीचे 6 के आगे। शेषफल = 5 इसको लिखा 3 से पूर्व में नया भाज्य = 53, संशोधित भाज्य = 53 – 2^2 = 49
8. अब 49 ÷ 12 = भागफल अंक = 4 जिसको लिखा 2 के आगे शेषफल = 1 लिखा। 3 व 7 के मध्य में नया भाज्य = 17, शेषफल = 17 – 2 x 4 x 2 = 1 जिसको लिखा 6 से पूर्व।
9. अब नया भाज्य = 16
   अन्तिम शेषफल = 16 – 4^2 = 0 (10)
   अत: वर्गमूल = 624

प्रश्न 12. 1156

हल

1156 का वर्गमूल

	1 1	5 6
6		2 1
	3	4

संकेत-

1. संख्या में दो जोड़े हैं। अत: वर्गमूल में 2 अंक होंगे।

2. प्रथम वर्गमूल अंक 11 से कम 9 का 3 होगा।
3. 3 को हमने भागफलं स्तम्भ के नीचे लिखा।
4. अब शेषफल = 11 – 9 = 2 को हमने 5 से पहले लिखा।
5. नया भाज्य बना 25, संशोधित भाज्य भी = 25
6. भाजक = 2 x प्रथम वर्गमूल अंक = 2 x 3 = 6
7. अब 25 ÷ 6 = भागफल अंक = 4 लिखा नीचे 3 के आगे।
   शेषफल = 1 इसको लिखा 6 से पूर्व में नया भाज्य = 16, संशोधित भाज्य = 16 – 4^2 = 0
8. अन्तिम शेषफल = 0, अतः वर्गमूल = 34

ध्वजांक विधि से भाग कीजिए।

प्रश्न 13. 4532 ÷ 112

हल

4532 ÷ 112

2	4 5 3	2
1 1	1 5	
	4 0	

संकेत-

1. भाजक = 112, मुख्यांक = 11, ध्वजांक = 1
2. तृतीय खण्ड में भाज्य का एक अंक = 2
3. 45 ÷ 11, भागफल प्रथम अंक = 4, शेषफल = 1
4. नया भाज्य = 13, संशोधित भाज्य = 13 – 2 x 4 = 13 – 8 = 5
5. 5 ÷ 11, भागफल द्वितीय अंक = 0, शेषफल = 5
   अतः भागफल = 40, शेषफल = 52

प्रश्न 14. 1234 ÷ 42

हल

1234 ÷ 42

2	1 2 3	4
4	4	3
	2 9	1 6

संकेत-

1. भाजक = 42, मुख्यांक = 4, ध्वजांक = 2
2. तृतीय खण्ड में भाज्य का एक अंक = 4 रखने पर,

3. 124, भागफल प्रथम अंक = 2 शेषफल = 4
4. नया भाज्य = 43, संशोधित भाज्य = 43 – भागफल प्रथम अंक x ध्वजांक = 43 – 2 x 2 = 39
5. 39 ÷ 4, भागफल द्वितीय अंक = 9, शेषफल = 3
6. नया भाज्य = 34. संशोधित भाज्य = 34 – भागफल द्वितीय अंक x ध्वजांक = 34 – 9 x 2 = 16
7. अतः भागफल = 29, शेषफल = 16

प्रश्न 15. 98765 ÷ 87

हल

98765 ÷ 87

7	9 8 7 6	5
8	1 3 6	5
	1 1 3 5	55 – 35 = 20

संकेत-

1. भागफल = 87, मुख्यांक = 8, ध्वजांक = 7
2. तृतीय खण्ड में भाज्य का एक अंक = 5 रखने पर,
3. 98, भागफल = 1, शेषफल = 1
4. नया भाज्य = 18, संशोधित भाज्य = 18 – भागफल प्रथम अंक x ध्वजांक = 18 – 1 x 7 = 11
5. 11 ÷ 8, भागफल द्वितीय अंक = 1, शेषफल = 3
6. नया भाज्य = 37, संशोधित भाज्य = 37 – भागफल द्वितीय अंक x ध्वजांक = 37 – 1 x 7 = 30
7. 30 ÷ 8, भागफल = 3, शेषफल = 6
8. नया भाज्य = 66, संशोधित भाज्य = 66 – भागफल तृतीय अंक x ध्वजांक = 66 – 3 x 7 = 45
9. 45 ÷ 8, भागफल = 5, शेषफल = 5
10. नया भाज्य = 55, संशोधित भाज्ये = 55 – भागफल चतुर्थ अंक x ध्वजांक = 55 – 5 x 7 = 20
11. अत: भागफल = 1135, शेषफल = 20

प्रश्न 16. 2101532 ÷ 879

हल

2101532 ÷ 879

9	2 1 0 1 5 3	2
87	36 82 15	72
	2 3 9 0	722

संकेत-

1. भाजक = 879, मुख्यांक = 87 ध्वजांक = 9
2. तृतीय खण्ड में भाज्य का एक अंक = 2 रखने पर,
3. 210 ÷ 87, भागफल प्रथम अंक = 2, शेषफल = 36
4. नया भाज्य = 361, संशोधित भाज्य = 361 – भाज्य = 361 – भागफल प्रथम अंक x ध्वजांक = 361 – 2 x 9 = 343
5. 343 ÷ 87, 3 भागफल, शेषफल = 82,
6. नया भाज्य 825, संशोधित भाज्य = 825 – 3 x 9 = 798
7. 798 ÷ 87, भागफल 9, शेषफल = 15
8. नया भाज्य = 153, संशोधित भाज्य = 153 – 9 x 9 = 72
9. 72 ÷ 87, शून्य भागफल, शेषफल 72,
10. अतः भागफल = 2390, शेषफल = 722

सूत्र परावर्त्य आधारित विधि से भाग दीजिए।

प्रश्न 17. 1154 ÷ 103

हल

1154 ÷ 103

	प्रथम खण्ड	मध्य खण्ड		तृतीय खण्ड	
भाजक	1 0 3	1	1	5	4
विचलन	0 3	↓	0	– 3	
परावर्तित अंक	0, – 3			0	– 3
		1	1	2	1

संकेत-

1. गुणनफल 1 x 0, – 3 = 0, -3 को मध्य खण्ड व तृतीय खण्ड में 1 वे 5 के नीचे लिखा।
2. 1 + 0 = 1, योग के स्थान पर नीचे लिखा।
3. गुणनफल 1 x 0, – 3 = 0, – 3
   0 और -3 को -3 व 4 के नीचे लिखा व योग किया 5 – 3 + 0 = 2, 4 – 3 = 1
   अतः भागफल = 11 व शेषफल = 21

प्रश्न 18. 1358 ÷ 113

हल

1358 ÷ 113

	प्रथम खण्ड	मध्य खण्ड	तृतीय खण्ड
भाजक	1 1 3	1 3	5 8
विचलन	1 3	↓ −1	−3
परावर्तित अंक	−1 −3		−2 −6
		1 2	0 2

संकेत-

1. गुणनफल 1 x -1 – 3 = – 1 – 3 को 3 व 5 के नीचे लिखा।
2. 3 – 1 = 2, तो 2 x -1, -3 = -2, -6 को -3 व 8 के नीचे लिखा।
3. योग करने पर, 5 – 3 – 2 = 0, 8 – 6 = 2
   अतः भागफल = 12 व शेषफल = 02

प्रश्न 19. 1432 ÷ 88

हल

1432 ÷ 88

	प्रथम खण्ड	मध्य खण्ड	तृतीय खण्ड
भाजक	8 8	1 4	3 2
विचलन	−1 2	↓ 1	2
परावर्तित अंक	1 2		5 10
		1 5	10 /12

$= 15 /_{1}12 = 16/24$

संकेत-

1. गुणनफल 1 x 12 = 12, 4 व 3 के नीचे लिखा।
2. 5 x 1, 5 x 2 = 5, 10 को 2 व 2 के नीचे लिखा।
3. योग करने पर, 3 + 2 + 5 = 10, 2 + 10 = 12
   संशोधन करने पर, भागफल = 16, शेषफल = 24

प्रश्न 20. 14885 ÷ 123

हल

14885 ÷ 123

	प्रथम खण्ड	मध्य खण्ड	तृतीय खण्ड
भाजक	1 2 3	1 4 8	8 5
विचलन	2 3	−2 −3	−6
परावर्तित अंक	−2 −3	↓ −4	−2 −3
		1 2 1	0 2

संकेत-

1. गुणनफल 1 x -2, -3 = -2, -3 को 4 व 8 के नीचे लिखा।
2. गुणनफल 2 x- 2, -3 = -4, -6 को -3 व 8 के नीचे लिखा।
3. गुणनफल 1 x -2, -3 = -2, -3 को -6 व 5 के नीचे लिखा।
4. योग करने पर, 8 – 6 – 2 = 0, 5 – 3 = 2.
   अत: भागफल = 121 व शेषफल = 02

Additional Questions

बहुविकल्पीय प्रश्न

प्रश्न 1. 3596 + 2123 + 5472 = ?
(A) 11911
(B) 19111
(C) 11119
(D) 11191

उत्तर: (D) 11191

प्रश्न 2. 15368 + 8153 = ?
(A) 23521
(B) 25321
(C) 23251
(D) इनमें से कोई नहीं।

उत्तर: (A) 23521

प्रश्न 3. 6158 – 543 – 111 = ?
(A) 5504
(B) 5608
(C) 5710
(D) 5816

उत्तर: (A) 5504

प्रश्न 4. 995 – 618 + 84 = ?
(A) 461
(B) 471
(C) 481
(D) 491

उत्तर: (A) 461

प्रश्न 5. 495 x 38 – 1885 = ?
(A) 16695
(B) 16745
(C) 16885
(D) 16925

उत्तर: (D) 16925

प्रश्न 6. 995 व 997 का गुणनफल है-
(A) 99015
(B) 992015
(C) 99215
(D) इनमें से कोई नहीं

उत्तर: (B) 5

प्रश्न 7. 24743 ÷ 62 में शेषफल है-
(A) 7
(B) 5
(C) 2
(D) 3

उत्तर: (B) 5

प्रश्न 8. 105694 ÷ 103 भागफल है-
(A) 101
(B) 103
(C) 106
(D) 102

उत्तर: (D) 102

प्रश्न 9. $(205)^2$ =?
(A) 42025
(B) 42045
(C) 42035
(D) 42015

उत्तर: (A) 42025

प्रश्न 10. $(2704)^{1/2}$ = ?
(A) 1532
(B) 676
(C) 52
(D) 338

उत्तर: (C) 52

प्रश्न 11. 1152 ÷ 36 + 9 =?
(A) 749
(B) 7231
(C) 738
(D) 761

उत्तर: (D) 761

अतिलघूत्तीय/लघूत्तरीय प्रश्नोत्तर

प्रश्न 1. शून्यान्त संख्या विधि से योग कीजिए-

$$\begin{array}{r} 8\ 3\ 7\ 8\ 7\ 3 \\ 6\ 5\ 8\ 4\ 7\ 0 \\ 7\ 4\ 6\ 8\ 5\ 4 \\ 9\ 8\ 3\ 2\ 8\ 9 \\ 4\ 9\ 3\ 0\ 7\ 5 \\ +\ 5\ 6\ 5\ 4\ 0\ 1 \\ \hline \\ \hline \end{array}$$

हल

$$\begin{array}{r} 8\ 3\ 7\ 8\ 7\ 3 \\ \dot{0}\ \dot{6}\ \dot{5}\ \dot{8}\ \dot{4}\ 7\ 0 \\ \dot{0}\ \dot{7}\ \dot{4}\ \dot{6}\ 8\ 5\ 4 \\ \dot{0}\ \dot{9}\ 8\ 3\ \dot{2}\ \dot{8}\ 9 \\ \dot{4}\ 9\ 3\ \dot{0}\ \dot{7}\ 5 \\ +\ \dot{0}\ 5\ \dot{6}\ 5\ 4\ 0\ 1 \\ \hline 4\ 2\ 8\ 4\ 9\ 6\ 2 \\ \hline \end{array}$$

प्रश्न 2. वैदिक विधि से व्यवकलन कीजिए-

$$\begin{array}{r} 9\ 8\ 3\ 5\ 6 \\ -\ 7\ 0\ 4\ 6\ 7 \\ \hline \\ \hline \end{array}$$

हल

$$\begin{array}{r} 9\ 8\ 3\ 5\ 6 \\ -\ 7\ \dot{0}\ \dot{4}\ \dot{6}\ \dot{7} \\ \hline 2\ 7\ 8\ 8\ 9 \\ \hline \end{array}$$

गुणा कीजिए-

प्रश्न 3. $31\frac{1}{6} \times 31\frac{5}{6}$ (सूत्र एकाधिकेन पूर्वेण द्वारा)

हल

$$31\frac{1}{6}\times 31\frac{5}{6} = 31\times 32/\frac{1}{6}\times\frac{5}{6} = 992/\frac{5}{36} = 992\frac{5}{36}$$

प्रश्न 4. 54 x 56 (सूत्र निखिलम् द्वारा)

हल

$$54\times 56 = 54 \quad +4$$
$$\times 56 \quad +6$$
$$= 5\,(54+6)/(4\times 6) = 5\times 60/_2 4$$
$$= 300/_2 4 = 3024$$

प्रश्न 5. 46 x 99 (सूत्र एकन्यूनेन पूर्वेण द्वारा)

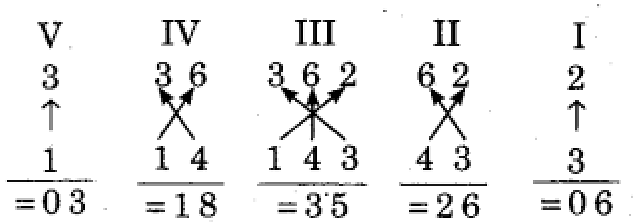
हल: 46 x 99
वाम पक्ष = 46 – 1 = 45
दक्षिण पक्ष = 99 – 45 = 54
46 x 99 = 46 – 1/99 – 45 = 4554

प्रश्न 6. 362 x 143 (सूत्र ऊर्ध्वतिर्यक द्वारा)

हल:

5 समह बनेंगे

	3 6 2
	×1 4 3
	3 8 5 6 6
	0 1 3 2 0
	0 5 1 7 6 6



भाग दीजिए-

प्रश्न 7. 111034 ÷ 889 (सूत्र निखिलम् द्वारा)

हल:

889	111	034
111	11	1
	2	22
		444
	124	798

भाजक = 889
संशोधित भाजक = आधार – भाजक = 1000 – 889 = 111
भागफल = 124; शेषफल = 798

प्रश्न 8. 58764 ÷ 59 (सूत्र ध्वजांक द्वारा)

हल

9	5 8 7 6	4	
5	13 11	5	
	9 9 6	54 – 54 = 0	अन्तिम शेषफल

1. भाजक = 59, मुख्यांक = 5, ध्वजांक = 9
2. तृतीय खण्ड में भाज्य का एक अंक = 4 रखने पर
3. 585 = 11, भागफल = 11, शेषफल = 3
4. संशोधित भाज्ये = 37 – 11 x 9 = 37 – 99
   क्योंकि संशोधित भाज्य ऋणात्मक आता है।
   अतः भागफल प्रथम अंक 11 न लेकर 9 लेना सुविधाजनक है। इसी कारण क्रिया पद (ii) और (iv) निरस्त करने योग्य हैं।
5. पुनः 585, भागफल प्रथम अंक = 9, शेषफल = 13
6. नया भाज्य = 137, संशोधित भाज्य = 137 – 9 x 9 = 56
7. 56 ÷ 5, भागफल द्वितीय अंक = 9, शेषफल = 11
8. नया भाज्य = 116, संशोधित भाज्य = 116 – 9 x 9 = 35
9. 35 ÷ 5, भागफल द्वितीय अंक = 6, शेषफल = 5
10. नया भाज्य = 54, संशोधित भाज्य अथवा अन्तिम शेषफल = 54 – 6 x 9 = 54 – 54 = 0
    अतः भागफल = 996, शेषफले = 0.

सूत्र-एकाधिकेन पूर्वेण द्वारा वर्ग ज्ञात कीजिए-

प्रश्न 9. 45

हल: 452 = 4 x 5/5 x 5 = 20/25 = 2025

प्रश्न 10. 85

हल: 85 = 8 x 9/5 x 5 = 72/25 = 7225

प्रश्न 11. 115

हल: 1152 = 11 x 12/5 x 5 = 132/25 = 13225

सूत्र-द्वन्द्व योग द्वारा वर्ग ज्ञात कीजिए-

प्रश्न 12. 453

हल: 453 अंक समूह के पाँच 4, 45, 453, 53 तथा 3 इन अंक समूहों के द्वन्द्व योग पाँच खण्डों में लिखने पर,

$$453^2 = 4^2 / 4\times5\times2 / 4\times3\times2 + 5^2 / 5\times3\times2 / 3^2$$
$$= 16 /_4 0 /_4 9 /_3 0 / 9 = 205209$$

प्रश्न 13. 4312

हल: 4312 के अंक समूह के सात 4, 43, 431, 4312, 312, 12 और 2 इन अंक समूहों के द्वन्द्व योग सात खण्डों में लिखने पर

$$4312^2 = 4^2 / 4\times3\times2 / 4\times1\times2 + 3^2 / 4\times2\times2$$
$$+ 3\times1\times2 / 3\times2\times2 + 1^2 / 1\times2\times2 / 2^2$$
$$= 16 /_2 4 /_1 7 /_2 2 /_1 3 / 4 / 4 = 18593344$$

सूत्र-निखिलम् द्वारा घनफल ज्ञात कीजिए-

प्रश्न 14. 27

हल: यहाँ आधार = 10, उपाधार = 10 x 2,
उपाधार अंक = 2, विचलन = +7
घनफल = (उपाधार अंक) (संख्या + 2 x विचलन)/उपाधार अंक x 3 x (विचलन)^2 / (विचलन)^3

$$27^3 = 2^2\,(27 + 2 \times 7)/2 \times 3 \times 7^2/7^3$$
$$= 4 \times 41/294/343 = 164\,/_{29}\,4\,/_{34}\,3 = 19683$$

प्रश्न 15. 395

हल: यहाँ आधार = 100, उपाधार अंक = 4, विचलन = -05,
घनफल = (उपाधार अंक)2 (संख्या + 2 x विचलन) / उपाधार अंक x 3 x (विचलन)^2 / (विचलन)^3

$$\therefore 395^3 = 4^2 \times (395 + 2 \times (-05)/4 \times 3 \times (-05)^2/(-05)^3$$
$$= 16 \times (385)/12 \times 25/-125$$
$$= 6160/300/\bar{1}\,\bar{2}\,\bar{5} = 6160/299/\bar{2}\,\bar{5}$$
$$= 6160/298/75 = 6160/_{2}98/75 = 61629875$$

वैदिक विधि द्वारा वर्गमूल ज्ञात कीजिए-

प्रश्न 16. 2116

हल:

		46 = भागफल
	4	2116
	+ 4	16
संशोधित भाजक	8 6	516
	+ 6	516
		×

अत: 216 का वर्गमूल = 46

प्रश्न 17. 1522756

हल:

		1234 = भागफल
	1	1522756
	+ 1	1
संशोधित भाजक	2 2	52
	+ 2	44
संशोधित भाजक	243	827
	+ 3	729
संशोधित भाजक	2464	9856
	+ 4	9856
		×

अत: 1522756 का वर्गमूल = 1234