

ਕੁਝ ਲੋਕ ਸਵੇਰੇ ਬਿਸਤਰ ਤੇ ਪਏ ਰਹਿਣਾ ਪਸੰਦ ਕਰਦੇ ਹਨ। ਇਹੀ ਆਦਤ ਸਤਾਰਵੀਂ ਸ਼ਤਾਬਦੀ ਦੇ ਮਹਾਨ ਫਰਾਂਸੀਸੀ ਹਿਸਾਬਦਾਨ ਰੇਨੇ ਦਕਾਰਤੇ ਦੀ ਸੀ। ਪਰ ਉਹ ਆਲਸੀ ਵਿਅਕਤੀ ਨਹੀਂ ਸੀ, ਉਹ ਸਮਝਦਾ ਸੀ ਕਿ ਬਿਸਤਰ 'ਤੇ ਪਏ ਹੋਏ ਜ਼ਿਆਦਾ ਚਿੰਤਨ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਇੱਕ ਦਿਨ ਜਦੋਂ ਉਹ ਆਪਣੇ ਬਿਸਤਰ 'ਤੇ ਆਰਾਮ ਕਰ ਰਿਹਾ ਸੀ ਤਾਂ ਉਸਨੇ ਇੱਕ ਸਮਤਲ 'ਤੇ ਇੱਕ ਬਿੰਦੂ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਦਾ ਨਿਰਧਾਰਣ ਕਰਨ ਨਾਲ ਸੰਬੰਧਿਤ ਸਮੱਸਿਆ ਦਾ ਹੱਲ ਲੱਭ ਲਿਆ। ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਤੁਸੀਂ ਦੇਖੋਗੇ ਕਿ ਉਸਦੀ ਵਿਧੀ ਅਕਸ਼ਾਂਸ਼ ਅਤੇ ਰੇਖਾਂਸ਼ ਦੀ ਪੁਰਾਣੀ ਵਿਚਾਰਧਾਰਾ ਦਾ ਹੀ ਇੱਕ ਵਿਕਸਿਤ ਰੂਪ ਸੀ। ਇੱਕ ਸਮਤਲ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਬਿੰਦੂ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਦਾ ਨਿਰਧਾਰਣ ਕਰਨ ਵਿੱਚ ਜ਼ਰੂਰੀ ਪ੍ਰਣਾਲੀ ਨੂੰ ਦਕਾਰਤੇ ਦੇ ਮਾਣ ਵਿੱਚ ਕਾਰਟੀਜ਼ਨ ਪ੍ਰਣਾਲੀ (Cartesian System) ਵੀ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।



ਰੇਨੇ ਦਕਾਰਤੇ (1596 -1650)

ਚਿੱਤਰ 3.4

### ਅਭਿਆਸ 3.1

1. ਇੱਕ ਵਿਅਕਤੀ ਨੂੰ ਤੁਸੀਂ ਆਪਣੇ ਅਧਿਐਨ ਮੇਜ਼ 'ਤੇ ਰੱਖੇ ਟੇਬਲ ਲੈਂਪ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਕਿਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੱਸੋਗੇ?
2. (ਸੜਕ ਯੋਜਨਾ) : ਇੱਕ ਨਗਰ ਵਿੱਚ ਦੋ ਮੁੱਖ ਸੜਕਾਂ ਹਨ ਜੋ ਨਗਰ ਦੇ ਕੇਂਦਰ 'ਤੇ ਮਿਲਦੀਆਂ ਹਨ। ਇਹ ਦੋ ਸੜਕਾਂ ਉੱਤਰ-ਦੱਖਣ ਦਿਸ਼ਾ ਅਤੇ ਪੂਰਬ-ਪੱਛਮ ਵੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਹਨ।

ਨਗਰ ਦੀਆਂ ਬਾਕੀ ਸਾਰੀਆਂ ਸੜਕਾਂ ਇਹਨਾਂ ਮੁੱਖ-ਸੜਕਾਂ ਦੇ ਸਮਾਂਤਰ 200 ਮੀ. ਦੀ ਦੂਰੀ 'ਤੇ ਹਨ। ਹਰੇਕ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਲਗਭਗ ਪੰਜ ਸੜਕਾਂ ਹਨ। 1 ਸੈਂਟੀਮੀਟਰ = 200 ਮੀ. ਦਾ ਪੈਮਾਨਾ ਲੈ ਕੇ ਆਪਣੀ ਨੋਟ ਬੁੱਕ ਵਿੱਚ ਨਗਰ ਦਾ ਇੱਕ ਮਾਡਲ ਬਣਾਓ। ਸੜਕਾਂ ਨੂੰ ਇਕੱਲੀਆਂ ਰੇਖਾਵਾਂ ਨਾਲ ਨਿਰੂਪਿਤ ਕਰੋ।

ਤੁਹਾਡੇ ਮਾਡਲ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਦੂਸਰੇ ਨੂੰ ਕੱਟਦੀਆਂ ਹੋਈਆਂ ਅਨੇਕਾਂ ਕਰਾਸ ਸਟਰੀਟ (ਚੌਰਾਹੇ) ਹੋ ਸਕਦੀਆਂ ਹਨ। ਇੱਕ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ ਚੌਰਾਹਾ ਦੋ ਸੜਕਾਂ ਤੋਂ ਬਣਿਆ ਹੈ, ਜਿਸ ਵਿੱਚੋਂ ਇੱਕ ਸੜਕ ਉੱਤਰ-ਦੱਖਣ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਜਾਂਦੀ ਹੈ ਅਤੇ ਦੂਸਰੀ ਪੂਰਬ-ਪੱਛਮ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ। ਹਰੇਕ ਕਰਾਸ ਸਟਰੀਟ ਦਾ ਨਿਰਦੇਸ਼ਨ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, ਜੋ ਦੂਸਰੀ ਸੜਕ ਉੱਤਰ-ਦੱਖਣ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਜਾਂਦੀ ਹੈ ਅਤੇ ਪੰਜਵੀਂ ਸੜਕ ਪੂਰਬ - ਪੱਛਮ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਜਾਂਦੀ ਹੈ ਅਤੇ ਇੱਕ ਚੌਰਾਹੇ ਤੇ ਮਿਲਦੀਆਂ ਹਨ, ਤਦ ਅਸੀਂ ਇਸਨੂੰ ਕਰਾਸ-ਸਟਰੀਟ (2,5) ਕਹਾਂਗੇ। ਇਸੇ ਤਰਤੀਬ ਨਾਲ ਲੱਭੋ ਕਿ :

- (i) ਕਿੰਨੀਆਂ ਕਰਾਸ-ਸਟਰੀਟਾਂ ਨੂੰ (4, 3) ਮੰਨਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।
- (ii) ਕਿੰਨੀਆਂ ਕਰਾਸ-ਸਟਰੀਟਾਂ ਨੂੰ (3, 4) ਮੰਨਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।

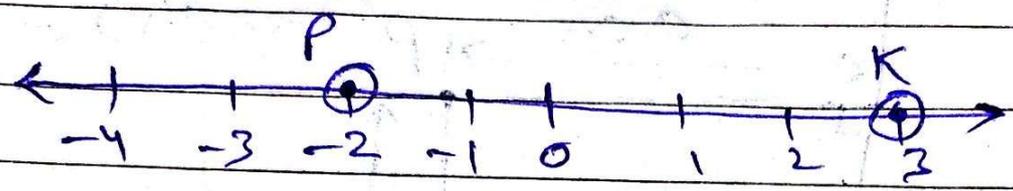
# ਅਧਿਆਇ - 3 ਤਿਰਛੇਸ਼ ਅਤੇ ਜਯਾਇਤੀ

9.11

PAGE NO.:  
DATE: / / 20

PAGE NO.:  
DATE: / / 20

ਅਸੀਂ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ ਉੱਤੇ ਇੱਕ ਬਿੰਦੂ  $P$  ਅਤੇ  
ਸੰਖਰ ਨੂੰ ਰਿਸ਼ਾਬਕ ਵਰਗ ਸੰਖਿਆ ਹੈ।



$P = -2$

$K = 3$

ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਜੇ ਅਸੀਂ ਨਕਸ਼ੇ ਗਾਂਠੀ ਸਮਝਣ ਵਧ, ਗਈ, ਪਿੰਡ, ਸਾਂਝ ਨੂੰ ਵੱਡੇ ਕਰਦੇ ਹਾਂ। ਇਸ ਵਧੀ ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਸਮਝਣ 'ਤੇ ਹੱਥੀ ਹੱਥੀ ਵਿਸ਼ੇ ਵਧਣ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਦੇ ਨੇੜੇ ਰੇਖਾਵਾਂ ਦੀ ਸਦਰ ਨਰ ਰਿਗੰਪਤ ਕੀਤੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ। ਇਸੇ ਅਧਿਆਇ ਨੂੰ "ਤਿਰਛੇਸ਼ ਅਤੇ ਜਯਾਇਤੀ" ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ।

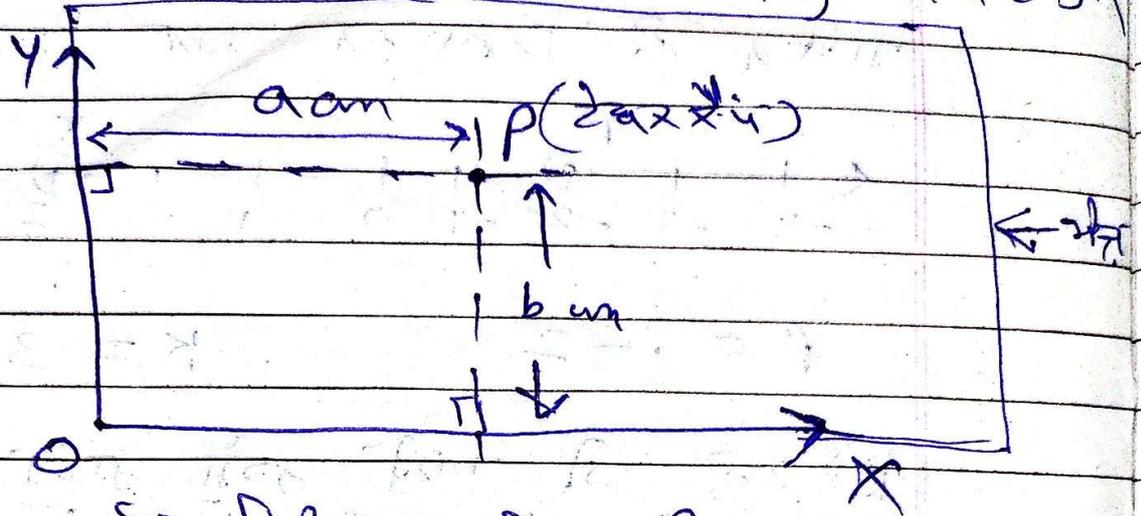
## \* Ex. 3.1 \*

1.

ਇੱਕ ਵਿਅਕਤੀ ਨੂੰ ਤੁਸੀਂ ਸਾਪੇਖ ਅਧਿਆਇ ਸੰਜ 'ਤੇ ਹੱਥੀ ਰੇਖਾਵਾਂ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਤੁਹਾਡੇ ਵੱਸੋਗੇ।

$\Rightarrow$  ਸੰਜ ਵੱਲੋਂ ਕਿ ਸੰਜ 'ਤੇ ਹੱਥੀ ਰੇਖਾਵਾਂ ਵੱਲੋਂ  $P$  ਹੈ।  
ਸੰਜ ਇੱਕ ਸਮਝਣ ਹੈ।  
ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਸੰਜ ਦੇ ਵੇ ਵਿਸ਼ਲੇਸ਼ਣਾਂ ਨੂੰ

इस रेखा के बिंदु (OX और OY) में स्थित हैं

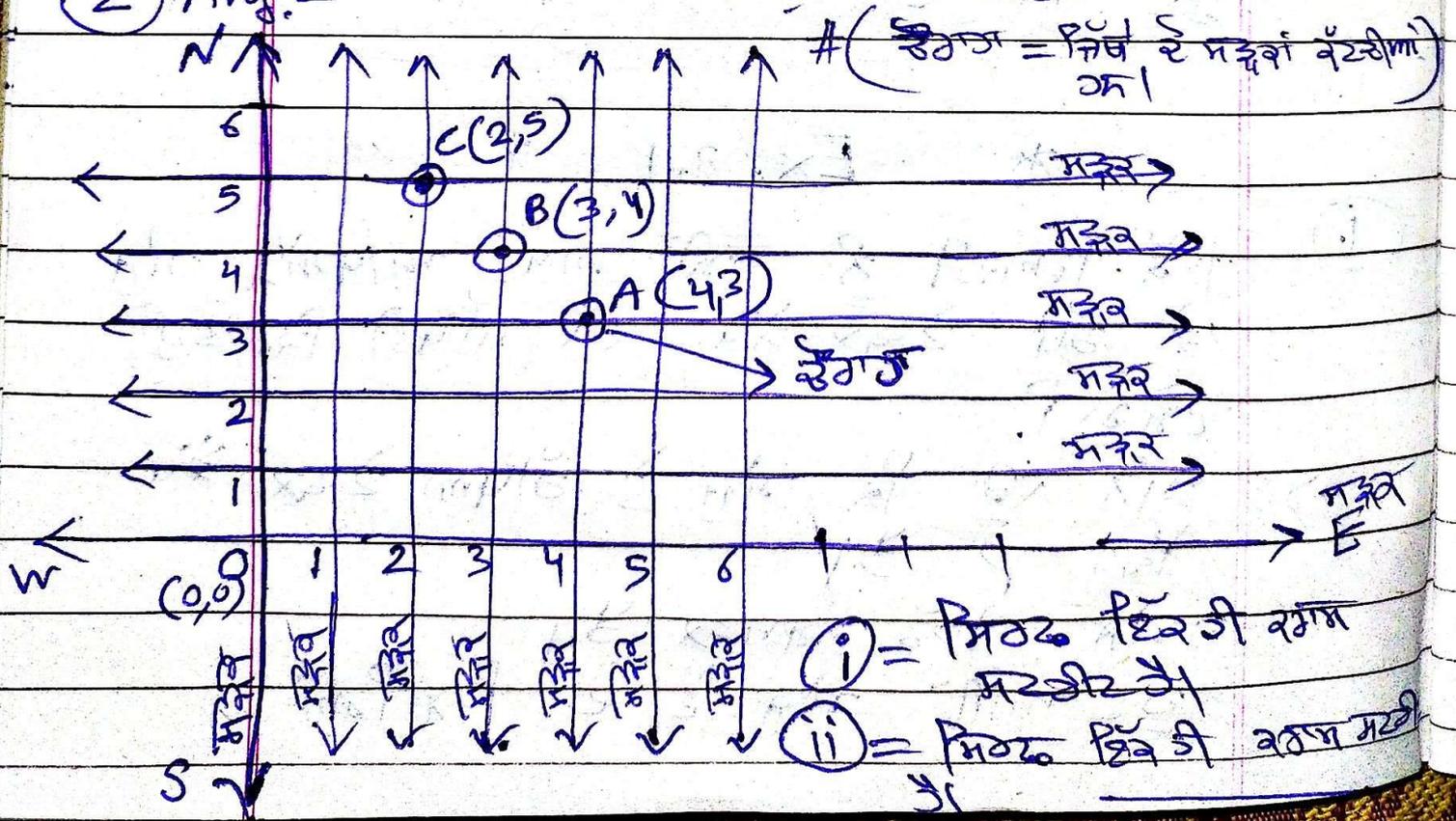


OY में बिंदु P की दूरी = a cm

OX में बिंदु P की दूरी = b cm

∴ बिंदु P (द्वि-दिश) की लंबाई = (a, b) है।

② Any. = मान बिंदु का क्या कहेंगे:-



(i) = बिंदु के बिंदु का क्या कहेंगे

(ii) = बिंदु के बिंदु का क्या कहेंगे

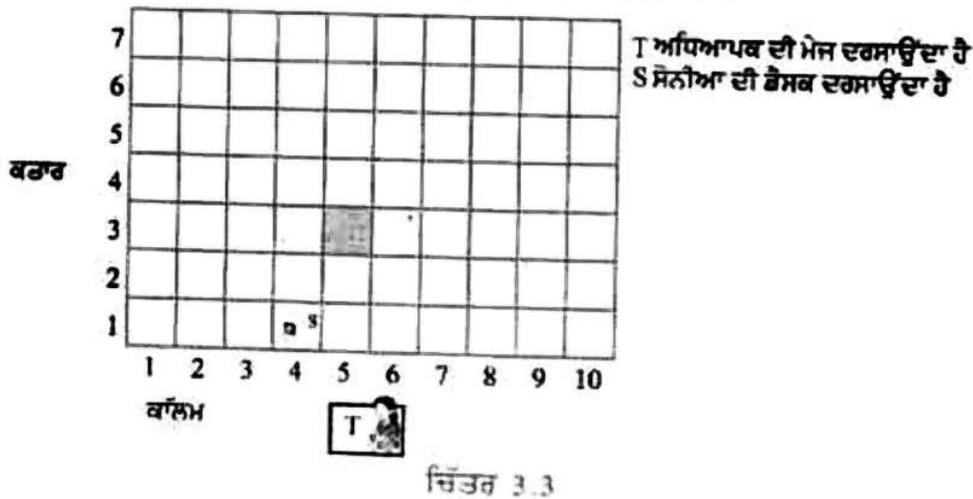
ਹੁਣ ਤੁਸੀਂ ਜਮਾਤ ਵਿੱਚ "ਬੈਠਣ ਦੀ ਯੋਜਨਾ" ਨਾਮਕ ਹੇਠ ਲਿਖੀ ਕਿਰਿਆ ਕਰੋ :

ਕਿਰਿਆ 1 ( ਬੈਠਣ ਦੀ ਯੋਜਨਾ ) : ਸਾਰੇ ਡੈਸਕਾਂ ਨੂੰ ਇੱਕੱਠੇ ਖਿੱਚ ਕੇ ਆਪਣੀ ਜਮਾਤ ਵਿੱਚ ਬੈਠਣ ਦੀ ਯੋਜਨਾ ਤਿਆਰ ਕਰੋ। ਹਰੇਕ ਡੈਸਕ ਨੂੰ ਇਕ ਵਰਗ ਨਾਲ ਨਿਰੂਪਤ ਕਰੋ। ਹਰੇਕ ਵਰਗ ਵਿੱਚ ਉਸ ਵਿਦਿਆਰਥੀ ਦਾ ਨਾਮ ਲਿਖੋ ਜਿਸ 'ਤੇ ਉਹ ਬੈਠਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਜਿਸਨੂੰ ਉਹ ਵਰਗ ਨਿਰੂਪਿਤ ਕਰਦਾ ਹੈ। ਜਮਾਤ ਵਿੱਚ ਹਰੇਕ ਵਿਦਿਆਰਥੀ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਦਾ ਠੀਕ-ਠੀਕ ਨਿਰਧਾਰਣ ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਦੋ ਸੂਚਨਾਵਾਂ ਦੀ ਮਦਦ ਨਾਲ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

(i) ਉਹ ਕਾਲਮ ਜਿਸ 'ਤੇ ਉਹ ਬੈਠਦਾ/ਬੈਠਦੀ ਹੈ।

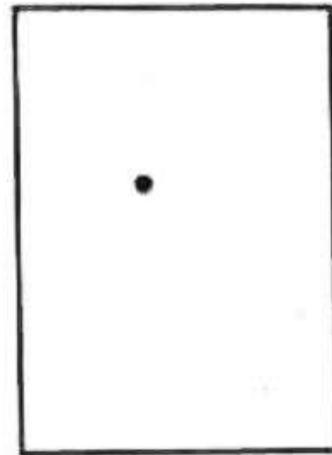
(ii) ਉਹ ਕਤਾਰ ਜਿਸ 'ਤੇ ਉਹ ਬੈਠਦਾ/ਬੈਠਦੀ ਹੈ।

ਜੇ ਤੁਸੀਂ ਉਸ ਡੈਸਕ ਉੱਤੇ ਬੈਠਦੇ ਹੋ ਜੋ 5ਵੇਂ ਕਾਲਮ ਅਤੇ ਤੀਸਰੀ ਕਤਾਰ ਵਿੱਚ ਹੈ, ਜਿਸਨੂੰ ਚਿੱਤਰ 3.3 ਵਿੱਚ ਛਾਇਆ ਅੰਕਿਤ ਵਰਗ ਵਜੋਂ ਦਿਖਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ, ਤਾਂ ਤੁਹਾਡੀ ਸਥਿਤੀ ਨੂੰ (5, 3) ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ, ਜਿੱਥੇ ਪਹਿਲੀ ਸੰਖਿਆ ਕਾਲਮ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਪ੍ਰਗਟ ਕਰਦੀ ਹੈ ਅਤੇ ਦੂਸਰੀ ਸੰਖਿਆ ਕਤਾਰ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਪ੍ਰਗਟ ਕਰਦੀ ਹੈ। ਕੀ ਇਹ ਉਹੀ ਹੈ ਜੋ ਕਿ (3, 5) ਹੈ? ਤੁਸੀਂ ਆਪਣੀ ਜਮਾਤ ਦੇ ਹੋਰ ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਦੇ ਨਾਂ ਅਤੇ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਬੈਠਣ ਦੀਆਂ ਸਥਿਤੀਆਂ ਲਿਖੋ। ਉਦਾਹਰਣ ਦੇ ਲਈ, ਜੇ ਸੋਨੀਆ ਚੌਥੇ ਕਾਲਮ ਅਤੇ ਪਹਿਲੀ ਕਤਾਰ ਵਿੱਚ ਬੈਠਦੀ ਹੈ, ਤਾਂ ਉਸਦੇ ਲਈ S(4, 1) ਲਿਖੋ। ਅਧਿਆਪਕ ਦੀ ਮੇਜ਼ ਤੁਹਾਡੀ ਬੈਠਣ ਦੀ ਯੋਜਨਾ ਦਾ ਹਿੱਸਾ ਨਹੀਂ ਹੈ। ਇੱਥੇ ਅਸੀਂ ਅਧਿਆਪਕ ਨੂੰ ਸਿਰਫ ਨਿਗਰਾਣ ਹੀ ਮੰਨਦੇ ਹਾਂ।

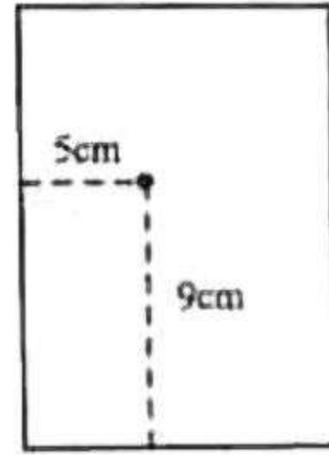


ਤੁਸੀਂ ਉੱਪਰ ਦੀ ਚਰਚਾ ਵਿੱਚ ਦੇਖਿਆ ਕਿ ਇੱਕ ਸਮਤਲ 'ਤੇ ਰੱਖੀ ਹੋਈ ਕਿਸੇ ਵਸਤੂ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਦੇ ਲੇਬ ਰੇਖਾਵਾਂ ਦੀ ਸਹਾਇਤਾ ਨਾਲ ਨਿਰੂਪਿਤ ਕੀਤੀ ਜਾ ਸਕਦੀ ਹੈ। ਜੇ ਵਸਤੂ ਇੱਕ ਬਿੰਦੂ ਹੈ, ਤਾਂ ਸਾਨੂੰ ਸਭ ਤੋਂ ਥੱਲੇ ਵਾਲੀ ਰੇਖਾ ਤੋਂ ਅਤੇ ਕਾਰਜ ਦੇ ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ ਤੋਂ ਬਿੰਦੂ ਦੀ ਦੂਰੀ ਪਤਾ ਹੋਣਾ ਜ਼ਰੂਰੀ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। "ਬੈਠਣ ਦੀ ਯੋਜਨਾ" ਦੇ ਸੰਬੰਧ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਕਾਲਮ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਅਤੇ ਕਤਾਰ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਦਾ ਪਤਾ ਹੋਣਾ ਜ਼ਰੂਰੀ ਹੈ। ਇਸ ਸਰਲ ਵਿਚਾਰਧਾਰਾ ਦੇ ਦੂਰਅੰਦੇਸ਼ੀ ਨਤੀਜੇ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ਅਤੇ ਇਸ ਤੋਂ ਗਣਿਤ ਦੀ ਨਿਰਦੇਸ਼ ਅੰਕ ਜਮਾਇਤੀ (Coordinate Geometry) ਨਾਮਕ ਇੱਕ ਅਤਿ ਮਹੱਤਵਪੂਰਨ ਸਾਖਾ ਹੋਂਦ ਵਿੱਚ ਆਈ। ਇਸ ਅਧਿਆਇ ਵਿੱਚ ਸਾਡਾ ਉਦੇਸ਼ ਨਿਰਦੇਸ਼ ਅੰਕ ਜਮਾਇਤੀ ਦੀਆਂ ਕੁਝ ਮੁੱਢਲੀਆਂ ਧਾਰਨਾਵਾਂ ਨਾਲ ਤੁਹਾਨੂੰ ਜਾਣੂੰ ਕਰਾਉਣਾ ਹੈ। ਇਸਦੇ ਬਾਰੇ ਵਿੱਚ ਤੁਸੀਂ ਵਿਸਤਾਰ ਨਾਲ ਅਧਿਐਨ ਉਚੇਰੀ ਜਮਾਤਾਂ ਵਿੱਚ ਕਰੋਗੇ। ਸ਼ੁਰੂ ਵਿੱਚ ਫਰਾਂਸੀਸੀ ਦਾਰਸ਼ਨਿਕ ਅਤੇ ਹਿਸਾਬਦਾਨ ਰੇਨੇ ਡਕਾਰਟ ਨੇ ਇਸ ਅਧਿਐਨ ਨੂੰ ਵਿਕਸਿਤ ਕੀਤਾ ਸੀ।

11. ਮੰਨ ਲਉ ਤੁਸੀਂ ਇੱਕ ਕਾਗਜ਼ ਦੀ ਸ਼ੀਟ ਤੇ ਇੱਕ ਬਿੰਦੂ ਲਗਾ ਦਿੰਦੇ ਹੋ [ਚਿੱਤਰ 3.2 (a)]। ਜੇ ਅਸੀਂ ਤੁਹਾਨੂੰ ਕਾਗਜ਼ 'ਤੇ ਲੱਗੇ ਬਿੰਦੂ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਦੇ ਬਾਰੇ ਪੁੱਛੀਏ, ਤਾਂ ਤੁਸੀਂ ਇਸਨੂੰ ਕਿਵੇਂ ਦੱਸੋਗੇ? ਸ਼ਾਇਦ ਤੁਸੀਂ ਇਸ ਪ੍ਰਸ਼ਨ ਦਾ ਉੱਤਰ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦਿਉਗੇ: “ਬਿੰਦੂ ਕਾਗਜ਼ ਦੇ ਅੱਧ ਦੇ ਉੱਪਰੀ ਭਾਗ ਵਿੱਚ ਸਥਿਤ ਹੈ” ਜਾਂ ਇਹ ਵੀ ਕਹਿ ਸਕਦੇ ਹੋ ਕਿ ਇਹ ਬਿੰਦੂ ਕਾਗਜ਼ ਦੇ ਖੱਬੇ ਕਿਨਾਰੇ ਦੇ ਕਾਫੀ ਨੇੜੇ ਸਥਿਤ ਹੈ” ਕੀ ਉੱਪਰ ਦਿੱਤੇ ਕਥਨਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਸੇ ਵੀ ਕਥਨ ਦੇ ਅਧਾਰ 'ਤੇ ਤੁਸੀਂ ਬਿੰਦੂ ਦੀ ਠੀਕ-ਠੀਕ ਸਥਿਤੀ ਦੱਸ ਸਕਦੇ ਹੋ? ਸਪਸ਼ਟ ਹੈ ਕਿ ਉੱਤਰ “ਨਹੀਂ” ਹੈ। ਪਰ, ਜੇ ਤੁਹਾਨੂੰ ਇਹ ਕਹੀਏ ਕਿ “ਬਿੰਦੂ ਕਾਗਜ਼ ਦੇ ਖੱਬੇ ਕਿਨਾਰੇ ਤੋਂ ਲਗਭਗ 5 ਸਮ ਦੂਰ ਹੈ, ਤਾਂ ਇਸ ਨਾਲ ਤੁਹਾਨੂੰ ਬਿੰਦੂ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਦਾ ਪਤਾ ਤਾਂ ਲੱਗ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, ਫਿਰ ਵੀ ਠੀਕ-ਠੀਕ ਸਥਾਨ ਦਾ ਪਤਾ ਨਹੀਂ ਲੱਗਦਾ। ਥੋੜੀ ਬਹੁਤ ਸੋਚ ਵਿਚਾਰ ਦੇ ਬਾਅਦ ਤੁਸੀਂ ਇਹ ਕਹਿ ਸਕਦੇ ਹੋ ਕਿ ਸਭ ਤੋਂ ਹੇਠਾਂ ਵਾਲੀ ਰੇਖਾ ਤੋਂ ਬਿੰਦੂ 9 ਸਮ ਦੀ ਦੂਰੀ 'ਤੇ ਹੈ। ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਬਿੰਦੂ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਠੀਕ-ਠੀਕ ਦੱਸ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।



(a)



(b)

ਚਿੱਤਰ 3.2