પ્રયત્ન કરો

$\frac{-6}{11}$ અને $\frac{-8}{5}$ ની વ્યસ્ત સંખ્યા કઈ થશે ?

વ્યસ્તનો ગુણાકાર

કોઈ સંખ્યાનો તેમના વ્યસ્ત સાથેનો ગુણાકાર હંમેશા 1 થાય છે.

ઉદાહરણ તરીકે, $\frac{-4}{9} \times \left(\frac{-4}{9} \text{ નો વ્યસ્ત}\right)$

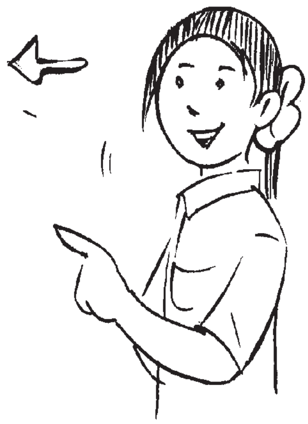
$$= \frac{-4}{9} \times \frac{-9}{4} = 1$$

તેવી જ રીતે, $\frac{-6}{13} \times \frac{-13}{6} = 1$

થોડાં બીજાં ઉદાહરણો દ્વારા આ અવલોકનની પુષ્ટિ કરીએ.

સવિતા એક સંમેય સંખ્યા $\frac{4}{9}$ નો $\frac{-5}{7}$ વડે ભાગાકાર કરે છે તો,

$$\frac{4}{9} \div \frac{-5}{7} = \frac{4}{9} \times \frac{7}{-5} = \frac{-28}{45}$$



તેણે અપૂર્ણાંકોના વ્યસ્ત માટેની રીત અપનાવી.

અર્પિતે પહેલાં $\frac{4}{9}$ ને $\frac{5}{7}$ વડે ભાગતાં $\frac{28}{45}$ મેળવ્યાં.

અંતમાં તેણે કહ્યું કે $\frac{4}{9} \div \frac{-5}{7} = \frac{-28}{45}$. તેણે એવું કઈ રીતે મેળવ્યું ?

તેણે ઋણ ચિહ્ન છોડીને બંનેને અપૂર્ણાંકની રીતે ભાગાકાર કરી પરિણામની સાથે ઋણ ચિહ્ન જોડી દીધું.

બંનેએ સરખો ઉત્તર $\frac{-28}{45}$ મેળવ્યો. $\frac{2}{3}$ નો $\frac{-5}{7}$ વડે ભાગાકાર બંને પ્રક્રિયા દ્વારા ઉકેલો અને બંનેમાં સમાન ઉકેલ મળે કે કેમ તે ચકાસો.

આ બતાવે છે કે એક સંમેય સંખ્યાને અન્ય શૂન્યેતર સંમેય સંખ્યા વડે ભાગાકાર કરવા માટે આપણે તે સંમેય સંખ્યાને અન્ય સંમેય સંખ્યાના વ્યસ્ત સાથે ગુણીએ છીએ.

આવી રીતે, $\frac{6}{-5} \div \frac{-2}{3} = \frac{6}{-5} \times \left(\frac{-2}{3}\right)$ નો વ્યસ્ત $= \frac{6}{-5} \times \frac{3}{-2} = \frac{18}{10}$

પ્રયત્ન કરો

શોધો :

(i) $\frac{2}{3} \times \frac{-7}{8}$ (i) $\frac{-6}{7} \times \frac{5}{7}$

સ્વાધ્યાય 9.2

1. સરવાળો શોધો :

(i) $\frac{5}{4} + \left(\frac{-11}{4}\right)$ (ii) $\frac{5}{3} + \frac{3}{5}$ (iii) $\frac{-9}{10} + \frac{22}{15}$

(iv) $\frac{-3}{-11} + \frac{5}{9}$ (v) $\frac{-8}{19} + \frac{(-2)}{57}$ (vi) $\frac{-2}{3} + 0$

(vii) $-2\frac{1}{3} + 4\frac{3}{5}$

2. શોધો :

(i) $\frac{7}{24} - \frac{17}{36}$ (ii) $\frac{5}{63} - \left(\frac{-6}{21}\right)$ (iii) $\frac{-6}{13} - \left(\frac{-7}{15}\right)$

(iv) $\frac{-3}{8} - \frac{7}{11}$ (v) $-2\frac{1}{9} - 6$

3. ગુણાકાર શોધો :

(i) $\frac{9}{2} \times \left(\frac{-7}{4}\right)$ (ii) $\frac{3}{10} \times (-9)$ (iii) $\frac{-6}{5} \times \frac{9}{11}$

(iv) $\frac{3}{7} \times \left(\frac{-2}{5}\right)$ (v) $\frac{3}{11} \times \frac{2}{5}$ (vi) $\frac{3}{-5} \times \frac{-5}{3}$

4. કિંમત શોધો :

(i) $(-4) \div \frac{2}{3}$ (ii) $\frac{-3}{5} \div 2$ (iii) $\frac{-4}{5} \div (-3)$

(iv) $\frac{-1}{8} \div \frac{3}{4}$ (v) $\frac{-2}{13} \div \frac{1}{7}$ (vi) $\frac{-7}{12} \div \left(\frac{-2}{13}\right)$

(vii) $\frac{3}{13} \div \left(\frac{-4}{65}\right)$

આપણે શી ચર્ચા કરી ?

1. જે સંખ્યાને $\frac{p}{q}$ સ્વરૂપમાં દર્શાવી શકાય, જ્યાં p અને q પૂર્ણાંકો તેમજ $q \neq 0$ થાય તેને સંમેય સંખ્યા કહે છે. સંખ્યાઓ $\frac{-2}{7}, \frac{3}{8}, 3$ વગેરે સંમેય સંખ્યાઓ છે.
2. બધા પૂર્ણાંક અને અપૂર્ણાંક એ સંમેય સંખ્યા છે.
3. જો કોઈ સંમેય સંખ્યાના અંશ અને છેદને શૂન્યેતર પૂર્ણાંક વડે ગુણવામાં કે ભાગવામાં આવે તો આપણને એક સંમેય સંખ્યા મળે છે જેને આપેલી સંમેય સંખ્યાઓની સમાન સંમેય સંખ્યા કહેવાય છે. ઉદાહરણ તરીકે $\frac{-3}{7} = \frac{-3 \times 2}{7 \times 2} = \frac{-6}{14}$ અહીં આપણે કહી શકીએ કે $\frac{-6}{14}$ એ $\frac{-3}{7}$ ને સમાન છે.

   આગળ નોંધીએ તો $\frac{-6}{14} = \frac{-6 \div 2}{14 \div 2} = \frac{-3}{7}$.
4. સંમેય સંખ્યાઓને ધન અને ઋણ સંમેય સંખ્યાઓનાં રૂપમાં વર્ગીકૃત કરી શકાય છે. જો અંશ અને છેદ બંને ધન પૂર્ણાંક હોય અથવા બંને ઋણ પૂર્ણાંક હોય તો તે સંખ્યા ધન સંમેય સંખ્યા કહેવાય છે. જો અંશ અથવા છેદ બેમાંથી કોઈ પણ એક ઋણ પૂર્ણાંક હોય તો તે સંખ્યાને ઋણ સંમેય સંખ્યા કહે છે.

   દા.ત. : $\frac{3}{8}$ એક ધન સંમેય સંખ્યા છે તેમજ $\frac{-8}{9}$ એ ઋણ સંમેય સંખ્યા છે.
5. 0 એ ધન કે ઋણ સંમેય સંખ્યા નથી.
6. સંમેય સંખ્યાને તેનાં પ્રમાણિત સ્વરૂપમાં ત્યારે ગણી શકાય જ્યારે તેમનો છેદ ધન પૂર્ણાંક હોય તેમજ અંશ અને છેદનો સામાન્ય અવયવ 1 સિવાય બીજો ન હોય. સંખ્યાઓ $\frac{-1}{3}, \frac{2}{7}$ વગેરે પ્રમાણિત સ્વરૂપમાં છે.
7. બે સંમેય સંખ્યાઓની વચ્ચે અનંત સંમેય સંખ્યાઓ હોય છે.
8. સમાન છેદવાળી બે સંમેય સંખ્યાઓનો સરવાળો કરવા માટે છેદને સામાન્ય રાખી અંશનો સરવાળો કરી શકીએ. બે ભિન્ન છેદવાળી સંખ્યાઓનો સરવાળો કરવા માટે પહેલાં બંને છેદનો લ.સા.અ. લઈ ત્યાર બાદ બંને સંમેય સંખ્યાઓનાં લ.સા.અ. જેટલા છેદવાળી બે સમાન સંખ્યામાં ફેરવી સરવાળો કરવામાં આવે છે. ઉદાહરણ તરીકે $\frac{-2}{3} + \frac{3}{8} = \frac{-16}{24} + \frac{9}{24} = \frac{-16+9}{24} = \frac{-7}{24}$ અહીં 3 અને 8 નો લ.સા.અ. 24 છે.
9. બે સંમેય સંખ્યાઓની બાદબાકી કરવા બાદ કરવાની સંમેય સંખ્યાનો વિરોધી ઘટક લઈ બીજી સંખ્યામાં ઉમેરવામાં આવે છે.

   આ રીતે, $\frac{7}{8} - \frac{2}{3} = \frac{7}{8} + \left(\frac{2}{3} \text{ નો વિરોધી ઘટક}\right) = \frac{7}{8} + \frac{(-2)}{3} = \frac{21+(-16)}{24} = \frac{5}{24}$

10. બે સંમેય સંખ્યાઓનો ગુણાકાર કરવા માટે અંશ અને છેદનો અલગ-અલગ ગુણાકાર કરીએ અને તેને $\frac{\text{અંશનો ગુણાકાર}}{\text{છેદનો ગુણાકાર}}$ ના સ્વરૂપમાં લખીએ છીએ

11. એક સંમેય સંખ્યાનો બીજી શૂન્યેતર સંમેય સંખ્યા સાથે ભાગાકાર કરવા માટે આપણે એક સંમેય સંખ્યાને બીજી શૂન્યેતર સંમેય સંખ્યાના વ્યસ્ત સાથે ગુણાકાર કરીએ છીએ.

એવી રીતે, $\frac{-7}{2} \div \frac{4}{3} = \frac{-7}{2} \times \left(\frac{4}{3} \text{ નો વ્યસ્ત}\right) = \frac{-7}{2} \times \frac{3}{4} = \frac{-21}{8}$

પ્રકરણ 10

પ્રાયોગિક ભૂમિતિ

10.1 પ્રસ્તાવના :

તમે કેટલાક આકારોથી પરિચિત છો. એમાંના કેટલાક કેવી રીતે દોરવા તે તમે આગળના ધોરણોમાં શીખ્યાં છો. જેમ કે, તમે આપેલી લંબાઈનો રેખાખંડ દોરી શકો છો, આપેલા રેખાખંડને લંબ રેખા દોરી શકો છો, ખૂણો, ખૂણાનો દ્વિભાજક, વર્તુળ વગેરે પણ દોરી શકો છો.

હવે તમે સમાંતર રેખાઓ અને કેટલાક પ્રકારના ત્રિકોણ દોરતાં શીખશો.

10.2 આપેલી રેખા પર ન હોય તેવા બિંદુમાંથી તે રેખાને સમાંતર રેખાની રચના

આપણે એક પ્રવૃત્તિથી શરૂઆત કરીએ (આકૃતિ 10.1)

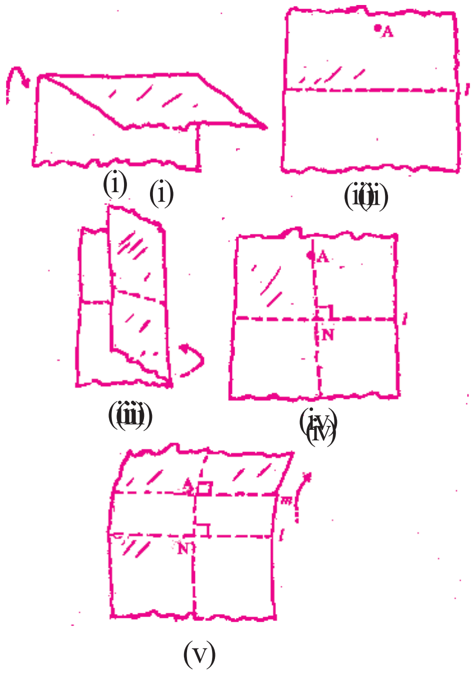
(i) એક કાગળ લો. તેને વચ્ચેથી ગડી વાળો. આથી મળતો સળ રેખા l દર્શાવે છે.

(ii) કાગળને ખુલ્લો કરો. કાગળ પર lની બહાર બિંદુ A દર્શાવો.

(iii) બિંદુ Aમાંથી પસાર થાય એ રીતે, રેખા l ને લંબરેખામાં કાગળની ગડી વાળો. લંબને નામ AN આપો.

(iv) આ લંબને લંબ હોય એ રીતે Aમાંથી પસાર થાય તેવી ગડી વાળો. આ નવા લંબને રેખા m નામ આપો. હવે $l \| m$ છે. શા માટે ?

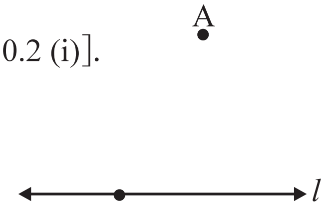
સમાંતર રેખાના કયા ગુણધર્મ કે ગુણધર્મોના આધારે તમે કહી શકો કે રેખાઓ l અને m સમાંતર છે ?



આકૃતિ 10.1

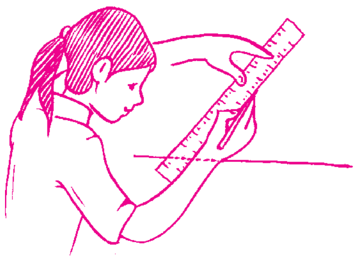
માત્ર માપપટ્ટી અને પરિકરના ઉપયોગથી આ રચના કરવા માટે તમે સમાંતર રેખા અને તેની છેદિકાના કોઈ પણ ગુણધર્મનો ઉપયોગ કરી શકો છો.

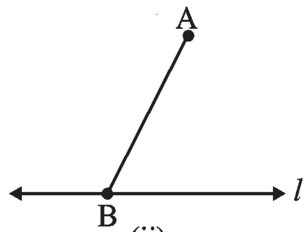
પગથિયું 1 એક રેખા l અને તેની બહાર એક બિંદુ A લો [આકૃતિ 10.2 (i)].



(i)

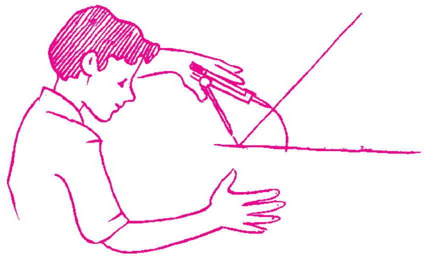
પગથિયું 2 l પર કોઈ પણ બિંદુ B લો અને Bને A સાથે જોડો [આકૃતિ 10.2 (ii)].

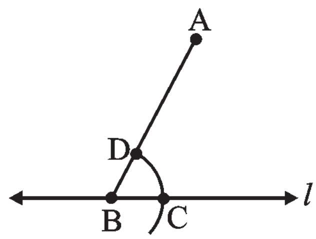




(ii)

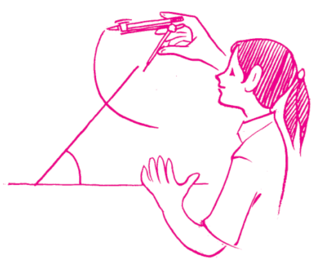
પગથિયું 3 B ને કેન્દ્ર લઈ અનુકૂળ ત્રિજ્યાવાળી ચાપ દોરો. જે lને Cમાં અને $\overline{BA}$ ને Dમાં કાપે [આકૃતિ 10.2 (iii)].

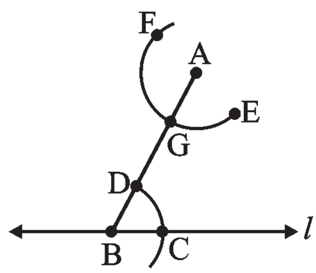




(iii)

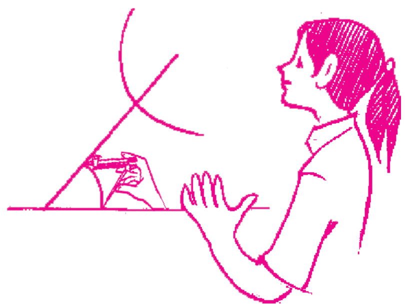
પગથિયું 4 હવે Aને કેન્દ્ર લઈ, તેટલી જ ત્રિજ્યાવાળી ચાપ EF રચો જે $\overline{AB}$ ને Gમાં મળે. [આકૃતિ 10.2 (iv)]

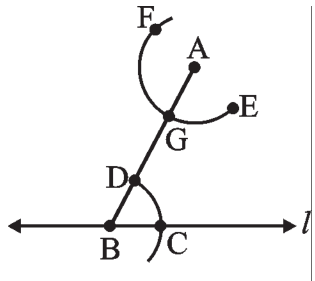




(iv)

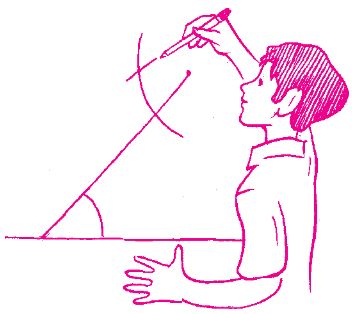
પગથિયું 5 હવે પરિકરની અણી C પર મૂકો અને પેન્સિલની અણી D પર આવે તેટલું પરિકર ખોલો [આકૃતિ 10.2 (v)].

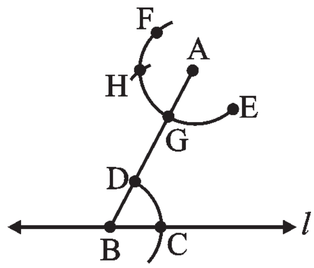




(v)

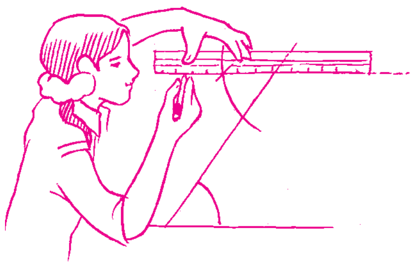
પગથિયું 6 ત્રિજ્યા એટલી જ રાખીને, Gને કેન્દ્ર લઈ $\overline{AB}$ની જે બાજુએ C છે તેની વિરુદ્ધ બાજુએ ચાપ રચો જે ચાપ EFને Hમાં છેદે [આકૃતિ 10.2 (vi)]

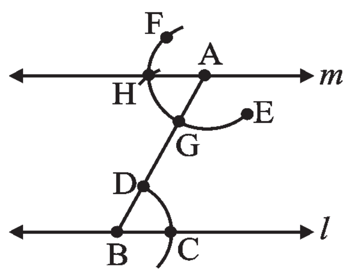




(vi)

પગથિયું 7 હવે, $\overline{AH}$ ને જોડો અને રેખા *m* મેળવો. [આકૃતિ 10.2 (vii)].





(vii)

નોંધો કે ∠ABC અને ∠BAH, યુગ્મકોણની જોડ છે. આથી $m \parallel l$.

આકૃતિ 10.2 (i)-(vii)

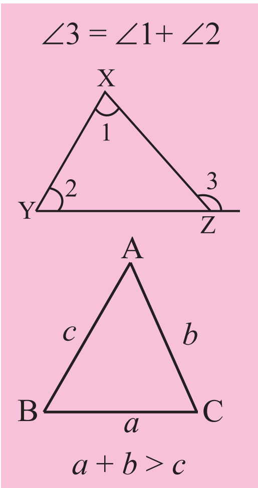
વિચારો, ચર્ચા કરો અને લખો

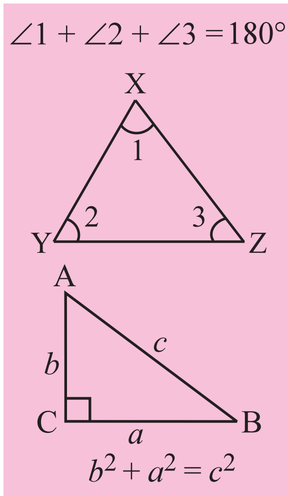
1. ઉપરની રચનામાં, Aમાંથી તમે બીજી કોઈ રેખા દોરી શકો જે પણ *l*ને સમાંતર હોય ?
2. સમાન યુગ્મકોણનો ઉપયોગ કરવાને બદલે સમાન અનુકોણનો ઉપયોગ કરી શકાય તે માટે શું તમે ઉપરની રચનામાં થોડો સુધારો-વધારો કરી શકો ?

સ્વાધ્યાય 10.1

1. રેખા AB દોરો અને તેની બહાર બિંદુ C લો. Cમાંથી, ABને સમાંતર રેખા, માત્ર માપપટ્ટી અને પરિકરના ઉપયોગથી દોરો.
2. રેખા l દોરો. l ના કોઈ પણ એક બિંદુ આગળ, lને લંબ રેખા દોરો. આ લંબ રેખા પર બિંદુ X લો, જે lથી 4 સેમી દૂર હોય. Xમાંથી lને સમાંતર રેખા m દોરો.
3. રેખા l અને તેના પર ન હોય તેવું બિંદુ P લો. Pમાંથી lને સમાંતર રેખા m દોરો. હવે Pને, l પરના કોઈક બિંદુ Q સાથે જોડો. m પર કોઈ પણ બિંદુ R લો. Rમાંથી PQને સમાંતર રેખા દોરો. ધારો કે આ રેખા lને Sમાં મળે છે. આ સમાંતર રેખાઓ કયો આકાર બનાવે છે ?

10.3 ત્રિકોણની રચના





ત્રિકોણના ગુણધર્મો અને એકરૂપ ત્રિકોણો વિશે અગાઉનાં પ્રકરણોમાં જે શીખી ગયાં છીએ તે ખ્યાલોને યાદ કરી લીધા પછી આ વિભાગનો અભ્યાસ કરવાથી સરળતા રહેશે.

ત્રિકોણનું તેમની બાજુના આધારે અને ખૂણાઓના આધારે કેવી રીતે વર્ગીકરણ કરવામાં આવેલું છે તે અને નીચે જણાવેલા ત્રિકોણના ગુણધર્મો તમે જાણો છો :

(i) ત્રિકોણના બહિષ્કોણનું માપ અને તેના અંતઃસંમુખ કોણોના માપનો સરવાળો સમાન હોય છે.

(ii) ત્રિકોણના ત્રણે ખૂણાનું કુલ માપ 180° છે.

(iii) ત્રિકોણની કોઈ પણ બે બાજુની લંબાઈનો સરવાળો, ત્રીજી બાજુની લંબાઈ કરતાં વધુ હોય છે.

(iv) કાટકોણ ત્રિકોણમાં કર્ણની લંબાઈનો વર્ગ એ બાકીની બે બાજુની લંબાઈઓના વર્ગોના સરવાળા જેટલો હોય છે.

''ત્રિકોણની એકરૂપતા''ના પ્રકરણમાં આપણે જોયું કે નીચેનામાંથી કોઈ પણ એક **માપનો સમૂહ** આપેલો હોય તો તે ત્રિકોણ દોરી શકાય.

(i) ત્રણ બાજુઓ

(ii) બે બાજુઓ અને અંતર્ગત ખૂણો

(iii) બે ખૂણાઓ અને અંતર્ગત બાજુ

(iv) કાટકોણ ત્રિકોણમાં કર્ણ અને કોઈ પણ એક બાજુ

હવે આપણે આ યુક્તિનો ઉપયોગ ત્રિકોણની રચના કરવા માટે કરીશું.

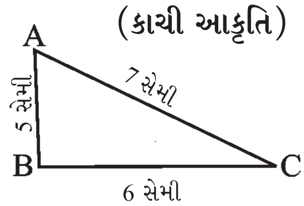
10.4 ત્રિકોણની ત્રણ બાજુની લંબાઈ આપેલી હોયતો ત્રિકોણની રચના કરવી (બાબાબા શરત)

હવે આપણે જે ત્રિકોણની ત્રણે બાજુઓ જાણતાં હોઈએ તેવા ત્રિકોણની રચના કરીશું. પહેલાં આપણે કાચી આકૃતિ દોરીને કઈ બાજુ ક્યાં છે તે જોઈશું અને પછી કોઈ પણ એક બાજુ દોરવાથી શરૂઆત કરીશું.

નીચેનું ઉદાહરણ જુઓ :

ઉદાહરણ 1 ત્રિકોણ ABCની રચના કરો, જ્યાં AB = 5 સેમી, BC = 6 સેમી અને AC = 7 સેમી આપેલ છે.

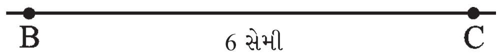
(કાચી આકૃતિ)



(i)

ઉકેલ

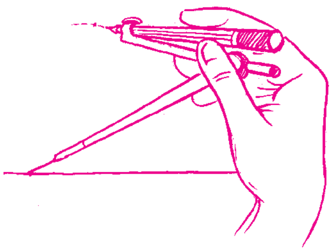
પગથિયું 1 પ્રથમ, આપેલા માપ દર્શાવતી કાચી આકૃતિ દોરીશું (એનાથી શરૂઆત કેવી રીતે કરવી તે નક્કી કરવામાં મદદ મળશે) [આકૃતિ 10.3(i)].

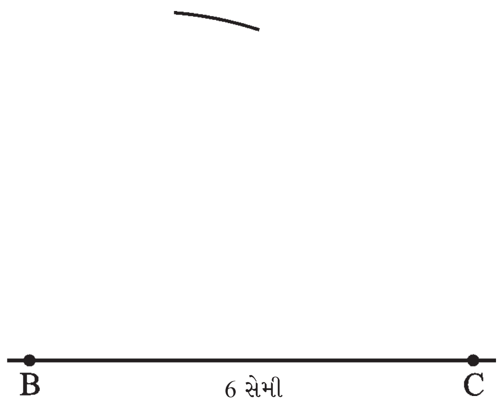


(ii)

પગથિયું 2 6 સેમી લંબાઈનો રેખાખંડ BC દોરો [આકૃતિ 10.3(ii)].

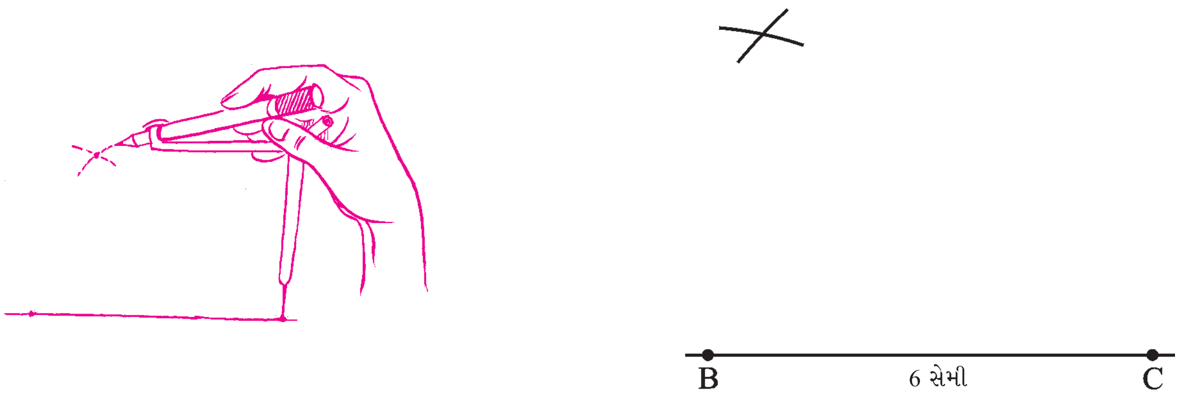
પગથિયું 3 બિંદુ Bથી, 5 સેમી અંતરે બિંદુ A છે. આથી Bને કેન્દ્ર લઈ 5 સેમી ત્રિજ્યાવાળી ચાપ રચો. (હવે બિંદુ A આ ચાપ પર કોઈક જગ્યાએ હશે. આપણું કામ Aની ચોક્કસ સ્થિતિ શોધવાનું છે) [આકૃતિ 10.3(iii)].





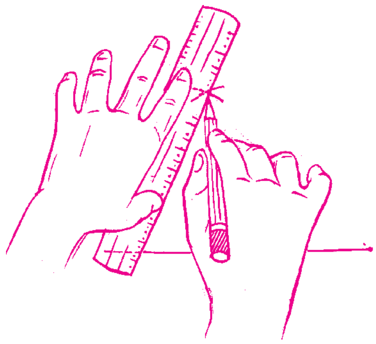
(iii)

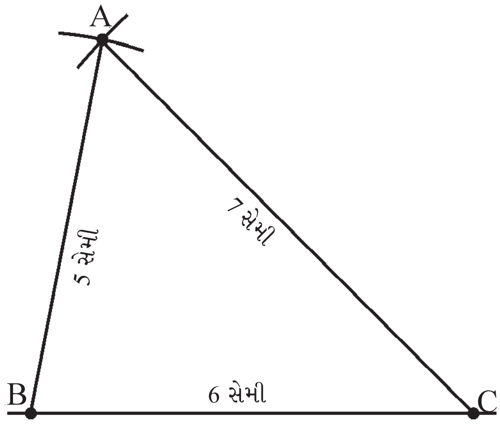
પગથિયું 4 બિંદુ Cથી, 7 સેમી અંતરે A બિંદુ છે. આથી Cને કેન્દ્ર લઈ 7 સેમી ત્રિજ્યાવાળી ચાપ રચો. (બિંદુ A, આ ચાપ પર કોઈક જગ્યાએ હશે. જે આપણે નિશ્ચિત કરવાનું છે) [આકૃતિ 10.3(iv)].



(iv)

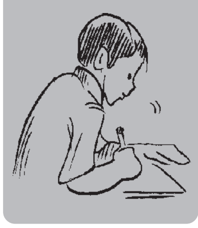
પગથિયું 5 બિંદુ A આપણે દોરેલી બંને ચાપ પર હોવું જોઈએ. આથી, તે બંને ચાપનું છેદબિંદુ છે. બંને ચાપના છેદબિંદુને A કહો. AB અને AC જોડો. ΔABC મળશે [આકૃતિ 10.3(v)].





આકૃતિ 10.3 (i) – (v)

આ કરો

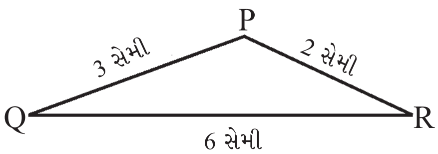


હવે આપણે બીજો ત્રિકોણ DEF રચીએ જેમાં DE = 5 સેમી, EF = 6 સેમી અને DF = 7 સેમી છે. ΔDEFને કાગળ પરથી કાપીને ΔABC પર મૂકો. અવલોકનથી શું જણાય છે ?

અવલોકન કરતાં જણાય છે કે ΔDEF, ΔABC પર બરાબર બંધબેસતો આવે છે. (નોંધો કે ત્રણ બાજુઓ આપી હોય ત્યારે ત્રિકોણની રચના કરી છે.) આમ, જો એક ત્રિકોણની ત્રણ બાજુઓ, બીજા ત્રિકોણની ત્રણ અનુરૂપ બાજુઓને સમાન હોય તો તે બે ત્રિકોણો એકરૂપ છે. આ આગળના પ્રકરણમાં શીખેલા તે એકરૂપતાની **બાબાબા** શરત છે.

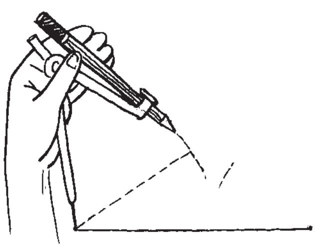
વિચારો, ચર્ચા કરો અને લખો

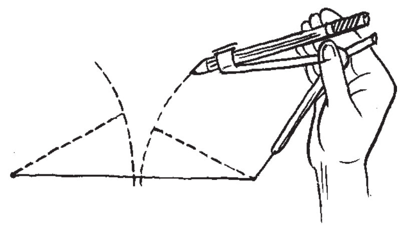
એક વિદ્યાર્થીએ બાજુમાં આપેલી કાચી આકૃતિમાં દર્શાવેલ ત્રિકોણ દોરવાનો પ્રયત્ન કર્યો. તેણે પ્રથમ QR દોરી. પછી Qને કેન્દ્ર લઈ 3 સેમી ત્રિજ્યાવાળી ચાપ રચી. પછી Rને કેન્દ્ર લઈ 2 સેમી ત્રિજ્યાવાળી ચાપ રચી, પરંતુ તેને P (નું સ્થાન) મળ્યું નહીં. શા માટે ? આ પ્રશ્નના સંદર્ભમાં ત્રિકોણનો કયો ગુણધર્મ સંકળાયેલો છે ?



આકૃતિ 10.4 વિચારો : શું આ બરાબર છે ?

શું આવો ત્રિકોણ મળવો શક્ય છે ? (ત્રિકોણનો ગુણધર્મ યાદ કરો : ત્રિકોણની કોઈ પણ બે બાજુનો સરવાળો, ત્રીજી બાજુથી મોટો હોય છે !)





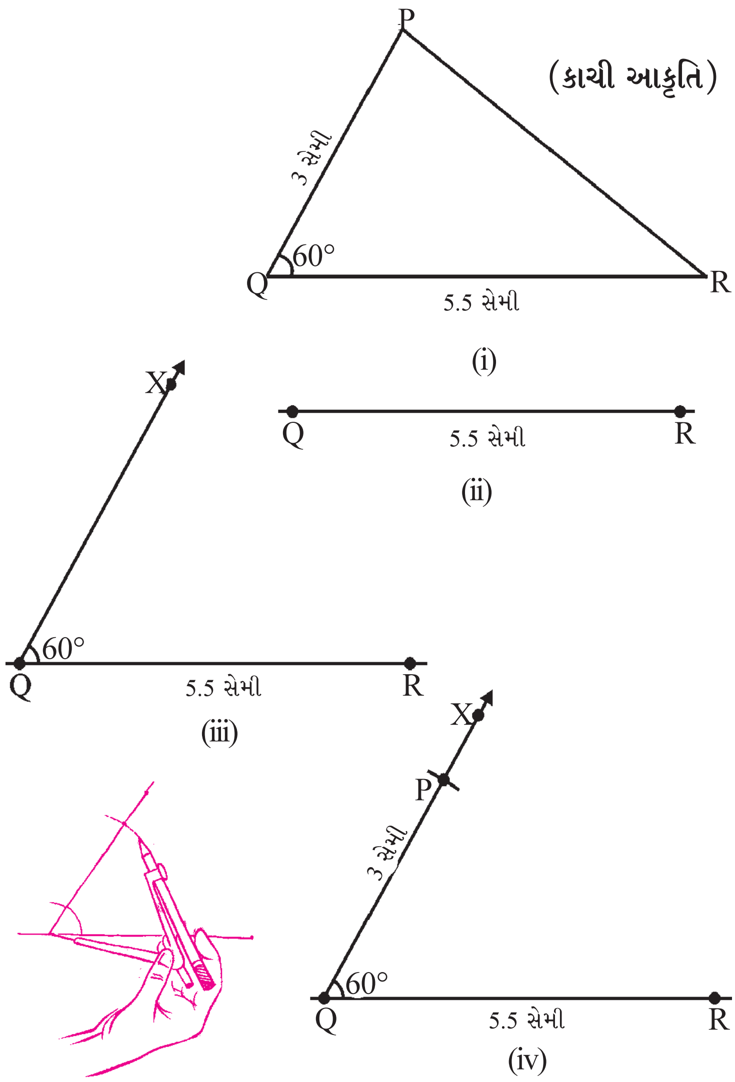
સ્વાધ્યાય 10.2

1. ΔXYZ રચો, જેમાં $XY = 4.5$ સેમી, $YZ = 5$ સેમી અને $ZX = 6$ સેમી હોય.
2. જેની બાજુનું માપ 5.5 સેમી હોય તેવા સમબાજુ ત્રિકોણની રચના કરો.
3. ΔPQR રચો, જેમાં $PQ = 4$ સેમી, $QR = 3.5$ સેમી અને $PR = 4$ સેમી છે. આ કયા પ્રકારનો ત્રિકોણ છે ?
4. $AB = 2.5$ સેમી, $BC = 6$ સેમી અને $AC = 6.5$ સેમી હોય તેવો ΔABC રચો. $\angle B$ નું માપ મેળવો.

10.5 ત્રિકોણની બે બાજુનાં માપ અને અંતર્ગત ખૂણાનું માપ આપેલા હોય તેવા ત્રિકોણની રચના કરવી (બાખૂબા શરત)

અહીં બે બાજુ અને તેમની વચ્ચેનો ખૂણો આપેલાં છે. આપણે કાચી આકૃતિ દોરીશું અને પછી આપેલો રેખાખંડ દોરીશું. ઉદાહરણ 2 જુઓ.

ઉદાહરણ 2 ΔPQRની રચના કરો, જ્યાં $PQ = 3$ સેમી, $QR = 5.5$ સેમી અને $\angle PQR = 60°$ આપેલા છે.



ઉકેલ

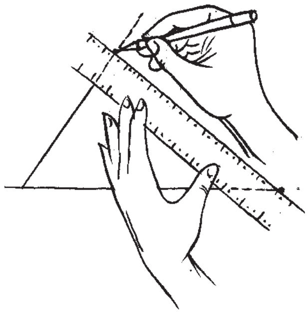
પગથિયું 1 સૌ પ્રથમ આપણે કાચી આકૃતિ દોરીશું, જેમાં માપ દર્શાવીશું (આમ કરવાથી રચનાની રીત નક્કી કરવામાં મદદ થશે).

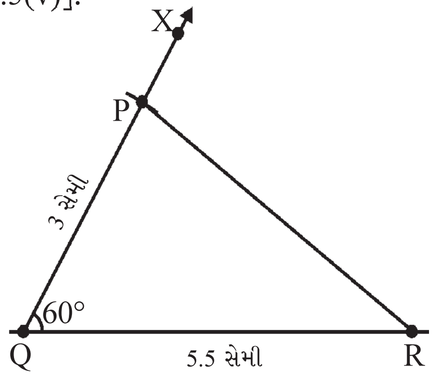
પગથિયું 2 5.5 સેમી લંબાઈનો રેખાખંડ QR દોરો [આકૃતિ 10.5(ii)].

પગથિયું 3 Q આગળ, QR સાથે 60°નો ખૂણો બનાવતું કિરણ QX રચો. [આકૃતિ 10.5(iii)]
(P બિંદુ ખૂણાના આ કિરણ પર ક્યાંક હશે.)

પગથિયું 4 (Pનું સ્થાન નિશ્ચિત કરવા માટે QP અંતર આપેલ છે.)
Qને કેન્દ્ર લઈ, 3 સેમી ત્રિજ્યાવાળી ચાપ રચો જે QXને Pમાં કાપે. [આકૃતિ 10.5(iv)]

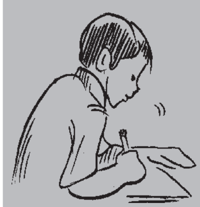
પગથિયું 5 PR જોડો. જરૂરી ΔPQR મળે છે [આકૃતિ 10.5(v)].





આકૃતિ 10.5 (i) – (v)

આ કરો



હવે આપણે બીજો ત્રિકોણ ABC રચીએ, જેમાં AB = 3 સેમી, BC = 5.5 સેમી અને $m\angle ABC = 60°$. કાગળમાંથી ΔABC કાપીને તેને ΔPQR પર મૂકો. અવલોકન કરતાં શું જણાય છે ? અવલોકન કરતાં જણાય છે કે ΔABC, ΔPQR પર બરાબર **બંધબેસતો** આવે છે. આમ, જો એક ત્રિકોણની બે બાજુઓ અને વચ્ચેનો ખૂણો બીજા ત્રિકોણની અનુરૂપ બે બાજુઓ અને વચ્ચેના ખૂણા સાથે સમાન હોય તો તે બે ત્રિકોણો એકરૂપ છે. અગાઉના પ્રકરણમાં શીખ્યાં હતાં તે એકરૂપતાની આ **બાખૂબા** શરત છે. (નોંધો કે બંને ત્રિકોણમાં બે બાજુઓ અને તેમની વચ્ચેનો ખૂણો આપ્યો હોય ત્યારે તેમની રચના કરી છે.)

વિચારો, ચર્ચા કરો અને લખો

ઉપરની રચનામાં બે બાજુની લંબાઈ અને એક ખૂણાનું માપ આપેલાં હતાં. હવે નીચેના પ્રશ્નોનો અભ્યાસ કરો :

ΔABCમાં જો AB = 3 સેમી, AC = 5 સેમી અને $m\angle C = 30°$ હોય તો આપણે આ ત્રિકોણ દોરી શકીએ ? આપણે AC = 5 સેમી દોરીએ અને 30°ના માપનો ખૂણો C દોરીએ. CA, $\angle C$ નો એક ભૂજ છે. બિંદુ B, $\angle C$ના બીજા ભૂજ પર હોવું જોઈએ. પરંતુ જુઓ કે બિંદુ Bનું સ્થાન અનન્ય રીતે નિશ્ચિત થઈ શકતું નથી. આથી, આ ΔABCની રચના કરવા માટે આપેલ માહિતી પૂરતી નથી.

હવે ΔABC રચવાનો પ્રયત્ન કરો જેમાં AB = 3 સેમી, AC = 5 સેમી અને $m\angle B = 30°$ છે. શું જોવા મળે છે ? ફરીથી, ત્રિકોણ ΔABC રચી શકાતો નથી. આમ, આપણે એવા તારણ પર આવી શકીએ કે જો બે બાજુની લંબાઈ અને તેમની વચ્ચેના ખૂણાનું માપ આપેલ હોય તો જ અનન્ય ત્રિકોણ રચી શકાય.

સ્વાધ્યાય 10.3

1. DE = 5 સેમી, DF = 3 સેમી અને $m\angle EDF = 90°$ હોય તેવો ΔDEF રચો.
2. એક સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ રચો જેમાં બંને સમાન બાજુનાં માપ 6.5 સેમી અને તેમની વચ્ચેનો ખૂણો 110°નો હોય.
3. BC = 7.5 સેમી, AC = 5 સેમી અને $m\angle C = 60°$ હોય તેવો ΔABC રચો.

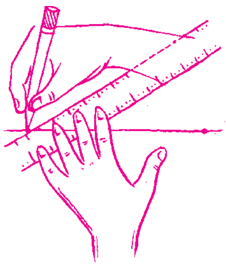
10.6 ત્રિકોણના બે ખૂણાનાં માપ અને અંતર્ગત બાજુની લંબાઈ આપી હોય તેવા ત્રિકોણની રચના કરવી. (ખૂબાખૂ શરત)

પહેલાંની જેમ કાચી આકૃતિ તૈયાર કરો. હવે આપેલ રેખાખંડ દોરો. બંને છેડા પર ખૂણાઓ દોરો. ઉદાહરણ 3 જુઓ.

ઉદાહરણ 3 ΔXYZની રચના કરો જેમાં $XY = 6$ સેમી, $m\angle ZXY = 30°$ અને $m\angle XYZ = 100°$ આપેલા છે.

ઉકેલ

પગથિયું 1 રચના કરતાં પહેલાં, માપ દર્શાવતી કાચી આકૃતિ દોરીશું. (આથી આગળ કેવી રીતે વધવું તેનો ખ્યાલ આવશે)[આકૃતિ 10.6(i)].



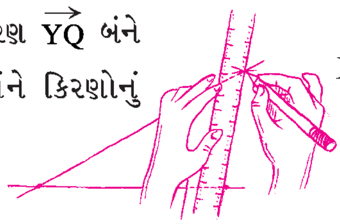
પગથિયું 2 6 સેમી લંબાઈનો રેખાખંડ $\overline{XY}$ દોરો.

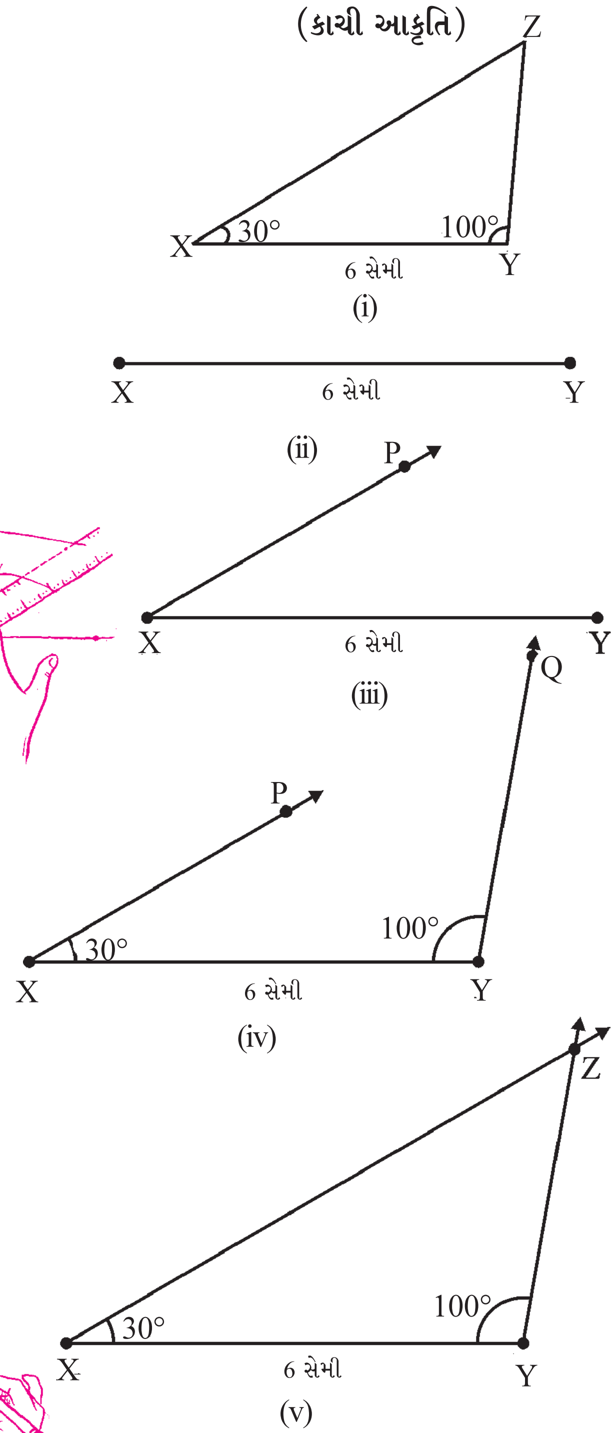
પગથિયું 3 X આગળ, $\overline{XY}$ સાથે 30°નો ખૂણો બનાવતું કિરણ $\overrightarrow{XP}$ રચો. શરત પ્રમાણે Z, $\overrightarrow{XP}$ પર ક્યાંક હશે.

પગથિયું 4 Y આગળ, $\overline{YX}$ સાથે 100°નો ખૂણો બનાવતું કિરણ $\overrightarrow{YQ}$ રચો. શરત પ્રમાણે Z, $\overrightarrow{YQ}$ પર પણ હશે.

પગથિયું 5 Z, કિરણ $\overrightarrow{XP}$ અને કિરણ $\overrightarrow{YQ}$ બંને પર છે. આથી આ બંને કિરણોનું છેદબિંદુ Z છે.

ΔXYZ મળે છે.





આકૃતિ 10.6 (i)-(v)

આ કરો

હવે બીજો ΔLMN દોરો જ્યાં $m\angle NLM = 30°$, LM = 6 સેમી અને $m\angle NML = 100°$ છે. કાગળ પરથી ΔLMN ને કાપીને ΔXYZ પર મૂકો. આપણે જોઈ શકીએ છીએ કે ΔLMN, ΔXYZ પર બરાબર **બંધ બેસે** છે. આમ, જો એક ત્રિકોણના બે ખૂણા અને તેમની વચ્ચેની બાજુ, બીજા ત્રિકોણના અનુરૂપ બે ખૂણા અને તેમની વચ્ચેની બાજુ સાથે સમાન હોય તો તે બે ત્રિકોણો એકરૂપ છે. અગાઉના પ્રકરણમાં શીખી ગયાં તે એકરૂપતાનો આ **ખૂબાખૂ** નિયમ છે. (નોંધો કે બંને ત્રિકોણોમાં બે ખૂણા અને તેમની વચ્ચેની બાજુ આપેલી હતી અને આપણે રચના કરી છે.)

વિચારો, ચર્ચા કરો અને લખો

ઉપરના પ્રશ્નમાં એક બાજુની લંબાઈ અને બે ખૂણાના માપ આપેલાં હતા. હવે, નીચેના પ્રશ્નનો અભ્યાસ કરો :

ΔABCમાં જો AC = 7 સેમી, $m\angle A = 60°$ અને $m\angle B = 50°$ આપેલા હોય તો આ ત્રિકોણ દોરી શકાય ?

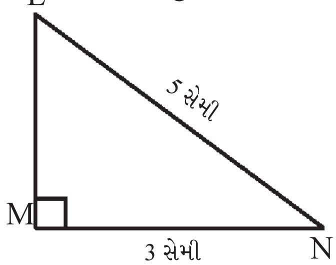
(ત્રિકોણના ખૂણાના સરવાળાનો ગુણધર્મ તમને આમાં ઉપયોગી થઈ શકે !)

સ્વાધ્યાય 10.4

1. $m\angle A = 60°$, $m\angle B = 30°$ અને AB = 5.8 સેમી હોય તેવો ΔABC રચો.
2. ΔPQR રચો, જેમાં PQ = 5 સેમી, $m\angle PQR = 105°$ અને $m\angle QRP = 40°$ છે.
   (સૂચન : ત્રિકોણના ખૂણાના સરવાળાનો ગુણધર્મ યાદ કરો.)
3. EF = 7.2 સેમી, $m\angle E = 110°$ અને $m\angle F = 80°$ હોય તેવો ΔDEF રચી શકાય કે કેમ તે ચકાસો. તમારાજવાબનું સમર્થન કરો.

10.7 ત્રિકોણની એક બાજુ અને કર્ણનું માપ આપેલું હોય તેવા કાટકોણ ત્રિકોણની રચના કરવી. (કાકબા શરત)

(કાચી આકૃતિ)



(i)

અહીં કાચી આકૃતિ બનાવવી સહેલી છે. એક રેખાખંડ દોરો. તેના એક બિંદુ આગળ કાટખૂણો રચો. હવે પરિકરના ઉપયોગથી બાજુનું માપ અને કર્ણના માપ પ્રમાણે બિંદુઓ મેળવો. ત્રિકોણ પૂર્ણ કરો. નીચેનું ઉદાહરણ જુઓ :

ઉદાહરણ 4 ΔLMN રચો, જેમાં M આગળ કાટખૂણો છે અને LN = 5 સેમી અને MN = 3 સેમી છે.

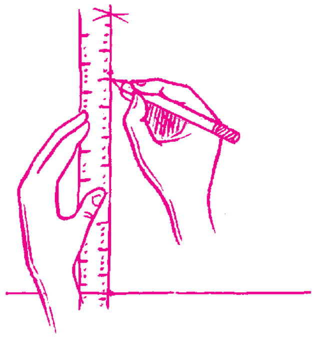
ઉકેલ

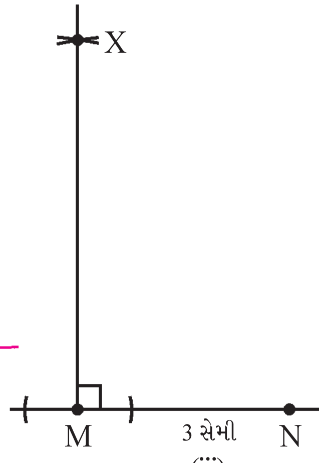
પગથિયું 1 માપ દર્શાવતી કાચી આકૃતિ દોરો. તેમાં કાટખૂણો પણ દર્શાવો (આકૃતિ 10.7(i)).

પગથિયું 2 3 સેમી લંબાઈનો રેખાખંડ MN દોરો.
(આકૃતિ 10.7(ii)).

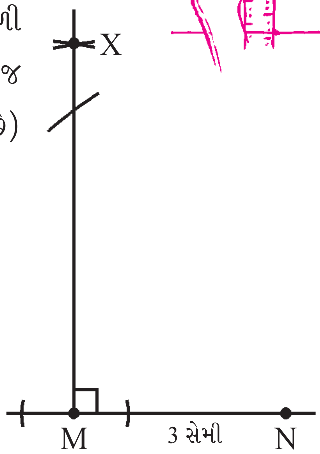
(ii)

પગથિયું 3 M આગળ $\overline{MX} \perp \overline{MN}$ દોરો. (આ લંબ પર કયાંક L હોવું જોઈએ). [આકૃતિ 10.7(ii)].

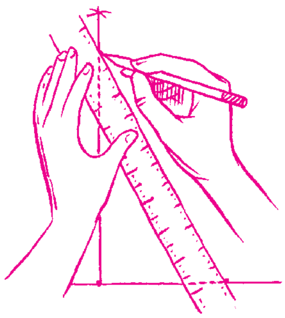


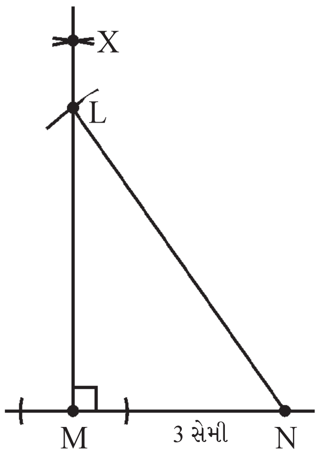


પગથિયું 4 N ને કેન્દ્ર લઈ 5 સેમી ત્રિજ્યાવાળી ચાપ રચો. (L આ ચાપ પર હશે જ કારણ કે તે N થી 5 સેમી અંતરે છે) [આકૃતિ 10.7(iv)].



પગથિયું 5 L, લંબરેખા $\overline{MX}$ અને Nમાંથી દોરેલી ચાપ, બંને પર છે. આથી, L આ બંનેનું છેદ બિંદુ છે.) ΔLMN મળે છે.
[આકૃતિ 10.7(v)]





આકૃતિ 10.7 (i)-(v)

સ્વાધ્યાય 10.5

1. $m\angle Q = 90°$, QR = 8 સેમી અને PR = 10 સેમી હોય તેવો કાટકોણ ત્રિકોણ ΔPQR રચો.

2. એવો કાટકોણ ત્રિકોણ રચો કે જેના કર્ણની લંબાઈ 6 સેમી અને એક બાજુની લંબાઈ 4 સેમી હોય.

3. સમદ્વિબાજુ કાટકોણ ΔABC રચો, જેમાં $m\angle ACB = 90°$ અને AC = 6 સેમી છે.

અન્ય પ્રશ્નો

નીચે ત્રિકોણની બાજુઓ અને ખૂણાઓનાં માપ આપેલાં છે. જેમની રચના ન થઈ શકે તેવા ત્રિકોણ ઓળખો અને શા માટે રચના શક્ય નથી તે જણાવો. બાકી ત્રિકોણની રચના કરો.

ત્રિકોણ	આપેલાં માપ		
1. ΔABC	$m\angle A = 85°$;	$m\angle B = 115°$;	AB = 5 સેમી
2. ΔPQR	$m\angle Q = 30°$;	$m\angle R = 60°$;	QR = 4.7 સેમી
3. ΔABC	$m\angle A = 70°$;	$m\angle B = 50°$;	AC = 3 સેમી
4. ΔLMN	$m\angle L = 60°$;	$m\angle N = 120°$;	LM = 5 સેમી
5. ΔABC	BC = 2 સેમી;	AB = 4 સેમી;	AC = 2 સેમી
6. ΔPQR	PQ = 3.5 સેમી;	QR = 4 સેમી;	PR = 3.5 સેમી
7. ΔXYZ	XY = 3 સેમી;	YZ = 4 સેમી;	XZ = 5 સેમી
8. ΔDEF	DE = 4.5 સેમી;	EF = 5.5 સેમી;	DF = 4 સેમી

આપણે શી ચર્ચા કરી ?

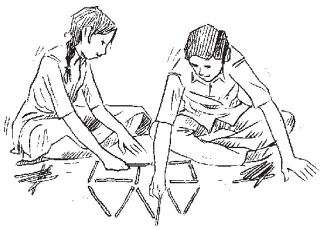
આ પ્રકરણમાં આપણે માપપટ્ટી અને પરિકરની મદદથી થઈ શકતી કેટલીક રચનાઓ વિશે વાત કરી.

1. રેખા l અને તેના પર ન હોય તેવું બિંદુ આપેલું હોય તો lને સમાંતર રેખા દોરવા માટે સમાંતર રેખા અને તેની છેદિકાથી બનતાં સમાન યુગ્મકોણના ગુણધર્મનો ઉપયોગ કર્યો.

   આ રચના માટે આપણે સમાન અનુકોણોનો પણ ઉપયોગ કરી શક્યા હોત.

2. આડકતરી રીતે ત્રિકોણની એકરૂપતાના ખ્યાલનો ઉપયોગ કરીને આપણે ત્રિકોણ રચવાની રીતો શીખ્યા.

   નીચેના કિસ્સાઓ આપણે ચર્ચ્યા :



   (i) બાબાબા : ત્રિકોણની ત્રણે બાજુની લંબાઈ આપી હોય.

   (ii) બાખૂબા : ત્રિકોણની બે બાજુની લંબાઈ અને તેમની વચ્ચેના ખૂણાનું માપ આપ્યું હોય.

   (iii) ખૂબાખૂ : ત્રિકોણના બે ખૂણાનાં માપ અને તેમની વચ્ચેની બાજુની લંબાઈ આપી હોય.

   (iv) કાકબા : કાટકોણ ત્રિકોણમાં કર્ણની લંબાઈ અને તેની બીજી એક બાજુની લંબાઈ આપી હોય.

પ્રકરણ 11

પરિમિતિ અને ક્ષેત્રફળ

11.1 પ્રસ્તાવના :

ધોરણ 6માં તમે સમતલીય આકૃતિઓની પરિમિતિ તથા ચોરસ અને લંબચોરસના ક્ષેત્રફળ વિશે શીખી ગયાં છો. બંધ આકૃતિની સીમારેખાની લંબાઈ એ પરિમિતિ છે જ્યારે ક્ષેત્રફળ એ બંધ આકૃતિએ એ સમતલમાં રોકેલી જગ્યાનું માપ છે.

આ વર્ષે, કેટલીક વધુ સમતલીય આકૃતિઓની પરિમિતિ અને ક્ષેત્રફળ વિશે શીખશો.

11.2 ચોરસ અને લંબચોરસ (Squares and Rectangles)

આયુષ અને દીક્ષાએ ચિત્રો દોર્યાં. આયુષે તેનું ચિત્ર 60 સેમી લંબાઈ અને 20 સેમી પહોળાઈવાળા કાગળ પર દોર્યું તો દીક્ષાએ તેનું ચિત્ર 40 સેમી લંબાઈ અને 35 સેમી પહોળાઈવાળા કાગળ પર દોર્યું. આ બંને ચિત્રો અલગ-અલગ ફ્રેમમાં મઢવાનાં છે અને લેમિનેશન કરવાનું છે.

જો ફ્રેમ કરવાનો ખર્ચ ₹ 3.00 પ્રતિ સેમી હોય, તો કોને વધુ ખર્ચ થાય ?

જો લેમિનેશનનો ખર્ચ ₹ 2.00 પ્રતિ ચોરસ સેમી હોય તો કોને વધુ ખર્ચ થાય ?

ફ્રેમ કરવાનો ખર્ચ શોધવા માટે આપણે પરિમિતિ શોધવી પડે અને પછી તેને ફ્રેમ કરવાના દર વડે ગુણવું પડે.લેમિનેશનનો ખર્ચ શોધવા માટે આપણે ક્ષેત્રફળ શોધવું પડે અને પછી તેને લેમિનેશન કરવાના દર વડે ગુણવું પડે.

પ્રયત્ન કરો

નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ શોધવા માટે તમારે શું શોધવું પડે - પરિમિતિ કે ક્ષેત્રફળ ?

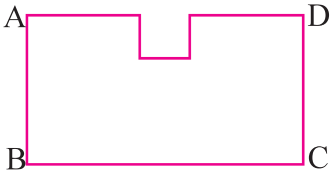
1. વર્ગમાંનું કાળું પાટિયું કેટલી જગ્યા રોકે છે ?
2. ફૂલોના લંબચોરસ ક્યારાને ફરતેથી બંધ કરવા માટે કેટલી લંબાઈનો તાર જોઈશે ?
3. એક ત્રિકોણાકાર બાગને ફરતે બે વાર આંટા મારવાથી તમે કેટલું અંતર કાપશો ?
4. એક લંબચોરસ તરણકુંડ ને ઢાંકવા માટે તમારે કેટલી પ્લાસ્ટિકની શીટ જોઈશે ?

શું તમને યાદ છે ?

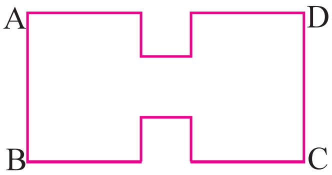
નિયમિત બહુકોણની પરિમિતિ = બાજુની સંખ્યા × એક બાજુની લંબાઈ

ચોરસની પરિમિતિ = 4 × બાજુની લંબાઈ

આકૃતિ 11.1



આકૃતિ 11.2



આકૃતિ 11.3

લંબચોરસની પરિમિતિ $= 2 \times (l + b)$

લંબચોરસનું ક્ષેત્રફળ $= l \times b$, ચોરસનું ક્ષેત્રફળ = બાજુ × બાજુ

તાન્યાને તેનું કૉલાજ પૂરું કરવા માટે 4 સેમી બાજુવાળો ચોરસ જોઈતો હતો. તેની પાસે 28 સેમી લંબાઈ અને 21 સેમી પહોળાઈનો લંબચોરસ કાગળ હતો (આકૃતિ 11.1). તેણે તેમાંથી 4 સેમી બાજુવાળો ચોરસ કાપી લીધો. તેની મિત્રે બાકીનો કાગળ (આકૃતિ 11.2) જોઈને તાન્યાને પૂછ્યું, ‘‘હવે આ કાગળની પરિમિતિ વધી કે ઘટી ?’’

બાજુ ADની કુલ લંબાઈ, ચોરસ કાપ્યા પછી વધી ?

ક્ષેત્રફળ વધ્યું કે ઘટ્યું ?

તાન્યા સામેની બાજુમાંથી બીજો એક ચોરસ કાપે છે (આકૃતિ 11.3).

બાકીના કાગળની પરિમિતિ હજુ વધારે વધશે ?

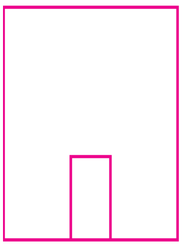
ક્ષેત્રફળ હજુ વધશે કે ઘટશે ?

તો, આ પરથી આપણે શું અનુમાન કરી શકીએ ?

અહીં સ્પષ્ટ છે કે પરિમિતિમાં વધારો થવાથી ક્ષેત્રફળમાં વધારો થવો જરૂરી નથી.

પ્રયત્ન કરો

1. આવા ઘણા આકારો અને કટિંગ્સ માટે આ પ્રયોગ કરો. તમે ચોરસ ખાનાવાળા કાગળ પર આ આકારો દોરી તેની પરિમિતિ અને ક્ષેત્રફળ ગણી શકો.
   તમે જોયું છે કે પરિમિતિમાં વધારો થાય એનો અર્થ એ નથી કે ક્ષેત્રફળ પણ વધશે.
2. પરિમિતિ વધવાની સાથે ક્ષેત્રફળ પણ વધે તેવાં બે ઉદાહરણો આપો.
3. પરિમિતિ વધે પરંતુ ક્ષેત્રફળ ન વધે તેવાં બે ઉદાહરણો આપો.



આકૃતિ 11.4

ઉદાહરણ 1 10 મી × 10 મીના માપવાળી દીવાલમાં 3 મી × 2 મી માપનું એક બારણું છે. એક ચોરસમીટરના ₹ 2.50 પ્રમાણે દીવાલને રંગવાનો ખર્ચ શોધો.

ઉકેલ બારણાના ક્ષેત્રફળને બાદ કરતાં બાકીની દીવાલને રંગ કરવાનો છે.

બારણાનું ક્ષેત્રફળ $= l \times b$

$= 3 \times 2$ મી^{2} $= 6$ મી^{2}

બારણાં સહિત દીવાલનું ક્ષેત્રફળ = બાજુ × બાજુ $= 10 \times 10$ મી^{2} $= 100$ મી^{2}

$\therefore$ બારણાં સિવાયની દીવાલનું ક્ષેત્રફળ $= (100 - 6)$ મી^{2} $= 94$ મી^{2}

$\therefore$ દીવાલને રંગ કરવાનો મજૂરી ખર્ચ $= 2.50 \times 94 =$ ₹ 235

ઉદાહરણ 2 એક લંબચોરસ કાગળનું ક્ષેત્રફળ 500 સેમી^{2} છે. જો તેની લંબાઈ 25 સેમી હોય તો તેની પહોળાઈ કેટલી હશે ? તે કાગળની પરિમિતિ પણ શોધો.

ઉકેલ લંબચોરસ કાગળનું ક્ષેત્રફળ = 500 સેમી^{2}

લંબાઈ $(l) = 25$ સેમી

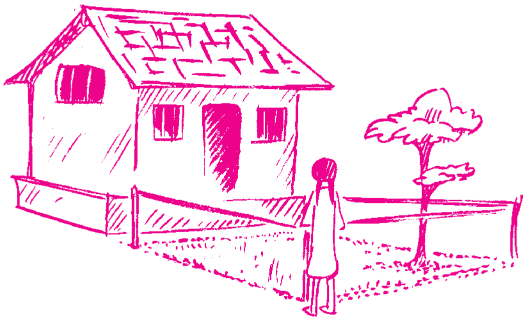
લંબચોરસનું ક્ષેત્રફળ = $l \times b$ (જ્યાં b = કાગળની પહોળાઈ)

આથી, પહોળાઈ $b = \frac{\text{ક્ષેત્રફળ}}{l} = \frac{500}{25}$ = 20 સેમી

કાગળની પરિમિતિ = $2 \times (l + b) = 2 \times (25 + 20) = 90$ સેમી.

આથી, લંબચોરસ કાગળની પહોળાઈ 20 સેમી અને તેની પરિમિતિ 90 સેમી છે.

ઉદાહરણ 3 અનુ તેના ઘરની સામેના બાગની ફરતે વાડ કરવા માગે છે (આકૃતિ 11.5). તેની ત્રણ બાજુઓની લંબાઈ 20 મીટર; 12 મીટર અને 12 મીટર છે. મીટરના ₹ 150 પ્રમાણે વાડ કરવાનો ખર્ચ શોધો.



આકૃતિ 11.5

ઉકેલ વાડની લંબાઈ, બાગની પરિમિતિ (એક બાજુ સિવાયની) જેટલી થાય, જે 20 મી + 12 મી + 12 મી = 44 મીટર છે. વાડ કરવાનો ખર્ચ = ₹ 150 × 44 = ₹ 6,600

ઉદાહરણ 4 એક તાર 10 સેમી બાજુવાળા ચોરસ આકારમાં વાળેલો છે. જો તેને (ખોલીને) ફરીથી 12 સેમી લંબાઈવાળા લંબચોરસ આકારમાં વાળવામાં આવે તો તે લંબચોરસની પહોળાઈ કેટલી થશે ? ચોરસ અને લંબચોરસમાંથી કોનું ક્ષેત્રફળ વધુ થશે ?

ઉકેલ ચોરસની બાજુ = 10 સેમી

તારની લંબાઈ = ચોરસની પરિમિતિ = 4 × બાજુ = 40 સેમી

લંબચોરસની લંબાઈ l = 12 સેમી ધારો કે લંબચોરસની પહોળાઈ b છે.

લંબચોરસની પરિમિતિ = તારની લંબાઈ = 40 સેમી

લંબચોરસની પરિમિતિ = $2(l + b)$

આથી, $40 = 2(12 + b)$

અથવા $\frac{40}{2} = 12 + b$

આથી, $b = 20 - 12 = 8$ સેમી

લંબચોરસની પહોળાઈ = 8 સેમી

ચોરસનું ક્ષેત્રફળ = (બાજુ)^2

= 10 સેમી × 10 સેમી = 100 સેમી^{2}

લંબચોરસનું ક્ષેત્રફળ = $l \times b$

= 12 સેમી × 8 સેમી = 96 સેમી^{2}

આમ, ચોરસ અને લંબચોરસની પરિમિતિ સમાન હોવા છતાં ચોરસનું ક્ષેત્રફળ વધુ છે.

ઉદાહરણ 5 એક ચોરસ અને એક લંબચોરસનાં ક્ષેત્રફળ સમાન છે. જો ચોરસની બાજુ 40 સેમી હોય અને લંબચોરસની પહોળાઈ 25 સેમી હોય તો લંબચોરસની લંબાઈ શોધો. લંબચોરસની પરિમિતિ પણ શોધો.

ઉકેલ ચોરસનું ક્ષેત્રફળ = (બાજુ)^2

= 40 સેમી × 40 સેમી = 1600 સેમી^{2}

આપણને આપેલું છે કે

લંબચોરસનું ક્ષેત્રફળ = ચોરસનું ક્ષેત્રફળ

લંબચોરસનું ક્ષેત્રફળ = 1600 સેમી^{2}, લંબચોરસની પહોળાઈ = 25 સેમી

લંબચોરસનું ક્ષેત્રફળ = $l \times b$

અથવા $1600 = l \times 25$

અથવા $\frac{1600}{25} = l$ અથવા $l = 64$ સેમી

આથી, લંબચોરસની લંબાઈ 64 સેમી છે.

લંબચોરસની પરિમિતિ = $2 \times (l + b) = 2\ (64 + 25)$ સેમી

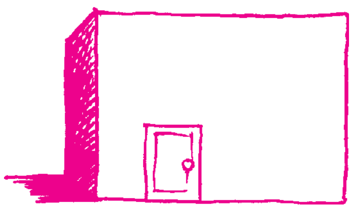
$= 2 \times 89$ સેમી = 178 સેમી

આમ, લંબચોરસનું ક્ષેત્રફળ, ચોરસના ક્ષેત્રફળ જેટલું જ છે તેમ છતાં લંબચોરસની પરિમિતિ 178 સેમી છે.

સ્વાધ્યાય 11.1

1. જમીનના લંબચોરસ ભાગની લંબાઈ અને પહોળાઈ અનુક્રમે 500 મીટર અને 300 મીટર છે.

   (i) તેનું ક્ષેત્રફળ શોધો. (ii) 1 મી^{2} જમીનની કિંમત રૂ. 10,000 હોય, તો તેની કિંમત શોધો.
2. જેની પરિમિતિ 320 મીટર છે તેવા ચોરસ બાગનું ક્ષેત્રફળ શોધો.
3. જેનું ક્ષેત્રફળ 440 મી^{2} છે અને લંબાઈ 22 મીટર છે તેવા જમીનના લંબચોરસ પ્લોટની પહોળાઈ શોધો. તેની પરિમિતિ પણ શોધો.
4. એક લંબચોરસની પરિમિતિ 100 સેમી છે, જો તેની લંબાઈ 35 સેમી હોય તો તેની પહોળાઈ શોધો. તેનું ક્ષેત્રફળ પણ શોધો.
5. એક ચોરસ બાગ અને એક લંબચોરસ બાગનાં ક્ષેત્રફળ સરખાં છે. જો ચોરસ બાગની બાજુનું માપ 60 મીટર હોય અને લંબચોરસ બાગની લંબાઈ 90 મીટર હોય તો લંબચોરસ બાગની પહોળાઈ શોધો.
6. એક તાર, લંબચોરસ આકારમાં વાળેલો છે જેની લંબાઈ 40 સેમી અને પહોળાઈ 22 સેમી છે. જો તેને ખોલીને ફરીથી ચોરસ આકારમાં વાળવામાં આવે તો તેની દરેક બાજુનું માપ કેટલું થશે ? કયો આકાર વધુ ક્ષેત્રફળ આવરે છે તે પણ નક્કી કરો.



આકૃતિ 11.6

7. એક લંબચોરસની પરિમિતિ 130 સેમી છે. જો તેની પહોળાઈ 30 સેમી હોય તો તેની લંબાઈ શોધો. તે લંબચોરસનું ક્ષેત્રફળ પણ શોધો.
8. એક દીવાલમાં 2 મીટર લંબાઈ અને 1 મીટર પહોળાઈનું બારણું બેસાડેલું છે. દીવાલની લંબાઈ 4.5 મીટર અને પહોળાઈ 3.6 મીટર છે (આકૃતિ 11.6). જો દિવાલને ધોળવાનો દર પ્રતિ મી^{2} ના ₹ 20 હોય તો દીવાલને ધોળવાનો ખર્ચ શોધો.

11.2.1 લંબચોરસના ભાગ તરીકે ત્રિકોણ

એક લંબચોરસ લો જેની બાજુઓનાં માપ 8 સેમી અને 5 સેમી છે. તેને તેના વિકર્ણ પરથી કાપીને બે ત્રિકોણો મેળવો (આકૃતિ 11.7).

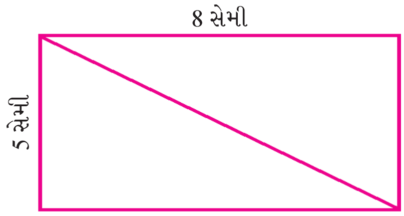
એક ત્રિકોણને બીજા ત્રિકોણ પર ગોઠવો.

શું તે બંને બરાબર સરખા છે ?

તમે કહી શકો કે તે બંને ત્રિકોણનાં ક્ષેત્રફળ સરખાં છે ?

શું તે બંને ત્રિકોણ એકરૂપ પણ છે ?

આ બંને ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ કેટલું છે ?



આકૃતિ 11.7

તમે જોશો કે બે ત્રિકોણનાં ક્ષેત્રફળોનો સરવાળો, લંબચોરસના ક્ષેત્રફળ જેટલો છે. બંને ત્રિકોણ ક્ષેત્રફળમાં સરખા છે.

દરેક ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ $= \frac{1}{2}$ (લંબચોરસનું ક્ષેત્રફળ)

$= \frac{1}{2} \times (l \times b) = \frac{1}{2}\ (8 \times 5)$

$= \frac{40}{2} = 20$ સેમી^{2}

5 સેમી બાજુવાળો એક ચોરસ લો અને તેને (આકૃતિ 11.8)માં દર્શાવ્યા પ્રમાણે ચાર ત્રિકોણમાં વહેંચો.

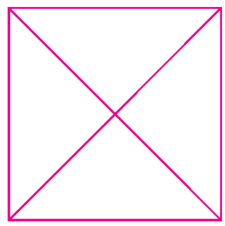
ચારે ત્રિકોણના ક્ષેત્રફળ સમાન છે ?

તે ચારે પરસ્પર એકરૂપ છે ? (ચકાસવા માટે એકબીજા ઉપર મૂકી જુઓ.)

દરેક ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ કેટલું છે ?

દરેક ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ $= \frac{1}{4}$ (ચોરસનું ક્ષેત્રફળ)

$= \frac{1}{4}$ (બાજુ)$^2 = \frac{1}{4}\ (5)^2$ સેમી$^2 = 6.25$ સેમી^{2}



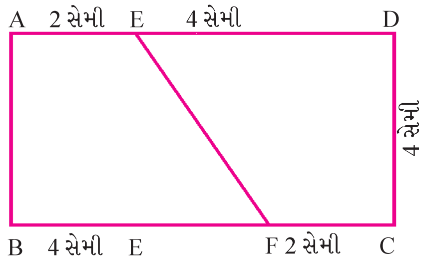
આકૃતિ 11.8

11.2.2 લંબચોરસના અન્ય એકરૂપ ભાગોનું સામાન્યીકરણ

6 સેમી લંબાઈ અને 4 સેમી પહોળાઈના એક લંબચોરસને આકૃતિ (11.9) માં દર્શાવ્યા પ્રમાણે બે ભાગમાં વહેંચવામાં આવેલ છે. આ લંબચોરસની નકલ બીજા કાગળ પર કરો અને તેને EF ઉપરથી કાપીને બે ટુકડા કરો.

એક ટુકડાને બીજા ઉપર ગોઠવો અને જુઓ કે બંધબેસતા આવે છે કે નહીં. (તમારે એને પરિભ્રમણ કરાવવું પડે.)

શું બંને ભાગ એકરૂપ છે ? બંને ભાગ પરસ્પર એકરૂપ છે. આથી એક ભાગનું ક્ષેત્રફળ, બીજા ભાગના ક્ષેત્રફળ જેટલું છે.



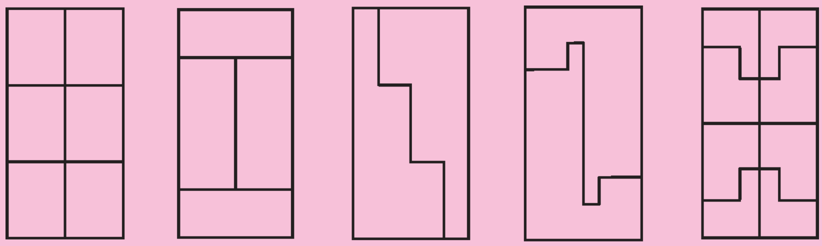
આકૃતિ 11.9

$\therefore$ દરેક એકરૂપ ભાગનું ક્ષેત્રફળ $= \frac{1}{2}$ (લંબચોરસનું ક્ષેત્રફળ)

$= \frac{1}{2}\ (6 \times 4)$ સેમી$^2 = 12$ સેમી^{2}

પ્રયત્ન કરો

નીચે આપેલા દરેક લંબચોરસની લંબાઈ 6 સેમી અને પહોળાઈ 4 સેમી છે. તે દરેક એકરૂપ બહુકોણથી બનેલા છે. દરેક બહુકોણનું ક્ષેત્રફળ શોધો.



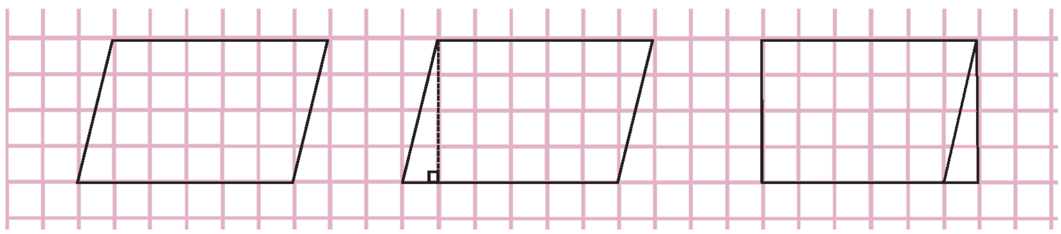
11.3 સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ (Area of a Parallelogram)

આપણે ચોરસ અને લંબચોરસ સિવાયના બીજા આકારો પણ જોઈએ છીએ.

જે જમીન સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણના આકારની હોય તેનું ક્ષેત્રફળ કેવી રીતે શોધશો ?

ચાલો, આપણે તે માટે રીત શોધીએ.

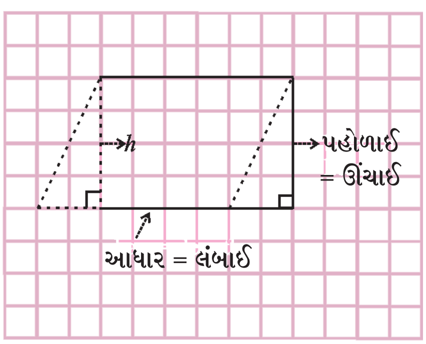
સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણને સમાન ક્ષેત્રફળવાળા લંબચોરસમાં રૂપાંતરિત કરી શકાય ? આકૃતિ 11.10(i)માં દર્શાવ્યા પ્રમાણે એક આલેખપત્ર પર એક સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ દોરો. સમાંતર બાજુ ચતુષ્કોણના એક શિરોબિંદુ પરથી સામેની બાજુને લંબ રેખા દોરો [આકૃતિ 11.10(ii)]. ત્રિકોણને કાપી લો. આ ત્રિકોણને સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણની બીજી બાજુએ ખસેડો.



(i) (ii) (iii)

આકૃતિ 11.10

તમને કયો આકાર મળે છે ? તમને એક લંબચોરસ મળે છે. શું સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ, નવા બનેલા લંબચોરસના ક્ષેત્રફળ જેટલું છે ? હા, સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ = બનેલા લંબચોરસનું ક્ષેત્રફળ. આ લંબચોરસની લંબાઈ અને પહોળાઈ શેનાં માપ છે ?



આકૃતિ 11.11

આપણને જણાય છે કે લંબચોરસની લંબાઈ તે સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણના આધાર જેટલી છે અને લંબચોરસની પહોળાઈ તે સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણની ઊંચાઈ જેટલી છે. (આકૃતિ 11.11).

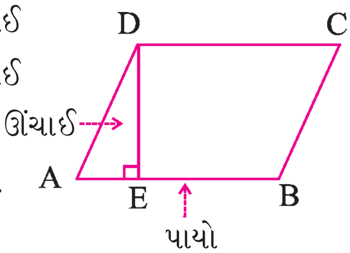
હવે, સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ = લંબચોરસનું ક્ષેત્રફળ

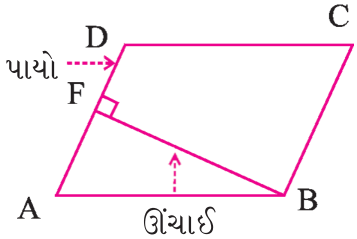
= લંબાઈ × પહોળાઈ = $l \times b$

પરંતુ લંબચોરસની લંબાઈ l અને પહોળાઈ b તે સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણના અનુક્રમે આધાર b અને ઊંચાઈ h જેટલી છે.

આમ, સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ = આધાર × ઊંચાઈ = $b \times h$.

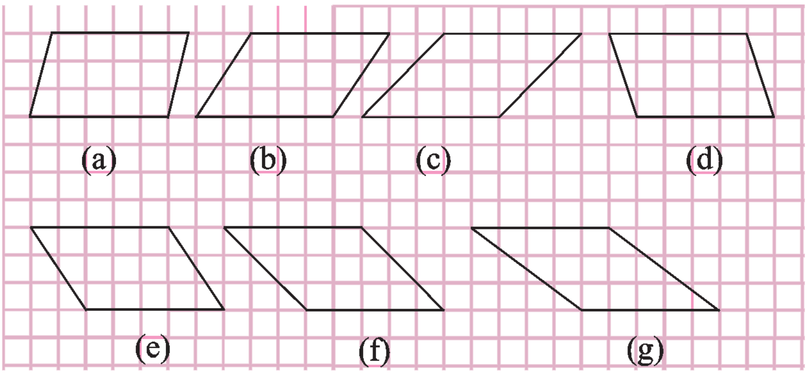
સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણની કોઈ પણ બાજુને તેના આધાર તરીકે લઈ શકાય. તે બાજુ પર સામેનાં શિરોબિંદુમાંથી દોરેલા લંબને તેની ઊંચાઈ કહેવાય છે. સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ ABCDમાં DE, ABને લંબ છે. અહીં AB આધાર છે અને DE એ સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણની ઊંચાઈ છે.





બાજુના સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ ABCDમાં BF, સામેની બાજુ ADને લંબ છે. અહીં AD આધાર છે અને BF ઊંચાઈ છે.

નીચેના સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ જુઓ. (આકૃતિ 11.12)



આકૃતિ 11.12

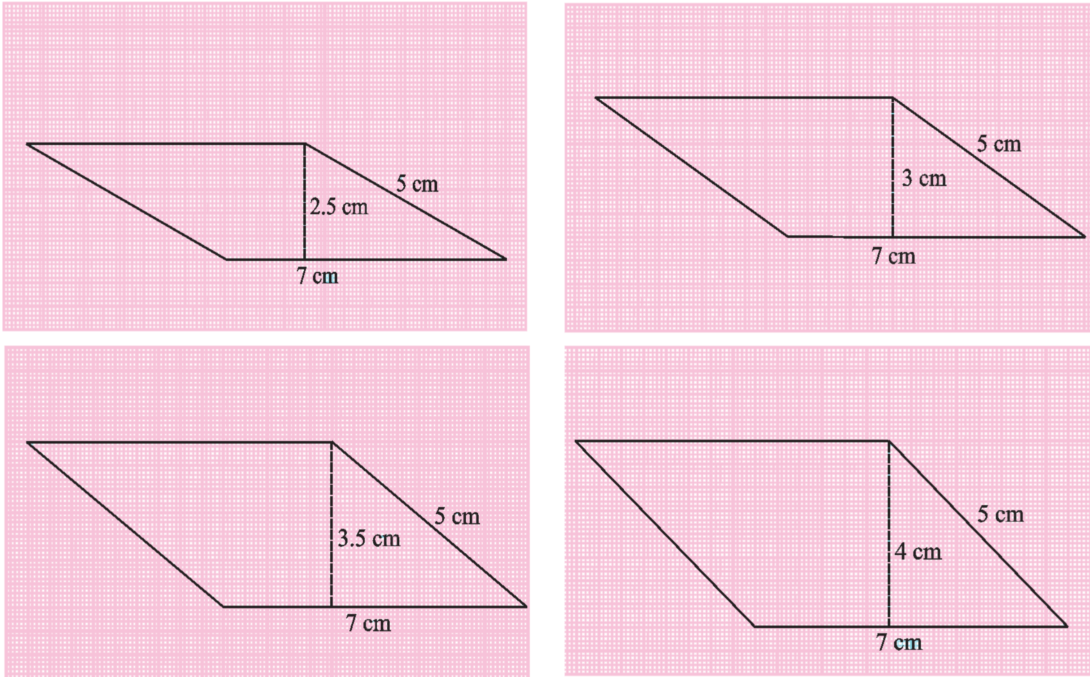
આ સમાંતર બાજુ ચતુષ્કોણનાં ક્ષેત્રફળ, આકૃતિની અંદરના ભાગમાં આવેલા ચોરસની ગણતરી કરીને શોધો અને બાજુઓને માપીને તેની પરિમિતિ પણ શોધો.

નીચેનું કોષ્ટક પૂર્ણ કરો.

સમાંતર બાજુ ચતુષ્કોણ	આધાર સંખ્યા	ઊંચાઈ	ક્ષેત્રફળ	પરિમિતિ
(a)	5 એકમ	3 એકમ	$5 \times 3 = 15$ ચો એકમ	
(b)				
(c)				
(d)				
(e)				
(f)				
(g)				

તમે જોશો કે આ બધા સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણના ક્ષેત્રફળ સમાન છે પરંતુ તેમની પરિમિતિ ભિન્ન છે.

હવે, નીચેના સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ જુઓ, જેમની બાજુઓ 7 સેમી અને 5 સેમી માપની છે. (આકૃતિ 11.13)



આકૃતિ 11.13

આ દરેક સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણની પરિમિતિ અને ક્ષેત્રફળ શોધો. તમારા પરિણામોનું પૃથક્કરણ કરો. તમે જોશો કે આ સમાંતર બાજુ ચતુષ્કોણનાં ક્ષેત્રફળ ભિન્ન છે પરંતુ તેમની પરિમિતિ સમાન છે.

સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ શોધવા માટે તમારે માત્ર તેનો આધાર અને અનુરૂપ ઊંચાઈ જાણવી જરૂરી છે.

પ્રયત્ન કરો

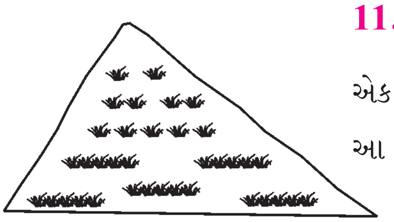
નીચેના સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણનાં ક્ષેત્રફળો શોધો.

(i)

(ii)

(iii) સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ ABCDમાં, AB = 7.2 સેમી અને AB પર Cમાંથી દોરેલા લંબનું માપ 4.5 સેમી છે.

11.4 ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ



એક માળી એક ત્રિકોણાકાર બાગના આખા ભાગમાં ઘાસ ઉગાડવાનો ખર્ચ જાણવા માગે છે. આ માટે આપણે ત્રિકોણાકાર પ્રદેશનું ક્ષેત્રફળ જાણવું જરૂરી છે.

ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ મેળવવા માટેની રીત શોધીએ.

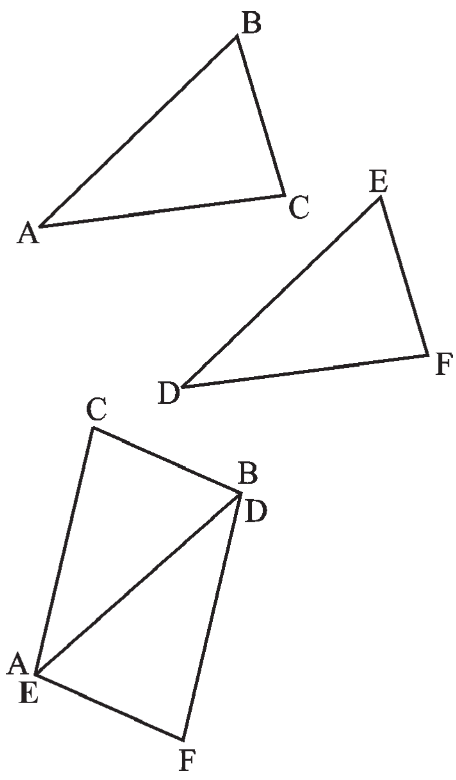
એક કાગળ પર એક વિષમબાજુ ત્રિકોણ દોરો. આ ત્રિકોણાકારને કાપી લો. તેને બીજા કાગળ પર મૂકી તેના જ માપનો બીજો ત્રિકોણાકાર કાપો. હવે તમારી પાસે સમાન માપના બે વિષમબાજુ ત્રિકોણ છે. શું આ બંને ત્રિકોણ એકરૂપ છે ?

એક ત્રિકોણને ત્રિકોણ બીજા ઉપર એવી રીતે મૂકો કે જેથી બરાબર બંધબેસતો આવે. તમારે કદાચ બેમાંથી એક ત્રિકોણને પરિભ્રમણ કરાવવું પડે.

હવે બંને ત્રિકોણને એ રીતે ગોઠવો કે બંનેની અનુરૂપ બાજુઓની એક જોડ એકબીજા સાથે જોડાય. (આકૃતિ 11.14)

આ રીતે બનતી આકૃતિ સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ છે ?

દરેક ત્રિકોણના ક્ષેત્રફળને સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણના ક્ષેત્રફળ સાથે સરખાવો. ત્રિકોણના આધાર અને ઊંચાઈને, સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણના આધાર અને ઊંચાઈ સાથે સરખાવો.



આકૃતિ 11.14

તમને જણાશે કે બંને ત્રિકોણનાં ક્ષેત્રફળોનો સરવાળો, સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણના ક્ષેત્રફળ જેટલો છે. ત્રિકોણના આધાર અને ઊંચાઈ સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણના અનુક્રમે આધાર અને ઊંચાઈ જેટલા છે.

દરેક ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ $= \frac{1}{2}$ (સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ)

$= \frac{1}{2}$ (આધાર $\times$ ઊંચાઈ)

(કારણ કે સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ = આધાર $\times$ ઊંચાઈ)

$= \frac{1}{2}(b \times h)$ (અથવા ટૂંકમાં $\frac{1}{2}bh$)

પ્રયત્ન કરો

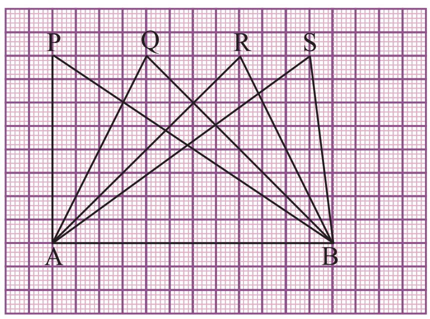
1. ઉપરની પ્રવૃત્તિ જુદા જુદા પ્રકારના ત્રિકોણ લઈને કરો.
2. જુદા જુદા સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ લો. તે દરેકને તેના કોઈ પણ એક વિકર્ણ પર કાપીને બે ત્રિકોણમાં વિભાજિત કરો. આ ત્રિકોણો એકરૂપ છે ?

બાજુની આકૃતિ 11.15માં બધા ત્રિકોણનો આધાર AB = 6 સેમી છે.

દરેક ત્રિકોણની ABને અનુરૂપ ઊંચાઈ વિશે તમે શું કહી શકો ?

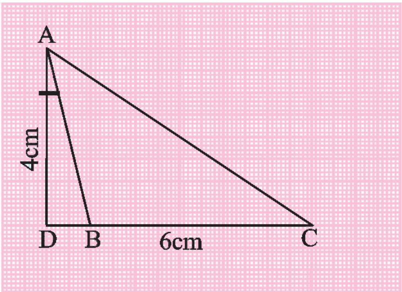
બધા ત્રિકોણનાં ક્ષેત્રફળ સમાન છે એમ કહી શકાય ? હા.

બધા ત્રિકોણ એકરૂપ પણ છે ? ના.



આકૃતિ 11.15

આપણે તારણ કાઢીએ કે બધા એકરૂપ ત્રિકોણનાં ક્ષેત્રફળ સરખાં છે પરંતુ સરખાં ક્ષેત્રફળવાળા ત્રિકોણ, એકરૂપ હોવા જરૂરી નથી.



આકૃતિ 11.16

6 સેમી આધારવાળો ગુરુકોણ ત્રિકોણ ABC લો. (આકૃતિ 11.16) તેની ઊંચાઈ AD કે જે શિરોબિંદુ Aમાંથી દોરેલો લંબ છે, તે ત્રિકોણની બહારના ભાગમાં છે.

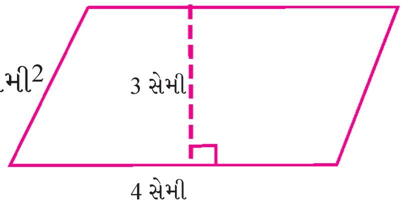
શું તમે આ ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ ગણી શકો ?

ઉદાહરણ 6 એક સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણની એક બાજુ અને તેને અનુરૂપ ઊંચાઈ અનુક્રમે 4 સેમી અને 3 સેમી છે. તેનું ક્ષેત્રફળ શોધો.

ઉકેલ આધાર(b)ની લંબાઈ = 4 સેમી અને ઊંચાઈ (h) = 3 સેમી આપેલાં છે.

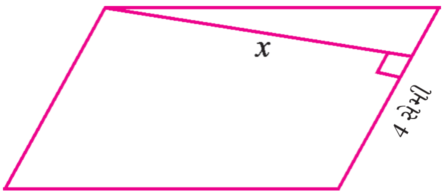
સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ = $b \times h$

= 4 × 3 સેમી = 12 સેમી^{2}



આકૃતિ 11.17

ઉદાહરણ 7 જો એક સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ 24 સેમી^{2} અને આધાર 4 સેમી હોય, તો તેની ઊંચાઈ 'x' શોધો.



આકૃતિ 11.18

ઉકેલ સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ = $b \times h$

આથી, 24 = 4 × x (આકૃતિ 11.18)

અથવા $\frac{24}{4} = x$ અથવા x = 6 સેમી

આમ, સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણની ઊંચાઈ 6 સેમી છે.

ઉદાહરણ 8 સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ ABCDની બે બાજુઓ 6 સેમી અને 4 સેમી છે. આધાર CDને અનુરૂપ ઊંચાઈ 3 સેમી છે.

(i) સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ શોધો. (ii) આધાર ADને અનુરૂપ ઊંચાઈ શોધો (આકૃતિ 11.19).

ઉકેલ

(i) સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ = $b \times h$

= 6 સેમી × 3 સેમી = 18 સેમી^{2}

(ii) આધાર (b) = 4 સેમી, ઊંચાઈ = x ધારો.

ક્ષેત્રફળ = 18 સેમી^{2}

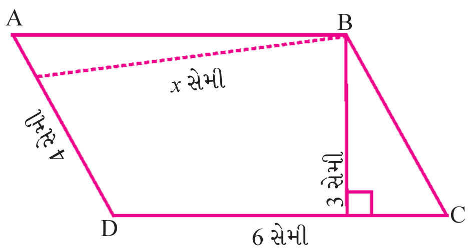
સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ = $b \times x$

18 = 4 × x

$\frac{18}{4} = x$

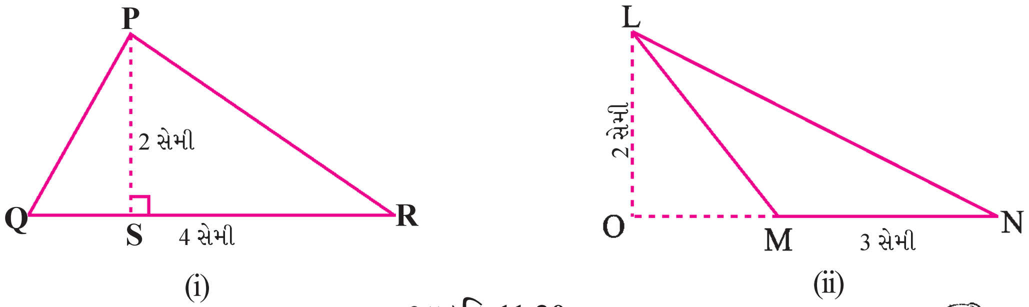
∴ x = 4.5 સેમી

આથી, આધાર ADને અનુરૂપ ઊંચાઈ = 4.5 સેમી



આકૃતિ 11.19

ઉદાહરણ 9 નીચેના ત્રિકોણનાં ક્ષેત્રફળ શોધો (આકૃતિ 11.20).



આકૃતિ 11.20

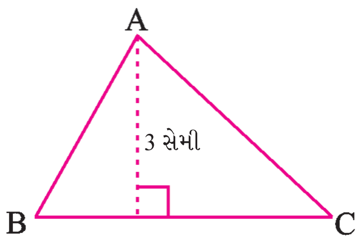
ઉકેલ (i) ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ $= \frac{1}{2}\, bh = \frac{1}{2} \times QR \times PS$

$= \frac{1}{2} \times 4$ સેમી $\times 2$ સેમી $= 4$ સેમી^{2}

(ii) ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ $= \frac{1}{2}\, bh = \frac{1}{2} \times MN \times LO$

$= \frac{1}{2} \times 3$ સેમી $\times 2$ સેમી $= 3$ સેમી^{2}

ઉદાહરણ 10 જો ΔABCનું ક્ષેત્રફળ 36 સેમી^{2} હોય અને ઊંચાઈ AD = 3 સેમી હોય, તો BC શોધો (આકૃતિ 11.21).



આકૃતિ 11.21

ઉકેલ ઊંચાઈ = 3 સેમી, ક્ષેત્રફળ = 36 સેમી^{2}

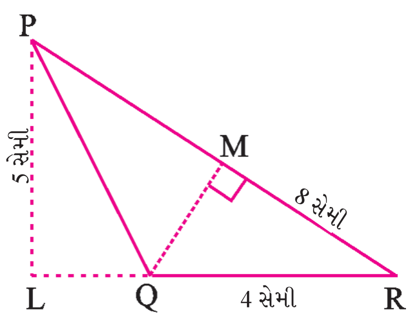
ત્રિકોણ ABCનું ક્ષેત્રફળ $= \frac{1}{2}\, bh$

અથવા, $36 = \frac{1}{2} \times b \times 3$ એટલે કે, $b = \frac{36 \times 2}{3} = 24$ સેમી

આથી, BC = 24 સેમી

ઉદાહરણ 11 જો ΔPQRમાં PR = 8 સેમી, QR = 4 સેમી PL = 5 સેમી છે (આકૃતિ 11.22).

(i) ΔPQRનું ક્ષેત્રફળ અને (ii) QM શોધો.



આકૃતિ 11.22

ઉકેલ

(i) QR = આધાર = 4 સેમી, PL = ઊંચાઈ = 5 સેમી

ત્રિકોણ PQRનું ક્ષેત્રફળ $= \frac{1}{2}\, bh$

$= \frac{1}{2} \times 4$ સેમી $\times 5$ સેમી $= 10$ સેમી^{2}

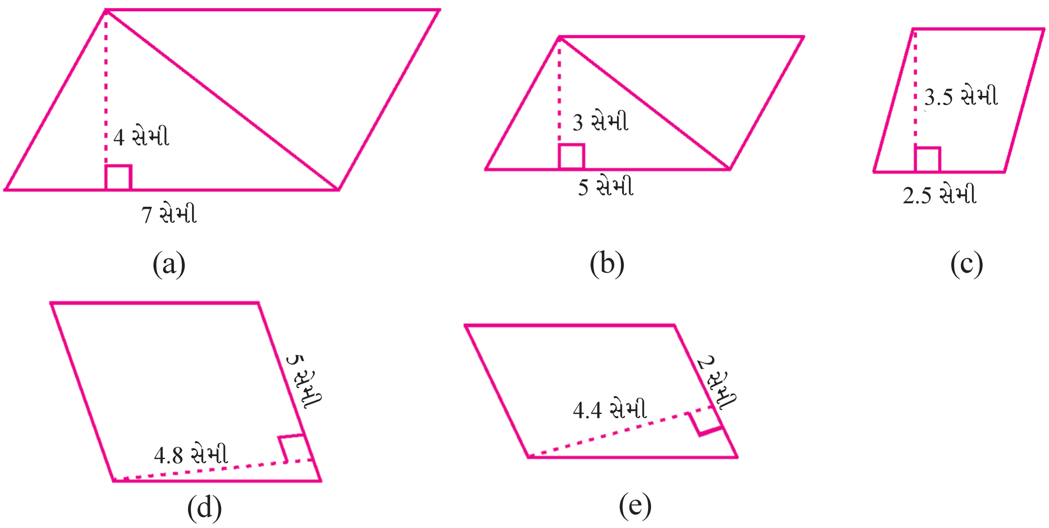
(ii) PR = આધાર = 8 સેમી, QM = ઊંચાઈ = ? ક્ષેત્રફળ = 10 સેમી^{2}

ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ = $\frac{1}{2} \times b \times h$ એટલે કે $10 = \frac{1}{2} \times 8 \times h$

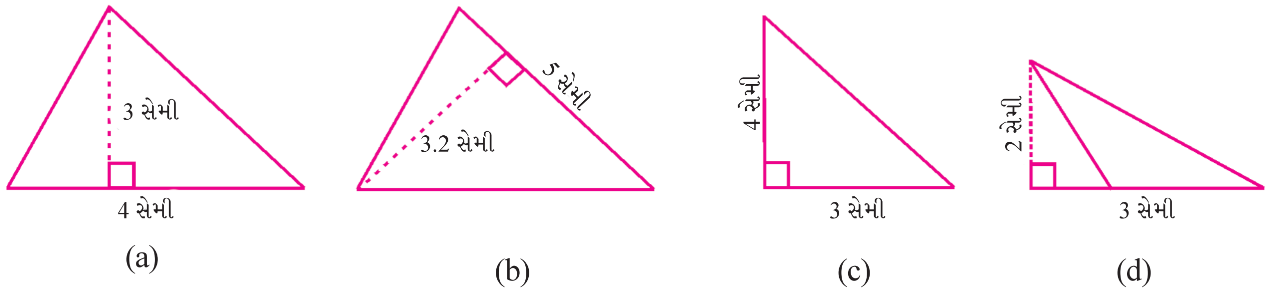
$h = \frac{10}{4} = \frac{5}{2} = 2.5$ આમ, QM = 2.5 સેમી

સ્વાધ્યાય 11.2

1. નીચેના દરેક સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણનાં ક્ષેત્રફળ શોધો :



2. નીચેના દરેક ત્રિકોણનાં ક્ષેત્રફળ શોધો :



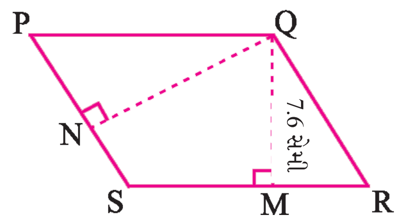
3. ખૂટતાં મૂલ્યો શોધો :

અનુક્રમ નંબર	આધાર	ઊંચાઈ	સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ
a.	20 સેમી		246 સેમી^{2}
b.		15 સેમી	154.5 સેમી^{2}
c.		8.4 સેમી	48.72 સેમી^{2}
d.	15.6 સેમી		16.38 સેમી^{2}

4. ખૂટતાં મૂલ્યો શોધો :

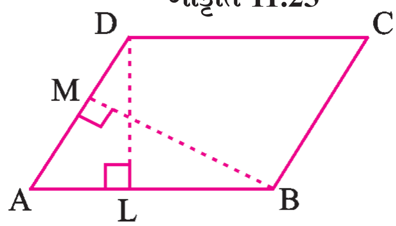
આધાર	ઊંચાઈ	ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ
15 સેમી		87 સેમી^{2}
	31.4 મિમી	1256 મિમી^{2}
22 સેમી		170.5 સેમી^{2}

5. PQRS સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ છે (આકૃતિ 11.23). Qમાંથી SR પરની ઊંચાઈ QM છે અને Qમાંથી PS પરની ઊંચાઈ QN છે. જો SR = 12 સેમી અને QM = 7.6 સેમી હોય તો
(a) સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ PQRSનું ક્ષેત્રફળ
(b) જો PS = 8 સેમી હોય તો QN શોધો.



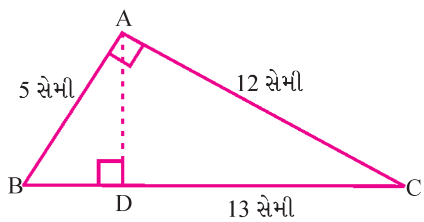
આકૃતિ 11.23

6. સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ ABCDમાં DL અને BM અનુક્રમે બાજુઓ AB અને AD પરની ઊંચાઈઓ છે (આકૃતિ 11.24). જો સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ 1470 સેમી^{2} હોય અને AB = 35 સેમી તથા AD = 49 સેમી હોય, તો BM અને DLની લંબાઈઓ શોધો.

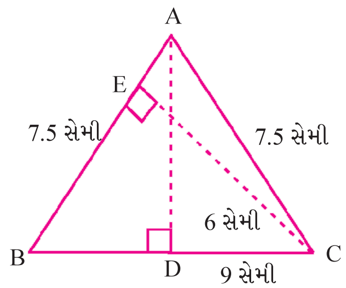


આકૃતિ 11.24

7. ΔABCમાં ∠A કાટખૂણો છે. (આકૃતિ 11.25). AD, BCને લંબ છે. જો AB = 5 સેમી, BC = 13 સેમી અને AC = 12 સેમી હોય તો ΔABCનું ક્ષેત્રફળ શોધો. ADની લંબાઈ પણ શોધો.



આકૃતિ 11.25



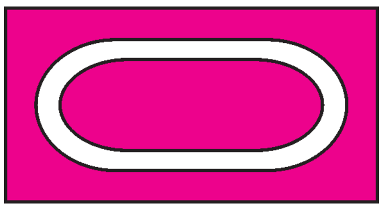
આકૃતિ 11.26

8. ΔABC સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ છે જેમાં AB = AC = 7.5 સેમી અને BC = 9 સેમી છે (આકૃતિ 11.26). Aમાંથી BC પરની ઊંચાઈ AD = 6 સેમી છે. ΔABC નું ક્ષેત્રફળ શોધો. C માંથી AB પરની ઊંચાઈ, એટલે કે CE કેટલી થશે ?

11.5 વર્તુળ (Circles)

દોડની રમત માટેનો રસ્તો બંને છેડે અર્ધ વર્તુળાકાર હોય છે (આકૃતિ 11.27).

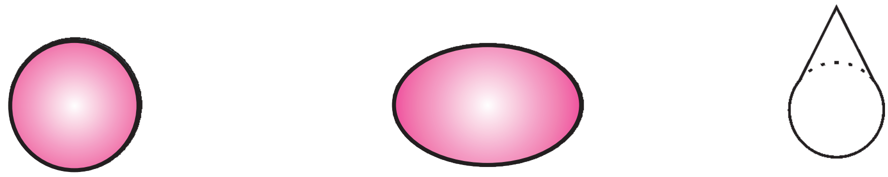
જો કોઈ દોડવીર આવા રસ્તા પર બે ચક્ર પૂરાં કરે તો તેણે કાપેલું અંતર શોધી શકાય ? આપણે વર્તુળાકાર રસ્તા પર કપાતું અંતર શોધવા માટેની રીત શોધવી પડે.


આકૃતિ 11.27

11.5.1 વર્તુળનો પરિઘ (Circumference of a circle)

તાન્યાએ પૂઠાંમાંથી જુદાં જુદાં માપના કેટલાક વક્ર આકારો કાપ્યા. તેમને સુશોભિત કરવા માટે તાન્યા તે

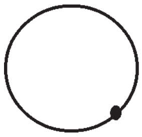
આકારને ફરતે લેસ મૂકવા માગે છે. તેને દરેક માટે કેટલી લંબાઈની લેસ જોઈશે ? (આકૃતિ 11.28)



(a) (b) (c)

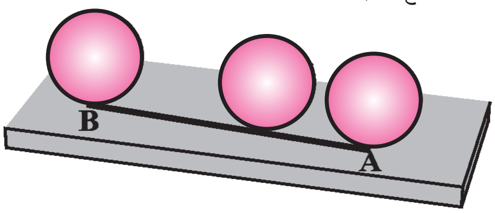
આકૃતિ 11.28

તમે વક્રરેખાની (આકૃતિ 11.28) લંબાઈ માપપટ્ટીની મદદથી માપી ન શકો, કારણ કે આ આકારો 'સીધા' નથી. તો શું કરીશું ?



આકૃતિ 11.29

આકૃતિ 11.28 (a) માં દર્શાવેલ આકાર માટે જરૂરી લેસ(પટ્ટી)ની લંબાઈ શોધવાનો એક રસ્તો આ પ્રમાણે છે. પૂંઠાના વક્ર આકારની ધાર પર કોઈ બિંદુ દર્શાવો. કાર્ડને ટેબલ પર મૂકો. બિંદુની સ્થિતિ ટેબલ પર પણ દર્શાવો (આકૃતિ 11.29).



આકૃતિ 11.30

હવે વર્તુળાકાર કાર્ડને ટેબલ પર એક સીધી રેખામાં એ રીતે ફેરવતાં જાઓ કે કાર્ડ પરનું બિંદુ ફરીથી ટેબલને સ્પર્શે. આ રેખા પરનું અંતર માપો. જરૂરી લેસની આટલી લંબાઈ છે (આકૃતિ 11.30). કાર્ડની ધાર પર નિશ્ચિત બિંદુથી શરૂ કરીને ફરીથી તે જ નિશ્ચિત બિંદુ સુધીનું એ અંતર છે.

વર્તુળાકાર વસ્તુની ધાર પર ચારે તરફ દોરી વીંટાળીને પણ તમે આ અંતર શોધી શકો.

વર્તુળાકાર પ્રદેશની (કિનારી) ફરતેનું અંતર, તેનો પરિઘ કહેવાય છે.

આ કરો

શીશીનું ઢાંકણ, બંગડી (કંગન) અથવા એવી કોઈ પણ વર્તુળાકાર વસ્તુ લઈ તેનો પરિઘ શોધો.

હવે, દોડવીરે રસ્તા પર કાપેલું અંતર તમે આ રીતે શોધી શકશો ?

હજુ પણ, દોરીના ઉપયોગથી આ રીતે વર્તુળાકાર રસ્તો કે બીજી કોઈ પણ વર્તુળાકાર વસ્તુનો પરિઘ માપવો ખૂબ મુશ્કેલ છે. વળી, આ માપ ચોક્કસ પણ નહિ હોય.

આથી, રૈખિક વસ્તુ કે આકાર માટે જેવું સૂત્ર છે તેવું કોઈક સૂત્ર આ શોધવા માટે જોઈએ.

ચાલો, આપણે જોઈએ કે વર્તુળનો વ્યાસ અને તેના પરિઘ વચ્ચે કોઈ સંબંધ છે કે નહિ.

નીચેનું કોષ્ટક જુઓ : ભિન્ન ત્રિજ્યાવાળાં છ વર્તુળ દોરો અને દોરીની મદદથી તેમનો પરિઘ શોધો. વળી, પરિઘ અને વ્યાસનો ગુણોત્તર પણ મેળવો.

વર્તુળ	ત્રિજ્યા	વ્યાસ	પરિઘ	પરિઘ અને વ્યાસનો ગુણોત્તર
1.	3.5 સેમી	7.0 સેમી	22.0 સેમી	$\frac{22}{7} = 3.14$

2.	7.0 સેમી	14.0 સેમી	44.0 સેમી	$\frac{44}{14} = 3.14$
3.	10.5 સેમી	21.0 સેમી	66.0 સેમી	$\frac{66}{21} = 3.14$
4.	21.0 સેમી	42.0 સેમી	132.0 સેમી	$\frac{132}{42} = 3.14$
5.	5.0 સેમી	10.0 સેમી	32.0 સેમી	$\frac{32}{10} = 3.2$
6.	15.0 સેમી	30.0 સેમી	94.0 સેમી	$\frac{94}{30} = 3.13$

આ કોષ્ટક પરથી તમે શું અનુમાન કરી શકો ? શું આ ગુણોત્તર લગભગ સરખો છે ? હા.

શું તમે એમ કહી શકો કે વર્તુળનો પરિઘ હંમેશાં તેના વ્યાસના ત્રણ ગણા કરતાં વધુ હોય છે ? હા.

આ ગુણોત્તર અચળ છે અને તેને π (પાઇ) વડે દર્શાવાય છે. તેની આશરે કિંમત $\frac{22}{7}$ અથવા 3.14 છે.

આમ, આપણે કહી શકીએ કે $\frac{C}{d} = \pi$ જ્યાં 'C' એટલે પરિઘ અને 'd' એટલે વ્યાસ.

અથવા, $C = \pi d$

આપણે જાણીએ છીએ કે વર્તુળનો વ્યાસ, તેની ત્રિજ્યા કરતાં બમણો છે એટલે કે, $d = 2r$

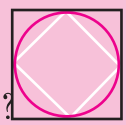
આથી, $C = \pi d = \pi \times 2r$ અથવા $C = 2\pi r$

પ્રયત્ન કરો

આકૃતિ 11.31 માં

(a) કયા ચોરસની પરિમિતિ વધુ છે ?

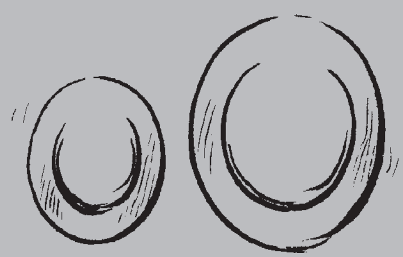
(b) નાના ચોરસની પરિમિતિ અને વર્તુળનો પરિઘ એ બેમાંથી કયું માપ મોટું છે ?



આકૃતિ 11.31

આ કરો

આકૃતિમાં બતાવ્યા પ્રમાણે એક નાની અને એક મોટી પ્લેટ લો. બંનેને ટેબલની સપાટી પર એક વાર ગબડાવો. એક ચક્રમાં કઈ પ્લેટ વધુ અંતર કાપે છે ? ટેબલની આખી સપાટી પર ફરવામાં કઈ પ્લેટને ઓછાં ચક્કર ફરવા પડશે ?



ઉદાહરણ 12 10 સેમી વ્યાસવાળા વર્તુળનો પરિઘ કેટલો ? ($\pi = 3.14$ લો)

ઉકેલ વર્તુળનો વ્યાસ (d) = 10 સેમી

વર્તુળનો પરિઘ = πd

$= 3.14 \times 10 = 31.4$ સેમી

આથી, 10 સેમી વ્યાસવાળા વર્તુળનો પરિઘ 31.4 સેમી થાય.

ઉદાહરણ 13 14 સેમી ત્રિજ્યાવાળી વર્તુળાકાર તકતીનો પરિઘ કેટલો થાય ? ($\pi = \frac{22}{7}$ લો.)

ઉકેલ વર્તુળાકાર તકતીની ત્રિજ્યા (r) = 14 સેમી

તકતીનો પરિઘ = $2\pi r$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 14$ સેમી = 88 સેમી

આથી, વર્તુળાકાર તકતીનો પરિઘ = 88 સેમી

ઉદાહરણ 14 એક વર્તુળાકાર નળીની ત્રિજ્યા 10 સેમી છે. તેની આસપાસ એકવાર વીંટાળવા માટે કેટલી લંબાઈની પટ્ટી જોઈશે ? ($\pi = 3.14$)

ઉકેલ નળીની ત્રિજ્યા (r) = 10 સેમી

જરૂરી પટ્ટીની લંબાઈ, નળીના પરિઘ જેટલી થાય.

નળીનો પરિઘ = $2\pi r$

$= 2 \times 3.14 \times 10$ સેમી

$= 62.8$ સેમી

જરૂરી પટ્ટીની લંબાઈ = 62.8 સેમી

ઉદાહરણ 15 આકૃતિ 11.32 માં આપેલ આકારની પરિમિતિ શોધો. ($\pi = \frac{22}{7}$ લો.)

ઉકેલ અહીં આપણે ચોરસની દરેક બાજુ પરના અર્ધવર્તુળોના પરિઘ શોધવા જરૂરી છે. શું તમારે ચોરસની પરિમિતિ પણ શોધવી જરૂરી છે ? ના. આ આકૃતિની બહારની સીમારેખા અર્ધવતુર્ળોની બનેલી છે. દરેક અર્ધવર્તુળનો વ્યાસ 14 સેમી છે.

આપણે જાણીએ છીએ કે :

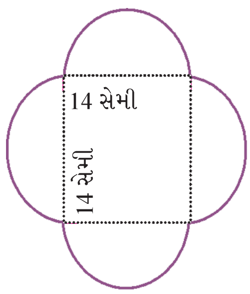
વર્તુળનો પરિઘ = πd

અર્ધવર્તુળનો પરિઘ = $\frac{1}{2}\pi d$

$= \frac{1}{2} \times \frac{22}{7} \times 14$ સેમી = 22 સેમી

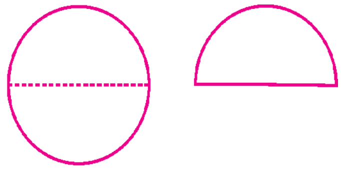
દરેક અર્ધવર્તુળનો પરિઘ = 22 સેમી

આથી આકૃતિની પરિમિતિ = 4×22 સેમી = 88 સેમી



આકૃતિ 11.32

ઉદાહરણ 16 7 સેમી ત્રિજ્યાવાળી વર્તુળાકાર તકતીને સુધાંશુ બે સરખા ભાગમાં વહેંચે છે. દરેક અર્ધવર્તુળાકાર તકતીની પરિમિતિ કેટલી થશે ? ($\pi = \frac{22}{7}$ લો.)



આકૃતિ 11.33

ઉકેલ અર્ધવર્તુળાકાર તકતીની પરિમિતિ શોધવા માટે (આકૃતિ 11.33) આપણે

(i) અર્ધવર્તુળનો પરિઘ અને (ii) વ્યાસ શોધવા પડે.

ત્રિજ્યા (r) = 7 સેમી આપેલ છે અને આપણે જાણીએ છીએ કે વર્તુળનો પરિઘ = $2\pi r$

આથી, અર્ધવર્તુળનો પરિઘ = $\frac{1}{2} \times 2\pi r = \pi r$

$= \frac{22}{7} \times 7$ સેમી = 22 સેમી

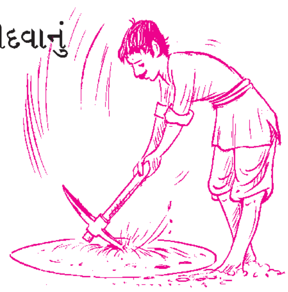
વર્તુળનો વ્યાસ = $2r = 2 \times 7$ સેમી = 14 સેમી

આમ, દરેક અર્ધવર્તુળ તકતીની પરિમિતિ = 22 સેમી + 14 સેમી = 36 સેમી

11.5.2 વર્તુળનું ક્ષેત્રફળ (Area of Circle)

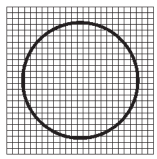
નીચેની વિગત ધ્યાનમાં લો :

- એક ખેડૂત, એક ખેતરની વચ્ચે 7 મીટર ત્રિજ્યાવાળો બાગ બનાવે છે. તેણે ખાતર ખરીદવાનું છે. 1 ચોરસ મીટર ક્ષેત્રફળ માટે 1 કિગ્રા ખાતર જરૂરી હોય તો તેણે કેટલું ખાતર ખરીદવું જોઈએ ?
- એક ચોરસ મીટરના ₹ 10 લેખે, 2 મીટર ત્રિજ્યાવાળા વર્તુળાકાર ટેબલની સપાટીને પૉલિશ કરવાનો ખર્ચ કેટલો થશે ?



આવા કિસ્સાઓમાં શું શોધવું જરૂરી છે એ તમે કહી શકો ? ક્ષેત્રફળ કે પરિમિતિ ? આવા કિસ્સામાં આપણે વર્તુળાકાર ભાગનું ક્ષેત્રફળ (area) શોધવું જરૂરી છે.

ચાલો, આલેખપત્રનો ઉપયોગ કરીને આપણે વર્તુળનું ક્ષેત્રફળ શોધીએ. એક આલેખપત્ર પર 4 સેમી ત્રિજ્યાવાળું વર્તુળ દોરો આકૃતિ 11.34. વર્તુળની અંદર આવતાં ચોરસ ગણીને ક્ષેત્રફળ શોધો.

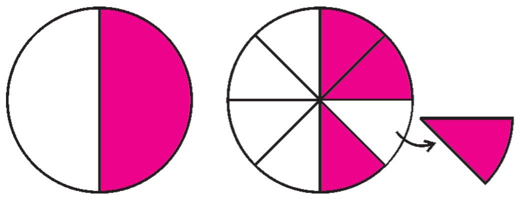


આકૃતિ 11.34

અહીં, આકૃતિ સીધી રેખાની નથી આથી આ રીતે આપણને વર્તુળના ક્ષેત્રફળનો અંદાજ મળી શકે.

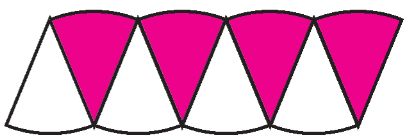
વર્તુળનું ક્ષેત્રફળ શોધવા માટે બીજો રસ્તો છે.

એક વર્તુળ દોરો અને તેના અડધા ભાગને છાયાંકિત કરો [આકૃતિ 11.35(i)]. હવે વર્તુળને આઠ ભાગ થાય એ રીતે વાળો અને પડેલા સળ આગળથી કાપો [આકૃતિ 11.35(ii)].



(i) (ii)

આકૃતિ 11.35

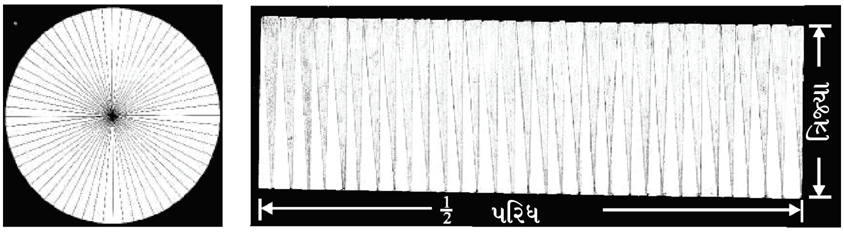


આકૃતિ 11.36

મળેલા ટુકડાઓને આકૃતિ 11.36 માં દર્શાવ્યા પ્રમાણે ગોઠવો, જે લગભગ સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ જેવો આકાર બને.

આપણે જેટલા વધુ વૃતાંશ કરીશું તેટલો આ આકાર, વધુ ને વધુ સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ જેવો બનતો જશે.

ઉપરની જેમ જો આપણે વર્તુળને 64 ભાગમાં વિભાજિત કરીને આ વૃત્તાંશોને ગોઠવીએ તો તે લગભગ ચતુષ્કોણ આકાર થશે (આકૃતિ 11.37).



આકૃતિ 11.37

આ લંબચોરસની પહોળાઈ કેટલી છે ? લંબચોરસની પહોળાઈ વર્તુળની ત્રિજ્યા 'r' જેટલી છે.

આખા વર્તુળને 64 વૃત્તાંશોમાં વહેંચેલું છે અને બંને બાજુએ 32 વૃત્તાંશો ગોઠવ્યાં છે. આથી આ લંબચોરસની લંબાઈ, 32 વૃત્તાંશોની લંબાઈ જેટલી છે, જે પરિઘ કરતાં અડધી છે (આકૃતિ 11.37).

વર્તુળનું ક્ષેત્રફળ = બનેલા લંબચોરસનું ક્ષેત્રફળ = $l \times b$

= (પરિઘનું અડધું) × ત્રિજ્યા = $\left(\frac{1}{2} \times 2\pi r\right) \times r = \pi r^2$

આથી, વર્તુળનું ક્ષેત્રફળ = πr^2

પ્રયત્ન કરો

આલેખપત્ર પર ભિન્ન ત્રિજ્યાવાળાં વર્તુળ દોરો. અંદરનાં ચોરસની સંખ્યા ગણીને ક્ષેત્રફળ શોધો. સૂત્રના ઉપયોગથી પણ ક્ષેત્રફળ ગણો. તમારા બંને જવાબો સરખાવો.

ઉદાહરણ 17 30 સેમી ત્રિજ્યાવાળા વર્તુળનું ક્ષેત્રફળ શોધો. ($\pi = 3.14$ લો.)

ઉકેલ ત્રિજ્યા $r = 30$ સેમી

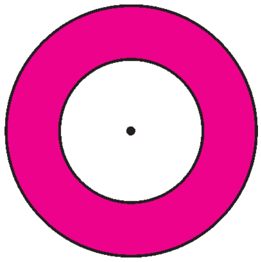
વર્તુળનું ક્ષેત્રફળ = $\pi r^2 = 3.14 \times 30^2 = 2826$ સેમી^{2}

ઉદાહરણ 18 એક વર્તુળાકાર બાગનો વ્યાસ 9.8 મીટર છે. તેનું ક્ષેત્રફળ ગણો.

ઉકેલ વ્યાસ $d = 9.8$ મીટર, આથી ત્રિજ્યા $r = 9.8 \div 2 = 4.9$ મીટર

વર્તુળનું ક્ષેત્રફળ = $\pi r^2 = \frac{22}{7} \times (4.9)^2$ મીટર^2 = $\frac{22}{7} \times 4.9 \times 4.9$ મીટર^2 = 75.46 મીટર^2

ઉદાહરણ 19 બાજુની આકૃતિમાં એક જ કેન્દ્રવાળાં બે વર્તુળ દર્શાવ્યાં છે. મોટા વર્તુળની ત્રિજ્યા 10 સેમી અને નાના વર્તુળની ત્રિજ્યા 4 સેમી છે.



(a) મોટા વર્તુળનું ક્ષેત્રફળ શોધો.

(b) નાના વર્તુળનું ક્ષેત્રફળ શોધો.

(c) બંને વર્તુળ વચ્ચેના રંગીન ભાગનું ક્ષેત્રફળ શોધો ($\pi = 3.14$).

ઉકેલ

(a) મોટા વર્તુળની ત્રિજ્યા = 10 સેમી

આથી, મોટા વર્તુળનું ક્ષેત્રફળ = πr^2

$= 3.14 \times 10 \times 10 = 314$ સેમી^{2}

(b) નાના વર્તુળની ત્રિજ્યા = 4 સેમી

આથી, નાના વર્તુળનું ક્ષેત્રફળ = πr^2

$= 3.14 \times 4 \times 4 = 50.24$ સેમી^{2}

(c) રંગીન ભાગનું ક્ષેત્રફળ = (314 – 50.24) સેમી^{2} = 263.76 સેમી^{2}

સ્વાધ્યાય 11.3

1. નીચે વર્તુળની ત્રિજ્યા આપેલી છે. તેના પરથી વર્તુળોનો પરિઘ શોધો : ($\pi = \frac{22}{7}$ લો)

   (a) 14 સેમી (b) 28 મિમી (c) 21 સેમી

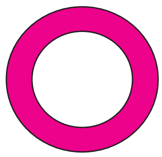
2. નીચેનાં વર્તુળોનાં ક્ષેત્રફળ ગણો, જ્યાં

   (a) ત્રિજ્યા = 14 મિમી ($\pi = \frac{22}{7}$ લો) (b) વ્યાસ = 49 મી

   (c) ત્રિજ્યા = 5 સેમી

3. એક વર્તુળાકાર કાગળનો પરિઘ 154 મી છે તો તેની ત્રિજ્યા શોધો. તેનું ક્ષેત્રફળ પણ શોધો. ($\pi = \frac{22}{7}$ લો)

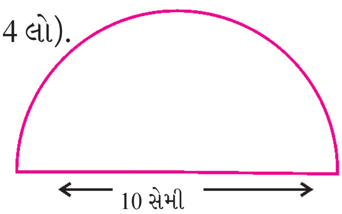
4. એક માળી 21 મીટર વ્યાસવાળા બાગને ફરતેથી બંધ કરવા માગે છે. જો તે દોરડાને બાગ ફરતે બે વાર ફેરવવા માગતો હોય તો દોરડાની લંબાઈ શોધો. જો દોરડાની કિંમત એક મીટરના ₹ 4 હોય તો જરૂરી દોરડાની કિંમત શોધો ($\pi = \frac{22}{7}$ લો).



5. 4 સેમી ત્રિજ્યાવાળા વર્તુળાકાર કાગળમાંથી, 3 સેમી ત્રિજ્યાવાળો વર્તુળાકાર કાગળ દૂર કરવામાં આવે છે. બાકીના કાગળનું ક્ષેત્રફળ શોધો ($\pi = 3.14$ લો).

6. 1.5 મીટર વ્યાસવાળા વર્તુળાકાર ટેબલક્લોથની કિનારી પર, સાધના લેસ મૂકવા માગે છે, જરૂરી લેસની લંબાઈ શોધો અને જો 1 મીટર લેસના ₹ 15 હોય તો તેની કિંમત પણ શોધો. ($\pi = 3.14$ લો).

7. બાજુમાં દર્શાવેલ અર્ધવર્તુળાકાર આકૃતિની વ્યાસ સહિત પરિમિતિ શોધો.



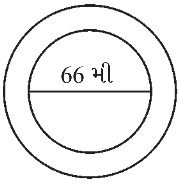
8. જો પૉલિશ કરવાનો દર ₹ 15/મી^{2} હોય તો 1.6 મીટર વ્યાસવાળા વર્તુળાકાર ટેબલની ઉપરની સપાટીને પૉલિશ કરવાનો ખર્ચ શોધો ($\pi = 3.14$ લો).

9. શ્રુતિએ 44 સેમી લંબાઈના તારને વર્તુળાકારમાં વાળ્યો. તે વર્તુળની ત્રિજ્યા શોધો. તેનું ક્ષેત્રફળ પણ શોધો. જો એ જ તારને ચોરસ આકારમાં વાળવામાં આવે તો તેની દરેક બાજુની લંબાઈ કેટલી થશે ? વર્તુળ અને ચોરસ એ બેમાંથી કઈ આકૃતિ વધુ ક્ષેત્રફળ આવરે છે ? ($\pi = \frac{22}{7}$ લો.)

10. 14 સેમી ત્રિજ્યાવાળા વર્તુળાકાર પૂંઠામાંથી, 3.5 સેમી ત્રિજ્યાવાળા બે વર્તુળ અને 3 સેમી લંબાઈ અને 1 સેમી પહોળાઈવાળો એક લંબચોરસ કાપવામાં આવે છે (બાજુની આકૃતિમાં દર્શાવ્યું છે). બાકીના પૂંઠાનું ક્ષેત્રફળ ગણો ($\pi = \frac{22}{7}$ લો).

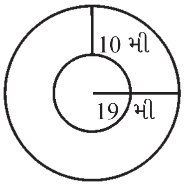
11.6 સેમી બાજુવાળા ચોરસ આકારના એલ્યુમિનિયમ પતરામાંથી 2 સેમી ત્રિજ્યાવાળું વર્તુળ કાપવામાં આવે છે. બાકીના પતરાનું ક્ષેત્રફળ કેટલું ? ($\pi = 3.14$ લો.)

12. એક વર્તુળનો પરિઘ 31.4 સેમી છે. તેની ત્રિજ્યા અને ક્ષેત્રફળ ગણો. ($\pi = 3.14$ લો).



13. એક વર્તુળાકાર ફૂલનો બાગ, ચારે બાજુથી 4 મીટર પહોળા રસ્તાથી ઘેરાયેલો છે. બાગનો વ્યાસ 66 મીટર છે. રસ્તાનું ક્ષેત્રફળ કેટલું થાય ? ($\pi = 3.14$ લો.)

14. એક વર્તુળાકાર ફૂલના બાગનું ક્ષેત્રફળ 314 મીટર^2 છે. બાગના કેન્દ્રમાં મૂકેલ પાણી છાંટવાનું મશિન, 12 મીટર ત્રિજ્યાવાળા વર્તુળાકાર ભાગ પર પાણી છાંટી શકે છે. આ મશીન, આખા બાગને પાણી છાંટી શકે ? ($\pi = 3.14$ લો.)

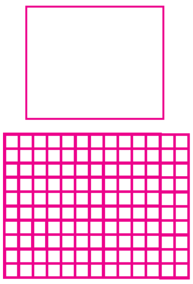


15. બાજુની આકૃતિમાં દર્શાવેલ અંદરના અને બહારનાં વર્તુળોના પરિઘ શોધો ($\pi = 3.14$ લો).

16. 352 મીટર અંતર કાપવા માટે, 28 સેમી ત્રિજ્યાવાળાં પૈડાંએ કેટલા આંટા ફરવું પડે ? ($\pi = \frac{22}{7}$ લો.)

17. વર્તુળાકાર ચંદાવાળી ઘડિયાળનો મિનિટકાંટો 15 સેમી લાંબો છે. આ કાંટાનું ટોચનું બિંદુ 1 કલાકમાં કેટલું અંતર કાપશે ? ($\pi = 3.14$ લો.)

11.6 એકમનું રૂપાંતર (Conversion of Units)



આકૃતિ 11.38

આપણે જાણીએ છીએ કે 1 સેમી = 10 મિમી. શું તમે કહી શકો કે 1 સેમી^{2} બરાબર કેટલા મિમી^{2} થાય ? આપણે આના પ્રશ્નો વિશે વિચારીએ અને જાણીએ કે ક્ષેત્રફળનાં માપનમાં એકમોનું રૂપાંતર કેવી રીતે કરવું ?

આલેખપત્ર પર 1 સેમી બાજુવાળો ચોરસ દોરો (આકૃતિ 11.38). તમને જણાશે કે આ 1 સેમી બાજુવાળો ચોરસ, 100 ચોરસોમાં વિભાજિત છે જે દરેકની બાજુ 1 મિમીની છે.

આથી, 1 સેમી^{2} = 100×1 મિમી^{2}

અથવા 1 સેમી^{2} = 100 મિમી^{2}

તે જ રીતે, 1 મી^{2} = 1મી $\times$ 1 મી

= 100 સેમી $\times$ 100 સેમી (કારણ કે 1 મીટર = 100 સેમી)

= 10000 સેમી^{2}

હવે તમે 1 કિમી^{2} ને મી^{2} માં ફેરવી શકો ?

મેટ્રિક પદ્ધતિમાં, જમીનના ક્ષેત્રફળનું માપ હેક્ટરમાં મપાય છે.

100 મીટર લંબાઈની બાજુવાળા ચોરસનું ક્ષેત્રફળ 1 હેક્ટર છે.

આથી, 1 હેક્ટર = 100×100 મી^{2} = 10,000 મી^{2}

આપણે જ્યારે ક્ષેત્રફળના એક એકમને, નાના એકમમાં ફેરવીએ ત્યારે મળતા અંક મોટા હોય છે.

દા.ત. 1000 સેમી^{2} = 1000×100 મિમી^{2}

= 100000 મિમી^{2}

પરંતુ જ્યારે આપણે ક્ષેત્રફળના એકમને મોટા એકમમાં ફેરવીએ ત્યારે મોટા એકમના અંકો નાના મળશે.

દા.ત. 1000 સેમી^{2} = $\frac{1000}{10000}$ મી^{2} = 0.1 મી^{2}

પ્રયત્ન કરો

નીચે આપેલા માપનું રૂપાંતર કરો :

(i) 50 સેમી^{2} ને મિમી^{2} માં (ii) 2 હે ને મી^{2} માં (iii) 10 મી^{2} ને સેમી^{2} માં

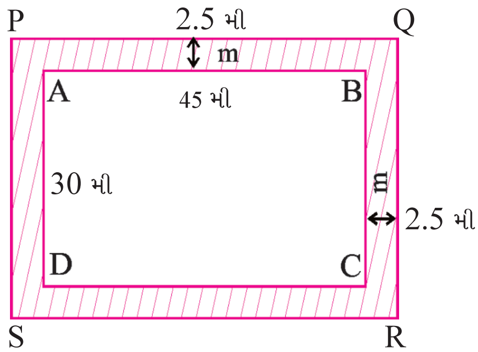
(iv) 1000 સેમી^{2} ને મી^{2} માં

11.7 ઉપયોગો (Applications)

તમે ઘણીવાર અવલોકન કર્યું હશે કે બાગમાં અથવા ફરવાની જગ્યાએ, ચારે બાજુએ અથવા વચ્ચે ચાલવા માટે રસ્તા બનાવેલા હોય છે. ચિત્રને ફ્રેમમાં મઢવામાં આવે ત્યારે પણ ચારે બાજુએ જગ્યા છોડવામાં આવે છે.

જ્યારે આપણે ચાલવાના રસ્તા કે ફ્રેમ બનાવવાનો ખર્ચ ગણવો હોય ત્યારે આપણે તેનું ક્ષેત્રફળ જાણવું જરૂરી છે.

ઉદાહરણ 20 એક લંબચોરસ બાગ 45 મીટર લંબાઈ અને 30 મીટર પહોળાઈ ધરાવે છે. બાગની ફરતે બહારથી 2.5 મીટર પહોળો રસ્તો બનાવવામાં આવે છે. આ રસ્તાનું ક્ષેત્રફળ શોધો.



ઉકેલ ધારો કે ABCD, લંબચોરસ બાગ છે અને છાયાંકિત ભાગ, 2.5 મી પહોળો રસ્તો બતાવે છે. રસ્તાનું ક્ષેત્રફળ શોધવા માટે આપણે (લંબચોરસ PQRSનું ક્ષેત્રફળ - લંબચોરસ ABCD નું ક્ષેત્રફળ) શોધવું પડે.

આપેલી વિગત પ્રમાણે, PQ = (45 + 2.5 + 2.5) મી = 50 મી

PS = (30 + 2.5 + 2.5) મી = 35 મી

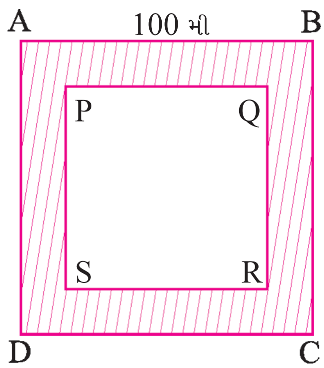
લંબચોરસ ABCDનું ક્ષેત્રફળ = $l \times b$ = 45 × 30 મી^{2} = 1350 મી^{2}

લંબચોરસ PQRSનું ક્ષેત્રફળ = $l \times b$ = 50 × 35 મી^{2} = 1750 મી^{2}

રસ્તાનું ક્ષેત્રફળ = લંબચોરસ PQRSનું ક્ષેત્રફળ – લંબચોરસ ABCDનું ક્ષેત્રફળ

= (1750 – 1350) મી^{2} = 400 મી^{2}

ઉદાહરણ 21 100 મી બાજુવાળા ચોરસ બાગને ફરતે અંદરથી 5 મીટર પહોળો રસ્તો છે. રસ્તાનું ક્ષેત્રફળ શોધો. દર 10 મી^{2}ના ₹ 250 પ્રમાણે આ રસ્તા પર સિમેન્ટ પાથરવાનો ખર્ચ પણ શોધો.



ઉકેલ ધારો કે ABCD, 100 મી બાજુવાળો ચોરસ બાગ છે. છાયાંકિત ભાગ, 5 મી પહોળો રસ્તો દર્શાવે છે.

PQ = 100 – (5 + 5) મી = 90 મી.

ચોરસ ABCDનું ક્ષેત્રફળ = (બાજુ)^2 = (100)^2 મી^{2} = 10000 મી^{2}

ચોરસ PQRSનું ક્ષેત્રફળ = (બાજુ)^2 = (90)^2 મી^{2} = 8100 મી^{2}

આથી રસ્તાનું ક્ષેત્રફળ = (10,000 – 8100) મી^{2} = 1900 મી^{2}

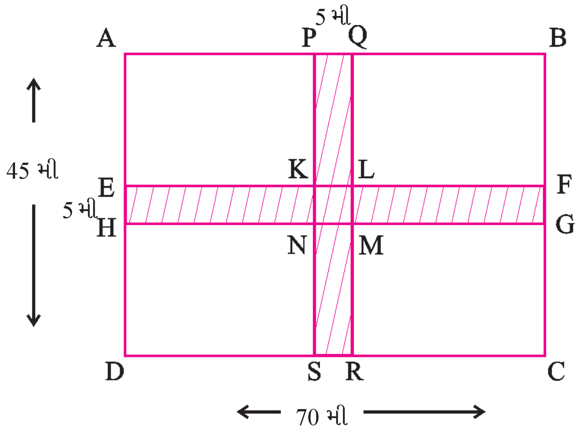
સિમેન્ટ પાથરવાનો દર 10 મી^{2} ના ₹ 250

માટે, 1 મી^{2} ના ₹ $\frac{250}{10}$

આથી, 1900મી^{2} પર સિમેન્ટ પાથરવાનો ખર્ચ = ₹ $\frac{250}{10} \times 1900$ = ₹ 47,500

ઉદાહરણ 22 70 મી લંબાઈ અને 45 મી પહોળાઈવાળા લંબચોરસ બાગની અંદર તેની બાજુઓને સમાંતર અને પરસ્પર લંબ એવા બે રસ્તા તેના કેન્દ્રમાંથી બનાવેલા છે. રસ્તાની પહોળાઇ 5 મી છે. રસ્તાઓનું ક્ષેત્રફળ ગણો. આ રસ્તા બનાવવા માટેનો ખર્ચ, ₹ 105 પ્રતિ ચો.મીટર પ્રમાણે શોધો.

ઉકેલ રસ્તાઓનું ક્ષેત્રફળ એ છાયાંકિત ભાગનું ક્ષેત્રફળ છે એટલે કે લંબચોરસ PQRSનું ક્ષેત્રફળ અને લંબચોરસ EFGHનું ક્ષેત્રફળ. પરંતુ આમ ગણતી વખતે ચોરસ KLMNનું ક્ષેત્રફળ બે વાર ગણાય છે. જે બાદ કરવું પડે.



હવે, PQ = 5 મી અને PS = 45 મી

EH = 5 મી અને EF = 70 મી

KL = 5 મી અને KN = 5 મી

રસ્તાનું ક્ષેત્રફળ = લંબચોરસ PQRSનું ક્ષેત્રફળ + લંબચોરસ EFGHનું ક્ષેત્રફળ-ચોરસ KLMNનું ક્ષેત્રફળ

$= PS \times PQ + EF \times EH - KL \times KN$

$= (45 \times 5 + 70 \times 5 - 5 \times 5)$ મી^{2}

$= (225 + 350 - 25)$ મી^{2} = 550 મી^{2}

રસ્તો બનાવવાનો ખર્ચ = ₹ 105×550 = ₹ 57,750.

સ્વાધ્યાય 11.4

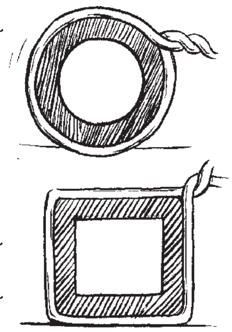
1. એક બાગ 90 મી લાંબો અને 75 મી પહોળો છે. તેની ફરતે ચારે તરફ બહારની બાજુએ 5 મી પહોળો રસ્તો બનાવવાનો છે. આ રસ્તાનું ક્ષેત્રફળ શોધો. બાગનું ક્ષેત્રફળ કેટલા હેક્ટર છે ?
2. 125 મી લંબાઈ અને 65 મી પહોળાઈ ધરાવતા એક લંબચોરસ બાગની ફરતે ચારે તરફ બહારની બાજુએ 3 મીટર પહોળો રસ્તો છે. આ રસ્તાનું ક્ષેત્રફળ શોધો.
3. 8 સેમી લાંબા અને 5 સેમી પહોળા પૂંઠા પર એક ચિત્ર દોરેલું છે. પૂંઠા પર ચિત્રની ફરતે ચારે તરફ 1.5 સેમી હાંસિયો છોડેલો છે. આ હાંસિયાનું ક્ષેત્રફળ શોધો.
4. 5.5 મી લાંબા અને 4 મી પહોળા ઓરડાની બહારની ચારે બાજુએ 2.25 મી પહોળો વરંડો બનાવેલ છે.
   (i) વરંડાનું ક્ષેત્રફળ શોધો.
   (ii) વરંડાના ભોયતળિયા પર ₹ 200/મી^{2} પ્રમાણે સિમેન્ટ પાથરવાનો ખર્ચ શોધો.
5. 30 મી લંબાઈની બાજુવાળા ચોરસ બાગની અંદરની બાજુએ ચારે તરફ 1 મીટર પહોળો રસ્તો બનાવેલ છે.
   (i) રસ્તાનું ક્ષેત્રફળ શોધો.
   (ii) બાગના રસ્તા સિવાયના ભાગમાં ₹ 40 / મી^{2} પ્રમાણે ઘાસ ઉગાડવાનો ખર્ચ શોધો.

6. 700 મીટર લંબાઈ અને 300 મીટર પહોળાઈ ધરાવતા બાગની મધ્યમાંથી પસાર થતા અને તેની બાજુઓને સમાંતર એવા 10 મી પહોળા બે પરસ્પર લંબ રસ્તા બનાવેલા છે. રસ્તાઓનું ક્ષેત્રફળ શોધો. રસ્તા સિવાયના બાગનું ક્ષેત્રફળ પણ શોધો. તમારા જવાબો હેક્ટરના માપમાં આપો.

7. 90 મીટર લંબાઈ અને 60 મીટર પહોળાઈ ધરાવતા ખેતરના મધ્યમાંથી પસાર થતા અને તેની બાજુઓને સમાંતર એવા 3 મીટર પહોળા બે પરસ્પર લંબ રસ્તા બનાવેલા છે.

(i) રસ્તાઓએ આવરેલું ક્ષેત્રફળ શોધો.

(ii) ₹ 110/મી^{2} પ્રમાણે રસ્તાઓ બનાવવાનો ખર્ચ શોધો.



8. પ્રજ્ઞાએ 4 સેમી ત્રિજ્યાવાળી એક વર્તુળાકાર નળીની ફરતે દોરી વીંટાળી (બાજુની આકૃતિ) અને જરૂરી લંબાઈની દોરી કાપી લીધી. હવે તેણે એ જ દોરીને 4 સેમીની બાજુ ધરાવતા ચોરસ ડબાની આસપાસ વીંટાળી (આકૃતિ જુઓ). શું તેની પાસે દોરી વધી હશે ? ($\pi = 3.14$)

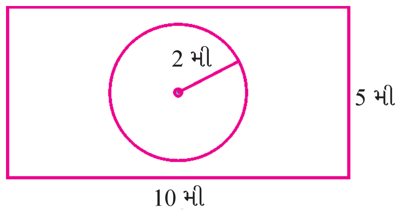
9. બાજુની આકૃતિમાં એક લંબચોરસ જમીન પરની લોનની મધ્યમાં ફૂલોનો એક વર્તુળાકાર બાગ દર્શાવેલો છે.

(i) બધી જમીનનું ક્ષેત્રફળ શોધો.

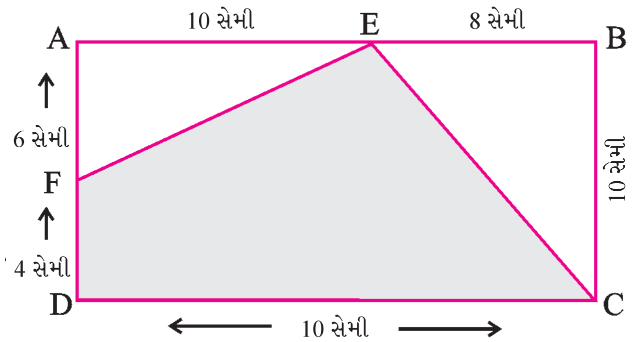
(ii) બાગનું ક્ષેત્રફળ શોધો.

(iii) બાગ સિવાયની જગ્યાનું ક્ષેત્રફળ શોધો.

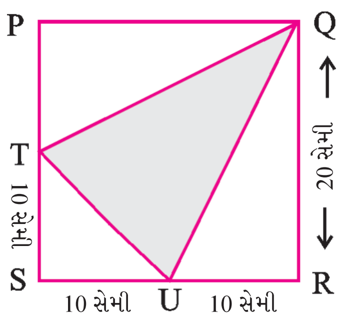
(iv) બાગનો પરિઘ શોધો.



10. નીચેની આકૃતિઓમાં છાયાંકિત ભાગનું ક્ષેત્રફળ શોધો.



(i)



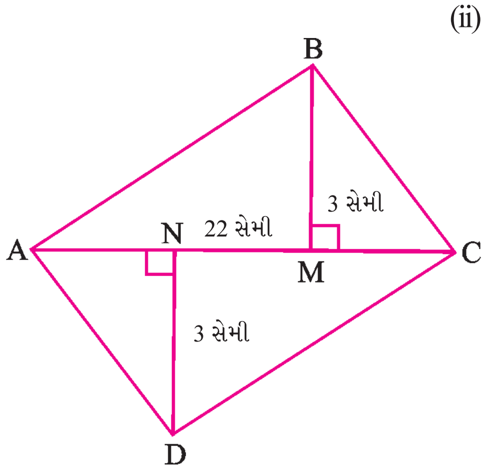
(ii)

11. ચતુષ્કોણ ABCDનું ક્ષેત્રફળ શોધો.

અહીં, AC = 22 સેમી, BM = 3 સેમી,

DN = 3 સેમી અને

BM ⊥ AC તથા DN ⊥ AC છે.



આપણે શું ચર્ચા કરી ?

1. એક બંધ આકૃતિની સીમારેખાની લંબાઈ એ તેની પરિમિતિ છે જ્યારે તે આકૃતિએ સમતલમાં રોકેલી જગ્યાનું માપ એ તેનું ક્ષેત્રફળ છે.
2. અગાઉનાં વર્ષોમાં આપણે ચોરસ અને લંબચોરસની પરિમિતિ અને ક્ષેત્રફળ કેવી રીતે ગણવા તે શીખ્યાં છીએ. તેનાં સૂત્રો નીચે પ્રમાણે છે :
   (a) ચોરસની પરિમિતિ = 4 × બાજુ
   (b) લંબચોરસની પરિમિતિ = 2 × (લંબાઈ + પહોળાઈ)
   (c) ચોરસનું ક્ષેત્રફળ = બાજુ × બાજુ
   (d) લંબચોરસનું ક્ષેત્રફળ = લંબાઈ × પહોળાઈ
3. સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ = આધાર × ઊંચાઈ
4. ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ = $\frac{1}{2}$ (તેમાંથી બનતાં સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ)
   = $\frac{1}{2}$ × આધાર × ઊંચાઈ
5. વર્તુળાકાર પ્રદેશની સીમારેખાનું માપ તેનો પરિઘ કહેવાય છે. વર્તુળનો પરિઘ = πd, જ્યાં d = વર્તુળનો વ્યાસ અને $\pi = \frac{22}{7}$ અથવા $\pi = 3.14$ (આશરે).
6. વર્તુળનું ક્ષેત્રફળ = πr^2, જ્યાં r = વર્તુળની ત્રિજ્યા
7. અગાઉના અભ્યાસના આધારે, લંબાઈના એકમોના રૂપાંતરના આધારે ક્ષેત્રફળના એકમોનું પણ રૂપાંતરણ કરી શકાય :
   1 સેમી^{2} = 100 મિમી^{2}, 1 મી^{2} = 10000 સેમી^{2}, 1 હેક્ટર = 10000 મી^{2}