

1. જો $10^n + 3 \cdot 4^{n+2} + k$ એ 9 વડે વિભાજ્ય હોય અને $n \in \mathbb{N}$ હોય તો k નું સંખ્યાત્મક મૂલ્ય =
 (A) 5 (B) 3 (C) 7 (D) 1

જવાબ (A) 5

► $P(n) : 10^n + 3 \cdot 4^{n+2} + k$ એ 9 વડે વિભાજ્ય છે. $n \in \mathbb{N}$.

અહીં વિધાન $n = 1$ માટે સત્ય છે.

$$\begin{aligned}\therefore P(1) &= 10 + 3(4^3) + k \\ &= 10 + 64(3) + k \\ &= 10 + 192 + k \\ &= 202 + k\end{aligned}$$

હવે આપેલ વિકલ્પમાંથી k મૂકતાં,

$$\begin{aligned}\therefore P(1) &: 202 + 5 \\ &= 207 \\ &= 23 \times 9\end{aligned}$$

આમ, $k = 5$ માટે $P(1)$ સત્ય છે.

અહીં અન્ય વિકલ્પો માટે $P(1)$ સત્ય સાબિત થશે નહીં.

$\therefore k$ નું લઘુત્તમ મૂલ્ય 5 થાય.

2. પ્રત્યેક $n \in \mathbb{N}$ માટે વિધાન $3 \cdot 5^{2n+1} + 2^{3n+1}$ નીચેના પૈકી માટે વિભાજ્ય થાય.
 (A) 19 (B) 17 (C) 24 (D) 25

જવાબ (B) 17,

► અહીં $P(n) : 3 \cdot 5^{2n+1} + 2^{3n+1}$, $n \in \mathbb{N}$

હવે $n = 1$ માટે,

$$\begin{aligned}P(1) &: 3 \cdot 5^{2(1)+1} + 2^{3(1)+1} \\ &= 3 \cdot 5^3 + 2^4 \\ &= 3 \times 125 + 16 = 375 + 16 = 391 \\ \therefore 391 &= 17 \times 23\end{aligned}$$

આમ, $P(1) : 17 \times 23$

$\therefore$ આપેલ વિધાન 17 અને 23 બંને માટે વિભાજ્ય થાય.

3. જો $x^n - 1$ એ $x - k$ માટે વિભાજ્ય હોય તો k નું લઘુત્તમ મૂલ્ય છે.
 (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

જવાબ (A) 1

► $P(n) : x^n - 1$ એ $x - k$ વડે વિભાજ્ય છે.

અહીં $x = 1$ એ $x^1 - k$ વડે વિભાજ્ય છે માટે k નું લઘુત્તમ મૂલ્ય 1 થાય.

હવે $n = 1$ માટે $x^1 - 1$ એ $x - k$ વડે વિભાજ્ય છે.