आँकड़ों का प्रबंधन

अध्याय 9

0651CH09

9.1 भूमिका

आपने अपनी कक्षा में अपने शिक्षक को रजिस्टर पर प्रतिदिन विद्यार्थियों की उपस्थिति अंकित करते या प्रत्येक टेस्ट अथवा परीक्षा के बाद आपके द्वारा प्राप्त अंकों को अंकित करते हुए अवश्य ही देखा होगा। इसी प्रकार, आपने क्रिकेट के एक स्कोर बोर्ड को भी अवश्य देखा होगा। ऐसे दो-दो स्कोर बोर्ड नीचे दर्शाए जा रहे हैं :

गेंदबाज का नाम	ओवर	मेडन ओवर	दिए गए रन	लिए गए विकेट
A	10	2	40	3
B	10	1	30	2
C	10	2	20	1
D	10	1	50	4

बल्लेबाज का नाम	रन	खेली गई गेंदें	समय (मिनटों में)
E	45	62	75
F	55	70	81
G	37	53	67
H	22	41	55

आप जानते हैं कि खेल में कौन जीता या कौन हारा केवल यही सूचना अंकित नहीं की जाती है। स्कोर बोर्ड में आप खेल के बारे में कुछ और अति उपयोगी सूचनाएँ भी प्राप्त कर लेते हैं, जो उतनी ही महत्त्वपूर्ण होती है। उदाहरणार्थ, आप यह ज्ञात कर सकते

© NCERT not to be republished

हैं कि सबसे अधिक रन बनाने वाले खिलाड़ी ने कितना समय लिया और कितनी गेंदों का सामना किया।

इसी प्रकार, अपने दैनिक जीवन में, आपने संख्याओं, आकृतियों, नामों इत्यादि से संबंधित अनेक प्रकार की सारणियाँ (Tables) देखी होंगी।

ये सारणियाँ हमें 'आँकड़े' (Data) उपलब्ध कराती हैं। **आँकड़े संख्याओं के वे संग्रह हैं जो कुछ सूचनाएँ देने के लिए एकत्रित किए जाते हैं।**

9.2 आँकड़ों का अभिलेखन

आइए, एक उदाहरण लें जिसमें किसी कक्षा के विद्यार्थी एक सैर (Picnic) पर जाने की तैयारी कर रहे हैं। शिक्षक ने विद्यार्थियों से चार फलों केला, सेब, संतरा या अमरूद में से एक फल चुनने को कहा। इसकी सूची बनाने का कार्य उमा को सौंपा गया। उसने सभी बच्चों की एक सूची बनाई और प्रत्येक नाम के सम्मुख उसके द्वारा चुना हुआ फल लिख दिया। यह सूची बच्चों की पसंद के अनुसार उन्हें फल देने में शिक्षक की सहायता करेगी।

राघव	—	केला	भावना	—	सेब
प्रीति	—	सेब	मनोज	—	केला
अमर	—	अमरूद	डोनाल्ड	—	सेब
फातिमा	—	संतरा	मारिया	—	केला
अमिता	—	सेब	उमा	—	संतरा
रमन	—	केला	अख़्तर	—	अमरूद
राधा	—	संतरा	रितु	—	सेब
फरीदा	—	अमरूद	सलमा	—	केला
अनुराधा	—	केला	कविता	—	अमरूद
रति	—	केला	जावेद	—	केला

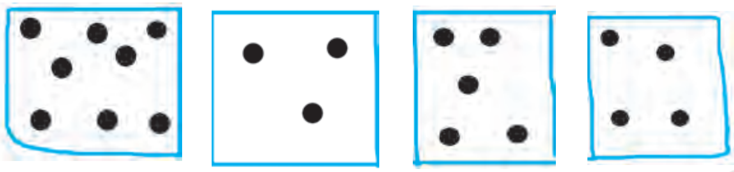
यदि शिक्षक यह जानना चाहे कि कक्षा के लिए कितने केलों की आवश्यकता होगी, तो उसे सूची में दिए सभी नामों को एक-एक करके पढ़ कर केलों की संख्या की गिनती करनी पड़ेगी और इससे ज्ञात होगा कि कुल कितने केलों की आवश्यकता है। सेबों, अमरूदों और संतरों की अलग-अलग संख्याएँ ज्ञात करने के लिए भी उसे प्रत्येक फल के लिए, इसी प्रक्रिया को दोहराना होगा। यह प्रक्रिया कितनी जटिल और समय लेने वाली है। यह प्रक्रिया और भी अधिक जटिल हो सकती है, यदि सूची में विद्यार्थियों की संख्या 50 हो जाए।

इसलिए, उमा एक-एक करके केवल इन फलों के नाम ऐसे लिखती है :

केला, सेब, अमरूद, संतरा, सेब, केला, संतरा, अमरूद, केला, केला, सेब, केला, संतरा, अमरूद, सेब, केला, अमरूद, केला।

क्या आप सोचते हैं कि इससे शिक्षक का कार्य सरल हो जाता है? उसे अब भी पहले की तरह फलों को एक-एक करके गिनना पड़ेगा।

सलमा के मस्तिष्क में एक नया विचार आता है। वह फ़र्श पर चार वर्ग बना देती है। प्रत्येक वर्ग को केवल एक प्रकार के फल के लिए ही रखा जाता है। वह बच्चों से कहती है कि वह अपने पसंद के फल वाले वर्ग में एक कंकड़ रख दें। अर्थात् वह विद्यार्थी जिसने केला चुना है केले से अंकित वर्ग में एक कंकड़ रख देगा इत्यादि।



केला संतरा सेब अमरूद

प्रत्येक वर्ग के कंकड़ गिन कर, सलमा तुरंत यह बता सकती है कि प्रत्येक प्रकार के कितने फलों की आवश्यकता है। वह वांछित सूचना विभिन्न वर्गों में एक क्रमबद्ध तरीके से कंकड़ रख कर तुरंत प्राप्त कर सकती है।

इस क्रियाकलाप को 40 विद्यार्थियों के लिए किन्हीं भी चार फलों के साथ करने का प्रयत्न कीजिए। आप कंकड़ों के स्थान पर बोतलों के ढक्कन या किसी अन्य टोकन (Token) का भी प्रयोग करते हैं।

9.3 आँकड़ों का संगठन

सलमा ने जो सूचनाएँ प्राप्त कीं, वही सूचना रोनाल्ड एक पेन और कागज़ लेकर ज्ञात कर सकता है। उसे कंकड़ों की आवश्यकता नहीं है। वह बच्चों से यह भी नहीं कहता कि आओ और वर्ग में कंकड़ रखो। वह निम्न सारणी तैयार करता है :

केला	✓ ✓ ✓ ✓ ✓ ✓ ✓ ✓	8
संतरा	✓ ✓ ✓	3
सेब	✓ ✓ ✓ ✓ ✓	5
अमरूद	✓ ✓ ✓ ✓	4

क्या आप रोनाल्ड की सारणी को समझ रहे हैं?

एक (✓) चिह्न क्या सूचित करता है?

चार विद्यार्थियों के अमरूद को चुना। अमरूद के सम्मुख कितने (✓) चिह्न लगे हैं?

कक्षा में कुल कितने विद्यार्थी हैं? ये सभी सूचनाएँ ज्ञात कीजिए। इन विधियों के बारे में चर्चा कीजिए। कौन-सी विधि सबसे अच्छी है? क्यों?

यदि बहुत अधिक ज़्यादा आँकड़ों से सूचना प्राप्त करनी हो, तो कौन-सी विधि अधिक उपयोगी (लाभप्रद) है?

not to be republished © NCERT

उदाहरण 1 : दोपहर के भोजन योजना के लिए एक शिक्षक प्रत्येक विद्यार्थी के भोजन की रुचि जानना चाहता है। शिक्षक इस सूचना को एकत्रित करने का कार्य मारिया को सौंपता है। मारिया इसे एक कागज़ और एक पेंसिल लेकर करती है। भोजन की रुचियों को एक स्तंभ में लिखकर, वह प्रत्येक विद्यार्थी की रुचि के लिए उस रुचि के सामने एक खड़ी लकीर (|) अंकित करती है।

भोजन-रुचि	विद्यार्थियों की संख्या
केवल चावल	|||||||||||||||||
केवल रोटी	|||||||||||||
चावल और रोटी दोनों	||||||||||||||||||||

उपरोक्त सारणी को देखकर, उमेश ने विद्यार्थियों को गिनने की एक बेहतर विधि का सुझाव दिया। उसने मारिया से चिह्नों (|) को दस-दस के समूहों में निम्न प्रकार व्यवस्थित करने को कहा :

भोजन-रुचि	विद्यार्थियों की संख्या	
केवल चावल	(||||||||||) |||||||	17
केवल रोटी	(||||||||||) |||	13
चावल और रोटी दोनों	(||||||||||) (||||||||||)	20

राजन ने इसको और अधिक सरल बनाने के लिए उससे कहा कि वह दस-दस के समूहों के स्थान पर पाँच-पाँच के समूह बनाए, जैसा नीचे दिखाया जा रहा है :

भोजन-रुचि	विद्यार्थियों की संख्या	
केवल चावल	(|||||) (|||||) (|||||) ||	17
केवल रोटी	(|||||) (|||||) |||	13
चावल और रोटी दोनों	(|||||) (|||||) (|||||) (|||||)	20

शिक्षक ने सुझाव दिया कि पाँच-पाँच के प्रत्येक समूह में पाँचवाँ चिह्न एक तिरछी रेखा के रूप में प्रयोग किया जाए, जैसा कि ‘𝍸’ में दर्शाया गया है। इन चिह्नों को मिलान चिह्न (Tally Marks) कहते हैं। इस प्रकार, 𝍸 || यह दर्शाता है कि गिनने पर यह पाँच जमा दो (अर्थात् सात) है। और 𝍸 𝍸 यह दर्शाता है कि यह पाँच जमा पाँच (अर्थात् दस) है।

© NCERT not to be republished

इसके साथ, सारणी निम्न प्रकार की दिखती है :

भोजन-रुचि	विद्यार्थियों की संख्या	
केवल चावल	卌 卌 卌 ||	17
केवल रोटी	卌 卌 |||	13
चावल और रोटी दोनों	卌 卌 卌 卌	20

उदाहरण 2 : एकता से उसकी कक्षा VI के विद्यार्थियों के जूतों के माप के बारे में आँकड़े एकत्रित करने के लिए कहा गया। उसने नीचे दर्शाए अनुसार अपने आँकड़े लिखे :

5	4	7	5	6	7	6	5	6	6	5
4	5	6	8	7	4	6	5	6	4	6
5	7	6	7	5	7	6	4	8	7	

जावेद निम्नलिखित सूचना जानना चाहता था:

(i) अधिकतम विद्यार्थियों द्वारा पहने जाने वाले जूते का नाप (ii) न्यूनतम विद्यार्थियों द्वारा पहने जाने वाले जूते का नाप। क्या आप इस सूचना को ज्ञात कर सकते हैं?

एकता ने मिलान चिह्नों का प्रयोग करके एक सारणी तैयार की :

जूतों का नाप	मिलान चिह्न	विद्यार्थियों की संख्या
4	卌	5
5	卌 |||	8
6	卌 卌	10
7	卌 ||	7
8	||	2

अब पहले पूछे गए प्रश्नों का उत्तर सरलता से दिया जा सकता है। आप इसी प्रकार का क्रियाकलाप अपनी कक्षा में मिलान चिह्नों के प्रयोग द्वारा कर सकते हैं।

इन्हें कीजिए

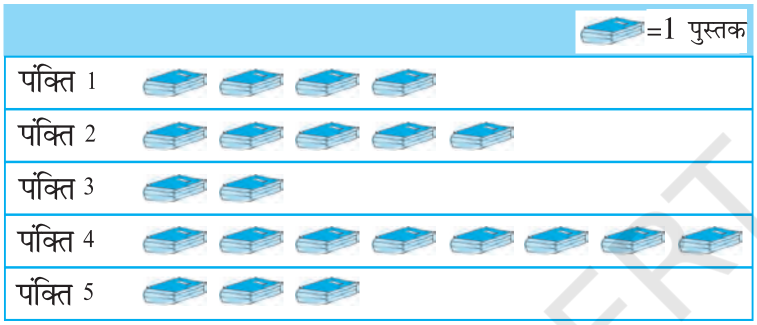
1. अपने सहपाठियों के परिवारों के सदस्यों की संख्या से संबंधित सूचनाएँ एकत्रित कीजिए और उन्हें एक सारणी के रूप में निरूपित कीजिए। ज्ञात कीजिए कि (a) कौन-सी संख्या न्यूनतम बार आती है। (b) कौन-सी संख्या अधिकतम बार आती है। (c) कौन-सी संख्याएँ बराबर बार आती हैं।

© NCERT not to be republished

परिवार के सदस्यों की संख्या	मिलान चिह्न	उतने परिवार के सदस्यों वाले विद्यार्थियों की संख्या

9.4 चित्रालेख

एक अलमारी में पाँच खाने हैं। प्रत्येक खाने में, पुस्तकें एक पंक्तिबद्ध रूप से रखी हुई हैं। विस्तृत जानकारी निम्न प्रकार सूचित की गई है :



किस पंक्ति में पुस्तकों की संख्या सबसे अधिक है? किस पंक्ति में पुस्तकों की संख्या सबसे कम है? क्या ऐसी पंक्ति है जिसमें एक भी पुस्तक नहीं है?

आप उपरोक्त आलेख को देखकर ही इन प्रश्नों के उत्तर दे सकते हैं। इसमें प्रयुक्त चित्र आँकड़ों को समझने में आपकी सहायता करते हैं। इसे एक **चित्रालेख (pictograph)** कहते हैं।

एक चित्रालेख आँकड़ों को चित्रों, वस्तुओं या वस्तुओं के भागों के रूप में निरूपित करता है। इसको केवल देखकर ही आँकड़ों से संबंधित प्रश्नों के उत्तर दिए जा सकते हैं।

इन्हें कीजिए

समाचार पत्र और पत्रिकाएँ प्राय: पाठकों को आकर्षित करने के लिए चित्रालेखों का प्रयोग करते हैं।

इस प्रकार प्रकाशित एक या दो चित्रालेखों को एकत्रित कीजिए और उन्हें अपनी कक्षा में प्रदर्शित कीजिए। यह समझने का प्रयत्न कीजिए कि ये चित्रालेख क्या दर्शाते हैं।

© NCERT not to be republished

एक चित्रालेख द्वारा प्रदान की गई सूचनाओं को समझने के लिए कुछ अभ्यास करने की आवश्यकता है।

9.5 एक चित्रालेख की व्याख्या

उदाहरण 3 : पिछले सप्ताह में 30 विद्यार्थियों वाली एक विशिष्ट कक्षा में अनुपस्थित रहने वाले विद्यार्थियों की संख्या निम्न चित्रालेख द्वारा विस्तृत रूप से दर्शाई गई है:

(a) किस दिन सबसे अधिक विद्यार्थी अनुपस्थित थे?

(b) किस दिन उपस्थिति पूर्ण रही?

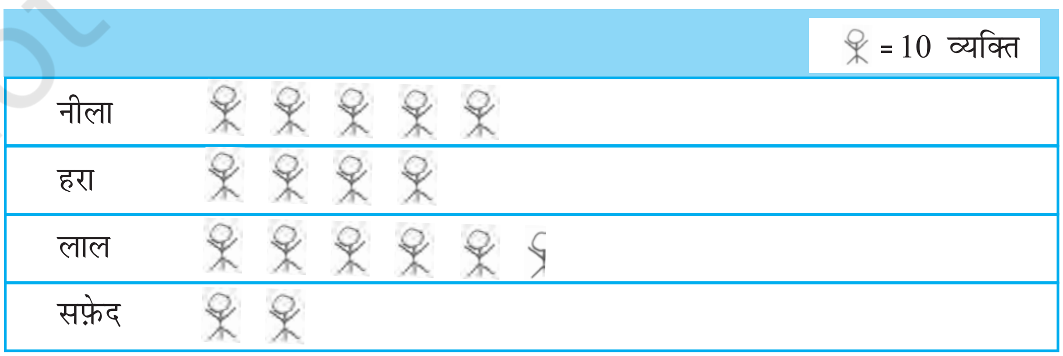
(c) इस सप्ताह में कुल अनुपस्थिति कितनी रही?

हल : (a) सबसे अधिक विद्यार्थी शनिवार को अनुपस्थित रहे। (इन आँकड़ों को निरूपित करने वाली शनिवार की पंक्ति में 8 चित्र हैं, अन्य दिनों के लिए चित्रों की संख्या कम है।)

(b) बृहस्पतिवार की पंक्ति में कोई चित्र नहीं है। इसका अर्थ है कि इस दिन कोई विद्यार्थी अनुपस्थित नहीं था। अर्थात् उस दिन कक्षा में पूर्ण उपस्थिति रही।

(c) कुल मिलाकर यहाँ 20 चित्र हैं। इसलिए, इस सप्ताह में कुल अनुपस्थिति 20 रही।

उदाहरण 4 : किसी मोहल्ले के व्यक्तियों द्वारा पसंद किए गए फ्रिज़ों (Fridges) के रंगों की सूचना निम्न चित्रालेख द्वारा दर्शाई गई है :



© NCERT not to be republished

(a) नीले रंग को पसंद करने वाले व्यक्तियों की संख्या ज्ञात कीजिए।

(b) कितने व्यक्ति लाल रंग पसंद करते हैं?

हल : (a) नीला रंग पसंद करने वाले 50 व्यक्ति हैं?

[= 10 व्यक्ति। इसलिए ऐसे 5 चित्र 5×10 व्यक्ति दर्शाते हैं।]

(b) लाल रंग पसंद करने वाले व्यक्तियों की संख्या ज्ञात करने के लिए, कुछ सोचना पड़ेगा।

5 पूरे चित्रों के लिए, हमें $5 \times 10 = 50$ व्यक्ति प्राप्त होते हैं।

अंतिम अधूरे चित्र के लिए हम इसे अनुमानित रूप से 5 व्यक्ति मान सकते हैं।

अत: लाल रंग पसंद करने वाले व्यक्तियों की संख्या 55 है।

सोचिए, चर्चा कीजिए और लिखिए

उपरोक्त उदाहरण में, लाल रंग पसंद करने वाले व्यक्तियों की संख्या $50 + 5 = 55$ ली है। यदि आपका मित्र इसे $50 + 8 = 58$ ले, तो क्या आप इसे स्वीकार करेंगे?

उदाहरण 5 : किसी स्कूल में एक सर्वेक्षण द्वारा यह पता लगाया गया कि प्रतिदिन स्कूल आने के लिए विद्यार्थी यातायात के किस साधन का प्रयोग करते हैं। कक्षा VI के 30 विद्यार्थियों से साक्षात्कार किया गया और प्राप्त आँकड़ों को एक चित्रालेख के रूप में निम्न प्रकार प्रदर्शित किया गया :

यातायात का साधन	विद्यार्थियों की संख्या (☺ = 1 विद्यार्थी)
निजी कार	☺ ☺ ☺ ☺
सार्वजनिक बस	☺ ☺ ☺ ☺ ☺
स्कूल बस	☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺
साइकिल	☺ ☺ ☺
पैदल	☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺ ☺

इस चित्रालेख से आप क्या निष्कर्ष निकाल सकते हैं?

(a) निजी कार से आने वाले विद्यार्थियों की संख्या 4 है।

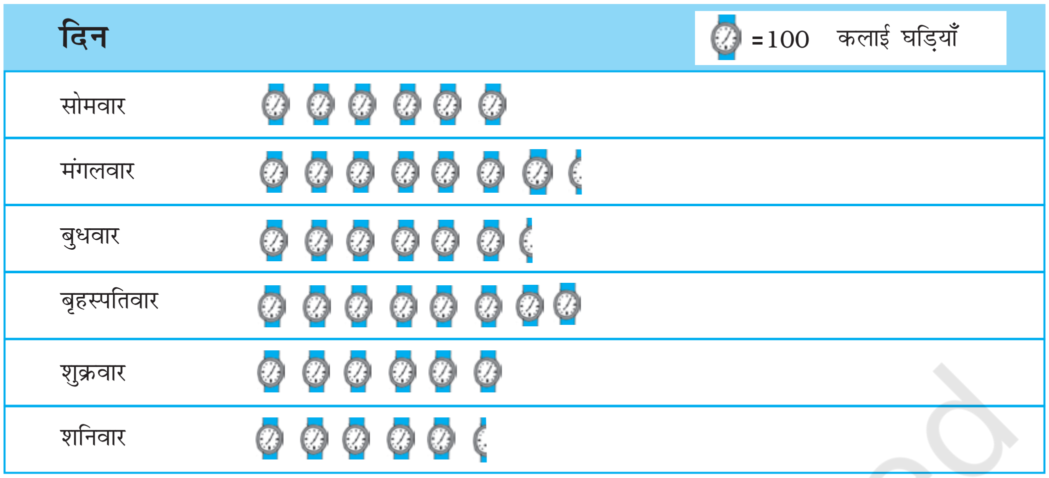
(b) अधिकतम विद्यार्थी (11) स्कूल बस से स्कूल आते हैं। यह यातायात का सर्वाधिक लोकप्रिय साधन है।

(c) साइकिल का प्रयोग केवल तीन विद्यार्थी ही करते हैं।

(d) अन्य साधनों का प्रयोग करने वाले विद्यार्थियों की संख्या भी इसी प्रकार ज्ञात की जा सकती है।

उदाहरण 6 : किसी सप्ताह में, एक फैक्टरी द्वारा निर्मित कलाई घड़ियों की संख्या निम्न चित्रालेख द्वारा प्रदर्शित है :

© NCERT not to be republished



(a) किस दिन न्यूनतम कलाई घड़ियाँ निर्मित की गईं?

(b) किस दिन निर्मित कलाई घड़ियों की संख्या अधिकतम थी?

(c) इस विशेष सप्ताह में निर्मित कलाई घड़ियों की सन्निकट संख्या ज्ञात कीजिए?

हल : हम एक सारणी बनाकर गिनती कर सकते हैं।

दिन	निर्मित कलाई घड़ियों की संख्या
सोमवार	600
मंगलवार	700 से अधिक और 800 से कम
बुधवार	....
बृहस्पतिवार	....
शुक्रवार	....
शनिवार	....

उपरोक्त सारणी को पूरा कीजिए और उत्तर ज्ञात कीजिए।

प्रश्नावली 9.1

1. गणित के एक टेस्ट में 40 विद्यार्थियों द्वारा निम्नलिखित अंक प्राप्त किए गए। इन अंकों को मिलान चिह्नों का प्रयोग करके, एक सारणी के रूप में व्यवस्थित कीजिए।

8	1	3	7	6	5	5	4	4	2
4	9	5	3	7	1	6	5	2	7
7	3	8	4	2	8	9	5	8	6
7	4	5	6	9	6	4	4	6	6

(a) ज्ञात कीजिए कि कितने विद्यार्थियों ने 7 या उससे अधिक अंक प्राप्त किए।

(b) कितने विद्यार्थियों ने 4 से कम अंक प्राप्त किए?

2. कक्षा VI के 30 विद्यार्थियों की मिठाइयों की पसंद निम्नलिखित है :

लड्डू, बरफ़ी, लड्डू, जलेबी, लड्डू, रसगुल्ला

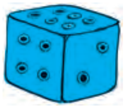
© NCERT not to be republished

जलेबी, लड्डू, बरफ़ी, रसगुल्ला, लड्डू, जलेबी, लड्डू
जलेबी, रसगुल्ला, लड्डू, रसगुल्ला, जलेबी, लड्डू
रसगुल्ला, लड्डू, लड्डू बरफ़ी, रसगुल्ला, रसगुल्ला
जलेबी, रसगुल्ला, लड्डू, रसगुल्ला, जलेबी, लड्डू।

(a) मिठाइयों के इन नामों को मिलान चिह्नों का प्रयोग करते हुए एक सारणी में व्यवस्थित कीजिए।

(b) कौन सी मिठाई विद्यार्थियों द्वारा अधिक पसंद की गई?

3. केथरिन ने एक पासा (dice) लिया और उसको 40 बार उछालने पर प्राप्त संख्या को लिख लिया। उसने इस कार्य को 40 बार किया और प्रत्येक बार प्राप्त संख्याओं को निम्न प्रकार लिखा :



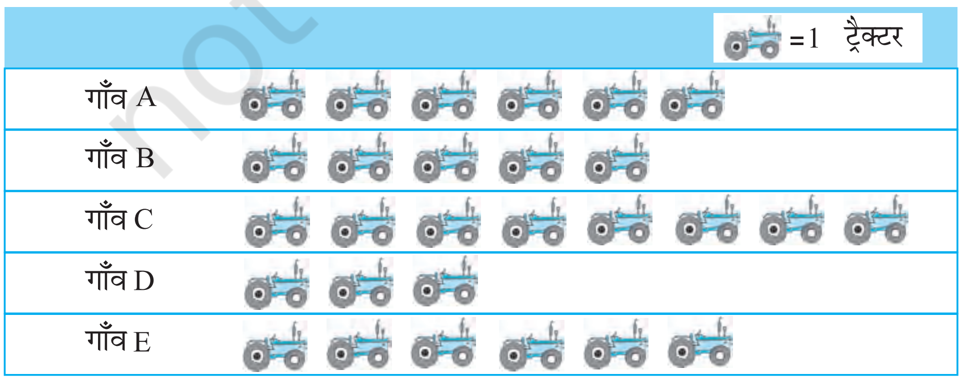
1	3	5	6	6	3	5	4	1	6
2	5	3	4	6	1	5	5	6	1
1	2	2	3	5	2	4	5	5	6
5	1	6	2	3	5	2	4	1	5

एक सारणी बनाइए और आँकड़ों को मिलान चिह्नों का प्रयोग करके लिखिए। अब, ज्ञात कीजिए :

(a) न्यूनतम बार आने वाली संख्या।
(b) अधिकतम बार आने वाली संख्या।
(c) समान बार आने वाली संख्याएँ।

संख्या	मिलान चिह्न	कितनी बार
1		
2		
3		
4		
5		
6		

4. निम्नलिखित चित्रालेख पाँच गाँवों में ट्रैक्टरों की संख्या दर्शाता है :



© NCERT not to be republished

चित्रालेख को देखिए और निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

(i) किस गाँव में ट्रैक्टरों की संख्या न्यूनतम है?

(ii) किस गाँव में ट्रैक्टरों की संख्या अधिकतम है?

(iii) गाँव C में गाँव B से कितने ट्रैक्टर अधिक हैं?

(iv) पाँचों गाँवों में कुल मिलाकर कितने ट्रैक्टर हैं?

5. एक सह-शिक्षा माध्यमिक विद्यालय की प्रत्येक कक्षा में लड़कियों की संख्या निम्न चित्रालेख द्वारा प्रदर्शित है :

इस चित्रालेख को देखिए और निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

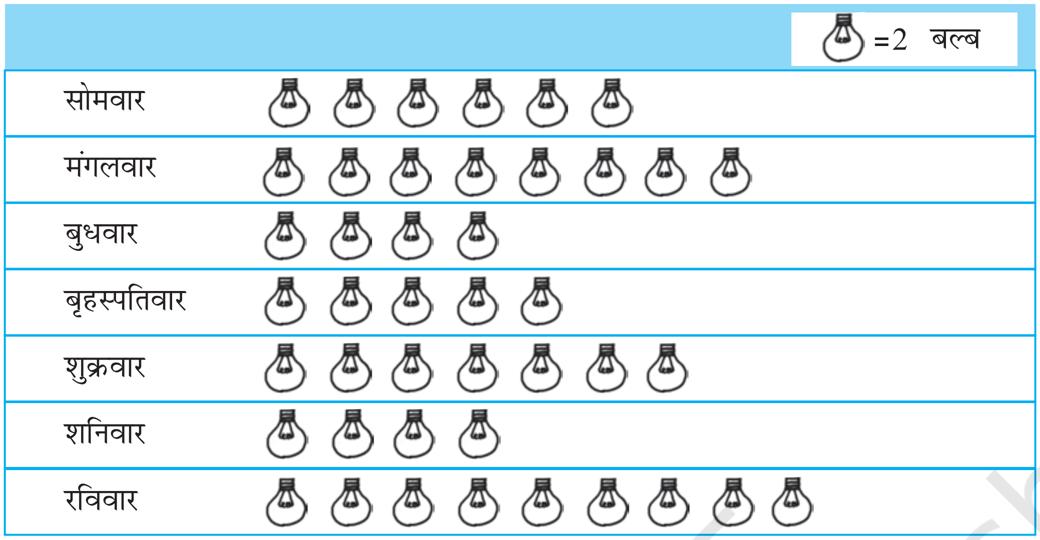
(a) किस कक्षा में लड़कियों की संख्या न्यूनतम है?

(b) क्या कक्षा VI में लड़कियों की संख्या कक्षा V की लड़कियों की संख्या से कम है?

(c) कक्षा VII में कितनी लड़कियाँ हैं?

© NCERT not to be republished

6. किसी सप्ताह के विभिन्न दिनों में बिजली के बल्बों की बिक्री नीचे दर्शाई गई है:–



चित्रालेख को देखिए और निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

(a) शुक्रवार को कितने बल्ब बेचे गए?

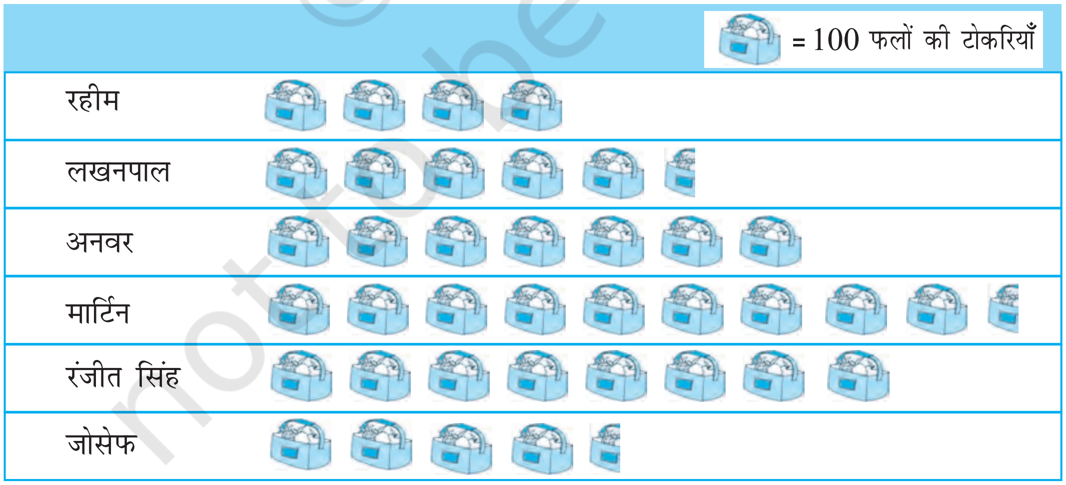
(b) किस दिन बेचे गए बल्बों की संख्या अधिकतम थी?

(c) किन दिनों में बेचे गए बल्बों की संख्या समान थी?

(d) किस दिन बेचे गए बल्बों की संख्या न्यूनतम थी?

(e) यदि एक बड़े डिब्बे में 9 बल्ब आ सकते हैं, तो इस सप्ताह कितने डिब्बों की आवश्यकता पड़ी?

7. एक विशेष मौसम में, एक गाँव में 6 फल विक्रेताओं द्वारा बेची गई फलों की टोकरियों की संख्या निम्न चित्रालेख द्वारा प्रदर्शित है :



इस चित्रालेख को देखिए और निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

(a) किस फल विक्रेता ने अधिकतम फलों की टोकरियाँ बेची?

(b) अनवर ने फलों की कितनी टोकरियाँ बेची?

© NCERT not to be republished

(c) वे विक्रेता जिन्होंने 600 या उससे अधिक टोकरियाँ बेचीं, अगले मौसम में गोदाम खरीदने की योजना बना रहे हैं। क्या आप इनके नाम बता सकते हैं?

9.6 चित्रालेखों को खींचना

चित्रालेखों को खींचना एक रोचक क्रिया है। परंतु कभी-कभी कोई संकेत जैसे कि (जो पीछे दिए गए उदाहरणों में से एक उदाहरण में प्रयोग किया जा चुका है) इकाइयों के गुणज (Multiple) के रूप में भी प्रयोग हो सकता है तथा इसे खींचने में कठिनाई भी हो सकती है। इनके स्थान पर हम सरल संकेतों का प्रयोग कर सकते हैं।

यदि 5 विद्यार्थियों को निरूपित करता है, तो आप 4 या 3 विद्यार्थियों को किस प्रकार निरूपित करेंगे? हम ऐसी स्थिति की निम्न प्रकार से कल्पना करके हल कर सकते हैं :

5 विद्यार्थी निरूपित करता है, तो 4 विद्यार्थी निरूपित करता है,

3 विद्यार्थी निरूपित करता है, 2 विद्यार्थी निरूपित करता है,

1 विद्यार्थी निरूपित करता है। इसके बाद निरूपण का कार्य प्रारंभ करें।

उदाहरण 7 : किसी सप्ताह में, एक कक्षा के 30 विद्यार्थियों की उपस्थिति निम्नलिखित है। इसे एक चित्रालेख द्वारा निरूपित कीजिए।

दिन	उपस्थित विद्यार्थियों की संख्या
सोमवार	24
मंगलवार	26
बुधवार	28
बृहस्पतिवार	30
शुक्रवार	29
शनिवार	22

हल : पहली की गई कल्पना के अनुसार,

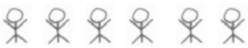
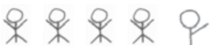
24 को से निरूपित किया जा सकता है,

26 को निरूपित किया जा सकता है.

इत्यादि

© NCERT not to be republished

इस प्रकार, चित्रालेख निम्न होगा :

दिन	विद्यार्थियों की संख्या
सोमवार	
मंगलवार	
बुधवार	
बृहस्पतिवार	
शुक्रवार	
शनिवार	

यहाँ हमने एक प्रकार का समझौता किया है कि '5 से कम' को एक चित्र द्वारा कैसे निरूपित करें। इस प्रकार के चित्रों को तोड़ना सदैव संभव नहीं होता है। ऐसी स्थितियों में हम क्या करें?

निम्नलिखित उदाहरण का अध्ययन कीजिए :

उदाहरण 8 : किसी वर्ष के प्रथम चार महीनों में, किसी विश्राम गृह के लिए खरीदे गए बिजली के बल्बों की संख्या निम्नलिखित है :

महीना	बल्बों की संख्या
जनवरी	20
फ़रवरी	26
मार्च	30
अप्रैल	34

उपरोक्त को एक चित्रालेख द्वारा निरूपित कीजिए।

हल :

माना 10 बल्बों को निरूपित करता है	
जनवरी	
फ़रवरी	
मार्च	
अप्रैल	

© NCERT not to be republished

यहाँ जनवरी और मार्च के लिए चित्र बनाना कठिन नहीं है। परंतु 26 और 34 को चित्रों द्वारा निरूपित करना सरल नहीं है। हम निकटतम पाँच तक 26 को 25 और 34 को 35 ले सकते हैं। फिर हम फ़रवरी के लिए $2\frac{1}{2}$ बल्ब और अप्रैल के लिए $3\frac{1}{2}$ बल्ब दर्शा सकते हैं।

प्रश्नावली 9.2

1. पाँच गाँवों में पशुओं की कुल संख्या इस प्रकार है :

गाँव A	:	80
गाँव B	:	120
गाँव C	:	90
गाँव D	:	40
गाँव E	:	60

संकेत $\otimes$ का प्रयोग करके जो 10 पशुओं को निरूपित करता है, इन पशुओं का एक चित्रालेख बनाइए और निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

(a) गाँव E के पशुओं को कितने संकेत निरूपित करते हैं?

(b) किस गाँव में पशुओं की संख्या अधिकतम है?

(c) किस गाँव में अधिक पशु हैं : गाँव A या गाँव C में?

2. विभिन्न वर्षों में एक स्कूल के विद्यार्थियों की कुल संख्या निम्न सारणी द्वारा प्रदर्शित है :

वर्ष	**विद्यार्थियों की संख्या**
1996	400
1998	535
2000	472
2002	600
2004	623

A. एक संकेत का प्रयोग करके, जो 100 विद्यार्थियों को निरूपित करता है, एक चित्रालेख बनाइए और निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

(a) वर्ष-2002 में कुल विद्यार्थियों की संख्या को कितने संकेत निरूपित कर रहे हैं?

(b) वर्ष-1998 में कुल विद्यार्थियों की संख्या को कितने संकेत निरूपित कर रहे हैं?

B. कोई और संकेत लेकर, जो 50 विद्यार्थियों को निरूपित करता हो, एक अन्य चित्रालेख बनाइए। कौन-सा चित्रालेख अधिक सूचनाप्रद है?

9.7 दंड आलेख

आँकड़ों को चित्रालेखों द्वारा निरूपित करने में न केवल समय अधिक लगता है बल्कि कभी–कभी यह कठिन भी होता है। आइए, आँकड़ों को निरूपित करने की कोई अन्य चित्रीय

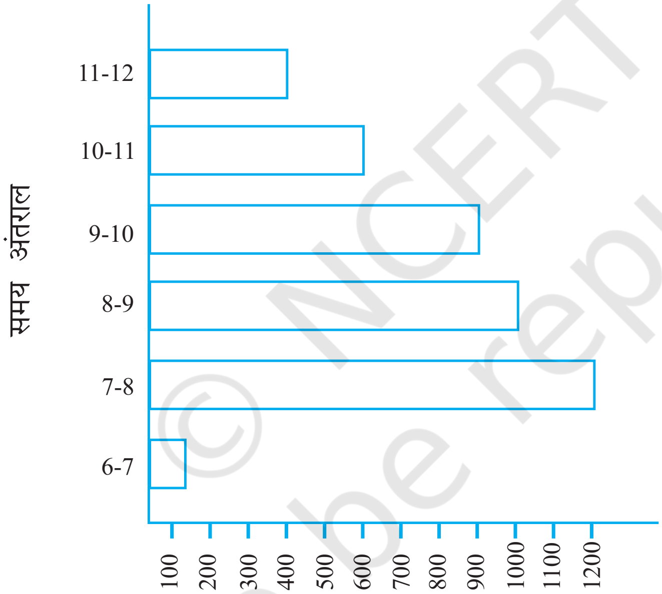
© NCERT not to be republished

विधि देखें। एक समान चौड़ाई (uniform width) के क्षैतिज या ऊर्ध्वाधर दंड (bars) खींचे जा सकते हैं, जिनके बीच में समान दूरी रखी जाती है। इस प्रकार खींचे गए प्रत्येक दंड की लंबाई दी हुई संख्या (मान) को निरूपित करती है। आँकड़ों को प्रस्तुत करने का यह चित्रीय निरूपण एक दंड आरेख (bar diagram) या दंड आलेख (bar graph) कहलाता है।

9.7.1 दंड आलेख की व्याख्या

आइए, किसी विशेष दिन यातायात पुलिस द्वारा दिल्ली के एक भीड़ वाले व्यस्त चौराहे से होकर जाने वाले वाहनों के बारे में किए गए अध्ययन के उदाहरण पर विचार करें। प्रात: 6 बजे से दोपहर 12 बजे तक प्रत्येक घंटे में उस चौराहे से होकर जाने वाले वाहनों की संख्या नीचे दिए दंड आलेख में दर्शाई गई है। एक इकाई (Unit) को सांकेतिक रूप से, एक खाने (Box) से निरूपित किया गया है। (एक इकाई =1)

पैमाना है : "1 इकाई (मात्रक) लंबाई = 100 वाहन", अर्थात् 1 इकाई लंबाई = 100 वाहन

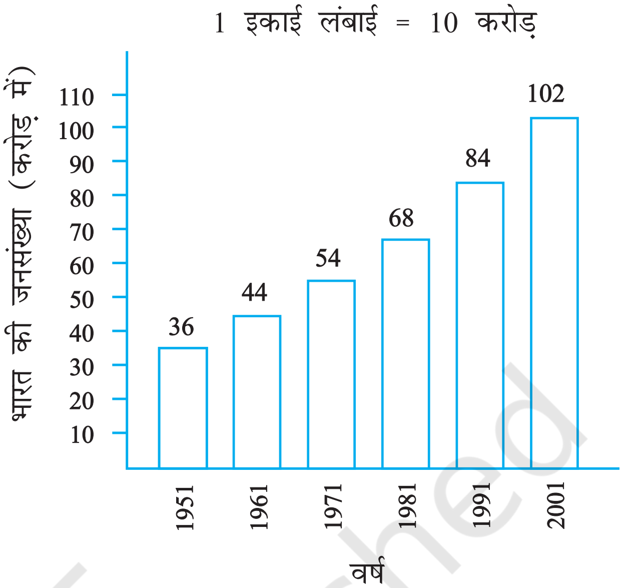


हम देख सकते हैं कि अधिकतम यातायात सबसे लंबे दंड अर्थात् 1200 वाहनों से निरूपित है और यह प्रात: सात से आठ बजे के अंतराल में है। इससे ठीक छोटा दंड 8 से 9 बजे के बीच में है।

इसी प्रकार, न्यूनतम यातायात दर्शाने वाला सबसे छोटा दंड (अर्थात् 100 वाहनों) से है। यह प्रात: 6 से 7 बजे के अंतराल में है। इस छोटे दंड से ठीक अगला दंड 11 से 12 बजे के बीच के समय का है।

दो अति व्यस्त घंटों (8.00-10.00 बजे) में कुल यातायात (स्कूल, कार्यालय और व्यापारिक संस्थानों के लिए) 1000+900 = 1900 वाहन हैं, जो दो लंबे दंडों द्वारा प्रदर्शित हैं।

यदि आँकड़ों में संख्याएँ बड़ी हों, तो आपको एक भिन्न पैमाने (scale) की आवश्यकता पड़ेगी। उदाहरणार्थ, भारत की जनसंख्या वृद्धि की स्थिति को लीजिए। ये संख्या करोड़ों में है। इसलिए, यदि आप 1 इकाई = 1 व्यक्ति लेंगे, तो दंड खींचना संभव नहीं हो पाएगा। अतः इस तरह का पैमाना चुनिए कि 1 इकाई 10 करोड़ निरूपित करती हो। इस स्थिति में, दंड आलेख निम्न आकृति में दर्शाया गया है :



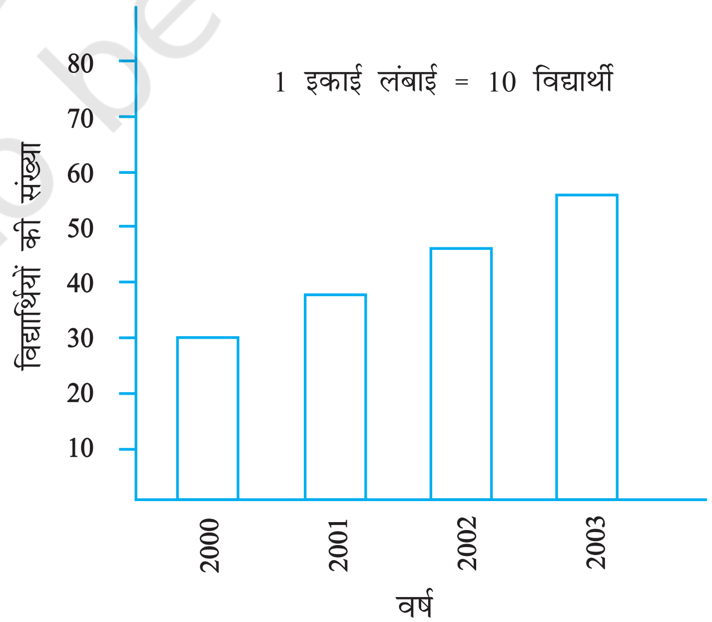
इसलिए, 5 इकाई लंबाई का दंड 50 करोड़ निरूपित करता है और 8 इकाई लंबाई का दंड 80 करोड़ निरूपित करता है।

उदाहरण 9 : किसी स्कूल की एक विशेष कक्षा के निम्नलिखित दंड आलेख को पढ़िए और निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

(a) इस आलेख का पैमाना क्या है?

(b) प्रत्येक वर्ष स्कूल में कितने नए विद्यार्थी प्रवेश पाते हैं?

(c) क्या वर्ष 2003 में विद्यार्थियों की संख्या वर्ष 2000 के विद्यार्थियों की संख्या की दोगुनी है।

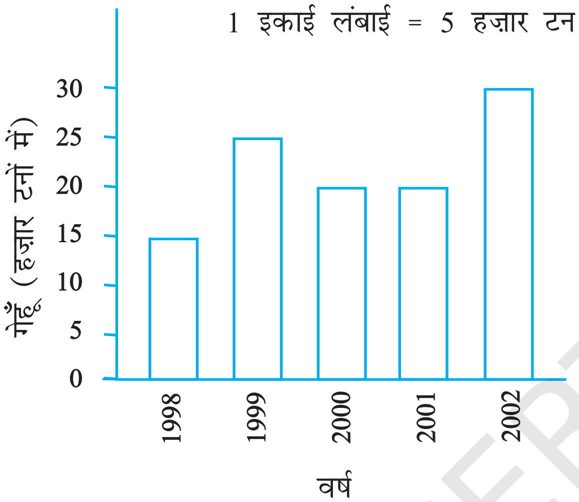


हल : (a) पैमाना है : 1 इकाई लंबाई = 10 विद्यार्थी

अब (b) और (c) स्वयं कीजिए।

प्रश्नावली 9.3

1. नीचे दिया हुआ दंड आलेख वर्ष 1998–2002 में सरकार द्वारा खरीदे गए गेहूँ की मात्रा दर्शाता है :

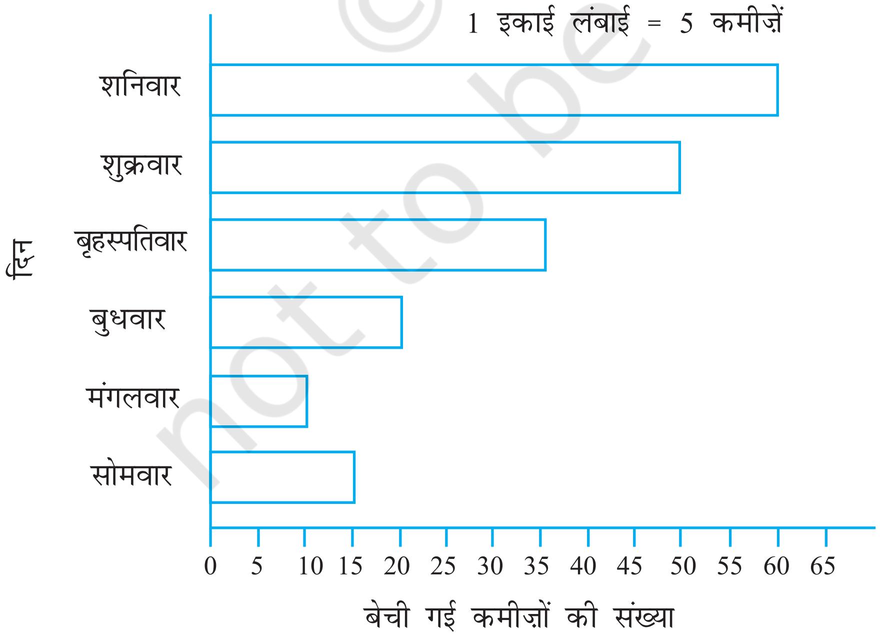


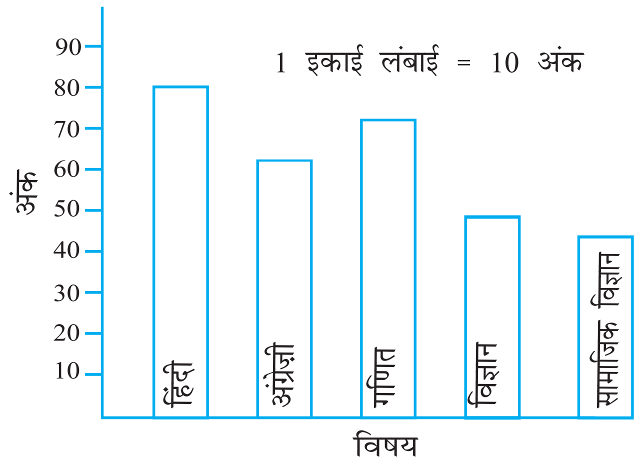
इस दंड आलेख को पढ़िए और अपने प्रेक्षणों को लिखिए।

(a) किस वर्ष में गेहूँ का अधिकतम उत्पादन हुआ?

(b) किस वर्ष में गेहूँ का न्यूनतम उत्पादन हुआ?

2. इस दंड आलेख को देखिए जो एक रेडीमेड कपड़ों की दुकान में सोमवार से शनिवार तक हुई कमीज़ों की बिक्री को दर्शाता है।





अब निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

(a) उपरोक्त दंड आलेख में क्या सूचना दर्शाई गई है?

(b) कमीज़ों की संख्या को निरूपित करने के लिए क्षैतिज रेखा पर क्या पैमाना लिया गया है?

(c) किस दिन अधिकतम कमीज़ें बेची गईं और कितनी संख्या में कमीज़ें बेची गईं, लिखें?

(d) किस दिन न्यूनतम संख्या में कमीज़ें बेची गईं?

(e) बृहस्पतिवार को कितनी कमीज़ें बेची गईं?

3. इस दंड आलेख को देखिए जो अज़ीज द्वारा अर्धवार्षिक परीक्षा में विभिन्न विषयों में प्राप्त किए गए अंकों को प्रदर्शित करता है।
निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए :
(a) यह दंड आलेख क्या सूचना प्रदर्शित करता है?
(b) किस विषय में अज़ीज ने अधिकतम अंक प्राप्त किए?
(c) किस विषय में उसने न्यूनतम अंक प्राप्त किए?
(d) विषयों के नाम लिखिए और उनमें से प्रत्येक में प्राप्त किए गए अंक भी लिखिए।

9.7.2 दंड आलेख को खींचना

उस उदाहरण को याद कीजिए जिसमें रोनाल्ड ने अपने सहपाठियों द्वारा पसंद किए जाने वाले फलों के लिए सारणी बनाई थी।

फल का नाम	केला	संतरा	सेब	अमरूद
विद्यार्थियों की संख्या	8	3	5	4

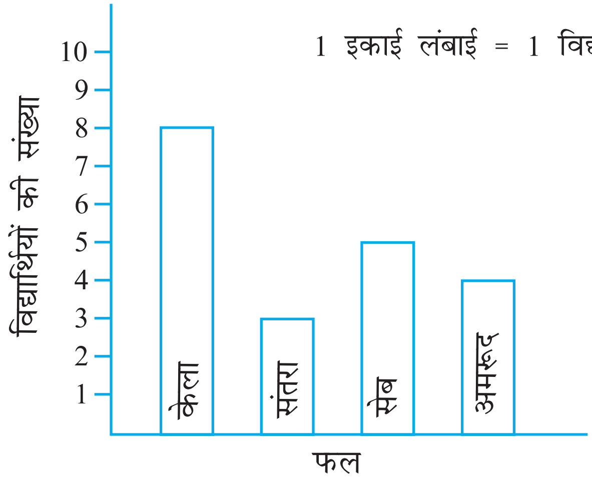
पहले एक क्षैतिज और एक ऊर्ध्वाधर रेखा खींचिए। क्षैतिज रेखा पर फलों को निरूपित करने वाले दंड खींचिए और ऊर्ध्वाधर रेखा पर संख्यांक लिखिए जो विद्यार्थियों की संख्या निरूपित करते हैं।

आइए, एक आसान-सा पैमाना चुनें। इसका अर्थ है कि हम यह चुनेंगे कि 1 इकाई लंबाई द्वारा कितने विद्यार्थी निरूपित होंगे।

यहाँ हम 1 इकाई लंबाई = 1 विद्यार्थी लेते हैं।

© NCERT not to be republished

हमें नीचे दर्शाया गया दंड आलेख प्राप्त होता है :



उदाहरण 10 : निम्नलिखित सारणी इमरान के परिवार की विभिन्न मदों में होने वाले मासिक व्यय को निरूपित करती है :

मद	व्यय (₹ में)
मकान किराया	3000
भोजन	3400
शिक्षा	800
बिजली	400
परिवहन	600
विविध	1200

इन आँकड़ों को एक दंड आलेख के रूप में निरूपित करने के चरण निम्न हैं :

(a) परस्पर दो लंब रेखाएँ खींचिए, एक ऊर्ध्वाधर और एक क्षैतिज।

(b) क्षैतिज रेखा के अनुदिश 'मद' अंकित कीजिए और ऊर्ध्वाधर रेखा के अनुदिश संगत व्यय (रु में) अंकित कीजिए।

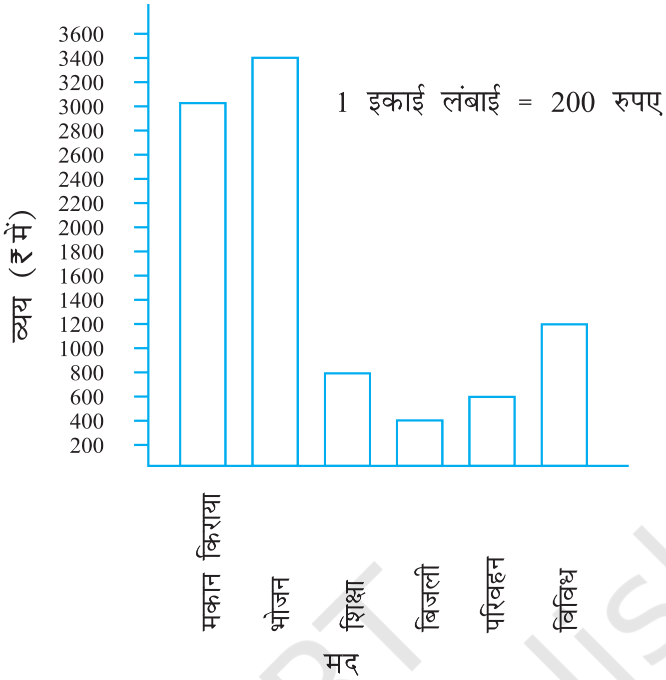
(c) समान दूरी पर समान चौड़ाई के दंड बनाइए।

(d) ऊर्ध्वाधर रेखा के अनुदिश एक सुविधाजनक पैमाना लीजिए। मान लीजिए 1 इकाई लंबाई = 200 रु है और इसके अनुसार संगतमान अंकित कीजिए।

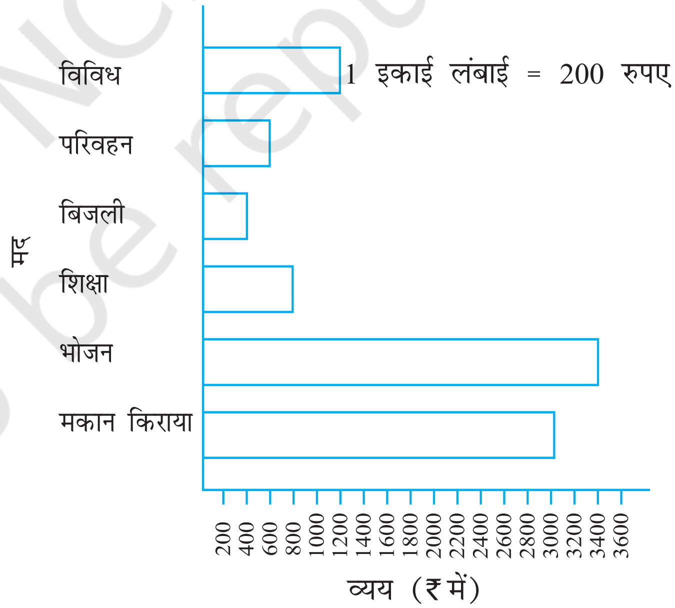
विभिन्न मदों के लिए, दंडों की लंबाई परिकल्पित कीजिए जैसा कि नीचे दर्शाया गया है :

मकान किराया	:	3000	÷	200	=	15 इकाई
भोजन	:	3400	÷	200	=	17 इकाई
शिक्षा	:	800	÷	200	=	4 इकाई
बिजली	:	400	÷	200	=	2 इकाई
परिवहन	:	600	÷	200	=	3 इकाई
विविध	:	1200	÷	200	=	6 इकाई

© NCERT not to be republished



इन्हीं आँकड़ों को, 'मद' और 'व्यय' की स्थितियों को अक्षों पर परस्पर बदलकर, निम्न प्रकार भी दर्शाया जा सकता है :



इन्हें कीजिए

1. अपने मित्रों के साथ पाँच और ऐसी स्थितियों के बारे में सोचिए, जहाँ हम आँकड़े प्राप्त कर सकते हैं। संख्याओं का प्रयोग करके सारणियाँ बनाइए और उन्हें दंड आलेखों द्वारा प्रदर्शित कीजिए।

प्रश्नावली 9.4

1. एक स्कूल के 120 विद्यार्थियों का इस आशय से सर्वेक्षण किया गया कि वे अपने खाली समय में किस क्रियाकलाप को पसंद करते हैं। निम्न आँकड़े प्राप्त हुए :

पसंद का क्रियाकलाप	विद्यार्थियों की संख्या
खेलना	45
कहानी की पुस्तक पढ़ना	30
टी.वी. देखना	20
संगीत सुनना	10
पेंटिंग	15

1 इकाई लंबाई = 5 विद्यार्थी का पैमाना लेकर, एक दंड आलेख बनाइए। खेलने के अतिरिक्त कौन-सा क्रियाकलाप अधिकांश विद्यार्थियों द्वारा पसंद किया जाता है।

2. छह क्रमागत दिनों में किसी दुकानदार द्वारा बेची गई गणित की पुस्तकों की संख्या नीचे दी गई है :

दिन	बेची गई पुस्तकों की संख्या
रविवार	65
सोमवार	40
मंगलवार	30
बुधवार	50
बृहस्पतिवार	20
शुक्रवार	70
पेंटिंग	15

अपनी पसंद का पैमाना चुनते हुए, उपरोक्त सूचना के लिए एक दंड आलेख खींचिए।

3. वर्ष 1998 से 2002 के बीच एक फैक्टरी द्वारा निर्मित साइकिलों की संख्या निम्नलिखित सारणी द्वारा दर्शाई गई है :

वर्ष	निर्मित साइकिलों की संख्या
1998	800
1999	600
2000	900
2001	1100
2002	1200

इसे आँकड़ों को एक दंड आलेख द्वारा प्रदर्शित कीजिए। अपनी पसंद का पैमाना चुनिए।

(a) किस वर्ष में अधिकतम संख्या में साइकिलें निर्मित की गईं?

(b) किस वर्ष में न्यूनतम संख्या में साइकिलें निर्मित की गईं?

© NCERT not to be republished

4. किसी शहर के व्यक्तियों की संख्या विभिन्न आयु समूहों के अनुसार नीचे सारणी में दी हुई है :

आयु समूह (वर्षों में)	1-14	15-29	30-44	45-59	60-74	75 और उससे ऊपर
व्यक्तियों की संख्या	2 लाख	1 लाख 60 हज़ार	1 लाख 20 हज़ार	1 लाख 20 हज़ार	80 हज़ार	40 हज़ार

इन आँकड़ों को एक दंड आलेख द्वारा निरूपित कीजिए। (1 इकाई लंबाई = 1 हज़ार लीजिए)

निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

(a) किन दो आयु समूहों में जनसंख्या बराबर है?

(b) 60 वर्ष और उससे अधिक आयु के सभी व्यक्ति वरिष्ठ नागरिक कहलाते हैं। इस शहर में कितने वरिष्ठ नागरिक हैं?

हमने क्या चर्चा की?

1. हमने देखा कि आँकड़े कुछ सूचना देने के लिए एकत्रित की गई संख्याओं के संग्रह होते हैं।
2. दिए हुए आँकड़ों से कोई विशेष सूचना तुरंत प्राप्त करने के लिए, उन्हें मिलान चिह्नों का प्रयोग करके सारणियों में प्रकट (प्रस्तुत) किया जा सकता है।
3. हमने सीखा कि किस प्रकार चित्रालेख आँकड़ों को चित्रों, वस्तुओं या वस्तुओं के भागों के रूप में निरूपित करता है। हमने चित्रालेखों की व्याख्या करना भी सीखा और उनसे संबंधित प्रश्नों के उत्तर देना भी सीखा है। हमने कुछ वस्तुओं के संकेतों से निरूपित करके चित्रालेखों को खींचना भी सीखा है। उदाहरणार्थ = 100 पुस्तकें लेकर।
4. हमने चर्चा की है कि आँकड़ों को एक दंड आरेख या एक दंड आलेख द्वारा कैसे निरूपित किया जाता है। एक दंड आलेख में समान दूरी पर समान चौड़ाई के दंड क्षैतिज या ऊर्ध्वाधर रूप से खींचे जाते हैं। प्रत्येक दंड की लंबाई वांछित सूचना दर्शाती है।
5. ऐसा करने के लिए, हमने आलेख के लिए एक पैमाना चुनने की प्रक्रिया की भी चर्चा की है। उदाहरणार्थ, 1 इकाई = 100 विद्यार्थी। हमने दंड आलेखों को पढ़ने का अभ्यास भी किया है। हमने इसकी व्याख्या करना भी सीखा है।

© NCERT not to be republished