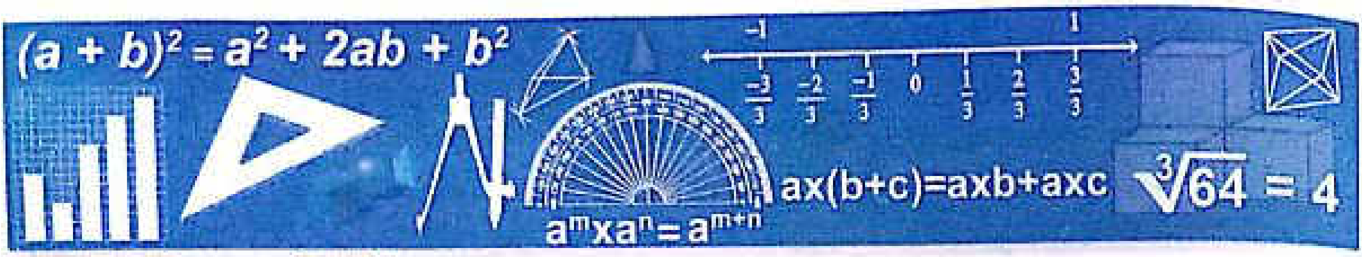


অধ্যায়-5

তথ্যৰ ব্যৱহাৰ

5.1 তথ্য বিচাৰোঁ আঁহা ঃ

আমি অধ্যয়ন কৰিব খোজা বিভিন্ন পৰিস্থিতিৰ পৰিপ্ৰেক্ষিতত সচৰাচৰ তথ্য সংগ্ৰহ কৰিবলগীয়া হয়। উদাহৰণস্বৰূপে, কোনো এখন গাঁৱৰ প্ৰতিঘৰত কিমান মানুহ আছে? প্ৰতিঘৰত পুৰুষৰ সংখ্যা, মহিলাৰ সংখ্যা কিমান আৰু তেওঁলোকৰ শিক্ষাগত অৰ্হতা কিমান ইত্যাদি। ইয়াক উলিয়াবলৈ হ'লে প্ৰত্যেকৰে ঘৰে ঘৰে গৈ তথ্য সংগ্ৰহ কৰিব লাগিব। সেই তথ্যখিনি শৃংখলাবদ্ধভাৱে সংগঠিত কৰাৰ পিছত উদ্দেশ্য অনুযায়ী বিশ্লেষণ কৰিব লাগিব।

ছাত্ৰ-ছাত্ৰীসকলে বিদ্যালয়ৰ প্ৰতিজন ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ পৰিয়ালৰ সদস্য সংখ্যাৰ ওপৰতো তথ্য সংগ্ৰহ কৰি বিশ্লেষণ কৰিব পাৰে।

তথ্যক সহজে বোধগম্য কৰিবৰ বাবে লেখৰ জৰিয়তে উপস্থাপন কৰা হয়। আগৰ শ্ৰেণীত শিকি অহা বিভিন্ন ধৰণৰ লেখসমূহৰ কিছু পুনৰাবৃত্তি কৰোঁ আঁহা ঃ

5.2 সচিত্ৰ লেখ (Pictograph) :

এইবিধ লেখৰ ক্ষেত্ৰত সাধাৰণতে প্ৰতীক ব্যৱহাৰ কৰি তথ্য উপস্থাপন কৰা হয়।

তলৰ উদাহৰণটো মন কৰোঁ আহা—

এখন কিতাপৰ দোকানত সপ্তাহটোৰ প্ৰথম চাৰিটা দিনত বিক্ৰী হোৱা কিতাপৰ সংখ্যাৰ তালিকা তলত দিয়াৰ দৰে ঃ

সোমবাৰ	📖📖📖📖📖
মঙলবাৰ	📖📖📖📖📖📖
বুধবাৰ	📖📖📖
বৃহস্পতিবাৰ	📖📖📖

ইয়াত 📖 = পাঁচখন কিতাপ ধৰা হৈছে

(i) কোনটো বাৰত আটাইতকৈ বেছি কিতাপ বিক্ৰী হৈছিল?

(ii) মঙল আৰু বুধবাৰে মুঠ কিমান কিতাপ বিক্ৰী হৈছিল ক'ব পাৰিবানে?

5.3 দণ্ডলেখ (Bar graph) ঃ

দণ্ডলেখত নিৰ্ধাৰিত মানৰ সমানুপাতিক উচ্চতাবিশিষ্ট আৰু একে সমান প্ৰস্থৰ দণ্ড ব্যৱহাৰ কৰি তথ্যৰ প্ৰদৰ্শন কৰা হয়।

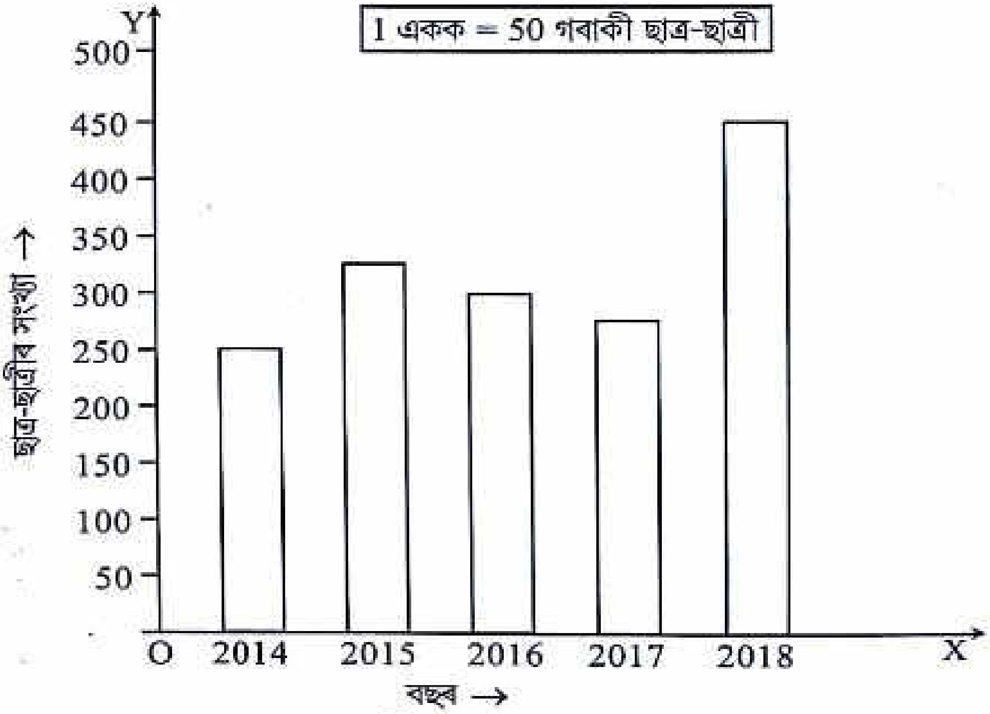
তলৰ উদাহৰণটো চাওঁ আহা—

এখন বিদ্যালয়ৰ যোৱা পাঁচটা বছৰৰ ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ সংখ্যা সিপিঠিৰ তালিকাত দিয়া ধৰণৰ ঃ

বছৰ	ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ সংখ্যা
2014	250
2015	330
2016	300
2017	280
2018	450

তালিকা-1

তথ্যত থকা আটাইতকৈ ডাঙৰ মান হ'ল 450। সেইবাবে 450তকৈ ডাঙৰ মান এটাতহে স্কেল সমাপ্ত কৰিব লাগে। Y-অক্ষৰ ফালে 50 অন্তৰালত সমানকৈ ভাগ কৰা হৈছে। অৰ্থাৎ 1 একক 50 গৰাকী ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ বাবে লোৱা হৈছে। X-অক্ষত বছৰবিলাক আৰু Y-অক্ষত ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ সংখ্যা দেখুৱাই দণ্ডলেখ অঁকা হ'ল (চিত্ৰ 5.1)



চিত্ৰ নং 5.1

ওপৰৰ দণ্ডচিত্ৰটো চাই তলৰ প্ৰশ্নসমূহৰ উত্তৰ দিয়া—

(i) কোনটো বছৰত আটাইতকৈ বেছি ছাত্ৰ-ছাত্ৰী আছে আৰু কিমানজন?

(ii) আটাইতকৈ বেছি আৰু আটাইতকৈ কম ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ মাজত পাৰ্থক্য কিমান?

(iii) কোনকেইটা বছৰত ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ সংখ্যা 300 বা তাতকৈ বেছি?

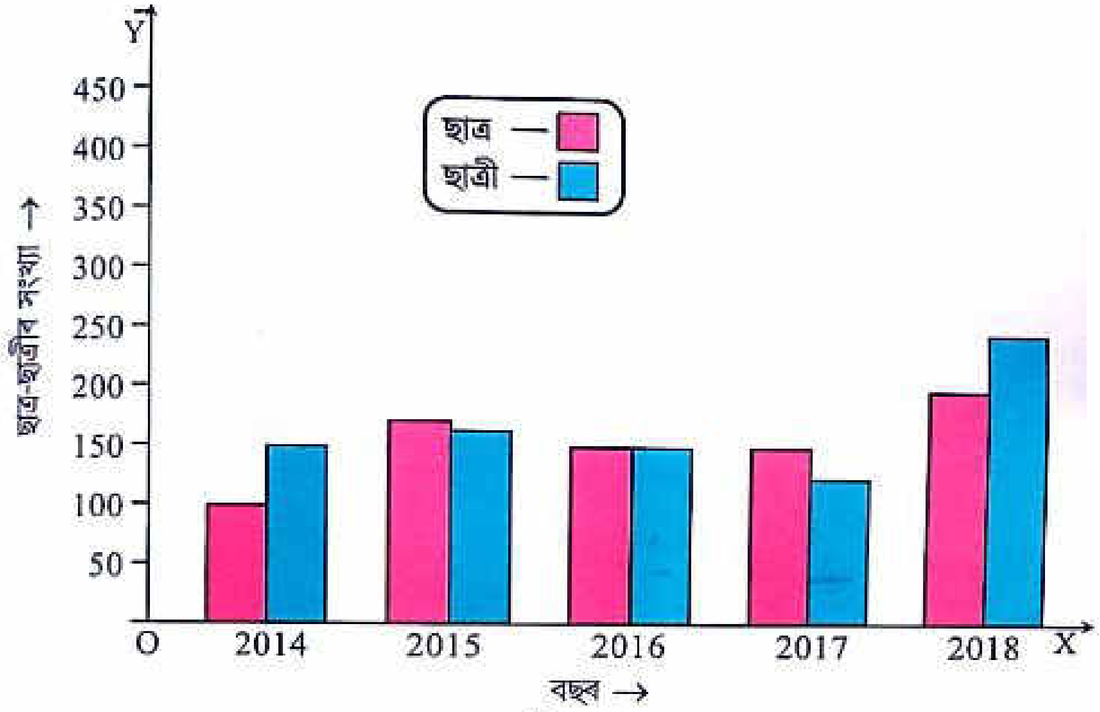
5.4 দ্বৈত দণ্ডলেখ (Double Bar Graph) :

দ্বৈত দণ্ডলেখে দুই ধৰণৰ তথ্য দেখুৱায়। তথ্যৰ তুলনা কৰাৰ বাবে এই দ্বৈত দণ্ডলেখ উপযোগী। ওপৰৰ উদাহৰণটোকে আমি দ্বৈত দণ্ডলেখৰ সহায়ত কৰি চাওঁ আহা ঃ —

বছৰ	ছাত্ৰ	ছাত্ৰী
2014	100	150
2015	170	160
2016	150	150
2017	150	130
2018	200	250

তালিকা-2

তথ্যখিনি দ্বৈত দণ্ডলেখৰ সহায়ত প্ৰকাশ কৰোঁ আঁহা—



চিত্ৰ নং 5.2

(i) কোনটো বছৰত আটাইতকৈ বেছি ছাত্ৰ আছিল?

(ii) কোনটো বছৰত আটাইতকৈ কম ছাত্ৰ আছিল?

(iii) কোনটো বছৰত ছাত্ৰ আৰু ছাত্ৰীৰ সংখ্যা সমান আছিল?

5.5 তথ্য সংগঠিতকৰণ :

এদল ছাত্ৰ-ছাত্ৰীক সিহঁতে ভালপোৱা খেলৰ বিষয়ে সোধাত তলত দিয়া ধৰণে পোৱা গ'ল ঃ

ক্ৰিকেট, ক্ৰিকেট ফুটবল, হকী, হকী, ফুটবল, কাবাডী, ফুটবল, হকী, হকী, ফুটবল, হকী, ক্ৰিকেট, ক্ৰিকেট, ক্ৰিকেট, ফুটবল, হকী, ক্ৰিকেট, কাবাডী, কাবাডী, ক্ৰিকেট, ফুটবল, ক্ৰিকেট, হকী, কাবাডী, কাবাডী, ফুটবল।

এনেদৰে **মূল উৎসৰ পৰা সংগ্ৰহ কৰা তথ্যক প্ৰাথমিক তথ্য বোলা হয়।** এই তথ্যখিনি অসংগঠিত ৰূপত আছে। সঠিক অৰ্থপূৰ্ণ সিদ্ধান্তত উপনীত হ'বলৈ আমি তথ্যখিনি শৃংখলাবদ্ধভাৱে সংগঠিত কৰাৰ প্ৰয়োজন আছে।

সেয়েহে, দাগচিহ্ন ব্যৱহাৰ কৰি তথ্যখিনি সজাওঁ আহা—

খেলৰ নাম	দাগচিহ্ন	ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ সংখ্যা
ক্ৰিকেট	卌 III	8
ফুটবল	卌 II	7
হকী	卌 II	7
কাবাডী	卌	5

মুঠ = 27

তালিকা-3

প্ৰতিটো খেলৰ বাবে দিয়া দাগচিহ্নৰ সংখ্যাই সেই বিশেষ খেলটো ভালপোৱা ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ সংখ্যাক বুজাইছে। এই সংখ্যাবোৰ সেইবিধ খেলৰ **বাৰংবাৰতা** (Frequency) বুলি কোৱা হয়।

বাৰংবাৰতাই এটা নিৰ্দিষ্ট তথ্য কেইবাৰ সংযোজন হয় তাক জানিবলৈ দিয়ে।

ওপৰৰ তালিকাত ক্ৰিকেট ভালপোৱা ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ বাৰংবাৰতা হ'ল 8, কাবাডী ভালপোৱা ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ বাৰংবাৰতা হ'ল 5, ফুটবল আৰু হকী প্ৰত্যেকবিধ খেল ভালপোৱা ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ বাৰংবাৰতা হ'ল 7।

এটা তথ্য কেইবাৰ সংযোজিত হ'ল তাক জানিবলৈ দিয়া তালিকাখনক **বাৰংবাৰতা বিভাজন তালিকা** (Frequency distribution table) বুলি জনা যায়।

5.6 তথ্যৰ গোট :

তলৰ উদাহৰণটো মন কৰা—

60 জন মানুহৰ বয়স (বছৰৰ হিচাপত) তলত দিয়া ধৰণৰ ঃ

37, 61, 4, 19, 21, 16, 6, 12, 23, 29, 35, 39, 52, 13, 22, 31,
36, 42, 8, 56, 63, 57, 9, 18, 24, 11, 32, 41, 46, 5, 14, 17,
26, 33, 44, 28, 3, 45, 59, 30, 15, 20, 25, 34, 38, 27, 43, 55,
47, 51, 64, 68, 48, 27, 49, 54, 66, 65, 53, 7

প্ৰতিটো পৰ্যবেক্ষণৰ বাবে যদি আমি বাৰংবাৰতা বিভাজন তালিকা প্ৰস্তুত কৰোঁ, তেন্তে তালিকাখন দীঘলীয়া হ'ব, সেয়েহে সুবিধাৰ বাবে বয়সসমূহৰ গোট যেনে 0 – 10, 10 – 20 ধৰি প্ৰতিটো গোটৰ অন্তৰ্গত বয়সসমূহ লৈ বাৰংবাৰতা বিভাজন তালিকা তৈয়াৰ কৰিব পাৰোঁ।

এনেদৰে ওপৰৰ তথ্যখিনিৰ বাবে বাৰংবাৰতা বিভাজন তালিকা সিপিঠিত দিয়া ধৰণে পাব পাৰি।

গোট	দাগচিহ্ন	বাৰংবাৰতা
0 – 10	~~IIII~~ II	7
10 – 20	~~IIII~~ IIII	9
20 – 30	~~IIII~~ ~~IIII~~ I	11
30 – 40	~~IIII~~ ~~IIII~~	10
40 – 50	~~IIII~~ IIII	9
50 – 60	~~IIII~~ III	8
60 – 70	~~IIII~~ I	6
		মুঠ = 60

তালিকা-4

এনে ধৰণে তথ্য উপস্থাপন কৰাকে সংগঠিতকৰণ কৰা বুলি কোৱা হয়। তথ্য বিভাজনৰ তালিকাখনক কোৱা হয় **সংগঠিত বাৰংবাৰতা বিভাজন তালিকা** (Grouped frequency distribution table)।

এনে ধৰণৰ বিভাজনৰ জৰিয়তে যিকোনো অৰ্থপূৰ্ণ সিদ্ধান্ত লোৱাত সুবিধা হয়। যেনে—

(i) বেছি সংখ্যক মানুহেই 20 আৰু 30 বছৰ বয়সৰ ভিতৰত আছে।

(ii) 50 বছৰতকৈ বেছি বয়সৰ 14 জন মানুহ আছে।

(iii) 30 বছৰতকৈ কম বয়সৰ 27 জন মানুহ আছে।

জানো আহা ঃ

(i) প্ৰতিটো গোট 0 – 10, 10 – 20, 20 – 30 আদিবোৰক একোটা শ্ৰেণী অন্তৰাল (Class Interval) (বা চমুকৈ এটা শ্ৰেণী) বুলি কোৱা হয়।

(ii) 10টো 0 – 10, 10 – 20 এই দুয়োটা অন্তৰালত থাকিব পৰাৰ সম্ভাৱনা আছে। এই অসুবিধা আঁতৰাবৰ বাবে একেটা সংখ্যা দুটা শ্ৰেণীত থাকিলে সেই সংখ্যাটোক শ্ৰেণী দুটাৰ পিছৰটোত অন্তৰ্গত কৰি লোৱা হয়। যেনে ঃ 10, শ্ৰেণী অন্তৰাল 10 – 20ত থাকে, 0 – 10ত নহয়। একেদৰে 20 শ্ৰেণী অন্তৰাল 20 – 30ত থাকে 10 – 20ত নহয়।

(iii) যিকোনো এটা অন্তৰাল যেনে, 10 – 20ৰ নিম্ন সীমা 10 আৰু উচ্চ সীমা 20।

(iv) এটা শ্ৰেণী অন্তৰালৰ উচ্চ শ্ৰেণী সীমা আৰু নিম্ন শ্ৰেণী সীমাৰ মাজৰ পাৰ্থক্যক শ্ৰেণী দৈৰ্ঘ্য (class width) বোলা হয়। যেনে ঃ 0 – 10ৰ শ্ৰেণী দৈৰ্ঘ্য 10 – 0 = 10; 10 – 20ৰ শ্ৰেণী দৈৰ্ঘ্য = 20 – 10 = 10 ইত্যাদি। ওপৰৰ উদাহৰণটোত শ্ৰেণী দৈৰ্ঘ্য 10।

উদাহৰণ 1 ঃ

তালিকা- 4ৰ পৰা তলৰ প্ৰশ্নসমূহৰ উত্তৰ দিয়া—

(i) শ্ৰেণী অন্তৰালবোৰৰ শ্ৰেণী দৈৰ্ঘ্য কিমান?

(ii) কোনটো শ্ৰেণীৰ বাৰংবাৰতা আটাইতকৈ বেছি?

(iii) কোনটো শ্ৰেণীৰ বাৰংবাৰতা আটাইতকৈ কম?

(iv) 40 – 50 শ্ৰেণী অন্তৰালৰ উচ্চসীমা কিমান?

(v) কোন দুটা শ্ৰেণীৰ বাৰংবাৰতা একে?

সমাধান ঃ

(i) শ্ৰেণী অন্তৰালবোৰৰ দৈৰ্ঘ্য = 10
(কাৰণ, 10 - 0 = 10, 20 - 10 = 10, 30 - 20 = 10 .....)

(ii) 20 - 30 – শ্ৰেণীটোৰ বাৰংবাৰতা আটাইতকৈ বেছি।

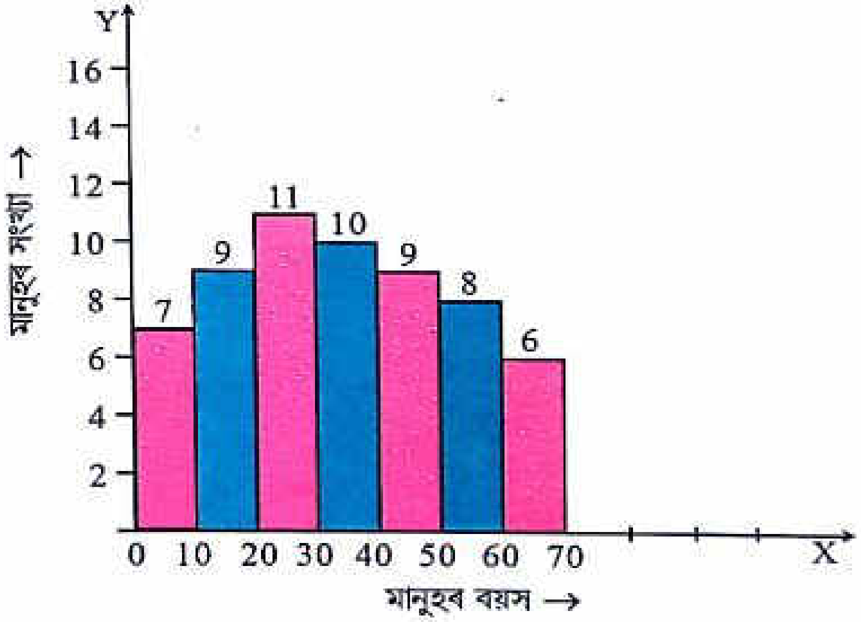
(iii) 60 - 70 – শ্ৰেণীটোৰ বাৰংবাৰতা আটাইতকৈ কম।

(iv) 40 - 50 শ্ৰেণী উচ্চসীমা 50

(v) 10 - 20 আৰু 40 - 50 এই দুয়োটা শ্ৰেণীৰ বাৰংবাৰতা একে।

5.7 স্তম্ভলেখ ঃ

তালিকা- 4 ত প্ৰদৰ্শন কৰা বাৰংবাৰতা বিভাজন তালিকাখন ব্যৱহাৰ কৰি তলত দিয়া ধৰণে এটা লেখ অংকন কৰিব পৰা যায়।



চিত্ৰ নং 5.3

চিত্ৰ 5.1 আৰু চিত্ৰ 5.3ৰ মাজৰ পাৰ্থক্য মন কৰা

চিত্ৰ 5.3ত আমি বয়সৰ গোটক (শ্ৰেণী অন্তৰাল) আনুভূমিক অক্ষত উপস্থাপন কৰিছোঁ আৰু উলম্ব অক্ষই অৰ্থাৎ দণ্ডবোৰৰ উচ্চতাই শ্ৰেণী অন্তৰালৰ বাৰংবাৰতা বুজাইছে। ইয়াত দুটা শ্ৰেণী অন্তৰালৰ মাজত কোনো ব্যৱধান নাই। সেয়েহে দুডাল দণ্ডৰ মাজতো কোনো ব্যৱধান নাই। তথ্যৰ এনে ধৰণৰ লৈখিক উপস্থাপনক 'স্তম্ভলেখ বা হিষ্ট'গ্ৰাম' বুলি কোৱা হয়।

আনহাতে চিত্ৰ নং 5.1ত বেলেগ বেলেগ বছৰত ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ সংখ্যা দেখুৱাবলৈ দণ্ডবোৰ ব্যৱহাৰ কৰা হৈছে। অৰ্থাৎ এটা বছৰৰ তথ্যৰ লগত আন এটা বছৰৰ তথ্যৰ কোনো সম্বন্ধ নাই। গতিকে দণ্ডবোৰ লগ লগাই ব্যৱহাৰ কৰাৰ প্ৰয়োজন নাই।

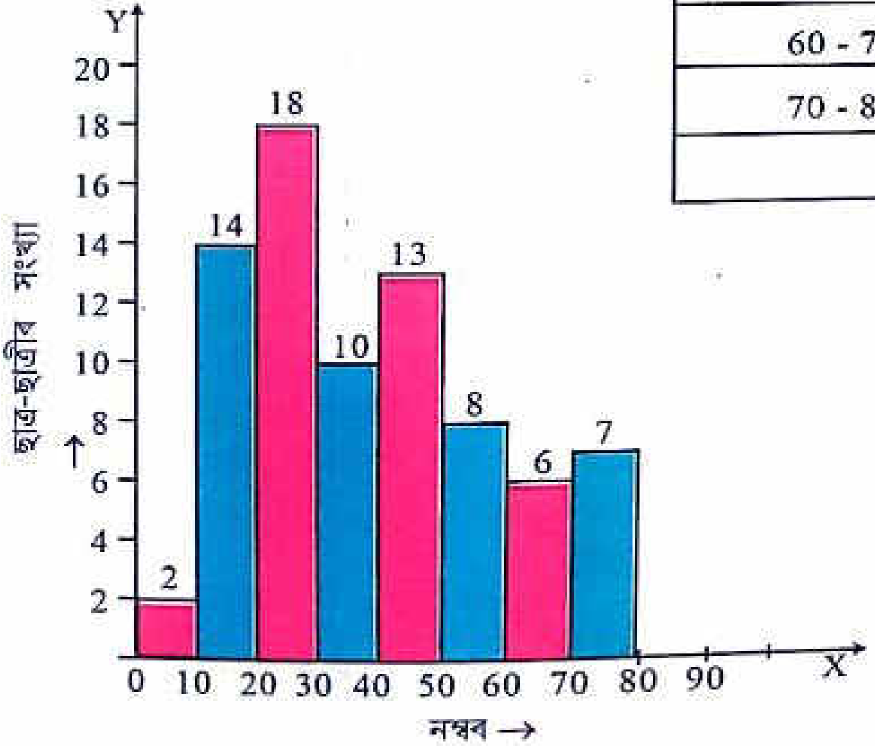
উদাহৰণ 2 :

গণিত অলিম্পিয়াড পৰীক্ষাৰ এটা কেন্দ্ৰত 78জন পৰীক্ষাৰ্থীয়ে পোৱা নম্বৰৰ তালিকা কাষত দিয়া ধৰণৰ —

শ্ৰেণী অন্তৰাল (নম্বৰৰ হিচাপত)	বাৰংবাৰতা (ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ সংখ্যা)
0 - 10	2
10 - 20	14
20 - 30	18
30 - 40	10
40 - 50	13
50 - 60	8
60 - 70	6
70 - 80	7
মুঠ	78

তালিকা-5

তালিকাখন স্তম্ভলেখ বা হিষ্ট'গ্ৰামৰ সহায়ত প্ৰকাশ কৰোঁ আঁহা ঃ



চিত্ৰ নং 5.4

স্তম্ভলেখৰ পৰা তলৰ প্ৰশ্নবোৰৰ উত্তৰ দিয়া ঃ

(i) মুঠ কিমানজন ছাত্ৰ-ছাত্ৰীয়ে 30 বা তাতোকৈ বেছি আৰু 60তকৈ কম নম্বৰ পাইছে?

(ii) 60 বা তাতোকৈ বেছি নম্বৰ পোৱা ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ সংখ্যা কিমান?

(iii) আটাইতকৈ বেছি ছাত্ৰ-ছাত্ৰী কোনটো শ্ৰেণী অন্তৰালত আছে?

সমাধান ঃ

(i) 31 জন (ii) 13 জন (iii) 20-30

অনুশীলনী 5.1

1. অষ্টম শ্ৰেণীৰ 46 জন ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ বগা, ৰঙা, ক'লা আৰু হালধীয়া এই ৰং চাৰিটাৰ কোনে কোনটো ৰং ভাল পায় সেয়া তলৰ তালিকাত দেখুওৱা হ'ল। প্ৰত্যেকজন ছাত্ৰ-ছাত্ৰীয়ে যিকোনো এটাহে প্ৰিয় ৰং হিচাপে ল'ব পাৰিব আৰু ৰং চাৰিটা ক্ৰমে W, R, B আৰু Y ৰে চিহ্নিত কৰা হৈছে।

W,	R,	R,	Y,	B,	B,	B,	Y,	R,	W,	W,	R
Y,	B,	B,	Y,	B,	R,	R,	W,	B,	B,	R,	Y,
Y,	B,	W,	Y,	Y,	R,	W,	W,	R,	R,	B,	B.
R,	Y,	B,	W,	W,	B,	Y,	B,	W,	W		

দাগচিহ্ন ব্যৱহাৰ কৰি এখন বাৰংবাৰতা বিভাজন তালিকা প্ৰস্তুত কৰা। ইয়াক ব্যাখ্যা কৰিবলৈ এডাল দণ্ডলেখ অংকণ কৰা।

2. 'জোনাকী আত্মসহায়ক গোট'ৰ 35 জন সদস্যৰ প্ৰতি মাহৰ জমা (টকাত) তলত দিয়া ধৰণৰ ঃ

110,	125,	110,	140,	150,	150,	150,	110,	180,	180,	110,
140,	140,	120,	120,	120,	140,	140,	170,	175,	175,	145,
145,	140,	175,	120,	125,	130,	135,	135,	155,	145,	145,
175,	185.									

110 - 120, 120 - 130, 130 - 140 .... আদি অন্তৰাল লৈ দাগচিহ্ন ব্যৱহাৰ কৰি বাৰংবাৰতা তালিকা এখন প্ৰস্তুত কৰা।

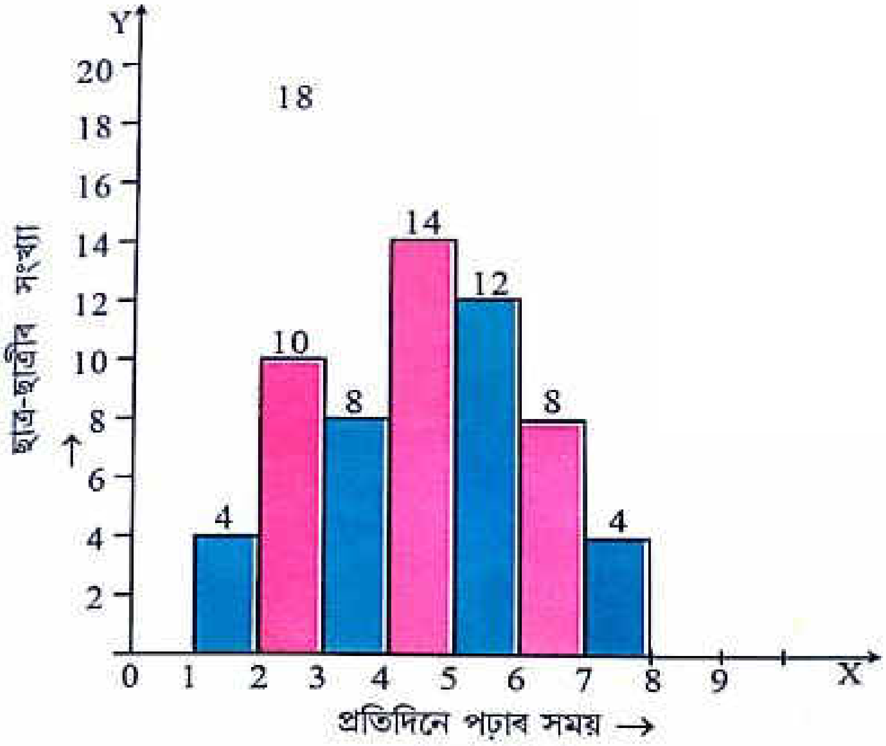
3. 2 নং প্ৰশ্নৰ তথ্য ৰাশিৰ পৰা প্ৰস্তুত কৰা বাৰংবাৰতা তালিকাখনৰ পৰা এটা হিষ্ট'গ্ৰাম বা স্তম্ভলেখ প্ৰস্তুত কৰা আৰু তলৰ প্ৰশ্নবোৰৰ উত্তৰ দিয়া।

(i) কোনটো শ্ৰেণী অন্তৰালত আটাইতকৈ বেছি সদস্য আছে?

(ii) 150 বা তাতকৈ বেছি জমা ৰখা মুঠ সদস্য সংখ্যা কিমান?

(iii) কোনকেইটা শ্ৰেণী অন্তৰালত সদস্য সংখ্যা সমান?

4. এখন বিদ্যালয়ৰ অষ্টম শ্ৰেণীৰ ছাত্ৰ-ছাত্ৰীসকলৰ প্ৰত্যেকে প্ৰতিদিনে কিমান সময় পঢ়ে (ঘণ্টা হিচাপত) কাষত স্তম্ভলেখৰ সহায়ত দেখুওৱা হৈছে—



চিত্ৰ নং 5.5

স্তম্ভলেখৰ সহায়ত উত্তৰ দিয়া ঃ —

(i) বেছিভাগ ছাত্ৰ-ছাত্ৰীয়ে প্ৰতিদিনে কিমান সময় পঢ়ে?

(ii) প্ৰতিদিনে 5 ঘণ্টাতকৈ বেছি পঢ়া ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ সংখ্যা কিমান?

(iii) 4 ঘণ্টাতকৈ কম সময় পঢ়া ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ সংখ্যা কিমান?

5. 30 জন ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ উচ্চতা (চে মি ত) তলত দিয়া ধৰণৰ ঃ—

136, 138, 140, 140, 154, 160, 158, 147, 139, 153, 162, 162, 173, 137, 142, 156, 162, 164, 185, 143, 145, 182, 152, 163, 174, 138, 142, 152, 144, 146.

উপযুক্ত অন্তৰাল লৈ দাগদিহ্ন ব্যৱহাৰ কৰি বাৰংবাৰতা বিভাজন তালিকা এখন প্ৰস্তুত কৰা।

5.8 বৃত্তচিত্ৰ বা পাইচিত্ৰ (Circle Graph or Pie Chart)

অনিমেষে দিনটোৰ 24 ঘণ্টাত কি কি কৰে চাওঁ আহা ঃ

(i) শোৱে — 8 ঘণ্টা

(ii) পঢ়ে — 5 ঘণ্টা

(iii) বিদ্যালয়ৰ সময় — 6 ঘণ্টা

(iv) খেলাৰ সময় — 2 ঘণ্টা

(v) অন্যান্য — 3 ঘণ্টা

অনিমেষৰ দিনটোৰ কামখিনি এটা বৃত্তচিত্ৰৰ সহায়ত চকুত পৰাকৈ সহজকৈ দেখুৱাব পাৰি।

5.8.1 পাই চিত্ৰ অংকন ঃ

ওপৰৰ উদাহৰণটোত অনিমেষে দিনটোৰ বিভিন্ন সময়ত কৰা কামখিনি কেনেদৰে বৃত্তাংশত ভাগ কৰিব পৰা যায় চাওঁ আহা ঃ —

আমি জানো যে এটা বৃত্তৰ পৰিধিয়ে কেন্দ্ৰত 360^0 কোণ উৎপন্ন কৰে। এতিয়া 24 ঘণ্টাক 360^0ৰ লগত তুলনা কৰি সময়ৰ সৈতে ডিগ্ৰীৰ সম্বন্ধ স্থাপন কৰোঁ আহা —

(i) অনিমেষৰ শোৱাৰ সময় = 24 ঘণ্টাৰ 8 ঘণ্টা, গতিকে কেন্দ্ৰত কোণটো হ'ব = $\frac{8}{24}\times 360^0 = 120^0$

(ii) পঢ়াৰ সময় = $\frac{5}{24}\times 360^0 = 75^0$

(iii) বিদ্যালয়ৰ সময় = $\frac{6}{24}\times 360^0 = 90^0$

(iv) খেলাৰ সময় = $\frac{2}{24}\times 360^0 = 30^0$

(v) অন্যান্য = $\frac{3}{24}\times 360^0 = 45^0$

চিত্ৰ নং 5.6

কেন্দ্ৰীয় কোণসমূহ নিৰ্ণয় কৰাৰ পিছত যিকোনো সুবিধাজনক ব্যাসাৰ্ধ লৈ এটা বৃত্ত আঁকি কোণমান যন্ত্ৰৰ সহায়ত ভাগবোৰ চিহ্নিত কৰিব লাগে।

এনেদৰে তথ্যবোৰক বৃত্তাংশত ভাগ কৰি দেখুওৱা চিত্ৰ এটাকে **পাইচিত্ৰ বা বৃত্তচিত্ৰ** বুলি কোৱা হয়। দণ্ডচিত্ৰৰ দৰে পাইচিত্ৰৰ জৰিয়তেও তথ্য প্ৰকাশ কৰা হয়।

উদাহৰণ 3 ঃ আন্তঃবিদ্যালয় ক্রিকেট প্রতিযোগিতাৰ কোনো এখন বিদ্যালয়ৰ 4জন ছাত্ৰৰ বেটিং প্রদর্শন তলত দিয়া ধৰণৰ ঃ

(i) আৰিফুল	70 ৰান
(ii) পৰমজিত	65 ৰান
(iii) ৰাজু	30 ৰান
(iv) জোচেফ	15 ৰান
মুঠ	180 ৰান

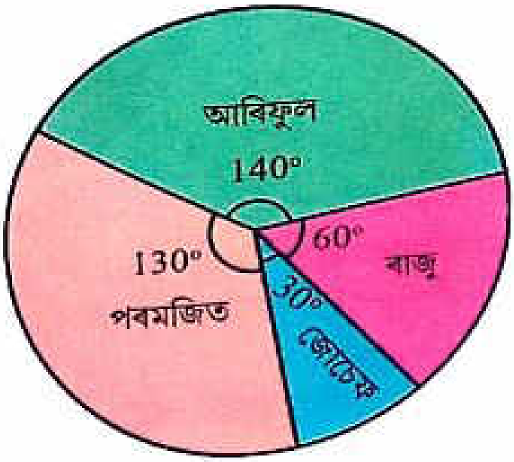
এই তথ্যৰ বাবে এখন পাইচিত্ৰ অংকন কৰা।

সমাধান ঃ আমি প্রতিটো ভাগৰ বাবে কেন্দ্ৰীয় কোণৰ পৰিমাণ উলিয়াই লওঁ। ইয়াত মুঠ ৰাণ = 180 ৰাণ।

আমি তালিকাখন এনেদৰে পাওঁ —

বেটচমেনৰ নাম	সংগৃহীত ৰান	অনুপাত	কেন্দ্ৰীয় কোণ
আৰিফুল	70	$\frac{70}{180}$	$\frac{70}{180}\times 360^0 = 140^0$
পৰমজিত	65	$\frac{65}{180}$	$\frac{65}{180}\times 360^0 = 130^0$
ৰাজু	30	$\frac{30}{180}$	$\frac{30}{180}\times 360^0 = 60^0$
জোচেফ	15	$\frac{15}{180}$	$\frac{15}{180}\times 360^0 = 30^0$

এতিয়া আমি তালিকাখন পাইচিত্ৰৰ সহায়ত প্ৰকাশ কৰোঁ আহা —



উদাহৰণ 4 ঃ এজন মানুহৰ মাহিলি দৰমহাৰ পৰা বিভিন্ন শিতানত হোৱা খৰচ আৰু জমা শতাংশৰ হিচাপত এনে ধৰণৰ —

সঞ্চয় = 25%

ল'ৰা-ছোৱালীৰ শিক্ষা = 25%

খাদ্য = 30%

অন্যান্য = 20%

এই তথ্যখিনিক পাইচিত্ৰৰ সহায়ত প্ৰকাশ কৰা।

সমাধান ঃ আমি প্ৰতিটো শতাংশৰ বাবে কেন্দ্ৰীয় কোণৰ পৰিমাণ উলিয়াই লওঁ আহা।

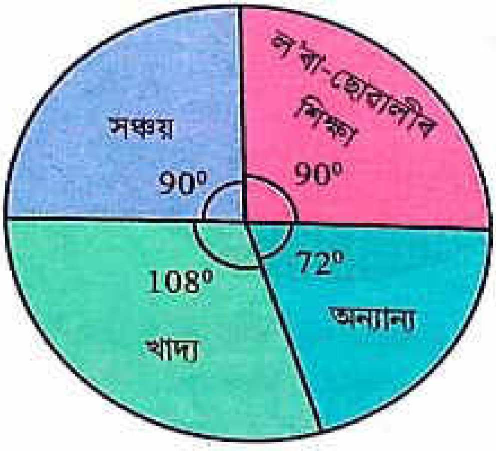
সঞ্চয় = 360^0ৰ 25% = $360^0 \times \frac{25}{100} = 90^0$

ল'ৰা-ছোৱালীৰ শিক্ষা = 360^0ৰ 25% = $360^0 \times \frac{25}{100} = 90^0$

খাদ্য = 360^0ৰ 30% = $360^0 \times \frac{30}{100} = 108^0$

অন্যান্য = 360^0ৰ 20% = $360^0 \times \frac{20}{100} = 72^0$

এতিয়া আমি কোণবোৰ পাইচিত্ৰত প্ৰকাশ কৰোঁ আহা —



অনুশীলনী 5.2

1. তলত 60 জন মানুহৰ প্ৰত্যেকৰে নিজৰ নিজৰ প্ৰিয় খেলৰ তথ্য দিয়া হৈছে। তথ্যখিনিৰ পৰা এখন পাইচিত্ৰ অংকণ কৰা।

খেলৰ নাম	মানুহৰ সংখ্যা
ক্ৰিকেট	20
ফুটবল	18
কাবাডী	12
বেডমিণ্টন	10

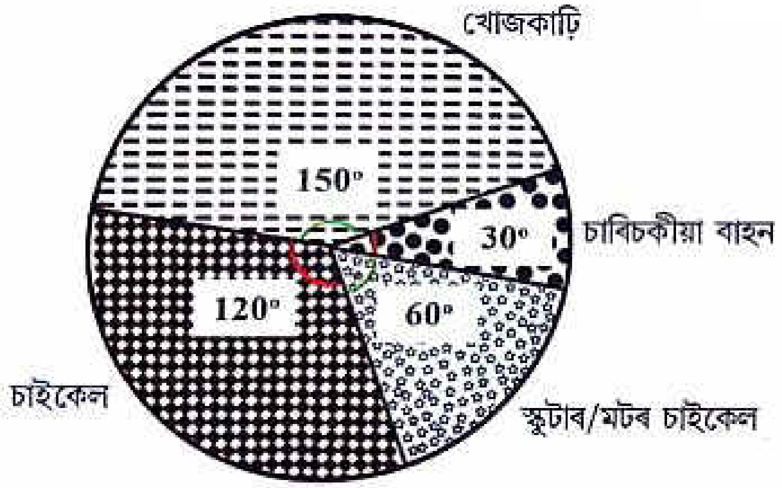
2. এখন ফুটবল খেল উপভোগ কৰিবলৈ 600 জন মানুহ খেলপথাৰত উপস্থিত হৈছিল। খেল চাবলৈ আহোঁতে তেওঁলোকে ব্যৱহাৰ কৰা যানবাহনৰ সংখ্যা লগতে খোজ কাঢ়ি অহা ব্যক্তিৰ সংখ্যা তলৰ পাইচিত্ৰত দেখুওৱা হ'ল।

চিত্ৰৰ পৰা তলৰ প্ৰশ্নবোৰৰ উত্তৰ দিয়া —

(i) কিমানজন মানুহে খোজ কাঢ়ি আহিছিল?

(ii) স্কুটাৰ/মটৰ চাইকেল ব্যৱহাৰ কৰি অহা আৰু চাৰিচকীয়া বাহন ব্যৱহাৰ কৰি অহা ব্যক্তিৰ মাজৰ পাৰ্থক্য কিমান?

(iii) 200 জন ব্যক্তিয়ে কি বাহন ব্যৱহাৰ কৰিছিল?



3. এখন বিদ্যালয়ৰ মুঠ 720 জন ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ ষষ্ঠ, সপ্তম, অষ্টম, নৱম আৰু দশম শ্ৰেণীৰ ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ সংখ্যা তলত দিয়া ধৰণৰ। এখন পাইচিত্ৰত তথ্যখিনি প্ৰদৰ্শন কৰা।

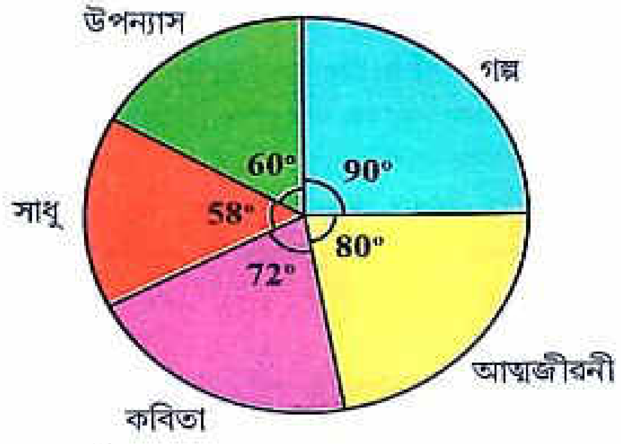
শ্ৰেণী	ষষ্ঠ	সপ্তম	অষ্টম	নৱম	দশম	মুঠ
ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ সংখ্যা	120	140	200	80	180	720

4. কোনো এটা শ্ৰেণীৰ 180 জন ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ গল্প, উপন্যাস, সাধু, কবিতা আৰু আত্মজীৱনী পঢ়ি ভালপোৱা ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ এটা বৃত্তচিত্ৰ অংকণ কৰা হৈছে। চিত্ৰৰ পৰা তলৰ প্ৰশ্নবোৰৰ উত্তৰ দিয়া।

(i) কিমানজন ছাত্ৰ-ছাত্ৰীয়ে উপন্যাস পঢ়ি ভাল পায়?

(ii) আটাইতকৈ বেছি ছাত্ৰ-ছাত্ৰীয়ে কি পঢ়ি ভাল পায় আৰু কিমানজন?

(iii) কবিতা আৰু আত্মজীৱনী পঢ়ি ভালপোৱা মুঠ ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ সংখ্যা কিমান?



5. ফলৰ বাগিচা এখনত থকা গছৰ সংখ্যা এনে ধৰণৰ—

আম	30 জোপা
কঁঠাল	50 জোপা
মধুৰিআম	20 জোপা
মুঠ	100 জোপা

প্ৰতিটো ভাগৰ কেন্দ্ৰীয় কোণৰ পৰিমাণ নিৰ্ণয় কৰাৰ লগতে তথ্যখিনিৰ এখন পাইচিত্ৰ অংকণ কৰা।

5.9 সুযোগ আৰু সম্ভাৱিতা (Chance and Probability)

তলৰ বাক্যকেইটালৈ মন কৰা-

(i) অহা তিনি দিনত বৰষুণ হোৱাৰ অকণো সম্ভাৱনা নাই।

(ii) পদপথেৰে গৈ থকা পথচাৰীজনক দুৰ্ভাগ্যজনকভাৱে নিয়ন্ত্ৰণ হেৰুওৱা গাড়ী এখনে খুন্দিয়াই মাৰিলে।

(iii) জাতীয় গণমৰ্চাই অহা নিৰ্বাচনত চৰকাৰ গঠন কৰাৰ সম্ভাৱনা প্ৰবল।

(iv) দুটা এটকীয়া মুদ্ৰা একেলগে টচ কৰিলে কমেও এটা মুণ্ড (Head) পোৱাটো খাটাং।

(v) চিঙি পৰি থকা বিদ্যুৎ পৰিবাহী তাঁৰ হাতেৰে স্পৰ্শ কৰাটো বিপদজনক।

আমাৰ দৈনন্দিন জীৱনত এনে ধৰণৰ কথা বতৰা প্ৰায়ে শুনিবলৈ পোৱা যায়। এই বাক্যবোৰৰ মাজেৰে আশংকা, সন্দেহ, বিশ্বাস আদি ভাৱ ব্যক্ত হৈছে। কোনো বিষয় সম্পৰ্কে সম্পূৰ্ণ জ্ঞান বা তথ্যৰ অভাৱ হ'লে আমি কোনো নিৰ্দিষ্ট সিদ্ধান্ত ল'বলৈ অসুবিধা পাওঁ। তথাপি প্ৰয়োজনৰ খাতিৰত আমি আমাৰ আংশিক জ্ঞান বা তথ্যৰ আধাৰতে আকাংক্ষিত ফল লাভৰ বাবে সিদ্ধান্ত গ্ৰহণ কৰোঁ। এই ক্ষেত্ৰত কোনো অনিশ্চিত আৰু অজ্ঞাত কাৰণ বা সুযোগৰ (যাক সাধাৰণ লোকৰ ভাষাত দৈৱ বা ভাগ্য বুলিও কোৱা হয়) ওপৰত নিৰ্ভৰ কৰোঁহক।

যেতিয়া ধাৰণা কৰা হৈছে যে অহা দুই তিনিদিনৰ ভিতৰত বৰষুণৰ সম্ভাৱনা নাই, তেতিয়া আচলতে বিগত কিছুদিন ধৰি আজিলৈকে চলি থকা বতৰৰ গতি প্ৰকৃতি সম্পৰ্কে পূৰ্ব অভিজ্ঞতাক আধাৰ হিচাপে লোৱা হৈছে। অৰ্থাৎ বৰ্তমানৰ দৰে বতৰৰ অৱস্থা আগতে যিমানবাৰ হৈছিল তাৰ সৰহভাগতে বৰষুণ হোৱা নাছিল। সেয়েহে অহা দুই তিনি দিনত বৰষুণ হোৱাৰ সম্ভাৱনা নাই বুলি অনুমান কৰা হৈছে। এয়া অনুমানহে। বৰষুণ হয়তো হ'বও পাৰে কাৰণ, এনেধৰণৰ বতৰৰ পৰিস্থিতিতো বৰষুণ একেবাৰেই নোহোৱাকৈ থকা নাছিল।

পথচাৰীজনৰ ক্ষেত্ৰত ঘটা ঘটনাটো তেনেই আকস্মিক আৰু অনাকাংক্ষিত। পদপথেৰে তেওঁ আগতে বহুবাৰ খোজ কাঢ়িছে আৰু কেতিয়াও ৰাস্তাৰ গাড়ীয়ে পদপথত গৈ কাৰোবাক খুন্দিওৱা আগতে দেখা নাই বা নিজেও তেনেধৰণৰ পৰিস্থিতিৰ মুখামুখি হোৱা নাই। গতিকে পৰম নিৰ্ভয়ে আৰু নিশ্চিন্তে তেওঁ পদপথত খোজ কাঢ়িছিল অথচ, দুৰ্ঘটনাটো ঘটিল।

জাতীয় গণমৰ্চাই চৰকাৰ গঠন কৰাৰ সম্ভাৱনীয়তাৰ ক্ষেত্ৰত আমি জনমত সমীক্ষাৰ (Opinion Poll) ওপৰত নিৰ্ভৰ কৰোঁহক। অৰ্থাৎ নিৰ্বাচক ৰাইজৰ পৰা যাদৃচ্ছিকভাৱে সংগৃহীত মতামত জাতীয় গণ মৰ্চাৰ পক্ষে থকা বুলি জানিলে তেওঁলোকে চৰকাৰ গঠন কৰিব বুলি অনুমান কৰিব পাৰি।

এনেদৰে অন্যান্য উদাহৰণ আগবঢ়াব পৰা যায় য'ত আমি আটাইবোৰ তথ্য নাপালেও প্ৰাপ্ত তথ্যৰ ভিত্তিত কিছুমান সম্ভাৱনাৰ কথা অনুমান কৰিব পাৰোঁ। মুঠৰ ওপৰত কোনো বিষয়ে এটা অনুমান কৰিবলৈ আমাক অভিজ্ঞতা বা তথ্যৰ প্ৰয়োজন আৰু তথ্য কিছুমান একে ধৰণৰ পৰিস্থিতিত চলোৱা অনুসন্ধান বা পৰীক্ষাৰ পৰা লাভ কৰা যায়।

5.10 যাদৃচ্ছিক পৰীক্ষা আৰু ফলপ্ৰাপ্তি (Random Experiment and outcomes)

আমি সততে দেখি থকা এটা উদাহৰণ লোৱা যাওক—

ক্ৰিকেট খেল এখনত কোনটো দলে প্ৰথমে বেটিং বা বলিং কৰিব সেইটো নিৰ্ণয় কৰাৰ কাৰণে আম্পায়াৰে কি কৰে তোমালোকে নিশ্চয় মন কৰিছা। এটা মুদ্ৰা টছ্ কৰি কি উঠিছে দুয়োটা দলৰ দলপতি দুজনকে ক'বলৈ দিয়ে আৰু যিজনৰ কথা মিলে তেওঁকে সিদ্ধান্ত ল'বলৈ প্ৰথম সুবিধা দিয়ে। এই যে মুদ্ৰা এটা টছ্ কৰা হ'ল ইয়াকে কোৱা হয় যাদৃচ্ছিক পৰীক্ষা (Random Experiment)। এই পৰীক্ষাটোৰ বৈশিষ্ট্য হৈছে ইয়াক (i) একে ধৰণে বাৰে বাৰে সম্পন্ন কৰিব পৰা যায়। (ii) টছ্ কৰাৰ পিছত মুদ্ৰাটোৰ এটা ফাল ওপৰ দিশত আৰু আনটো ফাল তল দিশত পৰে। কিন্তু কোনটো ফাল ওপৰ দিশত আৰু কোনটো তল দিশ কৰি পৰে আমি আগতীয়াকৈ ক'ব নোৱাৰোঁ। অৰ্থাৎ মুণ্ড আৰু পুচ্ছ পোৱাৰ ক্ষেত্ৰত জড়িত থকা অনিশ্চয়তাৰ পৰিমাণ প্ৰতিটোৰে বাবে সমান সমান।

মুদ্ৰা টছ্ কৰা যাদৃচ্ছিক পৰীক্ষাটোৰ দ্বাৰা মুণ্ড আৰু পুচ্ছ প্ৰাপ্ত হোৱাৰ বাহিৰে আৰু কিবা প্ৰাপ্ত হয়নে? আমাৰ অভিজ্ঞতাৰ পৰা আমি ক'ব পাৰোঁ যে মুণ্ড আৰু পুচ্ছৰ বাহিৰে আন একো ফলপ্ৰাপ্ত নহয়। গতিকে মুদ্ৰা এটাৰ টছ্ কাৰ্যৰ সৈতে দুটা ফল (Result বা Outcome) জড়িত থাকে মুণ্ড আৰু পুচ্ছ। মুণ্ডক আমি H (Head) আৰু পুচ্ছক T (Tails) ৰ দ্বাৰা বুজাও। গতিকে যিকোনো যাদৃচ্ছিক পৰীক্ষাৰ সৈতে কিছুমান নিৰ্দিষ্ট ফল (Out-

come) জড়িত থাকে।

দুটা মুদ্ৰা একেলগে টছ কৰা কাৰ্যটোও এটা যাদৃচ্ছিক পৰীক্ষা। এই পৰীক্ষাটোৰ সৈতে জড়িত ফলসমূহ কি হ'ব ক'ব পাৰিবানে? মন কৰা প্ৰতিটো মুদ্ৰাৰ টছৰ সৈতে জড়িত ফল হ'ল H আৰু T। এতিয়া প্ৰথমটোত H পালে দ্বিতীয়টোতো আকৌ H প্ৰাপ্ত হ'ব পাৰে। দুটা মুদ্ৰা একেলগে টছ কৰা কাৰ্যত উভয়তে H প্ৰাপ্তহ'লে ফলটো HH বে বুজাব পৰা যায়। গতিকে এই পৰীক্ষাটোৰ সৈতে জড়িত ফলসমূহ এনেধৰণৰ

HH, HT, TH, TT

চিন্তা কৰি কোৱা

(a) লুডু খেলৰ লুডুগুটিটো টছ কৰা কাৰ্যটো যাদৃচ্ছিক পৰীক্ষা হ'বনে? এই পৰীক্ষাৰ সৈতে জড়িত ফলসমূহ কি হ'ব?

(b) দুই মহলাৰ ঘৰ এটাৰ পৰা তললৈ আহিবলৈ চিৰি আছে। এজন মানুহে চিৰিৰে নানামি যদি ওপৰৰ পৰা তললৈ জাঁপ দিয়ে সাম্ভাব্য ফল কি কি হ'ব পাৰে? চিৰিৰে নমা আৰু জাঁপিওৱাৰ ক্ষেত্ৰত ফলাফলৰ অনিশ্চয়তাৰ পৰিমাণ একেনে? তোমাৰ নিজৰ ক্ষেত্ৰত তললৈ নামিবলৈ কি সিদ্ধান্ত ল'বা?

(c) দুটা মুদ্ৰা একেলগে টছ কৰা হ'ল।
   (i) দুটা মুণ্ড একেলগে পোৱা আৰু কেৱল এটা মুণ্ড পোৱাৰ সুযোগ একে হ'বনে?
   (ii) দুটা মুণ্ড আৰু দুটা পুচ্ছ একেলগে পোৱাৰ সুযোগ একে হ'বনে?

5.11 সম সম্ভাব্য ফল (Equally likely outcomes)

আমি ইতিমধ্যে উনুকিয়াই আহিছোঁ যে মুদ্ৰা এটা টছ কৰিলে মুণ্ড আৰু পুচ্ছ প্ৰাপ্ত হোৱাৰ ক্ষেত্ৰত দুয়োটাৰে সুযোগ সমান, যদিহে মুদ্ৰাটো সুষমভাৱে সুগঠিত (unbiased) হয় আৰু টছ কৰা কাৰ্যত সম্পূৰ্ণ নিৰপেক্ষতা অৱলম্বন কৰা হয়। কিন্তু প্ৰতিবাৰ টছ কৰোঁতে মুণ্ড আৰু পুচ্ছৰ কেৱল এটাহে প্ৰাপ্ত হয়। এতিয়া টছৰ সংখ্যা বঢ়াই গৈ থাকিলে কি হয় চোৱা যাওক—

টচৰ সংখ্যা	মুণ্ডৰসংখ্যা	পুচ্ছৰ সংখ্যা
10	3	7
20	7	13
30	12	18
40	18	22
50	24	26

লক্ষ্য কৰা যে টছৰ সংখ্যা বাঢ়ি যোৱাৰ লগে লগে মুণ্ড আৰু পুচ্ছ প্ৰাপ্তিৰ সংখ্যাও প্ৰায় সমান হ'বলৈ গৈ আছে। অৰ্থাৎ মুণ্ড আৰু পুচ্ছ প্ৰাপ্ত হোৱা ফল দুটা সমসাম্ভাব্য।

নিজে কৰি চোৱা

এটা লুডু গুটি 100 বাৰ টছ কৰা আৰু প্ৰাপ্ত ফলসমূহ সিপিঠিত দিয়া ধৰণে তালিকাভুক্ত কৰা

টচৰ সংখ্যা	ফলপ্ৰাপ্তিৰ সংখ্যা					
	1	2	3	4	5	6
100						

ফলবোৰ পৰীক্ষা কৰা। এইবোৰ সমসাম্ভাব্য নে পৰীক্ষা কৰি কোৱা।

5.12 সুযোগৰ পৰা সম্ভাৱিতালৈ

নিখুঁত মুদ্ৰা এটাৰ টছ্ কাৰ্যৰ সৈতে জড়িত যাদৃচ্ছিক (Random) পৰীক্ষাটো আকৌ ভালদৰে লক্ষ্য কৰোঁ আহা।

মুদ্ৰাটোৰ দুখন পিঠিৰ এখনত মুণ্ড আৰু আনখনত পুচ্ছ আছে। এটুকুৰা সমান ঠাইত মুদ্ৰাটো টছ্ কৰিলে দুখন পিঠিৰ যিকোনো এখন পিঠি ওপৰ ফালে পৰিব। ওপৰ ফালৰ পিঠিখন মুণ্ডও হ'ব পাৰে নাইবা পুচ্ছও হ'ব পাৰে। অৰ্থাৎ, মুদ্ৰাটোৰ টছ্‌ৰ সৈতে জড়িত পৰীক্ষাটোৰ মুঠ ফল প্ৰাপ্তি দুই ধৰণৰ মুণ্ড আৰু পুচ্ছ। কেৱল এখন পিঠিত মুণ্ড আছে বাবে মুণ্ড প্ৰাপ্তিৰ সুযোগ 1। সেইদৰে পুচ্ছ প্ৰাপ্তিৰো সুযোগো 1। পৰীক্ষাটোত ফলপ্ৰাপ্তিৰ মুঠ সংখ্যা 2 আৰু মুণ্ড প্ৰাপ্তিৰ সংখ্যা এক উভয়েই নিৰ্দিষ্ট। গতিকে

$$\frac{\text{মুণ্ড প্ৰাপ্তিৰ সংখ্যা}}{\text{পৰীক্ষাটোত ফলপ্ৰাপ্তিৰ মুঠ সংখ্যা}} = \frac{1}{2},$$

এই অনুপাতটোও নিৰ্দিষ্ট আৰু ই মুদ্ৰাটোৰ টছ্‌ৰ পৰা প্ৰাপ্ত মুঠ ফল সাপেক্ষে মুণ্ড প্ৰাপ্তিৰ সুযোগৰ এক আপেক্ষিক জোখ দিয়ে। এই অনুপাতটোক মুণ্ড প্ৰাপ্তিৰ সম্ভাৱিতা বোলা হয়।

অৰ্থাৎ, মুদ্ৰাৰ টছ্ পৰীক্ষাটোত মুণ্ড প্ৰাপ্তিৰ সুযোগ 1 গতিকে মুণ্ডপ্ৰাপ্তিৰ সম্ভাৱিতা $\frac{1}{2}$

একেদৰে, মুদ্ৰাৰ টছ্ পৰীক্ষাটোত পুচ্চ প্ৰাপ্তিৰ সুযোগ 1 গতিকে, পুচ্চ প্ৰাপ্তিৰ সম্ভাৱিতা $\frac{1}{2}$

এইবাৰ যাদৃচ্ছিক পৰীক্ষাৰ অন্য এক উদাহৰণ লোৱা যাওক—

ধৰা হ'ল মোনা এখনত 10 টা মাৰ্বল আছে আৰু ইয়াৰ ভিতৰত 3টা ক'লা, 5টা হালধীয়া আৰু 2টা মাৰ্বল ৰঙা ৰঙৰ। মোনাখনৰ মাৰ্বল কেইটা ভালদৰে সানমিহলি কৰাৰ পিছত তুমি যাদৃচ্ছিকভাৱে এটা মাৰ্বল মোনাৰ পৰা উলিয়াই আনিলা। মাৰ্বলটো তুমি কিমান ধৰণে বাচনি কৰিব পাৰিবা আৰু উলিয়াই অনা মাৰ্বলটো ৰঙা ৰঙৰ হোৱাৰ সুযোগ কিমান?

প্ৰথমে মন কৰা যে মোনাখনত 10টা মাৰ্বল আছে। গতিকে তুমি বাচনি কৰা মাৰ্বলটো 10টা মাৰ্বলৰ যিকোনো এটা হ'ব পাৰে অৰ্থাৎ ফলপ্ৰাপ্তিৰ মুঠ সংখ্যা হ'ব 10 আনহাতে, মোনাখনত ৰঙা মাৰ্বল আছে 2টা। সেয়েহে তোমাৰ হাতলৈ এই 2টা ৰঙা মাৰ্বলৰ যিকোনো এটা আহিব পাৰে। অৰ্থাৎ, ৰঙা মাৰ্বল প্ৰাপ্তিৰ বাবে সুযোগ 2

এই ক্ষেত্ৰত মোনাখনৰ পৰা ৰঙা মাৰ্বল প্ৰাপ্তিৰ সম্ভাৱিতা $\frac{2}{10} = \frac{1}{5}$

একেদৰে ক'লা মাৰ্বল প্ৰাপ্তিৰ সুযোগ হ'ব 3 আৰু সম্ভাৱিতা হ'ব $\frac{3}{10}$

এতিয়া মোনাখনৰ পৰা হালধীয়া মাৰ্বল পোৱাৰ সুযোগ আৰু সম্ভাৱিতা কিমান হ'ব নিজে চিন্তা কৰি কোৱা।

মনত ৰাখিবা কোনো যাদৃচ্ছিক পৰীক্ষাৰ সৈতে জড়িত কোনো এটা ফলৰ সম্ভাৱিতা হ'ল

$$\frac{\text{ফলটো পোৱাৰ সুযোগ অৰ্থাৎ ফলটো পাব পৰা সংখ্যা}}{\text{পৰীক্ষাটোৰ পৰা পাব পৰা ফলৰ মুঠ সংখ্যা}}$$

উদাহৰণ 5 ঃ এটা লুডুগুটি বিবেচনা কৰা যাব দুটা ফালত এটাকৈ ফোঁট, তিনিটা ফালত দুটাকৈ ফোঁট আৰু বাকী থকা ফালটোত তিনিটা ফোঁট আছে। লুডুগুটিটো টছ্ কৰিলে সম্ভাৱিতা নিৰ্ণয় কৰা যাতে

(i) এটা ফোঁট প্ৰাপ্ত হয়।

(ii) দুটা ফোঁট প্ৰাপ্ত হয়।

(iii) তিনিটা ফোঁট প্ৰাপ্ত হয়।

সমাধান ঃ (i) যিহেতু লুডুগুটিটোৰ মুঠ ফাল ছয়টা আৰু টছ্ কৰিলে ইয়াৰ যিকোনো এটা ফালেই ওপৰমুৰাকৈ পৰিব, গতিকে ফলপ্ৰাপ্তিৰ মুঠ সংখ্যা হ'ব 6। আনহাতে ইয়াৰ দুটা ফালত এটাকৈ ফোঁট আছে। গতিকে এটা ফোঁট প্ৰাপ্ত হোৱাৰ সুযোগ হ'ল 2। তেতিয়া, এটা ফোঁট প্ৰাপ্ত হোৱাৰ সম্ভাৱিতা হ'ব $\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$

(ii) একে ধৰণে, দুটা ফোঁট প্ৰাপ্ত হোৱাৰ সুযোগ হ'ল 3 আৰু তেতিয়া দুটা ফোঁট প্ৰাপ্ত হোৱাৰ সম্ভাৱিতা হ'ব $\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$

(iii) তিনিটা ফোঁট প্ৰাপ্ত হোৱাৰ সুযোগ 1। গতিকে তিনিটা ফোঁট প্ৰাপ্ত হোৱাৰ সম্ভাৱিতা $\frac{1}{6}$

এই ক্ষেত্ৰত মন কৰা যে লুডুগুটিটোত 4টা ফোঁট থকা ফাল এটাও নাই। গতিকে 4টা ফোঁট প্ৰাপ্ত হোৱাৰ সম্ভাৱিতা $\frac{0}{6}=0$

উদাহৰণ 6 ঃ এটা মুদ্ৰা বিবেচনা কৰা যাব দুয়োখন পিঠিতে মুণ্ড আছে। মুদ্ৰাটো টছ্ কৰিলে মুণ্ডপ্ৰাপ্ত হোৱাৰ সম্ভাৱিতা কিমান? আকৌ পুচ্ছপ্ৰাপ্ত হোৱাৰ সম্ভাৱিতা কিমান?

সমাধান ঃ মুদ্ৰাটো টছ্ কৰিলে দুখন পিঠিৰ যিকোনো এখন পিঠি ওপৰমুৰাকৈ পৰিব। গতিকে মুদ্ৰাটোৰ টছ্ কাৰ্যত ফলপ্ৰাপ্তিৰ সংখ্যা 2

আকৌ, দুয়োখন পিঠিতে মুণ্ড থকাৰ বাবে মুণ্ডপ্ৰাপ্তিৰ সুযোগো 2 গতিকে মুণ্ডপ্ৰাপ্তিৰ সম্ভাৱিতা হ'ব

$$\frac{\text{মুণ্ড প্ৰাপ্তিৰ সুযোগ}}{\text{ফলপ্ৰাপ্তিৰ মুঠ সংখ্যা}}=\frac{2}{2}=1$$

মন কৰা, ইয়াত মুদ্ৰাটো যিদৰেই বা যিমানবাৰেই টছ্ কৰা নহওক কিয় ফলটো নিশ্চিত অৰ্থাৎ মুণ্ড পোৱা যাবই। আৰু এই ক্ষেত্ৰত মুণ্ড প্ৰাপ্তিৰ সম্ভাৱিতা 1ৰ সমান। গতিকে ক'ব পৰা যায় যে এটা নিশ্চিত ফলৰ সম্ভাৱিতা সদায় 1ৰ সমান।

আনহাতে, পুচ্ছ প্ৰাপ্তিৰ সম্ভাৱিতা $= \dfrac{\text{পুচ্ছ প্ৰাপ্তিৰ সুযোগ}}{\text{ফলপ্ৰাপ্তিৰ মুঠ সংখ্যা}} = \dfrac{0}{2} = 0$

5.13 ফল আৰু ঘটনা

এটা যাদৃচ্ছিক পৰীক্ষাৰ সৈতে জড়িত ফলসমূহৰ যিকোনো সংগ্ৰহেই একোটা ঘটনাৰ সৃষ্টি কৰে। যেনে, মুদ্ৰা এটাৰ টছৰ সৈতে জড়িত ফল দুটা- মুণ্ড আৰু পুচ্ছ। এতিয়া—

(i) মুণ্ড প্ৰাপ্ত হোৱাটো এক ঘটনা

(ii) পুচ্ছ প্ৰাপ্ত হোৱাটো আন এক ঘটনা

(iii) মুণ্ড বা পুচ্ছৰ যিকোনো এটা প্ৰাপ্ত হোৱাটোও এক ঘটনা

(iv) মুণ্ড বা পুচ্ছৰ এটাও প্ৰাপ্ত নোহোৱাটোও এক ঘটনা। অৱশ্যে এই (iv) ঘটনাটো অসম্ভৱ কিয়নো মুদ্ৰা এটা টছ্ কৰিলে দুই পিঠিৰ কোনোবা এখন ওপৰমুৱাকৈ পৰিবই। এনে ধৰণৰ ঘটনাক **অসম্ভৱ ঘটনা** বোলা হয়।

একেদৰে লুডুগুটিৰ টছ পৰীক্ষাটোৰ সৈতে জড়িত ফলসমূহ হ'ল 1, 2, 3, 4, 5, আৰু 6।

ইয়াত প্ৰতিটো ফলেই একোটা ঘটনাৰ সৃষ্টি কৰে।

কেতিয়াবা দুই বা ততোধিক ফল লগ লাগিও একোটা ঘটনাৰ সৃষ্টি হয়। যেনে — যুগ্ম সংখ্যা অৰ্থাৎ 2, 4, 6 প্ৰাপ্ত হোৱা ফলবোৰে এটা ঘটনাৰ সৃষ্টি কৰে।

অযুগ্ম সংখ্যা অৰ্থাৎ 1, 3, 5 প্ৰাপ্ত হোৱা ফলবোৰে এটা ঘটনাৰ সৃষ্টি কৰে।

4তকৈ সৰু সংখ্যা প্ৰাপ্ত হোৱা অৰ্থাৎ 1, 2, 3 প্ৰাপ্ত হোৱা ফলবোৰেও এটা ঘটনাৰ সৃষ্টি কৰে। ইত্যাদি

উদাহৰণ 7 ঃ নিখুঁত লুডুগুটি এটা টছ্ কৰা হ'ল। নিম্নোক্ত ঘটনা দুটাৰ সম্ভাৱিতা নিৰ্ণয় কৰা-

(i) 4 বা 4 তকৈ ডাঙৰ সংখ্যা প্ৰাপ্ত হোৱা ঘটনা

(ii) যুগ্ম নাইবা অযুগ্ম সংখ্যা প্ৰাপ্ত হোৱা ঘটনা

সমাধান ঃ লুডুগুটিটোৰ টছ্ কৰা পৰীক্ষাটোৰ সৈতে জড়িত ফলসমূহ হ'ল 1, 2, 3, 4, 5, আৰু 6।

(i) 4বা 4তকৈ ডাঙৰ সংখ্যা প্ৰাপ্ত হোৱা ফলবোৰ হ'ল 4, 5, আৰু 6।

অৰ্থাৎ ঘটনাটো ঘটিবৰ বাবে সুযোগ 3 টা।

গতিকে 4 বা 4তকৈ ডাঙৰ সংখ্যা প্ৰাপ্ত হোৱা ঘটনাটোৰ সম্ভাৱিতা হ'ব $\dfrac{3}{6} = \dfrac{1}{2}$

(ii) ইয়াত অযুগ্ম সংখ্যাবোৰ হ'ল 1, 3, 5 আৰু যুগ্ম সংখ্যাবোৰ 2, 4, আৰু 6 অৰ্থাৎ উভয় ধৰণৰ সংখ্যাই ঘটনাটো ঘটাৰ সুযোগ সৃষ্টি কৰে।

গতিকে ঘটনাটো ঘটাৰ বাবে সুযোগ 6

সেয়েহে ঘটনাটোৰ সম্ভাৱিতা $\dfrac{6}{6} = 1$ অৰ্থাৎ যুগ্ম বা অযুগ্ম সংখ্যা প্ৰাপ্ত হোৱা ঘটনাটোৰ সম্ভাৱিতা 1 । অন্যভাৱে ক'বলৈ হ'লে ঘটনাটো নিশ্চিতভাৱে ঘটিব।

5.14 সুযোগ আৰু সম্ভাৱিতাৰ বাস্তৱ প্ৰয়োগ

দৈনন্দিন জীৱনত আমি পদে পদে সুযোগ আৰু সম্ভাৱিতাৰ ওপৰত নিৰ্ভৰ কৰিবলগীয়া হয়। তলত কেইটামান উদাহৰণ উনুকিওৱা হ'ল—

1. ধৰি লোৱা ৰাতিপুৱা 10 বজাত তুমি ঘৰৰ পৰা কিছু আঁতৰৰ এখন ঠাইলৈ যাব খুজিছা। ঘৰৰ পৰা ঠাইখনলৈ দুটা পথ আছে, তাৰে এটা পথ চমু আৰু আনটো দীঘলীয়া। চমু পথটোত ৰাতিপুৱা 9 বজাৰ পৰা 12 বজালৈ যাতায়াত প্ৰায়ে যথেষ্ট ভীৰ থাকে। দীঘলীয়া পথটোতো কেতিয়াবা ভীৰ হয়, কিন্তু চমু পথটোৰে ভীৰৰ সুযোগ অধিক। তুমি পথ বাচনিৰ ক্ষেত্ৰত কি সিদ্ধান্ত ল'বা? গন্তব্য স্থান সোনকালে পোৱাৰ চৰ্তত আৰু চমু পথেৰে গ'লে ভীৰত পৰাৰ অধিক সম্ভাৱনীয়তালৈ চাই তুমি দীঘলীয়া পথেৰেই যোৱাৰ সিদ্ধান্ত নল'বা নে?
2. খেতিয়কসকলে খেতি বাতি আৰম্ভ কৰাৰ বাবে উপযুক্ত বতৰ অৰ্থাৎ, বৰষুণ আৰম্ভ হোৱাৰ সম্ভাৱনীয়তালৈ অপেক্ষা কৰা দেখা যায়। গতিকে, খেতিয়কৰ কৃষি কাৰ্যত প্ৰায়ে সম্ভাৱিতাৰ প্ৰভাৱ লক্ষ্য কৰা যায়।
3. বতৰ বিজ্ঞান বিভাগে বায়ু চাপ, উত্তাপ, আৰ্দ্ৰতা আদিৰ অৱস্থা পৰ্যবেক্ষণ কৰি পূৰ্বে লাভ কৰা অভিজ্ঞতাৰ ভিত্তিত বতৰৰ আগজাননী দিবলৈ সমৰ্থ হয়।

অনুশীলনী 5.3

1. আকস্মিক বক্তৃতাৰ প্ৰতিযোগীৰ বাবে বিচাৰকে কাগজৰ টুকুৰা কিছুমানত বিষয়সমূহ লিখি প্ৰতিযোগীয়ে নেদেখাকৈ এখন থালত ৰাখি থ'লে। বিষয়সমূহক A, B, C আৰু D ৰে চিহ্নিত কৰিলে এজন প্ৰতিযোগীয়ে বাচনি কৰিব পৰা ফলসমূহ কি হ'ব যদি
   (i) তেওঁক যিকোনো এটা টুকুৰা বাছিবলৈ দিয়া হয়।
   (ii) তেওঁক যিকোনো দুটা টুকুৰা বাছিবলৈ দিয়া হয়।
2. দুটা নিখুঁত মুদ্ৰা একেলগে টছ কৰিলে প্ৰাপ্ত হ'ব পৰা আটাইবোৰ ফল বাছি উলিওৱা।
3. ৰং পেঞ্চিলৰ বাকচ এটাত থকা পেঞ্চিলবোৰৰ ভিতৰত 4 ডাল বেগুনীয়া, 3 ডাল নীলা আৰু 5 ডাল ৰঙা ৰঙৰ। সানমিহলি হৈ থকা পেঞ্চিলবোৰৰ যিকোনো এডাল পেঞ্চিল পছন্দ কৰিলে ই (i) বেগুনীয়া (ii) নীলা হোৱাৰ সুযোগ কিমান?
4. লুডুগুটি এটা টছ কৰা পৰীক্ষাৰ সৈতে জড়িত ঘটনা কেইটামান তলত দিয়া হৈছে। সংশ্লিষ্ট ফলৰ সহায়ত ঘটনাবোৰ প্ৰকাশ কৰা-
   (i) বৰ্গ সংখ্যা প্ৰাপ্ত হোৱা ঘটনা,
   (ii) 1তকৈ ডাঙৰ অযুগ্ম সংখ্যা প্ৰাপ্ত হোৱা ঘটনা,
   (iii) 6 তকৈ ডাঙৰ যুগ্ম সংখ্যা প্ৰাপ্ত হোৱা ঘটনা,
   (iv) মৌলিক সংখ্যা প্ৰাপ্ত হোৱা ঘটনা,
   (v) অযুগ্ম মৌলিক সংখ্যা প্ৰাপ্ত হোৱা ঘটনা,
   (vi) যুগ্ম মৌলিক সংখ্যা প্ৰাপ্ত হোৱা ঘটনা,
5. এখন মোনাত 15টা ৰঙা 10টা নীলা আৰু 5টা হালধীয়া মাৰ্বল সানমিহলি কৰি থোৱা আছে। মোনাখনৰ পৰা যিকোনো এটা মাৰ্বল বাছনি কৰিলে প্ৰাপ্ত মাৰ্বলটো (i) ৰঙা (ii) নীলা (iii) হালধীয়া (iv) নীলা বা হালধীয়া হোৱাৰ সম্ভাৱিতা কিমান?

আমি কি শিকিলোঁ

- আমি সংগ্ৰহ কৰা তথ্যবোৰ সংগঠিত আৰু অসংগঠিত ৰূপত থাকিব পাৰে।
- যিকোনো অৰ্থপূৰ্ণ সিদ্ধান্তত উপনীত হ'বলৈ অসংগঠিত তথ্যবোৰ শৃংখলাবদ্ধভাৱে সজায় লোৱাৰ প্ৰয়োজন হয়।
- এটা নিৰ্দ্দিষ্ট তথ্য তালিকাত কেইবাৰ সন্নিবিষ্ট হয় সেই সংখ্যাটোৱেই তথ্যটোৰ বাৰংবাৰতা বোলে।
- শৃংখলাবদ্ধভাৱে সংগঠিত তথ্যক বাৰংবাৰতা বিভাজন তালিকাত প্ৰকাশ কৰিব পাৰি।
- অবিচিন্ন শ্ৰেণীবিভাজন অনুসৰি তথ্যবোৰ স্তম্ভলেখৰ সহায়ত প্ৰকাশ কৰিব পাৰি।
- পাইচিত্ৰ বা বৃত্তচিত্ৰ ব্যৱহাৰ কৰিও তথ্য উপস্থাপন কৰিব পৰা যায়।
- কিছুমান পৰীক্ষাৰ কাৰ্য আছে যিবোৰ সংঘটিত হোৱাৰ সমান সুযোগ থাকে।
- এটা যাদৃচ্ছিক (Random) পৰীক্ষা কাৰ্যৰ ফলাফল আগতীয়াকৈ সঠিকভাৱে ক'ব পৰা নাযায়।
- এটা পৰীক্ষাকাৰ্যৰ ফলাফল সমূহৰ সম্ভাৱনা সমান হয় যদিহে প্ৰত্যেকটো ঘটনা সংঘটিত হোৱাৰ একে সমান সুযোগ থাকে।
- সুযোগ আৰু সম্ভাৱিতাৰ বাস্তৱজীৱনৰ লগত সম্বন্ধ আছে।
- এটা ঘটনাৰ সম্ভাৱিতা $= \dfrac{\text{ফলটো প্ৰাপ্ত হোৱাৰ সুযোগ}}{\text{পৰীক্ষাটোৰ পৰা প্ৰাপ্ত মুঠ ফলৰ সংখ্যা}}$

□□□

- The person who does the work is the only one who learns.
- Mistakes are the proof that you are trying.
- Just because something is difficult, doesn't mean you shouldn't try. It just means you should try HARDER.