

1. ਹੇਠਾਂ ਲਿਖਿਆਂ ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ :
  - (i)  $76 \div 19$
  - (ii)  $(-156) \div (-12)$
  - (iii)  $(-125) \div (-1)$
  - (iv)  $(125) \div (-25)$
  - (v)  $0 \div (-5)$
  - (vi)  $(-15) \div (15)$
2.  $-18$  ਅਤੇ  $0$  ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਆਉਣ ਵਾਲੀਆਂ ਜਿਸਤ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਲਿਖੋ।
3.  $-9$  ਅਤੇ  $9$  ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਆਉਣ ਵਾਲੀਆਂ ਟਾਂਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਲਿਖੋ।
4.  $-240$  ਨੂੰ ਕਿਵੇਂ ਤੌਰਿਆ ਨਾਲ ਭਾਗ ਕੀਤਾ ਜਾਵੇ ਕਿ  $16$  ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੋਵੇ ?
5. ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ :
  - (i)  $125 \div [5 \div (-1)]$
  - (ii)  $[169 \div 13] \div [26 \div 2]$
  - (iii)  $[( -105 ) \div 3] \div 7$
6. ਸਰਲ ਕਰੋ :  $12 - [8 + 27 \div (2 \times 8 - 7)]$
7. ਸਰਲ ਕਰੋ :  $10 - [8 - \{11 + 30 \div (4 + 2)\}]$

16

## 8. ਬਹੁਵਿਕਲਪੀ ਪ੍ਰਸ਼ਨ :-

- (i)  $(-8) \div 2 =$ 
    - (a)  $-16$
    - (b)  $-4$
    - (c)  $4$
    - (d)  $-8$
  - (ii)  $(-7) \div (-7) =$ 
    - (a)  $-1$
    - (b)  $49$
    - (c)  $-49$
    - (d) ਇਨ੍ਹਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕੋਈ ਨਹੀਂ
  - (iii)  $0 \div 2 =$ 
    - (a)  $1$
    - (b)  $2$
    - (c)  $-2$
    - (d)  $0$
9. ਦੋ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਭਾਗਫਲ ਹਮੇਸ਼ਾ ਇੱਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।
10. ਜੇਕਰ  $a$  ਅਤੇ  $b$  ਗੈਰ ਬਰਾਬਰ ਤੇ ਗੈਰ-ਸਿਫਰ ਦੋ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ ਤਾਂ  $a \div b = b \div a$ । (ਸਹੀ/ਗਲੋ)
- ਅਸੋਂ ਕੀ ਚਰਚਾ ਕੀਤੀ ?
1. .....  $-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$  ..... ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਕਹਾਉਂਦੀਆਂ ਹਨ।
  2.  $1, 2, 3$  ..... ਧਨਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਕਹਾਉਂਦੀਆਂ ਹਨ।
  3.  $-1, -2, -3$  ..... ਰਿਣਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਕਹਾਉਂਦੀਆਂ ਹਨ।
  4.  $0$  ਨਾ ਧਨਾਤਮਕ ਹੈ ਨਾ ਰਿਣਾਤਮਕ।
  5. ਦੋ ਇੱਕੋ ਜਿਹੇ ਚਿੰਨ੍ਹ ਵਾਲੀਆਂ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਜੋੜਨ ਲਈ ਦੋਵਾਂ ਦੇ ਸੰਖਿਆਤਮਕ ਮੁੱਲ ਨੂੰ ਜੋੜਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਜੋੜ ਫਲ ਨਾਲ ਸਾਂਝਾ ਚਿੰਨ੍ਹ ਵਰਤਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।
  6. ਦੋ ਵੱਖੋ-ਵੱਖ ਚਿੰਨ੍ਹ ਵਾਲੀਆਂ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਜੋੜਨ ਲਈ ਦੋਵਾਂ ਦੇ ਸੰਖਿਆਤਮਕ ਮੁੱਲ ਦਾ ਅੰਤਰ ਪਤਾ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਵੱਡੀ ਸੰਖਿਆ ਵਾਲਾ ਚਿੰਨ੍ਹ ਅੰਤਰ ਨਾਲ ਵਰਤਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।
  7. ਕਿਸੇ ਵੀ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ  $a$  ਲਈ  $a + (-a) = 0$  ਹੁੰਦਾ ਹੈ।  $-a$  ਨੂੰ  $a$  ਦਾ ਜੋੜਾਤਮਕ ਉਲਟ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ।
  8. ਜੋੜ 'ਤੇ ਗੁਣਾ ਦੇ ਵੰਡਕਾਰੀ ਨਿਯਮ ਅਨੁਸਾਰ  $a \times (b + c) = (a \times b) + (a \times c)$  ਹੁੰਦਾ ਹੈ।
- ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਉੱਪਰ ਚਾਰ ਮੁੱਢਲੀਆਂ ਕਿਰਿਆਵਾਂ ਦਾ ਗੁਣਾ (ਵਿਸ਼ੇਸ਼ਤਾਵਾਂ) ਸਬੰਧੀ ਸਾਰਣੀ

ਕਿਰਿਆਵਾਂ	ਜੋੜ	ਘਟਾਓ	ਗੁਣਾ	ਭਾਗ
ਸਮਾਪਨ (Closure)	ਹਾਂ	ਨਹੀਂ	ਹਾਂ	ਨਹੀਂ
ਕ੍ਰਮ-ਵਟਾਂਦਰਾ (Commutative)	ਹਾਂ	ਨਹੀਂ	ਹਾਂ	ਹਾਂ/ਨਹੀਂ
ਸਹਿਚਾਰਤਾ (Associative)	ਹਾਂ	ਨਹੀਂ	ਹਾਂ	ਨਹੀਂ
ਤਤਸਮਕ (Identity)	ਹਾਂ	ਨਹੀਂ	ਹਾਂ	ਨਹੀਂ

## ਸਿੱਖਣ ਦੇ ਪਰਿਣਾਮ (Learning Outcomes)

ਅਧਿਆਇ ਦੀ ਪੁਰਨਤਾ ਦੇ ਬਾਬਦ, ਵਿਦਿਆਰਥੀ :

1. ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਕਰਨ ਅਤੇ ਉਹਨਾਂ ਨੂੰ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ 'ਤੇ ਦਰਸਾਉਣ ਯੋਗ ਹਨ।
2. ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ 'ਤੇ ਜੋੜ ਘਟਾਓ, ਗੁਣਾ ਅਤੇ ਭਾਗ ਦੀ ਮੁੱਢਲੀਆਂ ਕਿਰਿਆਵਾਂ ਕਰਨ ਦੇ ਯੋਗ ਹਨ।
3. ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਜੋੜ, ਘਟਾਓ, ਗੁਣਾ ਅਤੇ ਭਾਗ ਦੇ ਅੰਤਰਗਤ, ਵਿਸ਼ੇਸ਼ਤਾਵਾਂ ਦੀ ਪੜਤਾਲ ਕਰਨ ਦੇ ਯੋਗ ਹਨ।

## EXERCISE - 1.4

- 1.** Evaluate each of the following :
  - (i)  $76 \div 19$
  - (ii)  $(-156) \div (-12)$
  - (iii)  $(-125) \div (-1)$
  - (iv)  $(125) \div (-25)$
  - (v)  $0 \div (-5)$
  - (vi)  $(-15) \div (15)$
- 2.** Write all even integers between  $-18$  and  $0$
- 3.** Write all odd integers between  $-9$  and  $9$
- 4.** By what number should  $(-240)$  be divided to obtain  $16$  ?
- 5.** Find the value of :
  - (i)  $125 \div [5 \div (-1)]$
  - (ii)  $[169 \div 13] \div [26 \div 2]$
  - (iii)  $[(-105) \div 3] \div 7$
- 6.** Simplify :  $12 - [8 + 27 \div (2 \times 8 - 7)]$
- 7.** Simplify :  $10 - [8 - \{11 + 30 \div (4 + 2)\}]$

Scanned with CamScanner

16
Mathematics - VII

**8. Multiple choice questions :-**

- (i)  $(-8) \div 2 =$ 
  - (a)  $-16$
  - (b)  $-4$
  - (c)  $4$
  - (d)  $-8$
- (ii)  $(-7) \div (-7) =$ 
  - (a)  $-1$
  - (b)  $49$
  - (c)  $-49$
  - (d) None of these
- (iii)  $0 \div 2 =$ 
  - (a)  $1$
  - (b)  $2$
  - (c)  $-2$
  - (d)  $0$

**9.** The quotient of two integers is always an integer. (True/ False)

**10.** If  $a$  and  $b$  are two unequal non-zero integers then  $a \div b = b \div a$  (True/ False)

**WHAT HAVE WE DISCUSSED ?**

1. The numbers  $\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots$  are called integers.
2. The integers  $1, 2, 3, \dots$  etc. are called positive integers.
3. The integers  $-1, -2, -3, \dots$  etc. are called negative integers.
4.  $0$  is neither positive nor negative.
5. To add two integers with same signs we add their numerical values and put the sign of addends with the sum.
6. To add two integers with different signs we take the difference of their numerical values and put the sign of integer with the greater numerical value.
7. For any integer  $a$ , we have  $a + (-a) = 0$ . We call  $(-a)$  as the additive inverse of  $a$ .
8. Distributive law of multiplication over addition is  $a \times (b + c) = (a \times b) + (a \times c)$

Properties chart for four fundamental operations on Integers.

Operations Properties	Addition	Subtraction	Multiplication	Division
Closure	Yes	Yes	Yes	No
Commutative	Yes	No	Yes	No
Associative	Yes	No	Yes	No
Identity	Yes	No	Yes	No

### LEARNING OUTCOMES

After completion of the chapter, the students are now able to :

1. Define integers and represent them on number line.
2. Perform basic operations of addition, subtraction, multiplication and division on integers.
3. Investigate the properties under addition, subtraction, multiplication and division of integers.

VII

Ex. 1.4

① अंकों के बारे में:- Evaluate the following:-

$I. 76 \div 19$ $= \frac{76}{19}$ $= 4$	$II. (-156) \div (-12)$ $= \frac{-156}{-12} = \frac{156}{12}$ $= 13$
---	--

III.  $(-125) \div (-1)$

$$= \frac{-125}{-1} = 125$$

IV.  $(125) \div (-25)$

$$\begin{array}{r} 125 \\ \hline -25 \\ \hline 25 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$= -5$$

V.  $0 \div (-5)$

$$= \frac{0}{-5} = -\frac{0}{5}$$

VI.  $(-15) \div 15$

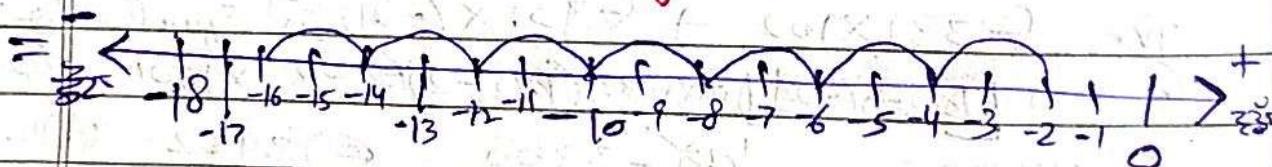
$$\begin{array}{r} 15 \\ \hline 15 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$= -1$$

# यह सभी +, - पूर्णांक हैं।

-18 तक 0 तक पूर्णांक हैं जिनमें सभी निम्न पूर्णांक हैं।

② Write all even integers bet. -18 and 0.



$= -2, -4, -6, -8, -10, -12, -14, -16.$

# पूर्णांक = Even = जो अंकों का योग 2 का गुणज हो।  
2, 4, 6, 8, 10, 12, ... Those numbers which are divisible by 2 properly.

# पूर्णांक = Odd = जो अंकों का योग 2 का गुणज नहीं हो।  
Those numbers which are not divisible by 2 properly.  
1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, ...

(3)  $-9 \leq q \leq 9$  के विवरण निम्न दर्शाते हैं।

मैथमेटिक रेट्रॉ:-  
write all odd integers bet. -9 and 9.

$$= \leftarrow \begin{array}{ccccccccccccc} & +1 & & +1 & & +1 & & +1 & & +1 & & +1 & & +1 & \rightarrow \\ -9 & -8 & -7 & -6 & -5 & -4 & -3 & -2 & -1 & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \end{array}$$

$$= -7, -5, -3, -1, 1, 3, 5, 7,$$

(4)  $-240$  के लिए मैथमेटिक रेट्रॉ जो है ? 16

By what number should (-240) be divided to obtain 16?

$$= \text{अपूर्ण मैथमेटिक} = x = \text{Required number}$$

$$\therefore -240 \div x = 16$$

$$\begin{array}{r} -240 \\ \hline x \\ \hline -240 \\ \hline 16 \\ -15 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 16 ) 240 ( 15 \\ -16 \\ \hline 80 \\ -80 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\therefore \text{मैथमेटिक} = -15$$

Required Number = -15.

(5) मैथमेटिक वर्तन :- Find the value of :-

I.  $125 \div [5 \div (-1)]$

$$= 125 \div \left[ \frac{5}{-1} \right] = 125 \div (-5)$$

$$= \frac{125}{-5} = -\frac{125}{5} = 25.$$

II.  $[169 \div 13] \div [26 \div 2]$

$$= \left( \frac{169}{13} \right) \div \left( \frac{26}{2} \right)$$

$$= 13 \div 13$$

$$= \frac{13}{13} = 1$$

$$\begin{array}{r} 13 ) 169 ( 13 \\ -13 \\ \hline 39 \\ -39 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 ) 26 ( 13 \\ -2 \\ \hline 06 \\ -6 \\ \hline 0 \end{array}$$

III.  $[-105] \div 3 \div 7$   $3 \overline{)105} (35)$

$$= \left( \frac{-105}{3} \right) \div 7$$

$$= -35 \div 7$$

$$= \frac{-35}{7} = -5$$

(6) मर्ग वर्तन :- Simplify :-

$$12 - [8 + 27 \div (2 \times 8 - 7)]$$

$$= 12 - [8 + 27 \div (16 - 7)]$$

$$= 12 - [8 + 27 \div 9] = 12 - [8 + 3]$$

$$= 12 - 11 = 1$$

(7) मर्ग वर्तन :- Simplify

$$10 - [8 - \{11 + 30 \div (4+2)\}]$$

$$= 10 - [8 - \{11 + 30 \div 6\}]$$

$$= 10 - [8 - \{11 + 5\}] = 10 - [8 - (16)]$$

$$= 10 - [8 - 16] = 10 - (-8)$$

$$= 10 + 8 = 18.$$

(8) वर्तनीय प्रश्न :- Multiple choice Ques:-

I)  $(-8) \div 2 = \frac{-8}{2} = -4 = b$

- a) -16      b) -4      c) 4      d) -8

II)  $(-7) \div (-7) = \frac{-7}{-7} = 1 = d.$

- a) -1      b) 49      c) -49      d) वैध नहीं  
d) None of these

III)  $0 \div 2 = \frac{0}{2} = 0 = d$

- a) 1      b) 2      c) -2      d) 0

#  $\frac{2}{0} =$  वैध नहीं निश्चय

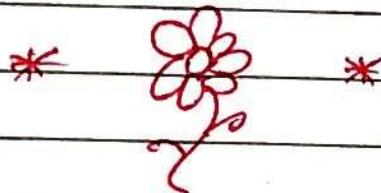
⑨ ~~दो संख्याओं का भागफल की कृति कैसे होती है?~~  
~~क्षेत्र का (मर्ग) मार्ग = 21x3~~

The quotient of two integers is always an integer. (True/ False) = False.

⑩  $\frac{2}{0} = \infty$  (मर्ग/ मार्ग)  
 $a \div b = b \div a$  (मर्ग/ मार्ग)  
 $= 21x3 = \text{False}$

$$4 \div 2 = 2$$

$$2 \div 4 = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$



Amarpreet Singh  
GHS Samewal  
Talander.

## ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਭਾਗ ਦੇ ਗੁਣ (Properties of Division of Integers)

- (1) ਇੱਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਦੂਜੀ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰਨ 'ਤੇ ਭਾਗਫਲ ਦਾ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਹੋਣਾ ਜ਼ਰੂਰੀ ਨਹੀਂ।  
 ਉਦਾਹਰਨ ਵਜੋਂ : (i) 5 ਅਤੇ 6 ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ, ਪ੍ਰੰਤੂ  $5 \div 6 = \frac{5}{6}$  ਜੋ ਕਿ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਨਹੀਂ ਹੈ।  
 (ii) -3 ਅਤੇ 7 ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ, ਪ੍ਰੰਤੂ  $(-3) \div 7 = \frac{-3}{7}$  ਜੋ ਕਿ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਨਹੀਂ ਹੈ।
- (2) ਹਰੇਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ  $a$  ਲਈ, ਜੋ ਸਿਫਰ ਨਹੀਂ ਹੈ,  $a \div a = 1$   
 ਉਦਾਹਰਨ ਵਜੋਂ : (i)  $(+7) \div (+7) = 1$   
 (ii)  $(-5) \div (-5) = 1$
- (3) ਹਰੇਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ  $a$  ( $a \neq 0$ ) ਲਈ,  $0 \div a = 0$   
 ਉਦਾਹਰਨ ਵਜੋਂ : (i)  $0 \div (+5) = 0$   
 (ii)  $0 \div (-2) = 0$
- (4) ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ  $a$  ਅਤੇ  $b$  ਲਈ ਜਿੱਥੇ  $a \neq 0, b \neq 0$  ਅਤੇ  $a \neq b$ ,  
 $a \div b \neq b \div a$  (ਭਾਵ ਕ੍ਰਮਵਟਾਂਦਰਾ ਗੁਣ ਸੱਚ ਨਹੀਂ ਹੈ।)  
 ਉਦਾਹਰਨ ਵਜੋਂ :  $15 \div 5 = 3$  ਪ੍ਰੰਤੂ  $5 \div 15 = \frac{1}{3}$
- (5) ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ  $a, b, c$  ਲਈ, ਜਿੱਥੇ  $a \neq 0, b \neq 0, c \neq 0$  ਅਤੇ  $a \neq b \neq c$   
 $(a \div b) \div c \neq a \div (b \div c)$  (ਭਾਵ ਸਹਿਚਾਰਤਾ ਗੁਣ ਸੱਚ ਨਹੀਂ ਹੈ)

## ਜਿਸਤ ਅਤੇ ਟਾਂਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ (Even and Odd Integers)

**ਜਿਸਤ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ :** ਉਹ ਸਾਰੀਆਂ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਜੋ 2 ਨਾਲ ਭਾਜਯੋਗ ਹਨ, ਜਿਸਤ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ।

..... -6, -4, -2, 0, 2, 4, 6, .....

**ਟਾਂਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ :** ਉਹ ਸਾਰੀਆਂ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਜੋ 2 ਨਾਲ ਭਾਜਯੋਗ ਨਹੀਂ ਹਨ, ਟਾਂਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ।

-5, -3, -1, 1, 3, 5, ..... ਟਾਂਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ।

## PROPERTIES OF DIVISION OF INTEGERS

(1) When an integer is divided by another, the quotient need not be an integer.

For example (i) 5 and 6 are two integers, but  $5 \div 6$  is not an integer i.e.  $\frac{5}{6}$  is not an integer.

(ii) -3 and 7 are two integers but  $(-3) \div 7$  is not an integer i.e.  $\frac{-3}{7}$  is not an integer

(2) For every non zero integer  $a$ , we have  $a \div a = 1$

For example (i)  $(+7) \div (+7) = 1$

(ii)  $(-5) \div (-5) = 1$

(3) For every non-zero integer  $a$ , we have  $0 \div a = 0$

For example (i)  $0 \div (+5) = 0$

(ii)  $0 \div (-2) = 0$

(4) For non-zero integers  $a$  and  $b$ , where  $a \neq b$  we have

$a \div b \neq b \div a$  (i.e. commutative property does not hold)

For example  $15 \div 5 = 3$  but  $5 \div 15 = \frac{1}{3}$

(5) For non-zero integer  $a, b$  and  $c$  where  $a \neq b \neq c$  we have

$(a \div b) \div c \neq a \div (b \div c)$  (i.e. Associative property does not hold)

## EVEN AND ODD INTEGERS

**Even Integers :** All the integers, which are exactly divisible by 2 are called even integers.

..... -6, -4, -2, 0, 2, 4, 6, .....

are some even integers.

**Odd Integers :** All the integers which are not exactly divisible by 2 are called odd integers.

-5, -3, -1, 1, 3, 5, .....

are some odd Integers

Scanned with CamScanner

Integers

15

**Example-1 :** Simplify (i)  $63 \div (-7)$  (ii)  $(-80) \div 16$  (iii)  $(72) \div (-9)$

**Sol.** We have

$$(i) \quad 63 \div (-7) = -9$$

$$\begin{array}{r} 7 \sqrt{63} \\ \underline{\times} \\ 63 \\ \underline{\times} \end{array}$$

$$(ii) \quad (-80) \div 16 = -5$$

$$\begin{array}{r} 16 \sqrt{80} \\ \underline{\times} \\ 80 \\ \underline{\times} \end{array}$$

$$(iii) \quad (-72) \div (-9) = 8$$

$$\begin{array}{r} 9 \sqrt{72} \\ \underline{\times} \\ 72 \\ \underline{\times} \end{array}$$

**Example-2 :** Write all even integers between -20 and -10.

**Sol.** All even integers between -20 and -10 are -18, -16, -14, -12

**Example-3 :** Write all odd integers between -6 and 12

**Sol.** All odd integers between -6 and 12 are -5, -3, -1, 1, 3, 5, 7, 9, 11