

1. z_1 અને z_2 કોઈ સંકર સંખ્યાઓ હોય તથા a અને b વાસ્તવિક સંખ્યાઓ હોય, તો $|az_1 - bz_2|^2 + |bz_1 + az_2|^2 = \dots\dots\dots$

➡ (i) $|az_1 - bz_2|^2 + |bz_1 + az_2|^2$
 $= |az_1|^2 + |bz_2|^2 - 2\text{Re}(az_1 \cdot b\bar{z}_2) + |bz_1|^2 + |az_2|^2 + 2\text{Re}(az_1 \cdot b\bar{z}_2)$
 $= (a^2 + b^2)|z_1|^2 + (a^2 + b^2)|z_2|^2$
 $= (a^2 + b^2)(|z_1|^2 + |z_2|^2)$

2. $\sqrt{-25} \times \sqrt{-9}$ નું મૂલ્ય $\dots\dots\dots$ છે.

➡ $\sqrt{-25} \times \sqrt{-9} = i\sqrt{25} \times i\sqrt{9} = i^2(5 \times 3) = -15$

3. સંકર સંખ્યા $\frac{(1-i)^3}{1-i^3} = \dots\dots\dots$

➡ $\frac{(1-i)^3}{1-i^3} = \frac{(1-i)^3}{(1-i)(1+i+i^2)} = \frac{(1-i)^2}{i} = \frac{1+i^2-2i}{i} = \frac{-2i}{i} = -2$

4. $i + i^2 + i^3 + i^4 + \dots\dots$ શ્રેણીના 1000 પદનો સરવાળો $\dots\dots\dots$ થાય.

➡ $i + i^2 + i^3 + \dots\dots 1000$ પદ સુધી $= i + i^2 + i^3 + i^4 + \dots\dots i^{1000} = 0$

$$\left[\because i^n + i^{n+1} + i^{n+2} + i^{n+3} = 0, \text{ જ્યાં } n \in \mathbb{N} \text{ અર્થાત્ } \sum_{n=1}^{1000} i^n = 0 \right]$$

i ની ચાર ક્રમિક ઘાતવાળા પદોનો સરવાળો શૂન્ય થાય.

5. સંકર સંખ્યા $z = 1 + i$ નો ગુણાકારનો વ્યસ્ત ઘટક $\dots\dots\dots$ છે.

➡ સંકર સંખ્યા $1 + i$ નો ગુણાકારનો વ્યસ્ત ઘટક $= \frac{1}{1+i} = \frac{1-i}{1-i^2} = \frac{1-i}{2} (1-i)$

6. z_1 અને z_2 સંકર સંખ્યાઓ માટે, જો $z_1 + z_2$ વાસ્તવિક સંખ્યા હોય, તો $z_1 = \dots\dots\dots$

➡ ધારો કે $z_1 = x_1 + iy_1$ અને $z_2 = x_2 + iy_2$ $z_1 + z_2 = (x_1 + x_2) + i(y_1 + y_2)$, જે વાસ્તવિક છે.
જો $z_1 + z_2$ વાસ્તવિક હોય તો $y_1 + y_2 = 0$ $y_1 = -y_2$ $z_2 = x_2 - iy_1$
 $z_2 = \bar{z}_1$ [જ્યારે $x_1 = x_2$]

7. $\arg(z) + \arg(\bar{z}) = \dots\dots\dots$ જ્યાં $\bar{z} \neq 0$

➡ $\arg(z) + \arg(\bar{z}), (\bar{z} \neq 0)$
 $\Rightarrow \theta + (-\theta) = 0$

8. જો $|z + 4| \leq 3$, તો $|z + 1|$ નું મહત્તમ અને ન્યૂનતમ મૂલ્ય અનુક્રમે $\dots\dots\dots$ અને $\dots\dots\dots$ છે.

➡ અહીં $|z + 4| \leq 3$ આપેલ છે.

$|z + 1|$ નું મહત્તમ મૂલ્ય મેળવતાં,
 $\therefore |z + 1| = |z + 4 - 3| \leq |z + 4| + |-3|$
 $= |z + 4 - 3| \leq 3 + 3$
 $= |z + 4 - 3| \leq 6$

$|z + 1|$ નું ન્યૂનતમ મૂલ્ય $= 6$

આપણે જાણીએ છીએ કે સંકર સંખ્યાનાં માનોકનું ન્યૂનતમ મૂલ્ય શૂન્ય થાય માટે $|z + 1|$ નું ન્યૂનતમ મૂલ્ય શૂન્ય થાય.

9. જો $\left| \frac{z-2}{z+2} \right| = \frac{\pi}{6}$ હોય, તો z નો ભિંદુપથ હોય.

➡ અહીં $\left| \frac{z-2}{z+2} \right| = \frac{\pi}{6}$ આપેલ છે.

$$\therefore \frac{|x+iy-2|}{|x+iy+2|} = \frac{\pi}{6} \Rightarrow \frac{|x-2+iy|}{|x+2+iy|} = \frac{\pi}{6}$$

$$\therefore 6|x-2+iy| = \pi|x+2+iy|$$

$$\therefore 6\sqrt{(x-2)^2 + y^2} = \pi\sqrt{(x+2)^2 + y^2}$$

$$\therefore 36[x^2 + 4 - 4x + y^2] = \pi^2[x^2 + 4x + 4 + y^2]$$

$$\therefore (36 - \pi^2)x^2 + (36 - \pi^2)y^2 - (144 + 4\pi^2)x + 144 + 4\pi^2 = 0 \text{ જે વર્તુળ દર્શાવે છે.}$$

10. જો $|z| = 4$ અને $\arg(z) = \frac{5\pi}{6}$ હોય, તો $z = \dots\dots\dots$

➡ અહીં $|z| = 4$ અને $\arg(z) = \frac{5\pi}{6}$ આપેલ છે.

$$\text{ધારો કે } z = x + iy = r(\cos\theta + i\sin\theta)$$

$$\therefore |z| = r = 4 \text{ અને } \arg(z) = \theta$$

$$\therefore \tan\theta = \frac{5\pi}{6}$$

$$\therefore z = 4\left(\cos\frac{5\pi}{6} + i\sin\frac{5\pi}{6}\right)$$

$$= \left[4\cos\left(\pi - \frac{\pi}{6}\right) + i\sin\left(\pi - \frac{\pi}{6}\right) \right]$$

$$= 4\left[-\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right] = 4\left[\frac{-\sqrt{3}}{2} + i\frac{1}{2}\right] = -2\sqrt{3} + 2i$$

11. જો $\frac{z-1}{z+1}$ એ શુદ્ધ કાલ્પનિક સંખ્યા હોય તથા $(z \neq -1)$, તો $|z|$ મેળવો.

➡ ધારો કે $z = x + iy$

$$\therefore \frac{z-1}{z+1} = \frac{x+iy-1}{x+iy+1}, \quad z \neq -1$$

$$\begin{aligned} &= \frac{x-1+iy}{x+1+iy} = \frac{(x-1+iy)(x+1-iy)}{(x+1+iy)(x+1-iy)} \\ &= \frac{(x^2-1) + iy(x+1) - iy(x-1) - i^2y^2}{(x+1)^2 - (iy)^2} \end{aligned}$$

$$\therefore \frac{z-1}{z+1} = \frac{(x^2-1) + y^2 + i[y(x+1) - y(x-1)]}{(x+1)^2 - y^2}$$

અહીં $\frac{z-1}{z+1}$ એ શુદ્ધ કાલ્પનિક સંખ્યા છે.

$$\therefore \frac{(x^2-1) + y^2}{(x+1)^2 + y^2} = 0$$

$$\therefore x^2 - 1 + y^2 = 0 \Rightarrow x^2 + y^2 = 1$$

$$\therefore \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{1} \Rightarrow |z| = 1 \quad \left[\because |z| = \sqrt{x^2 + y^2} \right]$$

12. z_1 અને z_2 એવી સંકર સંખ્યાઓ છે કે જેથી $|z_1| = |z_2|$ અને $\arg(z_1) + \arg(z_2) = \pi$ હોય તો બતાવો કે, $z_1 = -\bar{z}_2$.

► ધારો કે $z_1 = r_1(\cos\theta_1 + i \sin\theta_1)$ અને

$z_2 = r_2(\cos\theta_2 + i \sin\theta_2)$ એ કોઈ સંકર સંખ્યાઓ છે.

$$\text{હવે } |z_1| = |z_2|$$

$$\text{અને } \arg(z_1) + \arg(z_2) = \pi$$

$$\text{જો } |z_1| = |z_2| \text{ હોય તો } r_1 = r_2$$

$$\text{અને } \arg(z_1) + \arg(z_2) = \pi \text{ હોય તો } \theta_1 + \theta_2 = \pi$$

$$\therefore \theta_1 = \pi - \theta_2$$

$$\text{હવે } z_1 = r_1(\cos\theta_1 + i \sin\theta_1)$$

$$\therefore z_1 = r_2[\cos(\pi - \theta_2) + i \sin(\pi - \theta_2)] [\because r_1 = r_2 \text{ અને } \theta_1 = (\pi - \theta_2)]$$

$$\therefore z_1 = r_2(-\cos\theta_2 + i \sin\theta_2)$$

$$\therefore z_1 = -r_2(\cos\theta_2 - i \sin\theta_2)$$

$$\therefore z_1 = -[r_2(\cos\theta_2 - i \sin\theta_2)]$$

$$\therefore z_1 = -\bar{z}_2 \quad [\because \bar{z}_2 = r_2(\cos\theta_2 - i \sin\theta_2)]$$

13. જો $|z_1| = 1$ ($z_1 \neq -1$) અને $z_2 = \frac{z_1 - 1}{z_1 + 1}$ હોય તો બતાવો કે સંકર સંખ્યા z_2 નો વાસ્તવિક ભાગ શૂન્ય છે.

► ધારો કે $z_1 = x + iy$

$$\therefore |z_1| = \sqrt{x^2 + y^2} = 1 \quad [\because |z_1| = 1] \quad \dots\dots\dots(i)$$

$$\text{હવે } z_2 = \frac{z_1 - 1}{z_1 + 1} = \frac{x + iy - 1}{x + iy + 1}$$

$$= \frac{x - 1 + iy}{x + 1 + iy} = \frac{(x - 1 + iy)(x + 1 - iy)}{(x + 1 + iy)(x + 1 - iy)}$$

$$= \frac{x^2 - 1 + iy(x + 1) - iy(x - 1) - i^2 y^2}{(x + 1)^2 - i^2 y^2}$$

$$= \frac{x^2 - 1 + ixy + iy - ixy + iy + y^2}{(x + 1)^2 + y^2} = \frac{x^2 + y^2 - 1 + 2iy}{(x + 1)^2 + y^2} = \frac{1 - 1 + 2iy}{(x + 1)^2 + y^2} [\because x^2 + y^2 = 1]$$

$$= 0 + \frac{2yi}{(x + 1)^2 + y^2}$$

આમ, z_2 નો વાસ્તવિક ભાગ શૂન્ય છે.

14. જો z_1, z_2 અને z_3, z_4 એ બે અનુબદ્ધ સંકર સંખ્યાની જોડ હોય તો $\arg\left(\frac{z_1}{z_4}\right) + \arg\left(\frac{z_2}{z_3}\right)$ મેળવો.

► ધારો કે $z_1 = r_1(\cos\theta_1 + i \sin\theta_1)$

$$\therefore z_2 = \bar{z}_1 = r_1(\cos\theta_1 - i \sin\theta_1) = r_1[\cos(-\theta_1) + i \sin(-\theta_1)]$$

$$\text{અને } z_3 = r_2(\cos\theta_2 + i \sin\theta_2)$$

$$\therefore z_4 = \bar{z}_3 = r_2(\cos\theta_2 - i \sin\theta_2)$$

$$\arg\left(\frac{z_1}{z_4}\right) + \arg\left(\frac{z_2}{z_3}\right) = \arg(z_1) - \arg(z_4) + \arg(z_2) - \arg(z_3)$$

$$= \theta_1 - (-\theta_2) + (-\theta_1) - \theta_2 [\because \arg(z) = \theta]$$

$$= \theta_1 + \theta_2 - \theta_1 - \theta_2 = 0$$

15. જો $|z_1| = |z_2| = \dots\dots\dots = |z_n| = 1$ તો સાબિત કરો કે, $|z_1 + z_2 + z_3 + \dots + z_n| = \left| \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} + \frac{1}{z_3} + \dots + \frac{1}{z_n} \right|$.

$$\Rightarrow |z_1| = 1, |z_2| = 1, \dots, |z_n| = 1$$

$$\therefore z_1 \bar{z}_1 = 1, z_2 \bar{z}_2 = 1, \dots, z_n \bar{z}_n = 1$$

$$\therefore \bar{z}_1 = \frac{1}{z_1}, \bar{z}_2 = \frac{1}{z_2}, \dots, \bar{z}_n = \frac{1}{z_n}$$

$$\text{હવે, } |z_1 + z_2 + z_3 + \dots + z_n|$$

$$= |z_1 + z_2 + \dots + z_n|$$

$$= |\bar{z}_1 + \bar{z}_2 + \dots + \bar{z}_n|$$

$$= \left| \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} + \dots + \frac{1}{z_n} \right|$$

16. સંકર સંખ્યાઓ z_1 અને z_2 માટે જો $\arg(z_1) - \arg(z_2) = 0$, હોય તો બતાવો કે $|z_1 - z_2| = |z_1| - |z_2|$.

$$\Rightarrow \text{ધારો કે } z_1 = r_1(\cos\theta_1 + i \sin\theta_1)$$

$$z_2 = r_2(\cos\theta_2 + i \sin\theta_2)$$

$$\therefore \arg(z_1) = \theta_1 \text{ અને } \arg(z_2) = \theta_2 \text{ અને}$$

$$\text{હવે } \arg(z_1) - \arg(z_2) = 0 \text{ આપેલ છે.}$$

$$\therefore \theta_1 - \theta_2 = 0 \Rightarrow \theta_1 = \theta_2$$

$$z_2 = r_2(\cos\theta_1 + i \sin\theta_1) \quad [\because \theta_1 = \theta_2]$$

$$z_1 - z_2 = (r_1 \cos\theta_1 - r_2 \cos\theta_1) + i(r_1 \sin\theta_1 - r_2 \sin\theta_1)$$

$$|z_1 - z_2| = \sqrt{(r_1 \cos\theta_1 - r_2 \cos\theta_1)^2 + (r_1 \sin\theta_1 - r_2 \sin\theta_1)^2}$$

$$= \sqrt{r_1^2 + r_2^2 - 2r_1 r_2 \cos^2 \theta_1 - 2r_1 r_2 \sin^2 \theta_1}$$

$$= \sqrt{r_1^2 + r_2^2 - 2r_1 r_2 (\sin^2 \theta_1 + \cos^2 \theta_1)}$$

$$= \sqrt{r_1^2 + r_2^2 - 2r_1 r_2} = \sqrt{(r_1 - r_2)^2}$$

$$\therefore |z_1 - z_2| = r_1 - r_2 \quad [\because r = |z|]$$

$$= |z_1| - |z_2|$$

17. સમીકરણ સંહિતો ઉકેલ મેળવો : $\operatorname{Re}(z^2) = 0, |z| = 2$.

$$\Rightarrow \operatorname{Re}(z^2) = 0, |z| = 2 \text{ આપેલ છે.}$$

$$\text{ધારો કે, } z = x + iy$$

$$\therefore |z| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\therefore \sqrt{x^2 + y^2} = 2$$

$$\therefore x^2 + y^2 = 4 \quad \dots\dots\dots(i)$$

$$\text{અને } \operatorname{Re}(z) = x$$

$$\text{તથા } z = x + iy$$

$$\therefore z^2 = x^2 + 2ixy - y^2$$

$$\therefore z^2 = (x^2 - y^2) + 2ixy$$

$$\therefore \operatorname{Re}(z^2) = x^2 - y^2 \quad [\because \operatorname{Re}(z^2) = 0]$$

$$\therefore x^2 - y^2 = 0 \quad \dots\dots\dots(ii)$$

$$\text{પરિણામ (i) અને (ii) પરથી,}$$

$$x^2 + x^2 = 4$$

$$\therefore 2x^2 = 4 \Rightarrow x^2 = 2$$

$$\therefore x = \pm \sqrt{2}$$

$$\therefore y = \pm \sqrt{2}$$

$$\therefore z = x + iy, z = \sqrt{2} \pm i\sqrt{2}, -\sqrt{2} \pm i\sqrt{2}$$

18. $z + \sqrt{2} |(z+1)| + i = 0$ નું સમાધાન કરતી સંકર સંખ્યા મેળવો.

➡ $z + \sqrt{2} |(z+1)| + i = 0$ આપેલ છે.

ધારો કે $z = x + iy$

$$\therefore x + iy + \sqrt{2} |x + iy + 1| + i = 0$$

$$\therefore x + i(1+y) + \sqrt{2} \left[\sqrt{(x+1)^2 + y^2} \right] = 0$$

$$\therefore x + i(1+y) + \sqrt{2} \sqrt{(x+1)^2 + y^2} = 0$$

$$\therefore x + \sqrt{2} \sqrt{x^2 + 2x + 1 + y^2} = 0$$

$$\therefore x^2 = 2(x^2 + 2x + 1 + y^2)$$

$$\therefore x^2 + 4x + 2y^2 + 2 = 0$$

$$\therefore 1 + y = 0$$

$$\therefore y = -1$$

જો $y = -1$ હોય તો $x^2 + 4x + 2 + 2 = 0$

$$\therefore x^2 + 4x + 4 = 0 \Rightarrow (x+2)^2 = 0 \quad [\text{સમી. (ii) પરથી}]$$

$$\therefore x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2$$

$$\therefore z = x + iy = -2 - i$$

19. $z = \frac{1-i}{\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3}}$ સંકર સંખ્યાને દ્યુવીય સ્વરૂપમાં દર્શાવો.

➡ અહીં $z = \frac{1-i}{\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3}} = \frac{-\sqrt{2} \left[\frac{-1}{2} + i \frac{1}{\sqrt{2}} \right]}{\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3}}$

$$= \frac{-\sqrt{2} \left[\cos \left(\pi - \frac{\pi}{4} \right) + i \sin \left(\pi - \frac{\pi}{4} \right) \right]}{\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3}}$$

$$= \frac{-\sqrt{2} \left[\cos \frac{3\pi}{4} + i \sin \frac{3\pi}{4} \right]}{\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3}}$$

$$= -\sqrt{2} \left[\cos \left(\frac{3\pi}{4} - \frac{\pi}{3} \right) + i \sin \left(\frac{3\pi}{4} - \frac{\pi}{3} \right) \right]$$

$$= -\sqrt{2} \left[\cos \frac{5\pi}{12} + i \sin \frac{5\pi}{12} \right]$$

20. જો z અને w એવી સંકર સંખ્યાઓ છે કે જેથી $|zw| = 1$ અને $\arg(z) - \arg(w) = \frac{\pi}{2}$ હોય તો સાબિત કરો કે, $\bar{z}w = -i$.

➡ ધારો કે, $z = r_1(\cos \theta_1 + i \sin \theta_1)$ અને $w = r_2(\cos \theta_2 + i \sin \theta_2)$

હવે $|zw| = |z| |w| = r_1 \cdot r_2 = 1$ આપેલ છે.

$$\therefore r_1 r_2 = 1$$

તેમજ $\arg(z) = \theta_1$ અને $\arg(w) = \theta_2$

$$\text{પણ } \arg(z) - \arg(w) = \frac{\pi}{2}$$

$$\therefore \theta_1 - \theta_2 = \frac{\pi}{2}$$

$$\therefore \arg\left(\frac{z}{w}\right) = \frac{\pi}{2}$$

તો સાબિત કરો $\bar{z}w = -i$

$$\text{કા.બા.} = \bar{z}w$$

$$\begin{aligned} &= r_1(\cos\theta_1 - i \sin\theta_1) r_2(\cos\theta_2 + i \sin\theta_2) \\ &= r_1 r_2 [\cos(\theta_2 - \theta_1) + i \sin(\theta_2 - \theta_1)] \\ &= r_1 r_2 \left[\cos\left(\frac{-\pi}{2}\right) + i \sin\left(\frac{-\pi}{2}\right) \right] \\ &= 1[0 - i] \\ &= -i = \text{જ.બા.} \end{aligned}$$

21. જો $|z + 1| = z + 2(1 + i)$ હોય, તો z મેળવો.

$$\Rightarrow \text{અહીં } |z + 1| = z + 2(1 + i) \quad \dots\dots\dots(i)$$

ધારો કે $z = x + iy$

$$\therefore |x + iy + 1| = x + iy + 2(1 + i)$$

$$\therefore |x + 1 + iy| = (x + 2) + i(y + 2)$$

$$\therefore \sqrt{(x + 1)^2 + y^2} = (x + 2) + i(y + 2)$$

બંને બાજુ વર્ગ કરતાં,

$$(x + 1)^2 + y^2 = (x + 2)^2 + i^2(y + 2)^2 + 2i(x + 2)(y + 2)$$

$$\therefore x^2 + 2x + 1 + y^2 = x^2 + 4x + 4 - y^2 - 4y - 4 + 2i(x + 2)(y + 2)$$

$$\therefore x^2 + y^2 + 2x + 1 = x^2 - y^2 - 4x - 4y - 4 + 2i(x + 2)(y + 2)$$

બંને તરફ વાસ્તવિક અને કાલ્પનિક ભાગ સરખાવતાં,

$$x^2 + y^2 + 2x + 1 = x^2 - y^2 + 4x - 4y$$

$$\therefore 2y^2 - 2x + 4y + 1 = 0 \quad \dots\dots\dots(ii)$$

અને $2(x + 2)(y + 2) = 0$

$$\therefore x + 2 = 0 \text{ અથવા } y + 2 = 0$$

$$x = -2 \text{ અથવા } y = -2 \quad \dots\dots\dots(iii)$$

જો $x = -2$ હોય તો $2y^2 + 4 + 4y + 1 = 0$ ($\because$ (ii) પરથી)

$$\therefore 2y^2 + 4y + 5 = 0$$

$$\therefore 16 - 4 \times 2 \times 5 < 0$$

વિવેચક $D = b^2 - 4ac < 0$

$2y^2 + 4y + 5$ સમીકરણને વાસ્તવિક બીજ ન મળે.

$$\therefore x = -2 \text{ ન હોઈ શકે.}$$

જો $y = -2$ હોય તો $2(-2)^2 - 2x + 4(-2) + 1 = 0$

$$\therefore 8 - 2x - 8 + 1 = 0$$

$$\therefore x = 1/2$$

$$\therefore z = x + iy = \frac{1}{2} - 2i$$

22. જો $\arg(z - 1) = \arg(z + 3i)$ હોય તો $x - 1 : y$ મેળવો. જ્યાં $z = x + iy$.

$$\Rightarrow \text{અહીં } \arg(z - 1) = \arg(z + 3i)$$

ધારો કે $z = x + iy$

$$\text{હવે } \arg(z - 1) = \arg(z + 3i)$$

$$\therefore \arg(x + iy - 1) = \arg(x + iy + 3i)$$

$$\therefore \arg(x - 1 + iy) = \arg[x + i(y + 3)]$$

$$\therefore \tan^{-1}\left(\frac{y}{x - 1}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{y + 3}{x}\right)$$

$$\therefore \frac{y}{x-1} = \frac{y+3}{x} \Rightarrow xy = (x-1)(y+3)$$

$$\therefore xy = xy - y + 3x - 3 \Rightarrow 3x - 3 = y$$

$$\therefore \frac{3(x-1)}{y} = 1 \Rightarrow \frac{x-1}{y} = \frac{1}{3}$$

$$\therefore (x-1) : y = 1 : 3$$

23. બતાવો કે $\left| \frac{z-2}{z-3} \right| = 2$ વર્તુળ દર્શાવે છે. તેનું કેન્દ્ર અને ત્રિજ્યા મેળવો.

► ધારો કે $z = x + iy$

$$\text{આપેલ સમીકરણ } \left| \frac{z-2}{z-3} \right| = 2 \Rightarrow \frac{|z-2|}{|z-3|} = 2$$

$$\therefore \frac{|x + iy - 2|}{|x + iy - 3|} = 2$$

$$\therefore |x - 2 + iy| = 2 |x - 3 + iy|$$

$$\therefore \sqrt{(x-2)^2 + y^2} = 2\sqrt{(x-3)^2 + y^2} \left[\because |x + iy| = \sqrt{x^2 + y^2} \right]$$

હવે બંને બાજુ વર્ગ કરતાં,

$$x^2 - 4x + 4 + y^2 = 4(x^2 - 6x + 9 + y^2)$$

$$\therefore 3x^2 + 3y^2 - 20x + 32 = 0$$

$$\therefore x^2 + y^2 - \frac{20}{3}x + \frac{32}{3} = 0 \quad \dots\dots\dots(i)$$

ઉપરના સમીકરણને વર્તુળના વ્યાપક દ્વિઘાત સમીકરણ,

$$x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0 \text{ સાથે સરખાવો.}$$

$$\therefore 2g = \frac{-20}{3} \Rightarrow g = \frac{-10}{3} \text{ અને } c = \frac{32}{3}$$

$$\text{અને } 2f = 0 \Rightarrow f = 0$$

$$\therefore \text{કેન્દ્ર } (-g, -f) = \left(\frac{10}{3}, 0 \right)$$

$$\begin{aligned} \text{તેમજ ત્રિજ્યા } (r) &= \sqrt{\left(\frac{10}{3}\right)^2 + 0 - \frac{32}{3}} \left[\because r = \sqrt{g^2 + f^2 - c} \right] \\ &= \frac{1}{3} \sqrt{(100 - 96)} = \frac{2}{3} \end{aligned}$$