অধ্যায় ১০

সৰল ৰেখা
(STRAIGHT LINES)

❖ *Geometry, as a logical system , is a means and even the most powerful means to make children feel the strength of the human spirit that is of thier own spirit.– H.FREUDENTHAL* ❖

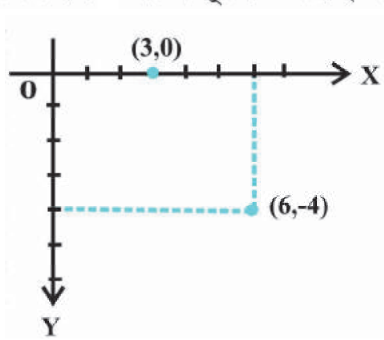
10.1 অৱতাৰণা (Introduction)

René Descartes
(1596-1650)

আগৰ শ্ৰেণীতেই আমি দ্বিমাত্ৰিক স্থানাংক জ্যামিতি বিষয়টো পাই আহিছো। বিষয়টো প্ৰধানতঃ বীজগণিত আৰু জ্যামিতিৰ সংমিশ্ৰণ। বীজগণিতৰ ব্যৱহাৰেৰে জ্যামিতিৰ প্ৰণালীবদ্ধ অধ্যয়নৰ কামটো পোনপ্ৰথমতে বৰেণ্য ফৰাচী দাৰ্শনিক আৰু গণিতজ্ঞ Rene Descartes এ আৰম্ভ কৰে আৰু এইবোৰ 1637 চনত প্ৰকাশিত তেওঁৰ গ্ৰন্থ ‘La Geometry’ ত সন্নিৱিষ্ট কৰে। এই গ্ৰন্থখনেই জ্যামিতি অধ্যয়নৰ ক্ষেত্ৰত বক্ৰৰ সমীকৰণৰ ধাৰণা আৰু এই সম্পৰ্কীয় বিশ্লেষণাত্মক পদ্ধতিৰ প্ৰয়োগ আৰম্ভ কৰে। বিশ্লেষণাত্মক গণিতবিজ্ঞান আৰু জ্যামিতিৰ দ্বৈত সম্পৰ্কৰ এই ধাৰণাটোৰেই হ’ল বৰ্তমান সময়ৰ **বিশ্লেষণাত্মক জ্যামিতি** (analytical geometry)। স্থানাংক জ্যামিতিৰ অধ্যয়ন আগৰ শ্ৰেণীবোৰত কৰা হৈছিল। সেই শ্ৰেণীসমূহত স্থানাংক অক্ষ, স্থানাংক সমতল, সমতলত বিন্দু স্থাপন, দুটা বিন্দুৰ মাজৰ দূৰত্ব নিৰ্ণয়, ছেদাংশ সূত্ৰ, ইত্যাদি অধ্যয়ন কৰা হৈছিল। এইবোৰ হ’ল স্থানাংক জ্যামিতিৰ মৌলিক ধাৰণা।

এতিয়া, আগৰ শ্ৰেণীবোৰত অধ্যয়ন কৰা স্থানাংক জ্যামিতিৰ প্ৰাৰম্ভিক ধাৰণা কিছুমান আকৌ সংক্ষেপে আলোচনা কৰা হ’ব।

স্থানাংক সমতলত (ইয়াৰ পিছত সংক্ষেপে **স্থানাংক তল** বুলি লিখা হ’ব) বিন্দু সংস্থাপনৰ ধাৰণাৰে আৰম্ভ কৰা হওক। চিত্ৰ 10.1ত xy সমতলত (6, −4) আৰু (3, 0) বিন্দু দুটা স্থাপন কৰা হৈছে। (6, −4) বিন্দুটো x অক্ষৰ ধনাত্মক দিশত y অক্ষৰ পৰা 6 একক দূৰত্বত আৰু y অক্ষৰ ঋণাত্মক দিশত x অক্ষৰ পৰা 4 একক দূৰত্বত অৱস্থিত। সেইদৰে (3, 0) বিন্দুটো x অক্ষৰ ধনাত্মক দিশত y অক্ষৰ পৰা 3 একক দূৰত্বত আৰু x অক্ষৰ পৰা শূন্য দূৰত্বত অৱস্থিত।



চিত্ৰ 10.1

নিম্নলিখিত প্ৰয়োজনীয় সূত্ৰবোৰো আমি আগতে পাইছোঁ ঃ

I. দুটা বিন্দু $P(x_1, y_1)$ আৰু $Q(x_2, y_2)$ ৰ মাজৰ দূৰত্ব

$$PQ = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

উদাহৰণস্বৰূপে, (6, −4)আৰু (3, 0) বিন্দু দুটাৰ মাজৰ দূৰত্ব

$$\sqrt{(3-6)^2 + (0+4)^2} = \sqrt{9+16} = 5 \text{ একক।}$$

II. (x_1, y_1) আৰু (x_2, y_2) বিন্দু সংযোগী ৰেখাখণ্ডক $m : n$ অনুপাতত অন্তৰ্বিভক্ত কৰা বিন্দুটোৰ স্থানাংক হ'ল
$\left(\frac{mx_2 + nx_1}{m+n}, \frac{my_2 + ny_1}{m+n}\right)$ ।

উদাহৰণস্বৰূপে A(1,−3) আৰু B(−3,9) বিন্দু সংযোগী ৰেখাণ্ডক 1:3 অনুপাতত অন্তৰ্বিভক্ত কৰা বিন্দুটোৰ স্থানাংক

হ'ল $x = \frac{1.(-3) + 3.1}{1+3} = 0$ আৰু $y = \frac{1.9 + 3.(-3)}{1+3} = 0$

III. বিশেষতঃ, $m = n$ হ'লে, (x_1, y_1) আৰু (x_2, y_2) সংযোগী ৰেখাখণ্ডৰ মধ্যবিন্দুৰ স্থানাংক হ'ব $\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$

IV. (x_1, y_1),(x_2, y_2) আৰু (x_3, y_3) শীৰ্ষবিন্দু বিশিষ্ট ত্ৰিভুজৰ কালি

$$= \frac{1}{2}\left|x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)\right|$$

উদাহৰণস্বৰূপে, (4, 4), (3, −2) আৰু (−3, 16) শীৰ্ষবিন্দু বিশিষ্ট ত্ৰিভুজটোৰ কালি

$$= \frac{1}{2}\left|4(-2-16) + 3\ (16-4) + (-3)(4+2)\right| = \frac{|-54|}{2} = 27$$

মন্তব্য ABC ত্ৰিভুজৰ কালি শূন্য হ'লে A, B আৰু C বিন্দু তিনিটা এডাল ৰেখাৰ ওপৰত থাকে, অৰ্থাৎ বিন্দুকেইটা একৰেখীয় হয়।

এই অধ্যায়ত স্থানাংক জ্যামিতিৰ সহায়ত আটাইতকৈ সৰল জ্যামিতীয় চিত্ৰ-সৰল ৰেখাৰ ধৰ্মসমূহ আলোচনা কৰা হ'ব। সৰল হ'লেও, জ্যামিতিত ৰেখাৰ ধাৰণা অতি গুৰুত্বপূৰ্ণ আৰু আমাৰ দৈনন্দিন জীৱনৰ লগতো এই ধাৰণা যথেষ্ট আমোদজনক আৰু লাগতিয়ালভাৱে সাঙোৰ খাই আছে। সৰলৰেখাক বীজগণিতীয় আকাৰত প্ৰকাশ কৰাটোৱেই হ'ব আমাৰ মূল লক্ষ্য আৰু ইয়াৰ বাবে প্ৰৱণতা (Slope) ৰ ধাৰণা অতি দৰকাৰী।

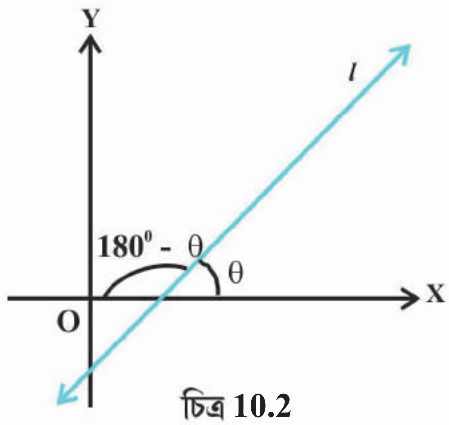
10.2 সৰল ৰেখাৰ প্ৰৱণতা (Slope of a line)

স্থানাংক তলত সৰল ৰেখা এডালে X অক্ষৰ লগত দুটা পৰিপূৰক কোণ উৎপন্ন কৰে। ধৰা হ'ল l ৰেখাডালে X অক্ষৰ ধনাত্মক দিশৰ লগত ঘঁড়ীৰ কাঁটাৰ বিপৰীতে জোখা θ কোণটো উৎপন্ন কৰিছে। এই কোণটোক ৰেখাডালৰ **নতি** (inclination) বোলা হয়।

স্পষ্টত ঃ, $0^0 \le \theta \le 180^0$ (চিত্ৰ 10.2)

আমি মন কৰা উচিত যে X অক্ষৰ সমান্তৰাল বা X অক্ষৰ লগত মিলি যোৱা ৰেখা এডালৰ নতি 0^0 ।

উলম্ব (y অক্ষৰ সমান্তৰাল বা y অক্ষৰ লগত মিলি যোৱা) ৰেখা এডালৰ নতি 90^0 ।



চিত্ৰ 10.2

সংজ্ঞা 1 এডাল সৰলৰেখা l ৰ নতি θ হ'লে, $\tan\theta$ক ৰেখাডালৰ **প্ৰৱণতা** (Slope or gradient) বোলা হয়।

90^0 নতিবিশিষ্ট ৰেখা এডালৰ প্ৰৱণতা সংজ্ঞাহীন। ৰেখা এডালৰ প্ৰৱণতা m আখৰটোৰে বুজোৱা হয়।

গতিকে, $m = \tan\theta, \quad \theta \ne 90^0$ ।

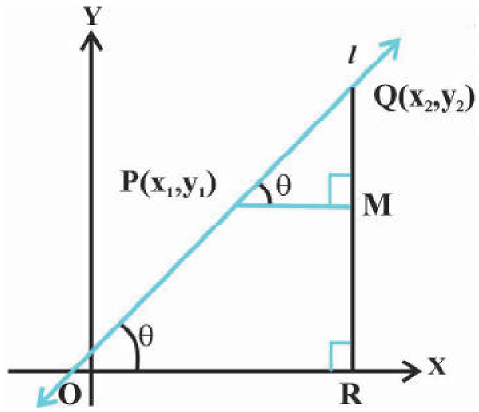
মন কৰা উচিত যে X অক্ষৰ প্ৰৱণতা শূন্য আৰু Y অক্ষৰ প্ৰৱণতা সংজ্ঞাহীন।

10.2.1 সৰল ৰেখাৰ ওপৰত থকা যিকেনো দুটা বিন্দু সাপেক্ষে ৰেখাডালৰ প্ৰৱণতা *(Slope of a line when coordinates of any two points on the line are given)*

আমি জানো যে সৰল ৰেখা এডালৰ ওপৰত যিকোনো দুটা বিন্দু দিয়া থাকিলে, ৰেখাডাল সম্পূৰ্ণকৈ জনা যায়। এতিয়া, ৰেখা এডালৰ ওপৰত থকা দুটা বিন্দুৰ স্থানাংক সাপেক্ষে ৰেখাডালৰ প্ৰৱণতা নিৰ্ণয় কৰা হ'ব।

ধৰা হ'ল θ নতিবিশিষ্ট আৰু Y অক্ষৰ অসমান্তৰাল l ৰেখা এডালৰ ওপৰত $P(x_1, y_1)$ আৰু $Q(x_2, y_2)$ দুটা বিন্দু। ইয়াত $x_1 \neq x_2$, অন্যথা ৰেখাডাল Y অক্ষৰ সমান্তৰাল হ'ব আৰু প্ৰৱণতা সংজ্ঞাহীন হ'ব। l ৰেখাডালৰ নতি সূক্ষ্ম কোণ বা স্থূলকোণ হ'ব পাৰে। গতিকে দুয়োটা ক্ষেত্ৰ আলোচনা কৰা হ'ব।

X অক্ষৰ ওপৰত Q R লম্ব টনা হ'ল আৰু QR লৈ PM লম্ব টনা হ'ল, চিত্ৰ 10.3(i) আৰু10.3 (ii) ত দেখুওৱাৰ দৰে।



চিত্ৰ 10.3 (i)

ক্ষেত্ৰ I যেতিয়া θ এটা সূক্ষ্ম কোণ ঃ

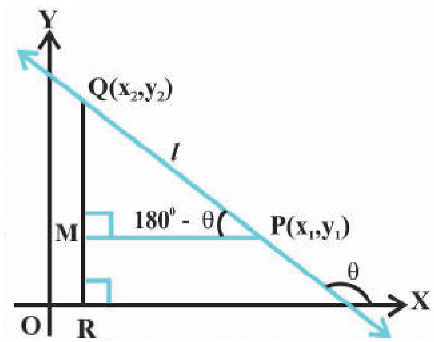
চিত্ৰ, 10.3 (i) ত, $\angle MPQ = \theta$

গতিকে ৰেখা l ৰ প্ৰৱণতা হ'ল $m = \tan\theta$ ...(1)

কিন্তু ΔMPQ ৰ পৰা, $\tan\theta = \dfrac{MQ}{MP} = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ ...(2)

(1) আৰু (2) পৰা পোৱা যায়,

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$



চিত্ৰ 10.3 (ii)

ক্ষেত্ৰ (II) যেতিয়া θ এটা স্থূল কোণ ঃ

চিত্ৰ10.3 (ii) ত

$\angle MPQ = 180^0 - \theta$

গতিকে, $\theta = 180^0 - \angle MPQ$

এতিয়া, ৰেখা l ৰ প্ৰৱণতা হ'ব

$$m = \tan\theta$$

$$= \tan(180^0 - \angle MPQ) = -\tan\angle MPQ$$

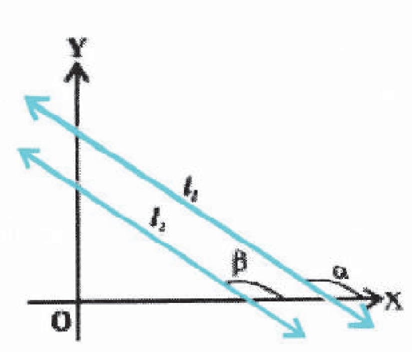
$$= -\frac{MQ}{MP} = -\frac{y_2 - y_1}{x_1 - x_2} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

গতিকে দুয়োটা ক্ষেত্ৰতেই $P(x_1, y_1)$ আৰু $Q(x_2, y_2)$ বিন্দু দুটাৰ মাজেৰে যোৱা ৰেখাডালৰ প্ৰৱণতা হ'ল

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

10.2.2 প্ৰৱণতাৰ সহায়ত দুডাল সৰল ৰেখা পৰস্পৰ সমান্তৰাল আৰু লম্ব হোৱাৰ চৰ্ত *(Conditions of parallelism and perpendicularity of lines in terms of their slopes)*

ধৰা হ'ল স্থানাংক তলত উলম্বভাৱে নথকা দুডাল ৰেখা l_1 আৰু l_2 ৰ প্ৰৱণতা যথাক্ৰমে m_1 আৰু m_2। ধৰা হ'ল ৰেখা দুডালৰ নতি যথাক্ৰমে α আৰু β।



চিত্ৰ **10.4**

l_1 আৰু l_2 ৰেখা দুডাল সমান্তৰাল হ'লে, সিহঁতৰ নতি সমান হ'ব,

অৰ্থাৎ $\alpha = \beta$, আৰু সেয়েহে $\tan\alpha = \tan\beta$

বা $m_1 = m_2$

গতিকে ৰেখা দুডালৰ প্ৰৱণতা সমান। বিপৰীতক্ৰমে, যদি l_1, l_2 ৰেখা দুডালৰ প্ৰৱণতা সমান হয়, অৰ্থাৎ

$$m_1 = m_2$$

তেনেহ'লে $\tan\alpha = \tan\beta$

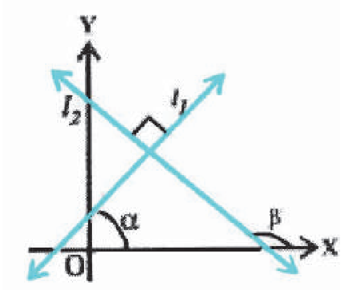
আৰু সেয়েহে, tangent ফলনৰ ধৰ্ম মতে (0^0আৰু 180^0ৰ ভিতৰত) পোৱা যাব $\alpha = \beta$। গতিকে ৰেখা দুডাল সমান্তৰাল।

গতিকে, দুডাল উলম্বভাৱে নথকা ৰেখা l_1 আৰু l_2 সমান্তৰাল হ'ব যদি আৰু যদিহে সিহঁতৰ প্ৰৱণতা সমান।

যদি l_1 আৰু l_2 ৰেখা দুডাল পৰস্পৰ লম্ব হয় (চিত্ৰ 10.5), তেনেহ'লে $\beta = 90^0 + \alpha$

গতিকে, $\tan\beta = \tan(90^0 + \alpha)$

$$= -\cot\alpha = -\frac{1}{\tan\alpha}$$



চিত্ৰ **10.5**

বা, $m_2 = -\frac{1}{m_1}$ বা, $m_1 m_2 = -1$

বিপৰীতক্ৰমে $m_1 m_2 = -1$ হ'লে, $\tan\alpha \tan\beta = -1$

বা $\tan\alpha = -\cot\beta = \tan(90^0 + \beta)$ or $\tan(\beta - 90^0)$

গতিকে α আৰু β ৰ পাৰ্থক্য 90^0

আৰু সেয়েহে, l_1, l_2 পৰস্পৰ লম্ব।

গতিকে, উলম্বভাৱে নথকা দুডাল সৰলৰেখা পৰস্পৰ লম্ব হ'ব যদি আৰু যদিহে সিহঁতৰ প্ৰৱণতা, এটা আনটোৰ ঋণাত্মক প্ৰতিক্ৰম হয়,

অৰ্থাৎ $m_2 = -\frac{1}{m_1}$ **বা,** $m_1 m_2 = -1$।

উদাহৰণ 1 প্ৰৱণতা উলিওৱাঁ ঃ

(a) (3, –2) আৰু (–1, 4) বিন্দুৰে যোৱা ৰেখাৰ,

(b) (3, –2) আৰু (7, –2) বিন্দুৰে যোৱা ৰেখাৰ,

(c) (3, –2) আৰু (3, 4) বিন্দুৰে যোৱা ৰেখাৰ,

(d) X অক্ষৰ ধনাত্মক দিশৰ লগত 60^0 কোণ কৰা ৰেখাৰ।

সমাধান (a) (3, −2) আৰু (−1, 4) বিন্দুৰে যোৱা ৰেখাৰ প্ৰৱণতা হ'ব

$$m = \frac{4-(-2)}{-1-3} = \frac{6}{-4} = -\frac{3}{2}$$

(b) (3, −2) আৰু (7, −2) বিন্দুৰে যোৱা ৰেখাৰ প্ৰৱণতা হ'ব

$$m = \frac{-2-(-2)}{7-3} = \frac{0}{4} = 0$$

(c) (3, −2) আৰু (3, 4) বিন্দুৰে যোৱা ৰেখাৰ প্ৰৱণতা হ'ব

$$m = \frac{4-(-2)}{3-3} = \frac{6}{0},$$ যিটো সংজ্ঞাহীন।

(d) ৰেখাডালৰ নতি হ'ল $\alpha = 60^0$। গতিকে, প্ৰৱণতা হ'ল

$$m = \tan 60^0 = \sqrt{3}$$ ।

10.2.3 *দুডাল ৰেখাৰ মাজৰ কোণ (Angle between two lines)*

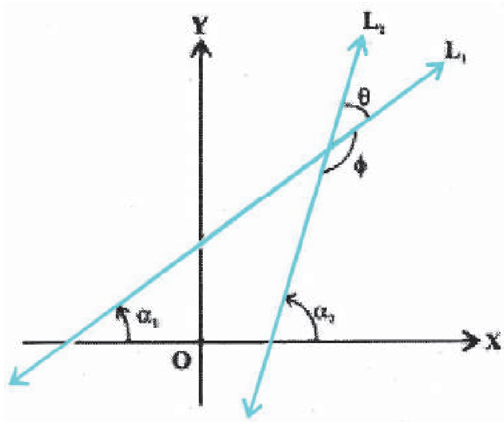
আমি জানো যে সমতলীয় যি কোনো দুডাল সৰল ৰেখা হয় সমান্তৰাল, নহ'লে পৰস্পৰে কটাকটি কৰে। আমি এতিয়া দুডাল ৰেখাৰ মাজৰ কোণৰ মাপ ৰেখা দুডালৰ প্ৰৱণতাত প্ৰকাশ কৰিম।

ধৰাহ'ল উলম্বভাৱে নথকা L_1 আৰু L_2 দুডাল ৰেখাৰ প্ৰৱণতা যথাক্ৰমে m_1, m_2 আৰু নতি যথাক্ৰমে α_1, α_2 ।

গতিকে $m_1 = \tan \alpha_1$, $m_2 = \tan \alpha_2$ ।

আমি জানো যে দুডাল সৰলৰেখাই পৰস্পৰ কটাকটি কৰিলে দুযোৰ পৰস্পৰ মুখামুখি কোণ উৎপন্ন হয় আৰু ইয়াৰ যিকোনো দুটা ওচৰাউচৰি কোণৰ যোগফল 180^0 হয়।

ধৰা হ'ল L_1 আৰু L_2 ৰেখাদুডালৰ মাজৰ ওচৰাউচৰি কোণ দুটা θ আৰু ϕ (চিত্ৰ 10.6)



চিত্ৰ 10.6

$\theta = \alpha_2 - \alpha_1$ আৰু $\alpha_1, \alpha_2 \neq 90^0$

গতিকে, $\tan\theta = \tan(\alpha_2 - \alpha_1) = \dfrac{\tan\alpha_2 - \tan\alpha_1}{1+\tan\alpha_1 \tan\alpha_2}$

বা, $\tan\theta = \dfrac{m_2 - m_1}{1+m_1 m_2}$ (যিহেতু $1+m_1 m_2 \neq 0$)

আৰু $\phi = 180^0 - \theta$

গতিকে, $\tan\phi = \tan(180^0 - \theta) = -\tan\theta = -\dfrac{m_2 - m_1}{1+m_1 m_2}$ (যিহেতু $1+m_1 m_2 \neq 0$)

এতিয়া, দুটা পৰিস্থিতিৰ সৃষ্টি হয় ঃ

ক্ষেত্ৰ I $\dfrac{m_2 - m_1}{1+m_1 m_2}$ ধনাত্মক হ'লে $\tan\theta$ ধনাত্মক আৰু $\tan\phi$ ঋণাত্মক হ'ব। গতিকে θ সূক্ষ্ম কোণ আৰু ϕ স্থূলকোণ হ'ব।

ক্ষেত্ৰ II $\frac{m_2 - m_1}{1+m_1m_2}$ ঋণাত্মক হ'লে, $\tan\theta$ ঋণাত্মক আৰু $\tan\phi$ ধনাত্মক হ'ব। গতিকে θ স্থূলকোণ আৰু ϕ সূক্ষ্মকোণ হ'ব ।

গতিকে, m_1 আৰু m_2 প্ৰৱণতা বিশিষ্ট দুডাল সৰলৰেখা L_1আৰু L_2ৰ মাজৰ সূক্ষ্মকোণ (ধৰা হ'ল θ) ৰ মান নিম্নলিখিত $\tan\theta$ ৰ মানৰ পৰা পোৱা যায় ঃ.

$$\tan\theta = \left|\frac{m_2 - m_1}{1+m_1m_2}\right|,\ 1+m_1m_2 \neq 0 \qquad \ldots(1)$$

আকৌ, $\phi = 180^0 - \theta$ ৰ পৰা স্থূলকোণ (ধৰা হ'ল ϕ) মান পোৱা যায়।

উদাহৰণ 2 দুডাল সৰল ৰেখাৰ মাজৰ কোণটো $\frac{\pi}{4}$ আৰু এডালৰ প্ৰৱণতা $\frac{1}{2}$ হ'লে, আনডালৰ প্ৰৱণতা উলিওৱা।

সমাধান আমি জানো যে m_1, m_2প্ৰৱণতাবিশিষ্ট দুডাল ৰেখাৰ মাজৰ সূক্ষ্মকোণ θ ৰ মান $\tan\theta = \left|\frac{m_2 - m_1}{1+m_1m_2}\right| \ldots(i)$ ৰ পৰা উলিয়াব পাৰি।

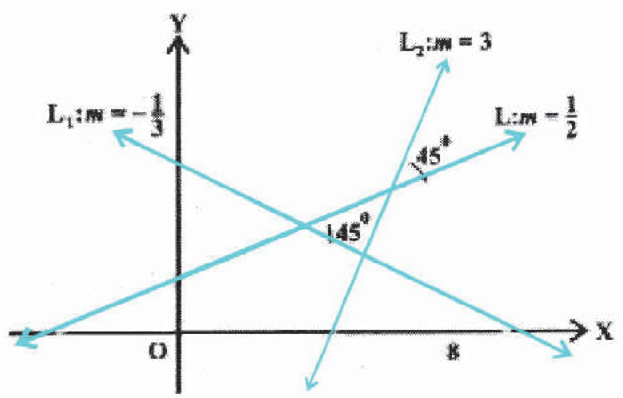
ধৰাহ'ল $m_1 = \frac{1}{2}, m_2 = m$ আৰু $\theta = \frac{\pi}{4}$

এইবোৰৰ মান (i) ত বহুৱাই পোৱা যাব

$$\tan\frac{\pi}{4} = \left|\frac{m - \frac{1}{2}}{1+\frac{1}{2}m}\right| \text{ বা, } 1 = \left|\frac{m - \frac{1}{2}}{1+\frac{1}{2}m}\right|$$

ইয়াৰ পৰা পোৱা যাব $\frac{m-\frac{1}{2}}{1+\frac{1}{2}m} = 1$ বা $-\frac{m-\frac{1}{2}}{1+\frac{1}{2}m} = 1$

গতিকে $m=3$ বা $m = -\frac{1}{3}$ ।



চিত্ৰ 10.7

সেয়েহে, আনডাল ৰেখাৰ প্ৰৱণতা 3 বা $-\frac{1}{3}$ হ'ব। দুটা প্ৰৱণতা হোৱাৰ কাৰণ চিত্ৰ 10.7 ৰ সহায়ত ব্যাখ্যা কৰা হ'ল।

উদাহৰণ 3 (-2,6) আৰু (4,8) বিন্দুৰে যোৱা ৰেখাডাল, (8, 12) আৰু $(x, 24)$ বিন্দুৰে যোৱা ৰেখাডালৰ লম্ব। x ৰ মান উলিওৱাঁ।

সমাধান $(-2, 6)$ আৰু $(4, 8)$ বিন্দুৰে যোৱা ৰেখাডালৰ প্ৰৱণতা হ'ল

$$m_1 = \frac{8-6}{4-(-2)} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

(8, 12) আৰু $(x, 24)$ বিন্দুৰে যোৱা ৰেখাডালৰ প্ৰৱণতা হ'ল

$$m_2 = \frac{24-12}{x-8} = \frac{12}{x-8}$$

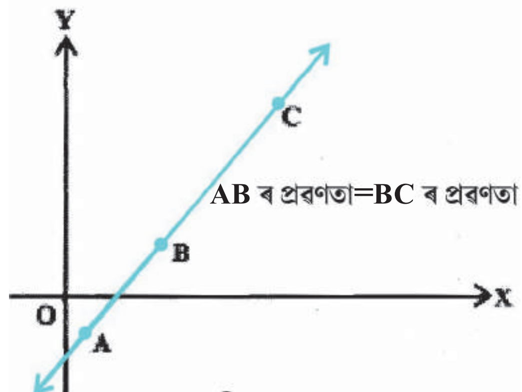
যিহেতু ৰেখা দুডাল পৰস্পৰ লম্ব,

$m_1 m_2 = -1$

বা $\frac{1}{3} \times \frac{12}{x-8} = -1$ গতিকে, $x = 4$

10.2.4 *তিনিটা বিন্দু একৰেখীয় হোৱাৰ চৰ্ত (Collinearity of three points)*

আমি জানো যে দুডাল সমান্তৰাল ৰেখাৰ প্ৰৱণতা সমান। যদি একে প্ৰৱণতা বিশিষ্ট দুডাল ৰেখা এটা নিৰ্দিষ্ট বিন্দুৰে যায়, তেন্তে ৰেখা দুডাল মিলি যাব। গতিকে, xy সমতলত অৱস্থিত তিনিটা বিন্দু A, B আৰু C একৰেখীয় (চিত্ৰ 10.8) হ'ব যদি আৰু যদিহে A B ৰ প্ৰৱণতা=B C ৰ প্ৰৱণতা



চিত্ৰ 10.8

উদাহৰণ 4 $P(h, k)$, $Q(x_1, y_1)$ আৰু $R(x_2, y_2)$ বিন্দুকেইটা একৰেখীয়। দেখুওৱাঁ যে

$(h-x_1)(y_2-y_1)=(k-y_1)(x_2-x_1)$

সমাধান যিহেতু P ,Q আৰু R একৰেখীয়,

PQ ৰ প্ৰৱণতা=QR ৰ প্ৰৱণতা বা $\frac{y_1-k}{x_1-h} = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$

বা $\frac{k-y_1}{h-x_1} = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$

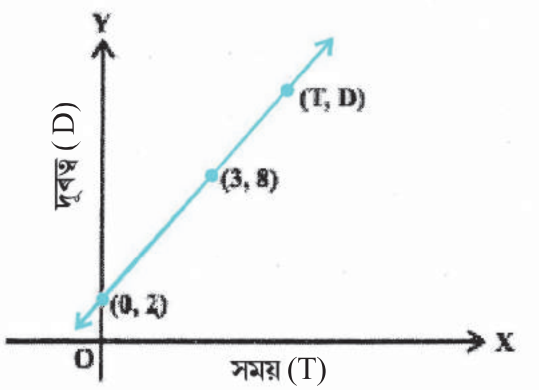
বা $(h-x_1)(y_2-y_1)=(k-y_1)(x_2-x_1)$

উদাহৰণ 5 চিত্ৰ10.9 ত এটা ৰৈখিক গতিৰ সময় আৰু দূৰত্বৰ লেখ দিয়া হৈছে। লেখত সময়-দূৰত্বৰ দুটা অৱস্থান চিহ্নিত কৰা হৈছে; T=0 হ'লে D=2 হয় আৰু T=3 হ'লে D=8 হয়। প্ৰৱণতাৰ ধাৰণা প্ৰয়োগ কৰি গতি সূত্ৰটো, অৰ্থাৎ দূৰত্ব সময়ৰ ওপৰত কেনেকৈ নিৰ্ভৰশীল, নিৰ্ণয় কৰা।

সমাধান ধৰা হ'ল ৰেখাডালৰ ওপৰত (T, D) যিকোনো এটা বিন্দু, য'ত T সময়ত দূৰত্ব হয় D। গতিকে (0, 2), (3, 8) আৰু (T, D) বিন্দুকেইটা একৰেখীয়। সেয়েহে,

$$\frac{8-2}{3-0} = \frac{D-8}{T-3} \quad \text{বা} \quad 6(T-3)=3(D-8)$$

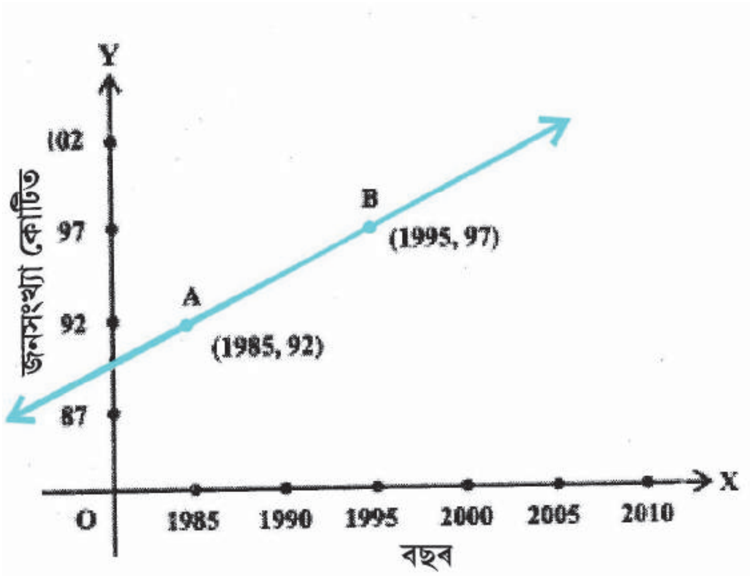
বা, D=2(T+1)। এইটোৱেই নিৰ্ণেয় গতি-সূত্ৰ।



চিত্ৰ 10.9

অনুশীলনী 10.1

1. কাৰ্টেজীয় সমতলত (−4, 5), (0, 7), (5,−5) আৰু (−4,−2) শীৰ্ষবিন্দু বিশিষ্ট বহুভুজটো অংকন কৰাঁ। লগতে, বহুভুজটোৰ কালি নিৰ্ণয় কৰাঁ ।
2. $2a$ বাহুবিশিষ্ট সমবাহু ত্রিভুজ এটাৰ ভূমি Y অক্ষৰ ওপৰত অৱস্থিত আৰু ভূমিৰ মধ্য বিন্দুটো হ'ল মূলবিন্দু। ত্রিভুজটোৰ শীৰ্ষবিন্দু কেইটা উলিওৱাঁ।
3. $P(x_1, y_1)$ আৰু $Q(x_2, y_2)$ বিন্দুৰ মাজৰ দূৰত্ব নিৰ্ণয় কৰাঁ , যদি
   (i) P Q ৰেখা Y অক্ষৰ সমান্তৰাল হয়
   (ii) P Q ৰেখা X অক্ষৰ সমান্তৰাল হয়
4. (7, 6) আৰু (3, 4) বিন্দু দুটাৰ পৰা সমদূৰত্বত থকা X অক্ষৰ ওপৰত অৱস্থিত বিন্দু এটা নিৰ্ণয় কৰাঁ।
5. মূলবিন্দু আৰু P(0, −4), B(8, 0) সংযোগী ৰেখা খণ্ডৰ মধ্যবিন্দুৰ মাজেৰে যোৱা ৰেখাডালৰ প্ৰৱণতা উলিওৱাঁ।
6. পাইথাগোৰাছৰ উপপাদ্য ব্যৱহাৰ নকৰাকৈ দেখুওৱা যে (4, 4) (3, 5) আৰু (−1, −1) বিন্দু তিনিটা এটা সমকোণী ত্রিভুজৰ শীৰ্ষবিন্দু।
7. ঘড়ীৰ কাঁটাৰ বিপৰীতে Y অক্ষৰ ধনাত্মক দিশৰ লগত 30^0 কোণ উৎপন্ন কৰা ৰেখাডালৰ প্ৰৱণতা উলিওৱাঁ।
8. $(x, -1)$, (2, 1) আৰু (4, 5) বিন্দু তিনিটা একৰেখীয় হ'লে, x ৰ মান নিৰ্ণয় কৰাঁ।
9. দূৰত্বৰ সূত্ৰ ব্যৱহাৰ নকৰাকৈ দেখুওৱা যে (−2, −1), (4, 0), (3, 3) আৰু (−3, 2) বিন্দুকেইটা এটা সামান্তৰিকৰ শীৰ্ষবিন্দু।
10. (3, −1) আৰু (4, −2) বিন্দু সংযোগী ৰেখাডাল আৰু X অক্ষৰ মাজৰ কোণ নিৰ্ণয় কৰাঁ।
11. এডাল ৰেখাৰ প্ৰৱণতা আন এডাল ৰেখাৰ প্ৰৱণতাৰ দুগুণ। ৰেখাদুডালৰ মাজৰ কোণটোৰ tangent ৰ মান $\frac{1}{3}$ হ'লে, ৰেখা দুডালৰ প্ৰৱণতা উলিওৱাঁ।
12. এডাল ৰেখা (x_1, y_1) আৰু (h, k) বিন্দুৰে যায়। ৰেখাডালৰ প্ৰৱণতা m হ'লে, দেখুওৱাঁ যে $k - y_1 = m(h - x_1)$
13. (h, o), (a, b) আৰু (o, k) বিন্দুকেইটা একৰেখীয় হ'লে, দেখুওৱাঁ যে $\frac{a}{h} + \frac{b}{k} = 1$।
14. চিত্ৰ 10.10 ত প্ৰদৰ্শিত জনসংখ্যা-বছৰৰ লেখটোৰপৰা ABৰেখাডালৰ প্ৰৱণতা উলিওৱা আৰু ইয়াক ব্যৱহাৰ কৰি, 2010 চনত জনসংখ্যা কিমান হ'ব নিৰ্ণয় কৰাঁ।



চিত্ৰ 10.10

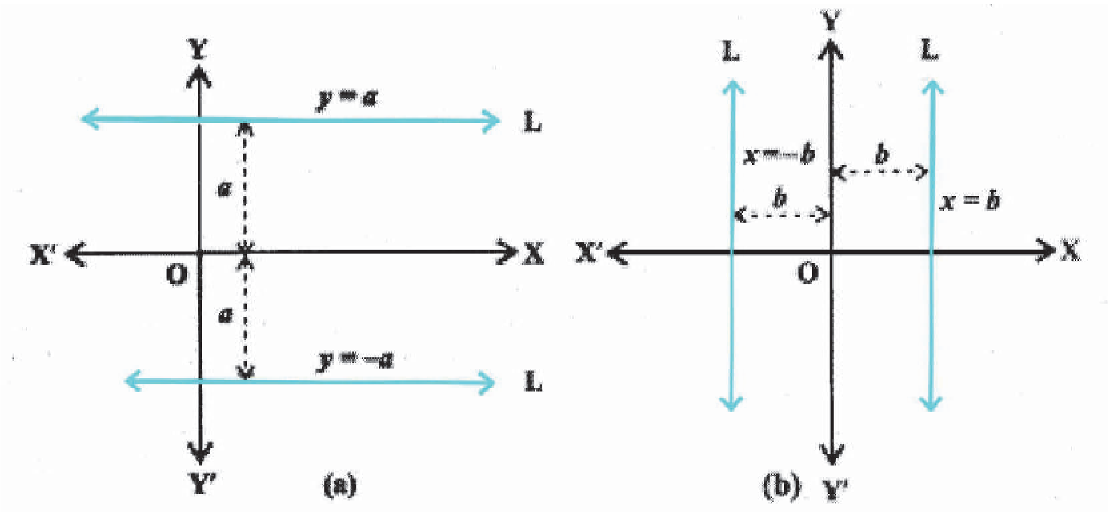
10.3 সৰল ৰেখাৰ বিভিন্ন আহিঁৰ সমীকৰণ (Various forms of the equation of a line)

আমি জানো যে সমতলীয় প্ৰতিডাল সৰল ৰেখা অসীম সংখ্যক বিন্দুৰ সমষ্টি। সৰল ৰেখা আৰু বিন্দুৰ মাজৰ এই সম্পৰ্কটোৱে নিম্নলিখিত সমস্যাটো সমাধানত আমাক সহায় কৰে ঃ

এটা প্ৰদত্ত বিন্দু এডাল প্ৰদত্ত ৰেখাৰ ওপৰত আছে বুলি আমি কেনেকৈ ক'ব পাৰোঁ। ইয়াৰ উত্তৰ এইটো হ'ব পাৰে যে এডাল নিৰ্দিষ্ট ৰেখাৰ ক্ষেত্ৰত , উক্ত ৰেখাৰ ওপৰত থকা বিন্দুবোৰে এটা নিৰ্দিষ্ট চৰ্ত মানি চলে। ধৰা হ'ল XY তলত P(x,y) এটা যি কোনো বিন্দু আৰু L এডাল নিৰ্দিষ্ট ৰেখা। ৰেখাডালৰ সমীকৰণ হিচাপে আমি এনে এটা উক্তি (Statement) অথবা চৰ্ত (condition) গঠন কৰিব বিচাঁৰো যিটো p বিন্দুৰ বাবে সত্য হ'ব যদিহে p বিন্দুটো ৰেখাডালৰ ওপৰত থাকে, অন্যথা মিছা। অৱশ্যে উক্তিটো x, y চলক বিশিষ্ট এটা বীজগণিতীয় সমীকৰণ মাথোন। আমি এতিয়া বিভিন্ন চৰ্ত সাপেক্ষে সৰলৰেখাৰ সমীকৰণৰ বিষয়ে আলোচনা কৰিম।

10.3.1 অনুভূমিক আৰু উলম্বৰেখা (Horizontal and vertical lines)

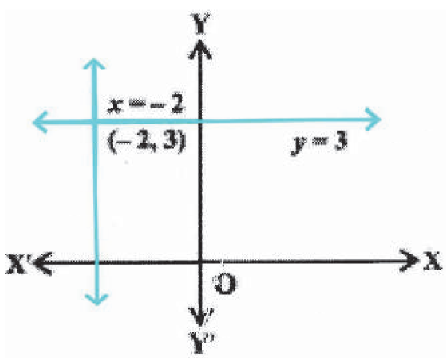
এডাল অনুভূমিক সৰলৰেখা L যদি X অক্ষৰপৰা a দূৰত্বত থাকে, তেনেহ'লে ৰেখাডালৰ ওপৰৰ যিকোনো বিন্দুৰ y স্থানাংক a বা $-a$ হ'ব [চিত্ৰ 10.11(a)]। গতিকে L ৰেখাডালৰ সমীকৰণ হ'ব $y=a$ বা $y=-a$। ৰেখাডালৰ অৱস্থান X অক্ষৰ ওপৰ ফালে হ'লে ধনাত্মক (+) চিন আৰু তলৰ ফালে হ'লে, ঋণাত্মক (–) চিন ল'ব লাগিব। সেইদৰে, y অক্ষৰ পৰা b দূৰত্বত থকা এডাল উলম্ব ৰেখাৰ সমীকৰণ হ'ব $x = b$ বা $x = -b$ [চিত্ৰ 10.11 (b)]।



চিত্ৰ 10.11

উদাহৰণ 6 অক্ষদ্বয়ৰ সমান্তৰালভাৱে (–2,3) বিন্দুৰে যোৱা ৰেখা দুডালৰ সমীকৰণ উলিওৱাঁ

সমাধান ৰেখা দুডালৰ অৱস্থান চিত্ৰ 10.12ত দেখুওৱা হৈছে। X অক্ষৰ সমান্তৰালভাৱে আৰু (–2, 3) বিন্দুৰে যোৱা ৰেখাডালৰ ওপৰৰ প্ৰতিটো বিন্দুৰ y স্থানাংক 3. গতিকে, উক্ত ৰেখাডালৰ সমীকৰণ হ'ব $y = 3$। সেইদৰে, (–2, 3) বিন্দুৰে যোৱা আৰু y অক্ষৰ সমান্তৰাল ৰেখাডালৰ সমীকৰণ হ'ব $x=-2$.



চিত্ৰ 10.12

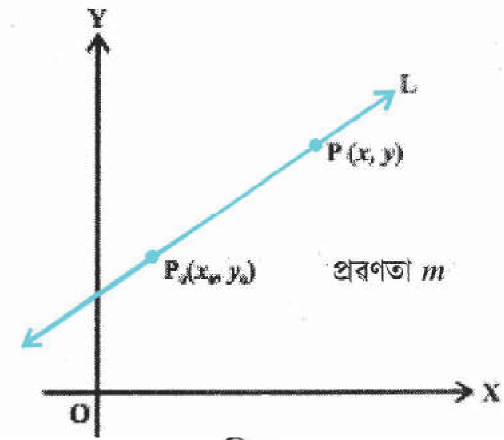
10.3.2 *বিন্দু-প্ৰৱণতা আৰ্হি (Point-slope form)*

ধৰা হ'ল উলম্বভাৱে নথকা এডাল ৰেখা L ৰ ওপৰত $P_o(x_o, y_o)$ এটা নিৰ্দিষ্ট বিন্দু। ৰেখাডালৰ প্ৰৱণতা হ'ল m। ধৰা হ'ল L ৰেখাডালৰ ওপৰত $P(x, y)$ যিকোনো এটা বিন্দু (চিত্ৰ 10.13)।

গতিকে, সংজ্ঞামতে L ৰ প্ৰৱণতা হ'ব

$$m = \frac{y - y_0}{x - x_0} \text{ অৰ্থাৎ, } y - y_o = m\,(x - x_0) \qquad .....(1)$$

যিহেতু $P_o(x_o, y_o)$ বিন্দুটোৰে আৰু L ৰ ওপৰত থকা সকলো বিন্দু (x, y) এ (1) সমীকৰণটো সিদ্ধ কৰে, আৰু স্থানাংক তলত থকা আন কোনো বিন্দুৱে (1) সমীকৰণটো সিদ্ধ নকৰে, গতিকে (1) সমীকৰণটোৱেই L ৰেখাডালৰ সমীকৰণ।



চিত্ৰ 10.13

সেয়েহে, m প্ৰৱণতা বিশিষ্ট আৰু (x_0, y_0) বিন্দুৰে যোৱা ৰেখাডালৰ ওপৰত (x, y) বিন্দুটো থাকে যদি আৰু যদিহে ইয়াৰ স্থানাংকই $y - y_0 = m(x - x_0)$ সমীকৰণটো সিদ্ধ কৰে।

উদাহৰণ 7 -4 প্ৰৱণতা বিশিষ্ট আৰু $(-2, 3)$ বিন্দুৰে যোৱা ৰেখাডালৰ সমীকৰণ উলিওৱাঁ।

সমাধান ইয়াত $m = -4$ আৰু প্ৰদত্ত বিন্দু (x_0, y_0) হ'ল $(-2, 3)$। গতিকে ওপৰৰ বিন্দু- প্ৰৱণতা আৰ্হি (1) সমীকৰণৰ পৰা, প্ৰদত্ত ৰেখাডালৰ সমীকৰণ হ'ব

$y - 3 = -4(x+2)$ বা,

$4x + y + 5 = 0.$

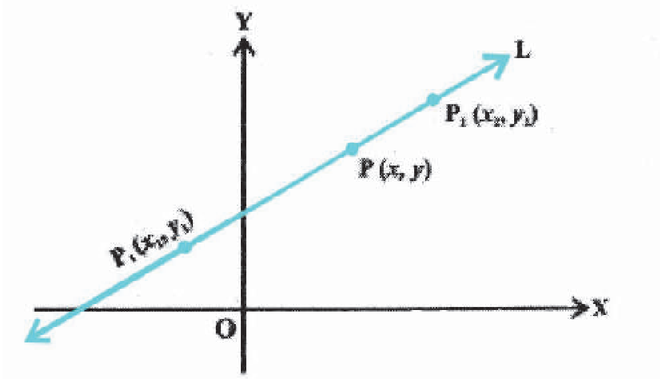
10.3.3 *দুটা-বিন্দু আৰ্হি (Two point form)*

ধৰাহ'ল L ৰেখাডাল $P_1(x_1, y_1)$ আৰু $P_2(x_2, y_2)$ বিন্দু দুটাৰ মাজেৰে যায়। ধৰা হ'ল L ৰেখাডালৰ ওপৰত $P(x,y)$ এটা সাধাৰণ বিন্দু (চিত্ৰ 10.14)।

P_1, P_2 আৰু P বিন্দু তিনিটা একৰেখীয় হোৱা হেতুকে, P_1P ৰ প্ৰৱণতা $= P_1P_2$ ৰ প্ৰৱণতা

$$\text{অৰ্থাৎ } \frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad \text{বা,}$$

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$$



চিত্ৰ 10.14

গতিকে, (x_1, y_1) আৰু (x_2, y_2) বিন্দুৰে যোৱা ৰেখাডালৰ সমীকৰণ হ'ল

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) \qquad .....(2)$$

উদাহৰণ 8 $(1, -1)$ আৰু $(3, 5)$ বিন্দুৰে যোৱা ৰেখাডালৰ সমীকৰণ লিখাঁ।

সমাধান ইয়াত $x_1 = 1, y_1 = -1,\ x_2 = 3$ আৰু $y_2 = 5$। ওপৰৰ দুটা-বিন্দু আৰ্হি (2) ব্যৱহাৰ কৰি ৰেখাডালৰ সমীকৰণ পোৱা যাব

$$y-(-1)=\frac{5-(-1)}{3-1}(x-1)$$

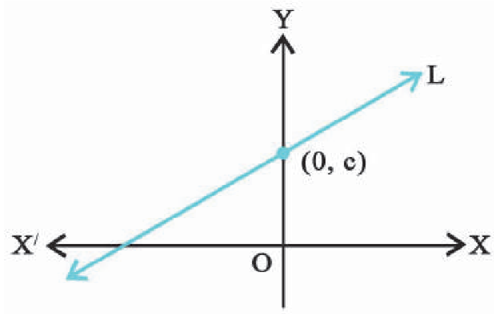
বা, $-3x+y+4=0$. এইটোৱেই নিৰ্ণেয় সমীকৰণ।

10.3.4 *প্ৰৱণতা-ছেদাংশ আৰ্হি (Slope-intercept form)*

কোনো কোনো ক্ষেত্ৰত ৰেখা এডালৰ প্ৰৱণতা আৰু ৰেখাডালে অক্ষ এডালত উৎপন্ন কৰা ছেদাংশ জনা যায়। এতিয়া আমি এনেধৰণৰ ৰেখাৰ সমীকৰণ নিৰ্ণয় কৰিম।

ক্ষেত্ৰ 1 ধৰা হ'ল m প্ৰৱণতা বিশিষ্ট ৰেখা এডালে Y অক্ষক মূলবিন্দুৰপৰা c দূৰত্বত ছেদ কৰে (চিত্ৰ 10.15)। c দূৰত্বক ৰেখাডালৰ y ছেদাংশ বোলা হয়। স্পষ্টতঃৰেখাডালে Y অক্ষক ছেদ কৰা বিন্দুটোৰ স্থানাংক হ'ল (o, c)। গতিকে, বিন্দু-প্ৰৱণতা আৰ্হিৰ সহায়ত L ৰেখাডালৰ সমীকৰণ হ'ব

$$y-c=m(x-0) \quad \text{বা,} \quad y=mx+c$$



চিত্ৰ 10.15

সেয়েহে, m প্ৰৱণতা আৰু y ছেদাংশ c বিশিষ্ট ৰেখাৰ ওপৰত (x, y) বিন্দুটো থাকে যদি আৰু যদিহে $y=mx+c$ ...(3)

মন কৰিব লগা যে ছেদাংশ Y অক্ষৰ ধনাত্মক বা ঋণাত্মক দিশত উৎপন্ন কৰা সাপেক্ষে c ৰ মান যথাক্ৰমে ধনাত্মক বা ঋণাত্মক হ'ব।

ক্ষেত্ৰ II ধৰা হ'ল m প্ৰৱণতা বিশিষ্ট L ৰেখাডালৰ x ছেদাংশ d . তেতিয়া Lৰ সমীকৰণ হ'ব $y=m(x-d)$ ....(4)
ক্ষেত্ৰ 1 ত উলিওৱা ধৰণে ছাত্ৰ-ছাত্ৰীসকলে নিজেই এই সমীকৰণটো উলিয়াব পাৰিব।

উদাহৰণ 9 ৰেখাৰ নতি θ আৰু $\tan\theta=\frac{1}{2}$। এই চৰ্ত সাপেক্ষে নিম্নপ্ৰদত্ত ছেদাংশ বিশিষ্ট ৰেখাৰ সমীকৰণ উলিওৱাঁ। (i) y-ছেদাংশ $-\frac{3}{2}$ (ii) x-ছেদাংশ 4

সমাধান (i) ৰেখাডালৰ প্ৰৱণতা $m=\tan\theta=\frac{1}{2}$ আৰু y ছেদাংশ $c=-\frac{3}{2}$।

গতিকে প্ৰৱণতা-ছেদাংশ আৰ্হি (3)ৰ সহায়ত, ৰেখাডালৰ সমীকৰণ হ'ব

$$y=\frac{1}{2}x-\frac{3}{2} \quad \text{বা} \quad 2y-x+3=0$$

(ii) ৰেখাডালৰ প্ৰৱণতা $m=\tan\theta=\frac{1}{2}$ আৰু $d=4$.

গতিকে প্ৰৱণতা ছেদাংশ আৰ্হি (4) ৰ সহায়ত, ৰেখাডালৰ সমীকৰণ হ'ব

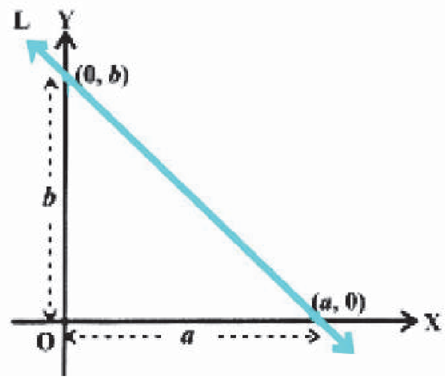
$$y=\frac{1}{2}(x-4) \quad \text{বা} \quad 2y-x+4=0$$

10.3.5 ছেদাংশ-আৰ্হি *(Intercept-form)*

ধৰা হ'ল L ৰেখাডালে অক্ষদ্বয়ত x ছেদাংশ a আৰু y ছেদাংশ b উৎপন্ন কৰে। স্পষ্টতঃ, L-এ x- অক্ষক (a, o) আৰু y অক্ষক $(0, b)$ বিন্দুত ছেদ কৰে (চিত্ৰ 10.16)। দুটা বিন্দু আৰ্হিৰ সৰলৰেখাৰ সমীকৰণৰ সহায়ত পোৱা যাব,

$$y-0=\frac{b-0}{0-a}(x-a) \quad \text{বা} \quad ay=-bx+ab$$

অৰ্থাৎ, $$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$$



চিত্ৰ 10.16

সেয়েহে, X আৰু Y অক্ষত যথাক্ৰমে a আৰু b ছেদাংশ উৎপন্ন কৰা ৰেখাডালৰ সমীকৰণ হ'ল

$$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1 \qquad \ldots(5)$$

উদাহৰণ 10 X আৰু Y অক্ষত যথাক্ৰমে -3 আৰু (2) ছেদাংশ উৎপন্ন কৰা ৰেখাডালৰ সমীকৰণ উলিওৱাঁ

সমাধান ইয়াত $a=-3$ আৰু $b=2$।

ছেদাংশ আৰ্হি (5) ৰ সহায়ত, ৰেখাডালৰ সমীকৰণটো হ'ব

$$\frac{x}{-3}+\frac{y}{2}=1 \text{ বা, } 2x-3y+6=0$$

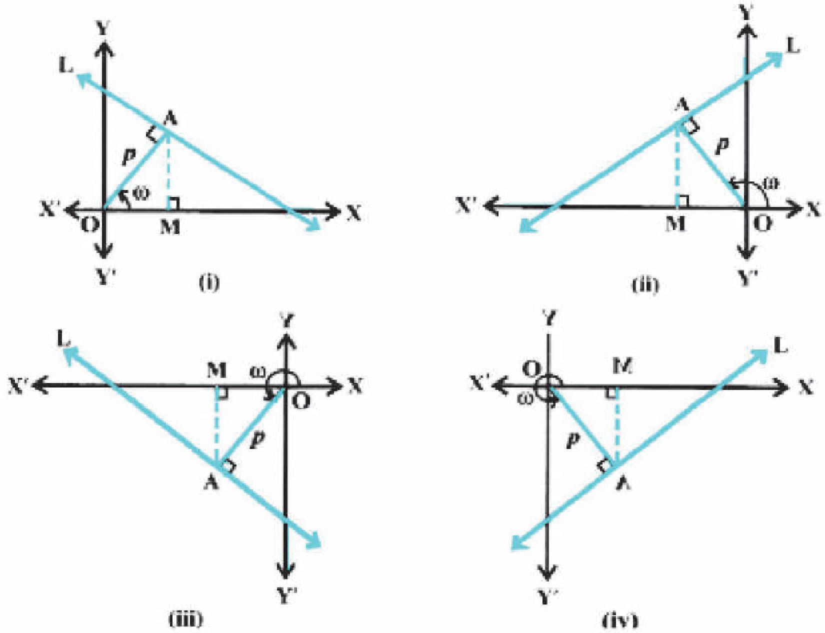
10.3.6 অভিলম্ব আৰ্হি *(Normal form)*

ধৰা হ'ল উলম্বভাৱে নথকা ৰেখা এডাল সম্পৰ্কে নিম্নলিখিত তথ্যখিনি আমি জানো ঃ

(i) মূল বিন্দুৰপৰা ৰেখাডাললৈ অংকন কৰা লম্ব (normal) ৰ দীঘ, আৰু

(ii) লম্বডালে X অক্ষৰ ধনাত্মক দিশৰ লগত গঠন কৰা কোণ।

ধৰা হ'ল L ৰেখাডাললৈ মূলবিন্দুৰপৰা অংকন কৰা লম্বৰ দীঘ OA=p, আৰু ধনাত্মকX অক্ষৰ লগত OA ৰেখাই গঠন কৰা কোণ, $\angle XOA=\omega$. কাৰ্টেজীয় সমতলত L ৰেখাডালৰ সম্ভৱপৰ অৱস্থানসমূহ চিত্ৰ 10.17 ত দেখুওৱা হৈছে। এতিয়া আমাৰ উদ্দেশ্য হ'ল L ৰ প্ৰৱণতা আৰু ইয়াৰ ওপৰত থকা বিন্দু এটা নিৰ্ণয় কৰা। প্ৰতিটো ক্ষেত্ৰতে X অক্ষৰ ওপৰত AM লম্ব টনা হ'ল।



চিত্ৰ 10.17

প্ৰতিটো ক্ষেত্ৰতে পোৱা যাব, $OM = p\cos\omega$ আৰু $MA = p\sin\omega$।
গতিকে A বিন্দুৰ স্থানাংক হ'ল $(p\cos\omega, p\sin\omega)$.

তদুপৰি, L ৰেখাডাল OA ৰ লম্ব। গতিকে,

$$\text{L ৰ প্ৰৱণতা} = -\frac{1}{\text{OA ৰ প্ৰৱণতা}} = -\frac{1}{\tan\omega} = -\frac{\cos\omega}{\sin\omega}$$

গতিকে L ৰেখাডালৰ প্ৰৱণতা $-\dfrac{\cos\omega}{\sin\omega}$ আৰু $(p\cos\omega, p\sin\omega)$ বিন্দুটো ইয়াৰ ওপৰত অৱস্থিত। সেয়েহে, বিন্দু প্ৰৱণতা আৰ্হি ব্যৱহাৰ কৰি L ৰেখাডালৰ সমীকৰণ পোৱা যাব $y - p\sin\omega = -\dfrac{\cos\omega}{\sin\omega}(x - p\cos\omega)$ বা,

$$x\cos\omega + y\sin\omega = p(\sin^2\omega + \cos^2\omega)$$

বা, $x\cos\omega + y\sin\omega = p$

গতিকে, মূলবিন্দুৰপৰা লম্ব-দূৰত্ব p হ'লে আৰু উক্ত লম্বই X অক্ষৰ ধনাত্মক দিশৰ লগত কৰা কোণটো ω হ'লে, ৰেখাডালৰ সমীকৰণ হয়

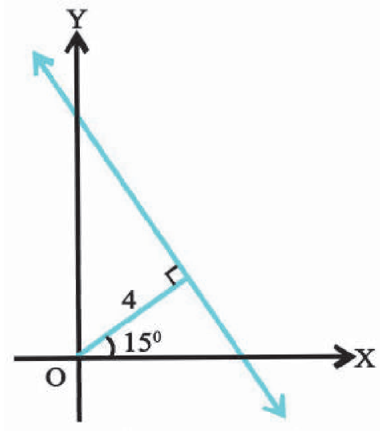
$$x\cos\omega + y\sin\omega = p \qquad \ldots(6)$$

উদাহৰণ 11 মূলবিন্দুৰপৰা এডাল ৰেখালৈ টনা লম্বৰ দীঘ 4 একক আৰু উক্ত লম্বই ধনাত্মক x অক্ষৰ লগত 15^0 কোণ কৰে। ৰেখাডালৰ সমীকৰণ উলিওৱাঁ।

সমাধান ইয়াত $p=4$ আৰু $\omega = 15^0$

এতিয়া $\cos 15^0 = \dfrac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}$

আৰু $\sin 15^0 = \dfrac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}$ (কিয়?)



চিত্ৰ 10.18

অভিলম্ব আৰ্হি (6) ৰ সহায়ত ৰেখাডালৰ সমীকৰণ হ'ব

$x\cos 15^0 + y\sin 15^0 = 4$

বা $\dfrac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}x + \dfrac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}y = 4$

বা $(\sqrt{3}+1)x + (\sqrt{3}-1)y = 8\sqrt{2}$, এইটোৱেই নিৰ্ণেয় সমীকৰণ।

উদাহৰণ 12 ফাৰেনহাইট (Fahrenheit) উষ্ণতা F আৰু পৰম (absolute) উষ্ণতা K, এই ৰাশি দুটাই এটা ৰৈখিক সমীকৰণ সিদ্ধ কৰে। দিয়া আছে যে F=32 হ'লে, K=273 হয় আৰু F =212 হ'লে, K=373 হয়। K ক F ত প্ৰকাশ কৰা আৰু K=0 হ'লে, F ৰ মান নিৰ্ণয় কৰাঁ।

সমাধান F ক X অক্ষৰ দিশত আৰু K ক Y অক্ষৰ দিশত ল'লে, KY তলত দুটা বিন্দু, (32, 273) আৰু (212, 373) পোৱা যায়। দুটা বিন্দু আৰ্হিৰ সহায়ত (F, K) বিন্দুৱে সিদ্ধ কৰা সমীকৰণটো হ'ব

$$K - 273 = \frac{373-273}{212-32}(F-32) \quad \text{বা} \quad K - 273 = \frac{100}{180}(F-32)$$

বা $$K=\frac{5}{9}(F-32)+273 \quad \ldots (1)$$

এইটোৱেই নিৰ্ণেয় সম্পৰ্ক।

K =0 হ'লে, (1) ৰ পৰা পোৱা যাব

$$0=\frac{5}{9}(F-32)+273 \text{ বা, } F-32=-\frac{273\times 9}{5}=-491.4 \text{ বা, } F=-459.4$$

বিকল্প পদ্ধতি ঃ আমি জানো যে সৰলৰেখাৰ আটাইতকৈ সৰল সমীকৰণটো হ'ল $y=mx+c$ আকৌ F-ক X-অক্ষৰ দিশত আৰু K-ক Y-অক্ষৰ দিশত ল'লে, সমীকৰণটো হ'ব

$$K=mF+C \quad \ldots(1)$$

(32, 273) আৰু (212, 373) বিন্দু দুটাই (1) সমীকৰণ সিদ্ধ কৰে। গতিকে,

$$273=32m+c \quad \ldots(2)$$

আৰু $$373=212m+c \quad \ldots(3)$$

(2) আৰু (3) সমাধা কৰি পোৱা যায়,

$$m=\frac{5}{9} \text{ আৰু } c=\frac{2297}{9}$$

m আৰু c ৰ মান (1) ত বহুৱাই পোৱা যায়,

$$K=\frac{5}{9}F+\frac{2297}{9} \quad \ldots\ldots (4)$$

এইটোৱেই নিৰ্ণেয় সম্পৰ্ক। K=0 হ'লে, (4) ৰ পৰা পোৱা যাব $F=-459.4$

টোকা আমি জানো যে $y=mx+c$ সমীকৰণটোত দুটা ধ্ৰুৱক m আৰু c আছে। এই ধ্ৰুৱক দুটাৰ মান নিৰ্ণয়ৰ বাবে ৰেখাডালৰ সমীকৰণে সিদ্ধ কৰা দুটা চৰ্তৰ প্ৰয়োজন। সেয়েহে, ওপৰৰ উদাহৰণবোৰত ৰেখা এডালৰ সমীকৰণ নিৰ্ণয়ৰ বাবে দুটা চৰ্ত দিয়া আছে।

অনুশীলনী 10.2

অনুশীলনী 1 ৰ পৰা 8 লৈ প্ৰদত্ত চৰ্ত সাপেক্ষে সৰলৰেখাৰ সমীকৰণ উলিওৱাঁ ঃ

1. X-অক্ষ আৰু Y-অক্ষৰ সমীকৰণ।
2. (–4, 3) বিন্দুৰে যোৱা আৰু $\frac{1}{2}$ প্ৰৱণতাৰ ৰেখাৰ সমীকৰণ।
3. m প্ৰৱণতাৰ, (0, 0) ৰে যোৱা ৰেখাৰ সমীকৰণ।
4. X-অক্ষৰ লগত 75^0 কোণ কৰা আৰু $(2,\ 2\sqrt{3})$ বিন্দুৰে যোৱা ৰেখাৰ সমীকৰণ।
5. X-অক্ষক মূলবিন্দুৰ বাওঁফালে 3 একক দূৰত্বত ছেদ কৰা আৰু –2 প্ৰৱণতা বিশিষ্ট ৰেখাৰ সমীকৰণ।
6. Y-অক্ষক মূলবিন্দুৰ ওপৰৰ ফালে 2 একক দূৰত্বত ছেদ কৰা আৰু X-অক্ষৰ ধনাত্মক দিশৰ লগত 30^0 কোণ কৰা ৰেখাৰ সমীকৰণ।
7. (–1, 1) আৰু (2, –4) বিন্দুৰে যোৱা ৰেখাৰ সমীকৰণ।

8. মূলবিন্দুৰ পৰা লম্ব-দূৰত্ব 5 একক আৰু লম্বই X-অক্ষৰ ধনাত্মক দিশৰ লগত কৰা কোণ 30^0।
9. Δ PQR ৰ শীৰ্ষবিন্দু হ'ল P (2, 1), Q (−2, 3) আৰু R (4, 5). R শীৰ্ষবিন্দুৰে অংকন কৰা মাধ্যিকাৰ সমীকৰণ উলিওৱাঁ।
10. (−3, 5) বিন্দুগামী আৰু (2, 5), (−3, 6) বিন্দু সংযোগী ৰেখাৰ লম্বভাৱে থকা ৰেখাৰ সমীকৰণ উলিওৱাঁ।
11. এডাল সৰলৰেখাৰ (1, 0) আৰু (2, 3) বিন্দু সংযোগী ৰেখাখণ্ড লম্বভাৱে আছে আৰু ই ৰেখাখণ্ডডালক $1:n$ অনুপাতত বিভক্ত কৰে। ৰেখাডালৰ সমীকৰণ উলিওৱাঁ।
12. স্থানাংক অক্ষদ্বয়ৰ লগত সমান ছেদাংশ উৎপন্ন কৰা আৰু (2, 3) বিন্দুৰে যোৱা ৰেখাডালৰ সমীকৰণ উলিওৱাঁ।
13. অক্ষদ্বয়ৰ লগত উৎপন্ন কৰা ছেদাংশৰ যোগফল 9 হ'লে, (2, 2) বিন্দুৰে যোৱা ৰেখাৰ সমীকৰণ উলিওৱাঁ।
14. (0, 2) বিন্দুৰে যোৱা আৰু ধনাত্মক X-অক্ষৰ লগত $\frac{2\pi}{3}$ কোণ উৎপন্ন কৰা ৰেখাৰ সমীকৰণ উলিওৱাঁ। লগতে, এই ৰেখাডালৰ সমান্তৰাল আৰু Y-অক্ষক মূল বিন্দুৰ তলৰ ফালে 2 একক দূৰত্বত ছেদ কৰা ৰেখাডালৰ সমীকৰণ উলিওৱাঁ।
15. মূল বিন্দুৰ পৰা অংকন কৰা লম্বই ৰেখা এডালক (−2, 9) বিন্দুত ছেদ কৰে। ৰেখাডালৰ সমীকৰণ উলিওৱাঁ।
16. তাম্ৰ দণ্ড এডালৰ দীঘ L (চেমিত) দণ্ডডালৰ ছেলছিয়াছ উষ্ণতা C ৰ এটা ৰৈখিক ফলন। এটা প্ৰয়োগ (experiment)ত C=20 হ'লে, L=124.942 আৰু C=110 হ'লে, L=125.134 হয়। C ৰ ৰূপত L প্ৰকাশ কৰাঁ।
17. দুগ্ধ ব্যৱসায়ী এজনে প্ৰতি সপ্তাহত লিটাৰে প্ৰতি 14 টকা দৰত 980 লিটাৰ আৰু প্ৰতি সপ্তাহত লিটাৰে প্ৰতি 16 টকা দৰত 1220 লিটাৰ গাখীৰ বেচিব পাৰে। বিক্ৰী আৰু চাহিদাৰ মাজত এটা ৰৈখিক সম্পৰ্ক আছে বুলি ধৰি লৈ, ব্যৱসায়ীজনে লিটাৰত 17 টকা দৰত প্ৰতি সপ্তাহে কিমান গাখীৰ বেচিব পাৰে নিৰ্ণয় কৰাঁ।
18. অক্ষদ্বয়ৰ মাজত থকা ৰেখাখণ্ড এটাৰ মধ্যবিন্দু P(a, b) হ'লে, দেখুওৱাঁ যে ৰেখাডালৰ সমীকৰণ হ'ব $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=2$।
19. অক্ষদ্বয়ৰ মাজত থকা ৰেখাখণ্ড এটাক R (h, k) বিন্দুৰে 1:2 অনুপাতত বিভক্ত কৰে। ৰেখাডালৰ সমীকৰণ উলিওৱাঁ।
20. সৰলৰেখাৰ সমীকৰণৰ ধাৰণা প্ৰয়োগ কৰি প্ৰমাণ কৰাঁ যে (3, 0), (−2, −2) আৰু (8, 2) বিন্দুকেইটা একৰেখীয়।

10.4 সৰল ৰেখাৰ সাধাৰণ সমীকৰণ (General Equation of a Line)

আগৰ শ্ৰেণীত আমি দুটা চলকৰ প্ৰথম ঘাতৰ সাধাৰণ সমীকৰণ পঢ়ি আহিছো। এই সমীকৰণটো হ'ল $Ax+By+C=0$ য'ত A, B আৰু C ধ্ৰুৱক; আৰু A, B একেলগে শূন্য হ'ব নোৱাৰে। এই সমীকৰণটোৰ লেখ সদায় এডাল সৰলৰেখা হয়। সেয়েহে, A আৰু B একেলগে শূন্য নোহোৱা $Ax+By+C=0$ সমীকৰণটোক **সাধাৰণ ৰৈখিক সমীকৰণ** (general linear equation) **বা সৰল ৰেখাৰ সাধাৰণ সমীকৰণ** (general equation of a line) **বোলা হয়।**

10.4.1 $\mathbf{Ax+By+C=0}$ৰ বিভিন্ন আৰ্হি (Different forms of $\mathbf{Ax+By+C=0}$)ঃ

সৰলৰেখাৰ সাধাৰণ সমীকৰণটো নিম্নলিখিত ধৰণে বিভিন্ন আৰ্হিলৈ পৰিৱৰ্তন কৰিব পাৰি ঃ

(a) প্ৰৱণতা-ছেদাংশ আৰ্হি ধৰা হ'ল $B \neq 0$, তেতিয়া $Ax+By+C=0$ সমীকৰণটো নিম্নলিখিত ধৰণে প্ৰকাশ কৰিব পাৰি ঃ

$$y = -\frac{A}{B}x - \frac{C}{B} \text{ বা } y = mx + c \qquad ...(1)$$

য'ত $m = -\frac{A}{B}$ আৰু $c = -\frac{C}{B}$

আমি জানো যে (1) সমীকৰণটো সৰলৰেখাৰ প্ৰৱণতা-ছেদাংশ আৰ্হিৰ সমীকৰণ, প্ৰৱণতা হ'ল $-\frac{A}{B}$ আৰু Y-ছেদাংশ হ'ল $-\frac{C}{B}$.

B=0 হ'লে, $x = -\frac{C}{A}$ আৰু এইটো এডাল উলম্ব ৰেখাৰ সমীকৰণ যাৰ প্ৰৱণতা সংজ্ঞাহীন আৰু X-ছেদাংশ হ'ল $-\frac{C}{A}$.

(b) ছেদাংশ আৰ্হি ধৰা হ'ল, $C \neq 0$, তেতিয়া $Ax + By + C = 0$ সমীকৰণটো নিম্নলিখিত ধৰণে প্ৰকাশ কৰিব পাৰি ঃ

$$\frac{x}{-\frac{C}{A}} + \frac{y}{-\frac{C}{B}} = 1 \text{ বা } \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1 \qquad ... (2)$$

য'ত $a = -\frac{C}{A}$ আৰু $b = -\frac{C}{B}$.

আমি জানো যে (2) সমীকৰণটো সৰল ৰেখাৰ ছেদাংশ আৰ্হিৰ সমীকৰণ, X-ছেদাংশ হ'ল $-\frac{C}{A}$ আৰু Y-ছেদাংশ হ'ল $-\frac{C}{B}$.

C=0 হ'লে, $Ax + By + C = 0$ সমীকৰণটো হ'ব $Ax + By = 0$, যিয়ে মূল বিন্দুৰে যোৱা ৰেখাৰ সমীকৰণ বুজায় আৰু সেয়েহে এইক্ষেত্ৰত অক্ষদ্বয়ৰ ছেদাংশ শূন্য।

(c) অভিলম্ব-আৰ্হি ধৰা হ'ল $Ax + By + C = 0$ বা $Ax + By = -C$ সমীকৰণে নিৰ্ধাৰণ কৰা ৰেখাডালৰ অভিলম্ব-আৰ্হিৰ সমীকৰণ $x \cos\omega + y \sin\omega = p$ । ফলত, দুয়োটা সমীকৰণ একে আৰু সেয়েহে,

$$\frac{A}{\cos\omega} = \frac{B}{\sin\omega} = -\frac{C}{\rho} \qquad ...(1)$$

(1) ৰ পৰা পোৱা যায়, $\cos\omega = -\frac{Ap}{C}$, $sin\omega = -\frac{Bp}{C}$

এতিয়া $\sin^2\omega + \cos^2\omega = 1$

বা, $$\left(-\frac{Ap}{C}\right)^2 + \left(-\frac{Bp}{C}\right)^2 = 1$$

বা, $p^2 = \frac{C^2}{A^2+B^2}$ বা, $p = \pm\frac{C}{\sqrt{A^2+B^2}}$

গতিকে $\cos\omega = \pm\frac{A}{\sqrt{A^2+B^2}}$ আৰু $\sin\omega = \pm\frac{B}{\sqrt{A^2+B^2}}$

এইদৰে, $Ax + By + C = 0$ সমীকৰণটোৰ অভিলম্ব-আৰ্হিৰ সমীকৰণ হ'ল

$$x\cos\omega + y\sin\omega = p$$

য'ত $\cos\omega = \pm\frac{A}{\sqrt{A^2+B^2}}$, $\sin\omega = \pm\frac{B}{\sqrt{A^2+B^2}}$ আৰু $p = \pm\frac{C}{\sqrt{A^2+B^2}}$

p ধনাত্মক হোৱাকৈ চিনৰ উপযুক্ত বাছনি কৰিব লাগে।

উদাহৰণ 13 ৰেখা এডালৰ সমীকৰণ হ'ল $3x-4y+10=0$। (i) প্ৰৱণতা আৰু (ii) x-আৰু y-ছেদাংশ নিৰ্ণয় কৰাঁ।

সমাধান (i) $3x-4y+10=0$ সমীকৰণটো নিম্নলিখিত ধৰণে প্ৰকাশ কৰিব পাৰি ঃ

$$y = \frac{3}{4}x + \frac{5}{2} \qquad \ldots (1)$$

(1) ক $y=mx+c$ ৰ লগত তুলনা কৰি আমি পাওঁ $m = \frac{3}{4}$

(ii) $3x-4y+10=0$ সমীকৰণটো নিম্নলিখিত ধৰণে প্ৰকাশ কৰিব পাৰি

$$3x - 4y = -10 \text{ বা } \frac{x}{-\frac{10}{3}} + \frac{y}{\frac{5}{2}} = 1 \qquad \ldots (2)$$

(2) ক $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ ৰ লগত তুলনা কৰি পোৱা যাব, x-ছেদাংশ $a = -\frac{10}{3}$ আৰু y-ছেদাংশ $b = \frac{5}{2}$।

উদাহৰণ 14 $\sqrt{3}x + y - 8 = 0$ সমীকৰণটো অভিলম্ব আৰ্হিত প্ৰকাশ কৰাঁ। p আৰু ω ৰ মান উলিওৱাঁ।

সমাধান প্ৰদত্ত সমীকৰণটো হ'ল

$$\sqrt{3}x + y - 8 = 0 \qquad \ldots (1)$$

(1) ক $\sqrt{(\sqrt{3})^2 + (1)^2} = 2$ ৰে হৰণ কৰি পোৱা যায়,

$$\frac{\sqrt{3}}{2}x + \frac{1}{2}y = 4 \text{ বা } x\cos 30^0 + y\sin 30^0 = 4 \qquad \ldots (2)$$

(2) ক $x\cos\omega + y\sin\omega = p$ ৰ লগত তুলনা কৰি পোৱা যায়, $p = 4$ আৰু $\omega = 30^0$

উদাহৰণ 15 $y-\sqrt{3}x-5=0$ আৰু $\sqrt{3}\,y-x+6=0$ ৰেখা দুডালৰ মাজৰ কোণ উলিওৱা।

সমাধান প্ৰদত্ত ৰেখা দুডাল হ'ল

$$y-\sqrt{3}x-5=0 \text{ বা, } y=\sqrt{3}x+5 \qquad \ldots (1)$$

আৰু

$$\sqrt{3}y-x+6=0 \text{ বা, } y=\frac{1}{\sqrt{3}}x-2\sqrt{3} \qquad \ldots (2)$$

(1) ৰেখাডালৰ প্ৰৱণতা $m_1=\sqrt{3}$ আৰু (2) ৰেখাডালৰ প্ৰৱণতা $m_2=\frac{1}{\sqrt{3}}$ । ৰেখা দুডালৰ মাজৰ সূক্ষ্ম কোণ (ধৰা) θ হ'লে,

$$\tan\theta=\left|\frac{m_2-m_1}{1+m_1m_2}\right| \qquad \ldots (3)$$

(3) ত m_1, m_2 ৰ মান বহুৱাই পোৱা যাব,

$$\tan\theta=\left|\frac{\frac{1}{\sqrt{3}}-\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}\times\frac{1}{\sqrt{3}}}\right|=\left|\frac{1-3}{2\sqrt{3}}\right|=\frac{1}{\sqrt{3}}$$

বা, $\theta=30^0$. গতিকে ৰেখা দুডালৰ মাজৰ কোণ হ'ব 30^0 বা $180^0-30^0=150^0$

উদাহৰণ 16 দেখুওৱাঁ যে $a_1x+b_1y+c_1=0,\ b_1\neq 0$ আৰু $a_2x+b_2y+c_2=0,\ b_2\neq 0$ ৰেখা দুডাল

(i) সমান্তৰাল, যদি $\frac{a_1}{b_1}=\frac{a_2}{b_2}$ (ii) লম্ব, যদি $a_1a_2+b_1b_2=0$

সমাধান প্ৰদত্ত ৰেখা দুডাল তলৰ ধৰণে লিখিব পাৰি।

$$y=-\frac{a_1}{b_1}x-\frac{c_1}{b_1} \qquad \ldots (1)$$

আৰু

$$y=-\frac{a_2}{b_2}x-\frac{c_2}{b_2} \qquad \ldots (2)$$

(1) আৰু (2) ৰেখা দুডালৰ প্ৰৱণতা যথাক্ৰমে হ'ব $m_1=-\frac{a_1}{b_1}$ আৰু $m_2=-\frac{a_2}{b_2}$

(i) ৰেখা দুডাল সমান্তৰাল হ'ব, যদি $m_1=m_2$

বা, $-\frac{a_1}{b_1}=-\frac{a_2}{b_2}$ বা, $\frac{a_1}{b_1}=\frac{a_2}{b_2}$ ।

(ii) ৰেখা দুডাল লম্ব হ'ব, যদি $m_1 m_2 = -1$

বা, $\frac{a_1}{b_1} \cdot \frac{a_2}{b_2} = -1$ বা, $a_1 a_2 + b_1 b_2 = 0$

উদাহৰণ 17 $(1, -2)$ বিন্দুৰে যোৱা আৰু $x - 2y + 3 = 0$ ৰেখাডালৰ লম্বভাৱে থকা ৰেখাৰ সমীকৰণ উলিওৱাঁ।

সমাধান প্ৰদত্ত ৰেখাডালক তলৰ ধৰণে লিখিব পাৰি।

$$y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2} \qquad \ldots(1)$$

(1) ৰেখাৰ প্ৰৱণতা হ'ল $m_1 = \frac{1}{2}$ । গতিকে লম্বৰেখাডালৰ প্ৰৱণতা হ'ব

$$m_2 = -\frac{1}{m_1} = -2$$

-2 প্ৰৱণতা বিশিষ্ট, $(1, -2)$ বিন্দুগামী ৰেখাডালৰ সমীকৰণ হ'ব

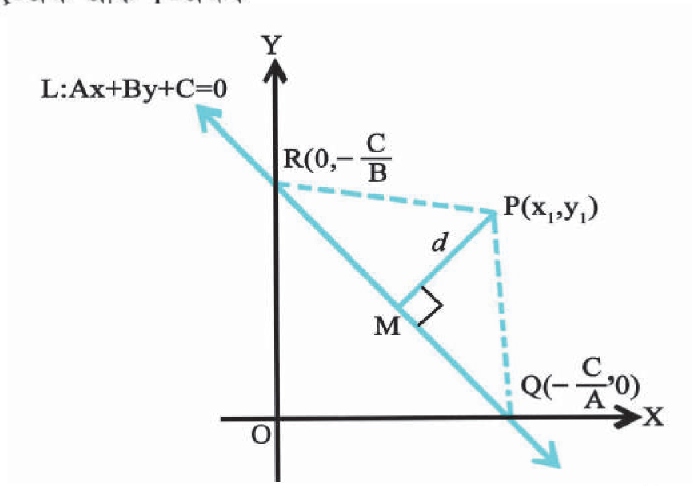
$$y - (-2) = -2(x - 1) \text{ বা, } y = -2x,$$

এইটোৱেই নিৰ্ণেয় সমীকৰণ।

10.5 *এটা বিন্দুৰ এডাল ৰেখাৰপৰা দূৰত্ব* (*Distance of a Point From a Line*)

এডাল ৰেখাৰপৰা এটা বিন্দুৰ দূৰত্ব হ'ল বিন্দুটোৰ পৰা ৰেখাডাললৈ টনা লম্বডালৰ দীঘ। ধৰা হ'ল L ৰেখাডালৰ সমীকৰণ $Ax + By + C = 0$ আৰু ৰেখাডাললৈ $P(x_1, y_1)$ বিন্দুৰ দূৰত্ব d. P বিন্দুৰপৰা L ৰেখালৈ PM লম্ব টনা হ'ল (চিত্ৰ 10.19)।

যদি ৰেখাডালে X-অক্ষ আৰু Y-অক্ষক



চিত্ৰ 10.19

Q আৰু R বিন্দুত ছেদ কৰে, তেনেহ'লে বিন্দু দুটা হ'ব $Q\left(-\frac{C}{A}, 0\right)$ আৰু $R\left(0, -\frac{C}{B}\right)$।

গতিকে ত্ৰিভুজ PQR ৰ কালি হ'ব,

কালি $(\Delta PQR) = \frac{1}{2} PM.QR$ । ইয়াৰপৰা পোৱা যাব $PM = \frac{2 \times \text{কালি}(\Delta PQR)}{QR}$ ... (1)

আকৌ, কালি $(\Delta PQR) = \frac{1}{2}\left| x_1\left(0+\frac{C}{B}\right) + \left(-\frac{C}{A}\right)\left(-\frac{C}{B} - y_1\right) + 0(y_1 - 0)\right|$

$$= \frac{1}{2}\left|\frac{C}{B}x_1 + \frac{C}{A}y_1 + \frac{C^2}{AB}\right|$$

বা, $2 \times \text{কালি } (\Delta PQR) = \left|\frac{C}{AB}\right| . \left|Ax_1 + By_1 + C\right|$

লগতে, $QR = \sqrt{\left(0+\frac{C}{A}\right)^2 + \left(\frac{C}{B} - 0\right)^2} = \left|\frac{C}{AB}\right| \sqrt{A^2 + B^2}$

(1) ত $2 \times$ কালি (ΔPQR) আৰু QR-ৰ মান বহুৱাই পোৱা যাব,

$$PM = \frac{|Ax_1 + By_1 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

বা, $$d = \frac{|Ax_1 + By_1 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

গতিকে, (x_1, y_1) বিন্দুৰ পৰা $Ax + By + C = 0$ ৰেখাডাললৈ লম্ব দূৰত্ব (d) ৰ মান হ'ল ঃ

$$d = \frac{|Ax_1 + By_1 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

10.5.1 *দুডাল সমান্তৰাল ৰেখাৰ মাজৰ দূৰত্ব (Distance between two parallel lines)*

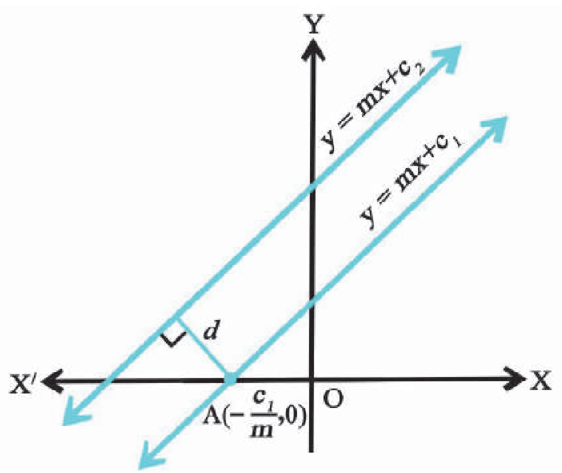
আমি জানো যে দুডাল সমান্তৰাল ৰেখাৰ প্ৰৱণতা সমান।
সেয়েহে দুডাল সমান্তৰাল ৰেখাৰ সমীকৰণ।

$y = mx + c_1$ ... (1)

আৰু $y = mx + c_2$ ... (2)

বুলি ধৰি ল'ব পাৰি।

চিত্ৰ 10.20ত দেখুওৱাৰ দৰে (1) ৰেখাডালে X-অক্ষক $A\left(-\frac{c_1}{m}, 0\right)$ বিন্দুত ছেদ কৰে।



চিত্ৰ 10.20

ৰেখা দুডালৰ মাজৰ দূৰত্ব A বিন্দুটোৰ পৰা (2) ৰেখাডাললৈ টনা লম্ব দূৰত্বৰ সমান। গতিকে (1) আৰু (2) ৰেখা দুডালৰ মাজৰ দূৰত্ব হ'ল

$$\frac{\left|(-m)\left(-\frac{c_1}{m}\right)+(-c_2)\right|}{\sqrt{1+m^2}} \qquad \text{বা,} \quad d=\frac{|c_1-c_2|}{\sqrt{1+m^2}}$$

এইদৰে, $y = mx + c_1$ আৰু $y = mx + c_2$ সমান্তৰাল ৰেখাদুডালৰ মাজৰ দূৰত্ব হ'ল

$$d=\frac{|c_1-c_2|}{\sqrt{1+m^2}}$$

ৰেখা দুডালৰ সাধাৰণ সমীকৰণ $Ax + By + C_1 = 0$ আৰু $Ax + By + C_2 = 0$ দিয়া থাকিলে, ওপৰৰ সূত্ৰটোৰ আৰ্হি হ'ব $d=\frac{|C_1-C_2|}{\sqrt{A^2+B^2}}$

ছাত্ৰ-ছাত্ৰীয়ে নিজেই এইটো উলিয়াব পাৰিব।

উদাহৰণ 18 $3x - 4y - 26 = 0$ ৰেখাৰ পৰা $(3, \ -5)$ বিন্দুৰ দূৰত্ব উলিওৱাঁ।

সমাধান প্ৰদত্ত ৰেখাডাল হ'ল $3x - 4y - 26 = 0$ ..... (1)

(1) ক সাধাৰণ সমীকৰণ $Ax + By + C = 0$ ৰ লগত তুলনা কৰি পোৱা যায়

$$A = 3, \ B = -4, \ C = -26$$

প্ৰদত্ত বিন্দুটো হ'ল $(x_1, y_1) = (3, \ -5)$। গতিকে, বিন্দুটোৰ প্ৰদত্ত ৰেখাৰ পৰা দূৰত্ব হ'ল

$$d=\frac{|Ax_1+By_1+C|}{\sqrt{A^2+B^2}}=\frac{|3.3+(-4)(-5)-26|}{\sqrt{3^2+(-4)^2}}=\frac{3}{5}$$

উদাহৰণ 19 $3x - 4y + 7 = 0$ আৰু $3x - 4y + 5 = 0$ সমান্তৰাল ৰেখা দুডালৰ মাজৰ দূৰত্ব উলিওৱাঁ।

সমাধান ইয়াত $A = 3; \ B = -4, \ C_1 = 7$ আৰু $C_2 = 5$. গতিকে নিৰ্ণেয় দূৰত্ব হ'ল

$$d=\frac{|7-5|}{\sqrt{3^2+(-4)^2}}=\frac{2}{5}$$

অনুশীলনী 10.3

1. তলৰ সমীকৰণকেইটা প্ৰৱণতা-ছেদাংশ আৰ্হিলৈ পৰিবৰ্তন কৰি প্ৰৱণতা আৰু Y-ছেদাংশ উলিওৱা।

   (i) $x + 7y = 0$, (ii) $6x + 3y - 5 = 0$, (iii) $y = 0$

2. তলৰ সমীকৰণকেইটা ছেদাংশ আৰ্হিলৈ নি অক্ষদ্বয়ৰ ছেদাংশ উলিওৱাঁ।

   (i) $3x + 2y - 12 = 0$, (ii) $4x - 3y = 6$, (iii) $3y + 2 = 0$

3. তলৰ সমীকৰণকেইটা অভিলম্ব আৰ্হিলৈ নিয়া। মূল বিন্দুৰপৰা ৰেখাবোৰলৈ লম্বদূৰত্ব আৰু লম্বই ধনাত্মক X-অক্ষৰ লগত কৰা কোণ নিৰ্ণয় কৰাঁ।

   (i) $x - \sqrt{3}y + 8 = 0$, (ii) $y - 2 = 0$, (iii) $x - y = 4$

4. $(-1, 1)$ বিন্দুটোৰ পৰা $12(x+6) = 5(y-2)$ ৰেখালৈ দূৰত্ব উলিওৱা।

5. X-অক্ষৰ ওপৰত থকা বিন্দু উলিওৱাঁ য'ৰ পৰা $\frac{x}{3}+\frac{y}{4}=1$ ৰেখালৈ দূৰত্ব 4 একক হয়।

6. সমান্তৰাল ৰেখাবোৰৰ মাজৰ দূৰত্ব উলিওৱাঁ

(i) $15x+8y-34=0$ আৰু $15x+8y+31=0$

(ii) $l\,(x+y)+p=0$ আৰু $l\,(x+y)-r=0$

7. $(-2, 3)$ বিন্দুৰে যোৱা আৰু $3x-4y+2=0$ ৰেখাৰ সমান্তৰাল ৰেখাডালৰ সমীকৰণ উলিওৱাঁ।

8. $x-7y+5=0$ ৰেখাৰ লম্বভাৱে থকা আৰু X-অক্ষত 3 ছেদাংশ উৎপন্ন কৰা ৰেখাডালৰ সমীকৰণ উলিওৱাঁ।

9. $\sqrt{3}x+y=1$ আৰু $x+\sqrt{3}y=1$ ৰেখা দুডালৰ মাজৰ কোণ উলিওৱাঁ।

10. $(h, 3)$ আৰু $(4, 1)$ বিন্দু সংযোগী ৰেখাডালে $7x-9y-19=0$ ৰেখাডালক লম্বভাৱে ছেদ কৰে। h ৰ মান উলিওৱাঁ।

11. প্ৰমাণ কৰা যে (x_1, y_1) বিন্দুৰে যোৱা আৰু $Ax+By+C=0$ ৰেখাৰ সমান্তৰাল ৰেখা ডালৰ সমীকৰণ হ'ব $A\,(x-x_1)+B\,(y-y_1)=0$ ।

12. $(2, 3)$ বিন্দুৰে যোৱা দুডাল ৰেখাৰ মাজৰ কোণ 60^0। এডালৰ প্ৰৱণতা 2 হ'লে, আনডালৰ সমীকৰণ উলিওৱাঁ।

13. $(3, 4)$ আৰু $(-1, 2)$ বিন্দু সংযোগী ৰেখাখণ্ডৰ লম্ব দ্বিখণ্ডকৰ সমীকৰণ উলিওৱাঁ।

14. $(-1, 3)$ বিন্দুৰ পৰা $3x-4y-16=0$ ৰেখাডাললৈ টনা লম্বৰ পাদবিন্দু উলিওৱাঁ।

15. মূলবিন্দুৰ পৰা টনা এডাল লম্বই $y=mx+c$ ৰেখাক $(-1, 2)$ বিন্দুত ছেদ কৰে। m আৰু c ৰ মান উলিওৱাঁ।

16. মূলবিন্দুৰ পৰা $x\cos\theta - y\sin\theta = k\cos 2\theta$ আৰু $x\sec\theta + y\,\text{cosec}\theta = k$ ৰেখা দুডাললৈ লম্ব দূৰত্ব p আৰু q হ'লে, প্ৰমাণ কৰা যে $p^2+4q^2=k^2$ ।

17. $A(2, 3)$, $B(4, -1)$ আৰু $C(1, 2)$ শীৰ্ষবিন্দু বিশিষ্ট ABC ত্ৰিভুজৰ A শীৰ্ষবিন্দুৰ পৰা টনা উন্নতিৰ সমীকৰণ উলিওৱাঁ।

18. মূলবিন্দুৰ পৰা a আৰু b অক্ষ ছেদাংশ বিশিষ্ট ৰেখাডাললৈ লম্বদূৰত্ব p হ'লে দেখুওৱা যে $\frac{1}{p^2}=\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}$ ।

বিবিধ উদাহৰণ

উদাহৰণ 20 $2x+y-3=0$, $5x+ky-3=0$ আৰু $3x-y-2=0$ ৰেখাকেইডাল একবিন্দুগামী হ'লে, k-ৰ মান উলিওৱাঁ

সমাধান তিনিডাল ৰেখা একবিন্দুগামী হোৱাৰ অৰ্থ হ'ল, ৰেখাকেইডালৰ এটা সাধাৰণ বা উমৈহতীয়া বিন্দু আছে। গতিকে, যিকোনো দুডালৰ ছেদ বিন্দুটো তৃতীয়ডালৰ ওপৰত থাকিব। প্ৰদত্ত ৰেখাকেইডাল হ'ল

$$2x+y-3=0 \qquad \ldots (1)$$

$$5x+ky-3=0 \qquad \ldots (2)$$

আৰু $3x - y - 2 = 0$ ..... (3)

(1) আৰু (3) ক বজ্র-গুণন প্ৰণালীৰে সমাধা কৰি পোৱা যাব

$$\frac{x}{-2-3} = \frac{y}{-9+4} = \frac{1}{-2-3} \quad \text{বা} \quad x = 1,\ y = 1$$

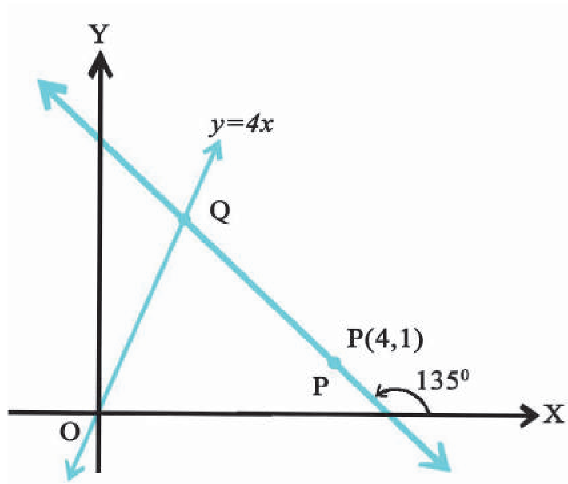
গতিকে ৰেখাদুডালৰ ছেদবিন্দু হ'ল (1, 1)। প্ৰদত্ত ৰেখাকেইডাল একবিন্দুগামী হেতুকে, (1, 1) বিন্দুৱে (2) সমীকৰণটো সিদ্ধ কৰিব। সেয়েহে,

$$5.1 + k.1 - 3 = 0 \quad \text{বা} \quad k = -2$$

উদাহৰণ 21 ধনাত্মক X-অক্ষৰ লগত 135^0 কোণ কৰা ৰেখাডালৰ দিশেৰে P (4, 1) বিন্দুৰ পৰা $4x - y = 0$ ৰেখাডাললৈ দূৰত্ব নিৰ্ণয় কৰাঁ।

সমাধান প্ৰদত্ত ৰেখাডাল হ'ল $4x - y = 0$ ... (1)

(1) ৰেখাডাললৈ P (4, 1) বিন্দুৰ পৰা আন এডাল ৰেখাৰ দিশেৰে দূৰত্ব উলিয়াবলৈ, দুয়োডাল ৰেখাৰ ছেদবিন্দু উলিয়াব লাগিব। ইয়াৰ বাবে আমি এতিয়া দ্বিতীয় ৰেখাডালৰ সমীকৰণ উলিয়াম। দ্বিতীয় ৰেখাডালৰ প্ৰৱণতা হ'ল $\tan 135^0 = -1$। এতিয়া, -1 প্ৰৱণতা বিশিষ্ট আৰু P (4, 1) বিন্দুৰে যোৱা ৰেখাডালৰ সমীকৰণ হ'ব



চিত্ৰ 10.21

$y - 1 = -1.(x - 4)$ বা,

$x + y - 5 = 0$ ... (2)

(1) আৰু (2) সমাধা কৰি পোৱা যায় $x = 1$ আৰু $y = 4$। গতিকে, ৰেখা দুডালৰ ছেদবিন্দু হ'ল Q (1, 4) এতিয়া, P (4, 1) বিন্দুৰ পৰা (2) ৰেখাৰ দিশত (1) ৰেখালৈ দূৰত্ব

$= $ P (4, 1) আৰু Q (1, 4) ৰ মাজৰ দূৰত্ব

$$= \sqrt{(1-4)^2 + (4-1)^2} \qquad = 3\sqrt{2}$$

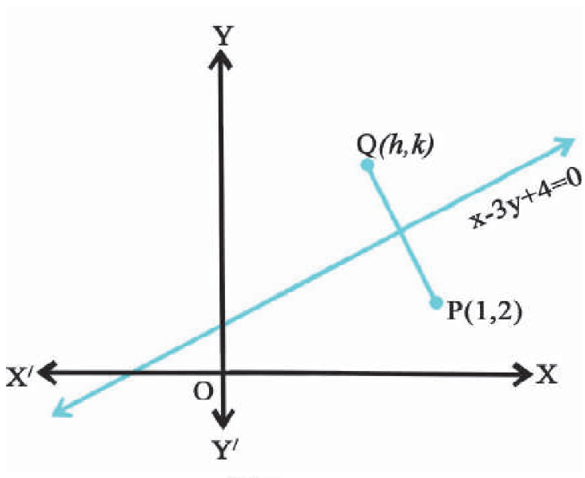
একক।

উদাহৰণ 22 সৰলৰেখাই সামতলিক দাপোণ হিচাপে কাম কৰে বুলি ধৰিলে $x - 3y + 4 = 0$ ৰেখাত (1, 2) বিন্দুৰ প্ৰতিবিম্ব উলিওৱাঁ।

সমাধান ধৰা হ'ল

$x - 3y + 4 = 0$ ... (1)

ৰেখাত P (1, 2) বিন্দুৰ প্ৰতিবিম্ব Q (h, k)।



চিত্ৰ 10.22

গতিকে (1) ৰেখাডাল PQ ৰেখাখণ্ডৰ লম্বসমদ্বিখণ্ডক(চিত্ৰ 10.22)। ফলত,

$$\text{PQ ৰ প্ৰৱণতা} = \frac{-1}{x-3y+4=0 \text{ ৰ প্ৰৱণতা}}$$

বা $\quad \dfrac{k-2}{h-1} = \dfrac{-1}{\frac{1}{3}}$ বা $3h+k=5$ ... (2)

আকৌ, PQ ৰ মধ্যবিন্দু $\left(\dfrac{h+1}{2}, \dfrac{k+2}{2}\right)$ এ (1) সমীকৰণ সিদ্ধ কৰিব। গতিকে,

$$\frac{h+1}{2} - 3\left(\frac{k+2}{2}\right) + 4 = 0 \quad \text{বা} \quad h-3k=-3 \qquad \text{... (3)}$$

(2) আৰু (3) সমাধা কৰি পোৱা যাব $h=\dfrac{6}{5}$ আৰু $k=\dfrac{7}{5}$

গতিকে (1) ৰেখাডালত (1, 2) বিন্দুৰ প্ৰতিবিম্ব হ'ল $\left(\dfrac{6}{5}, \dfrac{7}{5}\right)$ ।

উদাহৰণ 23 দেখুওৱাঁ যে $y=m_1x+c_1$, $y=m_2x+c_2$ আৰু $x=0$ ৰেখাকেইডালে গঠন কৰা ত্ৰিভুজৰ কালি $\dfrac{(c_1-c_2)^2}{2|m_1-m_2|}$.

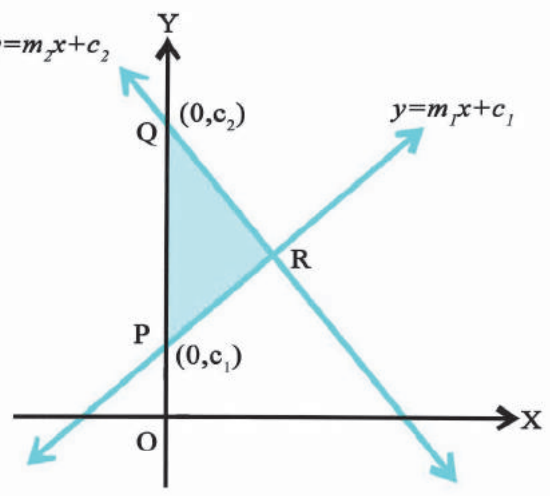
সমাধান প্ৰদত্ত ৰেখাকেইডাল হ'ল

$y=m_1x+c_1$ ... (1)

$y=m_2x+c_2$ ... (2)

$x=0$ ... (3)

আমি জানো যে $y=mx+c$ ৰেখাই $x=0$ (Y-অক্ষক) ক (o, c) বিন্দুত ছেদ কৰে। গতিকে, (1) ৰ পৰা (3) লৈ ৰেখাকেইডালে উৎপন্ন কৰা ত্ৰিভুজটোৰ দুটা শীৰ্ষবিন্দু হ'ব P (o, c_1) আৰু Q (o, c_2) (চিত্ৰ 10.23)। (1) আৰু (2) সমাধা কৰি পোৱা যাব



চিত্ৰ **10.23**

$$x=\frac{c_2-c_1}{m_1-m_2} \quad \text{আৰু} \quad y=\frac{m_1c_2-m_2c_1}{m_1-m_2}$$

গতিকে ত্ৰিভুজটোৰ তৃতীয় শীৰ্ষবিন্দুটো হ'ল R $\left(\dfrac{c_2-c_1}{m_1-m_2}, \dfrac{m_1c_2-m_2c_1}{m_1-m_2}\right)$।

এতিয়া, ΔPQR ৰ কালি

$$= \frac{1}{2}\left|0\left(\frac{m_1c_2 - m_2c_1}{m_1 - m_2} - c_2\right) + \frac{c_2 - c_1}{m_1 - m_2}(c_2 - c_1) + 0\left(c_1 - \frac{m_1c_2 - m_2c_1}{m_1 - m_2}\right)\right| = \frac{(c_2 - c_1)^2}{2|m_1 - m_2|}$$

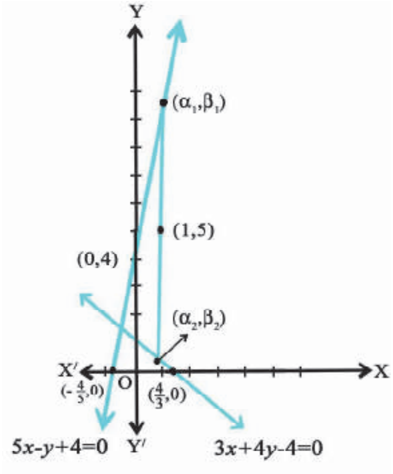
উদাহৰণ 24 এডাল ৰেখা এনে ধৰণৰ যে ৰেখাডালে $5x - y + 4 = 0$ আৰু $3x + 4y - 4 = 0$ ৰেখা দুডালৰ মাজত উৎপন্ন কৰা ৰেখাখণ্ডৰ মধ্যবিন্দু হ'ল $(1, 5)$ । ৰেখাডালৰ সমীকৰণ উলিওৱাঁ।

সমাধান প্ৰদত্ত ৰেখা দুডাল হ'ল

$5x - y + 4 = 0$ ... (1)

আৰু $3x + 4y - 4 = 0$ ... (2)

ধৰা হ'ল নিৰ্ণেয় ৰেখাডালে (1) আৰু (2) ৰেখা দুডালক যথাক্ৰমে (α_1, β_1) আৰু (α_2, β_2) বিন্দুত ছেদ কৰে (চিত্ৰ 10.24)



চিত্ৰ 10.24

গতিকে,

$5\alpha_1 - \beta_1 + 4 = 0$

আৰু $3\alpha_2 - 4\beta_2 - 4 = 0$

বা, $\beta_1 = 5\alpha_1 + 4$ আৰু $\beta_2 = \frac{4 - 3\alpha_2}{4}$

দিয়া আছে যে (α_1, β_1) আৰু (α_2, β_2) ৰ মাজৰ ৰেখাখণ্ডৰ মধ্যবিন্দু $(1, 5)$ । গতিকে,

$$\frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2} = 1 \quad \text{আৰু} \quad \frac{\beta_1 + \beta_2}{2} = 5$$

বা, $\alpha_1 + \alpha_2 = 2$ আৰু $\dfrac{5\alpha_1 + 4 + \dfrac{4 - 3\alpha_2}{4}}{2} = 5$

বা, $\alpha_1 + \alpha_2 = 2$ আৰু $20\alpha_1 - 3\alpha_2 = 20$ ...... (3)

(3) ৰ সমীকৰণ দুটা সমাধা কৰি পোৱা যাব

$$\alpha_1 = \frac{26}{23}, \ \alpha_2 = \frac{20}{23} \ \text{আৰু সেয়েহে,} \ \beta_1 = 5.\frac{26}{23} + 4 = \frac{222}{23}$$

এতিয়া $(1, 5)$ আৰু (α_1, β_1) বিন্দুৰে যোৱা ৰেখাডালৰ সমীকৰণ হ'ব

$$y - 5 = \frac{\beta_1 - 5}{\alpha_1 - 1}(x - 1) \quad \text{বা,} \quad y - 5 = \frac{\frac{222}{23} - 5}{\frac{26}{23} - 1}(x - 1)$$

বা, $107x - 3y - 92 = 0$

এইটোৱেই নিৰ্ণেয় ৰেখাডালৰ সমীকৰণ।

উদাহৰণ 25 দেখুওৱাঁ যে $3x-2y=5$ আৰু $3x+2y=5$ ৰেখা দুডালৰ পৰা সমদূৰৱৰ্তী বিন্দু এটাৰ কক্ষপথ এডাল সৰল ৰেখা হয়।

সমাধান প্ৰদত্ত ৰেখা দুডাল হ'ল

$$3x-2y=5 \quad \ldots (1)$$

আৰু $$3x+2y=5 \quad \ldots (2)$$

ধৰা হ'ল (h, k) যিকোনো এটা বিন্দু যাৰ দূৰত্ব (1) আৰু (2) ৰেখাদুডালৰ পৰা সমান। গতিকে,

$$\frac{|3h-2k-5|}{\sqrt{9+4}}=\frac{|3h+2k-5|}{\sqrt{9+4}} \text{ বা, } \quad |3h-2k-5|=|3h+2k-5|$$

অৰ্থাৎ $3h-2k-5=3h+2k-5$ বা, $-(3h-2k-5)=3h+2k-5$

এই সম্পৰ্ক দুটা সমাধা কৰি পোৱা যাব $k=0$ বা $h=\frac{5}{3}$

দেখা গ'ল যে (h, k) বিন্দুটোৱে $y=0$ বা $x=\frac{5}{3}$ সমীকৰণ দুটা সিদ্ধ কৰে। গতিকে, (1) আৰু (2) ৰেখা দুডালৰপৰা সমদূৰৱৰ্তী বিন্দুৰ কক্ষপথ এডাল সৰলৰেখা হয়।

দশম অধ্যায়ৰ বিবিধ অনুশীলনী

1. k-ৰ মান উলিওৱাঁ, যদি $(k-3)x-(4-k^2)y+k^2-7k+6=0$ ৰেখাডাল
   (a) X-অক্ষৰ সমান্তৰাল হয়
   (b) Y-অক্ষৰ সমান্তৰাল হয়
   (c) মূল বিন্দুৰ মাজেৰে যায়।
2. ৰেখাডালৰ অভিলম্ব আৰ্হিৰ সমীকৰণ $x\cos\theta+y\sin\theta=p$ হ'লে, θ আৰু p ৰ মান উলিওৱাঁ।
3. অক্ষদ্বয়ত উৎপন্ন কৰা ছেদাংশৰ যোগফল আৰু পূৰণফল যথাক্ৰমে 1 আৰু -6 হোৱা ৰেখাৰ সমীকৰণ উলিওৱাঁ।
4. Y-অক্ষৰ কোনবোৰ বিন্দুৰ পৰা $\frac{x}{3}+\frac{y}{4}=1$ ৰেখাডাললৈ দূৰত্ব 4 একক হয়?
5. $(\cos\theta, \sin\theta)$ আৰু $(\cos\phi, \sin\phi)$ বিন্দুগামী ৰেখালৈ মূলবিন্দুৰ পৰা লম্ব-দূৰত্ব উলিওৱাঁ।
6. Y-অক্ষৰ সমান্তৰালত থকা আৰু $x-7y+5=0$ আৰু $3x+y=0$ ৰেখা দুডালৰ ছেদবিন্দুৰে যোৱা ৰেখাৰ সমীকৰণ উলিওৱাঁ।
7. $\frac{x}{4}+\frac{y}{6}=1$ ৰেখাডালে Y-অক্ষক ছেদ কৰা বিন্দুৰে যোৱা আৰু ৰেখাডাললৈ লম্বভাবে অংকন কৰা ৰেখাৰ সমীকৰণ উলিওৱাঁ।

8. $y-x=0,\ x+y=0$ আৰু $x-k=0$ ৰেখা তিনিডালে উৎপন্ন কৰা ত্ৰিভুজৰ কালি উলিওৱা।

9. $3x+y-2=0,\ px+2y-3=0$ আৰু $2x-y-3=0$ ৰেখা কেইডাল এক-বিন্দুগামী হ'লে, p ৰ মান উলিওৱা।

10. $y=m_1x+c_1,\ y=m_2x+c_2$ আৰু $y=m_3x+c_3$ ৰেখা তিনিডাল একবিন্দুগামী হ'লে, দেখুওৱাঁ যে $m_1(c_2-c_3)+m_2(c_3-c_1)+m_3(c_1-c_2)=0$ ।

11. (3, 2) বিন্দুৰে যোৱা আৰু $x-2y=3$ ৰেখাৰ লগত 45^0 কোণ কৰা ৰেখাৰ সমীকৰণ উলিওৱাঁ।

12. $4x+7y-3=0$ আৰু $2x-3y+1=0$ ৰেখাৰ ছেদবিন্দুৰে যোৱা ৰেখাডালে অক্ষদ্বয়ৰ লগত সমান ছেদাংশ উৎপন্ন কৰে, ৰেখাডালৰ সমীকৰণ উলিওৱাঁ।

13. দেখুওৱাঁ যে মূল বিন্দুৰে যোৱা আৰু $y=mx+c$ ৰেখাৰ লগত θ কোণ উৎপন্ন কৰা ৰেখাৰ সমীকৰণ হ'ল $\frac{y}{x}=\pm\frac{m+\tan\theta}{1-m\tan\theta}$.

14. $(-1,\ 1)$ আৰু (5, 7) সংযোগী ৰেখাডালক $x+y=4$ ৰেখাই কি অনুপাতত বিভক্ত কৰে?

15. (1, 2) বিন্দুৰ পৰা $2x-y=0$ ৰেখাৰ দিশত $4x+7y+5=0$ ৰেখাডাললৈ দূৰত্ব নিৰ্ণয় কৰা।

16. $(-1,\ 2)$ বিন্দুৰে অংকন কৰা ৰেখা এডাল আৰু $x+y=4$ ৰেখাৰ ছেদবিন্দুটোৰ $(-1,\ 2)$ বিন্দুৰপৰা দূৰত্ব 3 একক হ'লে, ৰেখাডাল কোন দিশত অংকন কৰিব লাগিব নিৰ্ণয় কৰাঁ ।

17. এটা সমকোণী ত্ৰিভুজৰ কৰ্ণৰ প্ৰান্ত বিন্দু দুটা (1, 3) আৰু $(-4,\ 1)$ হ'লে, লম্ব বাহু দুটাৰ সমীকৰণ উলিওৱাঁ

18. ৰেখাডাল সামতলিক দাপোণ বুলি ধৰি লৈ, $x+3y=7$ ৰেখা সাপেক্ষে (3, 8) বিন্দুটোৰ প্ৰতিবিম্ব উলিওৱা।

19. $y=3x+1$ আৰু $2y=x+3$ ৰেখা দুডালে $y=mx+4$ ৰেখাৰ লগত সমান কোণ উৎপন্ন কৰে; m ৰ মান নিৰ্ণয় কৰাঁ।

20. এটা চলন্ত বিন্দু P $(x,\ y)$ ৰ পৰা $x+y-5=0$ আৰু $3x-2y+7=0$ ৰেখা দুডাললৈ লম্ব-দূৰত্বৰযোগফল সদায় 10 হ'লে, দেখুওৱাঁ যে P ৰ গতিপথ এডাল সৰলৰেখা হ'ব।

21. $9x+6y-7=0$ আৰু $3x+2y+6=0$ ৰেখা দুডালৰ পৰা সমদূৰবৰ্তী ৰেখাডালৰ সমীকৰণ উলিওৱাঁ।

22. (1, 2) বিন্দুৰে যোৱা ৰশ্মি এটাৰ X-অক্ষৰ A বিন্দুত প্ৰতিফলন হয় আৰু প্ৰতিফলিত ৰশ্মিটো (5, 3) বিন্দুৰে যায়। A ৰ স্থানাংক উলিওৱাঁ।

23. প্ৰমাণ কৰাঁ যে $\left(\sqrt{a^2-b^2},\ 0\right)$ আৰু $\left(-\sqrt{a^2-b^2}\ ,\ 0\right)$ বিন্দু দুটাৰ পৰা $\frac{x}{a}\cos\theta+\frac{y}{b}\sin\theta=1$ ৰেখালৈ লম্বদূৰত্ব দুটাৰ পূৰণফল b^2 হয়।

24. $2x-3y+4=0$ আৰু $3x+4y-5=0$ সমীকৰণে নিৰ্ধাৰিত কৰা দুটা পোন ৰাস্তাৰ সংগম স্থানত থিয়হৈ থকা ব্যক্তি এজনে নিম্নতম সময়ত $6x-7y+8=0$ সমীকৰণে নিৰ্ধাৰণ কৰা ৰাস্তাটোলৈ যাব বিচাৰিলে। তেওঁ আগবাঢ়িব লগা ৰাস্তাটোৰ সমীকৰণ উলিওৱাঁ।

সাৰাংশ

- (x_1, y_1) আৰু (x_2, y_2) বিন্দু সংযোগী আৰু উলম্বভাৱে নথকা ৰেখাৰ প্ৰৱণতা (m) হ'ব—

  $m = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \dfrac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$, $x_1 \neq x_2$
- এডাল ৰেখাই X-অক্ষৰ ধনাত্মক দিশৰ লগত α কোণ কৰিলে, ৰেখাডালৰ প্ৰৱণতা হ'ব $\mathrm{m} = tan\alpha$, $\alpha \neq 90^0$
- অনুভূমিক ৰেখাৰ প্ৰৱণতা শূন্য আৰু উলম্বৰেখাৰ প্ৰৱণতা সংজ্ঞাহীন।
- m_1 আৰু m_2 প্ৰৱণতা বিশিষ্ট ৰেখা L_1 আৰু L_2 ৰ মাজৰ সূক্ষ্মকোণ θ হ'লে,

  $\tan\theta = \left|\dfrac{m_2 - m_1}{1 + m_1 m_2}\right|$, $1 + m_1 m_2 \neq 0$
- দুডাল ৰেখা সমান্তৰাল হয়, যদি আৰু যদিহে সিহঁতৰ প্ৰৱণতা সমান।
- দুডাল ৰেখা পৰস্পৰ লম্ব হয়,যদি আৰু যদিহে সিহঁতৰ প্ৰৱণতাৰ পূৰণফল -1।
- তিনিটা বিন্দু A, B আৰু C একৰেখীয় হয়,যদি আৰু যদিহে AB ৰ প্ৰৱণতা =BC ৰ প্ৰৱণতা ।
- x-অক্ষৰ পৰা a দূৰত্বত অৱস্থিত অনুভূমিক ৰেখাৰ সমীকৰণ হয় $y = a$ বা $y = -a$ ।
- y-অক্ষৰ পৰা b দূৰত্বত অৱস্থিত উলম্ব ৰেখাৰ সমীকৰণ হয় $x = b$ বা $x = -b$ ।
- m প্ৰৱণতা বিশিষ্ট (x_0, y_0) বিন্দুগামী ৰেখাৰ ওপৰত (x, y) বিন্দুটো থাকে, যদি আৰু যদিহে ইয়াৰ স্থানাংকই $y - y_0 = m\,(x - x_0)$ সমীকৰণটো সিদ্ধ কৰে।
- (x_1, y_1) আৰু (x_2, y_2) বিন্দুগামী ৰেখাৰ সমীকৰণ হ'ল $y - y_1 = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$।
- m প্ৰৱণতা বিশিষ্ট আৰু y-ছেদাংশ c বিশিষ্ট ৰেখাৰ ওপৰত (x, y) বিন্দুটো থাকে, যদি আৰু যদিহে $y = mx + c$ হয়।
- m প্ৰৱণতাৰ ৰেখা এডালে x-ছেদাংশ d উৎপন্ন কৰিলে, ৰেখাডালৰ সমীকৰণ হ'ব $y = m\,(x - d)$।
- x -আৰু y-অক্ষত যথাক্ৰমে a আৰু b ছেদাংশ উৎপন্ন কৰা ৰেখাৰ সমীকৰণ হয় $\dfrac{x}{a} + \dfrac{y}{b} = 1$ ।
- এডাল ৰেখালৈ মূলবিন্দুৰ পৰা লম্ব-দূৰত্ব p হ'লে আৰু উক্ত লম্বই ধনাত্মক x-অক্ষৰ লগত ω কোণ কৰিলে, ৰেখাডালৰ সমীকৰণ হয় $x\cos\omega + y\sin\omega = p$ ।
- A আৰু B একেলগে শূন্য নহ'লে, $\mathrm{A}x + \mathrm{B}y + \mathrm{C} = 0$ আৰ্হিৰ যিকোনো সমীকৰণ এটাক *সাধাৰণ ৰৈখিক সমীকৰণ বা সৰলৰেখাৰ সাধাৰণ সমীকৰণ বোলা হয়।*
- (x_1, y_1) বিন্দুৰ পৰা Ax+By+C=0 ৰেখালৈ লম্ব-দূৰত্ব (d) ৰ মান হ'ল $d = \dfrac{|\mathrm{Ax_1 + By_1 + C}|}{\sqrt{\mathrm{A}^2 + \mathrm{B}^2}}$ ।
- $\mathrm{Ax+By+C_1=0}$ আৰু $\mathrm{Ax+By+C_2=0}$ সমান্তৰাল ৰেখাদুডালৰ মাজৰ দূৰত্ব হ'ল $d = \dfrac{|\mathrm{C_1 - C_2}|}{\sqrt{\mathrm{A}^2 + \mathrm{B}^2}}$ ।