औसत
(Average)

मोटे तौर पर औसत या अंकगणितीय माध्य n पृथक् आँकड़ों के योगफल को n से विभाजित करने से प्राप्त राशि है।

उदाहरण के लिए, यदि कोई सोमवार, मंगलवार एवं बुधवार को क्रमशः 40, 50 एवं 60 रु. कमाता है तो तीन दिनों की उसकी औसत आमदनी $= \frac{40+50+60}{3} = 50$ रु.

इसलिए इस अध्याय में निम्नलिखित दो सूत्रों का व्यापक प्रयोग हुआ है।

$$\text{औसत} = \frac{\text{आँकड़ों का योगफल}}{\text{आँकड़े की संख्या}}$$ एवं

कुल राशि = औसत × आँकड़े की संख्या

उदा. 1: किसी कक्षा के 30 छात्रों की औसत आयु 14 वर्ष है। यदि इसमें वर्ग-अध्यापक की आयु भी शामिल कर ली जाए तो औसत उम्र 15 वर्ष हो जाती है तो वर्ग-अध्यापक की आयु ज्ञात करें।

हल: 30 छात्रों की कुल आयु $= 14 \times 30 = 420$ वर्ष

वर्ग-अध्यापक को मिलाकर कुल आयु $= 15 \times 31 = 465$ वर्ष

$\therefore$ वर्ग-अध्यापक की आयु $= (465 - 420)$ वर्ष $= 45$ वर्ष

सूत्र:

नये सदस्य (entrant) की आयु = नया औसत + सदस्यों की पुरानी संख्या × औसत में वृद्धि

$= 15 + 30\,(15 - 14) = 45$ वर्ष

उदा. 2: चार व्यक्तियों का औसत वजन 3 किलोग्राम बढ़ जाता है यदि 120 किलोग्राम वजन वाले व्यक्ति की जगह किसी और व्यक्ति को शामिल कर लिया जाता है। इस नए व्यक्ति का वजन बताएँ।

हल: ***द्रुत विधि:*** यदि औसत में 3 किलोग्राम की वृद्धि होती है तो कुल वजन में $3 \times 4 = 12$ किलोग्राम की वृद्धि होगी।

वजन में यह वृद्धि नए व्यक्ति के प्रवेश से हुई है।

$\therefore$ नए आदमी का वजन $= 120 + 12 = 132$ किलोग्राम

सूत्र:

नए व्यक्ति का वजन = हटाए गए व्यक्ति का वजन + व्यक्तियों की संख्या × औसत में वृद्धि

$= 120 + 4 \times 3 = 132$ किलोग्राम

उदा. 3: किसी परीक्षा में 120 छात्रों के प्राप्तांकों का औसत 35 है। यदि उत्तीर्ण छात्रों का औसत अंक 39 हो एवं अनुत्तीर्ण छात्रों का औसत अंक 15 हो तो उत्तीर्ण होनेवाले छात्रों की संख्या ज्ञात करें।

हल: मान लिया कि उत्तीर्ण छात्रों की संख्या = x

कुल प्राप्तांक = $120 \times 35 = 39x + (120 - x) \times 15$

या, $4200 = 39x + 1800 - 15x$

या, $24x = 2400$

$\therefore\ x = 100$

$\therefore$ उत्तीर्ण छात्रों की संख्या = 100

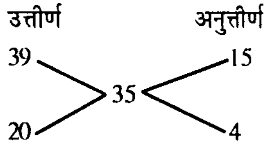
सूत्र:

$$\text{उत्तीर्ण छात्रों की संख्या} = \frac{\text{कुल परीक्षार्थी}(\text{कुल औसत} - \text{अनुत्तीर्ण छात्रों का औसत})}{\text{उत्तीर्ण छात्रों का औसत} - \text{अनुत्तीर्ण छात्रों का औसत}}$$

$$\text{अनुत्तीर्ण छात्रों की संख्या} = \frac{\text{कुल परीक्षार्थी}(\text{उत्तीर्ण छात्रों का औसत} - \text{कुल औसत})}{\text{उत्तीर्ण छात्रों का औसत} - \text{अनुत्तीर्ण छात्रों का औसत}}$$

$$\therefore \text{उत्तीर्ण छात्रों की संख्या} = \frac{120(35-15)}{39-15} = 100$$

***मिश्रण विधि से* (By Method of Alligation):**



$\therefore$ उत्तीर्ण परीक्षार्थियों की संख्या : अनुत्तीर्ण परीक्षार्थियों की संख्या

$= 20 : 4 = 5 : 1$

$$\therefore \text{उत्तीर्ण परीक्षार्थियों की संख्या} = \frac{120}{5+1} \times 5 = 100$$

उदा. 4: 11 नतीजों का औसत 50 है। यदि पहले छः नतीजों का औसत 49 हो और अंतिम छः नतीजों का औसत 52 हो तो छठा नतीजा बताएँ।

हल: 11 नतीजों का कुल योग = $11 \times 50 = 550$

पहले छः नतीजों का कुल योग = $6 \times 49 = 294$

अंतिम छः नतीजों का कुल योग = $6 \times 52 = 312$

छठा नतीजा दोनों में उभयनिष्ठ है।

$\therefore$ छठा नतीजा = $294 + 312 - 550 = 56$

सूत्र:

छठा नतीजा = $50 + 6\{(52 - 50) + (49 - 50)\}$

$= 50 + 6\{2 - 1\} = 56$

उदा. 5: 8 व्यक्तियों की किसी समिति की औसत उम्र 2 वर्ष बढ़ जाती है यदि 35 वर्ष एवं 45 वर्ष की आयु वाले दो पुरुषों को हटाकर दो महिलाओं को रख दिया जाता है। उन दो महिलाओं की औसत उम्र ज्ञात करें।

हल: उदा.-2 में प्रयुक्त सूत्र से,

दोनों महिलाओं की आयु का कुल योग $= 2 \times 8 + (35 + 15)$

$= 16 + 80 = 96$ वर्ष

$\therefore$ दोनों महिलाओं की औसत आयु $= \frac{96}{2} = 48$ वर्ष

उदा. 6: 6 सदस्यों वाले किसी परिवार की औसत आयु 22 वर्ष है। यदि सबसे छोटे सदस्य की आयु 7 वर्ष हो तो इस सदस्य के जन्म के समय परिवार की औसत आयु क्या थी?

हल: सभी सदस्यों की आयु का योगफल $= (6 \times 22 =)$ 132 वर्ष

7 वर्ष पूर्व आयु का कुल योगफल $= [132 - (6 \times 7) =]$ 90 वर्ष

लेकिन उस समय परिवार में केवल 5 सदस्य थे

इसलिए उस समय औसत $= 90 \div 5 = 18$ वर्ष

उदा. 7: किसी व्यक्ति ने 50 रु. वाली 13 कमीजें, 60 रु. वाली 15 पैंटें एवं 65 रु. प्रति जोड़ा के हिसाब से 12 जोड़े जूते खरीदे। प्रत्येक वस्तु की औसत कीमत बताएँ।

हल: ***सूत्र विधि:***

$$\text{औसत} = \frac{13 \times 50 + 15 \times 60 + 12 \times 65}{13 + 15 + 12} = 58.25 \text{ रु.}$$

उदा. 8: दो मैचों में किसी बल्लेबाज की औसत रन संख्या 27 है एवं तीन अन्य मैचों में यह संख्या 32 है। इन पाँचों मैचों में बल्लेबाज की औसत रन संख्या क्या रही?

हल: ***सूत्र विधि:***

$$5 \text{ मैचों का औसत} = \frac{2 \times 27 + 3 \times 32}{2 + 3} = \frac{54 + 96}{5} = 30$$

उदा. 9: 11 परिणामों का औसत 30 है, पहले 5 का औसत 25 है एवं अंतिम 5 का औसत 28 है। छठे परिणाम का मान बताएँ?

हल: ***सूत्र विधि:***

छठी संख्या = 11 परिणामों का योगफल – (पहले पाँचों परिणामों का योगफल + अंतिम पाँचों परिणामों का योगफल)

$= 11 \times 30 - (5 \times 25 + 5 \times 28) = 330 - 265 = 65$

नोट: उदा.-4 एवं उदा.-9 अलग-अलग हैं। उदा.-4 में छठा नतीजा दोनों समूहों में उभयनिष्ठ है, जबकि उदा.-9 में छठे नतीजे को दोनों समूहों में से छाँटकर अलग कर दिया गया है।

उदा. 10: किसी कक्षा में 20 छात्र हैं। यदि इनमें से 18 वर्षीय एक छात्र हटाकर किसी और छात्र को शामिल कर लिया जाता है तो औसत आयु 2 महीने घट जाती है। नए छात्र की उम्र बताएँ।

हल: यह उदा.-2 से मिलता-जुलता सवाल है। अंतर केवल इतना है कि उदा.-2 में आदमी बदल देने से औसत बढ़ जाता है, जबकि यहाँ औसत घट जाता है। इस प्रकार, आप सूत्र में भी अंतर देख सकते हैं।

सूत्र:

नए व्यक्ति की उम्र

= हटाए गए व्यक्ति की उम्र − (व्यक्तियों की संख्या × औसत उम्र में कमी)

$$= 18 - 20 \times \frac{2}{12}$$

$$= 18 - \frac{10}{3} = \frac{44}{3}$$

$$= 14\frac{2}{3}$$ वर्ष = 14 वर्ष 8 महीना

उदा. 11: कोई बल्लेबाज अपनी 17वीं पारी में 85 रन बनाता है तथा इस प्रक्रिया में उसके औसत में 3 की वृद्धि होती है। 17 पारियों के बाद उसके रनों का औसत कितना है?

हल: मान लिया कि 16वीं पारी के बाद औसत = x

प्रश्नानुसार,

$16x + 85 = 17(x + 3)$ = 17वीं पारी के बाद कुल रन संख्या

$\therefore\ x = 85 - 51 = 34$

$\therefore$ 17 पारियों के बाद औसत $= x + 3 = 34 + 3 = 37$

सूत्र:

16 पारियों के बाद औसत $= 85 - 3 \times 17 = 34$

17 पारियों के बाद औसत $= 85 - 3\,(17 - 1) = 37$

उदा. 12: किसी क्रिकेट खिलाड़ी ने 10 पारी पूरे कर लिए हैं तथा उसके रनों का औसत 21.5 है। अगली पारी में वह कितना रन बनाए ताकि रनों का औसत बढ़कर 24 हो जाए।

हल: 10 पारियों में कुल रन-संख्या $= 21.5 \times 10 = 215$

मान लिया कि 11वीं पारी में उसे x रन चाहिए।

तब 11 पारियों का औसत $= \dfrac{215 + x}{11} = 24$

या, $x = 264 - 215 = 49$

सूत्र:

अभीष्ट रन संख्या $= 11 \times 24 - 21.5 \times 10 = 49$

नोट: उपर्युक्त सूत्र इस सिद्धांत पर आधारित है कि अंतर अंतिम पारी की रन-संख्या के संदर्भ में गिना जाता है।

गति से संबद्ध औसत

प्रमेय: यदि कोई व्यक्ति किसी निश्चित दूरी को x किलोमीटर प्रति घंटे की रफ्तार से तथा उतनी ही दूरी को y किलोमीटर प्रति घंटे की रफ्तार से तय करे तो पूरी यात्रा के दौरान औसत चाल $= \dfrac{2xy}{x + y}$ किलोमीटर प्रति घंटा।

या,

यदि आधी दूरी x किलोमीटर प्रति घंटे की रफ्तार से तय की जाए एवं शेष आधी दूरी y किलोमीटर प्रति घंटे की रफ्तार से तय करे तो यात्रा के दौरान औसत चाल = $\frac{2xy}{x+y}$ किलोमीटर/घंटा।

या,

यदि कोई व्यक्ति किसी स्थान तक x किलोमीटर प्रति घंटा की रफ्तार से जाता हो तथा y किलोमीटर प्रति घंटा की रफ्तार से वापस लौट आता हो तो यात्रा के दौरान औसत चाल

$= \frac{2x}{x+y}$ किलोमीटर प्रति घंटा।

नोट: उपर्युक्त तीनों स्थितियों में यात्रा के दोनों चरणों में तय की गई दूरियाँ समान हैं। इसलिए अंतिम दोनों स्थितियों को पहली स्थिति का खास स्थिति माना जा सकता है। यही वजह है कि तीनों से हम एक ही परिणाम पर पहुँचते हैं।

प्रमेय: यदि कोई व्यक्ति तीन समान दूरियों को क्रमशः x किलोमीटर प्रति घंटा, y किलोमीटर प्रति घंटा एवं z किलोमीटर प्रति घंटा की चाल से तय करे तो यात्रा के दौरान औसत चाल

$= \frac{3xyz}{xy+yz+xz}$ किलोमीटर प्रति घंटा।

प्रमाण: मान लिया कि तीन समान दूरियाँ A कि.मी. है।

x किलोमीटर प्रति घंटा की चाल से लिया गया समय $= \frac{A}{x}$ घंटे

y किलोमीटर प्रति घंटा की चाल से लिया गया समय $= \frac{A}{y}$ घंटे

z किलोमीटर प्रति घंटा की चाल से लिया गया समय $= \frac{A}{z}$ घंटे

$\therefore$ कुल दूरी $\left(\frac{A}{x}+\frac{A}{y}+\frac{A}{z}\right)$ घंटे में तय की गई।

$\therefore$ यात्रा के दौरान औसत चाल $= \frac{3A}{\frac{A}{x}+\frac{A}{y}+\frac{A}{z}} = \frac{3xyzA}{Ayz+Axz+Axy}$

$= \frac{3xyz}{xy+yz+xz}$ किलोमीटर/घंटा

उदा. 13: एक रेलगाड़ी A से B तक की यात्रा 20 किलोमीटर प्रति घंटे की चाल से एवं B से A तक की यात्रा 30 किलोमीटर प्रति घंटे की चाल से तय करती है। यात्रा के दौरान रेलगाड़ी की औसत चाल ज्ञात करें।

हल: **सूत्र:**

$$\text{औसत चाल} = \frac{2\times20\times30}{20+30} = 24 \text{ कि.मी./घंटा}$$

उदा. 14: कोई व्यक्ति अपने कुल यात्रा-मार्ग को तीन समान हिस्सों में विभाजित कर उन्हें क्रमशः 40, 30 एवं 15 किलोमीटर प्रति घंटे की रफ्तार से तय करने का निश्चय करता है। यात्रा के दौरान उसकी औसत चाल क्या है?

हल: ***प्रमेय से:***

$$\text{औसत चाल} = \frac{3\times40\times30\times15}{40\times30+30\times15+40\times15} = \frac{3\times40\times30\times15}{2250}$$

$$= 24 \text{ किलोमीटर प्रति घंटा}$$

उदा. 15: यात्रा का एक-तिहाई अंश 25 किलोमीटर प्रति घंटे की रफ्तार से तय किया जाता है, एक-चौथाई अंश 30 किलोमीटर प्रति घंटे की रफ्तार से एवं शेष दूरी को 50 किलोमीटर प्रति घंटे की रफ्तार से तय किया जाता है। यात्रा के दौरान औसत चाल क्या थी?

हल: मान लिया कि मार्ग की कुल लंबाई = x किलोमीटर।

तब $\frac{x}{3}$ किलोमीटर 25 किलोमीटर प्रति घंटे की रफ्तार से, $\frac{x}{4}$ किलोमीटर की दूरी 30 किलोमीटर प्रति घंटे की रफ्तार से, तथा शेष दूरी $\left(x-\frac{x}{3}-\frac{x}{4}=\right)\frac{5}{12}x$ किलोमीटर 50 किलोमीटर प्रति घंटे की रफ्तार से तय की जाती है।

x किलोमीटर की दूरी तय करने में लगा कुल समय

$$= \frac{x}{3\times25}+\frac{x}{4\times30}+\frac{5x}{12\times50} = \frac{18x}{600} \text{ घंटे} = \frac{3x}{100} \text{ घंटे}$$

$$\therefore \text{ औसत चाल} = \frac{x}{\frac{18x}{600}} = \frac{100}{3} = 33\frac{1}{3} \text{ कि.मी/घंटा}$$

नोट: इस उदाहरण में यात्रा के तीनों हिस्से समान नहीं हैं। इसलिए हमलोगों ने प्रमेय का इस्तेमाल नहीं किया।

उदा. 16: एक दफ्तर के सभी कर्मचारियों (Staff) का औसत वेतन 120 रु. प्रति महीना है। पदाधिकारियों एवं गैर-पदाधिकारियों (Officers and non-officers) का औसत वेतन क्रमशः 460 रु. एवं 110 रु. है। यदि दफ्तर में पदाधिकारियों की संख्या 15 हो तो गैर-पदाधिकारियों की संख्या ज्ञात करें।

हल : माना कि अभीष्ट गैर-पदाधिकारियों की संख्या = x

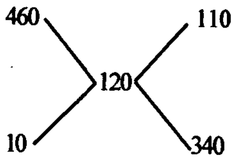
तो, $110x + 460 \times 15 = 120(15 + x)$

या, $120x - 110x = 460 \times 15 - 120 \times 15 = 15(460 - 120)$

या, $10x = 15 \times 340 \quad \therefore \; x = 15 \times 34 = 510$

द्रुत विधि* (Quicker Method) : *मिश्रण* (Alligation) *विधि :

पदाधिकारी गैर-पदाधिकारी



इसलिए, पदाधिकारी : गैर-पदाधिकारी = 10 : 340 = 1 : 34

$\therefore$ गैर-पदाधिकारियों की संख्या = $15 \times \frac{34}{1} = 510$

अथवा

सीधे सूत्र से :

गैर-पदाधिकारियों की संख्या =

पदाधिकारियों की संख्या × $\left[\frac{\text{पदाधिकारियों का औसत वेतन - सारे कर्मचारियों का औसत वेतन}}{\text{सारे कर्मचारियों का औसत वेतन - गैर-पदाधिकारियों का औसत वेतन}}\right]$

$$= 15\left(\frac{460 - 120}{120 - 110}\right) = 510$$

उदा. 17: एक छात्रावास में 35 विद्यार्थी हैं। यदि विद्यार्थियों की संख्या में 7 की वृद्धि की जाती है तो भोजन का खर्च 42 रु. प्रति दिन के हिसाब से बढ़ जाता है। जबकि प्रति व्यक्ति औसत खर्च में 1 रु. की कमी आती है। भोजन का मूल खर्च (original expenditure) ज्ञात करें।

हल : माना कि औसत खर्च x रु. है। तो कुल खर्च = 35x रु.

जब 7 और विद्यार्थी छात्रावास में शामिल होते हैं तो भोजन का खर्च = 35x + 42

अब, औसत खर्च = $\frac{35x + 42}{35 + 7} = \frac{35x + 42}{42}$

प्रश्नानुसार,

$$\frac{35x + 42}{42} = x - 1$$

या, $35x + 42 = 42x - 42$

या, $7x = 84 \quad \therefore \; x = 12$

इस प्रकार, भोजन का मूल खर्च = 35× 12 = 420 रु.

सूत्र: यदि औसत में कमी = x

खर्च में वृद्धि = y

विद्यार्थियों की संख्या में वृद्धि = Z एवं
विद्यार्थियों की संख्या (मूलतः) = N, तो

मूल खर्च (original expenditure) $= N\left[\frac{x(N+Z)+y}{Z}\right]$

इस स्थिति में, $35\left[\frac{1(35+7)+42}{7}\right] = 35\times12 = 420$ रु.

नोट : इस सूत्र का इस्तेमाल इस प्रकार के उदाहरण की विभिन्न स्थितियों में किया जा सकता है। इसे कोशिश करें।

महत्वपूर्ण तथ्य

1. प्रथम n प्राकृत संख्याओं (natural numbers) का औसत $= \frac{n+1}{2}$
2. n लगातार संख्याओं का औसत (जहाँ n एक विषम संख्या है) हमेशा बीच वाली संख्या (middle number) होती है। संख्याएँ निम्नलिखित हो सकती हैं:
   a) क्रमागत संख्याएँ, अर्थात् 1, 2, 3, 4, 5
   उपर्युक्त पाँच क्रमागत संख्याओं का औसत मध्य संख्या अर्थात् 3 है।

   सत्यापन: $\frac{1+2+3+4+5}{5} = \frac{15}{5} = 3$

   b) क्रमागत विषम संख्याएँ, अर्थात् 1, 3, 5, 7, 9
   औसत = मध्य संख्या = 5

   सत्यापन: $\frac{1+3+5+7+9}{5} = \frac{25}{5} = 5$

   c) क्रमागत सम संख्याएँ, अर्थात् 2, 4, 6, 8, 10
   औसत = मध्य संख्या = 6

   सत्यापन: औसत $= \frac{2+4+6+8+10}{5} = \frac{30}{5} = 6$
3. n लगातार संख्याओं का औसत (जहाँ n = सम सख्या) दो मध्य सख्याओं के औसत के बराबर होता है। संख्याएँ निम्नलिखित हो सकती हैं:
   a) क्रमागत संख्याएँ, अर्थात् 1, 2, 3, 4, 5, 6

   औसत = दो मध्य संख्याओं का औसत = $\frac{3+4}{2} = 3.5$

   सत्यापन: औसत $= \frac{1+2+3+4+5+6}{6} = \frac{21}{6} = 3.5$

   a) क्रमागत विषम संख्याएँ, अर्थात् 1, 3, 5, 7, 9, 11

औसत $= \frac{5+7}{2} = 6$

सत्यापन: औसत $= \frac{1+3+5+7+9+11}{6} = \frac{36}{6} = 6$

c) क्रमागत सम संख्याएँ, अर्थात् 2, 4, 6, 8, 10, 12

औसत $= \frac{6+8}{2} = 7$

सत्यापन: औसत $= \frac{2+4+6+8+10+12}{6} = \frac{42}{6} = 7$

नोट: उपर्युक्त सभी शृंखला में दो मध्य संख्याएँ हैं। इसलिए अभीष्ट औसत की गणना निम्नलिखित विधि द्वारा किया जा सकता है।

I. क्रमागत संख्याओं की स्थिति में:

औसत = छोटा मध्य पद + 1 या बड़ा मध्य पद - 0.5

II. क्रमागत विषम एवं क्रमागत सम संख्याओं की स्थिति में:

औसत = छोटा मध्य पद + 1 या बड़ा मध्य पद - 1

4. 1 से n तक के विषम संख्याओं का औसत $= \left(\frac{\text{अंतिम विषम संख्या} + 1}{2}\right)$;

जहाँ n = विषम संख्या

उदाहरण के लिए, 1 से 35 तक के विषम संख्याओं का औसत $= \frac{35+1}{2} = 18$

5. 1 से n तक के सम संख्याओं का औसत $= \left(\frac{\text{अंतिम सम संख्या} + 2}{2}\right)$;

जहाँ n = सम संख्या

उदाहरण के लिए, 1 से 50 तक के सम संख्याओं का औसत $= \frac{50+2}{2} = 26$

6. n तक के सभी प्राकृत संख्याओं (natural numbers) के वर्ग का औसत

$$= \left[\frac{(n+1)(2n+1)}{6}\right]$$

उदाहरण के लिए, 7 तक के सभी प्राकृत संख्याओं के वर्ग का औसत

$$= \frac{(7+1)(2 \times 7+1)}{6} = \frac{8 \times 15}{6} = 20$$

सत्यापन: अभीष्ट औसत $= \frac{1^2+2^2+3^3+4^2+5^2+6^2+7^2}{7} = \frac{140}{7} = 20$

7. n तक के सभी प्राकृत संख्याओं के घन का औसत $=\left[\frac{n(n+1)^2}{4}\right]$

उदाहरण के लिए, 7 तक के सभी प्राकृत संख्याओं के घन का औसत

$$=\frac{7(7+1)^2}{4}=\frac{7\times8\times8}{4}=112$$

सत्यापन: अभीष्ट औसत $=\frac{1^3+2^3+3^3+4^3+5^3+6^3+7^3}{7}=\frac{784}{7}=112$

8. प्रथम n क्रमागत सम संख्याओं (consecutive even numbers) का औसत $(n+1)$ होता है।

9. प्रथम n क्रमागत विषम संख्याओं (consecutive odd numbers) का औसत (n) होता है।

10. प्रथम n क्रमागत सम संख्याओं के वर्ग का औसत $=\left[\frac{2(n+1)(2n+1)}{3}\right]$

उदाहरण के लिए प्रथम 4 सम संख्याओं के वर्ग का औसत $=\frac{2(4+1)(2\times4+1)}{3}=30$

सत्यापन: प्रथम 4 सम संख्याएँ = 2, 4, 6, 8

सम संख्याओं का वर्ग $=2^2, 4^2, 6^2, 8^2$

अभीष्ट औसत $=\frac{2^2+4^2+6^2+8^2}{4}=\frac{120}{4}=30$

11. n तक के सभी क्रमागत सम संख्याओं के वर्ग का औसत $=\frac{(n+1)(n+2)}{3}$; जहाँ n एक सम संख्या है।

उदाहरण के लिए, 8 तक के सभी सम संख्याओं के वर्ग का औसत $=\frac{(8+1)(8+2)}{3}=30$

12. n तक के सभी क्रमागत विषम संख्याओं के वर्ग का औसत $=\frac{n(n+2)}{3}$; जहाँ n = विषम संख्या। उदाहरण के लिए, 8 तक के सभी विषम संख्याओं के वर्ग का औसत निकालना है। यहाँ 8 एक सम संख्या है इसलिए हम सर्वप्रथम 8 से तुरंत पहले की विषम संख्या ज्ञात करते हैं जो 7 है।

∴ यहाँ $n=7$। अब हम उपर्युक्त सूत्र का इस्तेमाल करते हैं।

अभीष्ट औसत $=\frac{7(7+2)}{3}=21$

सत्यापन: अभीष्ट विषम संख्याएँ = 1, 3, 5 एवं 7

विषम संख्याओं का वर्ग $= 1^2, 3^2, 5^2, 7^2$

अभीष्ट औसत $= \frac{1^2 + 3^2 + 5^2 + 7^2}{4} = \frac{84}{4} = 21$

13. यदि n क्रमागत विषम संख्याओं का औसत 'x' हो तो सबसे-छोटी एवं सबसे-बड़ी संख्याओं का अंतर $2(n-1)$ होता है। हम देखते हैं कि उपर्युक्त सूत्र 'x' से स्वतंत्र है। इसका अर्थ है कि उपर्युक्त सूत्र 'x' के किसी भी मान के लिए मान्य है।

अभ्यास प्रश्न

1. किसी परीक्षा में 60 विद्यार्थियों का एक दल का औसत प्राप्तांक 55 है तथा 40 विद्यार्थियों के एक दूसरे दल का औसत प्राप्तांक 45 है। कुल मिलाकर औसत प्राप्तांक कितना है?
   1) 52 2) 40 3) 51 4) 56 5) इनमें से कोई नहीं
2. किसी विद्यार्थी को 4 विषयों में औसत 75 अंक प्राप्त होते हैं। यदि उसे 5वें विषय में कुल 80 अंक प्राप्त होते हों तो नया औसत क्या है?
   1) 80 2) 76 3) 92 4) 95 5) इनमें से कोई नहीं
3. प्रथम 61 प्राकृत संख्याओं (natural numbers) का औसत क्या है?
   1) 30 2) 30.5 3) 31 4) 32 5) इनमें से कोई नहीं
4. किसी परीक्षा में प्राप्तांकों का औसत 50 पाया गया। गणना में शामिल त्रुटियों को हटाने के उपरान्त 100 परीक्षार्थियों के प्राप्तांक 90 से घटाकर 60 करने पड़े। इससे प्राप्तांकों का औसत घटकर 45 हो गया। परीक्षा में शामिल होने वाले विद्यार्थियों की कुल संख्या क्या है?
   1) 300 2) 600 3) 200 4) 150 5) इनमें से कोई नहीं
5. 16 व्यक्तियों के एक दल की औसत आयु 28 वर्ष 3 महीने हैं। 58 वर्षीय दो वृद्धों ने दल को छोड़ दिया। शेष व्यक्तियों की आयु का औसत क्या है?
   1) 26 2) 24 3) 22 4) 20 5) इनमें से कोई नहीं
6. 50 गेंदों का औसत वजन 5 ग्राम है। यदि थैले का वजन भी शामिल कर लिया जाए तो औसत वजन में 0.05 ग्राम की वृद्धि हो जाती है। थैले का वजन कितना है?
   1) 5.05 ग्राम 2) 6.05 ग्राम 3) 7.05 ग्राम 4) 7.55 ग्राम 5) इनमें से कोई नहीं
7. 10 विद्यार्थियों के एक दल की औसत आयु 15 वर्ष है। यदि 5 और व्यक्ति दल में शामिल कर लिए जाएँ तो औसत आयु में एक वर्ष की वृद्धि हो जाती है। नए छात्र की आयु ज्ञात करें।
   1) 18 वर्ष 2) 17 वर्ष 3) 16 वर्ष 4) 12 वर्ष 5) इनमें से कोई नहीं
8. 8 व्यक्तियों के औसत वजन में 2.5 किलोग्राम की वृद्धि हो जाती है यदि 56 किलोग्राम के किसी व्यक्ति को निकालकर कोई अन्य व्यक्ति शामिल कर लिया जाए। नए व्यक्ति का वजन ज्ञात करें।
   1) 73 किलो 2) 72 किलो 3) 75 किलो 4) 80 किलो 5) इनमें से कोई नहीं
9. A, B एवं C का औसत वजन 84 किलोग्राम है। यदि D भी दल में शामिल हो जाए तो दल का औसत वजन 80 किलोग्राम हो जाता है। यदि कोई व्यक्ति E, जिसका वजन D से 3 किलोग्राम अधिक है, A की जगह रख दिया जाए, तो B, C, D एवं E के वजन का औसत 79 किलोग्राम हो जाता है। A का वजन ज्ञात करें।

1) 64 किलोग्राम 2) 72 किलोग्राम 3) 75 किलोग्राम
4) 80 किलोग्राम 5) इनमें से कोई नहीं

10. 11 परिणामों का औसत 50 है। यदि पहले 6 परिणामों का औसत 49 हो तथा अंतिम 6 परिणाम का औसत 52 हो तो छठा परिणाम बताएँ।
1) 50 2) 52 3) 56 4) 60 5) इनमें से कोई नहीं

11. कोई व्यक्ति 60 किलोमीटर प्रति घंटे की रफ्तार से गाड़ी चलाकर दफ्तर पहुँचता है और फिर उसी मार्ग से 30 किलोमीटर प्रति घंटे की रफ्तार से गाड़ी चलाकर वापस लौटता है उसकी औसत चाल ज्ञात करें।
1) 50 किलोमीटर/घंटा 2) 45 किलोमीटर/घंटा 3) 40 किलोमीटर/घंटा
4) 55 किलोमीटर/घंटा 5) इनमें से कोई नहीं

12. पाँच क्रमागत सम संख्याएँ (consecutive even numbers) a, b, c, d एवं e का औसत ज्ञात करें।

13. कोई व्यक्ति एक-तिहाई यात्रा 60 कि.मी. प्रति घंटे की रफ्तार से चल रही रेलगाड़ी से तय करता है, अगली एक-तिहाई यात्रा 30 कि.मी. प्रति घंटे की रफ्तार से चल रही बस से एवं शेष यात्रा 10 कि.मी. प्रति घंटे की रफ्तार से चल रही साइकिल से तय करता है। संपूर्ण यात्रा के दौरान उसकी औसत चाल क्या है?

1) 30 कि.मी./घंटा 2) $33\frac{1}{3}$ कि.मी./घंटा 3) 20 कि.मी./घंटा
4) 50 कि.मी./घंटा 5) इनमें से कोई नहीं

14. एक कॉलेज में पहले सप्ताह के पहले तीन दिनों की औसत उपस्थिति 325 है तथा पहले चार दिनों की औसत उपस्थिति 320 है। चौथे दिन कितने छात्र उपस्थित थे?
1) 305 2) 350 3) 530 4) 503

15. एक कार v_1 कि. मी. प्रति घंटे की रफ्तार से t_1 घंटा चलती है तथा v_2 कि. मी. प्रति घंटे की रफ्तार से t_2 घंटा चलती है। कार की औसत चाल पूरी यात्रा के दौरान क्या है?

1) $\frac{t_1+t_2}{v_1t_1+v_2t_2}$ कि. मी./घंटा 2) $z\frac{v_1t_1+v_2t_2}{t_1+t_2}$ कि. मी./घंटा

3) $\frac{v_1t_2+v_2t_1}{v_1+v_2}$ कि. मी./घंटा 4) $\frac{v_1+v_2}{v_1t_1+v_2t_2}$ कि. मी./घंटा

16. एक कार v_1 कि. मी. प्रति घंटा की रफ्तार से x कि. मी. चलता है। तथा v_2 कि. मी. प्रति घंटा की रफ्तार से y कि. मी. चलता है। कार की औसत चाल पूरी यात्रा के लिए ज्ञात करें।

1) $\frac{v_1v_2(x+y)}{xv_2+yv_1}$ कि. मी./घंटा 2) $\frac{xv_2+yv_1}{v_1v_2(x+y)}$ कि. मी./घंटा

3) $\frac{xy(v_1+v_2)}{xv_1+yv_2}$ कि. मी./घंटा 4) $\frac{xv_1+yv_2}{xy(v_1+v_2)}$ कि. मी./घंटा

17. एक हवाई जहाज किसी वर्गाकार खेत के चारों भुजाओं के ऊपर 200, 400, 600 एवं 800 कि. मी. प्रति घंटा की रफ्तार से चलात है। तो पूरी यात्रा के लिए हवाई जहाज की औसत गति ज्ञात करें।

1) 600 कि. मी./घंटा 2) 400 कि. मी./घंटा
3) 500 कि. मी./घंटा 4) 384 कि. मी./घंटा

18. तीन लड़कों की औसत उम्र 15 वर्ष है। उनके उम्र 3 : 5 : 7 के अनुपात में हैं। उनमें से सबसे बड़े लड़के की उम्र क्या है?

1) 7 वर्ष 2) 14 वर्ष 3) 20 वर्ष 4) 21 वर्ष

19. किसी शहर की जनसंख्या पहले, दूसरे एवं तीसरे वर्ष क्रमश: 20%, 25%, एवं 44% की वृद्धि होती है। तीन वर्षों में शहर की जनसंख्या की औसत वृद्धि दर क्या है?

1) 36.87% 2) 37.68% 3) 38.67% 4) इनमें से कोई नहीं

20. एक निवेशक अपनी एक-चौथाई पूँजी पर 3% आमदनी प्राप्त करता है, अपनी दो-तिहाई पूँजी पर 5% आमदनी प्राप्त करता है, तथा शेष पूँजी पर 11% आमदनी प्राप्त करता है। उसकी कुल पूँजी पर औसत आमदनी की दर क्या है?

1) 5% 2) 10% 3) 5.5% 4) 10.5%

21. तीन दी हुई संख्याओं में से पहली संख्या दूसरी संख्या की दुगुनी तथा तीसरी संख्या की तीन गुनी है। यदि प्रदत्त संख्याओं का औसत 88 हो, तो पहली एवं तीसरी संख्या का अंतर ज्ञात करें।

1) 48 2) 72 3) 96 4) 32

22. 8 पठनांकों (reading) का औसत 24.3 है। जिसमें पहले दो पठनांकों का औसत 18.5 है तथा अगले तीन पठनांकों का औसत 21.2 है। यदि छठा पठनांक सातवें पठनांक से तीन कम तथा आठवें पठनांक से 8 कम हो तो छठा पठनांक क्या है?

1) 24.8 2) 26.5 3) 27.6 4) 29.4

23. एक पति एवं पत्नी, जब उन्होंने 5 वर्ष पहले शादी की थी, की औसत आयु 23 वर्ष थी। पति, पत्नी एवं बच्चा, जो कि इस बीच पैदा हुआ था, की वर्तमान औसत आयु 20 वर्ष है। बच्चे की उम्र ज्ञात करें।

1) 9 महीना 2) 1 वर्ष 3) 3 वर्ष 4) 4 वर्ष

24. 5 वर्ष पह , A, B, C, एवं D की औसत उम्र 45 वर्ष थी। अभी E उन लोगों में शामिल हो जाता है तो उन पाँचों की औसत उम्र 49 वर्ष है। E की उम्र ज्ञात करें।

1) 25 वर्ष 2) 40 वर्ष 3) 45 वर्ष 4) 64 वर्ष

25. 5 वर्ष पहले, राम और श्याम की औसत उम्र 20 वर्ष थी। अभी राम, श्याम एवं मोहन की औसत उम्र 30 वर्ष है। 10 वर्ष बाद मोहन की उम्र क्या होगी?

1) 45 वर्ष 2) 50 वर्ष 3) 49 वर्ष 4) 60 वर्ष

26. 40 छात्रों की औसत ऊँचाई 163 से.मी. है। एक किसी खास दिन, तीन छात्र A, B, एवं C अनुपस्थित हो जाते हैं तथा शेष 37 छात्रों की औसत ऊँचाई 162 से. मी. हो जाती है। यदि A एवं B की ऊँचाई बराबर हो तथा C की ऊँचाई A की ऊँचाई से 2 से. मी. कम हो तो A की ऊँचाई ज्ञात करें।

1) 176 से. मी. 2) 166 से. मी.
3) 180 से. मी. 4) 186 से. मी.

27. तीन संख्याओं में, पहली दूसरी की दुगुनी है तथा तीसरी की आधी है। यदि तीनों संख्याओं का औसत 56 है तो तीनों संख्याएँ क्रम से हैं :
1) 48, 96, 24 2) 48, 24, 96
3) 96, 24, 48 4) 96, 48, 24

28. तीन संख्याओं में, दूसरी संख्या पहली संख्या की दुगुनी है एवं तीसरी संख्या की तीन गुनी है। यदि तीनों संख्याओं का औसत 44 हो तो सबसे बड़ी संख्या ज्ञात करें।
1) 24 2) 36 3) 72 4) 108

29. तीन संख्याओं का योगफल 98 है। यदि पहली एवं दूसरी संख्या का अनुपात 2 : 3 एवं दूसरी एवं तीसरी संख्या का अनुपात 5 : 8 हो तो दूसरी संख्या का मान ज्ञात करें।
1) 30 2) 20 3) 58 4) 48

30. तीन आदमियों A, B एवं C का औसत भार 84 कि. ग्रा. है। एक दूसरा आदमी D इस समूह में शामिल हो जाता है और अब औसत भार 80 कि. ग्रा. हो जाता है। यदि एक और आदमी E जिसका भार D के भार से 3 कि. ग्रा. ज्यादा है A की जगह पर समूह में आता है तो B, C, D एवं E का औसत भार 79 कि. ग्रा. हो जाता है। A का भार ज्ञात करें।
1) 70 कि. ग्रा. 2) 72 कि. ग्रा.
3) 75 कि. ग्रा. 4) 80 कि. ग्रा.

31. 5 वर्ष पहले A, B, C एवं D की औसत आयु 45 वर्ष थी। X को शामिल करके पाँचों की वर्तमान औसत आयु 49 वर्ष है। X की वर्तमान आयु क्या है?
1) 64 वर्ष 2) 48 वर्ष 3) 45 वर्ष 4) 40 वर्ष

32. A एवं B की औसत उम्र 20 वर्ष है। यदि C, A की जगह पर आता तो औसत 19 होता तथा यदि C, B की जगह पर आता तो औसत 21 होता। A, B एवं C की उम्र क्या है?
1) 22, 18, 20 2) 18, 22, 20
3) 22, 20, 18 4) 18, 20, 22

33. सोमवार, मंगलवार एवं बुधवार का औसत ताप 75° था। मंगलवार, बुधवार एवं गुरुवार का औसत ताप 77° था। यदि गुरुवार का ताप 76° था तो सोमवार का ताप ज्ञात कीजिए।

34. दस संख्याओं का औसत 15.34 है। पहली पाँच संख्याओं का औसत 14.35 है तथा अन्तिम छः संख्याओं का औसत 15.43 है। पाँचवी संख्या अशुद्ध है। शेष संख्याओं का औसत ज्ञात कीजिए।

35. एक छात्रावास में 50 छात्र थे। 10 छात्रों के और आ जाने से भोजन का व्यय 70 रु. बढ़ गया परन्तु प्रति छात्र औसत व्यय 1 रु. कम हो गया। छात्रावास के पहले 50 छात्रों का व्यय ज्ञात कीजिए।

36. क्रिकेट के एक मैच में 6 खिलाड़ियों के रनों का कुछ औसत था। सातवें खिलाड़ी ने 112 रन बनाए और उनके रनों का औसत 10 बढ़ गया। पहले के खिलाड़ियों के रनों का औसत क्या था? उनके कुल रनों की संख्या क्या थी?

37. 6 लड़कों में से एक 20 किलोग्राम भार वाले लड़के को निकाल कर उसके स्थान पर एक नए लड़के को रख लेने से सबका औसत भार 5 किलोग्राम बढ़ गया। नए लड़के का भार क्या है?

38. चार पुरुषों A, B, C, तथा D का औसत भार 67 किलोग्राम है। पाँचवें पुरुष E के आ जाने से औसत भार 2 किलोग्राम घट जाता है। A के स्थान पर एक अन्य पुरुष F, जिसका भार E के भार से 4 किलोग्राम अधिक है, आ जाता है। इससे औसत भार घटकर 64 किलोग्राम रह जाता है। A का भार ज्ञात कीजिए।

39. एक परीक्षा में बैठने वाले विद्यार्थियों की संख्या के $\frac{2}{5}$ ने $\frac{3}{8}$, $\frac{1}{5}$ ने $\frac{1}{8}$, $\frac{3}{10}$ ने $\frac{1}{4}$ तथा शेष ने $\frac{5}{8}$ अंक प्राप्त किए। कुल विद्यार्थियों का औसत प्राप्तांक 125 रहा। परीक्षा के पूर्णांक ज्ञात कीजिए।

उत्तर

1.3; दल की औसत आयु $= \frac{60\times 55 + 40\times 45}{60+40} = 51$

2.2; $\frac{4\times 75 + 80}{5} = 76$

3.3; पहले 61 प्राकृत संख्याओं का योग $= \frac{61(61+1)}{2}$

$\therefore$ औसत $= \frac{61\times 62}{2\times 61} = 31$

सीधे सूत्र से:

पहले n प्राकृत संख्याओं का औसत $= \frac{n+1}{2}$

इसलिए इस स्थिति में औसत $= \frac{61+1}{2} = 31$

4.2; मान लिया कि परीक्षार्थियों की कुल संख्या = x

$\therefore \frac{50x - 100(90-60)}{x} = 45$

$\therefore x = 600$

5.2; $\frac{16\times 28\frac{1}{4} - 2\times 58}{14} = 24$

6.4; $51\times 5.05 - 50\times 5 = 7.55$ ग्राम

सीधे सूत्र से:

थैले का वजन = पुराना औसत + औसत में वृद्धि × (वस्तुओं की कुल संख्या)

$= 5 + 0.05\,(51)$

$= 5 + 2.55 = 7.55$ ग्राम

7. 1; 10 विद्यार्थियों की कुल आयु = 15 × 10 = 150 वर्ष

15 विद्यार्थियों की कुल आयु = 15 × 16 = 240 वर्ष

$\therefore$ नए छात्रों का औसत $= \dfrac{240-150}{5} = 18$ वर्ष

8. 5; $56 + 8 \times 2.5 = 76$ वर्ष

9. 3; $A + B + C = 3 \times 84 = 252$ किलोग्राम

$A + B + C + D = 4 \times 80 = 320$ किलोग्राम

$\therefore$ $D = 320 - 252 = 68$ किलोग्राम

$\therefore$ $E = 68 + 3 = 71$ किलोग्राम

अब, $\dfrac{320 - A + 71}{4} = 79$

$\therefore$ $A = 75$ किलोग्राम

10. 33; $6 \times 49 + 6 \times 52 - 11 \times 50 = 294 + 312 - 550 = 56$

11. 3; ***सूत्र से:***

औसत $= \dfrac{2 \times 60 \times 30}{60 + 30} = \dfrac{2 \times 60 \times 30}{90} = 40$ किलोमीटर/घंटा

12. क्रमागत सम संख्याओं या विषम संख्याओं का औसत उसका मध्य पद होता है। यहाँ प्रदत्त स्थिति में औसत = c

13. 3; औसत $= \dfrac{3 \times 60 \times 30 \times 10}{60 \times 30 + 60 \times 10 + 30 \times 10} = \dfrac{3 \times 60 \times 30 \times 10}{2700} = 20$ कि.मी./घंटा

14. 1; अभीष्ट उत्तर = 320 × 4 − 325 × 3 = 305

15. 2; t_1 घंटे में तय की गई दूरी $= t_1 v_1$ कि. मी.

t_2 घंटे में तय की गई दूरी $= t_2 v_2$ कि. मी.

कुल दूरी $= t_1 v_1 + t_2 v_2$

कुल समय $= t_1 + t_2$

$\therefore$ औसत चाल $= \dfrac{v_1 t_1 + t_2 v_2}{t_1 + t_2}$ कि. मी./घंटा

16. 3; पहली यात्रा में लिया गया समय $= \dfrac{x}{v_1}$ घंटा

दूसरी यात्रा में लिया गया समय $= \dfrac{y}{v_2}$ घंटा

कुल दूरी = (x + y) कि. मी.

$$\text{कुल समय} = \left(\frac{x}{v_1}+\frac{x}{v_2}\right) \text{ घंटा}$$

$$\therefore \quad \text{औसत चाल} = \frac{\text{दूरी}}{\text{समय}} = \frac{x+y}{\frac{x}{v_1}+\frac{y}{v_2}} = \frac{v_1v_2(x+y)}{xv_2+yv_1} \text{ कि. मी.}$$

17. 4; माना कि वर्ग की एक भुजा x कि. मी. लंबी है।

∴ कुल दूरी = 4x कि. मी.

$$\text{कुल समय} = \frac{x}{200}+\frac{x}{400}+\frac{x}{600}+\frac{x}{800}=\frac{x}{96} \text{ घंटा}$$

$$\therefore \quad \text{औसत चाल} = \frac{4x\times 96}{x} = 384 \text{ कि. मी./घंटा}$$

18. 4; माना कि उनके उम्र 3x , 5x एवं 7x हैं।

∴ कुल उम्र = 3x + 5x + 7x = 3 × 15

या, 15x = 45 ⇒ x = 3

∴ सबसे बड़े की उम्र = 7 x = 7 × 3 = 21 वर्ष

19. माना कि प्रारंभिक जनसंख्या 100 है।

पहले बर्ष के बाद जनसंख्या = 100 × 1.20 = 120

दूसरे वर्ष के बाद जनसंख्या = 120 × 1.25 = 150

तीसरे वर्ष के बाद जनसंख्या = 150 × 1.44 = 216

विशुद्ध वृद्धि = 216 - 100 = 116

$$\text{तीन वर्षों के दौरान विशुद्ध प्रतिशत वृद्धि} = \frac{116}{100}\times 100 = 116\%$$

$$\therefore \quad \text{विशुद्ध प्रतिशत वृद्धि प्रतिवर्ष} = \frac{116}{3}\% = 38.67\%$$

20. 1; $\text{शेष पूँजी} = 1-\left(\frac{1}{4}+\frac{2}{3}\right) = 1-\frac{3+8}{12} = 1-\frac{11}{12} = \frac{1}{12}$

$$\text{कुल आमदनी} = 3\times\frac{1}{4}+5\times\frac{2}{3}+11\times\frac{1}{12} = \frac{9+40+11}{12} = \frac{60}{12} = 5$$

∴ औसत प्रतिशत आमदनी = 5%

21. 3; माना कि पहली संख्या = x

$$\therefore \text{ दूसरी } = \frac{x}{2} \text{ एंव तीसरी } = \frac{x}{3}$$

$\therefore\ x+\frac{x}{2}+\frac{x}{3}=3\times 88$

या, $\frac{11x}{6}=264$

या, $x=\frac{264\times 6}{11}=144$

$\therefore$ पहली - तीसरी $=(144-\frac{1}{3}\times 144)=96$

22. 3; माना कि छठा पठनांक $= x$

$\therefore$ 7वाँ $= (x+3)$ एवं 8वाँ $= (x+8)$

$\therefore\ 2\times 18.50+3\times 21.2+x+(x+3)+(x+8)=8\times 24.3$

या, $37+63.6+3x+11=194.4$

या, $x=27.6$

23. 4; पति एवं पत्नी की वर्तमान कुल आयु $= (2\times 23+2\times 5)=65$ वर्ष

पति, पत्नी एवं बच्चे की वर्तमान कुल आयु $= 3\times 20=60$ वर्ष

$\therefore$ बच्चे की वर्तमान आयु $= 60-56=4$ वर्ष

24. 3; 5 वर्ष पहले, $(A+B+C+D)=(45\times 4)=180$ वर्ष

अब, $(A+B+C+D)=(180+4\times 5)=200$ वर्ष

अब, $(A+B+C+D+E)=(5\times 49)=45$ वर्ष

$\therefore$ अभी E की उम्र $= 245 - 200 = 45$ वर्ष

25. 2; 5 वर्ष पहले राम एवं श्याम की कुल उम्र $= 2\times 20=40$ वर्ष

$\therefore$ अभी राम एवं श्याम की कुल उम्र $= (40+5+5) = 50$ वर्ष

अभी राम,श्याम एवं मोहन की कुल उम्र $= 3\times 30=90$ वर्ष

अभी मोहन की उम्र $= (90 - 50)$ वर्ष $= 40$ वर्ष

10 वर्ष बाद मोहन की उम्र $= 40+10=50$ वर्ष

26. 1; माना कि A, B एवं C की ऊँचाई क्रमशः x से. मी., x से. मी. एवं $(x-2)$ से. मी. है।

तो, $x+x+(x-2)=163\times 40-162\times 37$

$\therefore\ x=176$ से. मी.

27. 2; माना कि संख्याएँ 2x, x एवं 4x हैं।

औसत $=\frac{2x+x+4x}{3}\Rightarrow\frac{7x}{3}=56$

$\therefore\ x=\frac{3\times 56}{7}=24$

$\therefore$ संख्याएँ क्रम से 48, 24, एवं 96 हैं।

28. 3; माना कि संख्याएँ x, 2x एवं $\frac{2}{3}x$ हैं।

$$\text{औसत} = \frac{x+2x+\frac{2}{3}x}{3} \Rightarrow \frac{11}{9}x = 44$$

$$\therefore \quad x = \frac{44\times 9}{11} = 36$$

∴ संख्याएँ हैं : 36, 72 एवं 24

∴ सबसे बड़ी संख्या = 72

29. 1; माना कि संख्याएँ x, y एवं z हैं। तो,

$x+y+z=98,\ \frac{x}{y}=\frac{2}{3}$ एवं $\frac{y}{z}=\frac{5}{8}$

$\therefore \quad x=\frac{2y}{3}$ एवं $z=\frac{8y}{5}$

$\therefore \quad \frac{2y}{3}+y+\frac{8y}{5}=98$ या, $\frac{49y}{15}=98$ या, y = 30

30. 3; D का भार = (80 × 4 - 84 × 3) कि. ग्रा. = 68 कि. ग्रा.

E का भार = (68 + 3) कि. ग्रा. = 71 कि. ग्रा.

(B + C + D + E) का भार = (79 × 4) = 316 कि. ग्रा.

∴ (B + C) का भार = [316 – (68 + 71)] कि. ग्रा. = 177 कि. ग्रा.

∴ A का भार = [(84 × 3) – 177] कि. ग्रा. = 75 कि. ग्रा.

31. 3; 5 वर्ष पहले, A, B, C, एवं D की कुल उम्र = (45 × 4) वर्ष

= 180 वर्ष

A, B, C, D एवं X की कुल वर्तमान उम्र = (49 × 5) वर्ष = 245 वर्ष

A, B, C, एवं D की वर्तमान उम्र = (180 + 5 × 4) वर्ष = 200 वर्ष

∴ X की वर्तमान उम्र = 45 वर्ष

32. 1; माना कि A, B एवं C की उम्र क्रमशः a, b एवं c वर्ष है।

∴ + a + b = 2 × 20 = 40

+ b + c = 2 × 19 = 38

+ c + a = 2 × 21 = 42

∴ a + b + c = 2 × 60 [उपर्युक्त तीनों को जोड़ने पर]

– b + c = –38

∴ a = 22

– a + b = – 40

∴ b = 18

एवं c = 20

∴ A की उम्र = 22 वर्ष

B की उम्र = 18 वर्ष

C की उम्र = 20 वर्ष

33. चूँकि सोमवार, मंगलवार एवं बुधवार के ताप का योग = $75 \times 3 = 225°$

मंगलवार, बुधवार एवं गुरुवार के ताप का योग = $77 \times 3 = 231°$

तथा गुरुवार का ताप = 76°

∴ मंगलवार एवं बुधवार के ताप का योग = $231 - 76 = 155°$

∴ सोमवार का ताप = $225 - 155 = 70°$

34. चूँकि 10 संख्याओं का योग = $15.34 \times 10 = 153.40$

तथा पहले 5 संख्याओं का योग = $14.35 \times 5 = 71.75$

∴ अंतिम 5 संख्याओं का योग = $153.40 - 71.75 = 81.65$

∴ अंतिम 6 संख्याओं का योग = $15.43 \times 6 = 92.58$

∴ पहले 4 संख्याओं का योग = $153.400 - 92.58 = 60.82$

∴ पाँचवीं संख्या को छोड़कर शेष 9 संख्याओं का योग = $81.65 + 60.82 = 142.47$

∴ शेष 9 संख्याओं का औसत = $\frac{142.47}{9} = 15.83$

35. चूँकि नए छात्रों के आने से औसत व्यय 1 रु. कम हो जाता है

∴ 50 छात्रों के पहले व्यय में बचत = 50 रु.

किन्तु व्यय में बढ़ोतरी = 70 रु.

∴ नए छात्रों का व्यय = $70 + 50 = 120$ रु.

नए छात्रों का औसत व्यय = $\frac{120}{10} = 12$ रु.

∴ पुराने छात्रों का औसत व्यय = $12 + 1 = 13$ रु.

∴ पुराने छात्रों का व्यय = $50 \times 13 = 650$ रु.

36. माना कि पहले के 6 खिलाड़ियों के रनों का औसत x था।

∴ उनके कुल रनों की संख्या = 6x

∴ 7 खिलाड़ियों के रनों की संख्या = $6x + 112$

तथा उनका औसत = $\frac{6x+112}{7}$

∴ $\frac{6x+112}{7} = x+10$

या, $6x + 112 = 7x + 70$

या, $7x - 6x = 112 - 70$

या, $x = 42$

∴ पहले खिलाड़ियों के रनों का औसत = 42 रन

तथा उनके रनों की संख्या = $6x = 6 \times 42 = 252$ रन

अथवा,

सातवें खिलाड़ी के आने से पहले 6 खिलाड़ियों के रनों में, 10 रन का औसत बढ़ जाने से, वृद्धि = $6 \times 10 = 60$ रन

$\therefore$ सातवें खिलाड़ी के आने से औसत रन = $112 - 60 = 52$ रन

$\therefore$ पहले के खिलाड़ियों का औसत = $52 - 10 = 42$ रन

तथा रनों की संख्या = $42 \times 6 = 252$ रन

37. माना कि नए लड़के का भार x कि. ग्रा. है।

$\therefore$ भार में वृद्धि = $x - 20$ कि. ग्रा.

$\therefore$ भार में औसत वृद्धि = $\frac{x-20}{6} = 5$

या, $x - 20 = 30$

$\therefore$ $x = 20 + 30 = 50$ कि. ग्रा.

अथवा,

5 किलोग्राम औसत भार बढ़ जाने से, 6 लड़कों में कुल भार की वृद्धि = $6 \times 5 = 30$ कि. ग्रा.

नए लड़के का भार = $30 + 20 = 50$ कि. ग्रा.

38. A, B, C, D के भार का योग = $67 \times 4 = 268$ कि. ग्रा.

चूँकि A, B, C, D, का औसत भार = $67 - 2 = 65$ कि. ग्रा.

$\therefore$ A, B, C, D, E के भार का योग = $65 \times 5 = 325$ कि. ग्रा.

$\therefore$ E का भार $325 - 268 = 57$ कि. ग्रा.

$\therefore$ F का भार = $57 + 4 = 61$ कि. ग्रा.

अब, F, B, C, D, E का औसत भार = 64 कि. ग्रा.

$\therefore$ F, B, C, D, E के भार का योग = $64 \times 5 = 320$ कि. ग्रा.

$\therefore$ B, C, D के भार का योग = $320 - 57 - 61 = 202$ कि. ग्रा.

$\therefore$ A का भार $268 - 202 = 66$ कि. ग्रा.

39. शेष विद्यार्थी $= 1 - \left[\frac{2}{5} + \frac{1}{5} + \frac{3}{10}\right] = 1 - \frac{9}{10} = \frac{1}{10}$

कुल प्राप्तांक = पूर्णांक का $\left[\frac{2}{5} \times \frac{3}{8} + \frac{1}{5} \times \frac{1}{8} + \frac{3}{10} \times \frac{1}{4} + \frac{1}{10} \times \frac{5}{8}\right]$

= पूर्णांक का $\left[\frac{3}{20} + \frac{1}{40} + \frac{3}{40} + \frac{5}{80}\right]$

$\therefore$ पूर्णांक का $\frac{25}{80}$ = पुर्णांक का $\frac{5}{16}$

$\therefore$ औसत प्राप्तांक = $\frac{\text{कुल प्राप्तांक}}{\text{कुल छात्र}} = \frac{\text{पूर्णांक का } \frac{5}{16}}{1} = \text{पूर्णांक का } \frac{5}{16}$

चूँकि पूर्णांक का $\frac{5}{16} = 125$

$\therefore$ पूर्णांक = $\frac{125 \times 16}{5} = 25 \times 16 = 400$