

साधारण और चक्रवृद्धि ब्याज (Simple & Compound Interest)

- **मूलधन-** वह धन जो किसी व्यक्ति को उधार या कर्ज के रूप में दिया जाता है या बैंक आदि में ब्याज हेतु जमा किया जाता है, मूलधन कहलाता है। इसे सामान्यतः P द्वारा प्रदर्शित करते हैं।
 - **समय-** जितने दिन, महीने या वर्ष के लिए धन दिया जाता है, वह दिन, महीना या वर्ष समय कहलाता है। इसे t द्वारा प्रदर्शित करते हैं।
 - **दर-** प्रति सौ रुपये, प्रति इकाई समय में जितना ब्याज लिया जाता है वह ब्याज की दर कहलाती है।
 - **ब्याज-** जो अतिरिक्त धन मूलधन के साथ प्राप्त होता है वह ब्याज कहलाता है। इसे I द्वारा प्रदर्शित किया जाता है।
 - **मिश्रधन-** संयुक्त रूप से मूलधन तथा ब्याज को मिश्रधन कहा जाता है, इसे A द्वारा प्रदर्शित किया जाता है।

हल : मूलधन = 5000 रु., दर = 10% वार्षिक एवं ब्याज = 1000 रु.

$$\text{समय } (t) = \frac{1000 \times 100}{5000 \times 10} \Rightarrow 2 \text{ वर्ष}$$

प्रश्न : कौन-सी धनराशि साधारण ब्याज की 6% वार्षिक दर से 5 वर्ष में 6500 रु. हो जाएगी?

हल : मिश्रधन = 6500 रु., दर = 6% वार्षिक, समय = 5 वर्ष

$$\begin{aligned}
 \text{मूलधन} &= \frac{\text{मिश्रधन} \times 100}{100 + \text{द र} \times \text{समय}} \\
 &= \frac{6500 \times 100}{100 + 5 \times 6} \text{ रु.} \\
 &= \frac{6500 \times 100}{130} \Rightarrow 5000 \text{ रु.}
 \end{aligned}$$

परीक्षोपयोगी प्रश्न

उत्तर—(b)

माना मुलधन = x रु., दर = $R\%$ तथा साधारण ब्याज = y रु.

(∴ राशि दोगुनी हो जाती है और समय = 16 वर्ष)

$$\therefore \frac{x \times R \times 16}{100} = x \text{ अर्थात् } R = \frac{100}{16}\%$$

$$\text{माना मूलधन} = x \text{ रु., दर} = \frac{100}{16}\% \text{ वार्षिक, साधारण ब्याज} = 2x$$

$$\therefore \text{समय} = \left(\frac{100 \times 2x}{x \times \frac{100}{16}} \right) \text{वर्ष}$$

$$= \frac{100 \times 2 \times 16}{100} \Rightarrow 32 \text{ वर्ष}$$

2. 10% वार्षिक ब्याज की दर से किसी निश्चित समय के बाद एक निश्चित मूलधन और साधारण ब्याज का अनुपात 10 : 3 था। निवेश किए गए धन की अवधि कितने वर्ष थी?

(a) 1 (b) 3 (c) 5 (d) 7

उत्तर—(b)

(c) 5 : 4

(d) 2 : 3

उत्तर-(b)

माना राशि का कुछ भाग x रु. है।

दूसरा भाग = $(5000 - x)$ रु.

$$\therefore \frac{(x \times 2 \times 4)}{100} + \frac{(5000 - x) \times 2 \times 5}{100} = 440$$

$$8x + 50000 - 10x = 44000$$

$$x = \frac{6000}{2} \Rightarrow 3000 \text{ रु.}$$

$$\begin{aligned} \text{अभीष्ट अनुपात} &= \frac{x}{(5000 - x)} = \frac{3000}{(5000 - 3000)} \\ &= \frac{3}{2} \Rightarrow 3 : 2 \end{aligned}$$

9. A ने B को 2500 रुपये तथा उसी समय C को कुछ राशि 7% वार्षिक साधारण ब्याज की दर से उधार दी, यदि 4 वर्ष बाद A को B और C से कुल मिलाकर 1120 रुपये ब्याज के रूप में प्राप्त हुए, तो C को उधार दी गई राशि है—
- 700 रुपये
 - 6500 रुपये
 - 4000 रुपये
 - 1500 रुपये

उत्तर-(d)

माना C को उधार दी गई राशि x रुपये हो तो
प्रश्नानुसार

$$\frac{2500 \times 7 \times 4}{100} + \frac{x \times 7 \times 4}{100} = 1120$$

$$\frac{28}{100}(2500 + x) = 1120$$

$$2500 + x = \frac{1120 \times 100}{28}$$

$$\therefore x = 4000 - 2500 \\ = 1500 \text{ रुपये}$$

10. एक धनराशि पर साधारण ब्याज उस राशि का $\frac{8}{25}$ है। यदि वर्षों की संख्या प्रतिवर्ष दर की प्रतिशतता से संख्यात्मक रूप से आधी है, तो प्रतिवर्ष दर क्या है?

- $6\frac{1}{4}$
- 8
- 4
- 5

उत्तर-(b)

माना धनराशि x रु. है।

$$\therefore \text{साधारण ब्याज} = \frac{8}{25} x \text{ रु.}$$

$$\text{साधारण ब्याज} = \frac{\text{मूलधन} \times \text{दर} \times \text{समय}}{100}$$

माना समय = t वर्ष, तो दर = $2t$ होगा (प्रश्नानुसार)

$$\frac{8}{25} x = \frac{x \times 2t \times t}{100}$$

$$\frac{t^2}{50} = \frac{8}{25}$$

$$t^2 = 16$$

$$t = 4$$

$$\therefore \text{दर} = 2t \\ = 2 \times 4 = 8\%$$

11. किस साधारण ब्याज (वार्षिक) पर 4 वर्ष में किसी ब्याज की

कुल राशि मूलधन की राशि का $\frac{8}{25}$ हो जाती है?

- (a) 8% (b) 16%

- (c) $3\frac{2}{25}\%$ (d) 4%

उत्तर-(a)

माना मूलधन = x रुपये

$$\therefore \frac{8}{25} x = \frac{x \times r \times 4}{100}$$

$$r = \frac{8 \times 100}{25 \times 4} = 8\%$$

द्वितीय विधि-

$$\therefore r = \left(\frac{n}{t} \times 100 \right) \%$$

$$r = \frac{8 \times 100}{25 \times 4} = 8\%$$

12. मि. दत्ता अपने 3 लाख रुपये के सेवा निवृत्ति लाभ को अंशतः डाकघर में और अंशतः बैंक में क्रमशः 10% और 6% के ब्याज पर जमा करना चाहते थे। यदि उनकी मासिक ब्याज ब्यय रु. 2000 हो, तो डाकघर और बैंक में उनकी जमा राशि में कितना अंतर था?

- शून्य
- रु. 1,00,000
- रु. 50,000
- रु. 40,000

उत्तर-(a)

माना मूलधन = x रुपये

तथा दर = $r\%$

प्रश्न से, $520 - x = \frac{x \times r \times 5}{100}$

$$52000 - 100x = 5xr \quad \dots(i)$$

तथा $568 - x = \frac{x \times r \times 7}{100}$

$$56800 - 100x = 7xr \quad \dots(ii)$$

समी. (ii) में से समी. (i) को घटाने पर-

$$2xr = 4800$$

$$xr = 2400$$

\therefore xr का मान समी. (i) में रखने पर-

$$52000 - 100x = 5 \times 2400$$

$$\therefore x = \frac{52000 - 12000}{100} \Rightarrow 400 \text{ रुपये}$$

द्वितीय विधि-

माना मूलधन x रुपये

\therefore प्रश्नानुसार,

$$x + 5 \text{ वर्ष} = 520 \dots\dots\dots(i)$$

$$x + 7 \text{ वर्ष} = 568 \dots\dots\dots(ii)$$

समी. (i) में से (ii) को घटाने पर

$$\therefore 2 \text{ वर्ष का साधारण ब्याज} = 48 \text{ रु.}$$

$$\therefore 1 \text{ वर्ष का साधारण ब्याज} = 24 \text{ रु.}$$

$$\therefore 5 \text{ वर्ष का साधारण ब्याज} = 24 \times 5 = 120$$

समी. (i) से $x = 520 - 120 \Rightarrow 400 \text{ रु.}$

उत्तर—(b)

माना मूलधन = x रुपये

प्रश्नानुसार

$x + 2$ वर्ष का साधारण ब्याज = 720 रुपये (i)

$x + 2$ वर्ष का साधारण ब्याज + 5 वर्ष का साधारण ब्याज = 1020 रुपये

$x + 7$ वर्ष का साधारण ब्याज = 1020 रुपये (ii)

∴ समी. (ii) में समी. (i) घटाने पर

5 वर्ष का साधारण ब्याज = $1020 - 720 \Rightarrow 300$ रुपये

∴ 1 वर्ष का साधारण ब्याज = 60 रुपये

∴ 2 वर्ष का साधारण ब्याज = $60 \times 2 \Rightarrow 120$ रुपये

समी. (i) में मान रखने पर

$$x + 120 = 720$$

$$x = 720 - 120$$

$$= 600$$
 रुपये

- 19.** एक धनराशि, साधारण ब्याज पर उधार देने पर 3 वर्षों में रु. 1380 और 5 वर्षों में रु. 1500 हो जाती है। तदनुसार, ब्याज की वार्षिक दर कितने प्रतिशत है?

उत्तर—(d)

$$\begin{aligned}
 & 3 \text{ वर्षों में मिश्रधन} = 1380 \text{ तथा } 5 \text{ वर्षों में मिश्रधन} = 1500 \\
 \therefore 2 \text{ वर्ष का साधारण ब्याज} &= 1500 - 1380 \Rightarrow 120 \\
 \therefore 1 \text{ वर्ष का साधारण ब्याज} &= \frac{120}{2} \Rightarrow 60 \text{ रु.} \\
 \therefore 3 \text{ वर्ष का साधारण ब्याज} &= 60 \times 3 \Rightarrow 180 \text{ रु.} \\
 \therefore \text{मूलधन} &= \text{मिश्रधन} - \text{ब्याज} \\
 &= 1380 - 180 \Rightarrow 1200 \\
 \therefore \text{दर} &= \frac{100 \times \text{साधारण ब्याज}}{\text{मूलधन} \times \text{समय}} \Rightarrow \frac{100 \times 180}{1200 \times 3} \\
 &= \frac{15}{3} \Rightarrow 5\% \text{ वार्षिक}
 \end{aligned}$$

20. 500 रुपये की एक धनराशि 12% वार्षिक साधारण ब्याज की दर से निवेशित की जाती है तथा एक अन्य धनराशि 10% वार्षिक साधारण ब्याज की दर से निवेशित की जाती है, यदि 4 वर्ष बाद दोनों धनराशियों पर प्राप्त कुल ब्याज 480 रुपये है, तो अन्य धनराशि है—

- (a) 450 रुपये
 - (b) 750 रुपये
 - (c) 600 रुपये
 - (d) 550 रुपये

उत्तर—(c)

माना अन्य धनराशि x रुपये है, तब

$$\frac{500 \times 4 \times 12}{100} + \frac{x \times 4 \times 10}{100} = 480$$

$$\frac{40x}{100} = 480 - 240$$

$$x = \frac{240 \times 100}{40} \Rightarrow 600 \text{ रुपये}$$

- 21.** रु. 800 की राशि 3 वर्षों में साधारण ब्याज पर रु. 920 हो जाती है। यदि दर 3% प्रतिवर्ष बढ़ा दी जाती है, तो समान अवधि में वह राशि कितनी हो जाएगी?

उत्तर—(a)

(c) 30000 रु.

(d) 45000 रु.

उत्तर-(b)

प्रश्नानुसार

$$\frac{x \times 5 \times 1}{100} + \frac{(60000 - x) \times 4 \times 1}{100} = 2560$$

$$5x + 240000 - 4x = 256000$$

$$x = 256000 - 240000$$

$$= 16000$$

$$4\% \text{ की दर वाली राशि} = 60000 - 16000$$

$$= 44000 \text{ रु.}$$

28. यदि किसी धनराशि पर 6 वर्ष का साधारण ब्याज मूलधन के 30% के बराबर हो, तो यह कितने समय बाद मूलधन के बराबर होगा?

(a) 20 वर्ष

(b) 30 वर्ष

(c) 10 वर्ष

(d) 22 वर्ष

उत्तर-(a)

माना मूलधन = 100 रु.

\therefore साधारण ब्याज = 30 रु., समय = 6 वर्ष, दर = ?

$$\therefore \text{दर} = \frac{30 \times 100}{100 \times 6} \Rightarrow 5\%$$

दूसरी शर्त से

पुनः साधारण ब्याज = 100 रु. तथा दर = 5%

$$\therefore \text{समय} = \frac{100 \times 100}{100 \times 5} \Rightarrow 20 \text{ वर्ष}$$

29. कितने वर्षों में 12% वार्षिक दर से 3,000 रु. का साधारण ब्याज 1,080 रु. हो जाएगा?

(a) 3 वर्ष

(b) $2\frac{1}{2}$ वर्ष

(c) 2 वर्ष

(d) $3\frac{1}{2}$ वर्ष

उत्तर-(a)

$$\text{समय} = \frac{100 \times 1080}{12 \times 3000} = \frac{108}{12 \times 3} \Rightarrow 3 \text{ वर्ष}$$

30. कितने वर्षों में एक धनराशि $6\frac{1}{4}\%$ प्रतिवर्ष के साधारण ब्याज पर दोगुनी हो जाएगी?

(a) $12\frac{1}{2}$ वर्ष

(b) 16 वर्ष

(c) $10\frac{2}{3}$ वर्ष

(d) 8 वर्ष

उत्तर-(b)

माना धनराशि x तथा समय t वर्ष है।

प्रश्नानुसार

$$2x = x + \frac{x \times 25 \times t}{100}$$

$$2x - x = \frac{x \times 25 \times t}{4 \times 100}$$

$$x \times 4 \times 100 = x \times 25 \times t$$

$$t = \frac{4 \times 100}{25} \Rightarrow 16 \text{ वर्ष}$$

31. एक धनराशि 15% प्रतिवर्ष के साधारण ब्याज पर कितने समय में चार गुनी हो जाएगी?

(a) 10 वर्ष

(b) 15 वर्ष

(c) 30 वर्ष

(d) 20 वर्ष

उत्तर-(d)

माना धनराशि x रु. तथा समय t वर्ष है।

प्रश्नानुसार

$$4x = \frac{x \times 15 \times t}{100} + x \quad \text{द्वितीय विधि-}$$

$$\frac{x \times 15 \times t}{100} = 4x - x \quad t = \frac{(r-1)}{\text{दर}} \times 100 \quad (\text{जहां } r \text{ ब्याज की दर है})$$

$$\frac{15 \times x \times t}{100} = 3x \quad = \frac{(4-1)}{15} \times 100$$

$$\frac{3x \times 100}{15 \times x} \Rightarrow 20 \text{ वर्ष} \quad = \frac{3}{15} \times 100 \Rightarrow 20 \text{ वर्ष}$$

32. कितने वर्षों में कोई धनराशि 25% प्रतिवर्ष साधारण ब्याज की दर पर तिगुनी हो जाएगी?

(a) 10 वर्ष

(b) 8 वर्ष

(c) 12 वर्ष

(d) 15 वर्ष

उत्तर-(b)

माना धनराशि x तथा समय t वर्ष है।

प्रश्नानुसार

$$3x = x + \frac{x \times 25 \times t}{100} \quad \text{द्वितीय विधि-} \quad t = \frac{(n-1)}{r} \times 100$$

$$2x = \frac{xt}{4} \quad = \frac{(3-1) \times 100}{25}$$

$$\therefore t = 8 \text{ वर्ष} \quad = \frac{200}{25} \Rightarrow 8 \text{ वर्ष}$$

प्रश्न : 400 रु. का दो वर्ष में चक्रवृद्धि ब्याज तथा साधारण ब्याज क्रमशः 41 रु. तथा 40 रु. है। ब्याज की दर क्या होगी?

हल : दो वर्षों के लिए चक्रवृद्धि ब्याज तथा साधारण ब्याज का अंतर

$$= \text{मूलधन} \times \left(\frac{r}{100} \right)^2$$

$$41 - 40 = 400 \times \frac{r^2}{100 \times 100}$$

$$1 \times \frac{100}{4} = r^2$$

$$r^2 = 25$$

$$\therefore r = 5\%$$

अतः ब्याज की दर 5% वार्षिक होगी।

प्रश्न : 1960 रु. पर 10% वार्षिक ब्याज की दर से चक्रवृद्धि ब्याज तथा साधारण ब्याज का दो वर्ष में अंतर क्या होगा?

$$\text{हल : चक्रवृद्धि ब्याज} - \text{साधारण ब्याज} = 1960 \times \left(\frac{10}{100} \right)^2$$

$$= 1960 \times \frac{1}{10} \times \frac{1}{10} \Rightarrow 19.6 \text{ रु.}$$

अतः 1960 रु. पर 10% वार्षिक ब्याज की दर से दो वर्ष में चक्रवृद्धि ब्याज तथा साधारण ब्याज का अंतर 19.6 रु. होगा।

प्रश्न : 16000 रु. पर 5% वार्षिक ब्याज की दर पर 3 वर्ष में चक्रवृद्धि ब्याज कितना होगा?

$$\begin{aligned} \text{हल : चक्रवृद्धि मिश्रधन} &= 16000 \left(1 + \frac{5}{100}\right)^3 \\ &= 16000 \times \frac{105}{100} \times \frac{105}{100} \times \frac{105}{100} \\ &= 18522 \text{ रु.} \end{aligned}$$

चक्रवृद्धि व्याज = $18522 - 16000 \Rightarrow 2522$ रु.

प्रश्न : 4000 रु. पर 8% वार्षिक ब्याज की दर से 3 वर्ष में साधारण ब्याज तथा चक्रवृद्धि ब्याज का अंतर कितना होगा?

हल : 3 वर्ष के लिए साधारण ब्याज तथा चक्रवृद्धि ब्याज का अंतर

$$\begin{aligned}
 &= \frac{PR^2(300+R)}{(100)^3} \text{ रु.} \\
 &= \frac{4000 \times 64(300+8)}{100 \times 100 \times 100} \text{ रु.} \\
 &= \frac{4000 \times 64 \times 308}{100 \times 100 \times 100} \text{ रु.} \\
 &= \frac{78848}{1000} \Rightarrow 78.848 \text{ रु.}
 \end{aligned}$$

अतः 4000 रु. पर 8% वार्षिक ब्याज की दर से 3 वर्ष में साधारण ब्याज तथा चक्रवृद्धि ब्याज का अंतर 78.848 रु. होगा।

☞ यदि कोई धन t_1 समय में n_1 गना तथा t_2 समय में n_2 गना हो

$$\text{जाता है, तो इनके बीच का संबंध } \boxed{(n_1)^{\frac{1}{t_1}} = (n_2)^{\frac{1}{t_2}}} \text{ होगा।}$$

परीक्षोपयोगी प्रश्न

उत्तर—(d)

$$\begin{aligned}
 \text{उधार लिया गया धन} &= (1 \text{ वर्ष बाद देय } 17640 \text{ रु. का वर्तमान मूल्य}) \\
 &\quad + (2 \text{ वर्ष बाद देय } 17640 \text{ रु. का वर्तमान मूल्य}) \\
 &= \frac{17640}{\left(1 + \frac{5}{100}\right)} + \frac{17640}{\left(1 + \frac{5}{100}\right)^2} \\
 &= 17640 \times \frac{100}{105} + 17640 \times \frac{100}{105} \times \frac{100}{105} \\
 &= 17640 \times \frac{20}{21} + 17640 \times \frac{20}{21} \times \frac{20}{21} \\
 &= 17640 \times \frac{20}{21} \left[1 + \frac{20}{21}\right] \\
 &= 17640 \times \frac{20}{21} \times \frac{41}{21} \Rightarrow 32800 \text{ रु.}
 \end{aligned}$$

उत्तर—(c)

माना प्रत्येक किस्त की राशि x है।

प्रश्नानसार

$$\frac{x}{\left(1 + \frac{10}{100}\right)} + \frac{x}{\left(1 + \frac{10}{100}\right)^2} = 5040$$

$$\frac{x}{11} + \frac{x}{\left(\frac{11}{10}\right)^2} = 5040$$

$$\frac{10x}{11} + \frac{100x}{121} = 5040$$

$$\frac{110x + 100x}{121} = 5040$$

$$210x = 5040 \times 121$$

$$x = \frac{5040 \times 121}{210} \Rightarrow 2904 \text{ रु.}$$

