

Co-ordinate Geometry

Ex. 5.1

1. रेषांचा कल दिला आहे. त्यावरून त्या रेषांचा चढ काढा. [प्रत्येकी 1 गुण]

i. 45° [जुलै 16]

ii. 30°

iii. 90°

उकल :

i. रेषेचा कल $(\theta) = 45^\circ$
रेषेचा चढ $(m) = \tan \theta$

$\therefore m = \tan 45^\circ = 1$

\therefore रेषेचा चढ हा 1 आहे.

ii. रेषेचा कल $(\theta) = 30^\circ$
रेषेचा चढ $(m) = \tan \theta$

$\therefore m = \tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$

\therefore रेषेचा चढ हा $\frac{1}{\sqrt{3}}$ आहे.

iii. रेषेचा कल $(\theta) = 90^\circ$
रेषेचा चढ $(m) = \tan \theta$

$\therefore m = \tan 90^\circ$
पण, $\tan 90^\circ$ अव्याख्येय आहे.

\therefore रेषेचा चढ सांगता येत नाही.

2. खाली दिलेल्या बिंदूंमधून जाणाऱ्या रेषेचा चढ काढा. [प्रत्येकी 2 गुण]

i. $A(-2, 1)$ आणि $B(0, 3)$

ii. $P(1, -1)$ आणि $Q(-2, 5)$

iii. $C(3, 5)$ आणि $D(-2, -3)$ [मार्च 15]

iv. $G(-4, -5)$ आणि $H(-1, -2)$

v. $M(4, 0)$ आणि $N(-3, -2)$

vi. $B(0, -5)$ आणि $D(1, 2)$ [ऑक्टोबर 13]

उकल :

i. समजा, $A \equiv (-2, 1) \equiv (x_1, y_1)$,

$B \equiv (0, 3) \equiv (x_2, y_2)$

रेषा AB चा चढ $= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$$= \frac{3-1}{0-(-2)} = \frac{2}{0+2} = \frac{2}{2} = 1$$

\therefore रेषा AB चा चढ हा 1 आहे.

ii. समजा, $P \equiv (1, -1) \equiv (x_1, y_1)$,

$Q \equiv (-2, 5) \equiv (x_2, y_2)$

रेषा PQ चा चढ $= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$$= \frac{5-(-1)}{-2-1} = \frac{5+1}{-3} = -\frac{6}{3} = -2$$

\therefore रेषा PQ चा चढ हा -2 आहे.

iii. समजा, $C \equiv (3, 5) \equiv (x_1, y_1)$,

$$D \equiv (-2, -3) \equiv (x_2, y_2)$$

$$\text{रेषा CD चा चढ} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-3 - 5}{-2 - 3} = \frac{-8}{-5} = \frac{8}{5}$$

\therefore रेषा CD चा चढ हा $\frac{8}{5}$ आहे.

iv. समजा, $G \equiv (-4, -5) \equiv (x_1, y_1)$,

$$H \equiv (-1, -2) \equiv (x_2, y_2)$$

$$\begin{aligned} \text{रेषा GH चा चढ} &= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \\ &= \frac{-2 - (-5)}{-1 - (-4)} = \frac{-2 + 5}{-1 + 4} = \frac{3}{3} = 1 \end{aligned}$$

\therefore रेषा GH चा चढ हा 1 आहे.

v. समजा, $M \equiv (4, 0) \equiv (x_1, y_1)$,

$$N \equiv (-3, -2) \equiv (x_2, y_2)$$

$$\text{रेषा MN चा चढ} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-2 - 0}{-3 - 4} = \frac{-2}{-7} = \frac{2}{7}$$

\therefore रेषा MN चा चढ हा $\frac{2}{7}$ आहे.

vi. समजा, $B \equiv (0, -5) \equiv (x_1, y_1)$,

$$D \equiv (1, 2) \equiv (x_2, y_2)$$

$$\begin{aligned} \text{रेषा BD चा चढ} &= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \\ &= \frac{2 - (-5)}{1 - 0} = \frac{2 + 5}{1} = 7 \end{aligned}$$

\therefore रेषा BD चा चढ हा 7 आहे.

3. चढ या संकल्पनेचा विचार करून खालील बिंदू
एकरेषीय आहेत का याचा पडताळा घ्या.

[प्रत्येकी 3 गुण]

- i. A(7, 8), B(-5, 2) आणि C(3, 6) [मार्च 13]
- ii. P(-2, 3), Q(7, -4) आणि R(2, 1)
- iii. X(-1, 3), Y(8, -3) आणि Z(2, 1) [मार्च 13]
- iv. M(1, -2), N(2, -1) आणि T(3, 0)
- v. A(-2, -2), B(1, 1) आणि D(3, 3) [मार्च 13]
- vi. V(-7, 8), W(-5, 2) आणि U(3, 6)

उकल :

- i. A(7, 8), B(-5, 2) आणि C(3, 6) हे दिलेले बिंदू
आहेत.

$$\text{रेषेचा चढ} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

रेषा AB साठी:

समजा, A \equiv (7, 8) \equiv (x₁, y₁),

B \equiv (-5, 2) \equiv (x₂, y₂)

$$\therefore \text{रेषा AB चा चढ} = \frac{2-8}{-5-7} = \frac{-6}{-12} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \text{रेषा AB चा चढ} = \frac{1}{2} \quad \text{---- (i)}$$

रेषा AC साठी :

समजा, $A \equiv (7, 8) \equiv (x_1, y_1)$,

$C \equiv (3, 6) \equiv (x_2, y_2)$

$$\text{रेषा AC चा चढ} = \frac{6-8}{3-7} = \frac{-2}{-4} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \text{रेषा AC चा चढ} = \frac{1}{2} \quad \text{---- (ii)}$$

$$\therefore \text{रेषा AB चा चढ} = \text{रेषा AC चा चढ}$$

---- [विधान (i) व (ii) वरून]

तसेच, बिंदू A हा दोन्ही रेषांचा सामाईक बिंदू आहे.

\therefore बिंदू A, B आणि C हे एकरेषीय आहेत.

- ii. P(-2, 3), Q(7, -4) आणि R(2, 1) हे दिलेले बिंदू आहेत.

$$\text{रेषेचा चढ} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

रेषा PQ साठी :

समजा, P \equiv (-2, 3) \equiv (x₁, y₁),

Q \equiv (7, -4) \equiv (x₂, y₂)

$$\text{रेषा PQ चा चढ} = \frac{-4 - 3}{7 - (-2)} = \frac{-7}{7 + 2} = -\frac{7}{9}$$

$$\therefore \text{रेषा PQ चा चढ} = -\frac{7}{9} \quad \text{---- (i)}$$

रेषा PR साठी:

समजा, P \equiv (-2, 3) \equiv (x₁, y₁),

R \equiv (2, 1) \equiv (x₂, y₂)

$$\text{रेषा PR चा चढ} = \frac{1 - 3}{2 - (-2)} = \frac{-2}{2 + 2} = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore \text{रेषा PR चा चढ} = -\frac{1}{2} \quad \text{---- (ii)}$$

\therefore रेषा PQ चा चढ हा रेषा PR च्या चढाशी समान नाही.

---- [विधान (i) व (ii) वरून]

\therefore बिंदू P, Q आणि R हे एकरेषीय नाहीत.

- iii. $X(-1, 3)$, $Y(8, -3)$ आणि $Z(2, 1)$ हे दिलेले बिंदू आहेत.

$$\text{रेषेचा चढ} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

रेषा XY साठी:

$$\text{समजा, } X \equiv (-1, 3) \equiv (x_1, y_1),$$

$$Y \equiv (8, -3) \equiv (x_2, y_2)$$

$$\text{रेषा XY चा चढ} = \frac{-3 - 3}{8 - (-1)} = \frac{-6}{8 + 1} = \frac{-6}{9} = -\frac{2}{3}$$

$$\therefore \text{रेषा XY चा चढ} = -\frac{2}{3} \quad \text{---- (i)}$$

रेषा XZ साठी:

$$\text{समजा, } X \equiv (-1, 3) \equiv (x_1, y_1),$$

$$Z \equiv (2, 1) \equiv (x_2, y_2)$$

$$\therefore \text{रेषा XZ चा चढ} = \frac{1 - 3}{2 - (-1)} = \frac{-2}{2 + 1} = -\frac{2}{3}$$

$$\therefore \text{रेषा XZ चा चढ} = -\frac{2}{3} \quad \text{---- (ii)}$$

$$\therefore \text{रेषा XY चा चढ} = \text{रेषा XZ चा चढ}$$

---- [विधान (i) व (ii) वरून]

तसेच, बिंदू X हा दोन्ही रेषांचा सामाईक बिंदू आहे.

$$\therefore \text{बिंदू X, Y आणि Z हे एकरेषीय आहेत.}$$

- iv. M(1, -2), N(2, -1) आणि T(3, 0) हे दिलेले बिंदू आहेत.

$$\text{रेषेचा चढ} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

रेषा MN साठी:

$$\text{समजा, } M \equiv (1, -2) \equiv (x_1, y_1),$$

$$N \equiv (2, -1) \equiv (x_2, y_2)$$

$$\text{रेषा MN चा चढ} = \frac{-1 - (-2)}{2 - 1} = \frac{-1 + 2}{1} = 1$$

$$\therefore \text{रेषा MN चा चढ} = 1 \quad \text{---- (i)}$$

रेषा MT साठी:

$$\text{समजा, } M \equiv (1, -2) \equiv (x_1, y_1),$$

$$T \equiv (3, 0) \equiv (x_2, y_2)$$

$$\therefore \text{रेषा MT चा चढ} = \frac{0 - (-2)}{3 - 1} = \frac{0 + 2}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

$$\therefore \text{रेषा MT चा चढ} = 1 \quad \text{---- (ii)}$$

$$\therefore \text{रेषा MN चा चढ} = \text{रेषा MT चा चढ}$$

---- [विधान (i) व (ii) वरून]

तसेच, बिंदू M हा दोन्ही रेषांचा सामाईक बिंदू आहे.

$$\therefore \text{बिंदू M, N आणि T हे एकरेषीय आहेत.}$$

- v. A(-2, -2), B(1, 1) आणि D(3, 3) हे दिलेले बिंदू आहेत.

$$\text{रेषेचा चढ} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

रेषा AB साठी:

समजा, A \equiv (-2, -2) \equiv (x₁, y₁),

$$B \equiv (1, 1) \equiv (x_2, y_2)$$

$$\text{रेषा AB चा चढ} = \frac{1 - (-2)}{1 - (-2)} = \frac{1 + 2}{1 + 2} = \frac{3}{3} = 1$$

$$\therefore \text{रेषा AB चा चढ} = 1 \quad \text{---- (i)}$$

रेषा AD साठी:

समजा, A \equiv (-2, -2) \equiv (x₁, y₁),

$$D \equiv (3, 3) \equiv (x_2, y_2)$$

$$\text{रेषा AD चा चढ} = \frac{3 - (-2)}{3 - (-2)} = \frac{3 + 2}{3 + 2} = \frac{5}{5} = 1$$

$$\therefore \text{रेषा AD चा चढ} = 1 \quad \text{---- (ii)}$$

$$\therefore \text{रेषा AB चा चढ} = \text{रेषा AD चा चढ}$$

---- [विधान (i) व (ii) वरून]

तसेच, बिंदू A हा दोन्ही रेषांचा सामाईक बिंदू आहे.

$$\therefore \text{बिंदू A, B आणि D हे एकरेषीय आहेत.}$$

- vi. $V(-7, 8)$, $W(-5, 2)$ आणि $U(3, 6)$ हे दिलेले बिंदू आहेत.

$$\text{रेषेचा चढ} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

रेषा VW साठी:

समजा, $V \equiv (-7, 8) \equiv (x_1, y_1)$,

$W \equiv (-5, 2) \equiv (x_2, y_2)$

$$\text{रेषा VW चा चढ} = \frac{2-8}{-5-(-7)} = \frac{-6}{-5+7} = \frac{-6}{2} = -3$$

$$\therefore \text{रेषा VW चा चढ} = -3 \quad \text{---- (i)}$$

रेषा VU साठी:

समजा, $V \equiv (-7, 8) \equiv (x_1, y_1)$, $U \equiv (3, 6) \equiv (x_2, y_2)$

$$\text{रेषा VU चा चढ} = \frac{6-8}{3-(-7)} = \frac{-2}{3+7} = \frac{-2}{10} = -\frac{1}{5}$$

$$\therefore \text{रेषा VU चा चढ} = -\frac{1}{5} \quad \text{---- (ii)}$$

\therefore रेषा VW चा चढ हा रेषा VU च्या चढाशी समान नाही.

---- [विधान (i) व (ii) वरून]

\therefore बिंदू V, W आणि U हे एकरेषीय नाहीत.

4. जर $(-3, 11)$, $(6, 2)$ आणि $(k, 4)$ हे बिंदू एकरेषीय असतील, तर k ची किंमत काढा.

[जुलै 15] [3 गुण]

उकल :

समजा, $A \equiv (-3, 11)$, $B \equiv (6, 2)$, $C \equiv (k, 4)$

$$\text{रेषेचा चढ} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

रेषा AB साठी:

समजा, $A \equiv (-3, 11) \equiv (x_1, y_1)$,

$B \equiv (6, 2) \equiv (x_2, y_2)$

$$\text{रेषा AB चा चढ} = \frac{2-11}{6-(-3)} = \frac{-9}{6+3} = \frac{-9}{9} = -1$$

---- (i)

रेषा AC साठी :

समजा, $A \equiv (-3, 11) \equiv (x_1, y_1)$,

$C \equiv (k, 4) \equiv (x_2, y_2)$

$$\text{रेषा AC चा चढ} = \frac{4-11}{k-(-3)} = \frac{-7}{k+3} \quad \text{---- (ii)}$$

तसेच, बिंदू A, B आणि C हे एकरेषीय आहेत.

\therefore रेषा AB चा चढ = रेषा AC चा चढ

$$\therefore -1 = \frac{-7}{k+3} \quad \text{---- [विधान (i) व (ii) वरून]}$$

$$\therefore -k - 3 = -7$$

$$\therefore -k = -7 + 3 \quad \therefore -k = -4$$

$$\therefore k = 4$$

$\therefore k$ ची किंमत 4 आहे.

5. $(-2, 1)$, $(0, 3)$, $(2, 1)$ आणि $(0, -1)$ हे समांतरभुज चौकोनाचे शिरोबिंदू आहेत हे दाखवा. [4 गुण]

उकल :

समजा, $A \equiv (-2, 1) \equiv (x_1, y_1)$,

$B \equiv (0, 3) \equiv (x_2, y_2)$,

$C \equiv (2, 1) \equiv (x_3, y_3)$ आणि

$D \equiv (0, -1) \equiv (x_4, y_4)$

$$\begin{aligned}\text{रेषा AB चा चढ} &= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3 - 1}{0 - (-2)} \\ &= \frac{2}{0 + 2} = \frac{2}{2} = 1 \quad \text{---- (i)}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{रेषा BC चा चढ} &= \frac{y_3 - y_2}{x_3 - x_2} = \frac{1 - 3}{2 - 0} = \frac{-2}{2} = -1 \\ &\quad \text{---- (ii)}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{रेषा DC चा चढ} &= \frac{y_4 - y_3}{x_4 - x_3} = \frac{-1 - 1}{0 - 2} = \frac{-2}{-2} = 1 \\ &\quad \text{---- (iii)}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{रेषा AD चा चढ} &= \frac{y_4 - y_1}{x_4 - x_1} = \frac{-1 - 1}{0 - (-2)} = \frac{-2}{2} = -1 \\ &\quad \text{---- (iv)}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{रेषा AB चा चढ} &= \text{रेषा DC चा चढ} \\ &\quad \text{---- [विधान (i) व (iii) वरून]}\end{aligned}$$

$$\therefore \text{रेषा AB} \parallel \text{रेषा DC} \quad \text{---- (v)}$$

$$\begin{aligned}\text{रेषा BC चा चढ} &= \text{रेषा AD चा चढ} \\ &\quad \text{---- [विधान (ii) व (iv) वरून]}\end{aligned}$$

$$\therefore \text{रेषा BC} \parallel \text{रेषा AD} \quad \text{---- (vi)}$$

$$\begin{aligned}\therefore \square ABCD \text{ हा समांतरभुज चौकोन आहे.} \\ &\quad \text{---- [विधान (v) व (vi) वरून]}\end{aligned}$$

$$\therefore \text{बिंदू } (-2, 1), (0, 3), (2, 1) \text{ आणि } (0, -1) \text{ हे समांतरभुज चौकोनाचे शिरोबिंदू आहेत.}$$

6. $A(0, 0)$, $B(7, 2)$, $C(7, 7)$ आणि $D(2, 7)$ हे शिरोबिंदू असलेला एक चौकोन आहे. त्या चौकोनाच्या प्रत्येक कर्णाचा चढ काढा. [2 गुण]

उकल :

$\square ABCD$ हा चौकोन असून AC आणि BD हे त्याचे कर्ण आहेत.

समजा, $A \equiv (0, 0) \equiv (x_1, y_1)$,

$B \equiv (7, 2) \equiv (x_2, y_2)$,

$C \equiv (7, 7) \equiv (x_3, y_3)$ आणि

$D \equiv (2, 7) \equiv (x_4, y_4)$

$$\text{रेषा } AC \text{ चा चढ} = \frac{y_3 - y_1}{x_3 - x_1} = \frac{7 - 0}{7 - 0} = \frac{7}{7} = 1$$

$$\text{रेषा } BD \text{ चा चढ} = \frac{y_4 - y_2}{x_4 - x_2} = \frac{7 - 2}{2 - 7} = \frac{5}{-5} = -1$$

\therefore कर्ण AC आणि BD चा चढ अनुक्रमे 1 व -1 आहे.

7. A(3, -4), B(5, 7) आणि C(-4, 5) हे एका त्रिकोणाचे शिरोबिंदू आहेत, तर ΔABC च्या प्रत्येक बाजूचा चढ काढा. [3 गुण]

उकल :

$$A \equiv (3, -4) \equiv (x_1, y_1),$$

$$B \equiv (5, 7) \equiv (x_2, y_2) \text{ आणि}$$

$$C \equiv (-4, 5) \equiv (x_3, y_3).$$

$$\begin{aligned} \text{रेषा AB चा चढ} &= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{7 - (-4)}{5 - 3} = \frac{7 + 4}{2} \\ &= \frac{11}{2} \end{aligned}$$

$$\text{रेषा BC चा चढ} = \frac{y_3 - y_2}{x_3 - x_2} = \frac{5 - 7}{-4 - 5} = \frac{-2}{-9} = \frac{2}{9}$$

$$\begin{aligned} \text{रेषा CA चा चढ} &= \frac{y_3 - y_1}{x_3 - x_1} = \frac{5 - (-4)}{-4 - 3} \\ &= \frac{5 + 4}{-7} = -\frac{9}{7} \end{aligned}$$

\therefore रेषा AB, रेषा BC आणि रेषा AC यांचे चढ अनुक्रमे

$\frac{11}{2}$, $\frac{2}{9}$ आणि $-\frac{9}{7}$ हे आहेत.

8. $(-1, 1)$ आणि $(-9, 6)$ या बिंदूंना जोडणारी रेषा ही $(-2, 14)$ आणि $(6, 9)$ या बिंदूंना जोडणाऱ्या रेषेला समांतर आहे हे दाखवा. [3 गुण]

सिद्धता :

समजा, $A \equiv (-1, 1) \equiv (x_1, y_1)$,

$B \equiv (-9, 6) \equiv (x_2, y_2)$,

$P \equiv (-2, 14) \equiv (x_3, y_3)$ आणि

$Q \equiv (6, 9) \equiv (x_4, y_4)$ हे बिंदू आहेत.

$$\begin{aligned}\text{रेषा AB चा चढ} &= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{6 - 1}{-9 - (-1)} \\ &= \frac{5}{-9 + 1} = \frac{5}{-8} = -\frac{5}{8} \quad \text{---- (i)}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{रेषा PQ चा चढ} &= \frac{y_4 - y_3}{x_4 - x_3} = \frac{9 - 14}{6 - (-2)} \\ &= \frac{-5}{6 + 2} = \frac{-5}{8} = -\frac{5}{8} \quad \text{---- (ii)}\end{aligned}$$

रेषा AB चा चढ = रेषा PQ चा चढ

---- [विधान (i) व (ii) वरून]

\therefore रेषा AB \parallel रेषा PQ

9. जर $(k, -3)$ आणि $(4, 5)$ या बिंदूंना जोडणाऱ्या रेषेचा चढ $\frac{1}{2}$ आहे, तर k ची किंमत काढा.

[3 गुण]

उकल :

$$\text{समजा, } A \equiv (k, -3) \equiv (x_1, y_1),$$

$$B \equiv (4, 5) \equiv (x_2, y_2)$$

$$\therefore \text{रेखा AB चा चढ} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{5 - (-3)}{4 - k} = \frac{5 + 3}{4 - k} = \frac{8}{4 - k}$$

---- (i)

$$\text{परंतु, रेखा AB चा चढ} = \frac{1}{2} \quad \text{---- (ii) [दिलेले]}$$

$$\therefore \frac{8}{4 - k} = \frac{1}{2} \quad \text{---- [विधान (i) व (ii) वरून]}$$

$$\therefore 8 \times 2 = 4 - k$$

$$\therefore 16 = 4 - k$$

$$\therefore k = 4 - 16$$

$$\therefore \mathbf{k = -12}$$

Ex. 5.2

1. खाली दिलेल्या रेषांचा चढ आणि Y-आंतरछेद काढा. [प्रत्येकी 1 गुण]

i. $y = 3x - 5$ [मार्च 12]

ii. $y = \frac{2}{3}x + 4$

iii. $y = -2x + 3$ [मार्च 15]

iv. $y = -3x - 5$ [मार्च 13]

उकल :

- i. $y = 3x - 5$ हे रेषेचे समीकरण आहे.
याची $y = mx + c$ शी तुलना करून,
 $m = 3$ आणि $c = -5$ मिळते.

∴ चढ = 3 आणि y- आंतरछेद = -5

- ii. $y = \frac{2}{3}x + 4$ हे रेषेचे समीकरण आहे.
याची $y = mx + c$ शी तुलना करून,
 $m = \frac{2}{3}$ आणि $c = 4$ मिळते.

∴ चढ = $\frac{2}{3}$ आणि y-आंतरछेद = 4

- iii. $y = -2x + 3$ हे रेषेचे समीकरण आहे.
याची $y = mx + c$ शी तुलना करून,
 $m = -2$ आणि $c = 3$ मिळते.

∴ चढ = -2 आणि y-आंतरछेद = 3

iv. $y = -3x - 5$ हे रेषेचे समीकरण आहे.

याची $y = mx + c$ शी तुलना करून,

$m = -3$ आणि $c = -5$ मिळते.

∴ चढ $= -3$ आणि y -आंतरछेद $= -5$

2. 'm' आणि 'c' च्या दिलेल्या किमतींवरून रेषेचे समीकरण लिहा. [प्रत्येकी 2 गुण]

i. $m = 5, c = -1$

ii. $m = -4, c = -3$

iii. $m = -2, c = 3$

iv. $m = 4, c = 0$

v. $m = 0, c = 2$

vi. $m = 0, c = -3$

उकल :

i. चढ (m) $= 5$ आणि y - आंतरछेद (c) $= -1$

$y = mx + c$ हे चढ-आंतरछेद रूपातील रेषेचे समीकरण आहे.

∴ $y = 5x - 1$

∴ $y = 5x - 1$ हे रेषेचे समीकरण आहे.

ii. चढ (m) $= -4$ आणि y - आंतरछेद (c) $= -3$

$y = mx + c$ हे चढ-आंतरछेद रूपातील रेषेचे समीकरण आहे.

∴ $y = -4x - 3$

∴ $y = -4x - 3$ हे रेषेचे समीकरण आहे.

iii. चढ (m) $= -2$ आणि y - आंतरछेद (c) $= 3$

$y = mx + c$ हे चढ-आंतरछेद रूपातील रेषेचे समीकरण आहे.

∴ $y = -2x + 3$

∴ $y = -2x + 3$ हे रेषेचे समीकरण आहे.

iv. चढ (m) = 4 आणि y- आंतरछेद (c) = 0

$y = mx + c$ हे चढ-आंतरछेद रूपातील रेषेचे समीकरण आहे.

$$\therefore y = 4x + 0$$

$$\therefore y = 4x$$

$y = 4x$ हे रेषेचे समीकरण आहे.

v. चढ (m) = 0 आणि y- आंतरछेद (c) = 2

$y = mx + c$ हे चढ-आंतरछेद रूपातील रेषेचे समीकरण आहे.

$$\therefore y = (0)x + 2$$

$$\therefore y = 2$$

$y = 2$ हे रेषेचे समीकरण आहे.

vi. चढ (m) = 0 आणि y- आंतरछेद (c) = -3

$y = mx + c$ हे चढ-आंतरछेद रूपातील रेषेचे समीकरण आहे.

$$\therefore y = (0)x - 3$$

$$\therefore y = -3$$

$y = -3$ हे रेषेचे समीकरण आहे.

3. खाली दिलेल्या रेषांची समीकरणे चढ - आंतरछेद
रूपात लिहा. [प्रत्येकी 2 गुण]

i. $2y - 3x + 5 = 0$ [मार्च 13]

ii. $3y - x = 1$

iii. $x + 2y - 4 = 0$

iv. $3x - 2y = 5$ [मार्च 14]

उकल :

i. $y = mx + c$ हे चढ - आंतरछेद रूपातील रेषेचे
समीकरण आहे.

$2y - 3x + 5 = 0$ हे रेषेचे दिलेले समीकरण आहे.

$\therefore 2y = 3x - 5$

$\therefore y = \frac{3}{2}x - \frac{5}{2}$

$\therefore y = \frac{3}{2}x - \frac{5}{2}$ हे रेषेचे समीकरण आहे.

ii. $y = mx + c$ हे चढ - आंतरछेद रूपातील रेषेचे
समीकरण आहे.

$3y - x = 1$ हे रेषेचे दिलेले समीकरण आहे.

$\therefore 3y = x + 1$

$\therefore y = \frac{1}{3}x + \frac{1}{3}$

$\therefore y = \frac{1}{3}x + \frac{1}{3}$ हे रेषेचे समीकरण आहे.

iii. $y = mx + c$ हे चढ - आंतरछेद रूपातील रेषेचे समीकरण आहे.

$x + 2y - 4 = 0$ हे रेषेचे दिलेले समीकरण आहे.

$$\therefore 2y = -x + 4$$

$$\therefore y = \frac{-1}{2}x + \frac{4}{2}$$

$$\therefore y = \frac{-1}{2}x + 2$$

$$\therefore y = \frac{-1}{2}x + 2 \text{ हे रेषेचे समीकरण आहे.}$$

iv. $y = mx + c$ हे चढ - आंतरछेद रूपातील रेषेचे समीकरण आहे.

$3x - 2y = 5$ हे रेषेचे दिलेले समीकरण आहे.

$$\therefore -2y = -3x + 5$$

$$\therefore 2y = 3x - 5 \quad \text{---- [दोन्ही बाजूंना (-1) ने गुणून]}$$

$$\therefore y = \frac{3}{2}x - \frac{5}{2}$$

$$\therefore y = \frac{3}{2}x - \frac{5}{2} \text{ हे रेषेचे समीकरण आहे.}$$

4. जर $(4, -3)$ हा बिंदू $5x + 8y = c$ या रेषेवर आहे, तर c ची किंमत काढा. [2 गुण]

उकल :

समजा, बिंदू $P(4, -3)$ हा $5x + 8y = c$ या रेषेवर आहे.

$\therefore P$ बिंदूचे निर्देशक समीकरणाचे समाधान करतात.

$$\therefore 5(4) + 8(-3) = c$$

---- [समीकरणामध्ये किमती ठेवून]

$$\therefore 20 - 24 = c$$

$$\therefore c = -4$$

5. जर $(-2, -3)$ हा बिंदू $2y = mx + 5$ या रेषेवर असेल, तर m ची किंमत काढा. [2 गुण]

उकल :

समजा, बिंदू $P(-2, -3)$ हा $2y = mx + 5$ या रेषेवर आहे.

\therefore P बिंदूचे निर्देशक समीकरणाचे समाधान करतात.

$\therefore 2(-3) = m(-2) + 5$ ----[समीकरणामध्ये किमती ठेवून]

$$\therefore -6 = -2m + 5$$

$$\therefore 2m = 6 + 5$$

$$\therefore 2m = 11$$

$$\therefore m = \frac{11}{2}$$

Ex. 5.3

1. ज्या रेषेचा चढ 3 आणि y -आंतरछेद -4 आहे, तर त्या रेषेचे समीकरण लिहा.

[ऑक्टोबर 12] [2 गुण]

उकल :

$$\text{रेषेचा चढ (m)} = 3$$

$$y\text{-आंतरछेद (c)} = -4$$

चढ-आंतरछेद रूपातील रेषेचे समीकरण:

$$y = mx + c$$

$$\therefore y = 3x - 4$$

$$\therefore y = 3x - 4 \text{ हे रेषेचे समीकरण आहे.}$$

2. रेषा PQ चा चढ $-\frac{1}{2}$ आहे आणि ही रेषा Y -अक्षाला $(0, 3)$ या बिंदूत छेदते, तर त्या रेषेचे समीकरण लिहा. [2 गुण]

उकल :

$$\text{रेषा PQ चा चढ (m)} = -\frac{1}{2} \quad \text{---- (i)}$$

Y -अक्षाला रेषा बिंदू $(0, 3)$ मध्ये छेदते.

$$\therefore y\text{-आंतरछेद (c)} = 3 \quad \text{---- (ii)}$$

चढ-आंतरछेद रूपातील रेषेचे समीकरण:

$$y = mx + c$$

$$\therefore y = -\frac{1}{2}x + 3 \quad \text{---- [विधान (i) व (ii) वरून]}$$

$$\therefore y = -\frac{1}{2}x + 3 \text{ हे रेषा PQ चे समीकरण आहे.}$$

3. खाली दिलेल्या प्रत्येक रेषेचा चढ काढा.

[प्रत्येकी 1 गुण]

i. $y - 5 = 2(x - 7)$ ii. $y - 2 = 5(x - 2)$

iii. $y + 3 = \frac{1}{2}(x - 5)$ iv. $y = -5(x + 3)$

v. $3(x + 3) = y - 1.$

उकल :

i. रेषेचे दिलेले समीकरण: $y - 5 = 2(x - 7)$

हे चढ - बिंदू रूपात: $y - y_1 = m(x - x_1)$

तुलना करून, $m = 2$ मिळते.

∴ रेषेचा चढ हा 2 आहे.

ii. रेषेचे दिलेले समीकरण: $y - 2 = 5(x - 2)$

हे चढ-बिंदू रूपात: $y - y_1 = m(x - x_1)$

तुलना करून, $m = 5$ मिळते.

∴ रेषेचा चढ हा 5 आहे.

iii. रेषेचे दिलेले समीकरण: $y + 3 = \frac{1}{2}(x - 5)$

म्हणजेच, $y - (-3) = \frac{1}{2}(x - 5)$

हे चढ-बिंदू रूपात: $y - y_1 = m(x - x_1)$

तुलना करून, $m = \frac{1}{2}$ मिळते.

∴ रेषेचा चढ हा $\frac{1}{2}$ आहे.

iv. रेषेचे दिलेले समीकरण: $y = -5(x + 3)$

म्हणजेच, $y - 0 = -5(x + 3)$

हे चढ-बिंदू रूपात: $y - y_1 = m(x - x_1)$

तुलना करून, $m = -5$ मिळते.

∴ रेषेचा चढ हा -5 आहे.

v. रेषेचे दिलेले समीकरण: $3(x + 3) = y - 1$

म्हणजेच, $y - 1 = 3[x - (-3)]$

हे चढ-बिंदू रूपात: $y - y_1 = m(x - x_1)$

तुलना करून, $m = 3$ मिळते.

∴ रेषेचा चढ हा 3 आहे.

4. बिंदू P मधून जाणाऱ्या व m हा चढ असणाऱ्या
खालील रेषांचे समीकरण लिहा. [प्रत्येकी 2 गुण]

i. $P(3, 5)$ आणि $m = 2$ [मार्च 14]

ii. $P(-3, 7)$ आणि $m = \frac{1}{2}$

iii. $P(-2, -3)$ आणि $m = \frac{3}{5}$

iv. $P(0, 6)$ आणि $m = \frac{6}{7}$ [जुलै 16]

उकल :

i. रेषेचा चढ (m) = 2 आणि रेषा बिंदू

$P(3, 5) \equiv (x_1, y_1)$ मधून जाते.

चढ-बिंदू रूपातील रेषेचे समीकरण:

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$\therefore y - 5 = 2(x - 3)$$

$$\therefore y - 5 = 2x - 6$$

$$\therefore 2x - y - 6 + 5 = 0$$

$$\therefore 2x - y - 1 = 0$$

$$\therefore 2x - y - 1 = 0 \text{ हे रेषेचे समीकरण आहे.}$$

ii. रेषेचा चढ (m) = $\frac{1}{2}$ आणि रेषा बिंदू

P(-3, 7) $\equiv (x_1, y_1)$ मधून जाते.

चढ-बिंदू रूपातील रेषेचे समीकरण:

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$\therefore y - 7 = \frac{1}{2} [x - (-3)]$$

$$\therefore y - 7 = \frac{1}{2} (x + 3)$$

$$\therefore 2(y - 7) = x + 3$$

$$\therefore 2y - 14 = x + 3$$

$$\therefore x - 2y + 3 + 14 = 0$$

$$\therefore x - 2y + 17 = 0$$

$$\therefore x - 2y + 17 = 0 \text{ हे रेषेचे समीकरण आहे.}$$

iii. रेषेचा चढ (m) = $\frac{3}{5}$ आणि रेषा बिंदू

P (-2, -3) $\equiv (x_1, y_1)$ मधून जाते.

चढ - बिंदू रूपातील रेषेचे समीकरण:

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$\therefore y - (-3) = \frac{3}{5} [x - (-2)]$$

$$\therefore y + 3 = \frac{3}{5} (x + 2)$$

$$\therefore 5(y + 3) = 3(x + 2)$$

$$\therefore 5y + 15 = 3x + 6$$

$$\therefore 3x - 5y + 6 - 15 = 0$$

$$\therefore 3x - 5y - 9 = 0$$

$$\therefore 3x - 5y - 9 = 0 \text{ हे रेषेचे समीकरण आहे.}$$

iv. रेषेचा चढ (m) = $\frac{6}{7}$ आणि रेषा बिंदू

P (0, 6) \equiv (x₁, y₁) मधून जाते.

चढ-बिंदू रूपातील रेषेचे समीकरण:

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$\therefore y - 6 = \frac{6}{7}(x - 0)$$

$$\therefore y - 6 = \frac{6}{7}x$$

$$\therefore 7(y - 6) = 6x$$

$$\therefore 7y - 42 = 6x$$

$$\therefore 6x - 7y + 42 = 0$$

$$\therefore 6x - 7y + 42 = 0 \text{ हे रेषेचे समीकरण आहे.}$$

5. खाली दिलेल्या प्रत्येक जोडीतील बिंदूमधून जाणाऱ्या रेषेचे समीकरण $y = mx + c$ रूपात लिहा. [प्रत्येकी 3 गुण]

i. (2, 3) आणि (4, 7) [मार्च 16]

ii. (0, 5) आणि (5, 6)

iii. (-3, 5) आणि (4, -7)

iv. (-2, -5) आणि (-4, -3)

उकल :

i. समजा, $P \equiv (2, 3) \equiv (x_1, y_1)$,

$Q \equiv (4, 7) \equiv (x_2, y_2)$

बिंदू P आणि Q मधून रेषा जाते.

दोन बिंदूंच्या रूपातील रेषेचे समीकरण:

$$\frac{x - x_1}{x_1 - x_2} = \frac{y - y_1}{y_1 - y_2}$$

$$\therefore \frac{x - 2}{2 - 4} = \frac{y - 3}{3 - 7}$$

$$\therefore \frac{x - 2}{-2} = \frac{y - 3}{-4}$$

$$\therefore -4(x - 2) = -2(y - 3)$$

$$\therefore -4x + 8 = -2y + 6$$

$$\therefore 2y = 4x + 6 - 8$$

$$\therefore 2y = 4x - 2$$

$$\therefore y = 2x - 1 \quad \text{---- [दोन्ही बाजूंना 2 ने भागून]}$$

$y = mx + c$ ह्या रूपातील रेषेचे समीकरण

$y = 2x - 1$ आहे.

ii. समजा, $P \equiv (0, 5) \equiv (x_1, y_1)$,

$Q \equiv (5, 6) \equiv (x_2, y_2)$

रेषा बिंदू P आणि Q मधून जाते.

दोन बिंदूंच्या रूपातील रेषेचे समीकरण:

$$\frac{x-x_1}{x_1-x_2} = \frac{y-y_1}{y_1-y_2}$$

$$\therefore \frac{x-0}{0-5} = \frac{y-5}{5-6}$$

$$\therefore \frac{x}{-5} = \frac{y-5}{-1}$$

$$\therefore \frac{x}{5} = \frac{y-5}{1} \quad \text{---- [दोन्ही बाजूंना (-1) ने गुणून]}$$

$$\therefore x = 5(y - 5)$$

$$\therefore x = 5y - 25$$

$$\therefore x + 25 = 5y$$

$$\therefore 5y = x + 25$$

$$\therefore y = \frac{1}{5}x + \frac{25}{5}$$

$$\therefore y = \frac{1}{5}x + 5$$

$$\therefore y = mx + c \text{ ह्या रूपातील रेषेचे समीकरण } y = \frac{1}{5}x + 5$$

आहे.

iii. समजा, $P \equiv (-3, 5) \equiv (x_1, y_1)$,

$$Q \equiv (4, -7) \equiv (x_2, y_2)$$

रेषा बिंदू P आणि Q मधून जाते.

दोन-बिंदूंच्या रूपातील रेषेचे समीकरण:

$$\frac{x-x_1}{x_1-x_2} = \frac{y-y_1}{y_1-y_2}$$

$$\therefore \frac{x-(-3)}{-3-4} = \frac{y-5}{5-(-7)} \quad \therefore \quad \frac{x+3}{-7} = \frac{y-5}{5+7}$$

$$\therefore \frac{x+3}{-7} = \frac{y-5}{12}$$

$$\therefore 12(x+3) = -7(y-5)$$

$$\therefore 12x + 36 = -7y + 35$$

$$\therefore 12x + 36 - 35 = -7y$$

$$\therefore 12x + 1 = -7y$$

$$\therefore -7y = 12x + 1$$

$$\therefore 7y = -12x - 1 \quad \text{---- [दोन्ही बाजूंना (-1) ने गुणून]}$$

$$\therefore y = -\frac{12}{7}x - \frac{1}{7}$$

$\therefore y = mx + c$ ह्या रूपातील रेषेचे समीकरण

$$y = -\frac{12}{7}x - \frac{1}{7} \text{ आहे.}$$

iv. समजा, $P \equiv (-2, -5) \equiv (x_1, y_1)$,

$$Q \equiv (-4, -3) \equiv (x_2, y_2)$$

रेषा बिंदू P आणि Q मधून जाते.

दोन बिंदूंच्या रूपातील रेषेचे समीकरण:

$$\frac{x - x_1}{x_1 - x_2} = \frac{y - y_1}{y_1 - y_2}$$

$$\therefore \frac{x - (-2)}{-2 - (-4)} = \frac{y - (-5)}{-5 - (-3)}$$

$$\therefore \frac{x + 2}{-2 + 4} = \frac{y + 5}{-5 + 3}$$

$$\therefore \frac{x + 2}{2} = \frac{y + 5}{-2}$$

$$\therefore x + 2 = -(y + 5) \quad \text{---- [दोन्ही बाजूंना 2 ने गुणून]}$$

$$\therefore x + 2 = -y - 5$$

$$\therefore x + 2 + 5 = -y$$

$$\therefore x + 7 = -y$$

$$\therefore -y = x + 7$$

$$\therefore y = -x - 7 \quad \text{---- [दोन्ही बाजूंना (-1) ने गुणून]}$$

$\therefore y = mx + c$ ह्या रूपातील रेषेचे समीकरण $y = -x - 7$ आहे.

6. खाली दिलेली समीकरणे $y = mx + c$ या रूपात लिहा. [प्रत्येकी 2 गुण]

i. $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$

ii. $\frac{x}{3} - \frac{y}{4} = 1$

iii. $\frac{x}{-4} + \frac{y}{-1} = 1$

iv. $\frac{x}{4} + \frac{y}{3} = 2$

उकल :

i. $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$ हे दिलेले समीकरण आहे.

$$\therefore \frac{3x+2y}{6} = 1$$

$$\therefore 3x+2y=6$$

$$\therefore 2y=-3x+6$$

$$\therefore y=-\frac{3}{2}x+\frac{6}{2}$$

$$\therefore y=-\frac{3}{2}x+3$$

$\therefore y = mx + c$ ह्या रूपातील रेषेचे समीकरण $y = -\frac{3}{2}x + 3$ आहे.

ii. $\frac{x}{3} - \frac{y}{4} = 1$ हे दिलेले समीकरण आहे.

$$\therefore \frac{4x-3y}{12} = 1$$

$$\therefore 4x-3y=12$$

$$\therefore -3y=-4x+12$$

$$\therefore 3y=4x-12 \quad \text{---- [दोन्ही बाजूंना (-1) ने गुणून]}$$

$$\therefore y=\frac{4}{3}x-\frac{12}{3}$$

$$\therefore y=\frac{4}{3}x-4$$

$\therefore y = mx + c$ ह्या रूपातील रेषेचे समीकरण $y = \frac{4}{3}x - 4$ आहे.

iii. $\frac{x}{-4} + \frac{y}{-1} = 1$ हे दिलेले समीकरण आहे.

$$\therefore \frac{x}{4} + \frac{y}{1} = -1 \quad \text{---- [दोन्ही बाजूंना (-1) ने गुणून]}$$

$$\therefore \frac{x+4y}{4} = -1$$

$$\therefore x+4y = -4$$

$$\therefore 4y = -x - 4$$

$$\therefore y = -\frac{1}{4}x - \frac{4}{4}$$

$$\therefore y = -\frac{1}{4}x - 1$$

$$\therefore y = mx + c \text{ ह्या रूपातील रेषेचे समीकरण } y = -\frac{1}{4}x - 1 \text{ आहे.}$$

iv. $\frac{x}{4} + \frac{y}{3} = 2$ हे दिलेले समीकरण आहे.

$$\therefore \frac{3x+4y}{12} = 2$$

$$\therefore 3x+4y = 24$$

$$\therefore 4y = -3x + 24$$

$$\therefore y = -\frac{3}{4}x + \frac{24}{4}$$

$$\therefore y = -\frac{3}{4}x + 6$$

$$\therefore y = mx + c \text{ ह्या रूपातील रेषेचे समीकरण } y = -\frac{3}{4}x + 6 \text{ आहे.}$$

7. प्रत्येक रेषेवरील दोन बिंदू खाली दिले आहेत त्या रेषांची समीकरणे लिहा. [प्रत्येकी 3 गुण]

- i. A(-3, 4), B(4, 5)
- ii. C(4, -5), D(-1, -2)
- iii. D(5, 6), E(-5, -6)
- iv. E(-2, -3), F(-4, 7)
- v. G(0, 2), H(-3, -1)
- vi. R(4, -5), T(-3, 0)

उकल :

i. समजा, A \equiv (-3, 4) \equiv (x_1 , y_1),

$$B \equiv (4, 5) \equiv (x_2, y_2)$$

रेषा बिंदू A व B मधून जाते.

दोन-बिंदूंच्या रूपातील रेषेचे समीकरण:

$$\frac{x - x_1}{x_1 - x_2} = \frac{y - y_1}{y_1 - y_2}$$

$$\therefore \frac{x - (-3)}{-3 - 4} = \frac{y - 4}{4 - 5}$$

$$\therefore \frac{x + 3}{-7} = \frac{y - 4}{-1}$$

$$\therefore \frac{x + 3}{7} = \frac{y - 4}{1} \quad \text{---- [दोन्ही बाजूंना (-1) ने गुणून]}$$

$$\therefore 1(x + 3) = 7(y - 4)$$

$$\therefore x + 3 = 7y - 28$$

$$\therefore x - 7y + 3 + 28 = 0$$

$$\therefore x - 7y + 31 = 0$$

$\therefore x - 7y + 31 = 0$ हे रेषा AB चे समीकरण आहे.

ii. समजा, C (4, -5) \equiv (x_1 , y_1),

$$D (-1, -2) \equiv (x_2, y_2)$$

रेषा बिंदू C व D मधून जाते.

दोन-बिंदूंच्या रूपातील रेषेचे समीकरण:

$$\frac{x-x_1}{x_1-x_2} = \frac{y-y_1}{y_1-y_2}$$

$$\therefore \frac{x-4}{4-(-1)} = \frac{y-(-5)}{-5-(-2)}$$

$$\therefore \frac{x-4}{4+1} = \frac{y+5}{-5+2}$$

$$\therefore \frac{x-4}{5} = \frac{y+5}{-3}$$

$$\therefore -3(x-4) = 5(y+5)$$

$$\therefore -3x+12 = 5y+25$$

$$\therefore -3x-5y+12-25 = 0$$

$$\therefore -3x-5y-13 = 0$$

$$\therefore 3x+5y+13 = 0$$

---- [दोन्ही बाजूंना (-1) ने गुणून]

$$\therefore 3x+5y+13 = 0 \text{ हे रेषा CD चे समीकरण आहे.}$$

iii. समजा, $D \equiv (5, 6) \equiv (x_1, y_1)$,

$$E \equiv (-5, -6) \equiv (x_2, y_2)$$

रेषा बिंदू D व E मधून जाते.

दोन-बिंदूंच्या रूपातील रेषेचे समीकरण:

$$\frac{x-x_1}{x_1-x_2} = \frac{y-y_1}{y_1-y_2}$$

$$\therefore \frac{x-5}{5-(-5)} = \frac{y-6}{6-(-6)}$$

$$\therefore \frac{x-5}{5+5} = \frac{y-6}{6+6}$$

$$\therefore \frac{x-5}{10} = \frac{y-6}{12}$$

$$\therefore 12(x-5) = 10(y-6)$$

$$\therefore 12x-60 = 10y-60$$

$$\therefore 12x-10y-60+60 = 0$$

$$\therefore 12x-10y = 0$$

$$\therefore 6x-5y = 0 \quad \text{---- [दोन्ही बाजूंना 2 ने भागून]}$$

$$\therefore 6x-5y = 0 \text{ हे रेषा DE चे समीकरण आहे.}$$

iv. समजा, $E \equiv (-2, -3) \equiv (x_1, y_1)$,

$F \equiv (-4, 7) \equiv (x_2, y_2)$

रेषा बिंदू E व F मधून जाते.

दोन-बिंदूंच्या रूपातील रेषेचे समीकरण:

$$\frac{x-x_1}{x_1-x_2} = \frac{y-y_1}{y_1-y_2}$$

$$\therefore \frac{x-(-2)}{-2-(-4)} = \frac{y-(-3)}{-3-7}$$

$$\therefore \frac{x+2}{-2+4} = \frac{y+3}{-10}$$

$$\therefore \frac{x+2}{2} = \frac{y+3}{-10}$$

$$\therefore -10(x+2) = 2(y+3)$$

$$\therefore -10x - 20 = 2y + 6$$

$$\therefore -10x - 2y - 20 - 6 = 0$$

$$\therefore -10x - 2y - 26 = 0$$

$$\therefore 10x + 2y + 26 = 0 \text{ ---- [दोन्ही बाजूंना (-1) ने गुणून]}$$

$$\therefore 5x + y + 13 = 0 \text{ ---- [दोन्ही बाजूंना 2 ने भागून]}$$

$$\therefore \mathbf{5x + y + 13 = 0} \text{ हे रेषा EF चे समीकरण आहे.}$$

v. समजा, $G \equiv (0, 2) \equiv (x_1, y_1)$,

$H \equiv (-3, -1) \equiv (x_2, y_2)$

रेषा बिंदू G आणि H मधून जाते.

दोन-बिंदूंच्या रूपातील रेषेचे समीकरण:

$$\frac{x-x_1}{x_1-x_2} = \frac{y-y_1}{y_1-y_2}$$

$$\therefore \frac{x-0}{0-(-3)} = \frac{y-2}{2-(-1)}$$

$$\therefore \frac{x}{3} = \frac{y-2}{2+1}$$

$$\therefore \frac{x}{3} = \frac{y-2}{3}$$

$$\therefore x = y - 2 \text{ ---- [दोन्ही बाजूंना 3 ने गुणून]}$$

$$\therefore x - y + 2 = 0$$

$$\therefore \mathbf{x - y + 2 = 0} \text{ हे रेषा GH चे समीकरण आहे.}$$

vi. समजा, $R \equiv (4, -5) \equiv (x_1, y_1)$,

$$T \equiv (-3, 0) \equiv (x_2, y_2)$$

रेषा बिंदू R आणि T मधून जाते.

दोन-बिंदूंच्या रूपातील रेषेचे समीकरण:

$$\frac{x - x_1}{x_1 - x_2} = \frac{y - y_1}{y_1 - y_2}$$

$$\therefore \frac{x - 4}{4 - (-3)} = \frac{y - (-5)}{-5 - 0}$$

$$\therefore \frac{x - 4}{4 + 3} = \frac{y + 5}{-5}$$

$$\therefore \frac{x - 4}{7} = \frac{y + 5}{-5}$$

$$\therefore -5(x - 4) = 7(y + 5)$$

$$\therefore -5x + 20 = 7y + 35$$

$$\therefore -5x - 7y + 20 - 35 = 0$$

$$\therefore -5x - 7y - 15 = 0$$

$$\therefore 5x + 7y + 15 = 0$$

---- [दोन्ही बाजूंना (-1) ने गुणून]

$\therefore 5x + 7y + 15 = 0$ हे रेषा RT चे समीकरण आहे.

टीप :

1. x -आंतरछेद शोधण्यासाठी दिलेल्या समीकरणात $y = 0$ ठेवा.
2. y -आंतरछेद शोधण्यासाठी दिलेल्या समीकरणात $x = 0$ ठेवा.

Ex. 5.4

1. खालील प्रत्येक रेषेचा x आणि y आंतरछेद काढा.

[प्रत्येकी 2 गुण]

i. $y = 2x - 3$

ii. $y - x = -5$

[ऑक्टोबर 12]

iii. $y = \frac{2}{3}x - 4$

iv. $5x - y - \frac{2}{7} = 0$

v. $x + 2y - 6 = 0$

vi. $3x + y - \frac{5}{3} = 0$

vii. $3y - 2x + 5 = 0$

viii. $7x + 6y - 1 = 0$

ix. $y - 3x = 0$

x. $4x - 7y = 0$

उकल :

i. दिलेले रेषेचे समीकरण:

$$y = 2x - 3 \quad \text{---- (i)}$$

x -आंतरछेद शोधण्यासाठी समीकरण (i) मध्ये

$$y = 0 \text{ ठेवून,}$$

$$\therefore 0 = 2x - 3$$

$$\therefore 2x = 3$$

$$\therefore x = \frac{3}{2}$$

y -आंतरछेद शोधण्यासाठी समीकरण (i) मध्ये

$$x = 0 \text{ ठेवून,}$$

$$\therefore y = 2(0) - 3$$

$$\therefore y = -3$$

$$\therefore x\text{-आंतरछेद} = \frac{3}{2} \text{ आणि } y\text{-आंतरछेद} = -3$$

ii. दिलेले रेषेचे समीकरण:

$$y - x = -5 \quad \text{---- (i)}$$

x -आंतरछेद शोधण्यासाठी समीकरण (i) मध्ये

$$y = 0 \text{ ठेवून,}$$

$$\therefore 0 - x = -5$$

$$\therefore x = 5$$

y -आंतरछेद शोधण्यासाठी समीकरण (i) मध्ये

$$x = 0 \text{ ठेवून,}$$

$$\therefore y - 0 = -5$$

$$\therefore y = -5$$

$$\therefore x\text{-आंतरछेद} = 5 \text{ आणि } y\text{-आंतरछेद} = -5$$

iii. दिलेले रेषेचे समीकरण:

$$y = \frac{2}{3}x - 4 \quad \text{---- (i)}$$

x -आंतरछेद शोधण्यासाठी समीकरण (i) मध्ये

$$y = 0 \text{ ठेवून,}$$

$$\therefore 0 = \frac{2}{3}x - 4$$

$$\therefore \frac{2}{3}x = 4$$

$$\therefore x = \frac{4 \times 3}{2}$$

$$\therefore x = 6$$

y -आंतरछेद शोधण्यासाठी समीकरण (i) मध्ये

$$x = 0 \text{ ठेवून,}$$

$$\therefore y = \frac{2}{3}(0) - 4$$

$$\therefore y = 0 - 4$$

$$\therefore y = -4$$

$$\therefore x\text{-आंतरछेद} = 6 \text{ आणि } y\text{-आंतरछेद} = -4$$

iv. दिलेले रेषेचे समीकरण:

$$5x - y - \frac{2}{7} = 0 \quad \text{---- (i)}$$

x -आंतरछेद शोधण्यासाठी समीकरण (i) मध्ये

$y = 0$ ठेवून,

$$\therefore 5x - 0 - \frac{2}{7} = 0$$

$$\therefore 5x = \frac{2}{7}$$

$$\therefore x = \frac{2}{7} \times \frac{1}{5}$$

$$\therefore x = \frac{2}{35}$$

y -आंतरछेद शोधण्यासाठी समीकरण (i) मध्ये

$x = 0$ ठेवून,

$$\therefore 5(0) - y - \frac{2}{7} = 0$$

$$\therefore 0 - y = \frac{2}{7}$$

$$\therefore y = -\frac{2}{7} \quad \text{---- [दोन्ही बाजूंना (-1) ने गुणून]}$$

$$\therefore x\text{-आंतरछेद} = \frac{2}{35} \text{ आणि } y\text{-आंतरछेद} = -\frac{2}{7}$$

v. दिलेले रेषेचे समीकरण:

$$x + 2y - 6 = 0 \quad \text{---- (i)}$$

x -आंतरछेद शोधण्यासाठी समीकरण (i) मध्ये

$$y = 0 \text{ ठेवून,}$$

$$\therefore x + 2(0) - 6 = 0$$

$$\therefore x - 6 = 0$$

$$\therefore x = 6$$

y -आंतरछेद शोधण्यासाठी समीकरण (i) मध्ये

$$x = 0 \text{ ठेवून,}$$

$$\therefore 0 + 2y - 6 = 0$$

$$\therefore 2y = 6$$

$$\therefore y = \frac{6}{2}$$

$$\therefore y = 3$$

$$\therefore x\text{-आंतरछेद} = 6 \text{ आणि } y\text{-आंतरछेद} = 3$$

vi. दिलेले रेषेचे समीकरण:

$$3x + y - \frac{5}{3} = 0 \quad \text{---- (i)}$$

x -आंतरछेद शोधण्यासाठी समीकरण (i) मध्ये

$y = 0$ ठेवून,

$$\therefore 3x + 0 - \frac{5}{3} = 0$$

$$\therefore 3x = \frac{5}{3}$$

$$\therefore x = \frac{5}{3} \times \frac{1}{3}$$

$$\therefore x = \frac{5}{9}$$

y -आंतरछेद शोधण्यासाठी समीकरण (i) मध्ये

$x = 0$ ठेवून,

$$\therefore 3(0) + y - \frac{5}{3} = 0$$

$$\therefore 0 + y = \frac{5}{3}$$

$$\therefore y = \frac{5}{3}$$

$$\therefore x\text{-आंतरछेद} = \frac{5}{9} \text{ आणि } y\text{-आंतरछेद} = \frac{5}{3}$$

vii. दिलेले रेषेचे समीकरण:

$$3y - 2x + 5 = 0 \quad \text{---- (i)}$$

x -आंतरछेद शोधण्यासाठी समीकरण (i) मध्ये

$$y = 0 \text{ ठेवून,}$$

$$\therefore 3(0) - 2x + 5 = 0$$

$$\therefore 0 - 2x = -5$$

$$\therefore -2x = -5$$

$$\therefore x = \frac{5}{2}$$

y -आंतरछेद शोधण्यासाठी समीकरण (i) मध्ये

$$x = 0 \text{ ठेवून,}$$

$$\therefore 3y - 2(0) + 5 = 0$$

$$\therefore 3y = -5$$

$$\therefore y = -\frac{5}{3}$$

$$\therefore x\text{-आंतरछेद} = \frac{5}{2} \text{ आणि } y\text{-आंतरछेद} = -\frac{5}{3}$$

viii. दिलेले रेषेचे समीकरण:

$$7x + 6y - 1 = 0 \quad \text{---- (i)}$$

x -आंतरछेद शोधण्यासाठी समीकरण (i) मध्ये

$$y = 0 \text{ ठेवून,}$$

$$\therefore 7x + 6(0) - 1 = 0$$

$$\therefore 7x - 1 = 0$$

$$\therefore 7x = 1$$

$$\therefore x = \frac{1}{7}$$

y -आंतरछेद शोधण्यासाठी समीकरण (i) मध्ये

$$x = 0 \text{ ठेवून,}$$

$$\therefore 7(0) + 6y - 1 = 0$$

$$\therefore 6y = 1$$

$$\therefore y = \frac{1}{6}$$

$$\therefore x\text{-आंतरछेद} = \frac{1}{7} \text{ आणि } y\text{-आंतरछेद} = \frac{1}{6}$$

ix. दिलेले रेषेचे समीकरण:

$$y - 3x = 0 \quad \text{---- (i)}$$

x -आंतरछेद शोधण्यासाठी समीकरण (i) मध्ये

$$y = 0 \text{ ठेवून,}$$

$$\therefore 0 - 3x = 0$$

$$\therefore -3x = 0$$

$$\therefore x = 0$$

y -आंतरछेद शोधण्यासाठी समीकरण (i) मध्ये

$$x = 0 \text{ ठेवून,}$$

$$\therefore y - 3(0) = 0$$

$$\therefore y = 0$$

$$\therefore x\text{-आंतरछेद} = 0 \text{ आणि } y\text{-आंतरछेद} = 0$$

x. दिलेले रेषेचे समीकरण:

$$4x - 7y = 0 \quad \text{---- (i)}$$

x -आंतरछेद शोधण्यासाठी समीकरण (i) मध्ये

$$y = 0 \text{ ठेवून,}$$

$$\therefore 4x - 7(0) = 0$$

$$\therefore 4x = 0$$

$$\therefore x = 0$$

y -आंतरछेद शोधण्यासाठी समीकरण (i) मध्ये

$$x = 0 \text{ ठेवून,}$$

$$\therefore 4(0) - 7y = 0$$

$$\therefore -7y = 0$$

$$\therefore y = 0$$

$$\therefore x\text{-आंतरछेद} = 0 \text{ आणि } y\text{-आंतरछेद} = 0$$

2. खालील प्रत्येक रेषेचा चढ आणि y -आंतरछेद काढा:

i. $2x - 3y = 7$

[2 गुण]

उकल :

$2x - 3y = 7$ हे रेषेचे समीकरण आहे.

म्हणजेच, $2x - 7 = 3y$

म्हणजेच, $3y = 2x - 7$

दोन्ही बाजूंना 3 ने भागून,

$$y = \frac{2}{3}x - \frac{7}{3}$$

याची $y = mx + c$ शी तुलना करून,

$$m = \frac{2}{3}, c = -\frac{7}{3} \text{ मिळतात.}$$

$$\therefore \text{चढ} = \frac{2}{3} \text{ आणि } y\text{-आंतरछेद} = -\frac{7}{3}$$

ii. $y - 3x - 6 = 0$

[1 गुण]

उकल :

$y - 3x - 6 = 0$ हे रेषेचे समीकरण आहे.

म्हणजेच, $y = 3x + 6$

याची $y = mx + c$ शी तुलना करून,

$$m = 3, c = 6 \text{ मिळतात.}$$

$$\therefore \text{चढ} = 3 \text{ आणि } y\text{-आंतरछेद} = 6$$

iii. $2y + 2x - 5 = 0$

[2 गुण]

उकल :

$2y + 2x - 5 = 0$ हे रेषेचे समीकरण आहे.

म्हणजेच, $2y = -2x + 5$

दोन्ही बाजूंना 2 ने भागून,

$$y = -x + \frac{5}{2}$$

याची $y = mx + c$ शी तुलना करून,

$$m = -1, c = \frac{5}{2} \text{ मिळतात.}$$

$$\therefore \text{चढ} = -1 \text{ आणि } y\text{-आंतरछेद} = \frac{5}{2}$$

iv. $7x - y + 3 = 0$

[1 गुण]

उकल :

$7x - y + 3 = 0$ हे रेषेचे समीकरण आहे.

म्हणजेच, $7x + 3 = y$

म्हणजेच, $y = 7x + 3$

याची $y = mx + c$ शी तुलना करून,

$$m = 7, c = 3 \text{ मिळतात.}$$

$$\therefore \text{चढ} = 7 \text{ आणि } y\text{-आंतरछेद} = 3$$

v. $4x - y = 0$

[1 गुण]

उकल :

$4x - y = 0$ हे रेषेचे समीकरण आहे.

म्हणजेच, $4x = y$

म्हणजेच, $y = 4x + 0$

याची $y = mx + c$ शी तुलना करून,

$$m = 4, c = 0 \text{ मिळतात.}$$

$$\therefore \text{चढ} = 4 \text{ आणि } y\text{-आंतरछेद} = 0$$

vi. $8x - 4y - 1 = 0$

[2 गुण]

उकल :

$8x - 4y - 1 = 0$ हे रेषेचे समीकरण आहे.

म्हणजेच, $8x - 1 = 4y$

म्हणजेच, $4y = 8x - 1$

दोन्ही बाजूंना 4 ने भागून,

$$y = 2x - \frac{1}{4}$$

याची $y = mx + c$ शी तुलना करून,

$$m = 2, c = -\frac{1}{4} \text{ मिळतात.}$$

$$\therefore \text{चढ} = 2 \text{ आणि } y\text{-आंतरछेद} = -\frac{1}{4}$$

vii. $5x - 2y = 3$

[2 गुण]

उकल :

$5x - 2y = 3$ हे रेषेचे समीकरण आहे.

म्हणजेच, $5x - 3 = 2y$

म्हणजेच, $2y = 5x - 3$

दोन्ही बाजूंना 2 ने भागून,

$$y = \frac{5}{2}x - \frac{3}{2}$$

याची $y = mx + c$ शी तुलना करून,

$$m = \frac{5}{2}, c = -\frac{3}{2} \text{ मिळतात.}$$

$$\therefore \text{चढ} = \frac{5}{2} \text{ आणि } y\text{-आंतरछेद} = -\frac{3}{2}$$

viii. $5x - 8y = -2$

[2 गुण]

उकल :

$5x - 8y = -2$ हे रेषेचे समीकरण आहे.

म्हणजेच, $5x + 2 = 8y$

म्हणजेच, $8y = 5x + 2$

दोन्ही बाजूंना 8 ने भागून,

$$y = \frac{5}{8}x + \frac{1}{4}$$

याची $y = mx + c$ शी तुलना करून,

$$m = \frac{5}{8}, c = \frac{1}{4} \text{ मिळतात.}$$

\therefore चढ $= \frac{5}{8}$ आणि y -आंतरछेद $= \frac{1}{4}$.

3. खालील रेषांचे समीकरण द्वि-आंतरछेद रूपात लिहा आणि x -आंतरछेद आणि y -आंतरछेद काढा.

[प्रत्येकी 2 गुण]

i. $x + y = 2$

ii. $2x - y = 3$

iii. $3x + y = 4$

iv. $4x - y - 7 = 0$

v. $2x + 3y - 7 = 0$

vi. $2x - y = 11$

उकल :

- i. दिलेले रेषेचे समीकरण:

$$x + y = 2$$

दोन्ही बाजूंना 2 ने भागून,

$$\frac{x}{2} + \frac{y}{2} = 1$$

$$\frac{x}{x\text{-आंतरछेद}} + \frac{y}{y\text{-आंतरछेद}} = 1 \text{ या द्वि-आंतरछेद}$$

रूपाशी वरील समीकरणाची तुलना करून,

$$x\text{-आंतरछेद} = 2 \text{ आणि } y\text{-आंतरछेद} = 2$$

- \therefore दिलेल्या रेषेचे द्वि-आंतरछेद रूपातील समीकरण

$$\frac{x}{2} + \frac{y}{2} = 1 \text{ असे आहे.}$$

- \therefore x -आंतरछेद $= 2$ आणि y -आंतरछेद $= 2$

ii. दिलेले रेषेचे समीकरण:

$$2x - y = 3$$

दोन्ही बाजूंना 3 ने भागून,

$$\frac{2x}{3} - \frac{y}{3} = 1$$

$$\therefore \frac{x}{\left(\frac{3}{2}\right)} + \frac{y}{(-3)} = 1$$

$$\frac{x}{x\text{-आंतरछेद}} + \frac{y}{y\text{-आंतरछेद}} = 1 \text{ या द्वि-आंतरछेद}$$

रूपाशी वरील समीकरणाची तुलना करून,

$$x\text{-आंतरछेद} = \frac{3}{2} \text{ आणि } y\text{-आंतरछेद} = -3$$

\therefore दिलेल्या रेषेचे द्वि-आंतरछेद रूपातील समीकरण

$$\frac{x}{\left(\frac{3}{2}\right)} + \frac{y}{(-3)} = 1 \text{ असे आहे.}$$

$$x\text{-आंतरछेद} = \frac{3}{2} \text{ आणि } y\text{-आंतरछेद} = -3$$

iii. दिलेले रेषेचे समीकरण:

$$3x + y = 4$$

दोन्ही बाजूंना 4 ने भागून,

$$\therefore \frac{3x}{4} + \frac{y}{4} = 1$$

$$\therefore \frac{x}{\left(\frac{4}{3}\right)} + \frac{y}{4} = 1$$

$$\frac{x}{x\text{-आंतरछेद}} + \frac{y}{y\text{-आंतरछेद}} = 1 \text{ या द्वि-आंतरछेद}$$

रूपाशी वरील समीकरणाची तुलना करून,

$$x\text{-आंतरछेद} = \frac{4}{3} \text{ आणि } y\text{-आंतरछेद} = 4$$

∴ दिलेल्या रेषेचे द्वि-आंतरछेद रूपातील समीकरण

$$\frac{x}{\left(\frac{4}{3}\right)} + \frac{y}{4} = 1 \text{ असे आहे.}$$

$$x\text{-आंतरछेद} = \frac{4}{3} \text{ आणि } y\text{-आंतरछेद} = 4$$

iv. दिलेले रेषेचे समीकरण:

$$4x - y - 7 = 0$$

$$\therefore 4x - y = 7$$

दोन्ही बाजूंना 7 ने भागून,

$$\frac{4x}{7} - \frac{y}{7} = 1$$

$$\therefore \frac{x}{\left(\frac{7}{4}\right)} + \frac{y}{(-7)} = 1$$

$$\frac{x}{x\text{-आंतरछेद}} + \frac{y}{y\text{-आंतरछेद}} = 1 \text{ या द्वि-आंतरछेद}$$

रूपाशी वरील समीकरणाची तुलना करून,

$$x\text{-आंतरछेद} = \frac{7}{4} \text{ आणि } y\text{-आंतरछेद} = -7$$

∴ दिलेल्या रेषेचे द्वि-आंतरछेद रूपातील समीकरण

$$\frac{x}{\left(\frac{7}{4}\right)} + \frac{y}{-7} = 1 \text{ असे आहे.}$$

$$x\text{-आंतरछेद} = \frac{7}{4} \text{ आणि } y\text{-आंतरछेद} = -7$$

v. दिलेले रेषेचे समीकरण:

$$2x + 3y - 7 = 0$$

$$\therefore 2x + 3y = 7$$

दोन्ही बाजूंना 7 ने भागून,

$$\frac{2x}{7} + \frac{3y}{7} = 1$$

$$\therefore \frac{x}{\left(\frac{7}{2}\right)} + \frac{y}{\left(\frac{7}{3}\right)} = 1$$

$$\frac{x}{x\text{-आंतरछेद}} + \frac{y}{y\text{-आंतरछेद}} = 1 \text{ या द्वि-आंतरछेद}$$

रूपाशी वरील समीकरणाची तुलना करून,

$$x\text{-आंतरछेद} = \frac{7}{2} \text{ आणि } y\text{-आंतरछेद} = \frac{7}{3}$$

\therefore दिलेल्या रेषेचे द्वि-आंतरछेद रूपातील समीकरण

$$\frac{x}{\left(\frac{7}{2}\right)} + \frac{y}{\left(\frac{7}{3}\right)} = 1 \text{ असे आहे.}$$

$$x\text{-आंतरछेद} = \frac{7}{2} \text{ आणि } y\text{-आंतरछेद} = \frac{7}{3}$$

vi. दिलेले रेषेचे समीकरण:

$$2x - y = 11$$

दोन्ही बाजूंना 11 ने भागून,

$$\frac{2x}{11} - \frac{y}{11} = 1 \quad \therefore \quad \frac{x}{\left(\frac{11}{2}\right)} + \frac{y}{(-11)} = 1$$

$$\frac{x}{x\text{-आंतरछेद}} + \frac{y}{y\text{-आंतरछेद}} = 1 \text{ या द्वि-आंतरछेद}$$

रूपाशी वरील समीकरणाची तुलना करून,

$$x\text{-आंतरछेद} = \frac{11}{2} \text{ आणि } y\text{-आंतरछेद} = -11$$

\therefore दिलेल्या रेषेचे द्वि-आंतरछेद रूपातील समीकरण

$$\frac{x}{\left(\frac{11}{2}\right)} + \frac{y}{-11} = 1 \text{ असे आहे.}$$

$$x\text{-आंतरछेद} = \frac{11}{2} \text{ आणि } y\text{-आंतरछेद} = -11$$

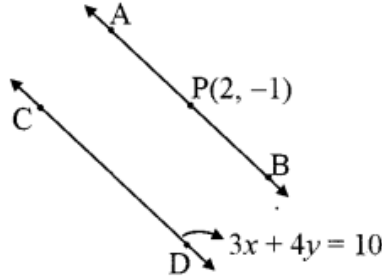
4. $(2, -1)$ या बिंदूतून जाणाऱ्या व $3x + 4y = 10$ या रेषेला समांतर असणाऱ्या रेषेचे समीकरण काढा.

[3 गुण]

उकल :

समजा, $3x + 4y = 10$ हे रेषा CD चे समीकरण आहे.

समजा, रेषा AB ही बिंदू P $(2, -1)$ मधून जाते.



रेषा CD चे समीकरण $3x + 4y = 10$ हे आहे.

म्हणजेच, $4y = -3x + 10$

म्हणजेच, $y = -\frac{3}{4}x + \frac{10}{4}$

याची $y = mx + c$ शी तुलना करून $m = -\frac{3}{4}$ मिळते.

$$\therefore \text{रेषा CD चा चढ} = -\frac{3}{4}$$

$$\therefore \text{रेषा AB} \parallel \text{रेषा CD}$$

$$\therefore \text{रेषा AB चा चढ} = \text{रेषा CD चा चढ}$$

$$\therefore \text{रेषा AB चा चढ} = -\frac{3}{4}$$

चढ (m) = $-\frac{3}{4}$ आणि बिंदू P $(2, -1) \equiv (x_1, y_1)$ मधून

जाणाऱ्या रेषा AB चे समीकरण चढ-बिंदू रूपात

$y - y_1 = m(x - x_1)$ हे आहे.

$$\therefore y - (-1) = -\frac{3}{4}(x - 2)$$

$$\therefore y + 1 = -\frac{3}{4}(x - 2)$$

$$\therefore 4(y + 1) = -3(x - 2)$$

$$\therefore 4y + 4 = -3x + 6$$

$$\therefore 3x + 4y + 4 - 6 = 0$$

$$\therefore 3x + 4y - 2 = 0$$

$$\therefore 3x + 4y - 2 = 0 \text{ हे रेषेचे समीकरण आहे.}$$

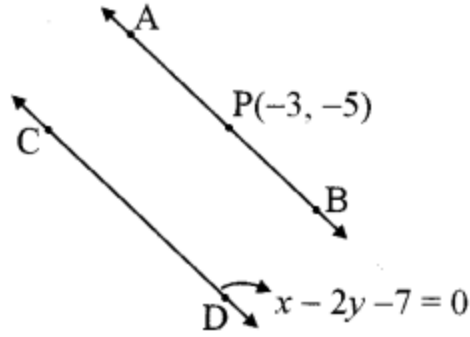
5. $(-3, -5)$ या बिंदूतून जाणाऱ्या व $x - 2y - 7 = 0$ या रेषेला समांतर असणाऱ्या रेषेचे समीकरण काढा.

[3 गुण]

उकल :

समजा, $x - 2y - 7 = 0$ हे रेषा CD चे समीकरण आहे.

समजा, रेषा AB ही बिंदू P $(-3, -5)$ मधून जाते.



रेषा CD चे समीकरण $x - 2y - 7 = 0$ हे आहे.

म्हणजेच, $x - 7 = 2y$

म्हणजेच, $2y = x - 7$

म्हणजेच, $y = \frac{1}{2}x - \frac{7}{2}$

याची $y = mx + c$ शी तुलना करून $m = \frac{1}{2}$ मिळते.

\therefore रेषा CD चा चढ $= \frac{1}{2}$

\therefore रेषा AB \parallel रेषा CD

रेषा AB चा चढ = रेषा CD चा चढ

\therefore रेषा AB चा चढ $= \frac{1}{2}$

चढ (m) $= \frac{1}{2}$ असणाऱ्या आणि बिंदू

$P(-3, -5) \equiv (x_1, y_1)$ मधून जाणाऱ्या रेषा AB चे समीकरण चढ-बिंदू रूपात $y - y_1 = m(x - x_1)$ हे आहे.

$$\therefore y - (-5) = \frac{1}{2} [x - (-3)]$$

$$\therefore y + 5 = \frac{1}{2} (x + 3)$$

$$\therefore 2(y + 5) = x + 3$$

$$\therefore 2y + 10 = x + 3$$

$$\therefore -x + 2y = 3 - 10$$

$$\therefore -x + 2y = -7$$

$$\therefore x - 2y - 7 = 0$$

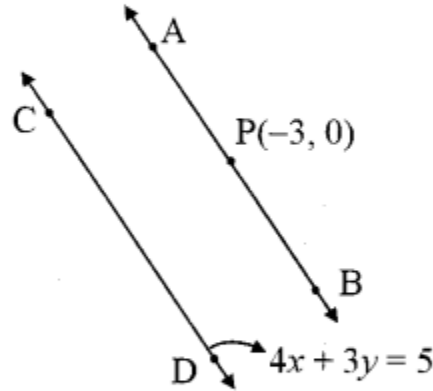
$$\therefore x - 2y - 7 = 0 \text{ हे रेषेचे समीकरण आहे.}$$

6. $4x + 3y = 5$ या रेषेला समांतर असणाऱ्या आणि x -आंतरछेद (-3) असणाऱ्या रेषेचे समीकरण काढा. [3 गुण]

उकल :

समजा, $4x + 3y = 5$ हे रेषा CD चे समीकरण आहे.

समजा, रेषा AB ही बिंदू $P(-3, 0)$ मधून जाते.



रेषा CD चे समीकरण $4x + 3y = 5$ हे आहे.

म्हणजेच, $3y = -4x + 5$

म्हणजेच, $y = -\frac{4}{3}x + \frac{5}{3}$

याची $y = mx + c$ शी तुलना करून $m = -\frac{4}{3}$.

$$\therefore \text{रेषा CD चा चढ} = -\frac{4}{3}$$

$$\therefore \text{रेषा AB} \parallel \text{रेषा CD}$$

$$\therefore \text{रेषा AB चा चढ} = \text{रेषा CD चा चढ}$$

$$\therefore \text{रेषा AB चा चढ} = -\frac{4}{3}$$

$$\text{रेषा AB चा } x\text{-आंतरच्छेद} = -3$$

$$\therefore \text{रेषा AB वर बिंदू } P(-3, 0) \text{ हा आहे.}$$

$$\text{चढ (m)} = -\frac{4}{3} \text{ असणाऱ्या आणि बिंदू } P(-3, 0) \equiv (x_1, y_1)$$

मधून जाणाऱ्या रेषा AB चे समीकरण चढ-बिंदू रूपात

$$y - y_1 = m(x - x_1) \text{ हे आहे.}$$

$$\therefore y - 0 = -\frac{4}{3}[x - (-3)]$$

$$\therefore y = -\frac{4}{3}(x + 3)$$

$$\therefore 3y = -4x - 12$$

$$\therefore 4x + 3y + 12 = 0$$

$$\therefore 4x + 3y + 12 = 0 \text{ हे रेषेचे समीकरण आहे.}$$

7. खाली दिलेल्या प्रत्येक रेषेचे समीकरण लिहा.

i. X-अक्ष आणि Y-अक्ष [मार्च 14] [1 गुण]

उकल :

$$y = 0 \text{ हे X-अक्षाचे समीकरण आहे.}$$

$$x = 0 \text{ हे Y-अक्षाचे समीकरण आहे.}$$

- ii. आरंभबिंदूतून जाणारी आणि $(-3, 5)$ या बिंदूतून जाणारी रेषा. [मार्च 14; ऑक्टोबर 12] [2 गुण]

उकल :

समजा, $A \equiv (-3, 5) \equiv (x_1, y_1)$,

आरंभ $O \equiv (0, 0) \equiv (x_2, y_2)$

रेषा बिंदू O आणि A मधून जात असल्याने द्वि-बिंदू रूपातील रेषेचे समीकरण:

$$\frac{x - x_1}{x_1 - x_2} = \frac{y - y_1}{y_1 - y_2}$$

$$\therefore \frac{x - (-3)}{-3 - 0} = \frac{y - 5}{5 - 0}$$

$$\therefore \frac{x + 3}{-3} = \frac{y - 5}{5}$$

$$\therefore 5(x + 3) = -3(y - 5)$$

$$\therefore 5x + 15 = -3y + 15$$

$$\therefore 5x + 3y + 15 - 15 = 0$$

$$\therefore 5x + 3y = 0$$

$$\therefore 5x + 3y = 0 \text{ हे रेषेचे समीकरण आहे.}$$

iii. (2, 3) आणि (4, 5) या बिंदूतून जाणारी रेषा.

[2 गुण]

उकल :

समजा, $P \equiv (2, 3) \equiv (x_1, y_1)$, $Q \equiv (4, 5) \equiv (x_2, y_2)$

रेषा बिंदू P आणि Q मधून जाते.

द्वि-बिंदू रूपातील रेषेचे समीकरण:

$$\frac{x - x_1}{x_1 - x_2} = \frac{y - y_1}{y_1 - y_2}$$

$$\therefore \frac{x - 2}{2 - 4} = \frac{y - 3}{3 - 5}$$

$$\therefore \frac{x - 2}{-2} = \frac{y - 3}{-2}$$

$$\therefore x - 2 = y - 3 \quad \text{---- [दोन्ही बाजूंना (-2) ने गुणून]}$$

$$\therefore x - y - 2 + 3 = 0$$

$$\therefore x - y + 1 = 0$$

$$\therefore x - y + 1 = 0 \text{ हे रेषेचे समीकरण आहे.}$$

iv. (3, 4) या बिंदूतून जाणारी व चढ 5 आहे अशी रेषा.

[2 गुण]

उकल :

रेषा (m) चा चढ = 5

समजा, $P(3, 4) \equiv (x_1, y_1)$

\therefore चढ (m) = 5 असणाऱ्या आणि बिंदू P(3, 4) मधून

जाणाऱ्या चढ-बिंदू रूपातील रेषेचे समीकरण:

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 4 = 5(x - 3)$$

$$\therefore y - 4 = 5x - 15$$

$$\begin{aligned} \therefore -5x + y - 4 + 15 &= 0 \\ \therefore -5x + y + 11 &= 0 \\ \therefore 5x - y - 11 &= 0 \quad \text{---- [दोन्ही बाजूंना (-1) ने गुणून]} \\ \therefore 5x - y - 11 &= 0 \text{ हे रेषेचे समीकरण आहे.} \end{aligned}$$

- v. X-अक्षाला समांतर आणि $(-3, 4)$ या बिंदूतून जाणारी रेषा. [मार्च 14] [1 गुण]

उकल :

समजा, $P \equiv (-3, 4)$
दिलेल्या रेषेवर 'P' बिंदू आहे.
तसेच, दिलेली रेषा X-अक्षाला समांतर आहे.

- \therefore X- अक्षाला समांतर असणाऱ्या आणि $P(-3, 4)$ बिंदूतून जाणाऱ्या रेषेचे समीकरण:

$$y = P \text{ चा } y\text{-निर्देशक}$$

म्हणजेच, $y = 4$

- $\therefore y = 4$ हे रेषेचे समीकरण आहे.

- vi. Y-अक्षाला समांतर आणि $(-3, 5)$ या बिंदूतून जाणारी रेषा. [1 गुण]

उकल :

समजा, $P \equiv (-3, 5)$
दिलेल्या रेषेवर P बिंदू घ्या.
तसेच, दिलेली रेषा Y- अक्षाला समांतर आहे.

- \therefore Y- अक्षाला समांतर असणाऱ्या आणि बिंदू $(-3, 5)$ मधून जाणाऱ्या रेषेचे समीकरण

$$x = P \text{ चा } x\text{-निर्देशक आहे.}$$

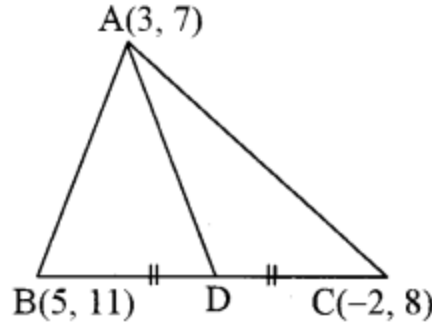
$$\therefore x = -3$$

- $\therefore x = -3$ हे रेषेचे समीकरण आहे.

8. $A(3, 7)$; $B(5, 11)$, $C(-2, 8)$ हे ΔABC चे शिरोबिंदू आहेत. जर AD ही त्या त्रिकोणाची मध्यगा असेल, तर मध्यगा AD चे समीकरण लिहा.

[ऑक्टोबर 12] [3 गुण]

उकल :



ΔABC मध्ये, D हा बाजू BC चा मध्यबिंदू आहे.

---, \therefore रेषा AD ही ΔABC ची मध्यगा आहे.]

\therefore मध्यबिंदूच्या सूत्रानुसार,

$$\begin{aligned} D(x, y) &= \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right) \\ &= \left(\frac{5 + (-2)}{2}, \frac{11 + 8}{2} \right) = \left(\frac{3}{2}, \frac{19}{2} \right) \end{aligned}$$

समजा, बिंदू $A \equiv (3, 7) \equiv (x_1, y_1)$ आणि

$$D \equiv \left(\frac{3}{2}, \frac{19}{2} \right) \equiv (x_2, y_2)$$

द्वि-बिंदू रूपातील मध्यगा AD चे समीकरण:

$$\frac{x - x_1}{x_1 - x_2} = \frac{y - y_1}{y_1 - y_2}$$

$$\therefore \frac{x - 3}{\left(3 - \frac{3}{2} \right)} = \frac{y - 7}{\left(7 - \frac{19}{2} \right)}$$

$$\therefore \frac{x - 3}{\left(\frac{6 - 3}{2} \right)} = \frac{y - 7}{\left(\frac{14 - 19}{2} \right)}$$

$$\therefore \frac{x-3}{\left(\frac{3}{2}\right)} = \frac{y-7}{\left(\frac{-5}{2}\right)}$$

$$\therefore \frac{2(x-3)}{3} = \frac{2(y-7)}{-5}$$

$$\therefore \frac{x-3}{3} = \frac{y-7}{-5} \quad \text{---- [दोन्ही बाजूंना 2 ने भागून]}$$

$$\therefore -5(x-3) = 3(y-7)$$

$$\therefore -5x + 15 = 3y - 21$$

$$\therefore -5x - 3y + 15 + 21 = 0$$

$$\therefore -5x - 3y + 36 = 0$$

$$\therefore 5x + 3y - 36 = 0$$

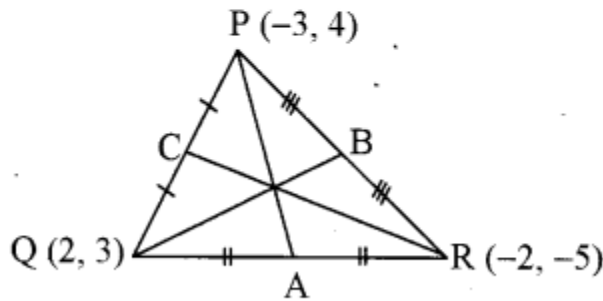
---- [दोन्ही बाजूंना (-1) ने गुणून]

$\therefore 5x + 3y - 36 = 0$ हे मध्यगा AD चे समीकरण आहे.

9. $P(-3, 4)$, $Q(2, 3)$, $R(-2, -5)$ हे ΔPQR चे शिरोबिंदू आहेत. ΔPQR च्या सर्व मध्यगांची समीकरणे लिहा. [5 गुण]

उकल :

समजा, A, B, व C हे अनुक्रमे बाजू QR, बाजू PR व बाजू PQ चे मध्यबिंदू आहेत.



समजा, $P \equiv (-3, 4) \equiv (x_1, y_1)$; $Q \equiv (2, 3) \equiv (x_2, y_2)$;

$R \equiv (-2, -5) \equiv (x_3, y_3)$

मध्यबिंदूच्या सूत्रानुसार,

$$\begin{aligned} A(x, y) &= \left(\frac{x_2 + x_3}{2}, \frac{y_2 + y_3}{2} \right) \\ &= \left(\frac{2-2}{2}, \frac{3-5}{2} \right) = \left(\frac{0}{2}, \frac{-2}{2} \right) \\ &= (0, -1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B(x, y) &= \left(\frac{x_1 + x_3}{2}, \frac{y_1 + y_3}{2} \right) \\ &= \left(\frac{-3-2}{2}, \frac{4-5}{2} \right) = \left(\frac{-5}{2}, \frac{-1}{2} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C(x, y) &= \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right) \\ &= \left(\frac{-3+2}{2}, \frac{4+3}{2} \right) = \left(\frac{-1}{2}, \frac{7}{2} \right) \end{aligned}$$

मध्यगा AP साठी:

$$P \equiv (-3, 4) \equiv (x_1, y_1), A \equiv (0, -1) \equiv (x_4, y_4)$$

द्वि-बिंदू रूपातील मध्यगा AP चे समीकरण:

$$\frac{x - x_1}{x_1 - x_4} = \frac{y - y_1}{y_1 - y_4}$$

$$\therefore \frac{x - (-3)}{-3 - 0} = \frac{y - 4}{4 - (-1)}$$

$$\therefore \frac{x + 3}{-3} = \frac{y - 4}{4 + 1}$$

$$\therefore \frac{x + 3}{-3} = \frac{y - 4}{5}$$

$$\therefore 5(x+3) = -3(y-4)$$

$$\therefore 5x + 15 = -3y + 12$$

$$\therefore 5x + 3y + 15 - 12 = 0$$

$$\therefore 5x + 3y + 3 = 0$$

$5x + 3y + 3 = 0$ हे मध्यगा AP चे समीकरण आहे.

मध्यगा BQ साठी:

$$Q \equiv (2, 3) \equiv (x_2, y_2), \quad B \equiv \left(\frac{-5}{2}, \frac{-1}{2}\right) \equiv (x_5, y_5)$$

द्वि-बिंदू रूपातील मध्यगा BQ चे समीकरण:

$$\frac{x - x_2}{x_2 - x_5} = \frac{y - y_2}{y_2 - y_5}$$

$$\therefore \frac{x - 2}{2 - \left(\frac{-5}{2}\right)} = \frac{y - 3}{3 - \left(\frac{-1}{2}\right)}$$

$$\therefore \frac{x - 2}{\left(2 + \frac{5}{2}\right)} = \frac{y - 3}{\left(3 + \frac{1}{2}\right)} \quad \therefore \frac{x - 2}{\left(\frac{4 + 5}{2}\right)} = \frac{y - 3}{\left(\frac{6 + 1}{2}\right)}$$

$$\therefore \frac{x - 2}{\left(\frac{9}{2}\right)} = \frac{y - 3}{\left(\frac{7}{2}\right)} \quad \therefore \frac{2(x - 2)}{9} = \frac{2(y - 3)}{7}$$

$$\therefore \frac{x - 2}{9} = \frac{y - 3}{7}$$

$$\therefore 7(x - 2) = 9(y - 3)$$

$$\therefore 7x - 14 = 9y - 27$$

$$\therefore 7x - 9y - 14 + 27 = 0$$

$$\therefore 7x - 9y + 13 = 0$$

$7x - 9y + 13 = 0$ हे मध्यगा BQ चे समीकरण आहे.

मध्यगा CR साठी:

$$R \equiv (-2, -5) \equiv (x_3, y_3), C \equiv \left(\frac{-1}{2}, \frac{7}{2}\right) \equiv (x_6, y_6)$$

द्वि-बिंदू रूपातील मध्यगा CR चे समीकरण:

$$\frac{x - x_3}{x_3 - x_6} = \frac{y - y_3}{y_3 - y_6}$$

$$\therefore \frac{x - (-2)}{-2 - \left(\frac{-1}{2}\right)} = \frac{y - (-5)}{-5 - \frac{7}{2}}$$

$$\therefore \frac{x + 2}{\left(-2 + \frac{1}{2}\right)} = \frac{y + 5}{\left(-5 - \frac{7}{2}\right)}$$

$$\therefore \frac{x + 2}{\left(\frac{-4 + 1}{2}\right)} = \frac{y + 5}{\left(\frac{-10 - 7}{2}\right)}$$

$$\therefore \frac{x + 2}{\left(\frac{-3}{2}\right)} = \frac{y + 5}{\left(\frac{-17}{2}\right)}$$

$$\therefore \frac{2(x + 2)}{-3} = \frac{2(y + 5)}{-17}$$

$$\therefore \frac{x + 2}{-3} = \frac{y + 5}{-17}$$

$$\therefore 17(x + 2) = 3(y + 5)$$

$$\therefore 17x + 34 = 3y + 15$$

$$\therefore 17x - 3y + 34 - 15 = 0$$

$$\therefore 17x - 3y + 19 = 0$$

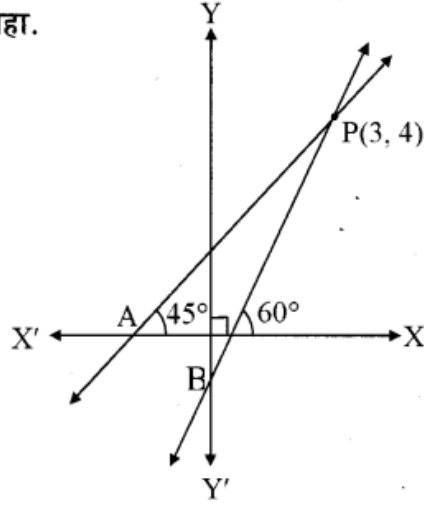
$17x - 3y + 19 = 0$ हे मध्यगा CR चे समीकरण आहे.

\therefore मध्यगांची समीकरणे खालीलप्रमाणे:

$$5x + 3y + 3 = 0; 7x - 9y + 13 = 0 \text{ आणि}$$

$$17x - 3y + 19 = 0.$$

10. सोबतच्या आकृतीमधील दोन्ही रेषा $P(3, 4)$ या बिंदूत छेदतात. रेषा PA व रेषा PB यांची समीकरणे लिहा. [4 गुण]



उकल :

रेषा PA साठी :

$$P \equiv (3, 4) \equiv (x_1, y_1)$$

$$\text{रेषा PA चा कल} = (\theta) = 45^\circ$$

$$\therefore \text{रेषा PA चा चढ (m)} = \tan \theta = \tan 45^\circ = 1$$

$$\therefore m = 1$$

चढ (m) = 1 आणि बिंदू $P(3, 4)$ मधून जाणाऱ्या रेषा

PA चे चढ-बिंदू रूपातील समीकरण

$$y - y_1 = m(x - x_1) \text{ हे आहे.}$$

$$\therefore y - 4 = 1(x - 3)$$

$$\therefore y - 4 = x - 3$$

$$\therefore -x + y - 4 + 3 = 0$$

$$\therefore -x + y - 1 = 0$$

$$\therefore x - y + 1 = 0 \quad \text{---- [दोन्ही बाजूंना (-1) ने गुणून]}$$

रेषा PB साठी:

$$P \equiv (3, 4) \equiv (x_1, y_1)$$

$$\text{रेषा PB चा कल} = (\theta) = 60^\circ$$

$$\therefore \text{रेषा PB चा चढ (m)} = \tan \theta = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$$

$$\therefore m = \sqrt{3}$$

चढ $m = \sqrt{3}$ व बिंदू $P(3, 4)$ मधून जाणाऱ्या चढ-बिंदू
रूपातील रेषा PB चे समीकरण:

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$\therefore y - 4 = \sqrt{3}(x - 3)$$

$$\therefore y - 4 = \sqrt{3}x - 3\sqrt{3}$$

$$\therefore -\sqrt{3}x + y - 4 + 3\sqrt{3} = 0$$

$$\therefore \sqrt{3}x - y + 4 - 3\sqrt{3} = 0$$

---- [दोन्ही बाजूंना (-1) ने गुणून]

रेषा PA चे समीकरण $x - y + 1 = 0$ आणि रेषा PB चे
समीकरण $\sqrt{3}x - y + 4 - 3\sqrt{3} = 0$.