928

822 (IA)

2018

गणित

केवल प्रश्न-पत्र

(बीजगणित, वाणिज्यिक गणित, कराधान, सांख्यिकी, त्रिकोणमिति, ज्यामिति, निर्देशांक ज्यामिति एवं मेन्सुरेशन)

समय : तीन घण्टे 15 मिनट] *[पूर्णांक : 70*

निर्देश :

(i) प्रारम्भ के 15 मिनट परीक्षार्थियों को प्रश्न-पत्र पढ़ने के लिए निर्धारित हैं ।

*(ii) इस प्रश्न-पत्र में कुल **सात** प्रश्न हैं ।*

*(iii) **सभी** प्रश्न अनिवार्य हैं ।*

(iv) प्रत्येक प्रश्न के प्रारम्भ में उल्लेख कर दिया गया है कि उसके कितने खण्ड करने हैं ।

(v) प्रत्येक प्रश्न के अंक उसके सम्मुख अंकित हैं ।

(vi) प्रथम प्रश्न से प्रारम्भ कीजिए और अंतिम प्रश्न तक करते जाइए । जो प्रश्न न आता हो, उस पर अपना समय नष्ट न कीजिए ।

(vii) यदि रफ़ कार्य के लिए स्थान अपेक्षित है, तो उत्तर-पुस्तिका के बाएँ पृष्ठ पर कीजिए और फिर उसे काट (×) दीजिए । उस पृष्ठ पर कोई हल न लिखिए ।

(viii) प्रश्नों के हल उत्तर-पुस्तिका के दोनों ओर पृष्ठों पर लिखिए । प्रश्न संख्या 1 के अतिरिक्त सभी प्रश्नों के हल के क्रिया पद लिखिए ।

(ix) रचना वाले प्रश्नों में रचना सम्बन्धित चाप व रेखाएँ न मिटाएँ । रचना के पद यदि पूछे गए हैं, तो लिखिए ।

(x) जिस प्रश्न के हल में चित्र खींचना आवश्यक हो, उसमें अवश्य खींचिए अन्यथा उसके अभाव में हल अपूर्ण और अशुद्ध माने जाएँगे ।

---

1. ***सभी*** खण्ड कीजिए :

प्रत्येक खण्ड के उत्तर के लिए चार विकल्प दिए गए हैं, जिनमें से केवल एक ही सही है । सही विकल्प छाँटकर उसे अपनी उत्तर-पुस्तिका में लिखिए ।

(क) व्यंजकों $(x-2)(x+4)^2$ और $(x-2)^2$ का महत्तम समापवर्तक होगा *1*

(i) $(x+4)^2$

(ii) $(x-2)^2$

(iii) $(x-2)(x+4)^2$

(iv) $(x-2)$

(ख) संख्याओं 12, 20, 21, 29, 21, 29, 12, 29, 24 और 29 का बहुलक होगा 1

(i) 29

(ii) 24

(iii) 21

(iv) 12

(ग) $\cos 15^\circ + \cos 105^\circ$ का मान है 1

(i) $\frac{1}{2}$

(ii) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

(iii) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(iv) $\sqrt{\frac{3}{2}}$

(घ) दो वृत्त एक-दूसरे को अन्त: स्पर्श करते हैं । वृत्तों के केन्द्रों के बीच की दूरी 3 सेमी है । यदि एक वृत्त की त्रिज्या 2 सेमी है, तो दूसरे वृत्त की त्रिज्या होगी 1

(i) 4 सेमी

(ii) 5 सेमी

(iii) 6 सेमी

(iv) 7 सेमी

(ङ) बिन्दुओं (a, a^2) और (b, b^2) से होकर जाने वाली रेखा की प्रवणता होगी 1

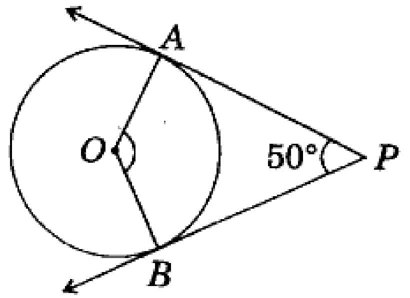
(i) 1

(ii) $\frac{b}{a}$

(iii) $(a + b)$

(iv) $-(a - b)$

(च) चित्र में, वृत्त का केन्द्र O है । PA तथा PB वृत्त की स्पर्श-रेखाएँ हैं, जिनके स्पर्श बिन्दु क्रमश: A तथा B हैं । यदि $\angle APB = 50^\circ$ है, तो $\angle AOB$ की माप होगी 1



(i) 100°

(ii) 105°

(iii) 120°

(iv) 130°

2. **सभी** खण्ड कीजिए :

(क) एक रेखा की प्रवणता $-\frac{b}{a}$ है तथा रेखा y-अक्ष पर धनात्मक दिशा में b अन्त:खंड काटती है । रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए । *1*

(ख) $\tan\frac{13\pi}{6}$ का मान ज्ञात कीजिए ।

(ग) अवरोही क्रम में व्यवस्थित संख्याओं

48, 44, 41, 36, $(2x + 8)$, $(2x - 6)$, 14, 11, 8, 6

की माध्यिका 25 है । x का मान ज्ञात कीजिए । *1*

(घ) यदि

$$f(x) = \frac{x^2 - 4x + 13}{x + 1},$$

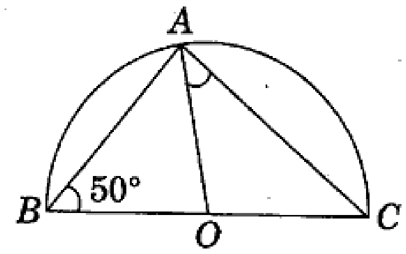
तो $f(8)$ का मान ज्ञात कीजिए । *1*

3. **सभी** खण्ड कीजिए :

(क) सिद्ध कीजिए : *2*

$$\frac{\cos(60^\circ - A) + \sin(30^\circ - A)}{\cos(30^\circ - A) - \sin(60^\circ - A)} = \cot A$$

(ख) चित्र में, अर्धवृत्त का केन्द्र O तथा व्यास BC है । यदि $\angle ABO = 50^\circ$ है, तो $\angle OAC$ की माप ज्ञात कीजिए । *2*



(ग) रेखा $x + y = 9$ का धनात्मक x-अक्ष से झुकाव तथा रेखा द्वारा y-अक्ष पर काटा गया अन्त:खंड ज्ञात कीजिए । *2*

(घ) एक लम्ब-वृत्तीय बेलन का वक्र पृष्ठ 900π सेमी^{2} है तथा आधार की त्रिज्या 10 सेमी है । बेलन की ऊँचाई ज्ञात कीजिए । *2*

4. *सभी* खण्ड कीजिए :

(क) संजय एक साइकिल ₹ 3,528 में खरीदता है, जिसमें बिक्री कर सम्मिलित है । यदि साइकिल का अंकित मूल्य ₹ 3,360 हो, तो बिक्री कर की दर ज्ञात कीजिए । 2

(ख) सिद्ध कीजिए : 2

$$\cot A - \tan A = 2 \cot 2A$$

(ग) 3·5 सेमी त्रिज्या का एक वृत्त खींचिए । वृत्त के केन्द्र से 7·5 सेमी की दूरी पर स्थित एक बिन्दु से वृत्त पर स्पर्श-रेखाओं की रचना कीजिए । 2

(घ) एक लम्ब-वृत्तीय शंकु की ऊँचाई तथा त्रिज्या क्रमश: 15 सेमी और 8 सेमी हैं । शंकु का वक्र पृष्ठ ज्ञात कीजिए । ($\pi = 3{\cdot}14$ लीजिए) 2

5. *सभी* खण्ड कीजिए :

(क) व्यंजकों

$x^2 + x - 12,\ x^2 - 9$ और $x^2 + 8x + 16$

का लघुतम समापवर्त्य ज्ञात कीजिए । 4

(ख) सिद्ध कीजिए : 4

$$\frac{\tan A}{1 - \cot A} + \frac{\cot A}{1 - \tan A} = 1 + \sec A \operatorname{cosec} A$$

(ग) दो बिन्दुओं (6, – 4) और (4, 4) को मिलाने वाले रेखाखंड का मध्य-बिन्दु P है । रेखा $3x - 5y = 4$ के समान्तर एक रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए, जो बिन्दु P से होकर जाती है । 4

(घ) वित्तीय वर्ष 2016 – 17 में एक व्यक्ति की वार्षिक आय ₹ 6,20,000 है (मकान किराया भत्ता छोड़कर) । वह अपने सामान्य भविष्य निधि खाते में ₹ 8,000 प्रति माह जमा करता है । वह अपने पी.पी.एफ. खाते में ₹ 80,000 जमा करता है । व्यक्ति द्वारा देय आय कर परिकलित कीजिए जबकि बचत पर छूट की अधिकतम सीमा ₹ 1,50,000 है ।

आय कर की दरें निम्नवत् हैं :

	आय	*आय कर*
(i)	₹ 2,50,000 तक	शून्य
(ii)	₹ 2,50,001 से ₹ 5,00,000 तक	₹ 2,50,000 से अधिक आय का 10%

इसके अतिरिक्त देय आय कर का 3% शिक्षा उपकर लगता है । 4

6. ***सभी*** खण्ड कीजिए :

(क) निम्नलिखित बारम्बारता सारणी से समान्तर माध्य ज्ञात कीजिए : 4

वर्ग अन्तराल	*बारम्बारता*
0 – 10	12
10 – 20	18
20 – 30	24
30 – 40	15
40 – 50	11

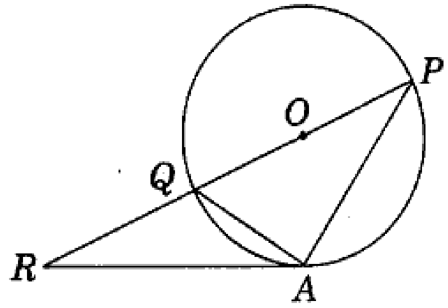
(ख) 3·5 सेमी त्रिज्या के एक अर्धगोले पर एक शंकु के रूप में एक खिलौना है । खिलौने की सम्पूर्ण ऊँचाई 15·5 सेमी है । खिलौने का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए । 4

(ग) भूमि के एक बिन्दु से एक 20 मी. ऊँचे भवन के शिखर पर लगी एक संचार मीनार के तल और शिखर के उन्नयन कोण क्रमशः 45° और 60° हैं । मीनार की ऊँचाई ज्ञात कीजिए । 4

($\sqrt{3} = 1{\cdot}732$ लीजिए)

(घ) चित्र में, *PQ* वृत्त का व्यास है और *O* वृत्त का केन्द्र है । वृत्त पर स्थित एक बिन्दु *A* से खींची गई एक स्पर्श-रेखा *PQ* के बढ़े हुए भाग को बिन्दु *R* पर मिलती है । सिद्ध कीजिए कि

$$\angle QAR = \frac{1}{2}(90^\circ - \angle QRA).$$ 4



7. ***सभी*** खण्ड कीजिए :

(क) सिद्ध कीजिए कि यदि एक समलम्ब की असमान्तर भुजाएँ समान हैं, तो वह समलम्ब एक चक्रीय चतुर्भुज होगा । 6

अथवा

2 सेमी और 2·5 सेमी त्रिज्या के दो वृत्त खींचिए जिनके केन्द्रों के बीच की दूरी 7·5 सेमी है । इन वृत्तों की उभयनिष्ठ तिर्यक् स्पर्शियों की रचना कीजिए और उनकी लम्बाई मापिए । गणना द्वारा अपने उत्तर की पुष्टि कीजिए । 6

(ख) एक आयताकार खेत का विकर्ण उसकी छोटी भुजा से 30 मी. अधिक है । यदि बड़ी भुजा छोटी भुजा से 15 मी. अधिक हो, तो खेत की भुजाएँ ज्ञात कीजिए । 6

अथवा

(i) द्विघात समीकरण

$$3x^2 - 6x + 2 = 0$$

के मूल ज्ञात कीजिए । 3

(ii) यदि द्विघात समीकरण

$$ax^2 + bx + c = 0$$

के मूल α और β हैं, तो व्यंजक $\alpha^3 + \beta^3$ का मान ज्ञात कीजिए । 3