ତ୍ରିକୋଣମିତି
(TRIGONOMETRY)

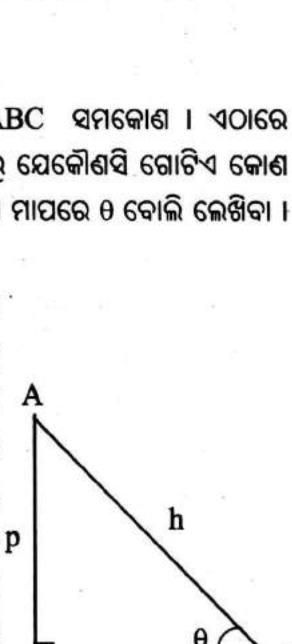
7.1 ଉପକ୍ରମିକା (Introduction) :

ତ୍ରିକୋଣମିତି (Trigonometry) ଶବ୍ଦର ଅର୍ଥ ତିନି କୋଣର ପରିମାପ । ତ୍ରିକୋଣମିତିର ଅଭିବୃଦ୍ଧି ଜ୍ୟାମିତିର ଅଭିବୃଦ୍ଧି ସହ ସଂପୃକ୍ତ । ଗ୍ରୀକ୍ ଜ୍ୟୋତିର୍ବିଦ୍ **Hipparchus (140 B.C.)** ତ୍ରିକୋଣମିତିର ଆବିଷ୍କାର କରିଥିଲେ । ଗଣିତଜ୍ଞ **Bertholomaus Pitisces** ଷୋଡ଼ଶ ଶତାବ୍ଦୀରେ ପ୍ରଥମ ତ୍ରିକୋଣମିତି ଗ୍ରନ୍ଥ ରଚନା କରିଥିଲେ । ଗଣିତର ବିଭିନ୍ନ ଶାଖାରେ ତ୍ରିକୋଣମିତିର ପ୍ରୟୋଗ ଅତ୍ୟନ୍ତ ବହୁଳ । ଉଚ୍ଚତା ଓ ଦୂରତା (Height and Distance) ନିରୂପଣ ଏବଂ ଜ୍ୟୋତିର୍ବିଜ୍ଞାନ(Astronomy)ରେ ତ୍ରିକୋଣମିତିର ବହୁ ପ୍ରୟୋଗ ଅଛି ।

7.2 ତ୍ରିକୋଣମିତିକ ଅନୁପାତ (Trigonometrical Ratios) :

ମନେକର ABC ଗୋଟିଏ ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜ (ଚିତ୍ର 7.1) ଓ $\angle ABC$ ସମକୋଣ । ଏଠାରେ $\angle BAC$ ଓ $\angle BCA$ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ସୂକ୍ଷ୍ମକୋଣ । ମନେକର ଏଥିରୁ ଯେକୌଣସି ଗୋଟିଏ କୋଣ $\angle BCA$କୁ ନେଇ ଆମେ ଆଲୋଚନା କରିବା । ସଂକ୍ଷେପରେ $m\angle BCA$ କୁ ଡିଗ୍ରୀ ମାପରେ θ ବୋଲି ଲେଖିବା । (θ ଏକ ଗ୍ରୀକ୍ ଅକ୍ଷର ଓ ଏହାକୁ 'ଥିଟା' ବୋଲି ପଢ଼ାଯାଏ ।)

$\overline{AC}$ କୁ କର୍ଣ୍ଣ (hypotenuse), $\angle BCA$ ର ସଂଲଗ୍ନ ବାହୁ $\overline{BC}$ କୁ ଭୂମି (base) ଓ $\angle BCA$ର ସମ୍ମୁଖୀନ ବାହୁ $\overline{AB}$କୁ ଲମ୍ବ (perpendicular) କୁହାଯାଏ । ସଂକ୍ଷେପରେ $BC = b$, $AB = p$ ଓ $AC = h$ ଲେଖାଯାଇଥାଏ । p, b ଓ h ରୁ ଯେକୌଣସି ଦୁଇଗୋଟିର ଅନୁପାତ, θ କୋଣର ଏକ ତ୍ରିକୋଣମିତିକ ଅନୁପାତ । ସମୁଦାୟ ଛଅ ଗୋଟି ତ୍ରିକୋଣମିତିକ ଅନୁପାତ ଯଥା: **sine, cosine, tangent, cotangent, secant** ଓ **cosecant** ଅଛନ୍ତି । ସଂକ୍ଷିପ୍ତ ଭାବେ ଏଗୁଡ଼ିକୁ sin (ସାଇନ୍), cos (କସ୍), tan (ଟାନ୍), cot (କଟ୍), sec (ସେକ୍) ଓ cosec (କୋସେକ୍) ବୋଲି ଲେଖାଯାଏ । କୋଣ θର sin, cos ଇତ୍ୟାଦି ପ୍ରତ୍ୟେକ ଏକ ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଅନୁପାତକୁ ସୂଚାଇ ଥାଆନ୍ତି । ଏହି ତ୍ରିକୋଣମିତିକ ଅନୁପାତଗୁଡ଼ିକର ସଂଜ୍ଞାକୁ ନିମ୍ନରେ ଦିଆଗଲା :



(ଚିତ୍ର 7.1)

$$\sin\theta = \frac{\text{ଲମ୍ବର ଦୈର୍ଘ୍ୟ}}{\text{କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ}} = \frac{p}{h} \qquad \cot\theta = \frac{\text{ଭୂମିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ}}{\text{ଲମ୍ବର ଦୈର୍ଘ୍ୟ}} = \frac{b}{p}$$

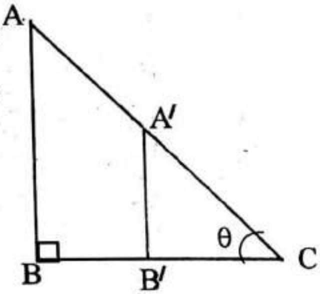
$$\cos\theta = \frac{\text{ଭୂମିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ}}{\text{କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ}} = \frac{b}{h} \qquad \sec\theta = \frac{\text{କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ}}{\text{ଭୂମିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ}} = \frac{h}{b} \qquad .....(1)$$

$$\tan\theta = \frac{\text{ଲମ୍ବର ଦୈର୍ଘ୍ୟ}}{\text{ଭୂମିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ}} = \frac{p}{b} \qquad \text{cosec}\,\theta = \frac{\text{କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ}}{\text{ଲମ୍ବର ଦୈର୍ଘ୍ୟ}} = \frac{h}{p}$$

ମନ୍ତବ୍ୟ (i) ଆମେ ଯଦି $\angle BCA$ ର ପରିମାଣକୁ θ ନ ନେଇ $\angle CAB$ ର ପରିମାଣକୁ θ ନେଇଥାନ୍ତେ ତେବେ, AB = ଭୂମିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = b ଓ BC = ଲମ୍ବର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = p ହୋଇଥାନ୍ତା ।

(ii) $\sin\theta$, $\cos\theta$, $\tan\theta$, $\cot\theta$, $\sec\theta$ ଓ $\text{cosec}\,\theta$ ତ୍ରିକୋଣମିତିକ ଅନୁପାତଗୁଡ଼ିକ ବାହୁ $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ ଓ $\overline{CA}$ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଉପରେ ନିର୍ଭର କରନ୍ତି ନାହିଁ ଏମାନେ କେବଳ ସମ୍ପୃକ୍ତ କୋଣର ପରିମାଣ ଉପରେ ନିର୍ଭର କରନ୍ତି ।

ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ $\sin\theta = \frac{AB}{AC}$ ଏବଂ $\overline{AC}$ ଉପରିସ୍ଥ A' ବିନ୍ଦୁରୁ $\overline{A'B'} \perp \overline{BC}$ ହେଲେ ΔABC ଓ $\Delta A'B'C$ ଦ୍ୱୟ ସଦୃଶ ଏବଂ $\frac{AB}{AC} = \frac{A'B'}{A'C} = \sin\theta$ । ମାତ୍ର $AB \neq A'B'$ ଏବଂ $AC \neq A'C$ ।



(ଚିତ୍ର 7.2)

7.3 ତ୍ରିକୋଣମିତିକ ଅନୁପାତଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ସମ୍ପର୍କ (Relations among trigonometrial ratios) :

(a) ବ୍ୟୁତକ୍ରମ ସଂପର୍କ (Reciprocal Relations) : $\sin\theta$, $\cos\theta$ ଆଦିର ସଂଜ୍ଞାରୁ ଆମେ ଦେଖୁଛେ ଯେ $\sin\theta$ ଅନୁପାତଟି $\text{cosec}\,\theta$ ଅନୁପାତର, $\cos\theta$ ଅନୁପାତଟି $\sec\theta$ ଅନୁପାତର ଏବଂ $\tan\theta$ ଅନୁପାତଟି $\cot\theta$ ଅନୁପାତର ବ୍ୟୁତକ୍ରମୀ (reciprocal) ।

ଯେହେତୁ
$$\sin\theta \times \text{cosec}\,\theta = \frac{p}{h}\times\frac{h}{p} = 1$$
$$\cos\theta \times \sec\theta = \frac{b}{h}\times\frac{h}{b} = 1 \qquad .....(2)$$
$$\tan\theta \times \cot\theta = \frac{p}{b}\times\frac{b}{p} = 1$$

ଅତଏବ
$$\sin\theta = \frac{1}{\text{cosec}\,\theta} \text{ ଏବଂ } \text{cosec}\,\theta = \frac{1}{\sin\theta}$$
$$\cos\theta = \frac{1}{\sec\theta} \text{ ଏବଂ } \sec\theta = \frac{1}{\cos\theta} \qquad .....(3)$$
$$\tan\theta = \frac{1}{\cot\theta} \text{ ଏବଂ } \cot\theta = \frac{1}{\tan\theta}$$

ABC ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜରେ $AB^2 + BC^2 = AC^2$ ଅର୍ଥାତ୍ (ଚିତ୍ର 7.1ରେ)

$$p^2 + b^2 = h^2 \qquad ....(4)$$

ଏହା ସୁପ୍ରସିଦ୍ଧ **ପିଥାଗୋରାସ୍ ଉପପାଦ୍ୟ (Pythagoras Theorem)** (ଏହାକୁ ଜ୍ୟାମିତିରେ ଅଧ୍ୟୟନ କରିବ)

ପିଥାଗୋରାସ୍ ଉପପାଦ୍ୟ (ସମ୍ବନ୍ଧ (4)) ର ସହାୟତାରେ $\sin\theta$, $\cos\theta$ ଇତ୍ୟାଦି ଅନୁପାତଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରେ ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାରର ସମ୍ପର୍କ ପ୍ରତିଷ୍ଠା କରାଯାଇପାରିବ ।

(b) ବର୍ଗ ସଂପର୍କ (Square Relations) :

θ ଏକ କୋଣର ପରିମାଣ ହେଲେ (θ^0 ନ ଲେଖି କେବଳ θ ଲେଖାଯାଉଛି)

$\sin\theta \times \sin\theta = (\sin\theta)^2$ କୁ $\sin^2\theta$ ବୋଲି ଲେଖାଯାଏ ।

$$\left.\begin{array}{l}\text{(i) } \sin^2\theta + \cos^2\theta = 1 \\ \text{(ii) } \sec^2\theta - \tan^2\theta = 1 \\ \text{(iii) } \operatorname{cosec}^2\theta - \cot^2\theta = 1\end{array}\right\} \qquad .....(5)$$

ପ୍ରମାଣ : (ଚିତ୍ର 7.1)

(i) ବାମପାର୍ଶ୍ୱ $= \sin^2\theta + \cos^2\theta = (\sin\theta)^2 + (\cos\theta)^2$

$= \left(\frac{p}{h}\right)^2 + \left(\frac{b}{h}\right)^2 = \frac{p^2+b^2}{h^2} = \frac{h^2}{h^2} = 1 =$ ଦକ୍ଷିଣପାର୍ଶ୍ୱ (ସମ୍ବନ୍ଧ (4) ପ୍ରୟୋଗ କରି)

(ପ୍ରମାଣିତ)

(ii) ବାମପାର୍ଶ୍ୱ $= \sec^2\theta - \tan^2\theta = \left(\frac{h}{b}\right)^2 - \left(\frac{p}{b}\right)^2$

$= \frac{h^2-p^2}{b^2} = \frac{p^2+b^2-p^2}{b^2} = \frac{b^2}{b^2} = 1 =$ ଦକ୍ଷିଣପାର୍ଶ୍ୱ (ପ୍ରମାଣିତ)

(ii) ବାମପାର୍ଶ୍ୱ $= \operatorname{cosec}^2\theta - \cot^2\theta = \left(\frac{h}{p}\right)^2 - \left(\frac{b}{p}\right)^2$

$= \frac{h^2-b^2}{p^2} = \frac{p^2+b^2-b^2}{p^2} = \frac{p^2}{p^2} = 1 =$ ଦକ୍ଷିଣପାର୍ଶ୍ୱ (ପ୍ରମାଣିତ)

ଉପରେ ଲିଖିତ ସୂତ୍ର (i), (ii) ଓ (iii) ରୁ ଏହା ସୁସ୍ପଷ୍ଟ ଯେ,

$\sin^2\theta = 1 - \cos^2\theta$ ଏବଂ $\cos^2\theta = 1 - \sin^2\theta$,

$\sec^2\theta = 1 + \tan^2\theta$ ଏବଂ $\tan^2\theta = \sec^2\theta - 1$,

$\operatorname{cosec}^2\theta = 1 + \cot^2\theta$ ଏବଂ $\cot^2\theta = \operatorname{cosec}^2\theta - 1$ ।

(c) ଭାଗକ୍ରିୟା ସଂପର୍କ (Quotient Relations) :

$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$ ଏବଂ $\cot\theta = \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$ । ....(6)

$\sin\theta = \frac{p}{h}$ ଏବଂ $\cos\theta = \frac{b}{h}$ ନେଇ ସମ୍ପର୍କ (6) ପ୍ରମାଣ କରାଯାଇପାରିବ । (ନିଜେ ଚେଷ୍ଟା କର ।)

ଉଦାହରଣ – 1:

$\cos\theta = \frac{3}{5}$ ହେଲେ $\sin\theta$, $\tan\theta$, $\cot\theta$, $\sec\theta$ ଓ $\operatorname{cosec}\theta$ର ମୂଲ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ :

$\cos\theta = \frac{b}{h}$ ଅତଏବ ପ୍ରଶ୍ନାନୁଯାୟୀ $\frac{b}{h} = \frac{3}{5}$ କିମ୍ବା $\frac{b}{3} = \frac{h}{5} = k$ (ମନେକର)

$\therefore\ b = 3k,\ \ h = 5k$

ସୁତରାଂ $p = \sqrt{h^2 - b^2} = \sqrt{(5k)^2 - (3k)^2} = \sqrt{16k^2} = 4k$ ।

ତେଣୁ $\sin\theta = \frac{p}{h} = \frac{4k}{5k} = \frac{4}{5}$,

$\tan\theta = \frac{p}{b} = \frac{4k}{3k} = \frac{4}{3}$, $\cot\theta = \frac{b}{p} = \frac{3k}{4k} = \frac{3}{4}$,

$\sec\theta = \frac{h}{b} = \frac{5k}{3k} = \frac{5}{3}$ ଏବଂ $\operatorname{cosec}\theta = \frac{h}{p} = \frac{5k}{4k} = \frac{5}{4}$ ।

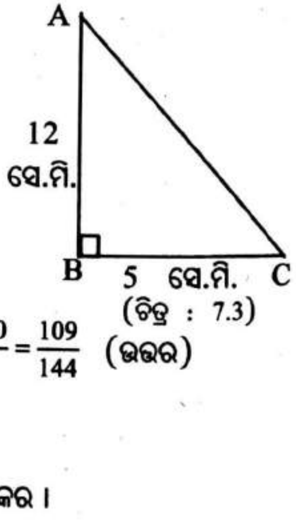
ବିକଳ୍ପ ପ୍ରଣାଳୀ : $\sin\theta = \sqrt{1-\cos^2\theta} = \sqrt{1 - \frac{9}{25}} = \frac{4}{5}$,

$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{4}{3}$, $\cot\theta = \frac{1}{\tan\theta} = \frac{3}{4}$,

$\sec\theta = \frac{1}{\cos\theta} = \frac{5}{3}$ ଏବଂ $\operatorname{cosec}\theta = \frac{1}{\sin\theta} = \frac{5}{4}$

ଉଦାହରଣ – 2 :

Δ ABC ରେ ଓ $m\angle B = 90^0$ ଓ AB=12 ସେ.ମି. ଏବଂ BC=5 ସେ.ମି. ହେଲେ $\operatorname{cosec}^2C - \tan A$ ର ମୂଲ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।



(ଚିତ୍ର : 7.3)

ସମାଧାନ :

$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{12^2 + 5^2} = \sqrt{169} = 13$,

ଅର୍ଥାତ୍ AC = 13 ସେ.ମି. ।

$\therefore \operatorname{cosec} C = \frac{AC}{AB} = \frac{13}{12}$ ଏବଂ $\tan A = \frac{BC}{AB} = \frac{5}{12}$

ଏବଂ $\operatorname{cosec}^2 C - \tan A = \left(\frac{13}{12}\right)^2 - \frac{5}{12} = \frac{169}{144} - \frac{5}{12} = \frac{169-60}{144} = \frac{109}{144}$ (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ – 3 :

ଯଦି $\cot\theta = \frac{a}{b}$ ତେବେ $\frac{a\cos\theta - b\sin\theta}{a\cos\theta + b\sin\theta}$ ର ମୂଲ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : $\cot\theta = \frac{a}{b} \Rightarrow \frac{\cos\theta}{\sin\theta} = \frac{a}{b}$

ଅର୍ଥାତ୍ $\frac{\cos\theta}{a} = \frac{\sin\theta}{b} = k$ (ମନେକର) $\therefore \cos\theta = ak$ ଓ $\sin\theta = bk$;

$$\frac{a\cos\theta - b\sin\theta}{a\cos\theta + b\sin\theta} = \frac{a \times ak - b \times bk}{a \times ak + b \times bk} = \frac{k(a^2 - b^2)}{k(a^2 + b^2)} = \frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2} \text{ ।}$$

$\therefore \cot\theta = \frac{a}{b}$ ହେଲେ ଦତ୍ତ ପରିପ୍ରକାଶଟିର ମୂଲ୍ୟ $\frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2}$ (ଉତ୍ତର)

ବିକଳ୍ପ ପ୍ରଣାଳୀ : $$\frac{a\cos\theta - b\sin\theta}{a\cos\theta + b\sin\theta} = \frac{\frac{a\cos\theta - b\sin\theta}{\sin\theta}}{\frac{a\cos\theta + b\sin\theta}{\sin\theta}} = \frac{\frac{a\cos\theta}{\sin\theta} - \frac{b\sin\theta}{\sin\theta}}{\frac{a\cos\theta}{\sin\theta} + \frac{b\sin\theta}{\sin\theta}} \quad (\because \sin\theta \neq 0)$$

$$= \frac{a\cot\theta - b}{a\cot\theta + b} = \frac{a \times \frac{a}{b} - b}{a \times \frac{a}{b} + b} = \frac{\frac{a^2}{b} - b}{\frac{a^2}{b} + b} = \frac{\frac{a^2 - b^2}{b}}{\frac{a^2 + b^2}{b}} = \frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2} \text{ (ଉତ୍ତର)}$$

ଉଦାହରଣ - 4 :

$\sec\theta = \frac{13}{5}$ ହେଲେ ପ୍ରମାଣ କର ଯେ, $\frac{2\sin\theta - 3\cos\theta}{4\sin\theta - 9\cos\theta} = 3$

ସମାଧାନ : $\sec\theta = \frac{13}{5} \Rightarrow \cos\theta = \frac{5}{13}$ । ସୁତରାଂ

$$\sin\theta = \sqrt{1 - \cos^2\theta} = \sqrt{1 - \left(\frac{5}{13}\right)^2} = \sqrt{\frac{13^2 - 5^2}{13^2}} = \sqrt{\frac{12^2}{13^2}} = \frac{12}{13};$$

$$\therefore \frac{2\sin\theta - 3\cos\theta}{4\sin\theta - 9\cos\theta} = \frac{2 \times \frac{12}{13} - 3 \times \frac{5}{13}}{4 \times \frac{12}{13} - 9 \times \frac{5}{13}} = \frac{\frac{24 - 15}{13}}{\frac{48 - 45}{13}} = \frac{9}{3} = 3 = \text{ଦକ୍ଷିଣପାର୍ଶ୍ୱ (ପ୍ରମାଣିତ)}$$

7.4 ସରଳ ତ୍ରିକୋଣମିତିକ ଅଭେଦ (Simple Trigonometrical Indentities) :

θ ର ଯେକୌଣସି ମୂଲ୍ୟ ପାଇଁ ନିମ୍ନଲିଖିତ ସୂତ୍ରଗୁଡ଼ିକ ସତ୍ୟ ଅଟନ୍ତି ।

$\sin\theta \times \operatorname{cosec}\theta = 1$, $\quad \sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$,

$\cos\theta \times \sec\theta = 1$, $\quad \sec^2\theta - \tan^2\theta = 1$,

$\tan\theta \times \cot\theta = 1$, $\quad \operatorname{cosec}^2\theta - \cot^2\theta = 1$ ।

ଅତଏବ ଏ ପ୍ରତ୍ୟେକଟି ସୂତ୍ର ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ଅଭେଦ । ମାତ୍ର ତ୍ରିକୋଣମିତିକ ଅନୁପାତ $\sin\theta, \cos\theta$ ଇତ୍ୟାଦିକୁ ନେଇ ଅନେକ ଅଭେଦର ଗଠନ ସମ୍ଭବ । ସେହି ଅଭେଦଗୁଡ଼ିକର ପ୍ରମାଣ କରିବା ପାଇଁ ଏହି ସୂତ୍ରଗୁଡ଼ିକର ପ୍ରୟୋଗ ବାରମ୍ବାର କରିବାକୁ ପଡ଼େ । ପ୍ରତି ଅଭେଦରେ ଦୁଇଟି ପାର୍ଶ୍ୱ ଥାଏ । ଯଥା:ବାମପାର୍ଶ୍ୱ (L.H.S) ଓ ଦକ୍ଷିଣପାର୍ଶ୍ୱ (R.H.S) । ଅଭେଦଟିର ପ୍ରମାଣ ପାଇଁ ଆମକୁ ବାମପାର୍ଶ୍ୱରୁ ଆରମ୍ଭ କରି ଦକ୍ଷିଣପାର୍ଶ୍ୱରେ କିମ୍ବା ଦକ୍ଷିଣପାର୍ଶ୍ୱରୁ ଆରମ୍ଭ କରି ବାମପାର୍ଶ୍ୱରେ କିମ୍ବା ବାମପାର୍ଶ୍ୱ ଓ ଦକ୍ଷିଣପାର୍ଶ୍ୱକୁ ସରଳୀକରଣ କରି ଏକ ସାଧାରଣ ସୋପାନରେ ପହଞ୍ଚିବାକୁ ପଡ଼ିଥାଏ ।

ଅଭେଦଗୁଡ଼ିକର ପ୍ରମାଣ କଲାବେଳେ ନିମ୍ନଲିଖିତ ବୀଜଗଣିତର ସୂତ୍ର ବା ଅଭେଦ ଯଥା -

$$(a \pm b)^2 = a^2 + b^2 \pm 2ab,$$

$$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3 = a^3 \pm b^3 \pm 3ab\,(a \pm b),$$

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

$$a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2) = (a \pm b)^3 \mp 3ab\,(a \pm b)$$

ଇତ୍ୟାଦିର ପ୍ରୟୋଗ ଆବଶ୍ୟକତା ଅନୁଯାୟୀ କରାଯାଇଥାଏ । (ଅଭେଦରେ θ (ଥିଟା) ପରିବର୍ତ୍ତେ α (ଆଲ୍‌ଫା), β (ବିଟା) ଏବଂ γ (ଗାମା) ଆଦି ଗ୍ରୀକ୍ ଅକ୍ଷର ମଧ୍ୟ ବ୍ୟବହୃତ ହୋଇଥାଏ ।)

ଉଦାହରଣ – 5 :

ପ୍ରମାଣ କର ଯେ, (i) $\sin^6\theta + \cos^6\theta + 3\sin^2\theta \cdot \cos^2\theta = 1$

(ii) $\tan^4\alpha + \tan^2\alpha = \sec^4\alpha - \sec^2\alpha$

ସମାଧାନ : (i) ବାମପାର୍ଶ୍ୱ $= \sin^6\theta + \cos^6\theta + 3\sin^2\theta \cdot \cos^2\theta$

$= \sin^6\theta + \cos^6\theta + 3\sin^2\theta \cdot \cos^2\theta \times (1)$

$= (\sin^2\theta)^3 + (\cos^2\theta)^3 + 3\sin^2\theta \cdot \cos^2\theta\,(\sin^2\theta + \cos^2\theta)$

$[\because \sin^2\theta + \cos^2\theta = 1]$

$= (\sin^2\theta + \cos^2\theta)^3 = 1^3 = 1 =$ ଦକ୍ଷିଣପାର୍ଶ୍ୱ (ପ୍ରମାଣିତ)

(ii) ବାମପାର୍ଶ୍ୱ $= \tan^4\alpha + \tan^2\alpha = \tan^2\alpha\,(\tan^2\alpha + 1) = \tan^2\alpha\,(1 + \tan^2\alpha)$

$= \tan^2\alpha \cdot \sec^2\alpha$ $\quad [\because \sec^2\alpha = 1 + \tan^2\alpha]$

ଦକ୍ଷିଣପାର୍ଶ୍ୱ $= \sec^4\alpha - \sec^2\alpha$

$= \sec^2\alpha\,(\sec^2\alpha - 1)$

$= \sec^2\alpha\,\tan^2\alpha$ $\quad [\because \sec^2\alpha - 1 = \tan^2\alpha]$

$\therefore$ ବାମପାର୍ଶ୍ୱ = ଦକ୍ଷିଣପାର୍ଶ୍ୱ (ପ୍ରମାଣିତ)

ଉଦାହରଣ – 6 : ପ୍ରମାଣ କର ଯେ, (i) $(\sec\theta - \cos\theta)(\operatorname{cosec}\theta - \sin\theta) = \dfrac{1}{\tan\theta + \cot\theta}$

(ii) $\sqrt{\dfrac{1-\cos\theta}{1+\cos\theta}} = \operatorname{cosec}\theta - \cot\theta$

ସମାଧାନ : (i) ବାମପାର୍ଶ୍ୱ $= (\sec\theta - \cos\theta)\ (\operatorname{cosec}\theta - \sin\theta)$

$$= \left(\frac{1}{\cos\theta} - \cos\theta\right)\left(\frac{1}{\sin\theta} - \sin\theta\right) = \frac{1-\cos^2\theta}{\cos\theta} \times \frac{1-\sin^2\theta}{\sin\theta}$$

[$\because 1-\cos^2\theta = \sin^2\theta$ ଏବଂ $1-\sin^2\theta = \cos^2\theta$]

$$= \frac{\sin^2\theta}{\cos\theta} \times \frac{\cos^2\theta}{\sin\theta} = \sin\theta . \cos\theta \text{ ।}$$

ଦକ୍ଷିଣପାର୍ଶ୍ୱ $= \dfrac{1}{\tan\theta + \cot\theta} = \dfrac{1}{\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta} + \dfrac{\cos\theta}{\sin\theta}} = \dfrac{\sin\theta.\cos\theta}{\sin^2\theta + \cos^2\theta}$

$= \dfrac{\sin\theta.\cos\theta}{1}$ [$\because \sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$]

$= \sin\theta . \cos\theta$

$\therefore$ ବାମପାର୍ଶ୍ୱ = ଦକ୍ଷିଣପାର୍ଶ୍ୱ (ପ୍ରମାଣିତ)

(ii) ବାମପାର୍ଶ୍ୱ$= \sqrt{\dfrac{1-\cos\theta}{1+\cos\theta}} = \sqrt{\dfrac{(1-\cos\theta)(1-\cos\theta)}{(1+\cos\theta)(1-\cos\theta)}}$

(ଲବ ଓ ହରକୁ $(1-\cos\theta)$ ଦ୍ୱାରାଗୁଣନ କରି)

$= \sqrt{\dfrac{(1-\cos\theta)^2}{1-\cos^2\theta}} = \sqrt{\dfrac{(1-\cos\theta)^2}{\sin^2\theta}}$ [$\because \sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$]

$$= \frac{1-\cos\theta}{\sin\theta} = \frac{1}{\sin\theta} - \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$$

$= \operatorname{cosec}\theta - \cot\theta =$ ଦକ୍ଷିଣପାର୍ଶ୍ୱ (ପ୍ରମାଣିତ)

ଉଦାହରଣ – 7 :

ପ୍ରମାଣ କର ଯେ, (i) $\dfrac{\sec A - \sec B}{\tan A + \tan B} + \dfrac{\tan B - \tan A}{\sec A + \sec B} = 0,$

(ii) $\dfrac{\tan^2\theta}{\tan^2\theta - 1} + \dfrac{\operatorname{cosec}^2\theta}{\sec^2\theta - \operatorname{cosec}^2\theta} = \dfrac{1}{\sin^2\theta - \cos^2\theta}$ ।

ସମାଧାନ : (i) ବାମପାର୍ଶ୍ୱ $= \dfrac{\sec A - \sec B}{\tan A + \tan B} + \dfrac{\tan B - \tan A}{\sec A + \sec B}$

$$= \frac{(\sec A - \sec B)(\sec A + \sec B) + (\tan A + \tan B)(\tan B - \tan A)}{(\tan A + \tan B)(\sec A + \sec B)}$$

$$= \frac{\sec^2 A - \sec^2 B + \tan^2 B - \tan^2 A}{(\tan A + \tan B)(\sec A + \sec B)}$$

$$= \frac{(\sec^2A - \tan^2A) - (\sec^2B - \tan^2B)}{(\tan A + \tan B)(\sec A + \sec B)}$$

$$= \frac{1-1}{(\tan A + \tan B)(\sec A + \sec B)} \qquad [\because \sec^2\theta - \tan^2\theta = 1]$$

$$= \frac{0}{(\tan A + \tan B)(\sec A + \sec B)} = 0$$ = ଦକ୍ଷିଣପାର୍ଶ୍ୱ (ପ୍ରମାଣିତ)

(ii) ବାମପାର୍ଶ୍ୱ $= \frac{\tan^2\theta}{\tan^2\theta - 1} + \frac{\operatorname{cosec}^2\theta}{\sec^2\theta - \operatorname{cosec}^2\theta}$

$$= \frac{\frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta}}{\frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta} - 1} + \frac{\frac{1}{\sin^2\theta}}{\frac{1}{\cos^2\theta} - \frac{1}{\sin^2\theta}} = \frac{\frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta}}{\frac{\sin^2\theta - \cos^2\theta}{\cos^2\theta}} + \frac{\frac{1}{\sin^2\theta}}{\frac{\sin^2\theta - \cos^2\theta}{\sin^2\theta.\cos^2\theta}}$$

$$= \frac{\sin^2\theta}{\sin^2\theta - \cos^2\theta} + \frac{\cos^2\theta}{\sin^2\theta - \cos^2\theta}$$

$$= \frac{\sin^2\theta + \cos^2\theta}{\sin^2\theta - \cos^2\theta} = \frac{1}{\sin^2\theta - \cos^2\theta}$$ = ଦକ୍ଷିଣପାର୍ଶ୍ୱ (ପ୍ରମାଣିତ)

ଅନୁଶୀଳନୀ - 7 (a)

(କ) ବିଭାଗ

1. ବନ୍ଧନୀ ମଧ୍ୟରୁ ଠିକ୍ ଉତ୍ତରଟି ବାଛି ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣ କର ।

(i) $\sin\theta \times \cot\theta =$ .... $[\cos\theta, \tan\theta, \sec\theta]$

(ii) $\cos\theta \times \tan\theta =$ .... $[\sin\theta, \operatorname{cosec}\theta, \cot\theta]$

(iii) $\sin\theta \times \sec\theta \times \cot\theta =$ .... $[\tan\theta, \operatorname{cosec}\theta, 1]$

(iv) $\cos\theta \times \operatorname{cosec}\theta \times \tan\theta =$ .... $[1, \cot\theta, \sec\theta]$

(v) $\tan\theta = 1$ ହେଲେ $\tan\theta + \cot\theta =$ .... $[1, 2, \sin\theta . \cos\theta]$

(vi) $\tan^2\theta + \cot^2\theta - (\operatorname{cosec}^2\theta + \sec^2\theta) =$ .... $[1, -1, -2]$

(vii) ABC ସମକୋଣୀ Δ ରେ $m\angle B = 90^0$ ଓ

AB = 3, BC = 4 ହେଲେ sinC= .... $\left[\frac{3}{5}, \frac{4}{5}, 1\right]$

(viii) ABC ସମକୋଣୀ Δ ରେ $m\angle B = 90^0$ ଓ

AB = 5, BC = 12 ହେଲେ cosA= .... $\left[1, \frac{5}{13}, \frac{12}{13}\right]$

(ix) $\sin x =$ .... $[\sqrt{1-\cos^2 x}, \sqrt{\cos^2 x-1}, \sqrt{1-\cos x}, \sqrt{\cos x-1}]$

(x) $\sec x =$ .... $[\sqrt{1-\tan^2 x}, \sqrt{\tan^2 x-1}, \sqrt{1+\tan^2 x}, \sqrt{1+\tan x}]$

2. ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକର ଉତ୍ତର ପ୍ରଦାନ କର ।

(i) $\sin\alpha$ କୁ $\cot\alpha$ ରେ ପ୍ରକାଶ କର ।

(ii) $\cos\alpha$ କୁ $\tan\alpha$ ରେ ପ୍ରକାଶ କର ।

(iii) $\operatorname{cosec}\alpha$ କୁ $\sec\alpha$ ରେ ପ୍ରକାଶ କର ।

(iv) $\sec\alpha$ କୁ $\operatorname{cosec}\alpha$ ରେ ପ୍ରକାଶ କର ।

3. ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକର ଉତ୍ତର ପ୍ରଦାନ କର ।

(i) $\sin\alpha = \frac{3}{5}$ ହେଲେ $\cos\alpha \times \cot\alpha$ ର ମାନ କେତେ ?

(ii) $\cos\alpha = \frac{4}{5}$ ହେଲେ $\sin\alpha \times \tan\alpha$ ର ମାନ କେତେ ?

(iii) $\tan\alpha = \frac{5}{12}$ ହେଲେ $\cot\alpha \times \operatorname{cosec}\alpha$ ର ମାନ କେତେ ?

(iv) $\cot\alpha = \frac{5}{12}$ ହେଲେ $\tan\alpha \times \sec\alpha$ ର ମାନ କେତେ ?

(ଖ) ବିଭାଗ

4. $\operatorname{cosec}\theta = \sqrt{2}$ ହେଲେ, ଅନ୍ୟ ପାଞ୍ଚଗୋଟି ଅନୁପାତର ମୂଲ୍ୟ କେତେ ?

5. $\tan\theta = 1$ ହେଲେ, ଅନ୍ୟ ପାଞ୍ଚଗୋଟି ଅନୁପାତର ମୂଲ୍ୟ କେତେ ?

6. $\cot\theta = \sqrt{3}$ ହେଲେ, ଅନ୍ୟ ପାଞ୍ଚଗୋଟି ଅନୁପାତର ମୂଲ୍ୟ କେତେ ?

7. Δ ABC ରେ $m\angle A = 90^0$, AB = 20 ସେ.ମି. ଓ AC = 21 ସେ.ମି. ହେଲେ, $\sin B$, $\cos C$ ଓ $\tan B$ ର ମୂଲ୍ୟ ନିରୂପଣ କର ।

8. $\cos\theta = \frac{3}{5}$ ହେଲେ, $(\sin\theta - \cos\theta) \div (2\tan\theta)$ ର ମୂଲ୍ୟ ନିରୂପଣ କର ।

9. $\cos\theta = \frac{40}{41}$ ହେଲେ, $\tan\theta \div (1-\tan^2\theta)$ ର ମୂଲ୍ୟ ନିରୂପଣ କର ।

10. $\tan\theta = \frac{a}{b}$ ହେଲେ, $(\cos\theta + \sin\theta) \div (\cos\theta - \sin\theta)$ ର ମୂଲ୍ୟ ନିରୂପଣ କର ।

11. $\tan\theta = \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}$ ହେଲେ, $\sin\theta + \cos\theta$ ର ମୂଲ୍ୟ ନିରୂପଣ କର ।

12. $\sin\beta = \frac{m}{\sqrt{m^2+n^2}}$ ହେଲେ, $\tan\beta$ ର ମୂଲ୍ୟ ନିରୂପଣ କର ।

13. $\sin A = \frac{1}{2}$ ହେଲେ, $\cot A + \frac{\sin A}{1+\cos A}$ ର ମୂଲ୍ୟ ନିରୂପଣ କର ।

14. Δ ABC ରେ $m\angle C = 90^0$, BC = 20 ସେ.ମି. ଓ $\tan B = \frac{1}{4}$ ହେଲେ, AC ଓ AB ନିରୂପଣ କର ।

(ଗ) ବିଭାଗ

ନିମ୍ନଲିଖିତ ଅଭେଦଗୁଡ଼ିକର ପ୍ରମାଣ କର । (15 ରୁ 36 ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ)

15. $(\sin\theta + \cos\theta)^2 = 1 + 2\sin\theta . \cos\theta$

16. $\dfrac{1}{\operatorname{cosec}\theta - \cot\theta} = \operatorname{cosec}\theta + \cot\theta$

17. $\dfrac{\tan^2\theta}{\sec\theta + 1} = \sec\theta - 1$

18. $\dfrac{\cos A}{1 - \sin A} = \dfrac{1 + \sin A}{\cos A}$

19. $\cot\alpha + \tan\alpha = \operatorname{cosec}\alpha \times \sec\alpha$

20. $\cos^4\theta - 2\cos^2\theta + 1 = \sin^4\theta$

21. $\cos^4\theta - \sin^4\theta = 1 - 2\sin^2\theta$

22. $\dfrac{1}{1 - \sin\theta} + \dfrac{1}{1 + \sin\theta} = 2\sec^2\theta$

23. $\dfrac{1 - \tan^3\theta}{1 - \tan\theta} = \sec^2\theta + \tan\theta$

24. $\dfrac{2\tan\theta}{1 + \tan^2\theta} = 2\sin\theta . \cos\theta$

25. $\dfrac{2\cos^2\theta - 1}{\cot\theta - \tan\theta} = \sin\theta . \cos\theta$

26. $\dfrac{\sin^2\theta}{1 + \cos\theta} + \dfrac{\sin^2\theta}{1 - \cos\theta} = 2$

27. $\dfrac{1 + \sin\theta}{1 - \sin\theta} + \dfrac{1 - \sin\theta}{1 + \sin\theta} - 4\tan^2\theta = 2$

28. $\dfrac{1}{1 + \tan^2\theta} + \dfrac{1}{1 + \cot^2\theta} = 1$

29. $\dfrac{1}{1 + \cos^2\theta} + \dfrac{1}{1 + \sec^2\theta} = 1$

30. $\sqrt{\dfrac{1 + \sin\theta}{1 - \sin\theta}} + \sqrt{\dfrac{1 - \sin\theta}{1 + \sin\theta}} = 2\sec\theta$

31. $\dfrac{\operatorname{cosec}A}{\operatorname{cosec}A - 1} + \dfrac{\operatorname{cosec}A}{\operatorname{cosec}A + 1} = 2\sec^2 A$

32. $\cot^2\theta - \dfrac{1}{\sin^2\theta} + 1 = 0$

33. $\sec A\,(1 + \sin A)\,(\sec A - \tan A) = 1$

34. $(\operatorname{cosec}\alpha - \sin\alpha)(\sec\alpha - \cos\alpha)(\tan\alpha + \cot\alpha) = 1$

35. $\dfrac{1 + \sin\theta}{1 - \sin\theta} = (\sec\theta + \tan\theta)^2$

36. $\tan^2 A . \sec^2 B - \sec^2 A . \tan^2 B = \tan^2 A - \tan^2 B$

37. $\tan\theta + \sin\theta = m$ ଓ $\tan\theta - \sin\theta = n$ ହେଲେ ପ୍ରମାଣ କର ଯେ $m^2 - n^2 = 4\sqrt{mn}$

[ସୂଚନା : ମିଶାଣ ଓ ଫେଡାଣ କଲେ $\tan\theta = \frac{1}{2}(m+n)$ ଓ $\sin\theta = \frac{1}{2}(m - n)$]

38. $x = a\sin\theta$ ଓ $y = b\tan\theta$ ହେଲେ ପ୍ରମାଣ କର ଯେ $\dfrac{a^2}{x^2} - \dfrac{b^2}{y^2} = 1$

[ସୂଚନା : $\dfrac{a}{x} = \operatorname{cosec}\theta,\ \dfrac{b}{y} = \cot\theta$]

39. $x = a\cos\theta + b\sin\theta$ ଓ $y = a\sin\theta - b\cos\theta$ ହେଲେ ପ୍ରମାଣ କର ଯେ $x^2+y^2 = a^2+b^2$

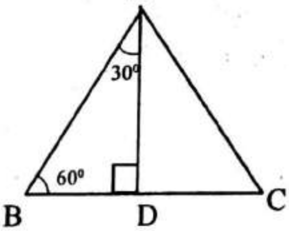
40. ଯଦି $\sin\theta + \sin^2\theta = 1$ ହୁଏ, ତେବେ ପ୍ରମାଣ କର ଯେ $\cos^2\theta + \cos^4\theta = 1$

7.5 କେତେଗୋଟି ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ କୋଣର ତ୍ରିକୋଣମିତିକ ଅନୁପାତ

(Trigonometrical ratios of some particular angles) :

$\theta = 30^0, 45^0$ ଓ 60^0 ହେଲେ ତ୍ରିକୋଣମିତିକ ଅନୁପାତ $\sin\theta, \cos\theta$ ଇତ୍ୟାଦିର ମୂଲ୍ୟ କିପରି ନିରୂପିତ ହୋଇ ପାରିବ ବର୍ତ୍ତମାନ ଆମେ ଦେଖିବା ।

$\theta = \mathbf{30^0, 45^0}$: ମନେକର ABC ଏକ ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ ଓ ଏହାର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ x ଏକକ । A ବିନ୍ଦୁରୁ $\overline{BC}$ ପ୍ରତି $\overline{AD}$ ଲମ୍ବ ଅଙ୍କନ କର । Δ ABC ରେ AB = BC = CA ଏବଂ ତ୍ରିଭୁଜର ପ୍ରତ୍ୟେକ କୋଣର ପରିମାଣ 60^0 ।



(ଚିତ୍ର : 7.4)

ଏଠାରେ $BD = \frac{x}{2}$ ଏକକ ଏବଂ

$$AD = \sqrt{AB^2 - BD^2} = \sqrt{x^2 - \frac{x^2}{4}} = \frac{3x^2}{4} = \frac{x\sqrt{3}}{2}$$

ABD ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜରେ $m\angle B = 60^0$ ଓ $m\angle BAD = 30^0$ ।

ABD ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜରେ

$$\sin 30^0 = \frac{BD}{AB} = \frac{\frac{x}{2}}{x} = \frac{1}{2}, \qquad \cos 30^0 = \frac{AD}{AB} = \frac{\frac{x\sqrt{3}}{2}}{x} = \frac{\sqrt{3}}{2},$$

$$\tan 30^0 = \frac{\sin 30^0}{\cos 30^0} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{\sqrt{3}}, \qquad \cot 30^0 = \frac{1}{\tan 30^0} = \sqrt{3},$$

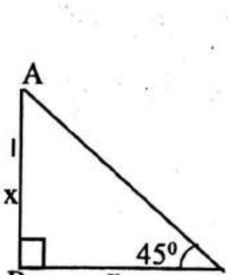
$$\sec 30^0 = \frac{1}{\cos 30^0} = \frac{2}{\sqrt{3}}, \qquad \text{cosec } 30^0 = \frac{1}{\sin 30^0} = 2 \quad ।$$

ସେହିପରି ABD ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜରେ $m\angle B = 60^0$ । ସୁତରାଂ

$$\sin 60^0 = \frac{AD}{AB} = \frac{\frac{x\sqrt{3}}{2}}{x} = \frac{\sqrt{3}}{2}, \qquad \cos 60^0 = \frac{BD}{AB} = \frac{\frac{x}{2}}{x} = \frac{1}{2},$$

$$\tan 60^0 = \frac{\sin 60^0}{\cos 60^0} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}, \qquad \cot 60^0 = \frac{1}{\tan 60^0} = \frac{1}{\sqrt{3}},$$

$$\sec 60^0 = \frac{1}{\cos 60^0} = 2, \qquad \text{cosec } 60^0 = \frac{1}{\sin 60^0} = \frac{2}{\sqrt{3}} \quad ।$$



(ଚିତ୍ର : 14.5)

$\theta = \mathbf{45^0}$:ମନେକର ABC ଏକ ସମକୋଣୀ ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ ଓ $m\angle B = 90^0$

ଏଠାରେ $m\angle A = m\angle C = 45^0$, AB = BC = x ଏକକ ହେଲେ,

$$AC = \sqrt{x^2 + x^2} \text{ ଏକକ} = x\sqrt{2} \text{ ଏକକ}$$

$\angle C$ ର ତ୍ରିକୋଣମିତିକ ଅନୁପାତ ଗୁଡ଼ିକୁ ନେଲେ,

$\sin 45^0 = \frac{AB}{AC} = \frac{x}{x\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $\cos 45^0 = \frac{BC}{AC} = \frac{x}{x\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$,

$\tan 45^0 = \frac{\sin 45^0}{\cos 45^0} = 1$, $\cot 45^0 = \frac{1}{\tan 45^0} = 1$,

$\sec 45^0 = \frac{1}{\cos 45^0} = \sqrt{2}$, $\text{cosec } 45^0 = \frac{1}{\sin 45^0} = \sqrt{2}$ ।

ଏହି ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ କୋଣମାନଙ୍କ ତ୍ରିକୋଣମିତିକ ଅନୁପାତର ମୂଲ୍ୟଗୁଡ଼ିକୁ ମନେ ରଖିବା ଉଚିତ ଓ ଏହି ମୂଲ୍ୟଗୁଡ଼ିକ ନିମ୍ନସ୍ଥ ସାରଣୀରେ ଦିଆଗଲା ।

କୋଣର ପରିମାଣ \ ତ୍ରିକୋଣମିତିକ ଅନୁପାତ	sin	cos	tan	cot	sec	cosec
30^0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{3}$	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	2
45^0	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	1	1	$\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$
60^0	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	2	$\frac{2}{\sqrt{3}}$

ଏହି ସାରଣୀରୁ ଆମେ ଦେଖୁଛେ ଯେ,

$\sin 30^0 = \cos 60^0$, $\tan 30^0 = \cot 60^0$, $\sec 30^0 = \text{cosec } 60^0$, $\sin 60^0 = \cos 30^0$, $\tan 60^0 = \cot 30^0$, $\sec 60^0 = \text{cosec } 30^0$, $\sin 45^0 = \cos 45^0$, $\tan 45^0 = \cot 45^0$ ଏବଂ $\sec 45^0 = \text{cosec } 45^0$

ଉଦାହରଣ – 8 :

$\frac{4}{3}\cot^2 30^0 + 4\sin^2 60^0 + 2\,\text{cosec}^2 45^0 + \frac{4}{3}\tan^2 60^0$ ର ମୂଲ୍ୟ ନିରୂପଣ କର ।

ସମାଧାନ : $\frac{4}{3}\cot^2 30^0 + 4\sin^2 60^0 + 2\,\text{cosec}^2 45^0 + \frac{4}{3}\tan^2 60^0$

$= \frac{4}{3}(\sqrt{3})^2 + 4\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + 2(\sqrt{2})^2 + \frac{4}{3}(\sqrt{3})^2$

$= \frac{4}{3} \times 3 + 4 \times \frac{3}{4} + 2 \times 2 + \frac{4}{3} \times 3 \quad = 4 + 3 + 4 + 4 = 15$ (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ – 9 :

$\theta = 30^0$ ନେଇ ନିମ୍ନଲିଖିତ ଉକ୍ତିଦ୍ୱୟର ସତ୍ୟତା ପରୀକ୍ଷା କର ।

(i) $\sin(2\theta) = 2\sin\theta.\cos\theta$

(ii) $\cos(2\theta) = \cos^2\theta - \sin^2\theta$

ସମାଧାନ : (i) ବାମପାର୍ଶ୍ୱ $= \sin(2\theta) = \sin(2 \times 30^0) = \sin 60^0 = \frac{\sqrt{3}}{2}$

ଦକ୍ଷିଣପାର୍ଶ୍ୱ $= 2\sin\theta.\cos\theta = 2 \times \sin 30^0 \times \cos 30^0 = 2 \times \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

ସୁତରାଂ ଉକ୍ତିଟି ସତ୍ୟ ଅଟେ ।

(ii) ବାମପାର୍ଶ୍ୱ = $\cos(2\theta) = \cos(2 \times 30^0) = \cos 60^0 = \frac{1}{2}$,

ଦକ୍ଷିଣପାର୍ଶ୍ୱ = $\cos^2\theta - \sin^2\theta = \cos^2 30^0 - \sin^2 30^0$

$= \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$; ଅତଏବ ଏହି ଉକ୍ତିଟି ମଧ୍ୟ ସତ୍ୟ ଅଟେ ।

ଉଦାହରଣ – 10 :

ପ୍ରମାଣ କର ଯେ, $\sin 60^0.\cos 30^0 + \cos 60^0.\sin 30^0 = \tan 45^0$

ସମାଧାନ : (i) ବାମପାର୍ଶ୍ୱ = $\sin 60^0 . \cos 30^0 + \cos 60^0 . \sin 30^0$

$= \frac{\sqrt{3}}{2} . \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} . \frac{1}{2} = \frac{3}{4} + \frac{1}{4} = \frac{4}{4} = 1$

ଦକ୍ଷିଣପାର୍ଶ୍ୱ = $\tan 45^0 = 1$ (ପ୍ରମାଣିତ)

ଅନୁଶୀଳନୀ - 7 (b)

(କ) ବିଭାଗ

1. ବନ୍ଧନୀ ମଧ୍ୟରୁ ଠିକ୍ ଉତ୍ତରଟି ବାଛି ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣ କର ।

(i) $\sin 30^0 =$ .... $\left[\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right]$

(ii) $\sin 45^0 \times \cos 45^0 =$ .... $\left[\sqrt{2}, 1, \frac{1}{2}\right]$

(iii) $\tan 30^0 \times \tan 60^0 =$.................... $[\sqrt{3}, 1, 3]$

(iv) $\sec 60^0 \times \sin 30^0 =$.................... $\left[1, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}\right]$

(v) $\text{cosec}\, 45^0 \times \sec 45^0 =$.................... [1, 2, 3]

(vi) $2\cos 60^0 - 1 =$.................... [0, 1, 2]

(vii) $3 \tan 30^0 \times \cot 60^0 - 2 =$.................... [–1, 0, 1]

(viii) $\sec 45^0 \times \text{cosec}\, 45^0 - 2 =$.................... [–1, 0, 1]

2. $\theta = 30^0$ ନେଇ ନିମ୍ନଲିଖିତ ଉକ୍ତିମାନଙ୍କର ସତ୍ୟତା ପରୀକ୍ଷା କର ।

(i) $\sin\theta \times \cos\theta = \frac{1}{2}\sin(2\theta)$ (ii) $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$

(iii) $\sec^2\theta - \tan^2\theta = 1$ (iv) $\text{cosec}^2\theta - \cot^2\theta = 1$

(v) $\cos^2\theta - \sin^2\theta = 1 - 2\sin^2\theta$

(ଖ) ବିଭାଗ

3. $\theta = 30^0, 45^0$ ଓ 60^0 ନେଇ ନିମ୍ନଲିଖିତ ଉକ୍ତିମାନଙ୍କର ସତ୍ୟତା ପରୀକ୍ଷା କର ।

(i) $\tan\theta \times \text{cosec}\,\theta = \sec\theta$ (ii) $\cot\theta \times \sec\theta = \text{cosec}\,\theta$

(iii) $\tan\theta + \cot\theta = \sec\theta . \text{cosec}\,\theta$ (iv) $\cos^2\theta \times \text{cosec}\theta + \sin\theta = \text{cosec}\,\theta$

4. ନିମ୍ନଲିଖିତ ପରିପ୍ରକାଶଗୁଡ଼ିକର ମୂଲ୍ୟ ନିରୂପଣ କର ।

(i) $\sin 60^0 . \cos 30^0 + \cos 60^0 . \sin 30^0$

(ii) $\cos 60^0 . \cos 45^0 - \sin 60^0 . \sin 45^0$

(iii) $4\cos^3 60^0 - 3\cos 60^0$

(iv) $4\cos^2 60^0 + 4\sin^2 45^0 - \sin^2 30^0$

(v) $(\text{cosec}^2 45^0 + \sec^2 30^0)(\sin^2 30^0 + 4\cot^2 45^0 - \sec^2 60^0)$

(vi) $\dfrac{\sin 30^0 + \cos 45^0 - \tan 60^0}{\cot 30^0 - \sin 45^0 - \cos 60^0}$

(vii) $\dfrac{4}{\cot^2 30^0} + \dfrac{1}{\sin^2 60^0} - \cos^2 45^0 - \tan^2 45^0$

(viii) $\dfrac{\tan^2 60^0 + 4\cos^2 45^0 + 3\sec^2 30^0 + 6\cos^2 30^0}{\text{cosec} 30^0 + \sec 60^0 + \cot^2 45^0}$

(ix) $\dfrac{\tan 45^0}{\text{cosec} 30^0} + \dfrac{\sec 60^0}{\cot 45^0} - \dfrac{2\sin 30^0}{\tan 45^0}$

(x) $\dfrac{\sin^2 60^0 + \cos^2 45^0 + \tan^2 30^0}{\cos^2 60^0 + \sin^2 45^0 + \cot^2 30^0}$

(ଗ) ବିଭାଗ

5. ଯଦି $\alpha = 60^0$ ଓ $\beta = 30^0$ ହୁଏ, ତେବେ ନିମ୍ନଲିଖିତ ଉକ୍ତିଗୁଡ଼ିକର ସତ୍ୟତା ପରୀକ୍ଷା କର ।

(i) $\sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha . \cos\beta - \cos\alpha . \sin\beta$

(ii) $\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha . \cos\beta + \sin\alpha . \sin\beta$

(iii) $\tan(\alpha - \beta) = \dfrac{\tan\alpha - \tan\beta}{1 + \tan\alpha . \tan\beta}$

6. ପ୍ରମାଣ କର :

(i) $\sin 45^0 . \cos 60^0 . \cos 30^0 + \cos 45^0 . \sin 60^0 . \sin 30^0 = \sin 45^0 . \sin 60^0$

(ii) $\cos 60^0 = 1 - 2\sin^2 30^0 = 2\cos^2 30^0 - 1$

(iii) $\tan 60^0 = \dfrac{2\tan 30^0}{1 - \tan^2 30^0}$ (iv) $\dfrac{\cot 60^0 . \cot 30^0 + 1}{\cot 30^0 - \cot 60^0} = \sqrt{3}$

(v) $\dfrac{\tan 45^0 + \tan 30^0}{1 - \tan 45^0 . \tan 30^0} = 2 + \sqrt{3}$ (vi) $\cot 30^0 + \dfrac{1}{\text{cosec} 30^0 + \cot 30^0} = \text{cosec} 30^0$

(vii) $\dfrac{1}{\sec 45^0 - \tan 45^0} = \dfrac{1 + \sin 45^0}{\cos 45^0}$ (viii) $\dfrac{\cot^2 30^0}{\sin^2 60^0} - \dfrac{\cot^2 60^0}{\sin^2 30^0} = \cot^2 30^0 - \cot^2 60^0$

■ ■ ■

ଉତ୍ତରମାଳା

ଉତ୍ତରମାଳା - 1 (a)

1. (i) ସଂଜ୍ଞାବିହୀନ ପଦ ସରଳରେଖା, ସମତଳ, ବିନ୍ଦୁ

   ସଂଜ୍ଞା ବିଶିଷ୍ଟ ପଦ : ରେଖାଖଣ୍ଡର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ, ସ୍ଥାନାଙ୍କ, ଦୂରତା, ରଶ୍ମି, ରେଖାଖଣ୍ଡ

2. (କ) ଅସଂଖ୍ୟ, (ଖ) ଅସଂଖ୍ୟ, (ଗ) ଦୁଇଟି ଓ ଗୋଟିଏ (ଘ) ସରଳରେଖା (ଙ) ଗୋଟିଏ (ଚ) 3 (ଛ) 6 (ଜ) 6

3. (i) $\overrightarrow{AC}$ (ii) $\overleftrightarrow{AC}$ (iii) $\overline{AC}$ (iv) $\overrightarrow{AB}$ ବା $\overrightarrow{AC}$ (v) $\overline{AB}$ (vi) $\overline{BC}$ (vii) {B} (viii) AB (ix) BC

4. 8; 5. 2; 6. (କ) C (ଖ) R, (ଗ) –6 ଓ 3, (ଘ) 5 ଓ 16, (ଙ) 5

7. 2 ଟି, 3 ଓ 7

ଉତ୍ତରମାଳା - 1 (b)

2. (i) 2, (ii) 1, (iii) ଅସଂଖ୍ୟ, (iv) 0, 3. (i) (ii) (iii) (v) ଓ (vi)

4.(i) 180^0, (ii) $\angle BOD$, (iii) $(y - x)$. (iv) 150^0, 5.(i) 30^0, (ii) 126^0, (iii) 30^0, (iv) 80^0, 100^0, (v) 80^0, (vi) 75^0, 105^0, (vii) 15^0

6.(କ) 36, (ଖ) 44, (ଗ) 45, 7. 30, 60, 120, 8. 84, 21, 48

ଉତ୍ତରମାଳା - 1 (c)

2. $m\angle 3 = m\angle 2 = m\angle 7 = m\angle 6 = 65^0$, $m\angle 1 = m\angle 4 = m\angle 8 = m\angle 5 = 115^0$

3. $m\angle x = m\angle z = m\angle P = 60^0$, $m\angle q = m\angle r = m\angle s = 120^0$

4. $m\angle a = 75^0$, $m\angle b = 130^0$, $m\angle c = 130^0$, $m\angle d = 75^0$

5. $x^0 = 132^0$, $y^0 = 48^0$, $z^0 = 132^0$, 6. $x^0 = 75^0$, $y^0 = 50^0$

7. (i) $x^0 = y^0$, (ii) $a^0 + b^0 = 180^0$, 10. $m\angle 1 = 60^0$, $m\angle 2 = 120^0$, 12. 80^0

ଉତ୍ତରମାଳା - 1 (d)

1. ଠିକ୍ ଉକ୍ତି : (a), (b), (c), (d) (e) ଏବଂ (h) ଅବଶିଷ୍ଟ ଭୁଲ୍ ଉକ୍ତି ।

2. (a) 60^0, (b) 155^0, (c) 50^0, (d) 180^0, (e) 30^0, (f) 60^0, (g) 30^0, (h) 120^0

3. (i) 60^0, (ii) 75^0, (iii) 40^0, (iv) 78^0, (v) 55^0, (vi) 100^0, (vii) 63^0, 8. $m\angle a = 75^0$

ଉତ୍ତରମାଳା - 2 (a)

1. (i) (c) AB = PQ, AC = PR, $m\angle A = m\angle P$,
   (ii) (a) $m\angle A = m\angle D$, $m\angle B = m\angle E$.., AB = DF (iii) (d) $m\angle ABC = m\angle DEF$ (iv) (d) AB = PQ, $m\angle A = m\angle P$, $m\angle B = m\angle Q$ (v) (b) 3 : 1

2. (ii), (iv), (v), (vi), 3. 40^0, 4, 90^0

ଉତ୍ତରମାଳା - 2 (b)

1. (a) $\overline{BC}, \overline{AC}$ (b) $\overline{AC}$ (c) $\overline{AC}$ (d) $\overline{BC}$ (e) AB > AC > BC

2. (a) ବୃହତ୍ତର (b) କ୍ଷୁଦ୍ରତର (c) କ୍ଷୁଦ୍ରତର (d) ବୃହତ୍ତର (e) କ୍ଷୁଦ୍ରତର

ଉତ୍ତରମାଳା - 3 (a)

1. (i) 360^0, (ii) 540^0, (iii) 360^0, (iv) 120^0, (v) 8, (vi) 12,
   (vii) 10, (viii) 40^0, (ix) $\frac{2n-4}{n} \times 90^0$, (x) $\frac{360^0}{n}$

2. (i) 48^0, 72^0, 96^0, 144^0, (ii) 72^0, 108^0, (iii) 162, (iv) 5, (v) 100, (vi) 1080^0, 360^0,
   (vii) 72^0, 108^0, 3. 36^0, 72^0, 72^0, 5. 12, 6. 8 ଓ 10, 7. 6

ଉତ୍ତରମାଳା - 3 (b)

1. a, c, e, i, j, l - ଭୁଲ୍ ଉକ୍ତି, ଅବଶିଷ୍ଟ ଠିକ୍ ଉକ୍ତି । 2. (i) 45^0, (ii) 30^0, (iii) 58^0, (iv) 130^0

3. (a) ବର୍ଗଚିତ୍ର, (b) ଟ୍ରାପିଜିୟମ୍, (c) ବର୍ଗଚିତ୍ର, (d) ସମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ର, (e) ବର୍ଗଚିତ୍ର, (f) ବର୍ଗଚିତ୍ର
   (g) ଆୟତଚିତ୍ର, (h) ଆୟତଚିତ୍ର, 4. (i) 80^0, (ii) 90^0, (iii) 120^0, (iv) 108^0, (v) 80^0, 100^0

ଉତ୍ତରମାଳା - 3 (c)

1. (a) (i) QE, EF, (ii) AF, (iii) AF, (iv) CE, (v) CE
   (b) (ii) ଓ (iii) ଭୁଲ୍ ଉକ୍ତି, ଅବଶିଷ୍ଟ ଠିକ୍ ଉକ୍ତି ।

2. (i) 1:1, (ii) 1:3, (iii) 1:2, (iv) 1:4, (v) 1:3, (vi) 1:2

3. (a) ସାମନ୍ତରିକ ଚିତ୍ର, (b) ରମ୍ବସ୍, (c) ବର୍ଗଚିତ୍ର, (d) ଆୟତଚିତ୍ର, (e) ସାମନ୍ତରିକ ଚିତ୍ର

ଉତ୍ତରମାଳା - 4

1. (i), (ii) ଏବଂ (iv) 6. (i) 72 ବ.ସେ.ମି., (ii) 12 ସେ.ମି., 9. (i) 50 ବ.ସେ.ମି., (ii) 126 ବ.ସେ.ମି., (iii) 26400 ବ.ସେ.ମି., 10. (i) 48 ବ.ସେ.ମି., 96 ବ.ସେ.ମି., (ii) 48 ବ.ସେ.ମି., 96 ବ.ସେ.ମି.

ଉତ୍ତରମାଳା - 5 (a)

1. (i) 30 ବର୍ଗ ସେ.ମି. (ii) 16 ସେ.ମି. (iii) 10 ଏକକ (iv) $5\sqrt{3}$ ସେ.ମି. (v) 12 ସେ.ମି. (vi) ଲମ୍ବ:ପ୍ରସ୍ଥ = 2 :1 (vii) 9 ଗୁଣ (viii) 12 ବର୍ଗ ମି. (ix) 8 ବର୍ଗ ସେ.ମି. (x) 4: $\sqrt{3}$ (xi) $2\sqrt{2}$ ସେ.ମି., 2. (i) 360 ମି. (ii) 5.5 ସେ.ମି. (iii) 12 ବର୍ଗ ସେ.ମି., 3. 144 ବର୍ଗ ମିଟର, 4. 180 ବର୍ଗ ସେ.ମି. 5. 2500 ବର୍ଗ ମି., 6. 726 ବର୍ଗ ମି., 7. 36 ସେ.ମି., 8. 5 ମିଟର, 9. 12 ସେ.ମି., 10. $48\sqrt{2}$ ସେ.ମି., 11. 120 ମି., 12. $48\sqrt{3}$ ସେ.ମି., 13. 5 ସେ.ମି. ଓ 7 ସେ.ମି., 14. 20 ସେ.ମି., 15. $1500\sqrt{3}$ ମି., 12. $9\sqrt{15}$ ବର୍ଗ ସେ.ମି.

ଉତ୍ତରମାଳା - 5 (b)

1. (i) 18 ବର୍ଗ ସେ.ମି. (ii) 60 ବ.ସେ.ମି. (iii) 16 ବର୍ଗ ଏକକ (iv) 6 ଏକକ, (v) 6 ଏକକ, 2. 12 ବର୍ଗ ଡେ.ସି.ମି. 3. 10.12

ବର୍ଗ ଡେ.ସି.ମି. ବା 1012 ବର୍ଗ ସେ.ମି., 4. 1440 ବର୍ଗ ସେ.ମି., 5. 336 ବର୍ଗ ମି. 6. 480 ବର୍ଗ ସେ.ମି., 7. ଭୂମି.33 ସେ.ମି., ଉଚ୍ଚତା.22 ସେ.ମି., 8. ଉଚ୍ଚତା 15 ମି., ଭୂମି 20 ମି., 9. ଉଚ୍ଚତା 15 ମି., ଭୂମି 19 ମି., 10. 30 ସେ.ମି., 11. 10 ମି., 12. 20 ସେ.ମି., 13. 28 ମି. ଓ 30 ମି., 14. 6 ସେ.ମି. ଓ 10 ସେ.ମି., 15. 12 ମି.,20 ମି., 16. 648 ଟଙ୍କା

ଉତ୍ତରମାଳା - 5 (c)

1. (i) 16 ମି. (ii) 14 ସେ.ମି. (iii) 13 ମି. (iv) 24 ବର୍ଗ ସେ.ମି., (v) 96 ବର୍ଗ ସେ.ମି., 2. 96 ବର୍ଗ ସେ.ମି. 3. 120 ବର୍ଗ ମି., 4. 12 ସେ.ମି. ଓ 24 ସେ.ମି., 5. 252 ବର୍ଗ ସେ.ମି., 6. $\frac{2}{5}$, 7. 1 : 1, 8. 28 ମି. ଓ 20 ମି., 9. 1536 ବ.ସେ.ମି., 160 ସେ.ମି., 10. 120 ମି., 61 ମି., 11. 240 ସେ.ମି., 12. 51 ମି. ଓ 34 ମି., 13. 68 ସେ.ମି., 14. 10 ମି. ଓ 120 ବ.ମି., 15. 240 ବ.ସେ.ମି., 16. 216 ବ.ମି., 17. 80 ମି.,18 ମି., 18. 8 ମି., $8\sqrt{3}$ ମି. $32\sqrt{3}$ ବର୍ଗ ମି.

ଉତ୍ତରମାଳା - 5 (d)

1. (i)12 ବ.ସେ.ମି. (ii) 4 ସେ.ମି. (iii) 8 ସେ.ମି.(iv) 5 ସେ.ମି., (v) 14 ସେ.ମି., 2.(i)16 ସେ.ମି., (ii) 36 ବ.ସେ.ମି., (iii) 4 :1, 3. 24 ସେ.ମି., 4. 975 ବର୍ଗ ମି., 5. 18 ମି., 6. 40 ସେ.ମି., 60 ସେ.ମି., 7. 750 ବ.ସେ.ମି., 8. 170 ମି., 150 ମି.,9. 30 ମି., 10. 936 ବ.ସେ.ମି., 11. 261 ବ.ମି., 183 ବ.ମି.,12. 340 ବ.ମି., 13. 10 ସେ.ମି., 18 ସେ.ମି., 15 ସେ.ମି., 14. 672 ବ.ସେ.ମି., 15. 50 ସେ.ମି.,34 ସେ.ମି., 16. 65 ମି., 45 ମି. 17. 432 ବ.ମି.

ଉତ୍ତରମାଳା - 5 (e)

1. (a) 300 ବ.ସେ.ମି. (b) 40 ସେ.ମି. (c) 15 ମି. (d) 144 ବ.ମି., (e) 180 ବ.ମି., (f) 36 ସେ..ମି., (g) 40 ସେ.ମି., 2. 24 ମି., 30 ମି., 3. 9 ମି., 15 ମି., 3. 9 ମି.,15 ମି., 4. 1470 ବ.ସେ.ମି., 5. 19 ମି.,7 ମି., 6. 36ମି., 48 ମି., 7. 25 ମି., 32 ମି., 8. 18 ମି., 10 ମି., 9. 18 ମି., 44 ମି., 10. 828 ବ.ସେ.ମି., 11. 1284 ବ.ସେ.ମି., 12. 185.13 ବ.ମି., 13. 269.2 ବ.ସେ.ମି., 14. 1682.5 ବ.ସେ.ମି., 15. 2064 ବ.ସେ.ମି.

ଉତ୍ତରମାଳା - 5 (f)

1. (a) ନାଁ, (b) 180 ବ.ସେ.ମି. (c) 330 ବ.ସେ.ମି. (d) 6 ମି., (e) 14 ମି., (f) $14a^2$ ବର୍ଗ ଏକକ, (g) 2:1, (h) 6 ସେ.ମି., (i) 7 ଗୁଣ, (j) 1:9, (k) 4 ମି., (l) 1280 ଘ.ମି., (m) 3 ସେ.ମି., 2. (a) 31250, (b) 125%, (c) 4500 ଘ.ମି. (d) ½ ମି., (e) (i) 18 ବ.ସେ.ମି., (ii) 1:3, 3.(i) 392 ବର୍ଗ ମି., (ii) 200 ବର୍ଗ ମି., (iii) 480 ଘ.ମି., 4. 648 ବର୍ଗ ମି., 5. 456 ଟଙ୍କା, 6. 176 ବ.ମି., 7. 6 ସେ.ମି., 8. 3168 ବ.ମି., 25920 ଘ.ମି., 9. 16 ମି., 14 ମି., 10. 470 ଟଙ୍କା, 11. 1000 ଘ.ସେ.ମି., 12. 40 ମି., 13. 20 ସେ.ମି., 15 ସେ.ମି. 14. 405000 ଘ.ସେ.ମି., ବା 40.5 ଘ.ମି., 15. 20 $\sqrt{2}$ ମି., 16. 236 ବ.ମି., 17. 6 ମି., 6 ମି., 18. 6 ମି.

ଅନୁଶୀଳନୀ - 7 (a)

1. (i) $\cos\theta$, (ii) $\sin\theta$, (iii) 1, (iv) 1, (v) 2, (vi)–2, (vii) $\frac{3}{5}$, (viii) $\frac{5}{13}$

2. (i) $\frac{1}{\sqrt{1+\cot^2\alpha}}$, (ii) $\frac{1}{\sqrt{1+\tan^2\alpha}}$, (iii) $\frac{\sec\alpha}{\sqrt{\sec^2\alpha-1}}$, (iv) $\frac{\operatorname{cosec}\alpha}{\sqrt{\operatorname{cosec}^2\alpha-1}}$

3. (i) $\frac{16}{15}$, (ii) $\frac{9}{20}$, (iii) $\frac{156}{25}$, (iv) $\frac{156}{25}$

4. $\sin\theta = \cos\theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$ $\tan\theta = \cot\theta = 1$, $\sec\theta = \sqrt{2}$

5. $\sin\theta = \cos\theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $\sec\theta = \operatorname{cosec}\theta = \sqrt{2}$, $\cot\theta = 1$

6. $\sin\theta = \frac{1}{2}$, $\operatorname{cosec}\theta = 2$, $\cos\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\sec\theta = \frac{2}{\sqrt{3}}$, $\tan\theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$

7. $\frac{21}{29}$, $\frac{21}{29}$ ଓ $\frac{21}{20}$ 8. $\frac{3}{40}$, 9. $\frac{360}{1519}$, 10. $\frac{a+b}{b-a}$,

11. $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$, 12. $\frac{m}{n}$, 13. 2, 14. 5 ସେ.ମି. $5\sqrt{17}$ ସେ.ମି.

ଅନୁଶୀଳନୀ - 7 (b)

1. (i) $\frac{1}{2}$, (ii) $\frac{1}{2}$, (iii) 1, (iv) 1, (v) 2, (vi) 0, (vii) -1, (viii) 0

4. (i) 1, (ii) $\frac{1-\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$, (iii) -1, (iv) $\frac{11}{4}$, (v) $\frac{5}{6}$, (vi) -1, (vii) $\frac{7}{6}$, (viii) $\frac{27}{10}$,

(ix) $\frac{3}{2}$, (x) $\frac{19}{45}$

ଓଡ଼ିଆପୋର୍ଟାଲ.ଇନ୍‌ଙ୍କର
ପାଠାଗାର
Pathagara.OdiaPortal.IN

B B - 14