1. આપણે એવાં સ્કેલ બનાવવાનું પસંદ કરીએ કે જેની લંબાઈ તાપમાન સાથે ન બદલાય. આ માટે એકમ તાપમાનના તફાવતે લંબાઈમાં તફાવત 10 cm રહે તેવી દરખાસ્ત છે. આ માટે આપણે બ્રાસ અને લોખંડની બનેલી પટ્ટી લઈએ કે જેમની લંબાઈઓ જુદી જુદી હોય પણ તેમની લંબાઈઓમાં એવી રીતે ફેરફાર થાય કે જેથી લંબાઈઓનો તફાવત અચળ જળવાઈ રહે. જો $\alpha_{લોખંડ} = 1.2 \times 10^{-5}\ K^{-1}$ અને $\alpha_{બ્રાસ} = 1.8 \times 10^{-5}\ K^{-1}$ છે. તો આપણે દરેક પટ્ટીની લંબાઈ કેટલી લેવી જોઈએ ?

➠ પ્રશ્ન અનુસાર $l_{લોખંડ} - l_{બ્રાસ} = 10$ cm ....(1)

બધા જ તાપમાનોએ અચળ

➠ ધારો કે 0°C તાપમાને લંબાઈ l_0 અને ΔT તાપમાનના ફેરફારથી લંબાઈ l થાય છે.

$\therefore\ l_{લોખંડ} = l_{0લોખંડ}\ (1 + \alpha_{લોખંડ}\ \Delta T)$ અને

$l_{બ્રાસ} = l_{0બ્રાસ}\ (1 + \alpha_{બ્રાસ}\ \Delta T)$

$\therefore$ સમીકરણ (1) પરથી

$$l_{0લોખંડ}(1 + \alpha_{લોખંડ}\Delta T) - l_{0બ્રાસ}(1 + \alpha_{બ્રાસ}\Delta T) = 10\,\text{cm}$$

પણ તેમની લંબાઈનો તફાવત અચળ રહે છે.

$$\therefore\ l_{0લોખંડ}\ \alpha_{લોખંડ} = l_{0બ્રાસ}\ \alpha_{બ્રાસ}$$

$$\therefore\ \frac{l_{0લોખંડ}}{l_{0બ્રાસ}} = \frac{\alpha_{બ્રાસ}}{\alpha_{લોખંડ}} = \frac{1.8 \times 10^{-5}}{1.2 \times 10^{-5}} = \frac{3}{2}$$

$$\therefore\ l_{0લોખંડ} = \frac{3}{2}\ l_{0બ્રાસ}$$

હવે સમીકરણ (1) પરથી

$$\frac{3}{2}\ l_{0બ્રાસ} - l_{0બ્રાસ} = 10$$

$$\therefore\ \frac{1}{2}\ l_{0બ્રાસ} = 10$$

$$\therefore\ l_{0બ્રાસ} = 20\ \text{cm}$$

$\therefore$ બ્રાસની પટ્ટીની મૂળ લંબાઈ 10 cm

હવે ફરીથી સમીકરણ (1) પરથી

$$l_{0લોખંડ} - l_{0બ્રાસ} = 10$$

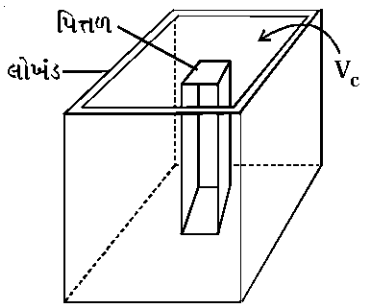
$$l_{0લોખંડ} - 20 = 10$$

$$\therefore\ l_{0લોખંડ} = 30\ \text{cm}$$

$\therefore$ લોખંડની પટ્ટીની મૂળ લંબાઈ 30 cm

2. આપણે એક એવું પાત્ર બનાવવું છે કે જેનું કદ તાપમાન સાથે બદલાતું ન હોય. આપણે 100 cc કદવાળું પાત્ર બનાવવામાં પિત્તળ અને લોખંડનો ઉપયોગ કરીશું ($\gamma_{પિત્તળ} = 6 \times 10^{-5}\ K^{-1}$ અને $\gamma_{લોખંડ} = 3.55 \times 10^{-5}\ K^{-1}$) તમે શું વિચારો છો કે આપણે આ બનાવી શકીશું ?

➠ ધારો કે V_{io}, V_{bo} એ અનુક્રમે 0°C તાપમાને લોખંડ અને પિત્તળના કદ છે.
V_i, V_b એ અનુક્રમે ΔT°C તાપમાને અનુક્રમે લોખંડ અને પિત્તળના કદ છે. γ_i, γ_b એ અનુક્રમે લોખંડ અને પિત્તળના કદ પ્રસરણાંક છે.



➠ પ્રશ્ન અનુસાર $V_{io} - V_{bo} = V_i - V_b = 100$ cc ...(1)

$\therefore V_i = V_{io}\,(1 + \gamma_i\,\Delta T)$ અને

$V_b = V_{bo}\,(1 + \gamma_b\,\Delta T)$

$\therefore$ સમીકરણ (1) પરથી

$V_i - V_b = V_{io}\,(1 + \gamma_i\,\Delta T) - V_{ib}\,(1 + \gamma_b\,\Delta T)$

$V_i - V_b = V_{io} - V_{ib} + V_{io}\,\gamma_i\,\Delta T - V_{ib}\,\gamma_b\,\Delta T$

પણ $V_i - V_b = V_{io} - V_{ib}$

$\therefore V_{io}\,\gamma_i\,\Delta T = V_{ib}\,\gamma_b\,\Delta T$

$\therefore \dfrac{V_{io}}{V_{bo}} = \dfrac{\gamma_b}{\gamma_i}$ મધ્યબિંદુનું $= \dfrac{6 \times 10^{-5}}{3.55 \times 10^{-5}} = \dfrac{6}{3.55}$

$\therefore V_{io} = \dfrac{6}{3.55}\,V_{b0}$ ...(2)

$\therefore$ સમીકરણ $V_{io} - V_{ib} = 100$ પરથી

$\dfrac{6}{3.55}\,V_{bo} - V_{bo} = 100$

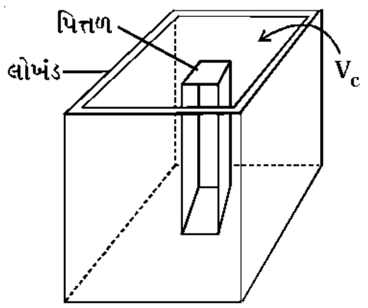
$\therefore 6\,V_{bo} - 3.55\,V_{bo} = 355$

$\therefore 2.45\,V_{bo} = 355$

$\therefore V_{io} = 144.89$ cc

$\therefore V_{io} \approx 144.9$ cc

➠ ધારો કે V_{io}, V_{bo} એ અનુક્રમે 0°C તાપમાને લોખંડ અને પિત્તળના કદ છે.
V_i, V_b એ અનુક્રમે ΔT°C તાપમાને અનુક્રમે લોખંડ અને પિત્તળના કદ છે. γ_i, γ_b એ અનુક્રમે લોખંડ અને પિત્તળના કદ પ્રસરણાંક છે.



➠ પ્રશ્ન અનુસાર $V_{io} - V_{bo} = V_i - V_b = 100$ cc ...(1)

$\therefore V_i = V_{io}\,(1 + \gamma_i\,\Delta T)$ અને

$V_b = V_{bo}\,(1 + \gamma_b\,\Delta T)$

∴ સમીકરણ (1) પરથી

$V_i - V_b = V_{io}(1 + \gamma_i \Delta T) - V_{ib}(1 + \gamma_b \Delta T)$

$V_i - V_b = V_{io} - V_{ib} + V_{io}\gamma_i \Delta T - V_{ib}\gamma_b \Delta T$

પણ $V_i - V_b = V_{io} - V_{ib}$

$\therefore V_{io}\gamma_i \Delta T = V_{ib}\gamma_b \Delta T$

$\therefore \frac{V_{io}}{V_{bo}} = \frac{\gamma_b}{\gamma_i}$ મધ્યબિંદુનું $= \frac{6\times10^{-5}}{3.55\times10^{-5}} = \frac{6}{3.55}$

$\therefore V_{io} = \frac{6}{3.55} V_{b0}$ ...(2)

∴ સમીકરણ $V_{io} - V_{ib} = 100$ પરથી

$\frac{6}{3.55} V_{bo} - V_{bo} = 100$

$\therefore 6 V_{bo} - 3.55 V_{bo} = 355$

$\therefore 2.45 V_{bo} = 355$

$\therefore V_{io} = 144.89$ cc

$\therefore V_{io} \approx 144.9$ cc

3. **જ્યારે 57°C તાપમાનવાળી ગરમ ચા પીતા હોય ત્યારે દાંતના પોલાણમાં ભરેલ તાંબાના લીધે પોલાણમાં ઉદ્‌ભવતું પ્રતિબળ ગણો. શરીર એટલે દાંતનું તાપમાન 37°C અને તાંબાનો $\alpha = 1.7 \times 10^{-5}$ /°C તેમજ તાંબાના બલ્ક મૉડ્યુલસ $K = 140 \times 10^9$ N/m²**

➠ તાપમાનનો વધારો $\Delta T = 57 - 37 = 20$°C or 20 K

કેવિટીનો રેખીય પ્રસરણાંક $\alpha = 1.7 \times 10^{-5}$ °C^{-1}

કેવિટીનો બલ્ક મૉડ્યુલસ $K = 140 \times 10^9$ N/m^2

તાંબાનો કદ પ્રસરણાંક $\gamma = 3\alpha$

$= 3 \times 1.7 \times 10^{-5}$

$= 5.1 \times 10^{-5}$ °C^{-1}

ધારો કે કેવિટીનું મૂળ કદ V અને ΔT તાપમાન વધતાં તેનાં કદમાં વધારો ΔV થાય છે.

આપણે જાણીએ છીએ કે

➠ $\Delta V = \gamma V \Delta T$

$\therefore \frac{\Delta V}{V} = \gamma \Delta T$

➠ ઉષ્મીય પ્રતિબળ = બલ્ક મૉડ્યુલસ × કદ વિકૃતિ

$= K \times \frac{\Delta V}{V}$

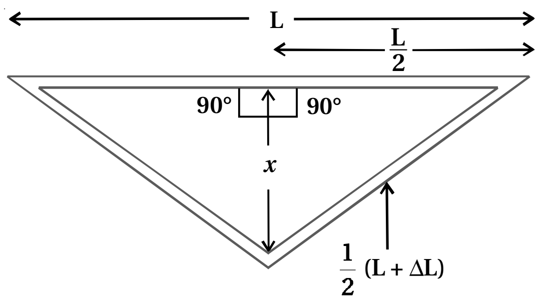
$= K \times \gamma \Delta T$

$= 140 \times 10^9 \times 5.1 \times 10^{-5} \times 20$

$= 1.428 \times 10^8$ N/m^2

➠ વાતાવરણનું દબાણ $P = 1.01 \times 10^5$ N/m^2 છે. તેથી દાંતના કેવિટીમાં ઉદ્‌ભવતું દબાણ લગભગ વાતાવરણના દબાણ કરતાં 1000 ગણું વધારે ગણી શકાય.

4. **10 મીટર લંબાઈના રેલવેના સ્ટીલના પાટાને રેલવે લાઇનના બે છેડાઓ આકૃતિમાં દર્શાવ્યા પ્રમાણે જોડેલા છે. ઉનાળાના દિવસે 20°C જેટલું તાપમાન વધે છે તેથી તેનો આકાર આકૃતિમાં બતાવ્યા પ્રમાણેનો થાય છે. તો તેનાં કેન્દ્રનું (મધ્યબિંદુનું) સ્થાનાંતર x શોધો. જો $\alpha_{સ્ટીલ} = 1.2 \times 10^{-5}$ °C^{-1}**



➠ આકૃતિમાં કાટકોણ ત્રિકોણ માટે પાયથાગોરસના પ્રમેય પરથી

$$\left(\frac{L+\Delta L}{2}\right)^2 = \left(\frac{L}{2}\right)^2 + x^2$$

$$x = \sqrt{\left(\frac{L+\Delta L}{2}\right)^2 - \left(\frac{L}{2}\right)^2}$$

$$= \frac{1}{2}\left(\sqrt{(L+\Delta L)^2 - L^2}\right)$$

$$= \frac{1}{2}\left[\sqrt{L^2 + 2L\Delta L + \Delta L^2 - L^2}\right]$$

$$= \frac{1}{2}\left[\sqrt{2L\Delta L + \Delta L^2}\right]$$

➠ ΔL ઘણો જ નાનો હોવાથી ΔL^2 ને અવગણતાં

$$x = \frac{1}{2}\sqrt{2L\Delta L} \quad \text{...(1)}$$

પણ $\Delta L = L\alpha\Delta T$ છે.

$$\therefore\ x = \frac{1}{2}\sqrt{2L \times L\alpha\Delta T}$$

$$= \frac{1}{2}L\sqrt{2\alpha\Delta T}$$

$$\therefore\ x = \frac{10}{2} \times \sqrt{2 \times 1.2 \times 10^{-5} \times 20}$$

$$= 5 \times \sqrt{4.8 \times 10^{-4}}$$

$$= 5 \times 2 \times 1.1 \times 10^{-2}$$

$$= 11 \times 10^{-2}$$

$$= 0.11 \text{ m} = 11 \text{ cm}$$

અહીં આપણે પારાની લંબાઈમાં થતો વધારો ઘણો નાનો હોવાથી અવગણેલ છે.

5. 0°C તાપમાને પાતળા સળિયાની લંબાઈ L_0 અને રેખીય પ્રસરણાંક α છે. આ સળિયાના બે છેડાઓના તાપમાન θ_1 અને θ_2 છે. તો આ સળિયાની નવી લંબાઈ શોધો.

➠ સળિયામાં તેના એક છેડેથી બીજા છેડે જતાં રેખીય રીતે તાપમાન બદલાય છે અને તેના મધ્યબિંદુએ તાપમાન θ છે. સ્થાયી ઉષ્મા અવસ્થામાં ઉષ્માપ્રવાહ $\frac{dQ}{dt}$ = અચળ

$$\theta = \frac{\theta_1+\theta_2}{2}$$

$$\therefore\ KA\frac{\theta_1-\theta}{\left(L_0/2\right)} = \frac{KA(\theta-\theta_2)}{\left(L_0/2\right)}$$

જ્યાં K ઉષ્માવાહકતા છે.

$\therefore\ \theta_1 - \theta = \theta - \theta_2$

$\therefore\ \theta_1 + \theta_2 = 2\theta$

$\therefore\ \theta = \frac{\theta_1+\theta_2}{2}$ મધ્યબિંદુનું તાપમાન

હવે તાપમાનના વધારા સાથે તેની લંબાઈમાં વધારો થાય

$\therefore\ L = L_0(1 + \alpha\ \theta)$

$\therefore\ L = L_0\left[1 \times \alpha\left(\frac{\theta_1+\theta_2}{2}\right)\right]$ જે નવી લંબાઈ છે.

6. **સ્ટિફનના વિકિરણના નિયમ અનુસાર, સંપૂર્ણ કાળો પદાર્થ તેના એકમ ક્ષેત્રફળની સપાટી પરથી એકમ સમયમાં σT^4 ઊર્જા ઉત્સર્જિત કરે છે. જ્યાં T એ સંપૂર્ણ કાળા પદાર્થની સપાટીનું તાપમાન છે અને સ્ટિફન અચળાંક $\sigma = 5.67 \times 10^{-8}\ Wm^{-2}\ K^{-4}$ છે. 0.5 m ત્રિજ્યાવાળા બૉલને ન્યુક્લિયર શસ્ત્ર તરીકે વિચારી શકાય છે. જ્યારે તેના ધડાકાથી તાપમાન -10^6 K થાય ત્યારે તે કાળા પદાર્થ તરીકે વર્તે છે.**

(a) ઉત્સર્જિત પાવરની ગણતરી કરો.

(b) જો આસપાસના પાણીનું તાપમાન 30°C હોય તો ઉત્સર્જિત ઊર્જાના 10% ઊર્જાથી એક સેકન્ડમાં વરાળમાં રૂપાંતર થતાં પાણીનું દળ કેટલું ? $s_w = 4186\ J\ kg^{-1}\ K^{-1}$ અને $L_v = 22.6 \times 10^6\ J\ kg^{-1}$

(c) આ બધી ઊર્જા U વિકિરણના સ્વરૂપે હોય, તો તેને અનુરૂપ વેગમાન $p = \frac{U}{c}$ છે. 1 km અંતરે એકમ ક્ષેત્રફળ પર એક સેકન્ડમાં કેટલું વેગમાન મળશે ?

➠ (a) સ્ટિફનના નિયમ પરથી ઉત્સર્જિત પાવર,

$P = \sigma A T^4$

$= \sigma(4\pi R^2)T^4$

$= 5.67 \times 10^{-8} \times 4 \times 3.14 \times (0.5)^2 \times (10^6)^4$

$= 17.8 \times 10^{18}$

$\approx 1.8 \times 10^{17}$ J/s

(b) દર સેકન્ડે મળતી ઊર્જા $U = 1.8 \times 10^{17}$ J/s

પાણીને વરાળમાં રૂપાંતર કરવા જરૂરી દર સેકન્ડે ઊર્જા

Q = U ના 10%

$= 1.8 \times 10^{17} \times \frac{10}{100}$

$= 1.8 \times 10^{16}$ J/s

➠ m દળના 30°C તાપમાનવાળા પાણીને ગરમ કરી 100°C લઈ અને પછી વરાળમાં રૂપાંતર કરવા દરેક સેકન્ડે વપરાતી ઊર્જા,

$Q' = mS_w\ \Delta\theta + mL_v$

$= m \times 4186 \times (100 - 30) + m \times 22.6 \times 10^5$

$Q' = 2.93 \times 10^5\ m + 22.6 \times 10^5\ m$

$Q' = 25.53 \times 10^5\ m$

➠ (a) સ્ટિફનના નિયમ પરથી ઉત્સર્જિત પાવર,

$P = \sigma AT^4$

$= \sigma(4\pi R^2)T^4$

$= 5.67 \times 10^{-8} \times 4 \times 3.14 \times (0.5)^2 \times (10^6)^4$

$= 17.8 \times 10^{18}$

$\approx 1.8 \times 10^{17}$ J/s

(b) દર સેકન્ડે મળતી ઊર્જા $U = 1.8 \times 10^{17}$ J/s

પાણીને વરાળમાં રૂપાંતર કરવા જરૂરી દર સેકન્ડે ઊર્જા

Q = U ના 10%

$= 1.8 \times 10^{17} \times \frac{10}{100}$

$= 1.8 \times 10^{16}$ J/s

➠ m દળના 30°C તાપમાનવાળા પાણીને ગરમ કરી 100°C લઈ અને પછી વરાળમાં રૂપાંતર કરવા દરેક સેકન્ડે વપરાતી ઊર્જા,

$Q' = mS_w \Delta\theta + mL_v$

$= m \times 4186 \times (100 - 30) + m \times 22.6 \times 10^5$

$Q' = 2.93 \times 10^5\, m + 22.6 \times 10^5\, m$

$Q' = 25.53 \times 10^5\, m$