2 वर्ग-वर्गमूल एवं घन-घनमूल (Square-Square Root & Cube-Cube Root)

वर्ग-वर्गमूल

किसी संख्या को उसी से गुणा करने पर प्राप्त गुणनफल वर्ग संख्या कहलाता है और उस संख्या को गुणनफल (अर्थात वर्ग संख्या) का वर्गमूल कहते हैं। जैसे 7 से 7 का गुणा करने पर गुणनफल 49 प्राप्त होता है, यहां 49 को वर्ग संख्या और 7 को 49 का वर्गमूल कहेंगे। वर्गमूल ज्ञात करने का संकेत दो घात की करणी (अर्थात् $\sqrt{\ }$ या $\sqrt[2]{\ }$) होती है। जैसे $\sqrt{16}$ का अर्थ है – 16 का वर्गमूल ज्ञात कीजिए।

वर्गमूल ज्ञात करने की विधियाँ

गुणनखण्ड विधि

इस विधि का प्रयोग तभी सम्भव है जब दी गयी संख्या पूर्ण वर्ग हो। इस विधि में दी गयी संख्या का इस प्रकार गुणनखण्ड करते हैं कि उनसे सजातीय जोड़े बन सकें। तत्पश्चात प्रत्येक जोड़े से एक-एक गुणनखण्ड लेकर उनका आपस में गुणा कर देते हैं। इस प्रकार प्राप्त गुणनफल अभीष्ट वर्गमूल होता है। जैसे –
$\sqrt{36} = \sqrt{2 \times 2 \times 3 \times 3} = 2 \times 3 = 6$
अर्थात 36 का वर्गमूल 6 हुआ।

भाग विधि

इस विधि से किसी भी संख्या का वर्गमूल ज्ञात कर सकते हैं। परन्तु सामान्यतया इस विधि का प्रयोग तब किया जाता है जब दी गयी संख्या या तो पूर्ण वर्ग न हो या उसका आसानी से गुणनखण्ड न हो सके। इस विधि में दी गयी संख्या के दशमलव बिन्दु के बायें और दायें दो-दो अंक का समूह बनाकर भाग की क्रिया प्रारम्भ की जाती है। संख्याएं दो प्रकार की हो सकती हैं। एक पूर्णांक तथा दूसरी दशमलव संख्या। भाग की क्रिया सम्पन्न हो जाने के बाद प्राप्त भागफल अभीष्ट वर्गमूल होता है। देखें अग्रलिखित चरण।

पूर्णांक संख्याओं का वर्गमूल ज्ञात करना – सर्वप्रथम दी गयी संख्या के इकाई के अंक से बायें दिशा में दो-दो अंकों का समूह बनाते हैं। यदि संख्या में अंकों की संख्या सम हो तो समूह दो-दो के बन जाते हैं जैसे 13 69 परन्तु अंकों की संख्या विषम हो तो अन्तिम समूह केवल एक अंक का ही बन पाता है जैसे 4 65 23 के अन्तिम समूह में केवल एक ही अंक 4 है। अब यदि 1024 का वर्गमूल ज्ञात करना हो तो इसके दो समूह बनेंगे। इसके बाद बायीं ओर से प्रथम समूह में उस संख्या से भाग देते हैं जिसका वर्ग उस समूह के बराबर या उससे कम हो। यह संख्या भाजक और भागफल दोनों जगह लिखी जाती है। जैसे –

```
        3
 3 | 10 24
 3 |  9
 --|-------
 6 |  124
```

अब भाजक और भागफल का गुणनफल प्रथम समूह के नीचे लिखकर घटा देते हैं। इसके दायें अगला समूह लिखते हैं। इसके बाद भाजक के नीचे भागफल लिखकर जोड़ते हैं। योग से प्राप्त संख्या के प्रथम अंक से भाग देकर प्राप्त भागफल को जोड़ वाली संख्या और पहले भागफल के दायें लिखते हैं इस प्रकार 62 द्वितीय भाजक हुआ और 2 द्वितीय भागफल। अब द्वितीय भाजक और द्वितीय भागफल के गुणनफल को द्वितीय भाज्य

के नीचे लिखकर घटा देते हैं। जैसे उपर्युक्त प्रक्रिया निम्नवत् होगी –

```
         32
    ----------
 3  | 10 24
 3  | 9
 -- | ---
 62 | 124
    | 124
    | ---
    | ×××
```

भाग की प्रक्रिया पूरी हो जाने के बाद प्राप्त भागफल ही दी गयी संख्या का वर्गमूल होगा। अतः अभीष्ट वर्गमूल = 32

दशमलव संख्याओं का वर्गमूल ज्ञात करना – दशमलव संख्या का वर्गमूल ज्ञात करते समय दशमलव बिन्दु के दाहिने और बायें दोनों तरफ दो-दो अंकों का समूह बनाया जाता है। परन्तु यह ध्यान रखा जाता है कि पूर्णांकों का समूह इकाई के अंक से बायें की ओर बनते हैं जबकि अपूर्णांकों का समूह दशमलव बिन्दु से दाहिने की ओर। जैसे 21757.5742 का समूह $\overline{2}\ \overline{17}\ \overline{57}\ .\overline{57}\ \overline{42}$ होगा। यदि अपूर्णांकों के अंकों की संख्या विषम हो तो अन्त में 0 (शून्य) बढ़ाकर जोड़े बनाये जाते हैं। जैसे 158.572 के समूह $\overline{1}\ \overline{58}\ .\overline{57}\ \overline{20}$ होंगे। देखें निम्नलिखित क्रिया –

```
          12.59
      -------------
 1    | 1 58.57 20
 1    | 1
 ---- | ----
 22   | × 58
 2    |   44
 ---- |  ----
 245  |  1457
 5    |  1225
 ---- |  -----
 2509 |   23220
      |   22581
      |   -----
      |     639
```

अतः दशमलव के दो स्थानों तक वर्गमूल = 12.59

भिन्नों का वर्गमूल ज्ञात करना

(i) यदि भिन्न के अंश और हर दोनों वर्ग संख्या हो तो भिन्न का वर्गमूल

$= \frac{\text{अंश का वर्गमूल}}{\text{हर का वर्गमूल}}$ जैसे $\frac{16}{25}$ का वर्गमूल $= \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{25}} = \frac{4}{5}$

(ii) यदि अंश और हर में कोई एक वर्ग संख्या हो या दोनों अवर्ग संख्या हो तो अंश में हर से भाग देकर दशमलव में भागफल प्राप्त कर लिया जाता है। इसके बाद इस भागफल का ऊपर उल्लिखित भाग विधि से वर्गमूल ज्ञात करते हैं अथवा अंश और हर दोनों का अलग-अलग भाग विधि से वर्गमूल निकाल कर पुनः भाग दे देते हैं। जैसे $\frac{1}{5}$ का वर्गमूल ज्ञात करने के लिए $\frac{1}{5}$=0.2 का वर्गमूल निम्नलिखित प्रकार ज्ञात करेंगे –

```
       0.44
     ---------
 4   | 0.20 00
 4   | 16
 --  | ---
 84  |  400
     |  336
     |  ---
     |   64
```

∵ शेष 84 के आधे से अधिक है अतः निकटतम वर्ग मूल = 0.45

घन-घनमूल

किसी संख्या का उसी में दो बार गुणा किया जाता है तो प्राप्त गुणनफल उस संख्या का घन कहलाता है

और संख्या गुणनफल की घनमूल कही जाती है। जैसे यदि 7 का 7 में दो बार गुणा किया जाय (अर्थात् 7 × 7 × 7) तो गुणनफल 343 प्राप्त होता है। अतः 343 को 7 का घन कहेंगे जबकि 7 को 343 का घनमूल। घनमूल का संकेत $\sqrt[3]{\ }$ होता है। अर्थात यदि कोई संख्या चिन्ह $\sqrt[3]{\ }$ में लिखी हो तो इसका अर्थ है – उस संख्या का घनमूल ज्ञात करना। जैसे $\sqrt[3]{1331}$ का अर्थ है – 1331 का घनमूल ज्ञात कीजिए।

किसी संख्या का घनमूल गुणनखण्ड विधि से ज्ञात किया जाता है। इसके लिए दी गयी संख्या के गुणनखण्ड करके तीन-तीन गुणनखण्डों का समूह बनाया जाता है। प्रत्येक समूह में एक-एक गुणनखण्ड लेकर उनका आपस में गुणा कर लेते हैं। इस प्रकार प्राप्त गुणनफल घनमूल होता है। जैसे– $\sqrt[3]{1331} = \sqrt[3]{11\times11\times11} = 11$ और $\sqrt[3]{64} = \sqrt[3]{2\times2\times2\times2\times2\times2} = 2\times2 = 4$

स्मरणीय तथ्य – घनमूल ज्ञात करते समय यह आवश्यक है कि सभी गुणनखण्ड या तो भाज्य गुणनखण्ड हों या सभी गुणनखण्ड अभाज्य गुणनखण्ड हों जैसे 216 का घनमूल ज्ञात करना हो तो (I) 216 के भाज्य गुणनखण्ड $\underline{6\times6\times6}$ होगें तब घनमूल = 6 परन्तु (II) 216 के अभाज्य गुणनखण्ड $\underline{2\times2\times2}\times\underline{3\times3\times3}$ होगें तब घनमूल = 2 × 3 = 6

भिन्नों का घनमूल ज्ञात करना

निम्नलिखित राशियों का घनमूल ज्ञात कीजिए –

1. $\frac{343}{512}$ 2. $\frac{729}{1331}$ 3. $\frac{0.064}{0.125}$

4. $\frac{0.000216}{0.000125}$ 5. $\frac{0.000001}{0.000343}$

हल

1. $\frac{343}{512} = \frac{7\times7\times7}{\underline{2\times2\times2}\times\underline{2\times2\times2}\times\underline{2\times2\times2}}$ अतः घनमूल $= \frac{7}{2\times2\times2} = \frac{7}{8}$

2. $\frac{729}{1331} = \frac{\underline{3\times3\times3}\times\underline{3\times3\times3}}{\underline{11\times11\times11}}$ अतः घनमूल $= \frac{3\times3}{11} = \frac{9}{11}$

3. $\frac{0.064}{0.125} = \frac{64}{125} = \frac{2.2.2.2.2.2}{5.5.5}$ अतः घनमूल $= \frac{2\times2}{5} = \frac{4}{5}$

4. $\frac{0.000216}{0.000125} = \frac{216}{125} = \frac{6.6.6}{\underline{5.5.5}}$ अतः घनमूल $= \frac{6}{5} = 1.2$

5. $\frac{0.000001}{0.000343} = \frac{1}{343} = \frac{1\times1\times1}{7\times7\times7}$ अतः घनमूल $= \frac{1}{7}$

अध्याय पर आधारित प्रश्नों के प्रकार

'वर्गमूल एवं घनमूल' अध्याय से विभिन्न प्रतियोगी परीक्षाओं में पूछे गये और पूछे जा सकने वाले प्रश्नों को कुल 10 प्रकारों से बांट सकते हैं।

1. साधारण प्रश्न
2. वर्गमूल पर आधारित विशिष्ट प्रश्न
3. जब अज्ञात राशि का मान ज्ञात करना हो।
4. वर्गमूल पर भिन्नात्मक प्रश्न
5. जोड़-घटाव पर आधारित प्रश्न
6. गुणा-भाग पर आधारित प्रश्न
7. वर्गमूल पर इबारती प्रश्न
8. वर्गों के योग-अन्तर पर आधारित प्रश्न
9. घनों के योग-अन्तर पर आधारित प्रश्न
10. वर्गमूल एवं घनमूल दोनों पर आधारित प्रश्न

उदाहरणार्थ हल प्रश्न

10 वर्गमूल एवं घनमूल दोनों पर आधारित प्रश्न

निम्नलिखित का मान ज्ञात कीजिए

1. $\sqrt[3]{\sqrt{0.000064}}$
2. $\sqrt[3]{\sqrt{0.000729}}$
3. $\sqrt{\sqrt[3]{0.262144}}$
4. $\sqrt{\sqrt[3]{0.015625}}$

> (a) यदि संख्या $\sqrt[3]{\sqrt{x}}$ की तरह हो तो सबसे पहले x का वर्गमूल ज्ञात करेंगें। इसके बाद इस वर्गमूल का घनमूल ज्ञात करेंगें।
>
> (b) यदि संख्या $\sqrt{\sqrt[3]{x}}$ की तरह हो तो सबसे पहले x का घनमूल ज्ञात करेंगें। इसके बाद इस घनमूल का वर्गमूल ज्ञात करेंगें।

हल 1. $\sqrt[3]{\sqrt{0.000064}} = \sqrt[3]{0.008} = 0.2$

3. $\sqrt{\sqrt[3]{0.262144}} = \sqrt{0.64} = 0.8$

2. $\sqrt[3]{\sqrt{0.000729}} = \sqrt[3]{0.027} = 0.3$

4. $\sqrt{\sqrt[3]{0.015625}} = \sqrt{0.25} = 0.5$

अभ्यास प्रश्न

साधारण प्रश्न

1. $\sqrt{0.121}$ का मान है –
(a) 0.11 (b) 1.1 (c) 0.011 (d) 1.01
(e) इसमें से कोई नहीं
R.R.B. कोलकाता (डी/इले.लोको.असि/पी.बी.टी.) परीक्षा, 2005

2. $\sqrt{0.0625}$ का मान कितना होगा?
(a) 0.0025 (b) 0.25 (c) 0.025 (d) 2.5
R.R.B अहमदाबाद (T.A.) परीक्षा, 2005

3. $\sqrt{0.000441}$ का मान है?
(a) 0.21 (b) 0.0021 (c) 0.021 (d) 0.00021
S.S.C स्नातक स्तरीय परीक्षा, 2001 (प्रथम पाली)

4. $\sqrt{0.2}$ का मूल्य है –
(a) 0.632 (b) 0.447 (c) 0.2 (d) 0.02
R.R.B भोपाल (T.C) परीक्षा, 2001

5. 0.09 का वर्गमूल क्या है?
(a) 0.3 (b) 0.94 (c) 0.03 (d) 0.33
S.S.C स्नातक स्तरीय, परीक्षा, 2002 (प्रथम पाली)

6. $\sqrt{0.9}$ का मान है –
(a) 0.3 (b) 0.94 (c) 0.03 (d) 0.33
मेट्रो रेलवे 2004

7. मान ज्ञात कीजिए –
$\sqrt{900}+\sqrt{0.09}+\sqrt{0.000009}$
(a) 303.30 (b) 3030.3 (c) 3.0303 (d) 30.303
R.R.B. चेन्नई (वाणिज्य क्लर्क एवं T.C.) परीक्षा, 2001

8. $\sqrt{900}+\sqrt{0.09}+\sqrt{0.000009}$ का मान क्या होगा?
(a) 303.03 (b) 3030.3 (c) 3.0303 (d) 30.303
चेन्नई (TC & CC), 2002

9. $\sqrt{400}+\sqrt{0.0400}+\sqrt{0.000004}$ का मान है –
(a) 0.222 (b) 20.22 (c) 20.2020 (d) 2.022
S.C.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 2004 (प्रथम पाली)

10. $\frac{0.324\times0.081\times4.624}{1.5625\times0.0289\times72.9\times64}$ का वर्गमूल है –
(a) 24 (b) 2.4 (c) 0.024 (d) 0.24
R.R.B सिकन्दराबाद (गुड्स गार्ड) परीक्षा, 2001

11. $\sqrt{(0.798)^2+0.404\times0.798+(0.202)^2}+1$ बराबर है –
(a) 0 (b) 2 (c) 1.596 (d) 0.404
S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 2004 (प्रथम पाली)

वर्गमूल पर विशेष प्रश्न

12. यदि 841 का वर्गमूल 29 है, तो $\sqrt{0.00000841}$ बराबर है –
(a) 0.029 (b) 0.00029 (c) 0.0029 (d) 0.29
S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 1999 (प्रथम पाली)

13. यदि $\sqrt{4096}=64$ है, तो $\sqrt{40.96}+\sqrt{0.4096}+\sqrt{0.0040^{\frown}6}+\sqrt{0.00004096}$ का दो दशमलव स्थानों तक मान है –
(a) 7.09 (b) 7.10 (c) 7.11 (d) 7.12
S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 2001 (प्रथम पाली)

14. यदि $\sqrt{4096}=64$ तो $\sqrt{40.96}+\sqrt{0.4096}+\sqrt{0.004096}+\sqrt{0.00004096}$ का मान है –
(a) 7.1014 (b) 7.09 (c) 7.1104 (d) 7.12
R.R.B. सिकन्दराबाद, परीक्षा, (T.A.) 2004

15. यदि $\sqrt{15}=3.88$ तब $\sqrt{\frac{5}{3}}$ का मान है –
(a) 1.63 (b) 1.89 (c) 1.36 (d) 1.29
R.R.B. गुवाहाटी (सुपरवाइजर) परीक्षा, 2005

16. यदि $\sqrt{35}=5.916$ तो एक दशमलव स्थान तक $\frac{7}{5}$ का वर्गमूल ज्ञात कीजिए –
(a) 1.2 (b) 1.1 (c) 1.8 (d) 1.4
R.R.B. सिकन्दराबाद परीक्षा (T.A.) 2004

17. यदि $\sqrt{13.69}=3.7$, तो $\sqrt{1369}+\sqrt{0.1369}+\sqrt{0.001369}$ का मान होगा –
(a) 37.407 (b) 34.307 (c) 37.470 (d) 34.707
R.R.B. सिकन्दराबाद परीक्षा (T.A.), 2004

18. यदि $\sqrt{625}=25$, तब $16\times\sqrt{0.000625}$ का मान बराबर है –
(a) 0.040 (b) 0.004 (c) 0.400 (d) 4.000
R.R.B. सिकन्दराबाद (गुड्स गार्ड) परीक्षा, 2001

19. यदि $\sqrt{15} = 3.88$ है तो $\sqrt{\frac{5}{3}}$ का मान क्या है ?
(a) 1.293 (b) 1.2934 (c) 1.29 (d) 1.295
S..S.C स्नातक स्तरीय परीक्षा, 2004 (प्रथम पाली)

20. कल्पना कीजिए कि –
$\sqrt{13} = 3.605$ (लगभग)
$\sqrt{130} = 11.40$ (लगभग)
$\sqrt{1.3} + \sqrt{1300} + \sqrt{0.013}$ का मान ज्ञात कीजिए –
(a) 36.164 (b) 36.304 (c) 37.304 (d) 37.164
S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 1999 (प्रथम पाली)

21. यदि $\sqrt{12.96} = 36$ है, तो
$\sqrt{12.96} + \sqrt{0.1296} + \sqrt{0.001296} + \sqrt{0.00001296}$ का मान है –
(a) 3.9996 (b) 0.3996 (c) 39.996 (d) 3.996
कोलकाता (ट्रेफिक स. ड्राइवर), 2002

22. यदि $\sqrt{6084} = 78$ हो, तो
$\left(\sqrt{60.84} + \sqrt{0.6084} + \sqrt{0.006084} + \sqrt{0.00006084}\right)$ का मान है –
(a) 8.9668 (b) 8.6658 (c) 9.1678 (d) 8.7898
कोलकाता, भुवनेश्वर (टिकट कलेक्टर), 2003

जब अज्ञात राशि का मान ज्ञात करना हो

23. यदि $\sqrt{x} + \sqrt{441} = 0.02$ तब x का मान है –
(a) 1.64 (b) 2.64 (c) 1.764 (d) 0.1764
S.S.C., स्नातक स्तरीय परीक्षा, 1999 (द्वितीय पाली)

24. $\frac{\sqrt{?}}{19} = 4$
(a) 76 (b) 5776 (c) 304 (d) 296
भोपाल (वाणिज्यिक लिपिक), 2003

25. $\sqrt{\frac{1694}{?}} + 14 = 25$
(a) 11 (b) 13 (c) 12 (d) 14
R.R.B. सिकन्दराबाद (A.S.M.) परीक्षा, 2004

26. यदि $\sqrt{1 + \frac{x}{144}} = \frac{13}{12}$ तो x बराबर है –
(a) इनमें से कोई नहीं (b) 11 (c) 13 (d) 27
R.R.B. अजमेर (A.S.M. परीक्षा, 2001

27. $\sqrt{\frac{?}{196}} = \frac{32}{56}$
(a) 64 (b) 84 (c) 74 (d) 94
R.R.B. गोरखपुर डीजल असिस्टेन्ट, परीक्षा 2004

28. यदि $\sqrt{\frac{0.0196}{K}} = 0.2$ तो k का मान है –
(a) 4.9 (b) 0.7 (c) 0.49 (d) इनमें से कोई नहीं

29. यदि $\sqrt{289} \div \sqrt{x} = \frac{1}{5}$,तो x का मान होगा

(a) 7225 (b) $\frac{17}{25}$ (c) $\frac{25}{17}$ (d) 425

R.R.B. अजमेर (A.S.M.) परीक्षा, 2001

30. निम्नलिखित समीकरण में प्रश्नचिन्ह (?) के स्थान पर कौन सी संख्या आएगी?

$\frac{?}{56} = \frac{9}{7}$

(a) 72 (b) 27 (c) 36 (d) 63

चण्डीगढ़ (A.S.M.) 2003

31. यदि $\sqrt{256} \div \sqrt{x} = 2$,तो x होगा –

(a) 58 (b) 64 (c) 78 (d) 138

U.P.P.C.S. 2007

32. $\sqrt{86.49} + \sqrt{5 + K^2} = 12.3$ तो k का मान है –

(a) $\sqrt{10}$ (b) $2\sqrt{5}$ (c) $3\sqrt{5}$ (d) इनमें से कोई नहीं

भुवनेश्वर T.C. परीक्षा 2004

वर्गमूल पर भिन्नात्मक प्रश्न

33. $\frac{\sqrt{0.441}}{\sqrt{0.625}}$ का मान बराबर है –

(a) 0.048 (b) 0.84 (c) 0.48 (d) 0.084

34. $\frac{0.342 \times 0.684}{0.000342 \times 0.000171}$ का वर्गमूल है –

(a) 250 (b) 2500 (c) 2000 (d) 4000

S.S.C. स्नात क स्तरीय परीक्षा, 2004 (प्रथम पाली)

35. $\frac{\sqrt{0.0196}}{K} = 0.2$ अतः K का मान है –

(a) 4.9 (b) 0.7 (c) 0.49 (d) 7

36. $\sqrt{\frac{(0.1)^2 + (0.01)^2 + (0.009)^2}{(0.01)^2 + (0.001)^2 + (0.0009)^2}}$ का मान है –

(a) 102 (b) 10 (c) 0.1 (d) 0.01

S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 2001 (प्रथम पाली)

37. $\sqrt{\frac{(0.03)^2 + (0.21)^2 + (0.065)^2}{(0.003)^2 + (0.021)^2 + (0.0065)^2}}$ का मान है –

(a) 0.1 (b) 10 (c) 102 (d) 103

S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 2001 (द्वितीय पाली)

38. $\sqrt{\frac{0.00001225}{0.00005329}}$ बराबर है –

(a) $\frac{25}{77}$ (b) $\frac{35}{73}$ (c) $\frac{35}{77}$ (d) $\frac{25}{73}$

S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 2002 (प्रथम पाली)

39. $\sqrt{\frac{1225}{49}} = ?$

(a) $\frac{25}{7}$ (b) $\frac{35}{49}$ (c) 5 (d) इनमें से कोई नहीं

40. $\sqrt{\frac{0.25}{0.0009}} \times \sqrt{\frac{0.09}{0.36}}$ बराबर है –

(a) $\frac{5}{6}$ (b) $7\frac{1}{6}$ (c) $7\frac{1}{3}$ (d) $8\frac{1}{3}$

S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 2004 (द्वितीय पाली)

41. $\sqrt{\frac{48.4}{0.289}}$ बराबर है –

(a) $129\frac{7}{17}$ (b) $1\frac{5}{17}$ (c) $12\frac{16}{17}$ (d) $12\frac{1}{17}$

S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 2004 (प्रथम पाली)

42. $\sqrt{x^{-1}y}.\sqrt{y^{-1}z}.\sqrt{z^{-1}x} = ?$

(a) 1 (b) xyz (c) $\sqrt{xyz}$ (d) $\frac{1}{xyz}$

(e) इनमें से कोई नहीं

R.R.B. अजमेर (A.S.M.) परीक्षा, 2001

जोड़-घटाव पर आधारित प्रश्न

43. वह छोटी-से-छोटी संख्या जिसे 680621 में जोड़ने पर योग एक पूर्ण वर्ग बन जाता है, निम्न है–

(a) 4 (b) 5 (c) 6 (d) 8

S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 2001 (प्रथम पाली)

44. 1901 के साथ निश्चित रूप से जोड़ी जाने वाली न्यूनतम संख्या, ताकि योगफल एक पूर्ण वर्ग हो जाए, है-

(a) 35 (b) 32 (c) 30 (d) 29

(e) इनमें से कोई नहीं

R.R.B. कोलकाता (T.A./A.S.M.) परीक्षा 2001

45. वह छोटी से छोटी संख्या ज्ञात कीजिए जिसे 269 में जोड़ देने पर एक पूर्ण वर्ग बन जाए।

(a) 31 (b) 16 (c) 07 (d) 20

R.R.B. सिकन्दराबाद, परीक्षा (T.A.) 2004

46. 666 को पूर्ण वर्ग बनाने के लिए उसमें सबसे छोटी कौन-सी संख्या जोड़ी जानी चाहिए—

(a) 10 (b) 20 (c) 30 (d) 40

(e) इनमें से कोई नहीं।

(सेंट्रल बैंक ऑफ इण्डिया, क्लर्क ग्रेड — 24.5.2009)

47. वह छोटी से छोटी संख्या जिसे 63520 में से घटाने पर एक पूर्ण वर्ग प्राप्त हो, निम्न है –

(a) 16 (b) 20 (c) 24 (d) 30

S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 2001 (द्वितीय पाली)

48. वह कौन सी न्यूनतम संख्या है जिसे 0.000326 में से घटाने पर एक पूर्ण वर्ग प्राप्त होगा?

(a) 0.000004 (b) 0.000002 (c) 0.04 (d) 0.02

S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 2002 (प्रथम पाली)

49. किस न्यूनतम संख्या को 6155 में से घटाया जाए कि उत्तर संख्या पूर्ण वर्ग हो?

(a) 61 (b) 71 (c) 51 (d) 55

R.R.B. मुम्बई ग्रुप 'डी' परीक्षा 2003

50. एक सेना का जनरल चाहता है कि उसके 36562 जवान एक ठोस वर्ग बनाएं, उसके बाद व्यवस्थित करने पर उसने पाया कि कुछ जवान छूट गए हैं, कितने जवान छूटे हैं?

(a) 97 (b) 36 (c) 65 (d) 81

R.R.B. भोपाल, T.C. 2003

51. एक संख्या के वर्ग में $(51)^2$ जोड़ने पर उत्तर आता है 15826, वह संख्या क्या है?

(a) 115 (b) 114 (c) 116 (d) 113

(e) इनमें से कोई नहीं।

(सेंट्रल बैंक ऑफ इण्डिया, क्लर्क ग्रेड — 24.5.2009)

गुणा-भाग पर आधारित प्रश्न

52. पूर्ण वर्ग बनाने के लिए 21600 को किस लघुतम संख्या से गुणा करना चाहिए?
(a) 3 (b) 2 (c) 6 (d) 12
R.R.B. चंडीगढ़ (ESM) परीक्षा, 2004

53. 5808 को किस छोटी से छोटी संख्या से गुणा किया जाए कि वह पूर्ण वर्ग बन जाए?
(a) 2 (b) 11 (c) 7 (d) 3
S.S.C. जम्मू (जू. क्लर्क) परीक्षा, 2001

54. वह छोटी-से-छोटी प्राकृतिक संख्या बताइए, जिससे 980 को गुणा करने पर यह पूर्ण वर्ग बन जाए–
(a) 7 (b) 5 (c) 3 (d) 6
R.R.B. जम्मू (जू. क्लर्क) परीक्षा, 2001

55. वह कौन सी छोटी-से-छोटी संख्या है जिससे 980 को गुणा करने पर गुणनफल एक पूर्ण वर्ग बन जाता है?
(a) 5 (b) 8 (c) 10 (d) 4
R.R.B. मुम्बई ग्रुप 'डी' परीक्षा 2003

56. 1323 को किस छोटी-से-छोटी संख्या से गुणा किया जाए कि यह पूर्ण घन बन जाए?
(a) 2 (b) 3 (c) 5 (d) 7
S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 1999 (द्वितीय पाली)

57. उस न्यूनतम संख्या, जिससे 1800 को गुणा करने पर एक पूर्ण घन संख्या प्राप्त हो, के अंकों का योग होगा–
(a) 2 (b) 3 (c) 6 (d) 8
S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 2004 (द्वितीय पाली)

58. उस न्यूनतम संख्या, जिससे 1440 को गुणा करने पर एक पूर्ण घन प्राप्त हो, के अंकों का योग है–
(a) 4 (b) 6 (c) 7 (d) 8
S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 2002 (द्वितीय पाली)

59. 3600 को किस न्यूनतम संख्या से विभाजित करें ताकि भागफल पूर्ण घन हो जाए?
(a) 300 (b) 50 (c) 9 (d) 450
रांची (सहायक ड्राइवर), 2003

60. 1008 को किस एक अंक वाली संख्या से विभाजित किया जाए कि भागफल एक पूर्ण वर्ग संख्या बन जाए?
(a) 9 (b) 4 (c) 8 (d) 7
S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 2000 (द्वितीय पाली)

वर्गमूल पर इबारती प्रश्न

61. एक व्यक्ति अपने बाग में 5184 संतरों के पेड़ लगाता है तथा उन्हें इस प्रकार व्यवस्थित करता है कि बाग में उतनी ही पंक्तियां रहें जितने एक पंक्ति में पेड़ हैं। बाग में कितनी-पंक्तियाँ हैं?
(a) 70 (b) 72 (c) 75 (d) 81
S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 2004 (प्रथम पाली)

62. 60 छात्रों की कक्षा में प्रत्येक लड़के ने कक्षा में लड़कियों की संख्या के बराबर रुपयों का योगदान दिया तथा प्रत्येक लड़की ने कक्षा में लड़कों की संख्या के बराबर रुपयों का योगदान दिया। यदि कुल 1600 रुपये एकत्रित किये गये तो कक्षा में कितने लड़के हैं?
(a) 50 (b) डाटा पर्याप्त नहीं है (c) 20 (d) 25
इलाहाबाद A.S.M. 2004

63. एक माली 17956 पेड़ लगाना चाहता है तथा उन्हें इस तरह से लगाना चाहता है कि वहाँ उतनी ही पंक्तियाँ हो जितनी एक पंक्ति में पेड़ों की संख्या है। एक पंक्ति में पेड़ों की संख्या कितनी होगी?
(a) 144 (b) 136 (c) 154 (d) 134
R.R.B. सिकन्दराबाद (TA.) परीक्षा 2004

64. 60 विद्यार्थियों की एक कक्षा में प्रत्येक लड़के ने उतने ही रुपये दिये जितनी लड़कियों की संख्या थी तथा प्रत्येक लड़की ने उतने ही रुपये दिये, जितनी लड़कों की संख्या थी। यदि कुल इकट्ठा किया गया धन 1600 रु. है, तो कक्षा में लड़कों की संख्या कितनी है?
(a) 25 (b) 20 (c) 27 (d) आंकड़े अपर्याप्त हैं
R.R.B. सिकन्दराबाद (A.S.M.) परीक्षा, 2004

वर्गों के योग-अन्तर पर आधारित प्रश्न

65. दो धनात्मक संख्याओं के वर्गों का योग 100 है तथा उनके वर्गों का अंतर 28 है, इन संख्याओं का योग ज्ञात कीजिए

(a) 12 (b) 13 (c) 14 (d) 15

S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा 2001 (प्रथम पाली)

66. दो संख्याओं का योग 29 है व उन संख्याओं के वर्गों का अन्तर 145 है। उन संख्याओं का अन्तर है -

(a) 13 (b) 5 (c) 8 (d) 11

भोपाल (ट्रेन क्लर्क), 20..

67. तीन क्रमिक पूर्णांकों के वर्गों का योग 2030 हो, तो बीच का पूर्णांक क्या होगा?

(a) 25 (b) 26 (c) 27 (d) 28

S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 2000 (प्रथम पाली)

68. किसी पूर्णांक के वर्ग को यदि उसके घन में से घटाया जाए, तो शेषफल 48 आता है। वह पूर्णांक बताइए

(a) 8 (b) 6 (c) 5 (d) 4

S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 2000 (प्रथम पाली)

69. उन दो क्रमागत सम संख्याओं का योग क्या है जिनके वर्गों का अन्तर 84 है?

(a) 38 (b) 34 (c) 42 (d) 46

S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 2002 (द्वितीय पाली)

70. यदि दो संख्याओं का योग 22 हो और उनके वर्गों का योग 404 हो, तो उन संख्याओं का गुणनफल बताइए-

(a) 40 (b) 44 (c) 80 (d) 88

S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 2000 (द्वितीय पाली)

71. दो संख्याओं के वर्गों का योग 80 है और उनके अन्तर का वर्ग 36 है दोनों संख्याओं का गुणनफल है-

(a) 22 (b) 44 (c) 58 (d) 116

R.R.B. सिकन्दराबाद (A.S.M.) परीक्षा 2001

72. दो संख्याओं के वर्गों का योग 80 है और संख्याओं के अन्तर का वर्ग 36 है तो इन संख्याओं का गुणनफल होगा –

(a) 11 (b) 22 (c) 33 (d) 26

R.R.B. सिकन्दराबाद (A.S.M.) परीक्षा, 2004

73. यदि किसी संख्या और उसके वर्ग का योग 182 है, तो वह संख्या क्या है –

(a) 91 (b) 13 (c) 28 (d) 15

R.S.C. महेन्द्रघाट, परीक्षा, 2001

74. दो संख्याओं के वर्गों का योग 386 है। यदि एक संख्या 5 है, दो दूसरी होगी –

(a) 18 (b) 19 (c) 15 (d) 20

S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 2004 (प्रथम पाली)

75. दो धनात्मक संख्याओं का अन्तर 3 है, यदि उनके वर्गों का योग 369 हो, तो उन संख्याओं का योग है-

(a) 81 (b) 33 (c) 27 (d) 25

S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 2002 (प्रथम पाली)

76. तीन संख्याओं का अनुपात 1 : 2 : 3 है। यदि इनके वर्गों का योग 126 है, तो संख्याएं होंगी –

(a) 2, 4, 3 (b) 1, 2, 3 (c) 3, 6, 9 (d) 4, 8, 12

R.R.B. रांची (असिस्टेंट ड्राइवर डीजल/इले.) परीक्षा 2003

77. निम्नलिखित में से वह संख्या कौन सी है, जिसमें उसके वर्ग को जोड़ने पर परिणाम 240 है?

(a) 15 (b) 16 (c) 18 (d) 20

R.R.B. मुम्बई (सें.रे.इले. सिग्नल मेंटेनर) परीक्षा, 2004

78. किसी प्राकृत संख्या के वर्ग के तिगुने में से उस संख्या के चार गुने को घटाने पर प्राप्त संख्या उस प्राकृत संख्या से 50 अधिक है, वह संख्या है –

(a) 4 (b) 5 (c) 10 (d) 6

S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 2002 (प्रथम पाली)

79. 100 से कम किसी धनात्मक संख्या का वर्गमूल जिन संख्याओं के बीच होता होगा, वे हैं –
(a) 0 और 10 (b) 0 और -10 (c) - 10 और 10 (d) - 100 और 100
S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 1999 (द्वितीय पाली)

80. दो संख्याओं का गुणनफल 32 है। यदि उनका औसत 6 है, तो उनके घनों का योग होगा –
(a) 864 (b) 624 (c) 430 (d) 576
चेन्नई, बैंग्लोर (डीजल ड्राइवर), 2002

81. कुछ लड़कों ने अकाल राहत फंड के लिए 400 रुपए एकत्रित किए, प्रत्येक लड़के ने 25 पैसे के उतने सिक्के दिए जितने कुल लड़के थे, लड़कों की संख्या थी –
(a) 40 (b) 16 (c) 20 (d) 100

82. किन्हीं दो क्रमागत पूर्णांकों के वर्गों के बीच का अन्तर बराबर होता है –
(a) दोनों संख्याओं के योगफल के (b) एक सम संख्या के
(c) दोनों संख्याओं के अन्तर के (d) दोनों संख्याओं के गुणनफल के
R.R.B. चंडीगढ़ (A.S.M.) परीक्षा, 2004

83. निम्नलिखित में से संख्या कौन सी है जिसमें उसके वर्ग को जोड़ने पर परिणाम 240 है? –
(a) 15 (b) 16 (c) 18 (d) 20
R.R.B. चण्डीगढ़ टी.सी. परीक्षा 2002

वर्ग मूल एवं घन मूल दोनों पर आधारित प्रश्न

84. $\sqrt{\sqrt[3]{0.004096}}$ बराबर है –
(a) 4 (b) 0.4 (c) 0.04 (d) 0.004
S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 2002 (द्वितीय पाली)

85. यदि p = 999 हो, तो $\sqrt[3]{p(p^2+3p+3)+1}$ का मान है –
(a) 1000 (b) 999 (c) 998 (d) 1002
S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 2002 (द्वितीय पाली)

86. $\left[\sqrt[3]{3.5}+\sqrt[3]{2.5}\left\{\left(\sqrt[3]{3.5}\right)^2-\sqrt[3]{8.75}+\left(\sqrt[3]{2.5^2}\right)\right\}\right]$ का मान होगा –
(a) 5.375 (b) 1 (c) 6 (d) 5
S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 2004 (द्वितीय पाली)

87. 175616 का घनमूल 56 है, तो
$\sqrt[3]{175.616}+\sqrt[3]{0.175616}+\sqrt[3]{0.000175616}$ का मान बराबर है –
(a) 0.168 (b) 62.16 (c) 6.216 (d) 6.116
S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 2001 (द्वितीय पाली)

88. $\sqrt[3]{\frac{72.9}{0.4096}}$ का मान क्या होगा?
(a) 0.5626 (b) 5.625 (c) 182 (d) 13.6
S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 2004 (प्रथम पाली)

89. $\frac{\sqrt[3]{8}}{\sqrt{16}} \div \sqrt{\frac{100}{49}} \times \sqrt[3]{125}$ बराबर है –
(a) 7 (b) $1\frac{3}{4}$ (c) $\frac{7}{100}$ (d) $\frac{4}{7}$
S.S.C. स्नातक स्तरीय परीक्षा, 1999 (द्वितीय पाली)

90. $\sqrt{21+\sqrt[3]{59+\sqrt{16+\sqrt[3]{722+\sqrt{49}}}}}$ का मान है —
(a) 4 (b) 5 (c) 6 (d) 8
(S.S.C. Tax Assistant — 13.12.2009)

91. एक संख्या के वर्ग से $(33)^3$ घटाने पर 5272 आता है। वह संख्या है —

(a) 223 (b) 193 (c) 213 (d) 203

(e) इनमें से कोई नहीं। *(पी.एन.बी. बैंक क्लर्क — 26.4.2009)*

92. एक संख्या के घन में $(150)^2$ जोड़ने पर उत्तर 77372 आता है। वह संख्या क्या है?

(a) 32 (b) 34 (c) 36 (d) 38

(e) इनमें से कोई नहीं। *(पी.एन.बी. बैंक क्लर्क — 26.4.2009)*

93. एक संख्या के वर्ग में से $(20)^3$ घटाने पर उत्तर आता है 4321, वह संख्या क्या है?

(a) 110 (b) 111 (c) 112 (d) 113

(e) इनमें से कोई नहीं। *(सेंट्रल बैंक ऑफ इण्डिया, क्लर्क ग्रेड — 24.5.2009)*

94. $\sqrt[3]{10648} \times \sqrt[3]{5832} = ?$

(a) 396 (b) 216 (c) 432 (d) 576

(e) इनमें से कोई नहीं। *(S.B.I. P.O. — 1.3.2009)*

95. $\sqrt[3]{1-\frac{91}{216}}$ बराबर है —

(a) $\frac{1}{6}$ (b) $\frac{5}{6}$ (c) $\frac{7}{6}$ (d) $\frac{11}{6}$

(S.S.C. Tax Assistant — 12.12.2009)

उत्तरमाला

1. (e)	2. (b)	3. (c)	4. (b)	5. (a)	6. (b)	7. (d)
8. (d)	9. (c)	10. (c)	11. (b)	12. (c)	13. (c)	14. (c)
15. (d)	16. (a)	17. (a)	18. (c)	19. (a)	20. (c)	21. (a)
22. (b)	23. (d)	24. (b)	25. (d)	26. (a)	27. (a)	28. (c)
29. (a)	30. (a)	31. (b)	32. (d)	33. (b)	34. (c)	35. (b)
36. (b)	37. (b)	38. (b)	39. (c)	40. (d)	41. (c)	42. (a)
43. (a)	44. (a)	45. (d)	46. (a)	47. (a)	48. (b)	49. (b)
50. (d)	51. (a)	52. (c)	53. (d)	54. (b)	55. (a)	56. (d)
57. (c)	58. (b)	59. (d)	60. (d)	61. (b)	62. (c)	63. (d)
64. (b)	65. (c)	66. (b)	67. (b)	68. (d)	69. (c)	70. (a)
71. (a)	72. (b)	73. (b)	74. (b)	75. (c)	76. (c)	77. (a)
78. (b)	79. (c)	80. (d)	81. (a)	82. (a)	83. (a)	84. (b)
85. (a)	86. (c)	87. (c)	88. (b)	89. (b)	90. (b)	91. (d)
92. (d)	93. (b)	94. (a)	95. (b)			

अभ्यास प्रश्नों के हल

1.

$$\begin{array}{r|l} & 0.34 \\ \hline 3 & 0.\overline{12}\ \overline{10} \\ 3 & 9 \\ \hline 64 & 310 \\ & 256 \\ \hline & 54 \end{array}$$

अतः $\sqrt{0.121} = 0.35$ लगभग

2. $\sqrt{0.0625}$ में दशमलव बिन्दु की उपेक्षा करने पर 625 पूर्णांक प्राप्त होता है। और 625 का वर्गमूल 25 होगा। चूंकि मूल संख्या में दशमलव के 4 स्थान हैं अतः वर्गमूल में दशमलव के दो स्थान होंगे। अतः

$\sqrt{0.0625} = 0.25$

3. $\sqrt{0.000441}$ में दशमलव बिन्दु की उपेक्षा करने पर पूर्णांक 441 प्राप्त होता है और 441 का वर्गमूल 21

है। चूंकि मूल संख्या में दशमलव के 6 स्थान हैं अतः वर्गमूल में दशमलव के 3 स्थान होंगे। अतः $\sqrt{0.000441} = 0.021$

4.
$$\begin{array}{r|l} & 0.447 \\ \hline 4 & 0.\overline{20}\,\overline{00}\,\overline{00} \\ 4 & 16 \\ \hline 84 & 400 \\ 4 & 336 \\ \hline 887 & 6400 \\ & 6209 \\ \hline & 191 \end{array}$$

अतः $\sqrt{0.2} = 0.447$ लगभग

5. 0.09 के दशमलव बिन्दु को छोड़ने पर पूर्णांक 9 प्राप्त होगा, जिसका वर्गमूल 3 है। चूंकि मूल संख्या में दशमलव के दो स्थान हैं अतः वर्गमूल में दशमलव का एक स्थान होगा। इसलिए 0.09 का वर्गमूल = 0.3

6.
$$\begin{array}{r|l} & 0.94 \\ \hline 9 & 0.\overline{90}\,\overline{00} \\ 9 & 81 \\ \hline 184 & 900 \\ & 736 \\ \hline & 164 \end{array}$$

अतः $\sqrt{0.9} = 0.94$

7. $\sqrt{900} + \sqrt{0.09} + \sqrt{0.000009} = 30 + 0.3 + 0.003 = 30.303$

8. Repeated Q.N. 7

9. $\sqrt{400} + \sqrt{0.0400} + \sqrt{0.000004} = 20 + 0.20 + 0.002 = 20.2020$

10. $\dfrac{0.324 \times 0.081 \times 4.624}{1.5625 \times 0.0289 \times 72.9 \times 64} = \dfrac{324 \times 81 \times 4624}{15625 \times 289 \times 729 \times 64} = \dfrac{18^2 \times 9^2 \times 68^2}{125^2 \times 17^2 \times 27^2 \times 8^2}$

$\therefore$ वर्गमूल $= \dfrac{18 \times 9 \times 68}{125 \times 17 \times 27 \times 8} = 0.024$

11. $\sqrt{(0.798)^2 + 0.404 \times 0.798 + (0.202)^2} + 1$

$= \sqrt{(0.798)^2 + 2 \times 0.798 \times 0.202 + (0.202)^2} + 1$

$= \sqrt{(0.798 + 0.202)^2} + 1 = \sqrt{(1.000)^2} + 1 = 1 + 1 = 2$

12. 0.00000841 से पूर्णांक 841 प्राप्त होगा, जिसका वर्गमूल 29 है।
चूंकि दशमलव के 8 स्थान हैं अतः वर्गमूल में दशमलव के 4 स्थान रहेंगें।

$\therefore \sqrt{0.00000841} = 0.0029$

13. चूंकि $\sqrt{4096} = 64$

$\therefore \sqrt{40.96} + \sqrt{0.4096} + \sqrt{0.004096} + \sqrt{0.00004096}$

$6.4 + 0.64 + 0.064 + 0.0064 = 7.11$

14. Repeated Q.N. 13

15. चूंकि $\sqrt{15} = 3.88$ अतः $\sqrt{\dfrac{5}{3}} = \sqrt{\dfrac{5 \times 3}{3 \times 3}} = \dfrac{\sqrt{15}}{3} = \dfrac{3.88}{3} = 1.29$

16. चूंकि $\sqrt{35} = 5.916$ अतः $\sqrt{\dfrac{7}{5}} = \sqrt{\dfrac{7 \times 5}{5 \times 5}} = \dfrac{\sqrt{35}}{5} = \dfrac{5.916}{5} = 1.183 = 1.2$

17. चूंकि $\sqrt{13.69} = 3.7$

अतः $\sqrt{1369}+\sqrt{0.1369}+\sqrt{0.001369}=37+0.37+0.037=37.407$

18. चूंकि $\sqrt{625}=25$ अतः $16\times\sqrt{0.000625}=16\times 0.025=0.400$

19. यदि $\sqrt{15}=3.88$ तब $\sqrt{\frac{5}{3}}=\sqrt{\frac{5\times 3}{3\times 3}}=\frac{\sqrt{15}}{3}=\frac{3.88}{3}=1.293$

20. चूंकि $\sqrt{13}=3.605$ लगभग और $\sqrt{130}=11.40$ लगभग

$\therefore \sqrt{1.3}+\sqrt{1300}+\sqrt{0.013}=\sqrt{\frac{130}{100}}+\sqrt{13\times 100}+\sqrt{\frac{130}{10000}}$

$=\frac{11.40}{10}+3.605\times 10+\frac{11.40}{100}=1.140+36.05+0.1140=37.304$

21. यदि $\sqrt{1296}=36$ तब

$\sqrt{12.96}+\sqrt{0.1296}+\sqrt{0.001296}+\sqrt{0.00001296}$

$=3.6+0.36+0.036+0.0036=3.9996$

22. यदि $\sqrt{6084}=78$ तब

$\sqrt{60.84}+\sqrt{0.6084}+\sqrt{0.006084}+\sqrt{0.00006084}$

$=7.8+0.78+0.078+0.0078=8.6658$

23. $\sqrt{x}\div\sqrt{441}=0.02$ या $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{441}}=0.02$

दोनों पक्षों का वर्ग करने पर –

$\frac{x}{441}=0.0004$ या $x=441\times 0.0004=0.1764$

24. $\frac{\sqrt{?}}{19}=4$ के दोनों पक्षों का वर्ग करने पर – $\frac{?}{361}=16$ या $?=16\times 361=5776$

25. $\sqrt{\frac{1694}{?}}+14=25$ या $\sqrt{\frac{1694}{?}}=11$

दोनों पक्षों का वर्ग करने पर – $\frac{1694}{?}=121$ या $?=\frac{1694}{121}=14$

26. $\sqrt{1+\frac{x}{144}}=\frac{13}{12}$ के दोनों पक्षों का वर्ग करने पर –

$1+\frac{x}{144}=\frac{169}{144}$ या $\frac{x}{144}=\frac{169}{144}-1=\frac{169-144}{144}$ अतः $\frac{x}{144}=\frac{25}{144}$ या $x=25$

27. $\sqrt{\frac{?}{196}}=\frac{32}{56}=\frac{\sqrt{?}}{14}=\frac{4}{7}$

$\therefore \sqrt{?}=\frac{4\times 14}{7}=8$ अतः $?=8^2=64$

28. $\sqrt{\frac{0.0196}{K}}=0.2$ के दोनों पक्षों का वर्ग करने पर –

$\frac{0.0196}{K}=0.04$ या $K=\frac{0.0196}{0.04}=\frac{1.96}{4}=0.49$

29. $\sqrt{289}\div\sqrt{x}=\frac{1}{5}$ या $\frac{\sqrt{289}}{\sqrt{x}}=\frac{1}{5}$

दोनों पक्षों का वर्ग करने पर – $\frac{289}{x}=\frac{1}{25}$ या $x=289\times 25=7225$

30. $\frac{?}{56} = \frac{9}{7}$ या $? = 56 \times \frac{9}{7} = 72$

31. $\sqrt{256} \div \sqrt{x} = 2$ या $\frac{\sqrt{256}}{\sqrt{x}} = 2$

दोनों पक्षों का वर्ग करने पर – $\frac{256}{x} = 4$ या $x = \frac{256}{4} = 64$

32. $\sqrt{86.49} + \sqrt{5+k^2} = 12.3$

$\therefore 9.3 + \sqrt{5+k^2} = 12.3$ या $\sqrt{5+k^2} = 3$

दोनों पक्षों का वर्ग करने पर – $5 + k^2 = 9$ या $k^2 = 4$ या $k = 2$

33. $\sqrt{\frac{0.441}{0.625}} = \sqrt{\frac{441}{625}} = \frac{21}{25} = 0.84$

34. $\frac{0.342 \times 0.684}{0.000342 \times 0.000171} = \frac{342 \times 684 \times 1000000}{342 \times 171} = 4 \times 1000000$

$\therefore$ वर्गमूल $= \sqrt{4 \times 1000000} = 2 \times 1000 = 2000$

35. $\frac{\sqrt{0.0196}}{K} = 0.2$ या $\frac{0.14}{K} = 0.2$ या $K = \frac{0.14}{0.2} = \frac{1.4}{2} = 0.7$

36. $$\sqrt{\frac{(0.1)^2 + (0.01)^2 + (0.009)^2}{(0.01)^2 + (0.001)^2 + (0.0009)^2}} = \sqrt{\frac{(0.1)^2 + (0.01)^2 + (0.009)^2}{\left(\frac{0.1}{10}\right)^2 + \left(\frac{0.01}{10}\right)^2 + \left(\frac{0.009}{10}\right)^2}}$$

$$= \sqrt{\frac{(0.1)^2 + (0.01)^2 + (0.009)^2}{\frac{(0.1)^2 + (0.01)^2 + (0.009)^2}{100}}}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{\frac{1}{100}}} = \sqrt{100} = 10$$

37. $$\sqrt{\frac{(0.03)^2 + (0.21)^2 + (0.065)^2}{(0.003)^2 + (0.021)^2 + (0.0065)^2}} = \sqrt{\frac{(0.03)^2 + (0.21)^2 + (0.065)^2}{\left(\frac{0.03}{10}\right)^2 + \left(\frac{0.21}{10}\right)^2 + \left(\frac{0.065}{10}\right)^2}}$$

$$= \sqrt{\frac{(0.03)^2 + (0.21)^2 + (0.065)^2}{\frac{(0.03)^2 + (0.21)^2 + (0.065)^2}{100}}}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{\frac{1}{100}}} = \sqrt{100} = 10$$

38. $\sqrt{\frac{0.00001225}{0.00005329}} = \sqrt{\frac{1225}{5329}} = \frac{35}{73}$

39. $\sqrt{\frac{1225}{49}} = \frac{35}{7} = 5$

40. $\sqrt{\frac{0.25}{0.0009}} \times \sqrt{\frac{0.09}{0.36}} = \sqrt{\frac{2500}{9}} \times \sqrt{\frac{9}{36}} = \frac{50}{3} \times \frac{3}{6} = \frac{25}{3} = 8\frac{1}{3}$

41. $\sqrt{\frac{48.4}{0.289}} = \sqrt{\frac{484}{2.89}} = \frac{22}{1.7} = \frac{220}{17} = 12\frac{16}{17}$

42. $\sqrt{x^{-1}.y} . \sqrt{y^{-1}.z} . \sqrt{z^{-1}.x} = \sqrt{\frac{y}{x}} . \sqrt{\frac{z}{y}} . \sqrt{\frac{x}{z}}$ अतः $\sqrt{\frac{y}{x} . \frac{z}{y} . \frac{x}{z}} = \sqrt{1} = 1$

43. 680621 का वर्गमूल = 824.99
$\therefore$ 680621 के ठीक बाद की वर्ग संख्या = $825^2 = 680625$
$\therefore$ जोड़ी जाने वाली छोटी से छोटी संख्या = 680625 – 680621 = 4

44. 1901 का वर्गमूल = 43.6
$\therefore$ 1901 के ठीक ऊपर की वर्ग संख्या = $44^2 = 1936$
$\therefore$ जोड़ी जाने वाली न्यूनतम संख्या = 1936 – 1901 = 35

45. 269 का वर्गमूल = 16.40
$\therefore$ 269 के ठीक ऊपर की वर्ग संख्या = $17^2 = 289$
$\therefore$ जोड़ी जाने वाली छोटी से छोटी संख्या = 289 – 269 = 20

46. 666 के ठीक बाद वाली पूर्ण वर्ग संख्या = 676
$\therefore$ जोड़ी जाने वाली संख्या = 676 - 666 = 10

47. 63520 का वर्गमूल = 252.03
$\therefore$ 63520 के ठीक पहले की वर्ग संख्या = $252^2 = 63504$
$\therefore$ घटायी जाने वाली छोटी से छोटी संख्या = 63520 – 63504 = 16

48. 0.000326 का वर्गमूल = 0.01805
$\therefore$ 0.000326 के ठीक पहले की वर्ग संख्या = $(0.018)^2 = 0.000324$
$\therefore$ घटायी जाने वाली न्यूनतम संख्या = 0.000326 – 0.000324 = 0.000002

49. 6155 का वर्गमूल = 78.45
$\therefore$ 6155 के ठीक पहले की वर्ग संख्या = $78^2 = 6084$
$\therefore$ घटायी जाने वाली संख्या = 6155 – 6084 = 71

50. 36562 का वर्गमूल = 191.21
$\therefore$ 36562 के ठीक पहले की वर्ग संख्या = $191^2 = 36481$
$\therefore$ छूटे जवान = 36562 – 36481 = 81

51. माना वह संख्या x है। तब $x^2 + 51^2 = 15826$
$\therefore x^2 + 2601 = 15826 \Rightarrow x^2 = 13225$ अतः $x = \sqrt{13225} = 115$

52. $21600 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times \underline{10 \times 10}$
सजातीय गुणनखण्डों में दो-दो के समूह बनाने पर एक बार 2 और एक बार 3 की कमी है।
अतः पूर्ण वर्ग बनाने के लिए $2 \times 3 = 6$ से गुणा करना पड़ेगा।

53. $5808 = \underline{2.2}.\underline{2.2}.3.\underline{11.11}$
सजातीय गुणनखण्डों से दो-दो का समूह बनाने पर 3 का समूह नहीं बन पा रहा है।
$\therefore$ पूर्ण वर्ग के लिए गुणा करने के लिए आवश्यक संख्या = 3

54. $980 = \underline{2.2} . \underline{7 \times 7} . 5$
सजातीय गुणनखण्डों से दो-दो का समूह बनाने पर 5 का समूह नहीं बन पा रहा है।
$\therefore$ पूर्ण वर्ग के लिए 5 से गुणा करना पड़ेगा।

55. Repeated Q.N. 54

56. $1323 = \underline{3.3.3}.\underline{7.7}$
चूंकि पूर्ण घन बनाने के लिए सजातीय गुणनखण्डों से तीन-तीन का समूह बनना आवश्यक है परन्तु
7 के समूह में दो ही गुणनखण्ड है। अतः समूह को पूरा करने के लिए 7 से गुणा करना पड़ेगा।

57. $1800 = \underline{2.2.2}.\underline{3.3}.\underline{5.5}$
पूर्ण घन के लिए सजातीय गुणनखण्डों से तीन-तीन का समूह बनाने के लिए एक बार 3 और एक बार

की आवश्यकता है। अतः $3 \times 5 = 15$ से गुणा करना पड़ेगा। अब 15 के अंकों का योग $= 1+5 = 6$

58. $1440 = \underline{2.2.2}.2.2.3.3.5$
पूर्ण घन के लिए सजातीय गुणनखण्डों से तीन-तीन का समूह बनाना आवश्यक है। इसलिए एक बार 2, एक बार 3 तथा दो बार 5 से गुणा करना पड़ेगा। अर्थात् $2 \times 3 \times 5 \times 5 = 150$ से गुणा करना पड़ेगा। अब 150 के अंकों का योग $= 1 + 5 + 0 = 6$

59. $3600 = \underline{2.2.2}.2.3.3.5.5$
चूंकि भाग देकर पूर्ण घन बनाना है। अतः सजातीय गुणनखण्डों से तीन-तीन का समूह बनाने के बाद, जिनका समूह नहीं बन पा रहा है उन्हें हटाना पड़ेगा। इसलिए $2.3.3.5.5 = 450$ से भाग देना पड़ेगा।

60. $1008 = \underline{2.2}.\underline{2.2}.\underline{3.3}.7$ $\therefore$ पूर्ण वर्ग के लिए 7 से गुणा करना पड़ेगा।

61. बाग में पंक्तियों की संख्या $= \sqrt{5184} = 72$

62. माना लड़कों की संख्या x तथा लड़कियों की संख्या $(60 - x)$ है।
$\therefore$ लड़कों द्वारा योगदान और लड़कियों द्वारा योगदान $= 1600$
$\therefore x(60 - x) + (60 - x) = 1600$ अतः $60x - x^2 + 60x - x^2 = 1600$
$\therefore 120x - 2x^2 = 1600$ अतः $60x - x^2 = 800$
$\therefore x^2 - 60x + 800 = 0$ अतः $x^2 - 20x - 40x + 800 = 0$
$\therefore (x - 20)(x - 40) = 0$ अतः $x = 20$ या 40 अतः लड़कों की संख्या $= 20$

63. एक पंक्ति में पेड़ों की संख्या $= \sqrt{17956} = 134$

64. Repeated Q. N. 62

65. माना बड़ी संख्या a तथा छोटी संख्या b है। अतः $a^2 + b^2 = 100$ और $a^2 - b^2 = 28$
दोनों समीकरणों को जोड़ने पर $2a^2 = 128$ अतः $a^2 = 64$ या $a = 8$
समी. 1 में $a = 8$ रखने पर – $64 + b^2 = 100$
या $b^2 = 36 \Rightarrow b = 6$ दोनों संख्याओं का योग $= a + b = 8+6 = 14$

66. माना संख्याएं क्रमशः a और b हैं।
$\therefore$ $a + b = 29$ - - - - - (1)
$a^2 - b^2 = 145$ या $(a + b)(a - b) = 145$
$\therefore$ $29 \times (a - b) = 145$ या $a - b = 5$ - - - - - (2)
$\therefore$ दोनों संख्याओं का अन्तर $= 5$

67. माना तीनों क्रमिक पूर्णांक क्रमशः $x, (x + 1), (x + 2)$ हैं।
$\therefore$ $x^2 + (x + 1)^2 + (x + 2)^2 = 2030$ अतः $x^2 + x^2 + 1 + 2x + x^2 + 4 + 4x = 2030$
$\therefore$ $3x^2 + 6x = 2025$ अतः $3(x^2 + 2x) = 2025$
$\therefore$ $x^2 + 2x = 675$ अतः $x^2 + 2x - 675 = 0$
$\therefore$ $x^2 + 27x - 25x - 675 = 0$ अतः $(x + 27)(x - 25) = 0$
$\therefore$ $x + 27 \neq 0$ अतः $x - 25 = 0$ या $x = 25$
$\therefore$ बीच का पूर्णांक $= x + 1 = 25 + 1 = 26$

68. माना वह पूर्णांक x है $\therefore$ $x^3 - x^2 = 48$
प्रश्न के चारों विकल्पों में चौथा विकल्प ही उपर्युक्त समीकरण को सन्तुष्ट करता है अर्थात $x = 4$ रखने पर समीकरण संतुष्ट होता है।
$\therefore$ पूर्णांक $= x = 4$

69. माना दोनों क्रमागत सम संख्याएं क्रमशः x तथा $(x + 2)$ हैं।
$\therefore$ $(x + 2)^2 - x^2 = 84$ अतः $x^2 + 4 + 4x - x^2 = 84$
$\therefore$ $4x = 80$ या $x = 20$ अतः दोनों सम संख्याएं $= 20, 22$
$\therefore$ दोनों सम संख्याओं का योग $= 20 + 22 = 42$

70. माना दोनों संख्याएं क्रमशः a तथा b हैं। अतः $a + b = 22$ और $a^2 + b^2 = 404$
$\therefore$ सूत्र $(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$ से – $22^2 = 404 + 2ab$
$\therefore$ $484 = 404 + 2ab$ अतः $2ab = 484 - 404 = 80$

$\therefore$ $ab = \frac{80}{2} = 40$

अतः दोनों संख्याओं का गुणनफल $= 40$

71. माना दोनों संख्याएं क्रमशः a तथा b हैं।

अतः $a^2 + b^2 = 80$ और $(a - b)^2 = 36$

अतः $80 - 2ab = 36$

अतः $ab = \frac{44}{2} = 22$

$\therefore$ $a^2 + b^2 - 2ab = 36$

$\therefore$ $2ab = 80 - 36 = 44$

$\therefore$ दोनों संख्याओं का गुणनफल $= 22$

72. Repeated Q.N. 71

73. माना वह संख्या x है। अतः $x + x^2 = 182$

$\therefore$ $x^2 + x - 182 = 0$ अतः $x^2 + 14x - 13x - 182 = 0$

$\therefore$ $(x + 14)(x - 13) = 0$ अतः $x + 14 \neq 0$ अतः $x - 13 = 0 \Rightarrow x = 13$

74. यदि दूसरी संख्या x हो तो– $x^2 + 25 = 386$

$x^2 = 386 - 25 = 361$ $x^2 = 19^2 \Rightarrow x = 19$

75. माना संख्याएं क्रमशः x तथा $(x + 3)$ हैं। अतः $x^2 + (x + 3)^2 = 369$

$\therefore$ $x^2 + x^2 + 9 + 6x = 369$ अतः $2x^2 + 6x = 360$

$\therefore$ $x^2 + 3x = 180$ अतः $x^2 + 3x - 180 = 0$

$\therefore$ $x^2 + 15x - 12x - 180 = 0$ अतः $(x + 15)(x - 12) = 0$

$\therefore$ $x + 15 \neq 0$ अतः $x - 12 = 0$ या $x = 12$

$\therefore$ संख्याएं $= x, x+3 = 12, 15$ अतः संख्याओं का योग $= 12 + 15 = 27$

76. चूंकि संख्याओं में अनुपात 1 : 2 : 3 हैं। अतः माना तीनों संख्याएं क्रमशः x, 2x, 3x हैं।

$\therefore$ $x^2 + 4x^2 + 9x^2 = 126$ अतः $14x^2 = 126$ या $x^2 = 9$ या $x = 3$

$\therefore$ संख्याएं $= x, 2x, 3x = 3, 6, 9$

77. यदि वह संख्या x हो तो $x^2 + x = 240$ या $x^2 + x - 240 = 0$

$\therefore$ $x^2 + 16x - 15x - 240 = 0$ अतः $(x + 16)(x - 15) = 0$

$\therefore$ $x + 16 \neq 0$ अतः $x - 15 = 0$ या $x = 15$

78. माना वह प्राकृत संख्या x है। $3x^2 - 4x = x + 50$

$\therefore$ $3x^2 - 5x - 50 = 0$ अतः $3x^2 - 15x + 10x - 50 = 0$

$\therefore$ $3x(x - 5) + 10(x - 5) = 0$ अतः $(x - 5)(3x + 10) = 0$

$\therefore$ $3x + 10 \neq 0$ अतः $x - 5 = 0$ या $x = 5$

79. 100 से कम वर्ग संख्या 81 है, जिसका वर्गमूल –9 और 9 होता है। जो –10 तथा 10 के बीच है।

80. माना दोनों संख्याएं क्रमशः x, y हैं। अतः $x \cdot y = 32$ और $\frac{x + y}{2} = 6$

$\therefore$ $x + y = 12$ अतः सूत्र $(x + y)^3 = x^3 + y^3 + 3xy(x + y)$ से –

$\therefore$ $12^3 = x^3 + y^3 + 3 \times 32 (12)$ अतः $1728 = x^3 + y^3 + 1152$

$\therefore$ $x^3 + y^3 = 1728 - 1152 = 576$ अतः संख्याओं के घनों का योग $= 576$

81. माना लड़कों की कुल संख्या x थी। अतः प्रत्येक लड़के द्वारा दिये गये सिक्कों की संख्या $= x$

$\therefore$ $x \cdot x \cdot 25 = 400 \times 100$ अतः $x \cdot x = 400 \times 4 = 4 \times 10 \times 10 \times 4$

$\therefore$ $x = 4 \times 10 = 40$ अतः लड़कों की संख्या $= 40$

82. यदि दो क्रमागत पूर्णांक x तथा x + 1 हों तो दोनों के वर्गों का अन्तर $= (x+1)^2 - x^2$

$= x^2 + 1 + 2x - x^2 = 1 + 2x = 1 + x + x = x + (x+1)$

= पहला पूर्णांक + दूसरा पूर्णांक = दोनों पूर्णांकों का योग

83. माना वह संख्या x है। अतः $x^2 + x = 240$

$\therefore x^2 + x - 240 = 0$ अतः $x^2 + 16x - 15x - 240 = 0$

$\therefore (x+16)(x-15) = 0$ अतः $x + 16 \neq 0$

अतः $x - 15 = 0$ या $x = 15$

84. $\sqrt{\sqrt[3]{0.004096}} = \sqrt{0.16} = 0.4$

85. $\sqrt[3]{P(p^2 + 3P + 3) + 1} = \sqrt[3]{p^3 + 3P^2 + 3P + 1}$

$= \sqrt[3]{P^3 + 1 + 3.1.P(P+1)} = \sqrt[3]{(P+1)^3} = P + 1 = 999 + 1 = 1000$

86. $\left(\sqrt[3]{3.5} + \sqrt[3]{2.5}\right)\left[\left(\sqrt[3]{3.5}\right)^2 - \sqrt[3]{8.75} + \left(\sqrt[3]{2.5}\right)^2\right]$

$= \left(\sqrt[3]{3.5} + \sqrt[3]{2.5}\right)\left[\left(\sqrt[3]{3.5}\right)^2 - \sqrt[3]{3.5}.\sqrt[3]{2.5} + \left(\sqrt[3]{2.5}\right)^2\right] = (a+b)(a^2 - a.b + b^2) = a^3 + b^3$

$= \left(\sqrt[3]{3.5}\right)^3 + \left(\sqrt[3]{2.5}\right)^3 = 3.5 + 2.5 = 6.0 = 6$

87. 175616 का घनमूल $= \sqrt[3]{175616} = 56$

$\therefore \sqrt[3]{175.616} + \sqrt[3]{0.175616} + \sqrt[3]{0.000175616} = 5.6 + 0.56 + 0.056 = 6.216$

88. $\sqrt[3]{\dfrac{72.9}{0.4096}} = \sqrt[3]{\dfrac{729}{4.096}} = \dfrac{9}{1.6} = 5.625$

89. $\dfrac{\sqrt[3]{8}}{\sqrt{16}} \div \sqrt{\dfrac{100}{49}} \times \sqrt[3]{125} = \dfrac{2}{4} \div \dfrac{10}{7} \times 5 = \dfrac{1}{2} \times \dfrac{7}{10} \times 5 = \dfrac{7}{4} = 1\dfrac{3}{4}$

90. $\sqrt{21 + \sqrt[3]{59 + \sqrt{16 + \sqrt[3]{722 + \sqrt{49}}}}} = \sqrt{21 + \sqrt[3]{59 + \sqrt{16 + \sqrt[3]{729}}}}$

$\sqrt{21 + \sqrt[3]{59 + \sqrt{16 + 9}}} = \sqrt{21 + \sqrt[3]{59 + 5}} = \sqrt{21 + \sqrt[3]{64}} = \sqrt{21 + 4} = \sqrt{25} = 5$

91. माना वह संख्या x है। अतः $x^2 - 33^3 = 5272$

$\therefore x^2 - 35937 = 5272 \Rightarrow x^2 = 41209 \Rightarrow x = 203$

92. माना वह संख्या x है। अतः $x^3 + (150)^2 = 77372$

$\therefore x^3 + 22500 = 77382 \Rightarrow x^3 = 54872 \therefore x = \sqrt[3]{54872} = 38$

93. माना वह संख्या x है। तब $x^2 - (20)^3 = 4321$

$\therefore x^2 - 8000 = 4321$ या $x^2 = 12321 = 111^2$ अतः $x = 111$

94. $\sqrt[3]{10648} \times \sqrt[3]{5832} = \sqrt[3]{2.2.2.11.11.11} \times \sqrt[3]{2.2.2.9.9.9}$

$= 2 \times 11 \times 2 \times 9 = 396$

95. $\sqrt[3]{1 - \dfrac{91}{216}} = \sqrt[3]{\dfrac{216 - 91}{216}} = \sqrt[3]{\dfrac{125}{216}} = \sqrt[3]{\dfrac{5.5.5}{6.6.6}} = \dfrac{5}{6}$