

प्रतिशत्ता (Percentage)

□ प्रतिशत का शाब्दिक अर्थ प्रत्येक सैकड़ा या सौवां भाग होता है। अर्थात् प्रतिशत एक भिन्न है जिसका हर हमेशा 100 होता है। भिन्न का अंश प्रतिशत की दर कहलाता है। इसे सामान्यतः % चिह्न द्वारा दर्शाया जाता है।

उदाहरणस्वरूप, 20 प्रतिशत का अर्थ होता है कि किसी वस्तु का 100 बराबर भाग करके 20 भाग लेना।

यदि कोई व्यक्ति अपनी आय का 50 प्रतिशत बचाता है तो इसका अर्थ है कि वह अपने प्रत्येक 100 रु. पर 50 रु. बचाता है। यदि व्यक्ति की

आय 1000 रु. है तो वह $1000 \times \frac{50}{100} = 500$ रु. बचाता है।

● प्रतिशत का भिन्न में परिवर्तन

⇒ उदाहरणार्थ प्रश्न देखें-

प्रश्न : 50 प्रतिशत के बराबर भिन्न का मान कितना होगा?

$$\text{हल : } 50\% = \frac{50}{100} \Rightarrow \frac{1}{2}$$

अतः प्रतिशत को भिन्न में बदलने के लिए 100 से भाग देकर प्रतिशत चिह्न हटा लिया जाता है।

प्रश्न : $\frac{1}{4}$ को प्रतिशत में बदलें।

$$\text{हल : } \frac{1}{4} = \frac{1}{4} \times 100 \% \Rightarrow 25\%$$

● भिन्न को प्रतिशत में बदलने के लिए 100 से गुणा करके प्रतिशत का चिह्न लगाते हैं।

⇒ उदाहरणार्थ प्रश्न देखें-

प्रश्न : 520 का 75% कितना होगा?

$$\text{हल : } 520 \text{ का } 75\% = 520 \times \frac{75}{100} \Rightarrow 390$$

प्रश्न : 70, 280 का कितना प्रतिशत है?

$$\text{हल : } x, y \text{ का } \frac{x \times 100}{y}\% \text{ होगा।}$$

$$\text{इसलिए } 70, 280 \text{ का } \% = \frac{70 \times 100}{280} \Rightarrow 25\%$$

प्रश्न : एक आदमी की आय 6500 रु. से बढ़कर 7800 रु. हो जाती है। आदमी की आय में कितने प्रतिशत की वृद्धि हुई?

$$\text{हल : प्रतिशत वृद्धि} = \frac{\text{वृद्धि}}{\text{आरंभिक मान}} \times 100$$

$$\text{आय में वृद्धि} = (7800 - 6500) \\ = 1300\text{रु.}$$

$$\text{आय में प्रतिशत वृद्धि} = \frac{1300}{6500} \times 100\% \Rightarrow 20\%$$

अतः आदमी की आय में 20% की वृद्धि हुई।

प्रश्न : रमेश के घर का किराया 2000 रु. से घटकर 1500 रु. हो जाता है। घर के किराये में प्रतिशत कमी कितनी हुई?

$$\text{हल : प्रतिशत कमी} = \frac{\text{कमी}}{\text{आरंभिक मान}} \times 100$$

$$\text{किराये में कमी} = (2000 - 1500) \text{ रु.}$$

$$= 500 \text{ रु.}$$

$$\text{प्रतिशत कमी} = \frac{500}{2000} \times 100\% \Rightarrow 25\%$$

अतः रमेश के घर के किराये में 25% की कमी हुई।

● यदि A की आय B की आय से x प्रतिशत अधिक है, तो B की आय

$$A \text{ से } \frac{x \times 100}{100+x} \text{ प्रतिशत कम होगी।}$$

⇒ उदाहरणार्थ प्रश्न देखें-

प्रश्न : राम की आय श्याम की आय से 45% अधिक है तो श्याम की आय राम की आय से कितने प्रतिशत कम है?

$$\text{हल : अभीष्ट प्रतिशत} = \frac{45}{(100+45)} \times 100$$

$$= \frac{4500}{145} = 31.03\%$$

अतः श्याम की आय राम की आय से 31.03% कम होगी।

● इसी प्रकार यदि A की आय B की आय से x प्रतिशत कम है, तो B

$$\text{की आय A से } \frac{x \times 100}{100-x} \text{ प्रतिशत अधिक होगी।}$$

⇒ उदाहरणार्थ प्रश्न देखें-

प्रश्न : यदि चीनी के मूल्य में 20% की बढ़ोतारी करने पर बिक्री में 25% कमी हो जाती है, तो चीनी से आय में कितने प्रतिशत की वृद्धि या कमी होगी?

हल : यदि किसी वस्तु के मूल्य में $x\%$ की वृद्धि तथा उसके बाद $y\%$

$$\text{की कमी की जाए तो प्रतिशत परिवर्तन} = x - y - \frac{xy}{100}$$

$$\begin{cases} \text{धनात्मक तो वृद्धि} \\ \text{ऋणात्मक तो कमी} \end{cases}$$

$$= 20 - 25 - \frac{20 \times 25}{100}$$

$$= -5 - 5 \Rightarrow -10$$

अतः आय में 10% की कमी होगी।

महत्वपूर्ण तथ्य

(i) यदि किसी वस्तु के मूल्य में $x\%$ की वृद्धि के बाद पुनः $y\%$ की वृद्धि की जाती है, तो वस्तु के मूल्य में कुल वृद्धि

$$\left(x + y + \frac{xy}{100} \right)\% \text{ की होगी।}$$

(ii) यदि $x\%$ की कमी के बाद पुनः $y\%$ की कमी की जाती है तो वस्तु के मूल्य में कुल प्रतिशत कमी $\left(-x - y + \frac{xy}{100} \right)\%$ होगी।

(iii) यदि किसी वस्तु के मूल्य में $x\%$ कमी के बाद $x\%$ की वृद्धि की जाती है या $x\%$ की वृद्धि के बाद $x\%$ की कमी की जाती है तो वस्तु के मूल्य में हमेशा $\frac{x^2}{100}\%$ की कमी होगी।

☞ उदाहरणार्थ प्रश्न देखें-

प्रश्न : यदि पेट्रोल के दाम में 10% की वृद्धि होने के कारण पेट्रोल की बिक्री में 10% की कमी दर्ज की गई तो पेट्रोल से आय में कितने प्रतिशत की कमी या वृद्धि हुई?

$$\text{हल : पेट्रोल के दाम में प्रतिशत कमी या वृद्धि} = \frac{x^2}{100}\%$$

$$= \frac{10^2}{100}\% = 1\%$$

(नोट : इस प्रकार की प्रक्रिया में हमेशा हानि होती है)

प्रश्न : चीनी के मूल्य में 25% की कमी होने पर खर्च में कितने प्रतिशत की वृद्धि की जाए की खर्च अपरिवर्तित रहे?

हल : माना कि चीनी पर कुल खर्च = 100 रु.

25% की कमी होने पर खर्च = 75 रु.

अब खर्च में वृद्धि = 25 रु.

अतः, 75 रु. में 25 रु. की वृद्धि करनी पड़ेगी।

$$\therefore 1 \text{ रु. में } \frac{25}{75} \text{ रु. की वृद्धि करनी पड़ेगी।}$$

$$\therefore 100 \text{ रु. में } 100 \times \frac{25}{75} = 33 \frac{1}{3} \text{ रु. की वृद्धि करनी पड़ेगी।}$$

$\therefore 100 \text{ रु. पर वृद्धि ही प्रतिशत वृद्धि कहलाती है।}$

\therefore खर्च में $33 \frac{1}{3}\%$ की वृद्धि करनी होगी जिससे खर्च अपरिवर्तित रहेगा।

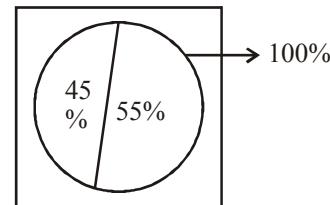
द्वितीय विधि-

$$\text{किसी वस्तु के मूल्य में } x\% \text{ की कमी होने पर} \frac{x \times 100}{100-x} \text{ प्रतिशत की वृद्धि करने पर खर्च अपरिवर्तित रहेगा।}$$

$$= \frac{25}{(100-25)} \times 100 = 33 \frac{1}{3}\%$$

प्रश्न : एक चुनाव में दो उम्मीदवार चुनाव लड़े। एक उम्मीदवार कुल मतों का 45 प्रतिशत पाया तथा 1200 मतों से हार गया। तो मतदान में कुल कितने मतदाता थे ?

हल :



यदि एक मतदाता 45% मत पाया तो दूसरा $(100-45)\% = 55\%$ मत प्राप्त किया।

\therefore दोनों उम्मीदवारों के मतों का प्रतिशत अंतर $= 55 - 45 = 10\%$
इसी 10% मत से उम्मीदवार हारा है।

$$\therefore 10\% = 1200 \text{ मत}$$

$$\therefore 100\% = \frac{1200}{10} \times 100 \text{ मत}$$

$$= 12000 \text{ मत}$$

अतः कुल मतदाताओं की संख्या = 12000

प्रश्न : एक परीक्षा में उत्तीर्ण होने के लिए 40% अंक प्राप्त करने पड़ते हैं। विजय ने 30% अंक प्राप्त किए तथा वह 36 अंक से अनुत्तीर्ण हो गया। कुल पूर्णांक कितना था?

हल : माना परीक्षा का पूर्णांक = x अंक

प्रश्नानुसार

$$x \text{ का } 30\% + 36 = x \text{ का } 40\%$$

$$x \text{ का } 40\% - x \text{ का } 30\% = 36$$

$$x \text{ का } (40\% - 30\%) = 36$$

$$x \text{ का } 10\% = 36$$

$$x \times \frac{10}{100} = 36 \Rightarrow x = 36 \times 10 = 360 \text{ अंक}$$

अतः परीक्षा का पूर्णांक 360 अंक था।

प्रश्न : आधा प्रतिशत को दशमलव भिन्न में कैसे व्यक्त किया जा सकता है?

हल : आधा प्रतिशत = 0.5%

$$\frac{5}{10} \times \frac{1}{100} = \frac{1}{200}$$

$$= 0.005$$

परीक्षोपयोगी प्रश्न

उत्तर—(a)

$$\therefore 320 \times \frac{10}{100} + x = 230 \times \frac{30}{100}$$

$$32 + x = 69$$

$$x = 69 - 32 \Rightarrow 37$$

उत्तर—(b)

$$\begin{aligned}
 & \text{मोटरबाइक की वर्तमान कीमत} \\
 & = 62500 \times \left(\frac{100-4}{100} \right) \times \left(\frac{100-4}{100} \right) \\
 & = 625 \times \frac{96 \times 96}{100} \Rightarrow 57600 \text{ रुपये}
 \end{aligned}$$

उत्तर-(d)

$$\begin{aligned}
 & \text{माना पहले विद्यार्थी द्वारा प्राप्त अंक} = x \\
 & \therefore \text{दूसरे विद्यार्थी द्वारा प्राप्त अंक} = x - 12 \\
 & \text{प्रश्नानुसार} \\
 & x = (x + x - 12) \times 60\% \\
 & x = (2x - 12) \times \frac{60}{100} \\
 & 100x = 120x - 720 \\
 & (120 - 100)x = 720 \\
 & 20x = 720 \\
 & x = 36
 \end{aligned}$$

$$\therefore \text{दूसरे विद्यार्थी द्वारा प्राप्त अंक} = x - 12 \\ = 36 - 12 = 24$$

अतः दोनों विद्यार्थियों के अंक ऋमशः 36 तथा 24 हैं।

अतः दोनों विद्यार्थियों के अंक क्रमशः 36 तथा 24 हैं।

उत्तर—(a)

$$100 \text{ 百 } \frac{3}{4} = 75$$

$$100 \text{ 百 } \frac{3}{4}\% = 100 \times \frac{3}{4}$$

$$= 100 \times \frac{3}{400} \Rightarrow \frac{3}{4}$$

प्रश्नानुसार

$$75 = \frac{3}{4} + 75 \times \frac{x}{100}$$

$$75 = \frac{75 + 75x}{100}$$

$$7500 = 75 + 75x$$

$$75x = 7425$$

$$x = \frac{7425}{75} \Rightarrow x = 99$$

उत्तर—(c)

$$\begin{aligned}
 & \text{माना जनसंख्या मूलरूप से } x \text{ थी।} \\
 & \text{प्रश्नानुसार} \\
 & x \times \frac{(100 - 5)}{100} - \frac{95x}{100} \times \frac{20}{100} = 4655 \\
 & \frac{95x}{100} - \frac{19x}{20} \times \frac{20}{100} = 4655 \\
 & \frac{x \times 95}{100} - \frac{19x}{100} = 4655 \\
 & \frac{95x - 19x}{100} = 4655 \\
 & 76x = 4655 \times 100 \\
 & x = \frac{4655 \times 100}{76} \Rightarrow 6125
 \end{aligned}$$

अतः गांत की जनसंख्या मलारा से 6125 थी।

प्रश्नानुसार

$$90 \text{ का } 83\frac{1}{3}\% = x \text{ का } 60\%$$

$$90 \times \frac{250}{3 \times 100} = \frac{x \times 60}{100}$$

$$75 = \frac{6x}{10}$$

$$\therefore x = \frac{75 \times 10}{6} \Rightarrow 125 \text{ रुपये}$$

7. एक कंपनी की आय 20% प्रतिवर्ष बढ़ जाती है। यदि इसकी आय वर्ष 2012 में रु. 26,64,000 थी, तो वर्ष 2010 में कितनी थी?
- (a) रु. 28,20,000 (b) रु. 28,55,000
 (c) रु. 18,50,000 (d) रु. 21,20,000

उत्तर-(c)

कंपनी की वर्ष 2012 में आय = 26,64,000

$\therefore 20\%$ की वृद्धि प्रतिवर्ष होती है।

$$\therefore \text{दो वर्ष पूर्व आय} = \frac{26,64,000}{\left(1 + \frac{20}{100}\right)^2}$$

$$= \frac{2664000 \times 100 \times 100}{120 \times 120} = 1850000 \text{ रु.}$$

8. एक स्कूटर की वर्तमान कीमत रु. 7,290 है। यदि उसका प्रतिवर्ष 10% मूल्य ह्रास होता है, तो 3 वर्ष पहले उसका मूल्य क्या था?
- (a) रु. 8,000 (b) रु. 10,000
 (c) रु. 11,500 (d) रु. 10,500

उत्तर-(b)

माना स्कूटर की प्रारंभिक कीमत x रु. है।

$$x = \frac{7290}{\left(1 - \frac{10}{100}\right)^3}$$

$$= \frac{7290}{\left(\frac{9}{10}\right)^3} = \frac{7290 \times 1000}{729} = 10,000$$

अतः 3 वर्ष पूर्व उसका मूल्य 10,000 रु. था।

9. एक गांव में 30% लोग शिक्षित हैं। यदि गांव की कुल जनसंख्या 6,600 हो, तो उसमें अशिक्षित लोगों की संख्या बताएं।
- (a) 1980 (b) 4620 (c) 2200 (d) 3280

उत्तर-(b)

गांव में शिक्षित लोगों का प्रतिशत = 30

\therefore अशिक्षित लोगों का प्रतिशत = $100 - 30 \Rightarrow 70\%$

$$\therefore \text{अशिक्षित लोगों की संख्या} = 6600 \times \frac{70}{100} \Rightarrow 4620$$

10. A और B का मासिक वेतन मिलाकर रु. 40,000 है। A अपने वेतन का 85% खर्च करता है और B अपने वेतन का 95% खर्च करता है। अब यदि उनकी बचत बराबर है, तो A का वेतन रु. में कितना है?

- (a) रु. 10,000 (b) रु. 12,000
 (c) रु. 16,000 (d) रु. 18,000

उत्तर-(a)

माना A का वेतन = x

$\therefore B$ का वेतन = $(40000 - x)$

\therefore प्रश्नानुसार

$$x \times \left(\frac{100-85}{100}\right) = (40000 - x) \times \left(\frac{100-95}{100}\right)$$

$$15x = (40000 - x) \times 5$$

$$3x + x = 40000$$

$$4x = 40000$$

$$x = 10000 \text{ रुपये}$$

अतः A का वेतन = 10000 रुपये

11. चीनी के मूल्य में 20% कमी होने पर खरीददार रु. 160 में 8 किग्रा. अधिक चीनी खरीद सकता है। कमी होने से पहले चीनी का प्रति किग्रा. मूल्य क्या था?

- (a) रु. 5 (b) रु. 10 (c) रु. 4 (d) रु. 6

उत्तर-(a)

माना कमी होने से पहले चीनी का प्रति किग्रा. मूल्य = x

प्रश्नानुसार

$$\frac{160}{x \times \left(\frac{100-20}{100}\right)} - \frac{160}{x} = 8$$

$$\frac{160}{\frac{4x}{5}} - \frac{160}{x} = 8$$

$$\frac{160 \times 5 - 160 \times 4}{4x} = 8$$

$$160 \times (5-4) = 32x$$

$$\therefore x = \frac{160}{32} \Rightarrow 5 \text{ रुपये}$$

अतः कमी होने से पहले चीनी का मूल्य 5 रुपये प्रति किग्रा. था।

12. एक नगर में 1000 निवासियों में से 60% पुरुष हैं जिनमें से 20% साक्षर हैं। यदि सभी निवासियों में 25% साक्षर हैं, तो नगर में कितने प्रतिशत महिलाएं साक्षर हैं?

- (a) 27.5 (b) 37.5 (c) 22.5 (d) 32.5

उत्तर-(d)

