ਅਧਿਆਇ
1

ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ

ਸਿੱਖਣ ਉਦੇਸ਼

ਇਸ ਅਧਿਆਇ ਵਿੱਚ ਤੁਸੀਂ :

- *ਸੰਖਿਆ ਪ੍ਰਣਾਲੀ ਬਾਰੇ ਜਾਣੋਗੇ।*
- *ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ 'ਤੇ ਅਲੱਗ-2 ਕਿਰਿਆਵਾਂ ਜਿਵੇਂ ਜੋੜ, ਘਟਾਉ, ਗੁਣਾ, ਵੰਡ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰੋਗੇ।*
- *ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਅਲੱਗ-2 ਕਿਰਿਆਵਾਂ ਦੇ ਗੁਣਾਂ ਬਾਰੇ ਜਾਣੋਗੇ।*

1.1 ਭੂਮਿਕਾ (Introduction)

ਪਿਛਲੀਆਂ ਜਮਾਤਾਂ ਵਿੱਚ, ਅਸੀਂ ਕੁਦਰਤੀ ਸੰਖਿਆਵਾਂ (Natural numbers) ਜਿਵੇਂ-1, 2, 3, 4, ... ਬਾਰੇ ਪੜ੍ਹਿਆ ਹੈ। ਕੁਦਰਤੀ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਵਿੱਚ ਸਿਫਰ (0) ਨੂੰ ਸ਼ਾਮਿਲ ਕਰਕੇ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ (Whole number) 0, 1, 2, 3, ... ਬਣਦੀਆਂ ਹਨ। ਜਦੋਂ ਕੁਦਰਤੀ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਰਿਣਾਤਮਕ ਅਤੇ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਇਕੱਠਾ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਉਹਨਾਂ ਨੂੰ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ (Integers) ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ। ਜਿਵੇਂ ਕਿ .... –4, –3, –2, –1, 0, 1, 2, 3, ...

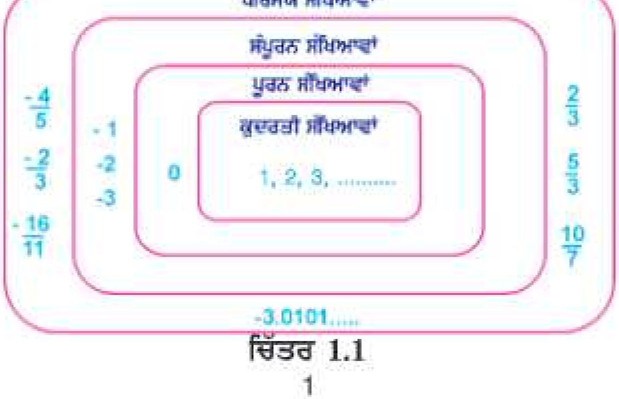
ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ 'ਤੇ ਅਲੱਗ-ਅਲੱਗ ਕਿਰਿਆਵਾਂ : ਜੋੜ, ਘਟਾਉ, ਗੁਣਾ ਅਤੇ ਵੰਡ ਦੇ ਗੁਣਾ ਨੂੰ ਅਸੀਂ ਪਿਛਲੀਆਂ ਜਮਾਤਾਂ ਵਿੱਚ ਪੜ੍ਹ ਚੁੱਕੇ ਹਾਂ। ਉੱਥੇ ਅਸੀਂ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ (Rational Numbers) ਦੇ ਸੰਕਲਪ, ਅਤੇ ਉਹਨਾਂ ਉੱਪਰ ਮੂਲ ਕਿਰਿਆਵਾਂ ਬਾਰੇ ਪੜ੍ਹਿਆ ਸੀ। ਇਸ ਅਧਿਆਇ ਵਿੱਚ, ਅਸੀਂ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਉੱਪਰ ਮੂਲ ਕਿਰਿਆਵਾਂ ਦੇ ਵੱਖ-2 ਗੁਣਾਂ ਨੂੰ ਸਿੱਖਾਂਗੇ।

ਆਉ ਪਹਿਲਾਂ ਅਸੀਂ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਦੁਹਰਾਈ ਕਰੀਏ।

1.2 ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ (Rational Numbers)

ਉਹ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਜੋ $\frac{p}{q}$ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਹੋਣ ਜਾਂ $\frac{p}{q}$ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਈਆਂ ਜਾ ਸਕਦੀਆਂ ਹੋਣ, ਜਿੱਥੇ p ਅਤੇ q ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ ਅਤੇ $q \neq 0$, ਜਿੱਥੇ p, q ਸਹਿ-ਅਭਾਜ ਹਨ, ਉਹਨਾਂ ਨੂੰ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ ਜਿਵੇਂ $\frac{-2}{5}, \frac{10}{7}, \frac{-3}{8}, -3, 0$ ਆਦਿ।

- ਸਾਰੀਆਂ ਕੁਦਰਤੀ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ।
- ਸਾਰੀਆਂ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ।
- ਸਾਰੀਆਂ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ।



ਚਿੱਤਰ 1.1

1.2.1 ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਜੋੜ (Addition of Rational Numbers)

ਪਿਛਲੀ ਜਮਾਤ ਵਿੱਚ, ਅਸੀਂ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਜੋੜ ਬਾਰੇ ਪੜ੍ਹਿਆ ਸੀ। ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਜਦੋਂ ਦੋ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਜੋੜਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਪਹਿਲਾਂ ਅਸੀਂ ਉਹਨਾਂ ਨੂੰ ਇੱਕੋ ਧਨਾਤਮਕ ਹਰ ਵਿੱਚ ਬਦਲਦੇ ਹਾਂ (ਲਘੂਤਮ (LCM) ਲੈ ਕੇ) ਅਤੇ ਫਿਰ ਅਸੀਂ ਉਹਨਾਂ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।

ਆਓ ਕੁਝ ਉਦਾਹਰਨਾਂ ਹੱਲ ਕਰੀਏ।

ਉਦਾਹਰਨ 1.1 ਹੇਠਾਂ ਲਿਖਿਆਂ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰੋ।

(i) $\frac{2}{7}+\frac{3}{7}$ (ii) $\frac{5}{9}+\left(\frac{-1}{9}\right)$ (iii) $\frac{-3}{11}+\frac{6}{11}$

(iv) $\frac{5}{-11}+\frac{7}{11}$ (v) $\frac{-4}{11}+\frac{-3}{11}$

ਹੱਲ : **(i)** $\frac{2}{7}+\frac{3}{7} = \frac{2+3}{7} = \frac{5}{7}$

(ii) $\frac{5}{9}+\left(\frac{-1}{9}\right) = \frac{5}{9}-\frac{1}{9} = \frac{5-1}{9} = \frac{4}{9}$

(iii) $\frac{-3}{11}+\frac{6}{11} = \frac{-3+6}{11} = \frac{3}{11}$

(iv) $\frac{5}{-11}+\frac{7}{11} = \frac{-5}{11}+\frac{7}{11}$

$= \frac{-5+7}{11} = \frac{2}{11}$

(v) $\frac{-4}{11}+\frac{-3}{11} = \frac{-4}{11}-\frac{3}{11}$

$= \frac{-4-3}{11} = \frac{-7}{11}$

ਉਦਾਹਰਨ 1.2 ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰੋ :

(i) $\frac{5}{12}+\frac{3}{4}$ (ii) $\frac{-3}{8}+\frac{5}{6}$ (iii) $\frac{3}{10}+\frac{-2}{5}$

(iv) $\frac{-5}{8}+\frac{-7}{12}$ (v) $\frac{-7}{15}+\frac{-3}{20}$

ਹੱਲ : ਇਹਨਾਂ ਸਵਾਲਾਂ ਵਿੱਚ, ਸਭ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਅਸੀਂ ਹਰਾਂ ਦਾ ਲਘੂਤਮ ਲੈ ਕੇ, ਉਹਨਾਂ ਨੂੰ ਬਰਾਬਰ ਕਰਾਂਗੇ।

(i) $\frac{5}{12}+\frac{3}{4}$

ਅਸੀਂ $\frac{5}{12}$ ਅਤੇ $\frac{3}{4}$ ਨੂੰ, ਇਹਨਾ ਦੇ ਹਰਾਂ ਦਾ ਲ.ਸ.ਵ. ਲੈ ਕੇ, ਉਹਨਾਂ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਵਿੱਚ ਬਦਲਾਂਗੇ ਜਿੰਨ੍ਹਾਂ ਦਾ ਹਰ ਬਰਾਬਰ ਹੋਵੇ।

ਹਰ 12 ਅਤੇ 4 ਦਾ ਲ. ਸ. ਵ.

2	12, 4
2	6, 2
	3, 1

12 ਅਤੇ 4 ਦਾ ਲ.ਸ.ਵ. $2\times2\times3=12$

ਇੱਥੇ, $\frac{3}{4} = \frac{3\times3}{4\times3} = \frac{9}{12}$

$\frac{5}{12}+\frac{3}{4} = \frac{5}{12}+\frac{9}{12}$

$= \frac{5+9}{12}$

$= \frac{14}{12}$ (14 ਅਤੇ 12 ਕੱਟ ਕੇ 7 ਅਤੇ 6)

$= \frac{7}{6}$

ਜਾਂ $\frac{5}{12}+\frac{3}{4} = \frac{(5\times1)+(3\times3)}{12}$

$12\div12=1$

$12\div4=3$

$= \frac{5+9}{12}$

$= \frac{14}{12}$

$= \frac{7}{6}$

(ii) $\frac{-3}{8}+\frac{5}{6}$

ਹੁਣ, ਅਸੀਂ $\frac{-3}{8}$ ਅਤੇ $\frac{5}{6}$ ਨੂੰ, ਇਹਨਾਂ ਦੇ ਹਰਾਂ ਦਾ ਲ.ਸ.ਵ. ਲੈ ਕੇ, ਉਹਨਾਂ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਵਿੱਚ ਬਦਲਾਂਗੇ ਜਿੰਨ੍ਹਾਂ ਦਾ ਹਰ ਬਰਾਬਰ ਹੋਵੇ।

ਹਰ 8 ਅਤੇ 6 ਦਾ ਲ. ਸ. ਵ.

2	8, 6
2	4, 3
	2, 3

8 ਅਤੇ 6 ਦਾ ਲ. ਸ. ਵ. $=2\times2\times2\times3=24$

ਇੱਥੇ, $\frac{-3}{8}=\frac{-3\times3}{8\times3}=\frac{-9}{24}$

ਅਤੇ $\frac{5}{6}=\frac{5\times 4}{6\times 4}=\frac{20}{24}$

$$\therefore \quad \frac{-3}{8}+\frac{5}{6} = \frac{-9}{24}+\frac{20}{24}$$

$$= \frac{-9+20}{24}$$

$$= \frac{11}{24}$$

ਜਾਂ

$$\frac{-3}{8}+\frac{5}{6} = \frac{(-3\times 3)+(5\times 4)}{24}$$

$$= \frac{-9+20}{24}$$

$$= \frac{11}{24}$$

$24 \div 8 = 3$

$24 \div 6 = 4$

(iii) $\frac{3}{10}+\frac{-2}{5}$

ਹੁਣ ਅਸੀਂ $\frac{3}{10}$ ਅਤੇ $\frac{-2}{5}$ ਨੂੰ, ਇਹਨਾਂ ਦੇ ਹਰਾਂ ਲ.ਸ.ਵ. ਲੈ ਕੇ, ਉਹਨਾਂ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਵਿੱਚ ਬਦਲਾਂਗੇ ਜਿੰਨ੍ਹਾਂ ਦਾ ਹਰ ਬਰਾਬਰ ਹੋਵੇ।

ਹਰ 10 ਅਤੇ 5 ਦਾ ਲ. ਸ. ਵ.

5	10, 5
	2, 1

10 ਅਤੇ 5 ਦਾ ਲ. ਸ. ਵ. $= 5 \times 2 = 10$

ਇੱਥੇ, $\frac{-2}{5}=\frac{-2\times 2}{5\times 2}=\frac{-4}{10}$

$$\frac{3}{10}+\frac{-2}{5}=\frac{3}{10}+\frac{-4}{10}$$

$$=\frac{3}{10}-\frac{4}{10}$$

$$=\frac{3-4}{10}$$

$$=\frac{-1}{10}$$

ਜਾਂ

$$\frac{3}{10}+\frac{-2}{5}=\frac{(3\times 1)+(-2\times 2)}{10}$$

$$=\frac{3+(-4)}{10}$$

$$=\frac{3-4}{10}$$

$$=\frac{-1}{10}$$

(iv) $\frac{-5}{8}+\frac{-7}{12}$

ਹੁਣ ਅਸੀਂ $\frac{-5}{8}$ ਅਤੇ $\frac{-7}{12}$ ਨੂੰ, ਇਹਨਾਂ ਦੇ ਹਰਾਂ ਦਾ ਲ.ਸ.ਵ. ਲੈ ਕੇ, ਉਹਨਾਂ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਵਿੱਚ ਬਦਲਾਂਗੇ ਜਿੰਨਾਂ ਦਾ ਹਰ ਬਰਾਬਰ ਹੋਵੇ।

ਹਰ 8 ਅਤੇ 12 ਦਾ ਲ. ਸ. ਵ.

2	8, 12
2	4, 6
	2, 3

8 ਅਤੇ 12 ਦਾ ਲ. ਸ. ਵ. $= 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 24$

$$\frac{-5}{8}=\frac{-5\times3}{8\times3}=\frac{-15}{24}$$

$$\frac{-7}{12}=\frac{-7\times2}{12\times2}=\frac{-14}{24}$$

$$\therefore\quad \frac{-5}{8}+\frac{-7}{12}=\frac{-15}{24}+\frac{-14}{24}$$

$$=\frac{(-15)+(-14)}{24}$$

$$=\frac{-15-14}{24}$$

$$=\frac{-29}{24}$$

ਜਾਂ $\frac{-5}{8}+\frac{-7}{12}=\frac{-5}{8}+\frac{-7}{12}$

$$=\frac{(-5\times3)+(-7\times2)}{24}$$

$$=\frac{-15-14}{24}$$

$$=\frac{-29}{24}$$

(iv) $\frac{-7}{15}+\frac{-3}{20}$

ਹੁਣ ਅਸੀਂ $\frac{-7}{15}$ ਅਤੇ $\frac{-3}{20}$ ਨੂੰ, ਇਹਨਾਂ ਦੇ ਹਰਾਂ ਦਾ ਲ.ਸ.ਵ. ਲੈ ਕੇ, ਉਹਨਾਂ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਵਿੱਚ ਬਦਲਾਂਗੇ, ਜਿੰਨਾਂ ਦਾ ਹਰ ਬਰਾਬਰ ਹੋਵੇ।

ਹਰ 15 ਅਤੇ 20 ਦਾ ਲ. ਸ. ਵ.

5	15, 20
	3, 4

15 ਅਤੇ 20 ਦਾ ਲ. ਸ. ਵ. $= 5 \times 3 \times 4 = 60$

ਇੱਥੇ, $\frac{-7}{15}=\frac{-7\times4}{15\times4}=\frac{-28}{60}$

ਅਤੇ $\frac{-3}{20}=\frac{-3\times3}{20\times3}=\frac{-9}{60}$

$$\therefore\quad \frac{-7}{15}+\frac{-3}{20}=\frac{-28}{60}+\frac{-9}{60}$$

$$=\frac{-28+(-9)}{60}$$

$$=\frac{-28-9}{60}$$

$$=\frac{-37}{60}$$

ਜਾਂ $\frac{-7}{15}+\frac{-3}{20}=\frac{(-7\times4)+(-3\times3)}{60}$

$$=\frac{-28-9}{60}$$

$$=\frac{-37}{60}$$

1.2.2 ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਜੋੜ ਦੇ ਗੁਣ : (Properties of Addition of Rational Numbers) :

ਇਸ ਭਾਗ ਵਿੱਚ, ਅਸੀਂ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਜੋੜ ਦੇ ਕੁੱਝ ਮੂਲ ਗੁਣਾਂ ਬਾਰੇ ਸਿੱਖਾਂਗੇ। ਇਹ ਗੁਣ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਜੋੜ ਦੇ ਗੁਣਾਂ ਵਰਗੇ ਹਨ, ਜੋ ਅਸੀਂ ਪਿਛਲੀਆਂ ਜਮਾਤਾਂ ਵਿੱਚ ਸਿੱਖ ਚੁੱਕੇ ਹਾਂ।

- **ਬੰਦ ਗੁਣ (Closure Property)** : ਦੋ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਜੋੜ ਹਮੇਸ਼ਾਂ ਇੱਕ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਉਦਾਹਰਨ ਵਜੋਂ, ਜੇ $\frac{a}{b}$ ਅਤੇ $\frac{c}{d}$ ਦੋ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ ਤਾਂ $\frac{a}{b}+\frac{c}{d}$ ਵੀ ਇੱਕ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਹੈ।

  ਉਦਾਹਰਨ ਲਈ :

  (i) $\frac{-2}{3}+\frac{4}{5}=\frac{-10+12}{15}=\frac{2}{15}$, ਜੋ ਇੱਕ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਹੈ।

  (ii) $\frac{5}{8}+\frac{-3}{4}=\frac{5+(-6)}{8}=\frac{5-6}{8}=\frac{-1}{8}$, ਜੋ ਇੱਕ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਹੈ।

- **ਕ੍ਰਮ ਵਟਾਂਦਰਾ ਗੁਣ (Commutative Peroperty)** : ਦੋ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਕਿਸੇ ਵੀ ਕ੍ਰਮ ਵਿੱਚ ਜੋੜਨ 'ਤੇ ਇੱਕੋ ਉੱਤਰ ਆਉਂਦਾ ਹੈ, ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਕਹਿੰਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਜੋੜ ਕ੍ਰਮ ਵਟਾਂਦਰਾ ਵਿੱਚ ਹੈ।

  ਜੇ $\frac{a}{b}$ ਅਤੇ $\frac{c}{d}$ ਦੋ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ ਤਾਂ $\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{c}{d}+\frac{a}{b}$

  ਉਦਾਹਰਨ ਵਜੋਂ, ਜੇਕਰ $\frac{-3}{8}$ ਅਤੇ $\frac{5}{6}$ ਦੋ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ ਤਾਂ

  $$\frac{-3}{8}+\frac{5}{6}=\frac{-9+20}{24}=\frac{11}{24}$$

  ਅਤੇ $\frac{5}{6}+\left(\frac{-3}{8}\right)=\frac{20+(-9)}{24}=\frac{20-9}{24}=\frac{11}{24}$

  $$\frac{-3}{8}+\frac{5}{6}=\frac{5}{6}+\left(\frac{-3}{8}\right)$$

- **ਸਹਿਚਾਰਤਾ ਗੁਣ (Associative Property)** : ਜਦੋਂ ਤਿੰਨ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਪਹਿਲੀਆਂ ਦੋ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਜੋੜ ਕੇ, ਫਿਰ ਤੀਸਰੀ ਜੋੜੀ ਜਾਵੇ ਅਤੇ ਦੂਸਰੀ ਤੇ ਤੀਸਰੀ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਜੋੜ ਕੇ ਫਿਰ ਪਹਿਲੀ ਜੋੜੀ ਜਾਵੇ ਤਾਂ ਦੋਵੇਂ ਸਥਿਤੀਆਂ ਵਿੱਚ ਉੱਤਰ ਇੱਕੋ ਹੋਵੇਗਾ ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਕਹਿੰਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਜੋੜ ਸਹਿਚਰ ਹੈ।

  ਜੇ $\frac{a}{b},\frac{c}{d}$ ਅਤੇ $\frac{e}{f}$ (b, d ਅਤੇ $f \neq 0$) ਤਾਂ $\left(\frac{a}{b}+\frac{c}{d}\right)+\frac{e}{f}=\frac{a}{b}+\left(\frac{c}{d}+\frac{e}{f}\right)$

  ਉਦਾਹਰਨ ਵਜੋਂ $\frac{-1}{2},\frac{3}{4}$ ਅਤੇ $\frac{-5}{6}$ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ ਤਾਂ

$$\left(\frac{-1}{2}+\frac{3}{4}\right)+\left(\frac{-5}{6}\right)=\left(\frac{-2+3}{4}\right)+\left(\frac{-5}{6}\right)=\frac{1}{4}+\left(\frac{-5}{6}\right)$$

$$=\frac{3+(-10)}{12}=\frac{3-10}{12}=\frac{-7}{12}$$

ਅਤੇ $\frac{-1}{2}+\left[\frac{3}{4}+\left(\frac{-5}{6}\right)\right]=\frac{-1}{2}+\left(\frac{9+(-10)}{12}\right)=\frac{-1}{2}+\left(\frac{9-10}{12}\right)$

$$=\frac{-1}{2}+\left(\frac{-1}{12}\right)=\frac{(-1\times 6)+(-1\times 1)}{12}=\frac{-6+(-1)}{12}$$

$$=\frac{-6-1}{12}=\frac{-7}{12}$$

$$\left(\frac{1}{2}+\frac{3}{4}\right)+\left(\frac{-5}{6}\right)=\frac{-1}{2}+\left(\frac{3}{4}+\frac{-5}{6}\right)$$

- **ਜੋੜਾਤਮਕ ਤਤਸਮਕ (Additive Identity) :** ਜਦੋਂ ਕਿਸੇ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਵਿੱਚ 0 ਨੂੰ ਜੋੜਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਸਾਨੂੰ ਉਹੀ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਮਿਲਦੀ ਹੈ। ਜੇ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ $\frac{a}{b}$, $(b\neq 0)$ ਹੈ ਤਾਂ $\frac{a}{b}+0=\frac{a}{b}=0+\frac{a}{b}$ ਅਸੀਂ ਕਹਿੰਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਲਈ '0' ਇੱਕ ਜੋੜਾਤਮਕ ਤਤਸਮਕ ਹੈ।
- **ਜੋੜਾਤਮਕ ਉਲਟ (Additive Inverse) :** ਜਦੋਂ ਦੋ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਜੋੜ ਕੇ ਉੱਤਰ ਸਿਫ਼ਰ (0) (ਜੋੜਾਤਮਕ ਤਤਸਮਕ) ਆਉਂਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਦੋਨੋਂ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਇੱਕ ਦੂਜੇ ਦਾ ਜੋੜਾਤਮਕ ਉਲਟ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ $\frac{a}{b}$ ਲਈ ਇੱਕ ਹੋਰ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ $\left(\frac{-a}{b}\right)$ ਹੈ।

ਤਾਂ ਜੋ $\frac{a}{b}+\left(\frac{-a}{b}\right)=0=\left(\frac{-a}{b}\right)+\frac{a}{b}$

ਤਾਂ $\frac{-a}{b}$ ਨੂੰ $\frac{a}{b}$ ਦਾ ਜੋੜਾਤਮਕ ਉਲਟ ਅਤੇ $\frac{a}{b}$ ਨੂੰ $\frac{-a}{b}$ ਦਾ ਜੋੜਾਤਮਕ ਉਲਟ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ।

ਉਦਾਹਰਨ ਵਜੋਂ $\frac{2}{3}+\left(\frac{-2}{3}\right)=\frac{2+(-2)}{3}=\frac{2-2}{3}=\frac{0}{3}=0$

ਅਤੇ $\frac{-2}{3}+\frac{2}{3}=\frac{-2+2}{3}=\frac{0}{3}=0$

$$\Rightarrow \quad \frac{2}{3}+\left(\frac{-2}{3}\right)=0=\frac{-2}{3}+\frac{2}{3}$$

$\Rightarrow \frac{2}{3}$ ਦਾ ਜੋੜਾਤਮਕ ਉਲਟ $\frac{-2}{3}$ ਅਤੇ $\frac{-2}{3}$ ਦਾ ਜੋੜਾਤਮਕ ਉਲਟ $\frac{2}{3}$ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ 1.3 ਹੇਠਾਂ ਲਿਖਿਆਂ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਲਈ ਜੋੜ ਦੇ ਕ੍ਰਮ ਵਟਾਂਦਰਾ ਗੁਣ ਦੀ ਜਾਂਚ ਕਰੋ।

(i) $\mathbf{\frac{-5}{12}}$ ਅਤੇ $\mathbf{\frac{3}{8}}$ (ii) $\mathbf{\frac{2}{-7}}$ ਅਤੇ $\mathbf{\frac{-11}{21}}$

> ਹਰ 12 ਅਤੇ 8 ਦਾ ਲ.ਸ.ਵ.
>
> | | |
> |---|---|
> | 2 | 12, 8 |
> | 2 | 6, 4 |
> | | 3, 2 |
>
> 12 ਅਤੇ 8 ਦਾ ਲ.ਸ.ਵ.
> $= 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 24$

ਹੱਲ : (i) $\frac{-5}{12}$ ਅਤੇ $\frac{3}{8}$

ਹੁਣ $\frac{-5}{12}+\frac{3}{8} = \frac{(-5\times 2)+(3\times 3)}{24}$

$= \frac{-10+9}{24}=\frac{-1}{24}$

ਅਤੇ $\frac{3}{8}+\left(\frac{-5}{12}\right) = \frac{(3\times 3)+(-5\times 2)}{24} = \frac{9+(-10)}{24}=\frac{9-10}{24}$

$= \frac{-1}{24}$

$\therefore \quad \frac{-5}{12}+\frac{3}{8} = \frac{3}{8}+\left(\frac{-5}{12}\right)$

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ, ਇੱਥੇ ਜੋੜ ਦਾ ਕ੍ਰਮ ਵਟਾਂਦਰਾ ਗੁਣ ਲਾਗੂ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

> ਹਰ 7, 21 ਦਾ ਲ. ਸ. ਵ.
>
> | | |
> |---|---|
> | 7 | 7, 21 |
> | | 1, 3 |
>
> 7 ਅਤੇ 21 ਦਾ ਲ. ਸ. ਵ.
> $= 7 \times 3 = 21$

(ii) ਇੱਥੇ, $\frac{2}{-7}$ ਅਤੇ $\frac{-11}{21}$

ਹੁਣ $\frac{2}{-7}+\left(\frac{-11}{21}\right) = \frac{-2}{7}+\left(\frac{-11}{21}\right)$

$= \frac{(-2\times 3)+(-11\times 1)}{21} = \frac{-6+(-11)}{21}$

$= \frac{-6-11}{21}=\frac{-17}{21}$

ਅਤੇ $\frac{-11}{21}+\frac{2}{-7} = \frac{-11}{21}+\frac{(-2)}{7}$

$= \frac{(-11\times 1)+(-2\times 3)}{21} = \frac{-11+(-6)}{21}=\frac{-11-6}{21}=\frac{-17}{21}$

$$\therefore \quad \frac{2}{-7}+\left(\frac{-11}{21}\right) = \frac{-11}{21}+\frac{2}{-7}$$

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਜੋੜ ਵਿੱਚ ਕ੍ਰਮ ਵਟਾਂਦਰਾ ਗੁਣ ਲਾਗੂ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ 1.4 ਹੇਠਾਂ ਲਿਖੇ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਵਿੱਚ ਜੋੜ ਦੇ ਸਹਿਚਰ ਗੁਣ ਦੀ ਜਾਂਚ ਕਰੋ।

(i) $\frac{5}{3}, \frac{1}{6}$ **ਅਤੇ** $\frac{-3}{5}$ **(ii)** $-4, \frac{3}{7}$ **ਅਤੇ** $\frac{-4}{5}$

ਹੱਲ :(i) $\frac{5}{3}, \frac{1}{6}$ ਅਤੇ $\frac{-3}{5}$

$$\left(\frac{5}{3}+\frac{1}{6}\right)+\left(\frac{-3}{5}\right) = \left[\frac{(5\times2)+(1\times1)}{6}\right]+\left(\frac{-3}{5}\right)$$

$$= \left(\frac{10+1}{6}\right)+\left(\frac{-3}{5}\right)$$

$$= \frac{11}{6}+\left(\frac{-3}{5}\right) = \frac{(11\times5)+(-3\times6)}{30}$$

$$= \frac{55+(-18)}{30}$$

$$= \frac{55-18}{30}=\frac{37}{30}$$

3	3, 6
	1, 2

3 ਅਤੇ 6 ਦਾ ਲ. ਸ. ਵ. $= 3 \times 2 = 6$

2	6, 5
	3, 5

6 ਅਤੇ 5 ਦਾ ਲ. ਸ. ਵ. $= 2 \times 3 \times 5 = 30$

ਅਤੇ $\frac{5}{3}+\left[\frac{1}{6}+\left(\frac{-3}{5}\right)\right] = \frac{5}{3}+\left[\frac{(1\times5)+(-3\times6)}{30}\right]$

$$= \frac{5}{3}+\left(\frac{5+(-18)}{30}\right)$$

$$= \frac{5}{3}+\left(\frac{5-18}{30}\right)$$

$$= \frac{5}{3}+\left(\frac{-13}{30}\right)$$

$$= \frac{(5\times10)+(-13\times1)}{30} = \frac{50+(-13)}{30}$$

$$= \frac{50-13}{30}$$

3	3, 30
	1, 10

3 ਅਤੇ 30 ਦਾ ਲ. ਸ. ਵ. $= 3 \times 10 = 30$

$$= \frac{37}{30}$$

$$\therefore \quad \left(\frac{5}{3}+\frac{1}{6}\right)+\left(\frac{-3}{5}\right) = \frac{5}{3}+\left(\frac{1}{6}+\left(\frac{-3}{5}\right)\right)$$

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਵਿੱਚ ਜੋੜ ਸਹਿਚਰ ਹੈ।

(ii) ਇੱਥੇ, $-4, \frac{3}{7}$ ਅਤੇ $\frac{-4}{5}$

ਹੁਣ $\left(\frac{-4}{1}+\frac{3}{7}\right)+\left(\frac{-4}{5}\right)=\left(\frac{-28+3}{7}\right)+\left(\frac{-4}{5}\right)$ (1 ਅਤੇ 7 ਦਾ ਲ. ਸ. ਵ. = 7)

$$= \frac{-25}{7}+\left(\frac{-4}{5}\right) = \frac{-125+(-28)}{35}$$ (7 ਅਤੇ 5 ਦਾ ਲ. ਸ. ਵ. = 35)

$$= \frac{-125+(-28)}{35} = \frac{-153}{35}$$

ਅਤੇ $-4+\left(\frac{3}{7}+\left(\frac{-4}{5}\right)\right)=-4+\left(\frac{15+(-28)}{35}\right)$ (7 ਅਤੇ 5 ਦਾ ਲ. ਸ. ਵ. = 35)

$$= -4+\left(\frac{15-28}{35}\right) = -4+\left(\frac{-13}{35}\right)$$

$$= \frac{-140+(-13)}{35} = \frac{-140-13}{35}=\frac{-153}{35}$$

$$\therefore \quad \left(-4+\frac{3}{7}\right)+\left(\frac{-4}{5}\right) = -4+\left[\frac{3}{7}+\left(\frac{-4}{5}\right)\right]$$

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਵਿੱਚ ਜੋੜ ਸਹਿਚਰ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ 1.5 ਹੇਠਾਂ ਲਿਖਿਆ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਕ੍ਰਮਬੱਧ ਅਤੇ ਸਮੂਹ ਬਣਾ ਕੇ ਹੱਲ ਕਰੋ।

(i) $\frac{-3}{5}+\frac{7}{6}+\frac{-2}{5}+\frac{5}{6}$ **(ii)** $\frac{-2}{3}+\frac{7}{5}+\frac{4}{3}+\frac{-4}{5}+(-3)$

ਹੱਲ : (i) ਦਿੱਤੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਸਮੂਹ ਅਤੇ ਜੋੜਿਆਂ ਵਿੱਚ ਬਣਾਉ ਤਾਂ ਜੋ ਬਰਾਬਰ ਹਰ ਵਾਲੀਆਂ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਇੱਕਠੀਆਂ ਹੋ ਜਾਣ।

$$\frac{-3}{5}+\frac{7}{6}+\frac{-2}{5}+\frac{5}{6} = \left(\frac{-3}{5}+\left(\frac{-2}{5}\right)\right)+\left(\frac{7}{6}+\frac{5}{6}\right)$$

$$= \frac{-3+(-2)}{5}+\frac{7+5}{6} = \frac{-5}{5}+\frac{12}{6}$$

$$= -1+2=1$$

(ii) ਦਿੱਤੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਸਮੂਹ ਅਤੇ ਜੋੜਿਆਂ ਵਿੱਚ ਬਣਾਉ ਤਾਂ ਜੋ ਬਰਾਬਰ ਹਰ ਵਾਲੀਆਂ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਇੱਕਠੀਆਂ ਹੋ ਜਾਣ।

$$\frac{-2}{3}+\frac{7}{5}+\frac{4}{3}+\frac{-4}{5}+(-3) = \left(\frac{-2}{3}+\frac{4}{3}\right)+\left(\frac{7}{5}+\frac{-4}{5}\right)+(-3)$$

$$= \frac{-2+4}{3}+\frac{7+(-4)}{5}+(-3)$$

$$= \frac{2}{3}+\frac{3}{5}+(-3) \quad = \frac{10+9+(-45)}{15}$$

$$= \frac{10+9-45}{15} = \frac{-26}{15}$$

ਉਦਾਹਰਨ 1.6 ਹੇਠਾਂ ਲਿਖਿਆਂ ਦੇ ਜੋੜਾਤਮਕ ਉਲਟ ਪਤਾ ਕਰੋ।

(i) $\mathbf{\frac{-5}{13}}$ **(ii)** $\mathbf{\frac{3}{-10}}$ **(iii)** $\mathbf{\frac{-7}{-9}}$

ਹੱਲ : (i) $\frac{-5}{13}$ ਦਾ ਜੋੜਾਤਮਕ ਉਲਟ $= -\left(\frac{-5}{13}\right) = \frac{5}{13}$

(ii) $\frac{3}{-10}$ ਦਾ ਜੋੜਾਤਮਕ ਉਲਟ $= -\left(\frac{3}{-10}\right) = -\left(\frac{-3}{10}\right) = \frac{3}{10}$

(iii) $\frac{-7}{-9}$ ਦਾ ਜੋੜਾਤਮਕ ਉਲਟ $= -\left(\frac{-7}{-9}\right) = -\left(\frac{7}{9}\right) = \frac{-7}{9}$

ਅਭਿਆਸ 1.1

1. ਹੱਲ ਕਰੋ :

(i) $\frac{-5}{6}+\frac{3}{4}$ (ii) $\frac{6}{11}+\left(\frac{-2}{3}\right)$ (iii) $\frac{-5}{24}+\frac{7}{12}$ (iv) $\frac{-11}{12}+\frac{7}{8}$

(v) $\frac{-3}{10}+\left(\frac{-7}{15}\right)$ (vi) $\frac{-5}{7}+\frac{3}{14}$ (vii) $\frac{7}{6}+\left(\frac{-5}{9}\right)$ (viii) $\frac{-11}{15}+\frac{21}{25}$

2. ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀਆਂ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਵਿੱਚ ਜੋੜ ਦੇ ਕ੍ਰਮ ਵਟਾਂਦਰਾ ਗੁਣ ਦੀ ਜਾਂਚ ਕਰੋ।

(i) $\frac{-5}{8}$ ਅਤੇ $\frac{3}{4}$ (ii) $\frac{-2}{5}$ ਅਤੇ $\frac{-3}{15}$ (iii) $\frac{-7}{10}$ ਅਤੇ $\frac{8}{15}$

(iv) $\frac{-11}{14}$ ਅਤੇ $\frac{17}{21}$ (v) -5 ਅਤੇ $\frac{2}{3}$

3. ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਜੋੜ ਲਈ ਸਹਿਚਾਰਤਾ ਗੁਣ ਦੀ ਜਾਂਚ ਕਰੋ ਭਾਵ $(x + y) + z = x + (y + z)$ ।

(i) $x = \frac{-2}{3}, y = \frac{1}{2}, z = \frac{5}{6}$ (ii) $x = \frac{-3}{4}, y = \frac{1}{6}, z = \frac{5}{8}$

(iii) $x = 2, y = \frac{-5}{12}, z = \frac{-3}{8}$

4. ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀਆਂ ਦਾ ਜੋੜਾਤਮਕ ਉਲਟ ਪਤਾ ਕਰੋ।

(i) $\frac{-5}{11}$ (ii) $\frac{8}{9}$ (iii) $\frac{-15}{13}$ (iv) $\frac{-2}{-9}$

(v) $\frac{3}{-8}$ (vi) $\frac{2}{-7}$ (vii) $\frac{-18}{-11}$ (viii) 0

5. ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਕ੍ਰਮਬੱਧ ਅਤੇ ਸਮੂਹ ਬਣਾ ਕੇ ਹੱਲ ਕਰੋ।

(i) $\frac{2}{5}+\left(\frac{-7}{3}\right)+\frac{4}{5}+\frac{1}{3}$ (ii) $\frac{-3}{8}+\frac{4}{7}+\frac{2}{8}+\left(\frac{-3}{7}\right)$

(iii) $\left(\frac{-6}{7}\right)+\left(\frac{-4}{9}\right)+\left(\frac{-15}{7}\right)+\left(\frac{-5}{6}\right)$ (iv) $\frac{2}{3}+\frac{-4}{5}+\frac{3}{10}+\frac{1}{3}$

(v) $\frac{-1}{8}+\frac{5}{12}+\frac{2}{7}+\frac{5}{7}+\frac{-5}{16}$

6. ਬਹੁਵਿਕਲਪੀ ਪ੍ਰਸ਼ਨ

(i) ਹੇਠਾਂ ਲਿਖਿਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਹੜਾ, ਜੋੜ ਦਾ ਕ੍ਰਮ ਵਟਾਂਦਰਾ ਗੁਣ ਹੈ ?

(a) $x \times y = y \times x$ (b) $(x+y) = (y+x)$

(c) $(x+y)+z = x+(y+z)$ (d) $(x-y) = (y-x)$

(ii) ਹੇਠਾਂ ਲਿਖਿਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਹੜਾ, ਜੋੜ ਦਾ ਸਹਿਚਾਰਤਾ ਗੁਣ ਹੈ ?

(a) $x \times y = y \times x$ (b) $x + y = y + x$

(c) $(x+y) + z = x + (y + z)$ (d) $x - y = y - x$

(iii) $\frac{-5}{-9}$ ਦਾ ਜੋੜਾਤਮਕ ਉਲਟ

(a) $\frac{5}{9}$ (b) $\frac{5}{-9}$ (c) 0 (d) $\frac{2}{-3}$

(iv) $\frac{2}{3}$ ਦਾ ਜੋੜਾਤਮਕ ਤਤਸਮਕ

(a) 0 (b) $\frac{-2}{3}$ (c) $\frac{-2}{-3}$ (d) $\frac{3}{2}$

1.3 ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਘਟਾਉ (Subtraction of Rational Numbers) :

ਪਿਛਲੀ ਜਮਾਤ ਵਿੱਚ, ਅਸੀਂ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਘਟਾਉ ਬਾਰੇ ਸਿੱਖਿਆ ਹੈ। ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਜਦੋਂ ਦੋ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਘਟਾਓ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਸਭ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਅਸੀਂ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਹਰਾਂ ਦਾ ਲਘੂਤਮ ਲੈ ਕੇ, ਉਹਨਾਂ ਨੂੰ ਬਰਾਬਰ ਹਰ ਵਾਲੀ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਵਿੱਚ ਬਦਲਦੇ ਹਾਂ। ਫਿਰ ਉਹਨਾਂ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।

ਉਦਾਹਰਨ 1.7 ਘਟਾਓ—

(i) $\frac{5}{7}$ ਵਿੱਚੋਂ $\frac{2}{7}$ (ii) $\frac{-3}{8}$ ਵਿੱਚੋਂ $\frac{5}{8}$ (iii) $\frac{2}{5}$ ਵਿੱਚੋਂ $\frac{-3}{10}$

(iv) $\frac{-3}{4}$ ਵਿੱਚੋਂ $\frac{-5}{6}$ (v) $\frac{-7}{10}$ ਵਿੱਚੋਂ $\frac{7}{15}$

ਹੱਲ : (i) $\frac{5}{7}-\frac{2}{7}=\frac{5-2}{7}=\frac{3}{7}$

(ii) $\frac{-3}{8}-\frac{5}{8}=\frac{-3-5}{8}=\frac{-8}{8}=-1$

(iii) $\frac{2}{5}-\left(\frac{-3}{10}\right)=\frac{4-(-3)}{10}=\frac{4+3}{10}=\frac{7}{10}$

(iv) $\frac{-3}{4}-\left(\frac{-5}{6}\right)=\frac{-9-(-10)}{12}=\frac{-9+10}{12}=\frac{1}{12}$

(v) $\frac{-7}{10}-\frac{7}{15}=\frac{-21-14}{30}=\frac{-35}{30}=\frac{-7}{6}$

1.3.1 ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਘਟਾਉ ਦੇ ਗੁਣ (Properties of Subtraction of Rational Numbers)

ਇਸ ਭਾਗ ਵਿੱਚ, ਅਸੀਂ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਘਟਾਉ ਦੇ ਕੁੱਝ ਮੂਲ ਗੁਣਾਂ ਨੂੰ ਸਿੱਖਾਂਗੇ। ਇਹ ਗੁਣ, ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਘਟਾਉ ਦੇ ਗੁਣਾਂ ਵਰਗੇ ਹਨ, ਜੋ ਅਸੀਂ ਪਿਛਲੀਆਂ ਜਮਾਤਾਂ ਵਿੱਚ ਸਿੱਖੇ ਹਨ।

- **ਬੰਦ ਗੁਣ (Closure Property) :** ਦੋ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਘਟਾਉ ਜਾਂ ਅੰਤਰ ਵੀ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਜੇ $\frac{a}{b}$ ਅਤੇ $\frac{c}{d}$ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ $(b, d \neq 0)$ ਤਾਂ $\frac{a}{b}-\frac{c}{d}$ ਵੀ ਇੱਕ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਹੋਵੇਗੀ।

(i) $\frac{5}{6}-\frac{2}{3}=\frac{5-4}{6}=\frac{1}{6}$, ਜੋ ਇੱਕ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਹੈ।

(ii) $\frac{-3}{8}-\left(\frac{-5}{6}\right)=\frac{-9-(-20)}{24}=\frac{-9+20}{24}=\frac{11}{24}$, ਜੋ ਇੱਕ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਹੈ।

(iii) $\frac{7}{10}-\left(\frac{-2}{5}\right)=\frac{7-(-4)}{10}=\frac{7+4}{10}=\frac{11}{10}$, ਜੋ ਇੱਕ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਹੈ।

- **ਕ੍ਰਮ ਵਟਾਂਦਰਾ ਗੁਣ (Commutative Property) :** ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਘਟਾਉ ਵਿੱਚ ਕ੍ਰਮ ਵਟਾਂਦਰਾ ਗੁਣ ਨਹੀਂ ਲੱਗਦਾ ਹੈ। ਜੇ $\frac{a}{b}$ ਅਤੇ $\frac{c}{d}$ ਦੋ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ ਤਾਂ $\frac{a}{b}-\frac{c}{d}\neq\frac{c}{d}-\frac{a}{b}$

ਉਦਾਹਰਨ ਵਜੋਂ $\frac{5}{4}-\frac{3}{5} = \frac{25-12}{20}=\frac{13}{20}$

ਅਤੇ $\frac{3}{5}-\frac{5}{4} = \frac{12-25}{20}=\frac{-13}{20}$

$\therefore \quad \frac{5}{4}-\frac{3}{5} \neq \frac{3}{5}-\frac{5}{4}$

- **ਸਹਿਚਾਰਤਾ ਗੁਣ (Associative Property) :** ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਘਟਾਉ ਸਹਿਚਰ ਨਹੀਂ ਹੈ।

ਜੇ $\frac{a}{b},\frac{c}{d}$ ਅਤੇ $\frac{e}{f}$; b, d, f $\neq$ 0, ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ ਤਾਂ

$$\left(\frac{a}{b}-\frac{c}{d}\right)-\frac{e}{f}\neq\frac{a}{b}-\left(\frac{c}{d}-\frac{e}{f}\right)$$

ਉਦਾਹਰਨ ਵਜੋਂ $\left(\frac{3}{4}-\frac{2}{3}\right)-\frac{1}{2}=\left(\frac{9-8}{12}\right)-\frac{1}{2}=\frac{1}{12}-\frac{1}{2}=\frac{1-6}{12}=\frac{-5}{12}$

ਅਤੇ $\frac{3}{4}-\left(\frac{2}{3}-\frac{1}{2}\right) =\frac{3}{4}-\frac{4-3}{6}=\frac{3}{4}-\frac{1}{6}=\frac{9-2}{12}=\frac{7}{12}$

$\therefore \quad \left(\frac{3}{4}-\frac{2}{3}\right)-\frac{1}{2} \neq \frac{3}{4}-\left(\frac{2}{3}-\frac{1}{2}\right)$

- **ਤਤਸਮਕ (Identity) ਦੀ ਹੋਂਦ:** ਘਟਾਉ ਵਿੱਚ ਤਤਸਮਕ ਦੀ ਹੋਂਦ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦੀ ਕਿਉਂਕਿ ਘਟਾਉ ਵਿੱਚ ਕ੍ਰਮ ਵਟਾਂਦਰਾ ਗੁਣ ਨਹੀਂ ਲੱਗਦਾ।
ਕਿਸੇ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ a ਦੇ ਲਈ $a - 0 = a$ ਪ੍ਰੰਤੂ $0 - a \neq a$ ਇਸ ਲਈ ਘਟਾਉ ਵਿੱਚ ਤਤਸਮਕ ਦੀ ਹੋਂਦ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦੀ।

ਉਦਾਹਰਨ 1.8 **ਜਾਂਚ ਕਰੋ $x - y \neq y - x$ ਜੇਕਰ**

(i) $x = \frac{-2}{5}, y = \frac{-3}{4}$ **(ii)** $x = \frac{5}{12}, y = \frac{-7}{8}$

ਹੱਲ : (i) ਖੱਬਾ ਪਾਸਾ : $x - y = \frac{-2}{5}-\left(\frac{-3}{4}\right)=\frac{-2}{5}+\frac{3}{4}$

$= \frac{-8+15}{20}=\frac{7}{20}$

ਸੱਜਾ ਪਾਸਾ : $y - x = \frac{-3}{4}-\left(\frac{-2}{5}\right)=\frac{-15-(-8)}{20}=\frac{-15+8}{20}$

$= \frac{-7}{20}$

∴ ਖੱਬਾ ਪਾਸਾ ≠ ਸੱਜਾ ਪਾਸਾ

$x-y \neq y-x$

(ii) ਖੱਬਾ ਪਾਸਾ: $x-y = \frac{5}{12}-\left(\frac{-7}{8}\right) = \frac{10-(-21)}{24}$

$$= \frac{10+21}{24} = \frac{31}{24}$$

ਸੱਜਾ ਪਾਸਾ : $y-x = \frac{-7}{8}-\frac{5}{12} = \frac{-21-10}{24} = \frac{-31}{24}$

∴ ਖੱਬਾ ਪਾਸਾ ≠ ਸੱਜਾ ਪਾਸਾ

ਇਸ ਲਈ, $x-y \neq y-x$

ਉਦਾਹਰਨ 1.9 **ਜਾਂਚ ਕਰੋ $(x-y)-z \neq x-(y-z)$ ਜੇਕਰ**

(i) $x = \frac{-2}{3}, y = \frac{5}{8}, z = \frac{-7}{12}$ (ii) $x = \frac{1}{2}, y = \frac{-2}{5}, z = \frac{3}{10}$

ਹੱਲ : (i) ਖੱਬਾ ਪਾਸਾ : $(x-y)-z = \left(\frac{-2}{3}-\frac{5}{8}\right)-\left(\frac{-7}{12}\right)$

$$= \frac{-16-15}{24}-\left(\frac{-7}{12}\right) = \frac{-31}{24}-\left(\frac{-7}{12}\right)$$

$$= \frac{-31-(-14)}{24} = \frac{-31+14}{24} = \frac{-17}{24}$$

ਸੱਜਾ ਪਾਸਾ : $x-(y-z) = \frac{-2}{3}-\left(\frac{5}{8}-\left(\frac{-7}{12}\right)\right)$

$$= \frac{-2}{3}-\left(\frac{15-(-14)}{24}\right) = \frac{-2}{3}-\left(\frac{15+14}{24}\right)$$

$$= \frac{-2}{3}-\frac{29}{24} = \frac{-16-29}{24} = \frac{-45}{24}$$

∴ ਖੱਬਾ ਪਾਸਾ ≠ ਸੱਜਾ ਪਾਸਾ

ਇਸ ਲਈ, $(x-y)-z \neq x-(y-z)$

(ii) ਖੱਬਾ ਪਾਸਾ : $(x-y)-z = \left(\frac{1}{2}-\left(\frac{-2}{5}\right)\right)-\frac{3}{10}$

$$= \frac{5-(-4)}{10}-\frac{3}{10} = \frac{5+4}{10}-\frac{3}{10} = \frac{9}{10}-\frac{3}{10}$$

$$= \frac{9-3}{10} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

ਸੱਜਾ ਪਾਸਾ: $x-(y-z) = \frac{1}{2}-\left(\frac{-2}{5}-\frac{3}{10}\right)$

$$= \frac{1}{2}-\left(\frac{-4-3}{10}\right)=\frac{1}{2}-\left(\frac{-7}{10}\right)=\frac{5-(-7)}{10}=\frac{5+7}{10}$$

$$=\frac{12}{10}=\frac{6}{5}$$

$\therefore$ ਖੱਬਾ ਪਾਸਾ $\neq$ ਸੱਜਾ ਪਾਸਾ

ਇਸ ਲਈ, $(x-y)-z \neq x-(y-z)$

ਅਭਿਆਸ 1.2

1. ਘਟਾਓ :-

(i) $\frac{4}{5}$ ਵਿੱਚੋਂ $\frac{2}{5}$ (ii) $\frac{4}{7}$ ਵਿੱਚੋਂ $\frac{-3}{7}$ (iii) $\frac{3}{4}$ ਵਿੱਚੋਂ $\frac{-5}{8}$ (iv) $\frac{5}{14}$ ਵਿੱਚੋਂ $\frac{-8}{21}$

(v) $\frac{-8}{15}$ ਵਿੱਚੋਂ $\frac{-7}{10}$ (vi) $\frac{5}{6}$ ਵਿੱਚੋਂ $\frac{6}{11}$ (vii) $\frac{-5}{12}$ ਵਿੱਚੋਂ $\frac{-3}{4}$ (viii) $\frac{-8}{25}$ ਵਿੱਚੋਂ $\frac{13}{10}$

2. ਜਾਂਚ ਕਰੋ $x-y \neq y-x$ ਜੇ

(i) $x=\frac{-5}{12}, y=\frac{-3}{8}$ (ii) $x=\frac{7}{15}, y=\frac{-3}{10}$

(iii) $x=\frac{-15}{16}, y=\frac{7}{12}$ (iv) $x=\frac{-3}{4}, y=\frac{-5}{6}$ ਹੋਵੇ।

3. ਜਾਂਚ ਕਰੋ $(x-y)-z \neq x-(y-z)$ ਜੇ

(i) $x=\frac{-7}{12}, y=\frac{-3}{4}, z=\frac{2}{3}$ (ii) $x=\frac{3}{8}, y=\frac{-2}{5}, z=\frac{-7}{10}$

(iii) $x=\frac{-1}{2}, y=\frac{-5}{4}, z=\frac{3}{8}$ ਹੋਵੇ।

4. ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰੋ—

(i) $\frac{3}{4}+\frac{5}{6}-\frac{7}{8}$ (ii) $\frac{-11}{2}+\frac{7}{6}-\frac{5}{8}$ (iii) $\frac{-4}{5}-\left(\frac{-7}{10}\right)+\left(\frac{-8}{15}\right)$

(iv) $\frac{-2}{5}-\left[\frac{-3}{10}-\left(\frac{-4}{15}\right)\right]$ (v) $\frac{3}{8}-\left(\frac{-2}{9}\right)+\left(\frac{5}{-36}\right)$

1.4 ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਗੁਣਾ (Multiplication of Rational Numbers) :

ਪਿਛਲੀਆਂ ਜਮਾਤਾਂ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਭਿੰਨਾਂ ਦੀ ਗੁਣਾ ਬਾਰੇ ਸਿੱਖ ਚੁੱਕੇ ਹਾਂ। ਦੋ ਭਿੰਨਾਂ ਦੀ ਗੁਣਾ ਇੱਕ ਅਜਿਹਾ ਭਿੰਨ ਹੁੰਦੀ ਹੈ ਜਿਸ ਦਾ ਅੰਸ਼ ਦਿੱਤੇ ਭਿੰਨਾਂ ਦੇ ਅੰਸ਼ਾਂ ਦੀ ਗੁਣਾ ਅਤੇ ਹਰ ਦਿੱਤੇ ਭਿੰਨਾਂ ਦੇ ਹਰਾਂ ਦੀ ਗੁਣਾ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

$$\text{ਭਿੰਨਾਂ ਦੀ ਗੁਣਾ} = \frac{\text{ਅੰਸ਼ਾਂ ਦੀ ਗੁਣਾ}}{\text{ਹਰਾਂ ਦੀ ਗੁਣਾ}}$$

ਇਹ ਨਿਯਮ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਗੁਣਾ 'ਤੇ ਵੀ ਲਾਗੂ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

$$\therefore \quad \text{ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਗੁਣਾ} = \frac{\text{ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਅੰਸ਼ਾਂ ਦੀ ਗੁਣਾ}}{\text{ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਹਰਾਂ ਦੀ ਗੁਣਾ}}$$

ਜੇ $\frac{a}{b}$ ਅਤੇ $\frac{c}{d}$ $(b, d \neq 0)$ ਦੋ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ

ਤਾਂ $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$

ਆਉ ਕੁਝ ਉਦਾਹਰਨਾਂ ਹੱਲ ਕਰੀਏ।

ਉਦਾਹਰਨ 1.10 ਗੁਣਾ ਕਰੋ—

(i) $\frac{3}{4}$ ਦੀ $\frac{5}{11}$ ਨਾਲ **(ii)** $\frac{-2}{3}$ ਦੀ $\frac{5}{9}$ ਨਾਲ **(iii)** $\left(\frac{-7}{8}\right)$ ਦੀ 5 ਨਾਲ

(iv) $\left(\frac{-5}{8}\right)$ ਦੀ $\frac{4}{3}$ ਨਾਲ **(v)** $\left(\frac{-10}{7}\right)$ ਦੀ $\left(\frac{-14}{15}\right)$ ਨਾਲ

ਹੱਲ :

(i) $\frac{3}{4} \times \frac{5}{11} = \frac{3 \times 5}{4 \times 11} = \frac{15}{44}$

(ii) $\left(\frac{-2}{3}\right) \times \frac{5}{9} = \frac{(-2) \times 5}{3 \times 9} = \frac{-10}{27}$

(iii) $\left(\frac{-7}{8}\right) \times 5 = \frac{-7}{8} \times \frac{5}{1} = \frac{-7 \times 5}{8 \times 1} = \frac{-35}{8}$

(iv) $\left(\frac{-5}{8}\right) \times \frac{4}{3} = \frac{(-5) \times \cancel{4}^{1}}{\cancel{8}_{2} \times 3} = \frac{-5}{6}$

(v) $\left(\frac{-10}{7}\right) \times \left(\frac{-14}{15}\right) = \frac{\left(-\cancel{10}^{2}\right) \times \left(-\cancel{14}^{2}\right)}{\cancel{7}_{1} \times \cancel{15}_{3}} = \frac{4}{3}$

ਉਦਾਹਰਨ 1.11 ਸਰਲ ਕਰੋ :

(i) $\left(\frac{-8}{9}\right)\times\frac{3}{64}$ (ii) $\left(\frac{-9}{16}\right)\times\left(\frac{-64}{27}\right)$ (iii) $\left(\frac{-10}{9}\right)\times\left(\frac{36}{-25}\right)$

(iv) $\frac{15}{32}\times\left(\frac{-18}{25}\right)$ (v) $\frac{13}{20}\times\left(\frac{25}{-26}\right)$

ਹੱਲ :

(i) $\left(\frac{-8}{9}\right)\times\frac{3}{64}=\frac{(-8)\times 3}{9\times 64}=\frac{-1}{24}$

(ii) $\left(\frac{-9}{16}\right)\times\left(\frac{-64}{27}\right)=\frac{(-9)\times(-64)}{16\times 27}=\frac{4}{3}$

(iii) $\left(\frac{-10}{9}\right)\times\left(\frac{36}{-25}\right)=\frac{(-10)\times 36}{9\times(-25)}=\frac{8}{5}$

(iv) $\frac{15}{32}\times\left(\frac{-18}{25}\right)=\frac{15\times(-18)}{32\times 25}=\frac{-27}{80}$

(v) $\frac{13}{20}\times\left(\frac{25}{-26}\right)=\frac{13\times 25}{20\times(-26)}=\frac{-5}{8}$

1.4.1 ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਗੁਣਾ ਦੇ ਗੁਣ (Properties of Multiplication of Rational Numbers) :

ਇਸ ਭਾਗ ਵਿੱਚ, ਅਸੀਂ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਗੁਣਾ ਦੇ ਕੁੱਝ ਮੂਲ ਗੁਣਾਂ ਬਾਰੇ ਸਿੱਖਾਂਗੇ। ਇਹ ਗੁਣ, ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਗੁਣਾ ਦੇ ਗੁਣਾਂ ਵਰਗੇ ਹਨ ਜੋ ਅਸੀਂ ਪਿਛਲੀਆਂ ਜਮਾਤਾਂ ਵਿੱਚ ਸਿੱਖ ਚੁੱਕੇ ਹਾਂ।

- **ਬੰਦ ਗੁਣ (Closure Property) :** ਦੋ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਗੁਣਾ, ਹਮੇਸ਼ਾਂ ਇੱਕ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਹੁੰਦੀ ਹੈ, ਜੇ $\frac{a}{b}$ ਅਤੇ $\frac{c}{d}$ (b, d $\neq$ 0) ਦੋ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ ਤਾਂ $\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}$ ਵੀ ਇੱਕ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਹੋਵੇਗੀ।

(i) $\frac{-5}{8}\times\frac{3}{4}=\frac{-5\times 3}{8\times 4}=\frac{-15}{32}$ ਜੋ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਹੈ।

(ii) $\frac{-10}{9}\times\frac{3}{5}=\frac{-10\times 3}{9\times 5}=\frac{-2}{3}$ ਜੋ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਹੈ।

- **ਕ੍ਰਮ ਵਟਾਂਦਰਾ ਗੁਣ (Commutative Property) :** ਜੇਕਰ ਦੋ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਕਿਸੇ ਵੀ ਕ੍ਰਮ ਵਿੱਚ ਗੁਣਾ ਕਰਨ ਤੇ ਇੱਕੋ ਉੱਤਰ ਆਉਂਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਕਹਿੰਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਗੁਣਾ ਕ੍ਰਮ ਵਟਾਂਦਰਾ ਵਿੱਚ ਹੈ। ਜੇ $\frac{a}{b}$ ਅਤੇ $\frac{c}{d}$ $(b, d \neq 0)$ ਤਾਂ $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{c}{d} \times \frac{a}{b}$ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ : ਦੋ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ $\frac{-5}{6}$ ਅਤੇ $\frac{2}{3}$ ਲਉ।

ਤਾਂ $\left(\frac{-5}{6}\right) \times \frac{2}{3} = \frac{(-5) \times 2}{6 \times 3} = \frac{-5}{9}$

ਅਤੇ $\frac{2}{3} \times \left(\frac{-5}{6}\right) = \frac{2 \times (-5)}{3 \times 6} = \frac{-5}{9}$

$\therefore$ $\left(\frac{-5}{6}\right) \times \frac{2}{3} = \frac{2}{3} \times \left(\frac{-5}{6}\right)$

- **ਸਹਿਚਾਰਤਾ ਗੁਣ (Associative Property) :** ਜਦੋਂ ਤਿੰਨ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਪਹਿਲੀਆਂ ਦੋ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਗੁਣਾ ਕਰਕੇ, ਫਿਰ ਤੀਸਰੀ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕੀਤੀ ਜਾਵੇ ਜਾਂ ਦੂਸਰੀ ਅਤੇ ਤੀਸਰੀ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਗੁਣਾ ਕਰਕੇ, ਫਿਰ ਪਹਿਲੀ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕੀਤੀ ਜਾਵੇ ਤਾਂ ਜੇਕਰ ਉੱਤਰ ਇੱਕੋ ਹੋਵੇਗਾ ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਕਹਿੰਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਗੁਣਾ ਸਹਿਚਰ ਹੈ।

ਜੇ $\frac{a}{b}, \frac{c}{d}, \frac{e}{f}$ $(b, d, f \neq 0)$ ਤਿੰਨ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ

ਤਾਂ $\left(\frac{a}{b} \times \frac{c}{d}\right) \times \frac{e}{f} = \frac{a}{b} \times \left(\frac{c}{d} \times \frac{e}{f}\right)$

ਉਦਾਹਰਨ : ਤਿੰਨ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ $\frac{-5}{8}, \frac{4}{9}$ ਅਤੇ $\frac{-3}{10}$ ਲਉ।

$$\left(\frac{-5}{8} \times \frac{4}{9}\right) \times \left(\frac{-3}{10}\right) = \frac{(-5) \times 4}{8 \times 9} \times \left(\frac{-3}{10}\right) = \frac{-5}{18} \times \left(\frac{-3}{10}\right)$$

$$= \frac{(-5) \times (-3)}{18 \times 10} = \frac{1}{12}$$

ਅਤੇ $\left(\frac{-5}{8}\right) \times \left(\frac{4}{9} \times \left(\frac{-3}{10}\right)\right) = \left(\frac{-5}{8}\right) \times \frac{4 \times (-3)}{9 \times 10}$

$$= \left(\frac{-5}{8}\right)\times\left(\frac{-2}{15}\right) = \frac{\left(-\cancel{5}^{1}\right)\times\left(-\cancel{2}^{1}\right)}{\cancel{8}_{4}\times\cancel{15}_{3}} = \frac{1}{12}$$

$$\therefore \quad \left(\frac{-5}{8}\times\frac{4}{9}\right)\times\left(\frac{-3}{10}\right) = \left(\frac{-5}{8}\right)\times\left(\frac{4}{9}\times\left(\frac{-3}{10}\right)\right)$$

- **ਗੁਣਾਤਮਕ ਤਤਸਮਕ (Multiplicative Identity) :** ਜਦੋਂ ਅਸੀਂ ਕਿਸੇ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਦੀ 1 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਗੁਣਨਫਲ ਉਹੀ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਆਉਂਦੀ ਹੈ। ਭਾਵ ਕਿਸੇ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ $\frac{a}{b}$, $(b \neq 0)$ ਲਈ ਇੱਕ ਵਿਲੱਖਣ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ 1 ਹੈ ਤਾਂ ਜੋ $1\times\frac{a}{b}=\frac{a}{b}=\frac{a}{b}\times 1$

$\therefore$ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਦਾ ਗੁਣਾਤਮਕ ਤਤਸਮਕ 1 ਹੈ।

- **ਗੁਣਾਤਮਕ ਉਲਟ (Multiplicative Inverse) :** ਜਦੋਂ ਦੋ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ 1 (ਗੁਣਾਤਮਕ ਤਤਸਮਕ) ਆਉਂਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਦੋਨੋਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਇੱਕ ਦੂਸਰੇ ਦਾ ਗੁਣਾਤਮਕ ਉਲਟ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ। ਇੱਕ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ $\frac{a}{b}$ $(b \neq 0)$ ਲਈ ਇੱਕ ਵਿਲੱਖਣ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ $\frac{b}{a}$ $(a \neq 0)$ ਹੈ ਤਾਂ ਜੋ

$$\frac{a}{b}\times\frac{b}{a}=1=\frac{b}{a}\times\frac{a}{b}$$

ਨੋਟ:— 0 ਦਾ ਗੁਣਾਤਮਕ ਉਲਟ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ, ਕਿਉਂਕਿ 0 ਦਾ ਉਲਟ $\frac{1}{0}$ ਹੈ, ਜੋ ਸੰਭਵ ਨਹੀਂ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ ਵਜੋਂ $\quad \frac{5}{6}\times\frac{6}{5} = \frac{\cancel{5}^{1}\times\cancel{6}^{1}}{\cancel{6}_{1}\times\cancel{5}_{1}} = 1$

ਅਤੇ $\quad \frac{6}{5}\times\frac{5}{6} = \frac{\cancel{6}^{1}\times\cancel{5}^{1}}{\cancel{5}_{1}\times\cancel{6}_{1}} = 1$

$\therefore \quad \frac{5}{6}\times\frac{6}{5} = 1 = \frac{6}{5}\times\frac{5}{6}$

$\therefore$ $\frac{6}{5}$ ਦਾ ਗੁਣਾਤਮਕ ਉਲਟ $\frac{5}{6}$ ਹੈ ਅਤੇ $\frac{5}{6}$ ਦਾ ਗੁਣਾਤਮਕ ਉਲਟ $\frac{6}{5}$ ਹੈ।

1.4.2 ਗੁਣਾ ਦੇ ਜੋੜ ਜਾਂ ਘਟਾਉ ਉੱਪਰ ਵੰਡਕਾਰੀ ਗੁਣ (Distributive property of Multiplication over Addition or Subtraction) :

ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਗੁਣਾ, ਜੋੜ ਜਾਂ ਘਟਾਉ ਉੱਪਰ ਵੰਡਕਾਰੀ ਹੈ। ਭਾਵ ਤਿੰਨ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ $\frac{a}{b}$, $\frac{c}{d}$ ਅਤੇ $\frac{e}{f}$, $(b, d, f \neq 0)$ ਲਈ,

$$\frac{a}{b}\times\left[\frac{c}{d}+\frac{e}{f}\right] = \frac{a}{b}\times\frac{c}{d}+\frac{a}{b}\times\frac{e}{f}$$

ਉਦਾਹਰਨ ਵਜੋਂ, ਤਿੰਨ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ $\frac{-2}{3}, \frac{5}{6}$ ਅਤੇ $\frac{-3}{4}$ ਲਉ।

$$\frac{-2}{3}\times\left(\frac{5}{6}+\left(\frac{-3}{4}\right)\right) = \frac{-2}{3}\times\left(\frac{10+(-9)}{12}\right)$$

$$= \frac{-2}{3}\times\frac{1}{12} = \frac{-\cancel{2}^{1}\times 1}{3\times\cancel{12}_{6}} = \frac{-1}{18}$$

ਅਤੇ $\left(\frac{-2}{3}\right)\times\frac{5}{6}+\left(\frac{-2}{3}\right)\times\left(\frac{-3}{4}\right) = \frac{\left(-\cancel{2}^{1}\right)\times 5}{3\times\cancel{6}_{3}} + \frac{\left(-\cancel{2}^{1}\right)\times\left(-\cancel{3}^{1}\right)}{\cancel{3}_{1}\times\cancel{4}_{2}}$

$$= \frac{-5}{9}+\frac{1}{2} = \frac{-10+9}{18} = \frac{-1}{18}$$

$$\therefore \quad \frac{-2}{3}\times\left(\frac{5}{6}+\left(\frac{-3}{4}\right)\right) = \left(\frac{-2}{3}\right)\times\frac{5}{6}+\left(\frac{-2}{3}\right)\times\left(\frac{-3}{4}\right)$$

ਉਦਾਹਰਨ 1.12 **ਜਾਂਚ ਕਰੋ $x \times y = y \times x$ ਜਦੋਂ**

(i) $x = \frac{-5}{12}, y = \frac{4}{15}$ ਹੋਵੇ। (ii) $x = \frac{-6}{7}, y = \frac{-14}{9}$ ਹੋਵੇ।

ਹੱਲ : (i) ਖੱਬਾ ਪਾਸਾ : $x \times y = \frac{-5}{12}\times\frac{4}{15} = \frac{\left(-\cancel{5}^{1}\right)\times\cancel{4}^{1}}{\cancel{12}_{3}\times\cancel{15}_{3}} = \frac{-1}{9}$

ਸੱਜਾ ਪਾਸਾ : $y \times x = \frac{4}{15}\times\left(\frac{-5}{12}\right) = \frac{\cancel{4}^{1}\times\left(-\cancel{5}^{1}\right)}{\cancel{15}_{3}\times\cancel{12}_{3}} = \frac{-1}{9}$

$\therefore$ ਖੱਬਾ ਪਾਸਾ = ਸੱਜਾ ਪਾਸਾ

ਇਸ ਲਈ $x \times y = y \times x$

(ii) ਖੱਬਾ ਪਾਸਾ : $x \times y = \left(\frac{-6}{7}\right)\times\left(\frac{-14}{9}\right) = \frac{\left(-\cancel{6}^{2}\right)\times\left(-\cancel{14}^{2}\right)}{\cancel{7}_{1}\times\cancel{9}_{3}} = \frac{4}{3}$

ਸੱਜਾ ਪਾਸਾ : $y \times x = \left(\frac{-14}{9}\right)\times\left(\frac{-6}{7}\right) = \frac{\left(-\cancel{14}^{2}\right)\times\left(-\cancel{6}^{2}\right)}{\cancel{9}_{3}\times\cancel{7}_{1}} = \frac{4}{3}$

$\therefore$ ਖੱਬਾ ਪਾਸਾ = ਸੱਜਾ ਪਾਸਾ

ਇਸ ਲਈ, $x \times y = y \times x$

ਉਦਾਹਰਨ 1.13 ਜਾਂਚ ਕਰੋ $x \times (y \times z) = (x \times y) \times z$ ਜਦੋਂ

(i) $x = \frac{-7}{3}$, $y = \frac{12}{5}$, $z = \frac{4}{9}$ ਹੋਵੇ। (ii) $x = \frac{-1}{2}$, $y = \frac{5}{4}$, $z = \frac{-7}{5}$ ਹੋਵੇ।

ਹੱਲ :(i) ਖੱਬਾ ਪਾਸਾ : $x \times (y \times z) = \frac{-7}{3}\times\left(\frac{12}{5}\times\frac{4}{9}\right)$

$$= \frac{-7}{3} \times \frac{\cancel{12}^{4}\times 4}{5\times\cancel{9}_{3}} = \frac{-7}{3}\times\frac{16}{15} = \frac{-7\times16}{3\times15} = \frac{-112}{45}$$

ਸੱਜਾ ਪਾਸਾ : $(x \times y) \times z = \left(\frac{-7}{3}\times\frac{12}{5}\right)\times\frac{4}{9}$

$$= \frac{-7\times\cancel{12}^{4}}{\cancel{3}_{1}\times5}\times\frac{4}{9} = \frac{-28}{5}\times\frac{4}{9} = \frac{-28\times4}{5\times9} = \frac{-112}{45}$$

$\therefore$ ਖੱਬਾ ਪਾਸਾ = ਸੱਜਾ ਪਾਸਾ

ਇਸ ਲਈ, $x\times(y\times z) = (x\times y)\times z$

(ii) ਖੱਬਾ ਪਾਸਾ : $x\times(y\times z) = \frac{-1}{2}\times\left(\frac{5}{4}\times\left(\frac{-7}{5}\right)\right)$

$$= \frac{-1}{2}\times\frac{\cancel{5}^{1}\times(-7)}{4\times\cancel{5}_{1}} = \frac{-1}{2}\times\left(\frac{-7}{4}\right) = \frac{(-1)\times(-7)}{2\times4} = \frac{7}{8}$$

ਸੱਜਾ ਪਾਸਾ : $(x\times y)\times z = \left(\left(\frac{-1}{2}\right)\times\frac{5}{4}\right)\times\left(\frac{-7}{5}\right)$

$$= \frac{(-1)\times 5}{2\times 4} \times \left(\frac{-7}{5}\right) = \frac{-5}{8}\times\left(\frac{-7}{5}\right) = \frac{\left(-\not{5}^{1}\right)\times(-7)}{8\times \not{5}_{1}} = \frac{7}{8}$$

$\therefore$ ਖੱਬਾ ਪਾਸਾ = ਸੱਜਾ ਪਾਸਾ

ਇਸ ਲਈ, $x\times(y\times z) = (x\times y)\times z$

ਉਦਾਹਰਨ 1.14 **ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਵਿਚੋਂ ਹਰੇਕ ਦਾ ਗੁਣਾਤਮਕ ਉਲਟ ਲਿਖੋ।**

(i) -5 (ii) $\frac{-2}{3}$ (iii) $\frac{7}{15}$ (iv) $\frac{-2}{5}\times\frac{3}{7}$ (v) $\frac{-5}{8}\times\frac{4}{3}$

ਹੱਲ : (i) $-5 = \left(\frac{-5}{1}\right)$ ਦਾ ਗੁਣਾਤਮਕ ਉਲਟ $= \frac{1}{-5} = \frac{-1}{5}$

(ii) $\frac{-2}{3}$ ਦਾ ਗੁਣਾਤਮਕ ਉਲਟ $= \frac{3}{-2} = \frac{-3}{2}$

(iii) $\frac{7}{15}$ ਦਾ ਗੁਣਾਤਮਕ ਉਲਟ $= \frac{15}{7}$

(iv) ਇੱਥੇ $\frac{-2}{5}\times\frac{3}{7} = \frac{(-2)\times 3}{5\times 7} = \frac{-6}{35}$

$\therefore$ $\frac{-6}{35}$ ਦਾ ਗੁਣਾਤਮਕ ਉਲਟ $= \frac{35}{-6} = \frac{-35}{6}$

(v) ਇੱਥੇ $\frac{-5}{8}\times\frac{4}{3} = \frac{-5\times \not{4}^{1}}{\not{8}_{2}\times 3} = \frac{-5}{6}$

$\therefore$ $\frac{-5}{6}$ ਦਾ ਗੁਣਾਤਮਕ ਉਲਟ $= \frac{6}{-5} - \frac{-6}{5}$

ਉਦਾਹਰਨ 1.15 **ਜਾਂਚ ਕਰੋ : $x \times (y + z) = x\times y + x \times z$ ਜਦੋਂ**

(i) $x = \frac{-3}{7}, y = \frac{12}{13}, z = \frac{-5}{6}$ (ii) $x = \frac{-3}{4}, y = \frac{5}{2}, z = \frac{-7}{6}$ ਹੋਵੇ।

ਹੱਲ :(i) ਖੱਬਾ ਪਾਸਾ : $x\times(y+z) = \left(\frac{-3}{7}\right)\times\left(\frac{12}{13}+\left(\frac{-5}{6}\right)\right)$

$$= \left(\frac{-3}{7}\right)\times\left(\frac{72+(-65)}{78}\right) = \left(\frac{-3}{7}\right)\times\frac{7}{78} = \frac{\left(-\not{3}^{1}\right)\times \not{7}^{1}}{\not{7}_{1}\times \not{78}_{26}} = \frac{-1}{26}$$

(ii) ਸੱਜਾ ਪਾਸਾ : $x \times y + x \times z$ $= \left(\frac{-3}{7}\right) \times \left(\frac{12}{13}\right) + \left(\frac{-3}{7}\right) \times \left(\frac{-5}{6}\right)$

$$= \frac{(-3) \times 12}{7 \times 13} + \frac{(-3) \times (-5)}{7 \times 6} = \frac{-36}{91} + \frac{15}{14}$$

$$= \frac{-72 + 65}{182} = \frac{\cancel{-7}^{1}}{\cancel{182}_{26}} = \frac{-1}{26}$$

∴ ਖੱਬਾ ਪਾਸਾ = ਸੱਜਾ ਪਾਸਾ

ਇਸ ਲਈ $x \times (y+z) = x \times y + x \times z$

(ii) ਖੱਬਾ ਪਾਸਾ : $x \times (y+z)$ $= \left(\frac{-3}{4}\right) \times \left(\frac{5}{2} + \left(\frac{-7}{6}\right)\right)$

$$= \left(\frac{-3}{4}\right) \times \left(\frac{15 + (-7)}{6}\right) = \left(\frac{-3}{4}\right) \times \frac{8}{6} = \frac{\left(-\cancel{3}^{1}\right) \times \cancel{8}^{2}}{\cancel{4}_{1} \times \cancel{6}_{2}} = -1$$

ਸੱਜਾ ਪਾਸਾ : $x \times y + x \times z$ $= \left(\frac{-3}{4}\right) \times \frac{5}{2} + \left(\frac{-3}{4}\right) \times \left(\frac{-7}{6}\right)$

$$= \frac{(-3) \times 5}{4 \times 2} + \frac{\left(-\cancel{3}^{1}\right) \times (-7)}{4 \times \cancel{6}_{2}} = \frac{-15}{8} + \frac{7}{8} = \frac{-15 + 7}{8}$$

$$= \frac{\cancel{-8}^{1}}{\cancel{8}_{1}} = -1$$

∴ ਖੱਬਾ ਪਾਸਾ = ਸੱਜਾ ਪਾਸਾ

ਇਸ ਲਈ, $x \times (y + z) = x \times y + x \times z$

ਉਦਾਹਰਨ 1.16 **ਵੰਡਕਾਰੀ ਗੁਣ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਹੱਲ ਕਰੋ।**

(i) $\left(\frac{-5}{4}\right) \times \frac{8}{5} + \left(\frac{-5}{4}\right) \times \frac{16}{5}$ **(ii)** $\frac{2}{7} \times \frac{7}{16} - \frac{-2}{7} \times \frac{21}{4}$

ਹੱਲ :(i) $x \times y + x+z = x \times (y+z)$ ਵਰਤੋਂ ਕਰਨ 'ਤੇ ਇੱਥੇ $x = \frac{-5}{4}$, $y = \frac{8}{3}$ ਅਤੇ $z = \frac{16}{5}$

$$\left(\frac{-5}{4}\right) \times \frac{8}{5} + \left(\frac{-5}{4}\right) \times \frac{16}{5} = \left(\frac{-5}{4}\right) \times \left(\frac{8}{5} + \frac{16}{5}\right)$$ ($\frac{-5}{4}$ ਨੂੰ ਸਾਂਝਾ ਲੈਣ 'ਤੇ)

$$= \left(\frac{-5}{4}\right) \times \left(\frac{8+16}{5}\right) = \frac{-5}{4} \times \frac{24}{5} = \frac{-\cancel{5}^{1} \times \cancel{24}^{6}}{\cancel{4}_{1} \times \cancel{5}_{1}} = -6$$

(ii) $x \times y - x \times z = x \times (y - z)$ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਨ 'ਤੇ ਇੱਥੇ $x = \frac{2}{7}, y = \frac{7}{16}$ ਅਤੇ $z = \frac{21}{4}$

$$\frac{2}{7} \times \frac{7}{16} - \frac{2}{7} \times \frac{21}{4}$$

$$= \frac{2}{7} \times \left(\frac{7}{16} - \frac{21}{4}\right) \qquad \left(\frac{2}{7} \text{ ਨੂੰ ਸਾਂਝਾ ਲੈਣ 'ਤੇ}\right)$$

$$= \frac{2}{7} \times \left(\frac{7-84}{16}\right) = \frac{2}{7} \times \left(\frac{-77}{16}\right) = \frac{\cancel{2}^{1} \times \left(-\cancel{77}^{11}\right)}{\cancel{7}_{1} \times \cancel{16}_{8}} = \frac{-11}{8}$$

ਅਭਿਆਸ 1.3

1. ਹੇਠਾਂ ਲਿਖਿਆਂ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰੋ:—

(i) $\frac{7}{11} \times \frac{5}{4}$ (ii) $\frac{5}{7} \times \left(\frac{-3}{4}\right)$ (iii) $\frac{2}{9} \times \frac{-5}{11}$

(iv) $\frac{-3}{5} \times \frac{4}{7}$ (v) $\left(\frac{-8}{7}\right) \times \left(\frac{-14}{5}\right)$ (vi) $\left(\frac{-5}{9}\right) \times \left(\frac{36}{-25}\right)$

(vii) $\left(\frac{-8}{25}\right) \times \left(\frac{-15}{16}\right)$ (viii) $\left(\frac{-6}{11}\right) \times \left(\frac{-44}{30}\right)$ (ix) $\frac{5}{17} \times \left(\frac{-51}{30}\right)$

(x) $\left(\frac{-7}{18}\right) \times \left(\frac{15}{-7}\right)$ (xi) $\left(\frac{-16}{5}\right) \times \frac{20}{9} \times \left(\frac{-3}{4}\right)$ (xii) $\frac{9}{10} \times \left(\frac{-15}{27}\right) \times \frac{18}{5}$

2. ਜਾਂਚ ਕਰੋ : $\mathbf{x \times y = y \times x}$ ਜਦੋਂ

(i) $x = \frac{-5}{7}$ $y = \frac{9}{13}$ (ii) $x = \frac{3}{10}, y = \frac{-15}{8}$ (iii) $x = \frac{-7}{8}, y = \frac{-4}{9}$

(iv) $x = 5, y = \frac{-9}{10}$ ਹੋਵੇ।

3. ਜਾਂਚ ਕਰੋ : $x \times (y \times z) = (x \times y) \times z$ ਜਦੋਂ

(i) $x = \frac{-7}{6}, y = \frac{12}{5}, z = \frac{-2}{9}$ (ii) $x = \frac{1}{2}, y = \frac{-5}{8}, z = \frac{-3}{5}$

(iii) $x = \frac{5}{7}, y = \frac{-12}{10}, z = \frac{-4}{9}$ (iv) $x = \frac{-3}{5}, y = \frac{2}{9}, z = \frac{10}{7}$ ਹੋਵੇ।

4. ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤਿਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਹਰੇਕ ਦਾ ਗੁਣਾਤਮਕ ਉਲਟ ਲਿਖੋ।

(i) -2 (ii) $\frac{-5}{8}$ (iii) $\frac{7}{-9}$ (iv) $\frac{-3}{4}$

(v) $\frac{2}{7} \times \left(\frac{-3}{15}\right)$ (vi) $\left(\frac{-3}{8}\right) \times \left(\frac{-12}{9}\right)$ (vii) $(-8) \times \frac{5}{6}$ (viii) $3 \times \left(\frac{-7}{9}\right)$

5. ਜਾਂਚ ਕਰੋ : $x \times (y + z) = x \times y + x \times z$ ਜਦੋਂ

(i) $x = \frac{3}{5}, y = \frac{25}{24}, z = 10$ (ii) $x = \frac{-5}{4}, y = \frac{8}{5}, z = \frac{16}{15}$

(iii) $x = \frac{-2}{7}, y = \frac{14}{10}, z = \frac{3}{5}$ ਹੋਵੇ।

6. ਜਾਂਚ ਕਰੋ : $x \times (y - z) = x \times y - x \times z$ ਜਦੋਂ

(i) $x = \frac{-2}{3}, y = \frac{3}{4}, z = \frac{6}{7}$ (ii) $x = \frac{-1}{2}, y = \frac{5}{6}, z = \frac{-3}{10}$

(iii) $x = \frac{3}{4}, y = \frac{8}{9}, z = -10$ ਹੋਵੇ।

7. ਹੇਠਾਂ ਲਿਖੇ ਕਥਨਾਂ ਲਈ, ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਗੁਣਾ ਦੇ ਗੁਣ ਦਾ ਨਾਮ ਲਿਖੋ।

(i) $\frac{-2}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{4} \times \left(\frac{-2}{5}\right)$ ....

(ii) $\frac{-3}{8} \times 1 = \frac{-3}{8} = 1 \times \frac{-3}{8}$ ....

(iii) $\frac{5}{8} \times \left(\frac{3}{4} + \frac{2}{3}\right) = \frac{5}{8} \times \frac{3}{4} + \frac{5}{8} \times \frac{2}{3}$ ....

(iv) $\left(\frac{-2}{7} \times \frac{5}{4}\right) \times \frac{7}{10} = \frac{-2}{7} \times \left(\frac{5}{4} \times \frac{7}{10}\right)$ ....

(v) $\left(\frac{-7}{9}\right)\times\frac{3}{4}-\left(\frac{-7}{9}\right)\times\frac{5}{10} = \left(\frac{-7}{9}\right)\times\left(\frac{3}{4}-\frac{5}{10}\right)$ . ...

8. ਬਹੁਵਿਕਲਪੀ ਪ੍ਰਸ਼ਨ

(i) ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ x, y ਅਤੇ z ਦੇ ਲਈ ਹੇਠਾਂ ਲਿਖਿਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਹੜਾ ਸਹੀ ਨਹੀਂ ਹੈ ?

(a) $x \times y = y \times x$ (b) $x \times (y - z) = x \times y - x \times z$

(c) $x - y = y - x$ (d) $x \times (y \times z) = (x \times y) \times z$

(ii) ਜੇ $\frac{-5}{8}\times\frac{4}{7}=\frac{4}{7}\times\left(\frac{-5}{8}\right)$ ਹੈ, ਤਾਂ ਇਸ ਕਥਨ ਵਿੱਚ ਕਿਹੜਾ ਗੁਣ ਵਰਤਿਆ ਗਿਆ ਹੈ ?

(a) ਬੰਦ ਗੁਣ (b) ਕ੍ਰਮ ਵਟਾਂਦਰਾ ਗੁਣ (c) ਸਹਿਚਾਰਤਾ ਗੁਣ (d) ਤਤਸਮਕ

(iii) ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ 'a' ਦਾ ਗੁਣਾਤਮਕ ਤਤਸਮਕ ਹੈ :

(a) 1 (b) 0 (c) $\frac{1}{a}$ (d) $-a$

(iv) ਕਥਨ, $\frac{-5}{8}\times\left(\frac{3}{4}-\frac{2}{3}\right)=\left(\frac{-5}{8}\right)\times\frac{3}{4}-\left(\frac{-5}{8}\right)\times\frac{2}{3}$ ਲਈ ਕਿਹੜਾ ਗੁਣ ਵਰਤਿਆ ਗਿਆ ਹੈ ?

(a) ਗੁਣਾ ਦੀ ਸਹਿਚਾਰਤਾ

(b) ਘਟਾਉ ਦੀ ਸਹਿਚਾਰਤਾ

(c) ਗੁਣਾ ਦੀ ਜੋੜ ਉੱਪਰ ਵੰਡਕਾਰੀ

(d) ਗੁਣਾ ਦੀ ਘਟਾਓ ਉੱਪਰ ਵੰਡਕਾਰੀ

(v) ਹੇਠਾਂ ਲਿਖਿਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਹੜੀ ਸੰਖਿਆ ਦਾ ਗੁਣਾਤਮਕ ਉਲਟ ਸੰਭਵ ਨਹੀਂ ਹੈ ?

(a) 0 (b) -1 (c) 1 (d) $\frac{-2}{-3}$

(vi) ਹੇਠਾਂ ਲਿਖਿਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਹੜੀ ਸੰਖਿਆ ਦਾ ਗੁਣਾਤਮਕ ਉਲਟ ਉਹੀ ਸੰਖਿਆ ਖੁਦ ਹੈ ?

(a) 0 (b) -1 (c) 1 (d) b ਅਤੇ c ਦੋਨੋਂ

1.5 ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਵੰਡ (Division of Rational Numbers) :

ਪਿਛਲੀਆਂ ਜਮਾਤਾਂ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਦੋ ਭਿੰਨਾਂ ਦੀ ਵੰਡ ਬਾਰੇ ਸਿੱਖ ਚੁੱਕੇ ਹਾਂ। ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਭਿੰਨਾਂ ਦੀ ਵੰਡ, ਉਹਨਾਂ ਦੀ ਗੁਣਾ ਦਾ ਉਲਟ ਹੈ। ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਵੰਡ ਲਈ ਵੀ ਉਹੀ ਨਿਯਮ ਲਾਗੂ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਜੇ $\frac{a}{b}$ ਅਤੇ $\frac{c}{d}$ ਦੋ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ ਅਤੇ $\frac{c}{d} \neq 0$ ਤਾਂ

$\frac{a}{b}\div\frac{c}{d}=\frac{a}{b}\times$ ($\frac{c}{d}$ ਦਾ ਉਲਟ) $=\frac{a}{b}\times\frac{d}{c}$

ਇੱਥੇ $\frac{a}{b}$ ਨੂੰ ਭਾਜ (Dividend), $\frac{c}{d}$ ਨੂੰ ਭਾਜਕ (Divisor) ਅਤੇ

$\frac{a}{b}\times\frac{d}{c}$ ਨੂੰ ਭਾਜਫ਼ਲ (Quotient) ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

ਨੋਟ :—ਸਿਫ਼ਰ (0) ਨਾਲ ਭਾਗ ਸੰਭਵ ਨਹੀਂ ਹੈ।

ਆਓ ਕੁੱਝ ਉਦਾਹਰਨਾਂ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰੀਏ।

ਉਦਾਹਰਨ 1.17 **ਭਾਗ ਕਰੋ :**

(i) $\frac{3}{10}$ ਨੂੰ $\frac{4}{25}$ ਨਾਲ (ii) $\left(\frac{-8}{9}\right)$ ਨੂੰ $\left(\frac{-4}{3}\right)$ ਨਾਲ (iii) $\left(\frac{-8}{13}\right)$ ਨੂੰ $\left(\frac{-5}{26}\right)$ ਨਾਲ

(iv) $\left(\frac{-5}{8}\right)$ ਨੂੰ $\left(\frac{15}{16}\right)$ ਨਾਲ (v) $\frac{7}{15}$ ਨੂੰ $\frac{21}{20}$ ਨਾਲ

ਹੱਲ : (i) $\frac{3}{10}\div\frac{4}{25} = \frac{3}{10}\times\left(\frac{4}{25}\text{ ਦਾ ਉਲਟ}\right)$

$$= \frac{3}{10}\times\frac{25}{4} = \frac{3\times\cancel{25}^{5}}{\cancel{10}_{2}\times 4} = \frac{15}{8}$$

(ii) $\left(\frac{-8}{9}\right)\div\left(\frac{-4}{3}\right) = \left(\frac{-8}{9}\right)\times\left(\frac{-4}{3}\text{ ਦਾ ਉਲਟ}\right)$

$$= \left(\frac{-8}{9}\right)\times\left(\frac{3}{-4}\right) = \frac{\left(-\cancel{8}^{2}\right)\times\cancel{3}^{1}}{\cancel{9}_{3}\times\left(-\cancel{4}_{1}\right)} = \frac{2}{3}$$

(iii) $\left(\frac{-8}{13}\right)\div\left(\frac{-5}{26}\right) = \left(\frac{-8}{13}\right)\times\left(\frac{-5}{26}\text{ ਦਾ ਉਲਟ}\right)$

$$= \left(\frac{-8}{13}\right)\times\left(\frac{26}{-5}\right) = \frac{(-8)\times\cancel{26}^{2}}{\cancel{13}_{1}\times(-5)} = \frac{-16}{-5} = \frac{16}{5}$$

(iv) $\left(\frac{-5}{8}\right)\div\frac{15}{16} = \left(\frac{-5}{8}\right)\times\left(\frac{15}{16}\text{ ਦਾ ਉਲਟ}\right)$

$$= \left(\frac{-5}{8}\right)\times\frac{16}{15} = \frac{\left(-\cancel{5}^{1}\right)\times\cancel{16}^{2}}{\cancel{8}\times\cancel{15}_{3}} = \frac{-2}{3}$$

(v) $\frac{7}{15} \div \frac{21}{20} = \frac{7}{15} \times \left(\frac{21}{20} \text{ ਦਾ ਉਲਟ}\right)$

$$= \frac{7}{15} \times \frac{20}{21} = \frac{\overset{1}{\cancel{7}} \times \overset{4}{\cancel{20}}}{\underset{3}{\cancel{15}} \times \underset{3}{\cancel{21}}} = \frac{4}{9}$$

ਉਦਾਹਰਨ 1.18 ਦੋ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ $\frac{-14}{27}$ ਹੈ। ਜੇ ਉਹਨਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ $\frac{-7}{9}$ ਹੈ ਤਾਂ ਦੂਸਰੀ ਸੰਖਿਆ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ : ਮੰਨ ਲਓ ਦੂਸਰੀ ਸੰਖਿਆ x ਹੈ ਤਾਂ

$$\left(\frac{-7}{9}\right) \times x = \frac{-14}{27}$$

$$x = \left(\frac{-14}{27}\right) \div \left(\frac{-7}{9}\right)$$

$$= \frac{-\overset{2}{\cancel{14}}}{\underset{3}{\cancel{27}}} \times \frac{\overset{1}{\cancel{9}}}{-\underset{1}{\cancel{7}}} = \frac{2}{3}$$

ਉਦਾਹਰਨ 1.19 $\frac{3}{-7}$ ਨੂੰ ਕਿਹੜੀ ਸੰਖਿਆ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰੀਏ ਤਾਂ ਜੋ ਗੁਣਨਫਲ $\frac{-18}{49}$ ਬਣ ਜਾਵੇ ?

ਹੱਲ : ਮੰਨ ਲਉ ਲੋੜੀਂਦੀ ਸੰਖਿਆ x ਹੈ ਤਾਂ

$$x \times \left(\frac{3}{-7}\right) = \left(\frac{-18}{49}\right)$$

$$x = \left(\frac{-18}{49}\right) \div \left(\frac{3}{-7}\right) = \left(\frac{-18}{49}\right) \times \left(\frac{-7}{3}\right)$$

$$= \frac{\left(-\overset{6}{\cancel{18}}\right) \times \left(-\overset{1}{\cancel{7}}\right)}{\underset{7}{\cancel{49}} \times \underset{1}{\cancel{3}}} = \frac{6}{7}$$

1.5.1ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਭਾਗ ਦੇ ਗੁਣ (Properties of Divison of Rational Numbers) :

- **ਬੰਦ ਗੁਣ (Closure Property) :** ਦੋ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਵੰਡ (ਭਾਜਕ $\neq 0$) ਹਮੇਸ਼ਾਂ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

ਜੇ $\frac{a}{b}$ ਅਤੇ $\frac{c}{d}$ ਦੋ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ $(b, d \neq 0)$ ਅਤੇ $\frac{c}{d} \neq 0$ ਤਾਂ $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d}$ ਹਮੇਸ਼ਾਂ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਹੋਵੇਗੀ।

ਉਦਾਹਰਨ ਵਜੋਂ (i) $\left(\frac{-2}{5}\right) \div \frac{4}{9} = \frac{-2}{5} \times \frac{9}{4} = \frac{(-2) \times 9}{5 \times 4} = \frac{-9}{10}$ ਜੋ ਇੱਕ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਹੈ।

(ii) $\left(\frac{-3}{10}\right) \div \left(\frac{-5}{9}\right) = \left(\frac{-3}{10}\right) \times \left(\frac{9}{-5}\right) = \frac{(-3)\times(-9)}{10\times 5} = \frac{27}{50}$ ਜੋ ਇੱਕ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਹੈ।

- **ਕ੍ਰਮ ਵਟਾਂਦਰਾ ਗੁਣ (Commutative Property) :** ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਦੀ ਭਾਗ ਕ੍ਰਮ ਵਟਾਂਦਰਾ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦੀ

ਕੋਈ ਦੋ ਗੈਰ ਸਿਫ਼ਰ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ $\frac{a}{b}$ ਅਤੇ $\frac{c}{d}$ ਦੇ ਲਈ $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} \neq \frac{c}{d} \div \frac{a}{b}$

- **ਸਹਿਚਾਰਤਾ ਗੁਣਾ (Associative Property) :** ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੀ ਭਾਗ ਸਹਿਚਰ ਨਹੀਂ ਹੈ।

ਕੋਈ ਤਿੰਨ ਗੈਰ ਸਿਫ਼ਰ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ $\frac{a}{b}, \frac{c}{d}$ ਅਤੇ $\frac{e}{f}$ ਦੇ ਲਈ

$$\left(\frac{a}{b} \div \frac{c}{d}\right) \div \frac{e}{f} \neq \frac{a}{b} \div \left(\frac{c}{d} \div \frac{e}{f}\right)$$

1.5.2 ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਗੁਣ (Properties of Rational Numbers) :

ਗੁਣ/ਕਿਰਿਆਵਾਂ	ਜੋੜ	ਘਟਾਉ	ਗੁਣਾ	ਭਾਗ
ਬੰਦ	✓	✓	✓	✓
ਕ੍ਰਮ ਵਟਾਂਦਰਾ	✓	×	✓	×
ਸਹਿਚਾਰਤਾ	✓	×	✓	×
ਤਤਸਮਕ	✓	×	✓	×
ਉਲਟ	✓	×	✓	×

ਉਦਾਹਰਨ 1.20 **ਜਾਂਚ ਕਰੋ $x + y \neq y + x$ ਜਦੋਂ**

(i) $x = \frac{-2}{5}, y = \frac{3}{4}$ (ii) $x = \frac{-3}{13}, y = \frac{-7}{9}$ ਹੋਵੇ।

ਹੱਲ : (i) ਖੱਬਾ ਪਾਸਾ : $x \div y = \left(\frac{-2}{5}\right) \div \frac{3}{4} = \left(\frac{-2}{5}\right) \times \frac{4}{3} = \frac{(-2)\times 4}{5\times 3} = \frac{-8}{15}$

ਸੱਜਾ ਪਾਸਾ : $y \div x = \frac{3}{4} \div \left(\frac{-2}{5}\right) = \frac{3}{4} \times \left(\frac{5}{-2}\right) = \frac{3\times 5}{4\times(-2)} = \frac{-15}{8}$

$\therefore$ ਖੱਬਾ ਪਾਸਾ $\neq$ ਸੱਜਾ ਪਾਸਾ

ਇਸ ਲਈ $x \div y \neq y \div x$

(ii) ਖੱਬਾ ਪਾਸਾ : $x \div y = \left(\frac{-3}{13}\right) \div \left(\frac{-7}{9}\right) = \left(\frac{-3}{13}\right) \times \left(\frac{9}{-7}\right)$

$$= \frac{(-3)\times 9}{13\times(-7)} = \frac{27}{91}$$

ਸੱਜਾ ਪਾਸਾ : $y \div x = \left(\frac{-7}{9}\right) \div \left(\frac{-3}{13}\right) = \left(\frac{-7}{9}\right) \times \left(\frac{13}{-3}\right)$

$$= \frac{(-7)\times(-13)}{9\times 3} = \frac{91}{27}$$

$\therefore$ ਖੱਬਾ ਪਾਸਾ ≠ ਸੱਜਾ ਪਾਸਾ

ਇਸ ਲਈ $x \div y \neq y \div x$

ਉਦਾਹਰਨ 1.21 **ਜਾਂਚ ਕਰੋ $x \div (y \div z) \neq (x \div y) \div z$, ਜਦੋਂ $x = \frac{-2}{3}$, $y = \frac{-5}{6}$, $z = 3$ ਹੋਵੇ ।**

ਹੱਲ : ਖੱਬਾ ਪਾਸਾ : $x \div (y \div z) = \left(\frac{-2}{3}\right) \div \left(\left(\frac{-5}{6}\right) \div 3\right) = \left(\frac{-2}{3}\right) \div \left(\left(\frac{-5}{6}\right) \div \frac{3}{1}\right)$

$$= \left(\frac{-2}{3}\right) \div \left(\frac{-5}{6} \times \frac{1}{3}\right) = \left(\frac{-2}{3}\right) \div \left(\frac{-5}{18}\right)$$

$$= \left(\frac{-2}{3}\right) \times \left(\frac{18}{-5}\right) = \frac{(-2)\times \cancel{18}^{6}}{\cancel{3}_{1}\times(-5)} = \frac{12}{5}$$

ਸੱਜਾ ਪਾਸਾ : $(x \div y) \div z = \left[\left[\frac{-2}{3}\right] \div \left[\frac{-5}{6}\right]\right] \div 3$

$$= \left(\left(\frac{-2}{3}\right) \times \left(\frac{-6}{5}\right)\right) \div 3 = \frac{(-2)\times\left(-\cancel{6}^{2}\right)}{\cancel{3}_{1}\times 5} \div 3$$

$$= \frac{4}{5} \div \frac{3}{1} = \frac{4}{5} \times \frac{1}{3} = \frac{4}{15}$$

ਇਸ ਲਈ $x \div (y \div z) \neq (x \div y) \div z$

ਅਭਿਆਸ 1.4

1. ਭਾਗ ਕਰੋ :—

(i) $\frac{2}{5}$ ਨੂੰ $\frac{3}{4}$ ਨਾਲ (ii) $\left(\frac{-3}{8}\right)$ ਨੂੰ $\left(\frac{-2}{3}\right)$ ਨਾਲ (iii) $\left(\frac{-5}{6}\right)$ ਨੂੰ $\frac{3}{4}$ ਨਾਲ

(iv) $\left(\frac{-5}{8}\right)$ ਨੂੰ (-3) ਨਾਲ (v) $\left(\frac{-3}{4}\right)$ ਨੂੰ (-6) ਨਾਲ (vi) $\left(\frac{-2}{3}\right)$ ਨੂੰ $\left(\frac{-7}{12}\right)$ ਨਾਲ

(vii) $\left(\frac{-16}{21}\right)$ ਨੂੰ $\left(\frac{-4}{9}\right)$ ਨਾਲ (viii) $\frac{10}{9}$ ਨੂੰ $\left(\frac{-25}{12}\right)$ ਨਾਲ

2. ਜਾਂਚ ਕਰੋ $x + y \neq y + x$, ਜਦੋਂ

(i) $x = \frac{5}{7}\ y = \frac{-3}{4}$ (ii) $x = \frac{-7}{10}, y = \frac{-5}{12}$ (iii) $x = \frac{-3}{4}, y = \frac{-9}{16}$ ਹੋਵੇ।

3. ਜਾਂਚ ਕਰੋ $x + (y + z) \neq (x + y) + z$, ਜਦੋਂ

(i) $x = \frac{-3}{15}, y = \frac{-2}{3}, z = 2$ (ii) $x = \frac{-1}{4}, y = \frac{-3}{2}, z = \frac{-5}{6}$ ਹੋਵੇ।

4. ਦੋ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ $\frac{-8}{9}$ ਹੈ। ਜੇ ਉਹਨਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ $\frac{-2}{5}$ ਹੈ ਤਾਂ ਦੂਸਰੀ ਸੰਖਿਆ ਪਤਾ ਕਰੋ।

5. ਦੋ ਪਰਿਮੇਯ ਸਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ -10 ਹੈ। ਜੇ ਉਹਨਾਂ ਵਿਚੋਂ ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ 15 ਹੈ ਤਾਂ ਦੂਸਰੀ ਸੰਖਿਆ ਪਤਾ ਕਰੋ।

6. $\frac{-3}{4}$ ਦੀ ਕਿਹੜੀ ਸੰਖਿਆ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰੀਏ ਤਾਂ ਜੋ ਗੁਣਨਫਲ $\frac{15}{16}$ ਹੋ ਜਾਵੇ ?

ਸਿੱਖਣ ਦੇ ਪਰਿਣਾਮ

ਇਸ ਅਧਿਆਇ ਦੀ ਪੂਰਨਤਾ ਤੋਂ ਬਾਅਦ ਵਿਦਿਆਰਥੀ ਯੋਗ ਹਨ :—

- *ਸੰਖਿਆ ਪ੍ਰਣਾਲੀ ਦੀ ਜਾਣਕਾਰੀ ਬਾਰੇ।*
- *ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਜੋੜ, ਘਟਾਓ, ਗੁਣਾ ਅਤੇ ਭਾਗ ਕਰਨ ਦੇ।*
- *ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਉੱਪਰ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਕਿਰਿਆਵਾਂ ਦੇ ਗੁਣਾਂ ਬਾਰੇ।*

ਉੱਤਰਮਾਲਾ

ਅਭਿਆਸ 1.1

1. (i) $\frac{-1}{12}$ (ii) $\frac{-4}{33}$ (iii) $\frac{3}{8}$ (iv) $\frac{-1}{24}$ (v) $\frac{-23}{30}$
(vi) $\frac{-1}{2}$ (vii) $\frac{11}{18}$ (viii) $\frac{8}{75}$

4. (i) $\frac{5}{11}$ (ii) $\frac{-8}{9}$ (iii) $\frac{15}{13}$ (iv) $\frac{-2}{9}$ (v) $\frac{3}{8}$
(vi) $\frac{2}{7}$ (vii) $\frac{-18}{11}$ (viii) 0

5. (i) $\frac{-12}{15}$ (ii) $\frac{1}{56}$ (iii) $\frac{-77}{18}$ (iv) $\frac{1}{2}$ (v) $\frac{47}{48}$

6. (i) b (ii) c (iii) b (iv) a

ਅਭਿਆਸ 1.2

1. (i) $\frac{2}{5}$ (ii) 1 (iii) $\frac{11}{8}$ (iv) $\frac{31}{42}$ (v) $\frac{1}{6}$
   (vi) $\frac{19}{66}$ (vii) $\frac{1}{3}$ (viii) $\frac{-81}{50}$

4. (i) $\frac{17}{24}$ (ii) $\frac{-119}{24}$ (iii) $\frac{-19}{30}$ (iv) $\frac{-11}{30}$ (v) $\frac{33}{72}$

ਅਭਿਆਸ 1.3

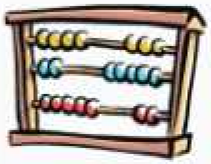
1. (i) $\frac{35}{44}$ (ii) $\frac{-15}{28}$ (iii) $\frac{-10}{99}$ (iv) $\frac{-112}{35}$ (v) $\frac{16}{5}$ (vi) $\frac{4}{5}$
   (vii) $\frac{3}{10}$ (viii) $\frac{4}{5}$ (ix) $\frac{-1}{2}$ (x) $\frac{5}{6}$ (xi) $\frac{16}{3}$
   (xii) $\frac{-9}{5}$

4. (i) $\frac{-1}{2}$ (ii) $\frac{-8}{5}$ (iii) $\frac{-9}{7}$ (iv) $\frac{-4}{3}$ (v) $\frac{-35}{2}$
   (vi) 2 (vii) $\frac{-3}{20}$ (viii) $\frac{-3}{7}$

7. (i) ਕ੍ਰਮ ਵਟਾਂਦਰਾ ਗੁਣ (ii) ਤਤਸਮਕ ਦੀ ਹੋਂਦ (iii) ਜੋੜ ਉੱਪਰ ਵੰਡਕਾਰੀ
   (iv) ਸਹਿਚਾਰਤਾ ਗੁਣ (v) ਘਟਾਉ ਉੱਪਰ ਵੰਡਕਾਰੀ

8. (i) c (ii) b (iii) a (iv) d (v) a (vi) d

ਅਭਿਆਸ 1.4

1. (i) $\frac{8}{15}$ (ii) $\frac{9}{16}$ (iii) $\frac{-10}{9}$ (iv) $\frac{5}{24}$ (v) $\frac{1}{8}$ (vi) $\frac{8}{7}$ (vii) $\frac{12}{7}$ (viii) $\frac{-8}{15}$

4. $\frac{20}{9}$ 5. $\frac{-2}{3}$ 6. $\frac{-5}{4}$