1. 4.7 m **લંબાઈ અને** 3.0×10^{-5} m² **આડછેદનું ક્ષેત્રફળ ધરાવતો સ્ટીલનો તાર તથા** 3.5 m **લંબાઈ અને** 4.0×10^{-5} m² **આડછેદનું ક્ષેત્રફળ ધરાવતા તાંબાના તાર પર આપેલ સમાન ભાર લટકાવતા બંને તારની લંબાઈમાં સમાન વધારો થાય છે, તો સ્ટીલ અને તાંબાનાં યંગ મૉડ્યુલસનો ગુણોત્તર શું હશે ?**

➠ અહીં $L_s = 4.7m$, $A_s = 3 \times 10^{-5} m^2$, $\Delta L_s = l$, $F_s = F$

અને $L_{cu} = 3.5m$, $A_{cu} = 4 \times 10^{-5} m^2$, $\Delta L_{cu} = l$, $F_{cu} = F$

$$Y_s = \frac{\frac{F_s}{A_s}}{\frac{\Delta L_s}{L_s}} = \frac{F_s L_s}{A_s \Delta L_s} = \frac{F L_s}{A_s l}$$

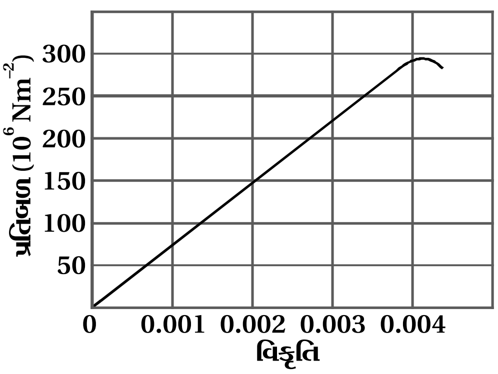
$$Y_{cu} = \frac{\frac{F_{cu}}{A_{cu}}}{\frac{\Delta L_{cu}}{L_{cu}}} = \frac{F_{cu} L_{cu}}{A_{cu} \Delta L_{cu}} = \frac{F L_{cu}}{A_{cu} l}$$

$$\therefore \frac{Y_s}{Y_{cu}} = \frac{L_s}{A_s} \times \frac{A_{cu}}{L_{cu}}$$

$$= \frac{4.7}{3 \times 10^{-5}} \times \frac{4 \times 10^{-5}}{3.5}$$

$$= \frac{18.8}{10.5} = 1.79 \approx 1.8$$

2. **આપેલ દ્રવ્ય માટે પ્રતિબળ-વિકૃતિ વક્ર આકૃતિમાં દર્શાવેલ છે, તો આ દ્રવ્ય માટે** (a) **યંગ મૉડ્યુલસ અને** (b) **અંદાજિત આધિન પ્રબળતા કેટલી હશે ?**



➠ (a) આલેખ પરથી 150×10^6 Nm^{-2} પ્રતિબળને અનુરૂપ વિકૃતિ 0.002 છે.

∴ યંગ મૉડ્યુલસ Y = પ્રતિબળ → વિકૃતિના આલેખનો ઢાળ

$$\therefore \text{યંગ મૉડ્યુલસ } Y = \frac{\text{પ્રતિબળ}}{\text{વિકૃતિ}} = \frac{150 \times 10^6}{0.002}$$

$$\therefore Y = 7.5 \times 10^8 \text{ Nm}^{-2}$$

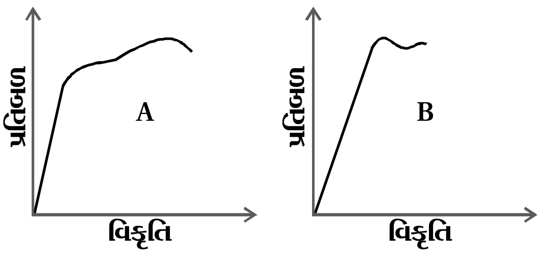
(b) ગ્રાફ પરથી આધિન પ્રબળતા એટલે મહત્તમ પ્રતિબળ

$= 300 \times 10^6$ Nm^{-2}

$= 3 \times 10^8$ Nm^{-2}

ખરેખર આધિન પ્રબળતા એ 3×10^8 Nm^{-2} કરતાં થોડી ઓછી છે.

3. **આકૃતિમાં દ્રવ્ય** A **અને** B **માટે પ્રતિબળ-વિકૃતિ-આલેખ દર્શાવેલ છે.**



આલેખ સમાન માપક્રમ પર દોરેલ છે.

(a) કયા દ્રવ્યનો યંગ મૉડ્યુલસ મોટો હશે ? (b) બેમાંથી કયું દ્રવ્ય વધુ મજબૂત હશે ?

➠ (a) આપેલા બંને આલેખ પરથી સ્પષ્ટ છે કે દ્રવ્ય-A માટે આલેખનો ઢાળ $\left(= \frac{\text{પ્રતિબળ}}{\text{વિકૃતિ}}\right)$ વધુ છે. આથી દ્રવ્ય-A માટે યંગ મૉડ્યુલસ $\left(\frac{\text{પ્રતિબળ}}{\text{વિકૃતિ}}\right)$ વધુ મળે.

(b) ભંગાણ માટે જરૂરી આધિન પ્રતિબળના મૂલ્ય પરથી દ્રવ્યની મજબુતાઈ નક્કી થાય છે અને આધિન પ્રતિબળ એ ભંગાણ બિંદુને અનુરૂપ હોય છે. A દ્રવ્ય માટે આધિન પ્રતિબળનું મૂલ્ય, B દ્રવ્યના આધિન પ્રતિબળના મૂલ્ય કરતાં વધારે છે તેથી B દ્રવ્ય કરતાં A દ્રવ્ય વધારે મજબૂત છે.

4. **નીચે આપેલ વિધાનો કાળજીપૂર્વક વાંચી કારણ સહિત તે સાચાં છે કે ખોટાં તે જણાવો :**

(a) રબરનો યંગ મૉડ્યુલસ સ્ટીલ કરતાં મોટો હોય છે.

(b) ગૂંચળાનું ખેંચાણ (લંબાઈ વધારો) તેના આકાર મૉડ્યુલસ પરથી નક્કી થાય છે.

➠ (a) ખોટું છે.

$$\text{યંગ મૉડ્યુલસ} = \frac{\text{પ્રતિબળ}}{\text{વિકૃતિ}} = \frac{\text{પ્રતિબળ}}{\frac{\Delta L}{L}}$$

સમાન પ્રતિબળથી રબરમાં લંબાઈનો વધારો, સ્ટીલમાં લંબાઈના વધારા કરતાં વધુ છે. તેથી, રબરની વિકૃતિ, સ્ટીલની વિકૃતિ કરતાં વધુ હોય પરિણામે સ્ટીલનો યંગ મૉડ્યુલસ, રબરના યંગ મૉડ્યુલસ કરતાં વધારે હોય.

(b) સાચું છે.

જ્યારે ગૂંચળાના બંને છેડે સમાન અને વિરુદ્ધ દિશાના બળ લગાડવામાં આવે છે ત્યારે લંબાઈ તથા સર્પીલ આકારમાં પણ ફેરફાર થાય છે. જે દર્શાવે છે કે અહીં આકાર પ્રતિબળ ઉદ્‌ભવે છે. આથી ગૂંચળાના ખેંચાણ અને આકાર સ્થિતિસ્થાપક અંક વચ્ચે સંબંધ છે. આથી આપેલ વિધાન સત્ય છે.

5. **$15.2\text{ mm} \times 19.1\text{ mm}$ લંબચોરસ આડછેદનું ક્ષેત્રફળ ધરાવતાં તાંબાના એક ટુકડાને 44,500 N બળના તણાવ વડે ખેંચવામાં આવે છે જેથી માત્ર સ્થિતિસ્થાપક વિરૂપણ ઉદ્‌ભવે છે, તો ઉદ્‌ભવતી વિકૃતિની ગણતરી કરો.**

➠ $Y = \frac{\text{પ્રતાન પ્રતિબળ}}{\text{પ્રતાન વિકૃતિ}} \quad Y_{Cu} = 1.2 \times 10^{11} \frac{N}{m^2}$

$\therefore$ પ્રતાન વિકૃતિ $= \frac{\text{પ્રતિબળ}}{Y} = \frac{F}{AY} = \frac{F}{l \times b \times Y}$

$= \frac{44500}{15.2 \times 10^{-3} \times 19.1 \times 10^{-3} \times 1.2 \times 10^{+11}}$

$= 0.00127$

$\approx 1.27 \times 10^{-3}$

6. **સ્કી વિસ્તારમાં ઊડન ખટોલા (chair lift)નો આધાર સ્ટીલનો એક કેબલ છે. જેની ત્રિજ્યા 1.5 cm છે. જો મહત્તમ પ્રતિબળ $10^8\ Nm^{-2}$ થી વધારી શકાતું ન હોય તો કેબલ કેટલા મહત્તમ ભારને આધાર આપી શકે ?**

➠ મહત્તમ પ્રતિબળ $= \frac{\text{મહત્તમ બળ}}{\text{આડછેદનું ક્ષેત્રફળ}}$

$\therefore$ મહત્તમ બળ F_{max} = મહત્તમ પ્રતિબળ $\times$ A

$= 10^8 \times \pi r^2$

$= 10^8 \times 3.14 \times (1.5 \times 10^{-2})^2$

$= 3.14 \times 2.25 \times 10^8 \times 10^{-4}$

$= 7.065 \times 10^4$ N

$\approx 7.07 \times 10^4$ N

7. 10 cm **લંબાઈની કિનારીવાળા તાંબાના નક્કર સમઘન માટે** 7.0×10^6 Pa **જેટલા હાઇડ્રોલિક દબાણની અસર હેઠળ કદ-સંકોચનની ગણતરી કરો. (બલ્ક મોડ્યુલસ** $B = 1.4 \times 10^{11}$**)**

➠ $B = -\frac{PV}{\Delta V} \Rightarrow \Delta V = -\frac{PV}{B} = -\frac{7\times10^6\times L^3}{1.4\times10^{11}}$

$\therefore \Delta V = -\frac{7\times10^6\times10^{-3}}{1.4\times10^{11}} = -5 \times 10^{-8} m^3$

$\therefore \Delta V = -0.05 \times 10^{-6} m^3 = -0.05\ cm^3$

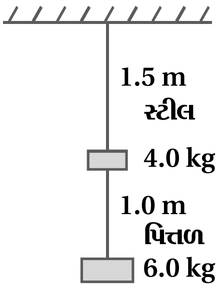
8. **એક લિટર પાણીનું** 0.10 % **સંકોચન કરવા તેના પરના દબાણમાં કેટલો ફેરફાર કરવો પડે ?**

➠ $B = -\frac{\Delta P}{\frac{\Delta V}{V}}$

$\therefore \Delta P = -B\times\frac{\Delta V}{V} = -2.2 \times 10^9 \times \left(-\frac{0.10}{100}\right)$

$= +2.2 \times 10^6\ Nm^{-2}$

9. 0.25 cm **વ્યાસ ધરાવતા બે તાર પૈકી એક સ્ટીલનો અને બીજો પિત્તળનો બનેલો છે. આકૃતિ મુજબ તેમને ભારિત કરેલ છે. ભારવિહીન અવસ્થામાં સ્ટીલના તારની લંબાઈ** 1.5 m **અને પિત્તળના તારની લંબાઈ** 1.0 m **છે. સ્ટીલ અને પિત્તળના તારમાં લંબાઈમાં થતાં વધારાની ગણતરી કરો.**



➠ $r_A = r_B = \frac{0.25\times10^{-2}}{2}$

$= 0.125 \times 10^{-2}$ m

➠ સ્ટીલના તાર માટે,

$l_s = \frac{F_s L_s}{\pi r_s^2 Y_s} = \frac{98\times1.5}{3.14\times(0.125\times10^{-2})^2\times2\times10^{11}}$

$= 1498\times10^{-11+4}$ | $F_s = mg = (4+6)\times9.8$

$= 1498 \times 10^{-7}$ | $= 10 \times 9.8 = 98$ N

$\approx 1.5 \times 10^{-4}$m

➠ પિત્તળના તાર માટે $F_B = 6 \times 9.8$ N

$l_B = \frac{F_B L_B}{\pi r_B^2 Y_B} = \frac{6\times9.8\times1}{3.14\times(0.125\times10^{-2})^2\times0.91\times10^{11}}$

$l_B = 1317 \times 10^{-7}$

$\therefore l_B = 1.317 \times 10^{-4}$m

$\therefore l_B \approx 1.3 \times 10^{-4}$m

10. **એલ્યુમિનિયમના સમઘનની કિનારી (edge) 10 cm લાંબી છે. આ ઘનની એક સપાટી શિરોલંબ દીવાલ સાથે જડિત કરેલ છે. તેની વિરુદ્ધ તરફની સપાટીએ 100 kg દળ જોડવામાં આવે છે. એલ્યુમિનિયમનો આકાર મોડ્યુલસ 25 GPa હોય, તો આ સપાટીનું શિરોલંબ દિશામાં વિસ્થાપન કેટલું થશે ?**

➠ ઘનની બાજુની લંબાઈ L = 10 cm = 0.1 m

દરેક બાજુનું ક્ષેત્રફળ $A = (0.1)^3 = 0.001\ m^3$

બાજુ પર લાગતું સ્પર્શીય બળ F = mg

$\therefore F = 100 \times 9.8 = 980\ N$

➠ આકાર સ્થિતિસ્થાપકતા અંક G = 2GPa

$\therefore G = 25 \times 10^9\ Nm^{-2}$

પણ $G = \frac{\text{સ્પર્શીય પ્રતિબળ}}{\text{આકાર વિકૃતિ}} = \frac{F/A}{\text{આકાર વિકૃતિ}}$

$\therefore$ આકાર વિકૃતિ $= \frac{F}{AG} = \frac{980}{0.001 \times 25 \times 10^9}$

$= 3.92 \times 10^{-6}$

➠ $\frac{\text{લેટરલ વિકૃતિ}}{\text{ઘનની બાજુ}} =$ આકાર વિકૃતિ

$\therefore$ લેટરલ વિકૃતિ = આકાર વિકૃતિ × ઘનની બાજુ

$= 3.92 \times 10^{-6} \times 0.1 = 3.92 \times 10^{-7}$

$\therefore \theta = 0.392 \times 10^{-6}\ m$

$\therefore \theta \approx 0.4 \times 10^{-4}\ cm$

11. **2.0 m લંબાઈના ત્રણ તાર વડે 15 kg દળના દઢ સળિયાને સમાન રીતે લટકાવેલ છે. ત્રણ પૈકી છેડાના બે તાર તાંબાના અને વચ્ચેનો તાર લોખંડનો છે. જો ત્રણેય તાર સમાન તણાવ અનુભવતા હોય, તો તેમના વ્યાસના ગુણોત્તર શોધો. $Y_{Cu} = 1.2 \times 10^{11}\ Nm^{-2}$, $Y_{Fe} = 1.9 \times 10^{11}\ Nm^{-2}$ લો.**

➠ ધારો કે તાંબા અને લોખંડના ટુકડાઓના અનુક્રમે આડછેદના ક્ષેત્રફળ A_{Cu} અને A_{Fe} તથા વ્યાસ D_{Cu} અને D_{Fe} છે.

$\therefore A_{Cu} = \frac{\pi D_{Cu}^2}{4}$ અને $A_{Fe} = \frac{\pi D_{Fe}^2}{4}$

$\therefore \frac{A_{Cu}}{A_{Fe}} = \left(\frac{D_{Cu}}{D_{Fe}}\right)^2 \quad .....(1)$

હવે $Y = \frac{F/A}{\text{વિકૃતિ}}$

$\therefore$ તાંબામાં વિકૃતિ $= \frac{F}{A_{Cu}Y_{Cu}}$ અને

લોખંડમાં વિકૃતિ $= \frac{F}{A_{Fe}Y_{Fe}}$

ટુકડાને સમાન રીતે લટકાવેલો હોવાથી બંનેમાં વિકૃતિ સમાન થાય.

$\therefore \frac{F}{A_{Cu}Y_{Cu}} = \frac{F}{A_{Fe}Y_{Fe}}$

$\therefore \frac{Y_{Fe}}{Y_{Cu}} = \frac{A_{Cu}}{A_{Fe}} = \left(\frac{D_{Cu}}{D_{Fe}}\right)^2$ [∵ પરિણામ (1) પરથી]

$\therefore \frac{D_{Cu}}{D_{Fe}} = \sqrt{\frac{Y_{Fe}}{Y_{Cu}}} = \sqrt{\frac{1.9 \times 10^{11}}{1.2 \times 10^{11}}}$

$\therefore \frac{D_{Cu}}{D_{Fe}} = \sqrt{\frac{19}{12}} = \sqrt{1.58}$

$\therefore \frac{D_{Cu}}{D_{Fe}} = 1.256 : 1$

12. **નીચે આપેલ માહિતી પરથી પાણી માટે બલ્ક મોડ્યુલસની ગણતરી કરો. પ્રારંભિક કદ = 100.0 લિટર, દબાણનો વધારો = 100.0 atm (1 atm = 1.013×10^5 Pa), અંતિમ કદ = 100.5 લિટર. (અચળ તાપમાને) પાણી અને હવાનાં બલ્ક મોડ્યુલસની તુલના કરો. આ ગુણોત્તર શા માટે મોટો છે તે સરળ શબ્દોમાં સમજાવો.**

➠ $\Delta P = 100\ atm = 100 \times 1.013 \times 10^5\ Pa$

$V_1 = 100$ લિટર $= 100 \times 10^{-3}\ m^3 = 0.1 m^3$
$V_2 = 100.5$ લિટર $= 100.5 \times 10^{-3}\ m^3$
$\Delta V = V_2 - V_1 = (100.5 \times 10^{-3} - 100 \times 10^{-3})$
$= 0.5 \times 10^{-3}\ m^3$

પાણી માટે બલ્ક મૉડ્યુલસ,

$$B_w = \frac{P}{\frac{\Delta V}{V}} = \frac{PV}{\Delta V} = \frac{100 \times 1.013 \times 10^5 \times 100 \times 10^{-3}}{0.5 \times 10^{-3}}$$
$$= 2.026 \times 10^9 \text{ Pa}$$

હવાનો બલ્ક મૉડ્યુલસ $B_a = 1.0 \times 10^5\ Pa$

$$\therefore \text{ ગુણોત્તર } = \frac{\text{પાણીનો બલ્ક મૉડ્યુલસ } (B_w)}{\text{હવાનો બલ્ક મૉડ્યુલસ } (B_a)}$$
$$= \frac{2.026 \times 10^9}{1.0 \times 10^5} = 2.026 \times 10^4$$

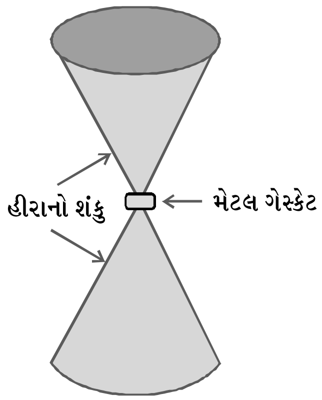
➠ પ્રવાહી કરતાં વાયુઓ વધારે દબનીય હોય અને પ્રવાહીમાં આંતર અણુ બળો, વાયુમાં આંતર અણુબળો કરતાં વધારે હોવાથી આ ગુણોત્તર ઘણોજ મોટો મળે છે.

13. 10 atm **જેટલા હાઇડ્રોલિક દબાણ હેઠળ રહેલા કાચના ચોસલા** (Slab) **માટે કદના આંશિક ફેરફારની ગણતરી કરો.**

➠ બલ્ક મૉડ્યુલસ $B = \frac{P}{\frac{\Delta V}{V}}$ (મૂલ્ય)

$$\therefore \frac{\Delta V}{V} = \frac{P}{B} = \frac{10 \times 1.013 \times 10^5}{37 \times 10^9}$$
$$= 0.027378 \times 10^{-3} = 2.74 \times 10^{-5}$$
$$\therefore \frac{\Delta V}{V} \times 100\ \% = 2.74 \times 10^{-5} \times 100\%$$
$$= 2.74 \times 10^{-3}\%$$
$$= 0.00274\% \approx 0.0027\%$$

14. **હીરાના એક જ સ્ફટિકમાંથી આકૃતિમાં દર્શાવ્યા મુજબના આકારનું એરણ** (anvils) **બનાવેલ છે. તેનો ઉપયોગ ઊંચા દબાણ હેઠળ દ્રવ્યની વર્તણૂક તપાસવા માટે થાય છે. એરણના સાંકડા છેડા પાસે સપાટ બાજુઓના વ્યાસ** 0.50 mm **છે. જો એરણના પહોળા છેડાઓ પર** 50,000 N **નું દાબીય બળ લાગુ પાડેલ હોય, તો એરણના સાંકડા છેડે** (tip) **દબાણ કેટલું હશે ?**



➠ એરણના સાંકડા છેડા પાસે સપાટ બાજુઓનો વ્યાસ, $d = 0.50\text{ mm} = 0.5 \times 10^{-3}\text{ m}$

એરણના સાંકડા છેડાના આડછેદનું ક્ષેત્રફળ,

$$A = \frac{\pi d^2}{4} \qquad \left[\because r = \frac{d}{2}\right]$$
$$= \frac{22 \times (0.5 \times 10^{-3})^2}{7 \times 4}$$
$$= 0.19643 \times 10^{-6}\ m^2$$

➠ એરણના સાંકડા છેડા પાસે પ્રતિબળ,

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{50000}{0.19643 \times 10^{-6}}$$

$\therefore\ \sigma = 254543.6 \times 10^6$

$\therefore\ \sigma \approx 2.54 \times 10^{11}\ Nm^{-2}$ or Pa

15. **ધાતુની બે પટ્ટીઓને છેડે, દરેકનો વ્યાસ 6.0 mm હોય તેવા ચાર રિવેટ દ્વારા એકબીજા સાથે જડેલ છે. રિવેટ પરનું આકાર પ્રતિબળ 6.9×10^7 Pa થી વધારી ન શકાય તે માટે જોડેલ પટ્ટીઓ પરનું મહત્તમ તણાવ કેટલું રાખવું જોઈએ ? દરેક રિવેટ એક ચતુર્થાંશ બોજ વહન કરે છે તેમ ધારો. સ્ટીલનો બલ્ક મૉડ્યુલસ 160 GM છે.**

➠ દરેક રિવેટનો વ્યાસ = 6.0 mm

$\therefore$ ત્રિજ્યા $r = 3.0\ mm = 3 \times 10^{-3}\ m$

પટ્ટી પરના દરેક રિવેટ પરનું સ્પર્શીય (આકાર) બળ ધારોકે F છે.

દરેક રિવેટ પર લાગતું આકાર બળ = F

અને દરેક રિવેટ પર આકાર પ્રતિબળ $= \frac{F}{A} = \frac{F_{max}}{A}$

દરેક રિવેટ પરનું મહત્તમ આકાર પ્રતિબળ $= 6.9 \times 10^7$ Pa આપેલું છે.

$$\therefore \frac{F_{max}}{A} = 6.9 \times 10^7$$

$$\therefore F_{max} = 6.9 \times 10^7 \times A$$
$$= 6.9 \times 10^7 \times \pi r^2$$
$$= 3.14 \times (3.0 \times 10^{-3})^2 \times 6.9 \times 10^7$$
$$= 1952\ N$$

$\therefore$ ચાર રિવેટ પરનો મહત્તમ બોજ $= 4 \times 1952$

$= 7808\ N$

$\approx 7.8 \times 10^3\ N$

16. **પ્રશાંત મહાસાગરમાં આવેલી મરીના નામની ખાઈ પાણીની સપાટીથી 11 km ઊંડી છે. ખાઇના તળિયે પાણીનું દબાણ 1.1×10^8 Pa છે. 0.32 m^3 પ્રારંભિક કદ ધરાવતાં એક સ્ટીલના દડાને દરિયામાં નાંખતાં તે ખાઈના તળિયા સુધી પહોંચે છે, તો દડાના કદમાં થતો ફેરફાર કેટલો હશે ? (સ્ટીલનો બલ્ક મૉડ્યુલસ 160 GPa છે.)**

➠ $P = 1.1 \times 10^8$ Pa

$V = 0.32\ m^3$

$B = 1.6 \times 10^{11}\ Nm^{-2}$

બલ્ક મૉડ્યુલસ $B = \frac{P}{\frac{\Delta V}{V}}$ (મૂલ્ય)

$$B = \frac{PV}{\Delta V}$$

$$\therefore \Delta V = \frac{PV}{B}$$

$$= \frac{1.1 \times 10^8 \times 0.32}{1.6 \times 10^{11}}$$
$$= 22 \times 10^{-5}$$
$$\approx 2.2 \times 10^{-4}\ m^3$$

17. **નરમ સ્ટીલમાંથી બનાવેલા ચાર પોલા અને સમાન નળાકાર વડે 50,000 kg દળવાળા મોટા સ્ટ્રક્ચરને આધાર આપવામાં આવ્યો છે. દરેક નળાકારની અંદર અને બહારની ત્રિજ્યાઓ અનુક્રમે 30 અને 60 cm છે. ભાર-વહેંચણી સમાન રીતે થાય છે. તેમ ધારીને દરેક નળાકારમાં દાબીય વિકૃતિની ગણતરી કરો.**

➠ દરેક નળાકાર પર દાબીય બળ $= \frac{F}{4}$

$= \frac{Mg}{} = \frac{50000 \times 9.8}{}$

-

4 4

$F' = 122500\ N$

દરેક નળાકાર આડછેદનું ક્ષેત્રફળ $A = \pi\ (r_e^2 - r_1^2)$

$= 3.14\ [0.36 - 0.09]$

$= 3.14 \times 0.27\ m^2$

$\approx 0.8478\ m^2$

દરેક નળાકારની દાબીય વિકૃતિ $= \frac{F'}{AY} \left[\because Y = \frac{F/A}{\text{દાબીય વિકૃતિ}}\right]$

$= \frac{122500}{0.8478 \times 2 \times 10^{11}}$

$= 72245.8 \times 10^{-11}$

$\approx 0.722 \times 10^{-6}$

બધા નળાકારની દાબીય વિકૃતિ = દરેક નળાકારની દાબીય વિકૃતિ × નળાકારની સંખ્યા

$= 0.722 \times 10^{-6} \times 4$

$= 2.888 \times 10^{-6}$

$\approx 2.89 \times 10^{-6}$

18. ખેંચાયા વગરના 1.0 m લંબાઈ ધરાવતા સ્ટીલના તારને એક છેડે 14.5 kg દળને જડિત કરેલ છે. તેને ઊર્ધ્વ સમતલમાં વર્તુળાકારે ઘુમાવવામાં આવે છે. વર્તુળમાર્ગમાં નીચેના બિંદુએ તેની કોણીય ઝડપ 2 પરિભ્રમણ/s છે. તારના આડછેદનું ક્ષેત્રફળ 0.065 cm^2 છે. જ્યારે જડિત કરેલ દળ વર્તુળમાર્ગમાં નિમ્નત્તમ બિંદુએ હોય ત્યારે તારના લંબાઈ-વધારાની ગણતરી કરો. $[Y_{\text{સ્ટીલ}} = 2 \times 10^{11}\ Nm^{-2}]$

➠ વર્તુળાકાર ગતિમાં કેન્દ્રત્યાગી બળ,

$F = \frac{mv^2}{r}$

$= mr\omega^2\ [\because v = r\omega]$

પદાર્થની ગતિના નિમ્નતમ સ્થાન માટે પદાર્થ પર લાગતું કુલ બળ,

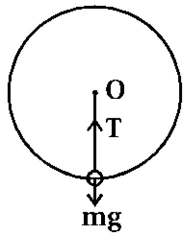
F = વજનબળ + કેન્દ્રત્યાગી બળ

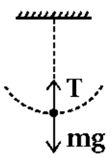
$= mg + mr\omega^2 = m\ [g + r\omega^2]$

$= 14.5\ [9.8 + 1 \times (4 \times 3.14)^2]\quad [\because r = l = 1m]$

$= 14.5\ [9.8 + (12.56)^2] = 14.5 \times 167.55$

$= 2429.5$





યંગ મૉડ્યુલસ $Y = \frac{\text{પ્રતિબળ}}{\text{વિકૃતિ}} = \frac{\frac{F}{A}}{\frac{\Delta l}{l}}$

$\therefore \Delta l = \frac{Fl}{AY} = \frac{2429.5 \times 1}{65 \times 10^{-7} \times 2 \times 10^{11}}$

$\therefore \Delta l = 18.688 \times 10^{-4} m$

$\therefore \Delta l = 1.87 \times 10^{-3}\ m = 1.87\ mm$

➠ અન્ય રીત :

$l = 1m$

$m = 14.5\ kg$

$\omega = 2 \frac{\text{પરિભ્રમણ}}{s} = 2 \times 2\pi \frac{rad}{s} = 4\pi \frac{rad}{s}$

$A = 0.065\ cm^2 = 0.065 \times 10^{-4}\ m^2$

➠ જ્યારે પદાર્થ વર્તુળમાર્ગના નિમ્નતન બિંદુએ હોય ત્યારે જરૂરી કેન્દ્રગામી બળ,

$\frac{mv^2}{l} = T - mg$ (જુઓ આકૃતિ)

$\therefore\ T = mg + \frac{mv^2}{l}$

$\therefore\ T = mg + \frac{ml^2\omega^2}{l}$

$\therefore\ T = mg + ml\omega^2 = 14.5 \times 9.8 + 14.5 \times 1 \times (4\pi)^2 = 2433.9\ N$

➠ વર્તુળાકાર ગતિમાં કેન્દ્રત્યાગી બળ,

$F = \frac{mv^2}{r}$

$= mr\omega^2\ [\because \upsilon = r\omega]$

પદાર્થની ગતિના નિમ્નતમ સ્થાન માટે પદાર્થ પર લાગતું કુલ બળ,

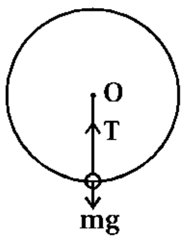
F = વજનબળ + કેન્દ્રત્યાગી બળ

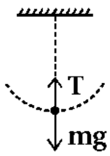
$= mg + mr\omega^2 = m\ [g + r\omega^2]$

$= 14.5\ [9.8 + 1 \times (4 \times 3.14)^2]\quad [\because r = l = 1m]$

$= 14.5\ [9.8 + (12.56)^2] = 14.5 \times 167.55$

$= 2429.5$





યંગ મૉડ્યુલસ $Y = \frac{\text{પ્રતિબળ}}{\text{વિકૃતિ}} = \frac{\frac{F}{A}}{\frac{\Delta l}{l}}$

$\therefore\ \Delta l = \frac{Fl}{AY} = \frac{2429.5 \times 1}{65 \times 10^{-7} \times 2 \times 10^{11}}$

$\therefore\ \Delta l = 18.688 \times 10^{-4} m$

$\therefore\ \Delta l = 1.87 \times 10^{-3}\ m = 1.87\ mm$

➠ અન્ય રીત :

$l = 1m$

$m = 14.5\ kg$

$\omega = 2\frac{\text{પરિભ્રમણ}}{s} = 2 \times 2\pi\frac{rad}{s} = 4\pi\frac{rad}{s}$

$A = 0.065\ cm^2 = 0.065 \times 10^{-4}\ m^2$

➠ જ્યારે પદાર્થ વર્તુળમાર્ગના નિમ્નતન બિંદુએ હોય ત્યારે જરૂરી કેન્દ્રગામી બળ,

$\frac{mv^2}{l} = T - mg$ (જુઓ આકૃતિ)

$\therefore\ T = mg + \frac{mv^2}{l}$

$\therefore\ T = mg + \frac{ml^2\omega^2}{l}$

$\therefore\ T = mg + ml\omega^2 = 14.5 \times 9.8 + 14.5 \times 1 \times (4\pi)^2 = 2433.9\ N$

19. જે ઊંડાઈએ દબાણ 80.0 atm હોય ત્યાં પાણીની ઘનતા શોધો. સપાટી પર પાણીની ઘનતા $1.03 \times 10^3\ kgm^{-3}$ છે. પાણીની દબનીયતા $45.8 \times 10^{-11}\ Pa^{-1}$ [$1\ Pa = 1\ Nm^{-2}$]

➠ ધારો કે કથિત ઊંડાઈએ પાણીની ઘનતા ϱ' અને સપાટી પર ઘનતા ϱ છે. પાણીના આપેલા દ્રવ્યમાન M માટે ધારો કે સપાટી પર કદ V અને ઊંડાઈએ કદ V' છે.

$\therefore\ V = \frac{M}{\varrho}$ અને $V' = \frac{M}{\varrho'}$

$\therefore$ કદમાં ઘટાડો $\Delta V = V - V' = M\left[\frac{1}{\varrho} - \frac{1}{\varrho'}\right]$

$\therefore\ \frac{\Delta V}{V} = M\left[\frac{1}{\varrho} - \frac{1}{\varrho'}\right] \times \frac{\varrho}{M}$

$= \frac{\rho}{\rho} - \frac{\rho}{\rho'} = 1 - \frac{\rho}{\rho'}$

કદ વિકૃતિ $\frac{\Delta V}{V} = 1 - \frac{\rho}{\rho'}$ અને દબનીયતા $K = \frac{1}{\text{બલ્ક મૉડ્યુલસ}}$

$= \frac{\Delta V}{PV} = \frac{1}{P}\left[1 - \frac{\rho}{\rho'}\right]$

$45.8 \times 10^{-11} = \frac{1}{80 \times 1.013 \times 10^5}\left[1 - \frac{1.03 \times 10^3}{\rho'}\right]$

$45.8 \times 10^{-11} \times 80 \times 1.013 \times 10^5 = 1 - \frac{1.03 \times 10^3}{\rho'}$

$\therefore \frac{1.03 \times 10^3}{\rho'} = 1 - 45.8 \times 10^{-11} \times 80 \times 1.013 \times 10^5$

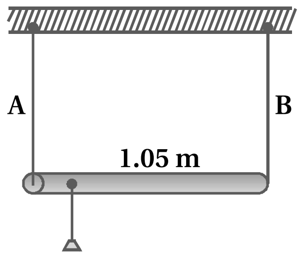
$\therefore \rho' = 1 - 3.712 \times 10^{-3} = 0.996288$

$\therefore \rho' = \frac{1.03 \times 10^3}{0.996288}$

$\therefore \rho' = 1034 \text{ kgm}^{-3}$

$\therefore \rho' = 1.034 \times 10^3 \text{ kgm}^{-3}$

20. **1.05 m લંબાઈ અને અવગણ્ય દળ ધરાવતાં એક સળિયાને આકૃતિમાં દર્શાવ્યા મુજબ બે તાર વડે બંને છેડેથી લટકાવેલ છે. તાર A સ્ટીલ અને તાર B ઍલ્યુમિનિયમનો છે. તાર A અને તાર B ના આડછેદનું ક્ષેત્રફળ અનુક્રમે 1.0 mm^2 અને 2.0 mm^2 છે. સળિયા પર કયા બિંદુએ m દળ લટકાવવામાં આવે કે જેથી સ્ટીલ અને ઍલ્યુમિનિયમના બંને તારમાં (a) સમાન પ્રતિબળ (b) સમાન વિકૃતિ ઉદ્‌ભવે ?**



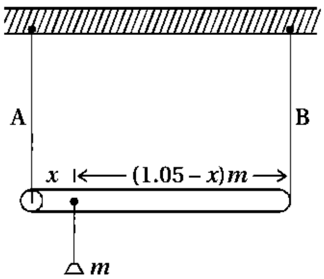
➠ સ્ટીલ માટે 1 અને ઍલ્યુમિનિયમ માટે 2 સંકેત લેતાં,
સ્ટીલના તાર A ની લંબાઈ $l_1 = l$
સ્ટીલના તારના આડછેદનું ક્ષેત્રફળ $A_1 = 1 \text{ mm}^2$
સ્ટીલના તારનો યંગ મૉડ્યુલસ $Y_1 = 2 \times 10^{11} \text{ Nm}^{-2}$
ઍલ્યુમિનિયમના તારની લંબાઈ $l_2 = l$
આડછેદનું ક્ષેત્રફળ $A_2 = 2 \text{ mm}^2$
યંગ મૉડ્યુલસ $Y_2 = 7 \times 10^{10} \text{ Nm}^{-2}$

(a) ધારોકે સ્ટીલના તારથી લટકાવેલ સળિયાના છેડાથી x અંતરે m દળનો પદાર્થ લટકાવ્યો છે.
ધારોકે બંને તારોમાં F_1 અને F_2 તણાવ બળો છે. તેથી બંને તારોમાં સમાન પ્રતિબળ ઉત્પન્ન થાય છે.

$\therefore \frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$

$\therefore \frac{F_1}{F_2} = \frac{A_1}{A_2}$

$\therefore \frac{F_1}{F_2} = \frac{1}{2}$ ... (1)



સળિયા પર લટકાવેલા બિંદુની આસપાસ બળની ચાકમાત્રા લેતાં,

$F_1 x = F_2(1.05 - x)$

$\therefore \frac{F_1}{F_2} = \frac{1.05 - x}{x}$

$\therefore \frac{1}{2} = \frac{1.05 - x}{x}$ [$\because$ પરિણામ (1) પરથી]

$\therefore x = 2.1 - 2x$

$\therefore 3x = 2.1$

$\therefore x = 0.7$ m અથવા $x = 70$ cm

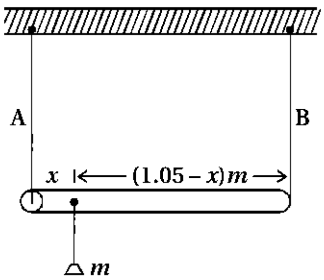
➠ સ્ટીલ માટે 1 અને ઍલ્યુમિનિયમ માટે 2 સંકેત લેતાં,
સ્ટીલના તાર A ની લંબાઈ $l_1 = l$
સ્ટીલના તારના આડછેદનું ક્ષેત્રફળ $A_1 = 1\ mm^2$
સ્ટીલના તારનો યંગ મૉડ્યુલસ $Y_1 = 2 \times 10^{11}\ Nm^{-2}$
ઍલ્યુમિનિયમના તારની લંબાઈ $l_2 = l$
આડછેદનું ક્ષેત્રફળ $A_2 = 2\ mm^2$
યંગ મૉડ્યુલસ $Y_2 = 7 \times 10^{10}\ Nm^{-2}$

(a) ધારોકે સ્ટીલના તારથી લટકાવેલ સળિયાના છેડાથી x અંતરે m દળનો પદાર્થ લટકાવ્યો છે.
ધારોકે બંને તારોમાં F_1 અને F_2 તણાવ બળો છે. તેથી બંને તારોમાં સમાન પ્રતિબળ ઉત્પન્ન થાય છે.

$\therefore \frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$

$\therefore \frac{F_1}{F_2} = \frac{A_1}{A_2}$

$\therefore \frac{F_1}{F_2} = \frac{1}{2}$ ... (1)



સળિયા પર લટકાવેલા બિંદુની આસપાસ બળની ચાકમાત્રા લેતાં,

$F_1 x = F_2(1.05 - x)$

$\therefore \frac{F_1}{F_2} = \frac{1.05 - x}{x}$

$\therefore \frac{1}{2} = \frac{1.05 - x}{x}$ [$\because$ પરિણામ (1) પરથી]

$\therefore x = 2.1 - 2x$

$\therefore 3x = 2.1$

$\therefore x = 0.7$ m અથવા $x = 70$ cm

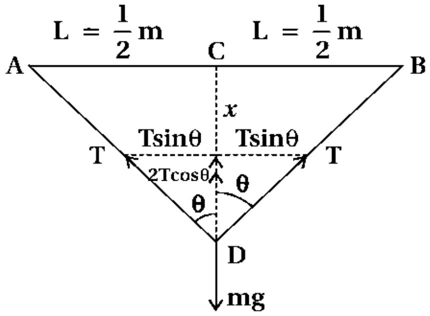
21. **1.0 m લંબાઈ અને $0.50 \times 10^{-2}\ cm^2$ આડછેદનું ક્ષેત્રફળ ધરાવતાં નરમ સ્ટીલના તારને બે થાંભલાની વચ્ચેસમક્ષિતિજ દિશામાં સ્થિતિસ્થાપકતાની હદ (મર્યાદા)માં રહે તેમ ખેંચવામાં આવે છે. હવે તારના મધ્યબિંદુએ 100 g દળ લટકાવવામાં આવે, તો તારનું મધ્યબિંદુ કેટલું નીચે આવશે ?**

➠ નરમ સ્ટીલના તારની લંબાઈ AB = 1 m અને આડછેદનું ક્ષેત્રફળ $A = 0.50 \times 10^{-2}\ cm^2$
લટકાવેલ દળ m = 100 g = 0.1 kg અને
ધારોકે C એ AB નું મધ્યબિંદુ છે.

$\therefore$ AC = CB = L = $\frac{1}{2}$ ધારો અને CD = x ધારો.

$\therefore AD = \sqrt{AC^2 + CD^2}$ તથા $DB = \sqrt{L^2 + x^2}$

$= \sqrt{L^2 + x^2}$



તારની લંબાઈમાં વધારો = AD + DB − 2L

$$\Delta L = \sqrt{L^2 + x^2} + \sqrt{L^2 + x^2} - 2L$$

$$= 2\sqrt{L^2 + x^2} - 2L$$

$$= 2L\left[\left(1 + \frac{x^2}{L^2}\right)^{\frac{1}{2}} - 1\right]$$

$$= 2L\left[\left(1 + \frac{x^2}{2L^2} + ...\right) - 1\right]$$

દ્વિપદી પ્રમેય અનુસાર વિસ્તરણના પ્રથમ બે પદો લેતાં,

$$= 2L\left[1 + \frac{x^2}{2L^2} - 1\right]$$

$$= 2L \times \frac{x^2}{2L^2}$$

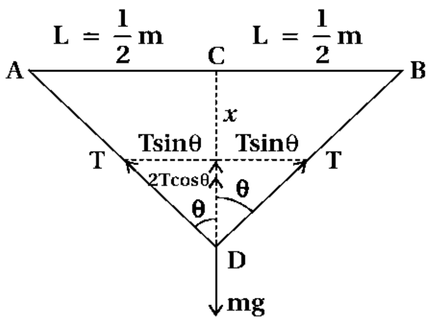
$$\Delta L = \frac{x^2}{L} \quad ... (1)$$

➠ નરમ સ્ટીલના તારની લંબાઈ AB = 1 m અને આડછેદનું ક્ષેત્રફળ $A = 0.50 \times 10^{-2}$ cm^2
લટકાવેલ દળ m = 100 g = 0.1 kg અને
ધારોકે C એ AB નું મધ્યબિંદુ છે.

$\therefore$ AC = CB = L = $\frac{1}{2}$ ધારો અને CD = x ધારો.

$\therefore$ $AD = \sqrt{AC^2 + CD^2}$ તથા $DB = \sqrt{L^2 + x^2}$

$= \sqrt{L^2 + x^2}$



તારની લંબાઈમાં વધારો = AD + DB − 2L

$$\Delta L = \sqrt{L^2 + x^2} + \sqrt{L^2 + x^2} - 2L$$

$$= 2\sqrt{L^2 + x^2} - 2L$$

$$= 2L\left[\left(1+\frac{x^2}{L^2}\right)^{\frac{1}{2}} - 1\right]$$

$$= 2L\left[\left(1+\frac{x^2}{2L^2}+\dots\right) - 1\right]$$

દ્વિપદી પ્રમેય અનુસાર વિસ્તરણના પ્રથમ બે પદો લેતાં,

$$= 2L\left[1+\frac{x^2}{2L^2} - 1\right]$$

$$= 2L \times \frac{x^2}{2L^2}$$

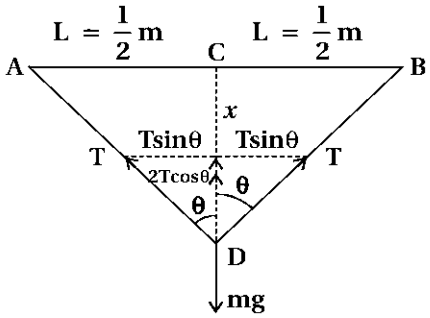
$$\Delta L = \frac{x^2}{L} \quad \dots (1)$$

➠ નરમ સ્ટીલના તારની લંબાઈ AB = 1 m અને આડછેદનું ક્ષેત્રફળ $A = 0.50 \times 10^{-2}\ cm^2$
લટકાવેલ દળ m = 100 g = 0.1 kg અને
ધારોકે C એ AB નું મધ્યબિંદુ છે.

$\therefore$ $AC = CB = L = \frac{1}{2}$ ધારો અને $CD = x$ ધારો.

$\therefore$ $AD = \sqrt{AC^2 + CD^2}$ તથા $DB = \sqrt{L^2 + x^2}$

$= \sqrt{L^2 + x^2}$



તારની લંબાઈમાં વધારો $= AD + DB - 2L$

$$\Delta L = \sqrt{L^2 + x^2} + \sqrt{L^2 + x^2} - 2L$$

$$= 2\sqrt{L^2 + x^2} - 2L$$

$$= 2L\left[\left(1+\frac{x^2}{L^2}\right)^{\frac{1}{2}} - 1\right]$$

$$= 2L\left[\left(1+\frac{x^2}{2L^2}+\dots\right) - 1\right]$$

દ્વિપદી પ્રમેય અનુસાર વિસ્તરણના પ્રથમ બે પદો લેતાં,

$$= 2L\left[1+\frac{x^2}{2L^2} - 1\right]$$

$$= 2L \times \frac{x^2}{2L^2}$$

$$\Delta L = \frac{x^2}{L} \quad \dots (1)$$