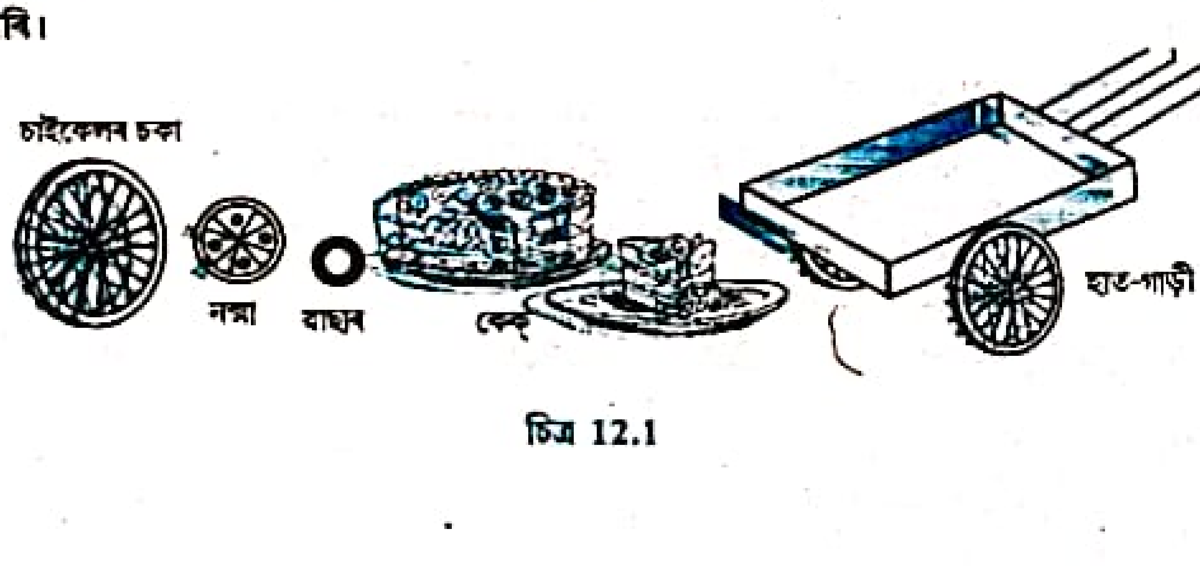
বৃত্ত সম্বন্ধীয় কালি
(Areas Related to Circles)

দ্বাদশ অধ্যায়

12.1. অৱতাৰণা (Introduction)

ইতিমধ্যে তোমালোকে আগৰ শ্ৰেণীকেইটাত সৰল সামতলিক আকাৰবোৰ যেনে : আয়তক্ষেত্ৰ, বৰ্গক্ষেত্ৰ, সামান্তৰিক, ত্ৰিভুজ আৰু বৃত্তৰ কালি আৰু পৰিসীমা নিৰ্ণয়ৰ কিছুমান পদ্ধতিৰ সৈতে পৰিচিত। আমি আমাৰ দৈনন্দিন জীৱনত পাই অহা বহুতো বস্তুৰ কিবা নহয় কিবা প্ৰকাৰে বৃত্তীয় আকাৰৰ লগত সম্বন্ধ আছে। এনেকুৱা বস্তুবোৰৰ ভিতৰত চাইকেলৰ চকা, ঠেলাৰ চকা, শেলমাৰা বোৰ্ড ঘূৰ্ণীয়া কেক্, পাপৰ, নলাৰ ঢাকোন, বিভিন্ন নক্সা, খাৰু, ব্ৰচ্ পিন, বৃত্তাকাৰ পথ, টিন গভালৰ টুপী, ফুলনি বাগিচাৰ বৃত্তাকাৰ ঠাই আদি কিছুমান উদাহৰণ (চিত্ৰ 12.1চোৱা)। সেয়েহে, বৃত্তীয় আকাৰবোৰৰ লগত সম্পৰ্ক থকা পৰিসীমা আৰু কালি নিৰ্ণয়ৰ সমস্যা ব্যৱহাৰিক গুৰুত্ব প্ৰধান। এই অধ্যায়ত, এটা বৃত্তৰ পৰিসীমা (পৰিধি) আৰু কালিৰ ধাৰণাবোৰৰ এটি পুনৰ নিৰীক্ষণৰে আমি আমাৰ আলোচনা আৰম্ভ কৰিম আৰু এই জ্ঞান এটা বৃত্তীয় ক্ষেত্ৰৰ (বা চমুকৈ এটা বৃত্তৰ) দুটা বিশেষ অংশ বৃত্তকলা আৰু বৃত্তখণ্ডৰ কালি নিৰ্ণয়ত প্ৰয়োগ কৰিম। আমি এইটোও লক্ষ্য কৰিম যে কেনেকৈ বৃত্ত বা তাৰ খণ্ডবোৰৰ সহায়ত গঠিত সামতলিক আকাৰবোৰৰ গোট কিছুমানৰ কালি কিদৰে নিৰ্ণয় কৰিব পাৰি।



চিত্ৰ 12.1

12.2. বৃত্তৰ পৰিসীমা আৰু কালি— এটি পৰ্য্যালোচনা (Perimeter an[illegible] Circle — A Review) :

মনত পেলোৱা যে এটা বৃত্তৰ চাৰিওফালে এবাৰ ঘূৰোতে আবৃত হোৱা দূৰত্বই ইয়াৰ পৰিসীমা, যাক সচাৰাচৰ কোৱা হয় ইয়াৰ পৰিধি। তোমালোকে আগৰ শ্ৰেণীবোৰৰ পৰা জানা যে এটা বৃত্তৰ পৰিধি ইয়াৰ ব্যাসৰ সৈতে এটা ধ্ৰুৱক অনুপাতত থাকে। এই ধ্ৰুৱক অনুপাতটো গ্ৰীক আখৰ π ('পাই' বুলি পঢ়া) ৰে চিহ্নিত কৰা হয়।

আন কথাত, $\dfrac{\text{পৰিধি}}{\text{ব্যাস}} = \pi$

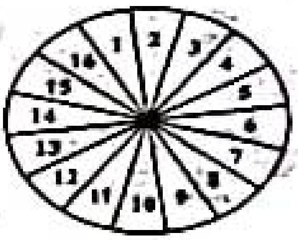
বা, পৰিধি $= \pi \times$ ব্যাস

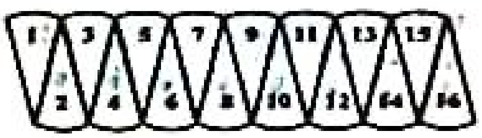
$= \pi \times 2r$ (য'ত r হ'ল বৃত্তৰ ব্যাসাৰ্দ্ধ)

$= 2\pi r$

মহান ভাৰতীয় গণিতজ্ঞ আৰ্য্যভট্টই (খৃষ্টাব্দ 476 – 550) π ৰ এটা আসন্ন মান দিছিল। তেওঁ নিৰূপণ কৰিছিল যে $\pi = \dfrac{62832}{20000}$, আৰু ই প্ৰায় 3.1416ৰ সমান। এইটো মন কৰিবলগীয়া যে ভাৰতৰ মহান, অসাধাৰণ প্ৰতিভা সম্পন্ন গণিতজ্ঞ শ্ৰীনিবাস ৰামানুজন (1887–1920)ৰ এটা অভেদ ব্যৱহাৰ কৰি, গণিতজ্ঞসকলে π ৰ মান দশমিকৰ পিছত নিযুত স্থানলৈ শুদ্ধকৈ গণনা কৰিবলৈ সমৰ্থ হৈছে। নৱম শ্ৰেণীৰ প্ৰথম অধ্যায়ৰ পৰা তোমালোকে জানিব পাৰিছা যে π এটা অপৰিমেয় সংখ্যা আৰু ইয়াৰ দশমিক বিস্তাৰ অসমাপ্ত আৰু অপুনৰাবৃত্ত (পৌনঃপুনিক নহয়)। ব্যৱহাৰিক উদ্দেশ্যৰ বাবে, আমি সাধাৰণতে π ৰ মান $\dfrac{22}{7}$ বা 3.14 (প্ৰায়) হিচাবে লওঁ।

তোমালোকে এইটোৱো মনত পেলোৱা যে এটা বৃত্তৰ কালি πr^2, য'ত r হ'ল বৃত্তটোৰ ব্যাসাৰ্দ্ধ। স্মৰণ কৰা যে তোমালোকে সপ্তম শ্ৰেণীত এটা বৃত্তক বৃত্তকলাবোৰলৈ ভাগ ভাগ কৰি ইয়াৰ সত্যাপনো কৰিছিলা আৰু চিত্ৰ 12.2 ত দেখুওৱাৰ দৰে সেইবোৰ পুনৰ সজোৱা।





চিত্ৰ 12.2

তোমালোকে লক্ষ্য কৰিব পাৰা যে চিত্ৰ 12.2 ত থকা আকৃতিটো, দৈৰ্ঘ্য $\frac{1}{2} \times 2\pi r$ আৰু প্ৰস্থ r ৰ প্ৰায় এটা আয়তক্ষেত্ৰ। ই দেখুৱায় যে বৃত্তৰ কালি $= \frac{1}{2} \times 2\pi r \times r = \pi r^2$. আমি এটা উদাহৰণৰ দ্বাৰা আগৰ শ্ৰেণীবোৰত শিকা ধাৰণাবোৰ মনত পেলাওঁ আহা।

উদাহৰণ 1 : প্ৰতি মিটাৰতে 24 টকা হাৰত এখন বৃত্তাকাৰ পথাৰৰ বেৰ দিয়া কামত 5280 টকা খৰচ হয়। পথাৰখন প্ৰতি বৰ্গ মিটাৰত 0.50 টকা হাৰত হাল বাব লাগে। পথাৰখনৰ হাল বোৱা খৰচ নিৰ্ণয় কৰা ($\pi = \frac{22}{7}$ লোৱা)।

সমাধান : বেৰৰ দৈৰ্ঘ্য (মিটাৰত) $= \frac{\text{মুঠ খৰচ}}{\text{হাৰ}} = \frac{5280}{24} = 220$

সেয়ে, পথাৰখনৰ পৰিধি = 220 মিটাৰ

গতিকে, যদি পথাৰখনৰ ব্যাসাৰ্দ্ধ r মিটাৰ হয়, তেন্তে

$$2\pi r = 220$$

বা, $2 \times \frac{22}{7} \times r = 220$

বা, $r = \frac{220 \times 7}{2 \times 22} = 35$

অৰ্থাৎ, পথাৰখনৰ ব্যাসাৰ্দ্ধ 35 মিটাৰ।

গতিকে, পথাৰখনৰ কালি $= \pi r^2 = \frac{22}{7} \times 35 \times 35$ মিটাৰ^2

$= 22 \times 5 \times 35$ মিটাৰ^2

এতিয়া, পথাৰখনৰ 1 মিটাৰ^{2}ত হাল বোৱা খৰচ = 0.50 টকা

সেয়েহে, পথাৰখনৰ হালবোৱা মুঠ খৰচ $= 22 \times 5 \times 35 \times 0.50$ টকা

= 1925 টকা।

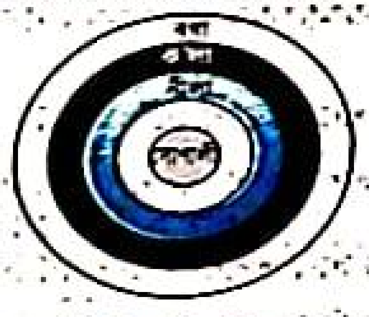
অনুশীলনী : 12.1

অন্য ধৰণে দিয়া নাথাকিলে $\pi = \frac{22}{7}$ লোৱা।

1. দুটা বৃত্তৰ ব্যাসাৰ্দ্ধ যথাক্ৰমে 19 চে.মি. আৰু 9 চে.মি.। এটা বৃত্তৰ ব্যাসাৰ্দ্ধ নিৰ্ণয় কৰা যাৰ পৰিধি বৃত্ত দুটাৰ পৰিধিৰ সমষ্টিৰ সমান।

2. দুটা বৃত্তৰ ব্যাসাৰ্দ্ধ যথাক্রমে 8 চে.মি. আৰু 6 চে.মি.। এটা বৃত্তৰ ব্যাসাৰ্দ্ধ নিৰ্ণয় কৰা যাৰ কালি বৃত্ত দুটাৰ কালিৰ সমষ্টিৰ সমান।

3. এখন ঘূৰণীয়া আকৃতিৰ ধনু-কাঁড়ৰ লক্ষ্য কেন্দ্ৰৰ পৰা বাহিৰলৈ পাঁচটা নম্বৰ পোৱা অংশ ক্রমে সোণালী, ৰঙা, নীলা, ক'লা আৰু বগা ৰঙেৰে চিহ্নিত কৰি চিত্ৰ 12.3 ত আঁকি দেখুওৱা হৈছে। সোণালী ৰঙেৰে নিৰ্দেশ কৰা অঞ্চলটোৰ ব্যাস 21 চে.মি. আৰু বাকী ৰং দিয়া অঞ্চলবোৰৰ প্ৰত্যেকৰে প্ৰস্থ 10.5 চে.মি.। ৰং দিয়া অঞ্চল প্ৰত্যেকৰে কালি নিৰ্ণয় কৰা।



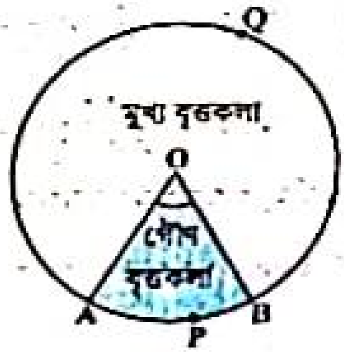
চিত্ৰ 12.3

4. এখন গাড়ীৰ চকাবোৰৰ প্ৰত্যেকৰে ব্যাস 80 চে.মি.। যেতিয়া গাড়ীখনে প্ৰতি ঘণ্টাত 66 কি.মি. দ্ৰুতিত গৈ থাকে, প্ৰতিটো চকাই 10 মিনিটত কিমানটা সম্পূৰ্ণ ঘূৰণ কৰে?

5. তলত দিয়াবোৰত শুদ্ধ উত্তৰত চিন দিয়া আৰু তোমাৰ বাছনিৰ যুক্তি দৰ্শোৱা: যদি এটা বৃত্তৰ পৰিসীমা আৰু কালি সাংখ্যিকভাৱে সমান হয়, তেন্তে বৃত্তটোৰ ব্যাসাৰ্দ্ধ হ'ল-

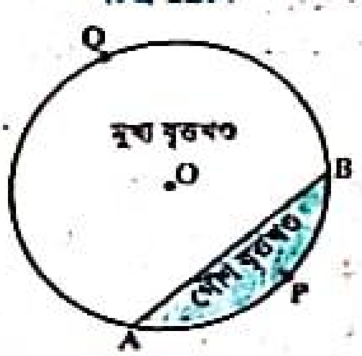
(A) 2 একক (B) π একক (C) 4 একক (D) 7 একক

12.3. বৃত্তকলা আৰু বৃত্তখণ্ডৰ কালি (Areas of Sector and Segment of a Circle) :



চিত্ৰ 12.4

ইতিমধ্যে তোমালোকে আগৰ শ্ৰেণীসমূহত বৃত্তকলা আৰু বৃত্তখণ্ড পদবোৰ পাই আহিছা। মনত পেলোৱা যে দুডাল ব্যাসাৰ্দ্ধ আৰু অনুৰূপ চাপৰ দ্বাৰা আবৃত বৃত্তীয় অঞ্চলৰ খণ্ডটোক (বা অংশটোক) এটা বৃত্তকলা বোলা হয়; এডাল জ্যা আৰু অনুৰূপ চাপৰ মাজৰ বৃত্তীয় অঞ্চলৰ খণ্ডটোক (বা অংশটোক) এটা বৃত্তখণ্ড বোলা হয়। এইদৰে, চিত্ৰ 12.4 ত, OAPB আবৃত অঞ্চল O কেন্দ্ৰযুক্ত বৃত্তটোৰ এটা বৃত্তকলা। ∠AOB ক বৃত্তকলাৰ কোণ বোলা হয়। লক্ষ্য কৰা যে এই চিত্ৰত, OAQB অনাবৃত অঞ্চলো এটা বৃত্তকলা। স্পষ্টভাৱে, OAPB ক গৌণ বৃত্তকলা বোলা হয় আৰু OAQB ক মুখ্য বৃত্তকলা বোলা হয়। তোমালোকে এইটোও মন কৰা যে মুখ্য বৃত্তকলাৰ কোণ হ'ল 360° − ∠AOB.

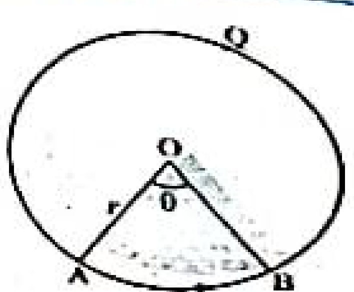


চিত্ৰ 12.5

এতিয়া, চিত্ৰ 12.5 ত লক্ষ্য কৰা য'ত O কেন্দ্ৰ যুক্ত বৃত্তটোৰ AB এডাল জ্যা। সেয়ে, আবৃত অঞ্চল APB বৃত্তটোৰ এটা খণ্ড। তোমালোকে এইটোও মন কৰা যে AB জ্যাডালে গঠন হোৱা

অনাবৃত অঞ্চল AQB বৃত্তটোৰ আন এটা খণ্ড। স্পষ্টভাৱে APB ক গৌণ বৃত্তখণ্ড আৰু AQB মুখ্য বৃত্তখণ্ড বোলা হয়।

মন্তব্য যেতিয়া আমি 'বৃত্তখণ্ড' আৰু 'বৃত্তকলা' লিখো, অন্যথাৰে নিৰূপিত নোহোৱা পৰ্যন্ত, আমি যথাক্ৰমে বুজিম 'গৌণ বৃত্তখণ্ড' আৰু 'গৌণ বৃত্তকলা'।



চিত্ৰ 12.6

এতিয়া এই জ্ঞানদ্বাৰা, সেইবোৰৰ কালি গণনা কৰিবলৈ আমি কিছুমান সম্বন্ধ (বা সূত্ৰ) নিৰ্ণয় কৰাৰ চেষ্টা কৰো আহা।

ধৰা কেন্দ্ৰ O আৰু ব্যাসাৰ্দ্ধ r যুক্ত এটা বৃত্তৰ OAPB এটা বৃত্তকলা (চিত্ৰ 12.6 চোৱা)। ধৰা ∠AOB ৰ ডিগ্ৰী মাপ θ.

তোমালোকে জনা যে এটা বৃত্তৰ কালি (আচলতে এটা বৃত্তকাৰ অঞ্চলৰ বা চক্ৰাকাৰৰ) হ'ল πr^2.

এই ধৰণে, O কেন্দ্ৰত 360° (অৰ্থাৎ ডিগ্ৰী মাপত 360) ৰ কোণ এটা উৎপন্ন কৰা এই বৃত্তীয় অঞ্চলটোক এটা বৃত্তকলা বুলি আমি বিবেচনা কৰিব পাৰো। এতিয়া ঐকিক নিয়ম প্ৰয়োগ কৰি, আমি OAPB বৃত্তকলাটোৰ কালি নিম্নোক্ত ধৰণে পাব পাৰো :

যেতিয়া কেন্দ্ৰত কোণটোৰ ডিগ্ৰীমাপ 360, বৃত্তকলাটোৰ কালি $= \pi r^2$

সেয়ে, যেতিয়া কেন্দ্ৰত কোণটোৰ ডিগ্ৰীমাপ 1, বৃত্তকলাটোৰ কালি $= \frac{\pi r^2}{360}$.

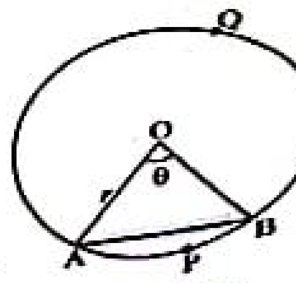
গতিকে, যেতিয়া কেন্দ্ৰত কোণটোৰ ডিগ্ৰীমাপ θ, বৃত্তকলাটোৰ কালি $= \frac{\pi r^2}{360} \times \theta$

$$= \frac{\theta}{360} \times \pi r^2.$$

এইদৰে, এটা বৃত্তৰ এটা বৃত্তখণ্ডৰ কালিৰ বাবে আমি নিম্নোক্ত সম্বন্ধ (বা সূত্ৰ) পাওঁ :

কোণ θ ৰ বৃত্তকলাটোৰ কালি $= \frac{\theta}{360} \times \pi r^2$

য'ত r হ'ল বৃত্তটোৰ ব্যাসাৰ্দ্ধ আৰু θ হ'ল ডিগ্ৰী মাপত বৃত্তকলাটোৰ কোণ।



চিত্ৰ 12.7

এতিয়া স্বাভাৱিকতে এটা প্ৰশ্নৰ উদয় হয়— আমি এই বৃত্তকলাটো অনুযায়ী APB চাপটোৰ দৈৰ্ঘ্য নিৰ্ণয় কৰিব পাৰোনে? হয় পাৰো। আকৌ, ঐকিক নিয়ম প্ৰয়োগ কৰি আৰু বৃত্তটোৰ (360° কোণৰ) সম্পূৰ্ণ দৈৰ্ঘ্য $2\pi r$ হিচাপে ধৰি, আমি APB চাপটোৰ নিৰ্ণেয় দৈৰ্ঘ্য $\frac{\theta}{360} \times 2\pi r$ হিচাপে পাব পাৰো।

সেয়েহে, θ কোণৰ এটা বৃত্তকলাৰ এটা চাপৰ দৈৰ্ঘ্য $= \frac{\theta}{360} \times 2\pi r$

এতিয়া আমি কেন্দ্ৰ O আৰু ব্যাসাৰ্দ্ধ r যুক্ত এটা বৃত্তৰ APB বৃত্তখণ্ডটোৰ কালিৰ কথাটো লওঁহক। তোমালোকে লক্ষ্য কৰা যে :

APB বৃত্তখণ্ডটোৰ কালি = OAPB বৃত্তকলাটোৰ কালি − ΔOABৰ কালি

$$= \frac{\theta}{360} \times \pi r^2 - \Delta OAB \text{ ৰ কালি}$$

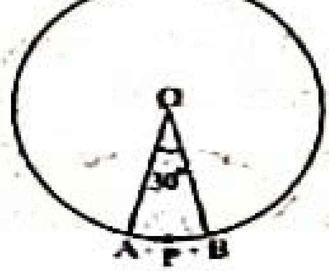
টোকা : চিত্ৰ 12.6 আৰু চিত্ৰ 12.7 ৰ পৰা যথাক্ৰমে, তোমালোকে পৰ্যবেক্ষণ কৰিব পাৰা যে:

মুখ্য বৃত্তকলা OAQB ৰ কালি $= \pi r^2$ − গৌণ বৃত্তকলা OAPB ৰ কালি আৰু মুখ্য বৃত্তখণ্ড AQB ৰ কালি $= \pi r^2$ − গৌণ বৃত্তখণ্ড APB ৰ কালি।

এতিয়া আমি এই ধাৰণাবোৰ (বা সিদ্ধান্তবোৰ) বোধগম্য হ'বলৈ কিছুমান উদাহৰণ লওঁহক।

উদাহৰণ 2 : 4 চে.মি. ব্যাসাৰ্দ্ধযুক্ত আৰু 30° কোণৰ এটা বৃত্তৰ বৃত্তকলাটোৰ কালি নিৰ্ণয় কৰা। লগতে, অনুৰূপ মুখ্য বৃত্তকলাটোৰ কালি নিৰ্ণয় কৰা (ব্যৱহাৰ কৰা $\pi = 3.14$)।

সমাধান : দিয়া আছে, বৃত্তকলা OAPB (চিত্ৰ 12.8 চোৱা)।



চিত্ৰ 12.8

বৃত্তকলাটোৰ কালি $= \frac{\theta}{360} \times \pi r^2$

$= \frac{30}{360} \times 3.14 \times 4 \times 4$ চে.মি.²

$= \frac{12.56}{3}$ চে.মি.²

$= 4.19$ চে.মি.² (প্ৰায়)

অনুৰূপ মুখ্য বৃত্তকলাটোৰ কালি $= \pi r^2$ − বৃত্তকলা OAPB ৰ কালি

$= (3.14 \times 16 - 4.19)$ চে.মি.²

$= 46.05$ চে.মি.²

$= 46.1$ চে.মি.² (প্ৰায়)

বিকল্পভাৱে,

মুখ্য বৃত্তকলাটোৰ কালি $= \frac{(360 - \theta)}{360} \times \pi r^2$

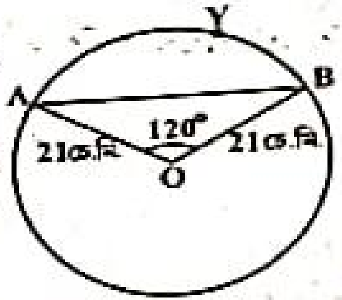
$= \left(\frac{360 - 30}{360}\right) \times 3.14 \times 16$ চে.মি.²

$= \frac{330}{360} \times 3.14 \times 16$ চে.মি.^{2}

$= 46.05$ চে.মি.^{2}

$= 46.1$ চে.মি.^{2} (প্ৰায়)

উদাহৰণ ৩ : যদি বৃত্তটোৰ ব্যাসাৰ্দ্ধ 21 চে.মি. আৰু $\angle AOB = 120°$, চিত্ৰ 12.9 ত দেখুওৱা AYB বৃত্তখণ্ডটোৰ কালি নিৰ্ণয় কৰা (ব্যৱহাৰ কৰা $\pi = \frac{22}{7}$)



চিত্ৰ 12.9

সমাধান : AYB বৃত্তখণ্ডটোৰ কালি = বৃত্তকলা OAYB ৰ কালি – ΔOAB ৰ কালি ..... (1)

এতিয়া, OAYB বৃত্তকলাটোৰ কালি

$= \frac{120}{360} \times \frac{22}{7} \times 21 \times 21$ চে.মি.^{2}

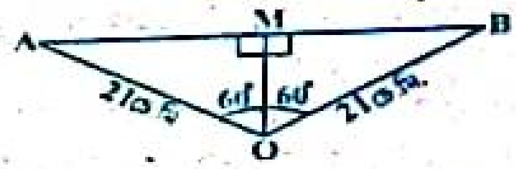
$= 462$ চে.মি.^{2} ..... (2)

ΔOABৰ কালি উলিওৱাৰ বাবে, চিত্ৰ 12.10. ত দেখুওৱাৰ দৰে $OM \perp AB$ আঁকা।

লক্ষ্য কৰা যে OA = OB।

গতিকে, RHS সৰ্বাংগসমতাৰ দ্বাৰা, $\Delta AMO \cong \Delta BMO$.

সেয়েহে, M, AB ৰ মধ্যবিন্দু আৰু $\angle AOM = \angle BOM = \frac{1}{2} \times 120° = 60°$.



চিত্ৰ 12.10

ধৰা, OM = x চে.মি.

সেয়েহে, ΔOMA ৰ পৰা, $\frac{OM}{OA} = \cos 60°$

বা, $\frac{x}{21} = \frac{1}{2}$ $\left(\because \cos 60° = \frac{1}{2}\right)$

$\Rightarrow x = \frac{21}{2}$

সেয়েহে, OM = $\frac{21}{2}$ চে.মি.

আকৌ, $\frac{AM}{OA} = \sin 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}$

সেয়েহে, AM = $\frac{21\sqrt{3}}{2}$ চে.মি.

গতিকে, AB = 2 AM = $\frac{2\times 21\sqrt{3}}{2}$ চে.মি. = $21\sqrt{3}$ চে.মি.

সেয়েহে, ΔOABৰ কালি = $\frac{1}{2}$ AB × OM

$= \frac{1}{2}\times 21\sqrt{3}\times\frac{21}{2}$ চে.মি²

$= \frac{441}{4}\sqrt{3}$ চে.মি.² ..... (3)

গতিকে, AYB বৃত্তখণ্ডটোৰ কালি = $\left(462-\frac{441}{4}\sqrt{3}\right)$ চে.মি.² [(1),(2) আৰু (3)ৰ পৰা]

$= \frac{21}{4}\left(88-21\sqrt{3}\right)$ চে.মি.²

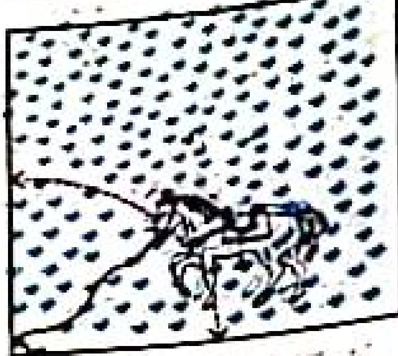
অনুশীলনী : 12.2

অন্যথাৰণে নাথাকিলে $\pi = \frac{22}{7}$ ল'বা।

1. 6 চে.মি. ব্যাসাৰ্দ্ধযুক্ত এটা বৃত্তৰ এটা বৃত্তকলাৰ কালি নিৰ্ণয় কৰা, যদি বৃত্তকলাটোৰ কোণ 60° হয়।
2. 22 চে.মি. পৰিধিযুক্ত এটা বৃত্তৰ এটা চোকৰ কালি নিৰ্ণয় কৰা।
3. এটা ঘড়ীৰ মিনিটৰ কাঁটাডালৰ দৈৰ্ঘ্য 14 চে.মি.। 5 মিনিটত ঘড়ীৰ কাঁটাডালৰ দ্বাৰা ঘূৰণৰ কালি নিৰ্ণয় কৰা।
4. 10 চে.মি. ব্যাসাৰ্দ্ধৰ এটা বৃত্তৰ এডাল জ্যাই কেন্দ্ৰত এটা সমকোণ কৰে। অনুৰূপ (i) গৌণ বৃত্তখণ্ড (ii) মুখ্য বৃত্তকলাৰ কালি নিৰ্ণয় কৰা। (ব্যৱহাৰ কৰা $\pi = 3.14$)
5. 21 চে.মি., ব্যাসাৰ্দ্ধৰ এটা বৃত্তত, এটা চাপে কেন্দ্ৰত এটা 60° ৰ কোণ কৰে। নিৰ্ণয় কৰাঃ
   (i) চাপটোৰ দৈৰ্ঘ্য
   (ii) চাপটোৰ দ্বাৰা গঠন হোৱা বৃত্তকলাটোৰ কালি
   (iii) অনুৰূপ জ্যাডালৰ দ্বাৰা গঠন হোৱা বৃত্তখণ্ডটোৰ কালি।
6. 15 চে.মি. ব্যাসাৰ্দ্ধৰ এটা বৃত্তৰ এডাল জ্যাই কেন্দ্ৰত এটা 60° ৰ কোণ কৰে। বৃত্তটোৰ অনুৰূপ গৌণ আৰু মুখ্য বৃত্তখণ্ডবোৰৰ কালি নিৰ্ণয় কৰা। (ব্যৱহাৰ কৰা $\pi = 3.14$ আৰু $\sqrt{3} = 1.73$)

7. 12 চে.মি. ব্যাসাৰ্দ্ধৰ এটা বৃত্তৰ এডাল জ্যাই কেন্দ্ৰত এটা 120° ৰ কোণ কৰে। বৃত্তটোৰ অনুৰূপ বৃত্তখণ্ডটোৰ কালি নিৰ্ণয় কৰা। (ব্যৱহাৰ কৰা $\pi = 3.14$ আৰু $\sqrt{3} = 1.73$)

8. 15 মিটাৰ বাহুৰ এখন বৰ্গক্ষেত্ৰাকাৰ ঘাঁহনি পথাৰৰ এটা চুকত এটা খুঁটিত 5 মিটাৰ দীঘল ৰছীৰে এটা ঘোঁৰা বান্ধি থোৱা হৈছে। (চিত্ৰ 12.11)

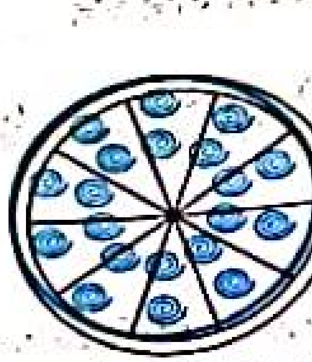


চিত্ৰ 12.11

(i) ঘোঁৰাটো য'ত চৰিব পাৰে পথাৰ খনৰ সেই অংশটোৰ কালি নিৰ্ণয় কৰা।

(ii) যদি ৰছীডাল 5 মিটাৰৰ সলনি 10 মিটাৰ দীঘল হয়, চৰণীয়া অঞ্চলটোৰ বৃদ্ধি নিৰ্ণয় কৰা। (ব্যৱহাৰ কৰা $\pi = 3.14$)

9. 35 মি.মি. ব্যাসযুক্ত এটা বৃত্তৰ আকাৰৰ এটা ব্ৰোচপিন ৰূপৰ তাঁৰেৰে তৈয়াৰ কৰা হৈছে। আকৌ, তাঁৰডাল 5 ডাল ব্যাস হোৱাকৈ ব্যৱহাৰ কৰা হৈছে আৰু চিত্ৰ 12.12ত দেখুওৱাৰ দৰে এই ব্যাসবোৰে বৃত্তটোক 10 টা সমান বৃত্তকলাত ভাগ কৰিছে।

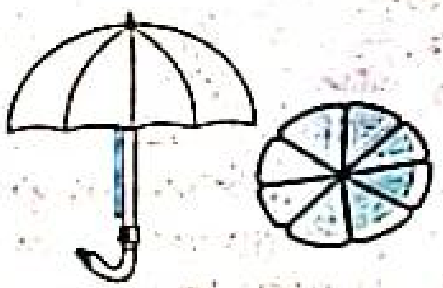


চিত্ৰ 12.12

(i) প্ৰয়োজন হোৱা ৰূপৰ তাঁৰৰ মুঠ দৈৰ্ঘ্য নিৰ্ণয় কৰা।

(ii) ব্ৰোচপিনটোৰ প্ৰতিটো বৃত্তকলাৰ কালি নিৰ্ণয় কৰা।

10. এটা ছাতিৰ সমান ব্যৱধানত থকাকৈ 8 ডাল ৰিব্ আছে (চিত্ৰ 12.13 চোৱা)। ছাতিটোক 45 চে.মি. ব্যাসাৰ্দ্ধৰ এটা সমান বৃত্ত হব বুলি ধৰি লৈ, ছাতিটোৰ দুটা ক্ৰমিক ৰিবৰ মাজৰ কালি নিৰ্ণয় কৰা।

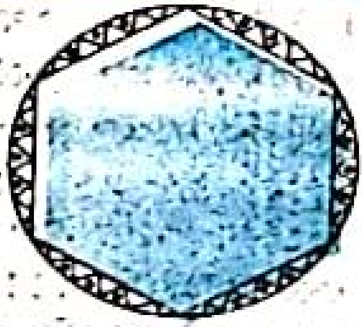


চিত্ৰ 12.13

11. এখন গাড়ীৰ ওপৰাউপৰিকৈ লাগি নথকাকৈ দুডাল ৱাইপাৰ (Wiper) আছে। 115° ৰ এটা কোণৰে ঘূৰি থকা প্ৰতিডাল ৱাইপাৰৰ 25 চে.মি. দৈৰ্ঘ্যৰ এখন ব্লেড আছে। ব্লেডবোৰৰ প্ৰতিটো ঘূৰণত পৰিষ্কাৰ হোৱা মুঠ অংশৰ কালি নিৰ্ণয় কৰা।

12. পানীৰ তলত থকা শিলবোৰৰ বাবে জাহাজবোৰক সতৰ্ক কৰি দিবলৈ, এটা লাইটহাউচে ৰঙা বৰণীয়া পোহৰ 16.5 কি.মি. দূৰত্বলৈ 80° কোণৰ এটা বৃত্তকলাৰ ওপৰত বিয়পায়। সাগৰৰ যি অঞ্চলৰ ওপৰত জাহাজবোৰে সতৰ্ক কৰি দিয়া হয় সেই অংশৰ কালি নিৰ্ণয় কৰা। (ব্যৱহাৰ কৰা $\pi = 3.14$)।

13. চিত্ৰ 12.14 ত দেখুওৱা দৰে এখন ঘূৰণীয়া টেবুল কভাৰৰ ছয়টা সমান নক্সা আছে। যদি কভাৰটোৰ ব্যাসাৰ্দ্ধ 28 চে.মি. হয়, তেন্তে প্ৰতি চে.মি.^{2} ত 0.35 টকা হাৰত নক্সাবোৰ তৈয়াৰ কৰাৰ খৰচ নিৰ্ণয় কৰা। (ব্যৱহাৰ কৰা $\sqrt{3} = 1.7$)



চিত্ৰ 12.14

14. শুদ্ধ উত্তৰত চিন দিয়া :

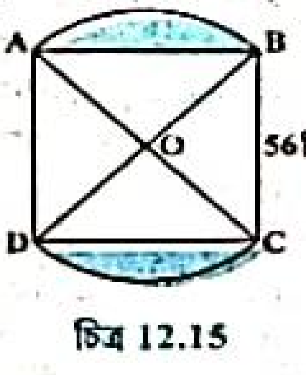
R ব্যাসাৰ্দ্ধ যুক্ত এটা বৃত্তৰ p (ডিগ্ৰীত) কোণৰ এটা বৃত্তকলাৰ কালি হ'ল–

(A) $\frac{p}{180} \times 2\pi R$ (B) $\frac{p}{180} \times \pi R^2$ (C) $\frac{p}{360} \times 2\pi R$ (D) $\frac{p}{720} \times 2\pi R^2$

12.4. সামতলিক আকাৰবোৰৰ গোটসমূহৰ কালি (Areas of Combinations of Plane Figures) :

এতিয়ালৈকে আমি বিভিন্ন আকাৰবোৰৰ কালি পৃথকভাবে নিৰ্ণয় কৰিছো। এতিয়া আমি সমতলিক আকাৰবোৰৰ গোটসমূহৰ কালি উলিয়াবলৈ চেষ্টা কৰোঁহক। আমি আমাৰ দৈনন্দিন জীৱনত আকাৰবোৰ এনেধৰণে আৰু লগতে বিভিন্ন আমোদজনক নক্সাবোৰৰ আকাৰতো পাই আহিছো। এনেকুৱা উদাহৰণবোৰৰ কিছুমান হ'ল ফুলনি বাগিছাৰ বৃত্তাকাৰ ঠাই, নলাৰ ঢাকন, খিৰিকীৰ নক্সা, টেবুল কভাৰৰ নক্সা। আমি কিছুমান উদাহৰণৰ জৰিয়তে এই আকাৰবোৰৰ কালি নিৰ্ণয় কৰাৰ পদ্ধতি বৰ্ণনা কৰো।

উদাহৰণ 4 : চিত্ৰ 12.15ত, 56 মিটাৰ বাহুৰ এডোখৰ বৰ্গাকাৰ, ঘাঁহ থকা মুকলি ঠাই ABCD ৰ দুয়োফালত দুডোখৰ বৃত্তীয় ফুলনি, দেখুওৱা হৈছে। যদি বৰ্গাকাৰ ঘাঁহ থকা মুকলি ঠাইখনৰ কৰ্ণবোৰৰ ছেদ বিন্দু O য়েই প্ৰতি ডোখৰ বৃত্তীয় ফুলনিৰ কেন্দ্ৰ হয়, তেন্তে ঘাঁহ থকা মুকলি ঠাইখন আৰু ফুলনিৰ কালি নিৰ্ণয় কৰা।



চিত্ৰ 12.15

সমাধান : ঘাঁহ থকা মুকলি ঠাই ABCD ৰ কালি $= 56^2$ মিটাৰ^2

$= 56 \times 56$ মিটাৰ^2 ..... (1)

ধৰা OA = OB = x মিটাৰ

সেয়েহে, $x^2 + x^2 = 56^2$

বা, $2x^2 = 56 \times 56$

বা, $x^2 = 28 \times 56$ ..... (2)

এতিয়া, বৃত্তকলা OAB ৰ কালি $= \frac{90}{360} \times \pi x^2 = \frac{1}{4} \times \pi x^2$

$= \frac{1}{4} \times \frac{22}{7} \times 28 \times 56$ মিটাৰ^2 [(2) ৰ পৰা] ..... (3)

আকৌ, ΔOAB ৰ কালি $= \frac{1}{4} \times 56^2$ মিটাৰ^2

$= \frac{1}{4} \times 56 \times 56$ মিটাৰ^2 ($\angle AOB = 90°$) ..... (4)

সেয়েহে, ফুলনি AB ৰ কালি $= \left(\frac{1}{4} \times \frac{22}{7} \times 28 \times 56 - \frac{1}{4} \times 56 \times 56\right)$ মিটাৰ^2

[(3) আৰু (4)ৰ পৰা]

$= \frac{1}{4} \times 28 \times 56 \left(\frac{22}{7} - 2\right)$ মিটাৰ^2

$= \frac{1}{4} \times 28 \times 56 \times \frac{8}{7}$ মিটাৰ^2 ..... (5)

সেইদৰে, আনখন ফুলনিৰ কালি $= \frac{1}{4} \times 28 \times 56 \times \frac{8}{7}$ মিটাৰ^2..... (6)

গতিকে, মুঠ কালি $= \left(56 \times 56 + \frac{1}{4} \times 28 \times 56 \times \frac{8}{7} + \frac{1}{4} \times 28 \times 56 \times \frac{8}{7}\right)$ মিটাৰ^2

$= 28 \times 56 \left(2 + \frac{2}{7} + \frac{2}{7}\right)$ মিটাৰ^2 [(1), (5) আৰু (6)ৰ পৰা]

$= 28 \times 56 \times \frac{18}{7}$ মিটাৰ^2

$= 4032$ মিটাৰ^2

বিকল্প সমাধান ঃ

মুঠকালি = বৃত্তকলা OAB ৰ কালি + বৃত্তকলা ODC ৰ কালি
+ ΔOAD ৰ কালি + ΔOBC ৰ কালি

$$= \left(\frac{90}{360} \times \frac{22}{7} \times 28 \times 56 + \frac{90}{360} \times \frac{22}{7} \times 28 \times 56 + \frac{1}{4} \times 56 \times 56 + \frac{1}{4} \times 56 \times 56\right) \text{ মিটাৰ}^2$$

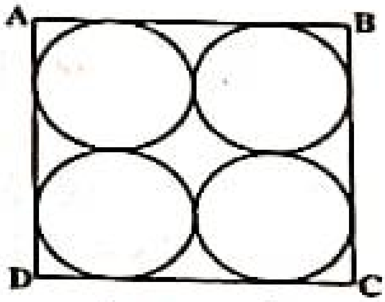
$$= \frac{1}{4} \times 28 \times 56 \left(\frac{22}{7} + \frac{22}{7} + 2 + 2\right) \text{ মিটাৰ}^2$$

$$= \frac{7 \times 56}{7} (22 + 22 + 14 + 14) \text{ মিটাৰ}^2$$

$$= 56 \times 72 \text{ মিটাৰ}^2$$

$$= 4032 \text{ মিটাৰ}^2$$

উদাহৰণ 5 : চিত্র 12.16ত আচ্ছাদিত অঞ্চলটোৰ কালি নিৰ্ণয় কৰা, য'ত 14 চে.মি. বাহুৰ ABCD এটা বৰ্গক্ষেত্র।



চিত্র 12.16

সমাধান : ABCD বৰ্গক্ষেত্রৰ কালি $= 14 \times 14$ চে.মি.^{2}

$= 196$ চে.মি.^{2}

প্ৰতিটো বৃত্তৰ ব্যাস $= \frac{14}{2}$ চে.মি. $= 7$ চে.মি.

সেয়েহে, প্ৰতিটো বৃত্তৰ ব্যাসাৰ্দ্ধ $= \frac{7}{2}$ চে.মি.

সেয়েহে, এটা বৃত্তৰ কালি $= \pi r^2 = \frac{22}{7} \times \left(\frac{7}{2}\right)^2$ চে.মি.^{2}

$= \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2}$ চে.মি.^{2}

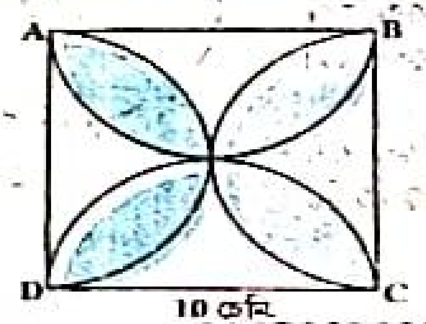
$= \frac{154}{4}$ চে.মি.^{2}

$= \frac{77}{2}$ চে.মি.^{2}

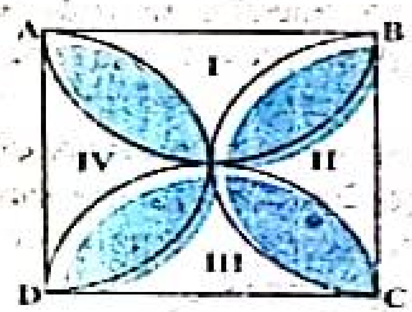
গতিকে, চাৰিটা বৃত্তৰ কালি $= 4 \times \frac{77}{2}$ চে.মি.$^2 = 154$ চে.মি.^{2}

এতেকে, বঙেৰে আবৃত অঞ্চলটোৰ কালি $= (196 - 154)$ চে.মি.$^2 = 42$ চে.মি.^{2}

উদাহৰণ 6 : চিত্র 12.17ত, নক্সাটোৰ আচ্ছাদিত অংশৰ কালি নিৰ্ণয় কৰা, য'ত 10 চে.মি. বাহুৰ ABCD এটা বৰ্গক্ষেত্ৰ আৰু বৰ্গক্ষেত্ৰটোৰ প্ৰতিটো বাহুক ব্যাস হিচাপে লৈ অৰ্ধবৃত্তবোৰ অঁকা হৈছে। (ব্যৱহাৰ কৰা $\pi = 3.14$)



চিত্র 12.17



চিত্র 12.18

সমাধান : আমি চাৰিটা অনাচ্ছাদিত অঞ্চল (বগা অংশবোৰ) I, II, III আৰু IV হিচাপে চিহ্নিত কৰোঁহক (চিত্র 12.18 চোৱা)

I ৰ কালি + III ৰ কালি = ABCD ৰ কালি – প্ৰতিটোৰ ব্যাসাৰ্দ্ধ 5 চে.মি.ৰ দুটা অৰ্দ্ধবৃত্তৰ কালি

$$= \left(10 \times 10 - 2 \times \frac{1}{2} \times \pi \times 5^2\right) \text{ চে.মি.}^2$$

$$= (100 - 3.14 \times 25) \text{ চে.মি.}^2$$

$$= (100 - 78.5) \text{ চে.মি.}^2$$

$$= 21.5 \text{ চে.মি.}^2$$

সেইদৰে, II ৰ কালি + IV ৰ কালি = 21.5 চে.মি.^{2}

সেয়ে, নক্সাটোৰ আচ্ছাদিত অংশৰ কালি = ABCD ৰ কালি – (I + II + III + IV) ৰ কালি

$$= (100 - 2 \times 21.5) \text{ চে.মি.}^2$$

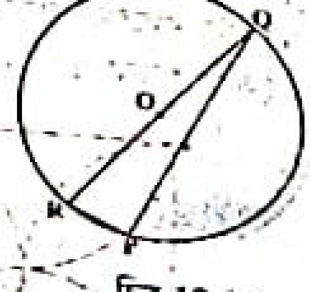
$$= (100 - 43) \text{ চে.মি.}^2$$

$$= 57 \text{ চে.মি.}^2$$

অনুশীলনী : 12.3

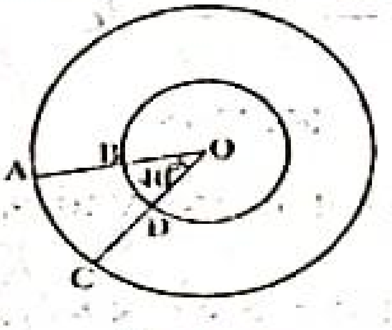
অন্যথা উল্লেখ নাথাকিলে, $\pi = \frac{22}{7}$ লবা।

1. চিত্ৰ 12.19 ত, আচ্ছাদিত অঞ্চলটোৰ কালি উলিওৱা, যদি PQ = 24 চে.মি., PR = 7 চে.মি. আৰু বৃত্তটোৰ কেন্দ্ৰ O।

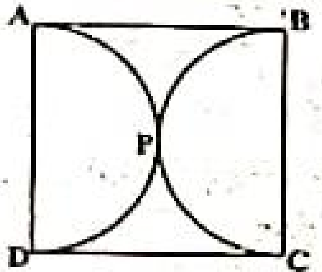


চিত্ৰ 12.19

2. চিত্ৰ 12.20ত, আচ্ছাদিত অঞ্চলটোৰ কালি নিৰ্ণয় কৰা যদি O কেন্দ্ৰ যুক্ত ঐককেন্দ্ৰিক বৃত্ত দুটাৰ ব্যাসাৰ্দ্ধ ক্ৰমে 7 চে.মি. আৰু 14 চে.মি. আৰু $\angle AOC = 40^\circ$.

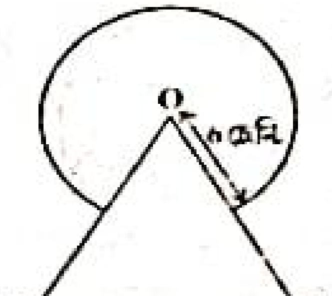


চিত্ৰ 12.20

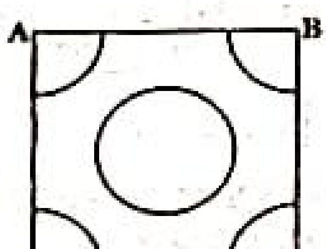


চিত্ৰ 12.21

3. চিত্ৰ 12.21 ত, আচ্ছাদিত অঞ্চলটোৰ কালি নিৰ্ণয় কৰা, যদি 14 চে.মি. বাহুৰ ABCD এটা বৰ্গক্ষেত্ৰ আৰু APD আৰু BPC অৰ্দ্ধবৃত্ত হয়।
4. চিত্ৰ 12.22ত আচ্ছাদিত অঞ্চলটোৰ কালি নিৰ্ণয় কৰা য'ত 12 চে.মি. বাহুৰ এটা সমবাহু ত্ৰিভুজৰ শীৰ্ষ বিন্দু O ক কেন্দ্ৰ হিচাপে ধৰি 6 চে.মি. ব্যাসাৰ্দ্ধ এটা বৃত্তীয় চাপ আঁকা হৈছে।



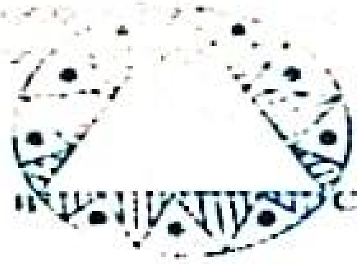
চিত্ৰ 12.22



চিত্ৰ 12.23

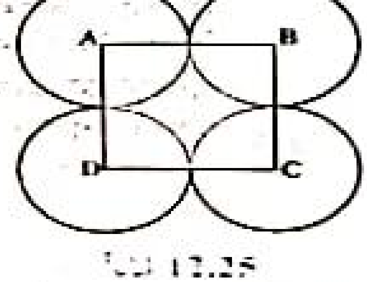
5. চিত্ৰ 12.23ত দেখুওৱাৰ দৰে 4 চে.মি. বাহুৰ এটা বৰ্গক্ষেত্ৰৰ প্ৰতিটো চুকৰ পৰা 1 চে.মি. ব্যাসাৰ্দ্ধৰ এটা বৃত্তৰ এটা চোক কাটি লোৱা হৈছে আৰু 2 চে.মি. ব্যাসৰ এটা বৃত্তও কাটি লোৱা হৈছে। বৰ্গক্ষেত্ৰটোৰ অৱশিষ্ট অংশৰ কালি নিৰ্ণয় কৰা।

6. চিত্ৰ 12.24ত দেখুওৱাৰ দৰে 32 চে.মি. ব্যাসাৰ্দ্ধৰ এখন বৃত্তীয় টেবুলকভাৰৰ মাজত ABC এটা সমবাহু ত্ৰিভুজ এৰি এটা নক্সা তৈয়াৰ কৰা হৈছে। নক্সাটোৰ কালি নিৰ্ণয় কৰা।



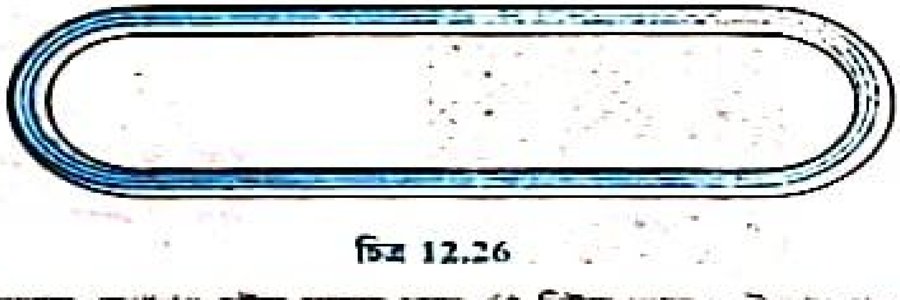
চিত্ৰ 12.24

7. চিত্ৰ 12.25 ত, 14 চে.মি. বাহুৰ ABCD এটা বৰ্গক্ষেত্ৰ। A, B, C আৰু D কেন্দ্ৰযুক্ত চাৰিটা বৃত্ত আঁকা হ'ল যাতে প্ৰতিটো বৃত্তই বাকী থকা তিনিটা বৃত্তৰ দুটাক বহিঃভাবে স্পৰ্শ কৰে। আচ্ছাদিত অঞ্চলটোৰ কালি নিৰ্ণয় কৰা।



চিত্ৰ 12.25

8. চিত্ৰ 12.26 ত, এটা দৌৰা বাট দিয়া আছে, যাৰ বাওঁফাল আৰু সোঁফাল অৰ্ধবৃত্ত।



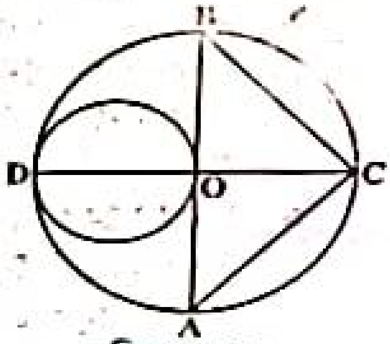
চিত্ৰ 12.26

ভিতৰৰ সমান্তৰাল ৰেখাখণ্ড দুটাৰ মাজত দূৰত্ব 60 মিটাৰ আৰু সেইবোৰ প্ৰত্যেকে 106 মিটাৰ দীঘল। যদি বাটটোৰ প্ৰস্থ 10 মিটাৰ হয়, তেন্তে নিৰ্ণয় কৰা :

(i) বাটটোৰ চাৰিওফালে ইয়াৰ ভিতৰৰ ফালৰ দূৰত্ব।

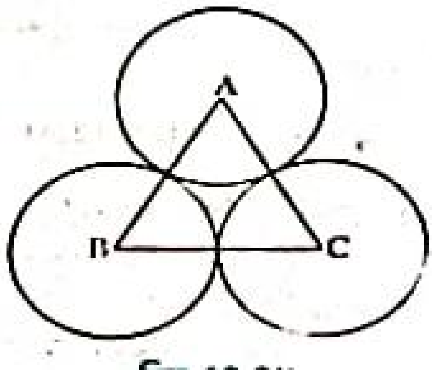
(ii) বাটটোৰ কালি।

9. চিত্ৰ 12.27ত, এটা বৃত্তৰ (O কেন্দ্ৰযুক্ত) AB আৰু CD ব্যাস দুডাল পৰস্পৰ লম্ব আৰু OD হ'ল সৰু বৃত্তটোৰ ব্যাস। যদি OA = 7 চে.মি., তেন্তে আচ্ছাদিত অঞ্চলৰ কালি নিৰ্ণয় কৰা।



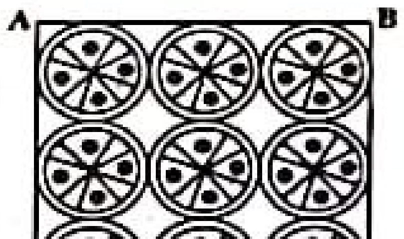
চিত্ৰ 12.27

10. এটা সমবাহু ত্ৰিভুজ ABC ৰ কালি 17320.5 চে.মি.²। ত্ৰিভুজটোৰ প্ৰতিটো শীৰ্ষবিন্দুক কেন্দ্ৰ হিচাপে লৈ ত্ৰিভুজটোৰ বাহুৰ দৈৰ্ঘ্যৰ আধাৰ সমান ব্যাসাৰ্দ্ধ লৈ একোটা বৃত্ত অঁকা হ'ল (চিত্ৰ 12.28 চোৱা)। আচ্ছাদিত অঞ্চলটোৰ কালি নিৰ্ণয় কৰা। (ব্যৱহাৰ কৰা $\pi = 3.14$ আৰু $\sqrt{3} = 1.73205$)



চিত্ৰ 12.28

11. এখন বৰ্গাকাৰ কমালত প্ৰতিটো 7 চে.মি. ব্যাসাৰ্দ্ধৰ নটা বৃত্তীয় নক্সা আঁকা হ'ল (চিত্ৰ 12.29)। কমালখনৰ বাকী থকা অংশৰ কালি নিৰ্ণয় কৰা।



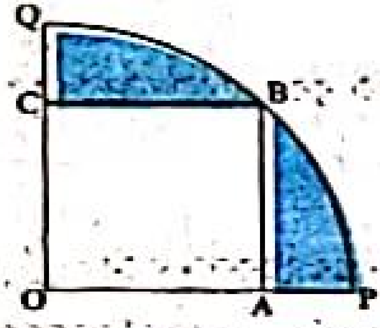
চিত্ৰ 12.29

চিত্ৰ 12.30

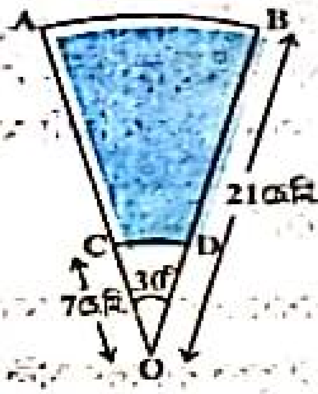
12. চিত্ৰ 12.30ত, কেন্দ্ৰ O আৰু ব্যাসাৰ্দ্ধ 3.5 চে.মি. যুক্ত এটা বৃত্তৰ OACB এটা চোক। যদি OD = 2 চে.মি., তেন্তে

(i) OACB চোকৰ, (ii) আচ্ছাদিত অংশৰ কালি নিৰ্ণয় কৰা।

13. চিত্ৰ 12.31ত, এটা বৃত্তৰ চোক OPBQ ত OABC এটা বৰ্গক্ষেত্ৰ অংকন কৰা হ'ল। যদি OA = 20 চে.মি., তেন্তে আচ্ছাদিত অঞ্চলৰ কালি নিৰ্ণয় কৰা। (ব্যৱহাৰ কৰা $\pi = 3.14$)



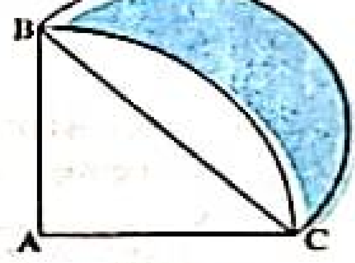
চিত্ৰ 12.31



চিত্ৰ 12.32

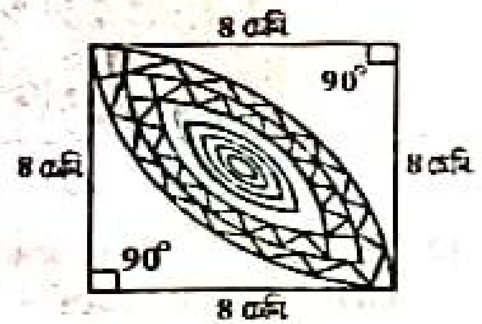
14. কেন্দ্ৰ O আৰু ব্যাসাৰ্দ্ধ 21 চে.মি. আৰু 7 চে.মি. ঐককেন্দ্ৰিক বৃত্ত দুটাৰ ক্ৰমে AB আৰু CD দুটা চাপ (চিত্ৰ 12.32 চোৱা)। যদি $\angle AOB = 30°$, তেন্তে আচ্ছাদিত অঞ্চলটোৰ কালি নিৰ্ণয় কৰা।

15. চিত্ৰ 12.33ত, 14 চে.মি. ব্যাসাৰ্দ্ধৰ এটা বৃত্তৰ ABC এটা চোক আৰু BC ক ব্যাস হিচাপে লৈ এটা অৰ্ধবৃত্ত অঁকা হ'ল। আচ্ছাদিত অঞ্চলটোৰ কালি নিৰ্ণয় কৰা।



চিত্ৰ 12.33

16. প্ৰতিটো 8 চে.মি. ব্যাসাৰ্দ্ধৰ বৃত্তৰ দুটা চোকৰ মাজত চিত্ৰ 12.34 ত উমৈহতীয়া নক্সা থকা অঞ্চলটোৰ কালি নিৰ্ণয় কৰা।



চিত্ৰ 12.34

12.5. সাৰাংশ (Summary)

এই অধ্যায়ত, তোমালোকে নিম্নোক্ত প্ৰধান বিষয়কেইটা অধ্যয়ন কৰিলা :

1. এটা বৃত্তৰ পৰিধি = $2\pi r$.
2. এটা বৃত্তৰ কালি = πr^2.
3. ব্যাসাৰ্দ্ধ r আৰু ডিগ্ৰী মাপত কোণ 0 হ'লে এটা বৃত্তৰ এটা বৃত্তকলাৰ চাপৰ দৈৰ্ঘ্য $\frac{0}{360} \times 2\pi r$.
4. ব্যাসাৰ্দ্ধ r আৰু ডিগ্ৰী জোখত কোণ 0 হ'লে এটা বৃত্তৰ বৃত্তকলাৰ কালি = $\frac{0}{360} \times \pi r^2$.
5. এটা বৃত্তৰ বৃত্তখণ্ডৰ কালি = অনুৰূপ বৃত্তকলাটোৰ কালি – অনুৰূপ ত্ৰিভুজটোৰ কালি।