# 4 ज्यामितीय (Geometry)

बिन्दु (Point): एक वृत्त जिसकी त्रिज्या शून्य है। (.)

रेखा (Line): किसी एक बिन्दु को उसकी निश्चित दिशा तथा विपरीत दिशा में घुमाने से बना ज्यामितीय चित्र रेखा कहलाता है।

रेखा
(Line)

- सीधी रेखा (Straight line)
- वक्र रेखा (Curved line)

सीधी रेखा (Straight line): यदि दो बिन्दु एक-दूसरे से न्यूनतम दूरी पर हो तो उनके जोड़ने पर एक सीधी रेखा प्राप्त होती है।

वक्र रेखा (Curved line): यदि रेखा सीधी न हो तो वह वक्र रेखा होगी।

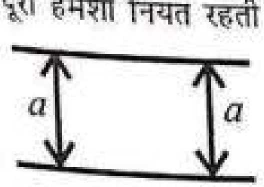
रेखा की लम्बाई (Length of line): एक रेखा की लम्बाई अनन्त तक होती है जिसका कोई छोर नहीं होता है।

रेखा खण्ड (Line Segment): यदि हम किसी रेखा के आरंभिक और अन्तिम बिन्दु को निश्चित कर देते हैं। माना रेखा के आरंभिक और अन्तिम बिन्दु क्रमश: A व B है तब हम AB को एक रेखा खण्ड कहेंगे।

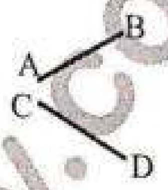
रेखाखण्ड की एक निश्चित लम्बाई होता है जिसके आरंभिक और अन्तिम बिन्दु निश्चित हैं।

रेखाओं के प्रकार:

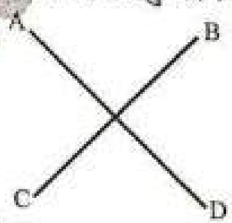
1. समान्तर रेखाएँ (Parallel Lines): ऐसी रेखाएँ जिनके मध्य की दूरी हमेशा नियत रहती है।




2. अनुप्रस्थ या तिरछी रेखाएँ (Transversal Lines): ऐसी रेखाएं जो समान्तर न हो।

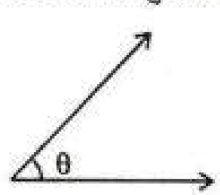



3. प्रतिच्छेदी रेखाएँ (Intersecting lines): ऐसी दो रेखाएँ जो किसी एक निश्चित बिन्दु पर मिलती हैं।




4. संगामी रेखाएँ (Concurrent lines): जब दो से अधिक रेखाएँ किसी एक निश्चित बिन्दु पर प्रतिच्छेद करती हैं तो वह रेखाएं संगामी रेखाएं कहलाती है।

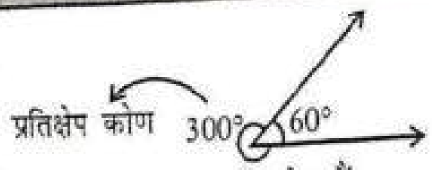
कोण (Angle): दो रेखाओं के झुकाव को कोण कहते हैं।




कोणों के प्रकार:

1. न्यून कोण (Acute Angle) : $(0<\theta<90°)$
2. समकोण (Right Angle) : $(\theta=90°)$
3. अधिक कोण (Obtuse Angle) : $(90°<\theta<180°)$
4. प्रतिक्षेप कोण/पुनर्युक्त कोण (Reflex Angle) : $(180°<\theta<360°)$

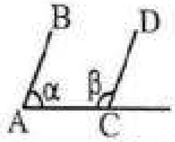
mathswithabhinay.com
Scanned by CamScanner



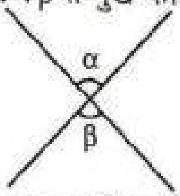

**कोणों के प्रकार:** माना $\alpha$ व $\beta$ दो कोण हैं।

1. **कोटिपूरक कोण (Complementry Angles)** - यदि $\alpha$ व $\beta$ पूरक कोण है तो $\alpha + \beta = 90°$
2. **सम्पूरक कोण (Supplementry Angles)**- यदि $\alpha$ व $\beta$ एक-दूसरे के सम्पूरक हैं तो $\alpha + \beta = 180°$
3. **रेखीय युग्म कोण (Linear Pair Angles)** - यदि $\alpha$ व $\beta$ एक दूसरे के रेखीय युग्म कोण हैं तब $\alpha + \beta = 180°$

4. **आसन्न कोण (Adjacent Angles)** - यदि AB || CD तब, $\alpha + \beta = 180°$




5. **शीर्षाभिमुख कोण/सम्मुखकोण (Vertical opposite angles)** - यदि $\alpha$ व $\beta$ सम्मुख कोण हैं तब $\alpha = \beta$.




**Ex.1.** उस कोण का मान ज्ञात कीजिए जो अपने सम्पूरक कोण का तीन गुना है।

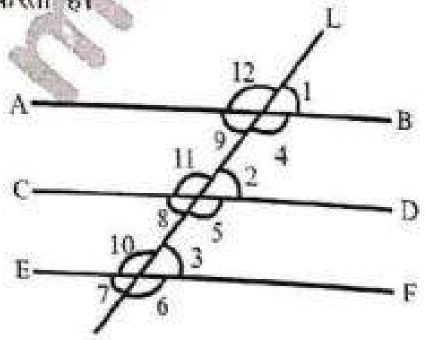
**Sol^n.** माना कोण $\alpha$ व $3\alpha$ है।

$\Rightarrow \alpha + 3\alpha = 180°$

$\Rightarrow \alpha = 45°$

अभीष्ट कोण $= 3 \times 45° = 135°$

**नीचे दिये गये चित्र को देखें:-** रेखाऐं AB, CD व EF समान्तर व रेखा L अनुप्रस्थ/तिरछी रेखा है जो तीनों रेखाओं को प्रतिच्छेद करती है।




**संगत कोण (Corresponding Angles) :** संगत कोण हमेशा बराबर होते हैं।

$\angle 1 = \angle 2 = \angle 3$

$\angle 12 = \angle 10 = \angle 11$

**एकान्तर कोण (Alternate Angles) :** एकान्तर कोण हमेशा बराबर होते हैं।

1. बाह्य कोण

   $\angle 1 = \angle 7$

2. आन्तरिक कोण

   $\angle 4 = \angle 10$

**नोट :** $\angle 2$ और $\angle 4$ एवं $\angle 5$ और $\angle 3$ आसन्न कोण हैं क्योंकि रेखाऐं AB, CD और EF समान्तर रेखाऐं हैं।

$\angle 2 + \angle 4 = \angle 5 + \angle 3 = 180°$

**कोण की इकाई/मात्रक :**

1. अंश (°) 2. रेडियन (ᶜ) 3. ग्रेड (ᵍ)

**अंश, रेडियन व ग्रेड के बीच का सम्बन्ध:**

$180° = \pi$ रेडियन

$1° = \frac{\pi}{180}$ रेडियन

1 रेडियन $= \frac{180°}{\pi} = 57°17'44''$

1 डिग्री $= 1° = 60$ मिनट $= 60'$

1 मिनट $= 60$ सैंकड $= 60''$

**उदाहरण:**

| Sin1 | Sin1° |
|---|---|
| $\Downarrow$ | $\Downarrow$ |
| $\approx 57°$ | $\approx 0°$ |
| $\approx$ Sin60° | $\approx$ Sin0° |

तब Sin60° > Sin0°

$\therefore$ Sin1 > Sin1°

| Cos1 | Cos1° |
|---|---|
| $\Downarrow$ | $\Downarrow$ |
| $\approx 57°$ | $\approx 0°$ |
| $\approx$ Cos60° | $\approx$ Cos0° |

तब Cos60° > Cos0°

$\therefore$ Cos1 < Cos1°

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

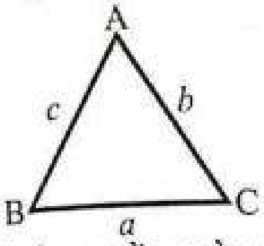
ग्रेड:

$1$ ग्रेड $= 100°$

$1° = \frac{1}{100}$ ग्रेड

$360° = 3.6$ ग्रेड

## त्रिभुज (Triangle)




गुण-1. त्रिभुज की दो भुजाओं का योग, तीसरी भुजा से बड़ा होना चाहिए।

$$a + b > c$$
$$b + c > a$$
$$c + a > b$$

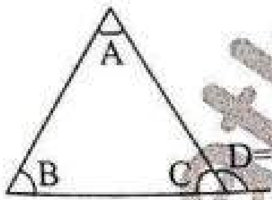
गुण-2. त्रिभुज की दो भुजाओं का अन्तर, तीसरी भुजा से छोटा होना चाहिए।

$$|b - c| < a$$
$$|c - a| < b$$
$$|a - b| < c$$

गुण-3. त्रिभुज के आन्तरिक कोणों का योग 180° होता है।

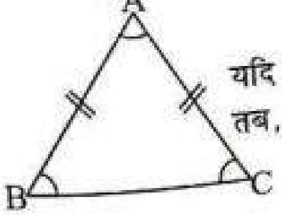
$$\angle A + \angle B + \angle C = 180°$$

गुण-4. किसी त्रिभुज के बाह्य कोण का मान, दो आन्तरिक कोणों के योग के बराबर होता है।




D= बाह्य कोण $= \angle A + \angle B$

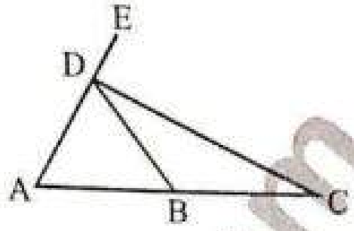
गुण-5. यदि किसी त्रिभुज की दो भुजा बराबर है तो भुजाओं के सम्मुख कोण बराबर होंगे।



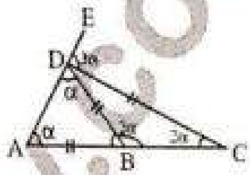

यदि $AB = AC$

तब, $\angle B = \angle C$

**Ex.2** नीचे दिये गये चित्र में, $AB = BD = CD$ तथा $\angle CDE = 81°$ तो $\angle ACD$ का मान बताओ।




**Solⁿ:**




माना $\angle DAB = \alpha$

$\Rightarrow \angle ADB = \alpha \quad \therefore (AB = DB)$

$\Rightarrow \angle DBC = \angle DAB + \angle ADB = 2\alpha$

(बाह्य कोण $\angle DBC$)

$\Rightarrow \angle BCD = 2\alpha \quad \therefore (BD = CD)$

अब, $\angle CDE = \angle DAC + \angle ACD = \alpha + 2\alpha$

(बाह्य कोण $\angle CDE$)

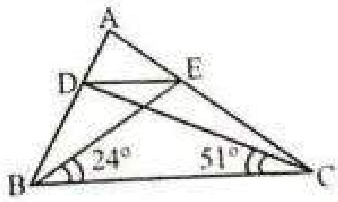
$\angle CDE = 3\alpha \quad \Rightarrow \quad 81° = 3\alpha$

$\Rightarrow \alpha = 27°$

$\angle ACD = 2\alpha = 2 \times 27° = 54°$

**Ex.3** त्रिभुज ABC में, $\angle B = \angle C = 78°$ है। दो बिन्दु D व E भुजाओं AB व AC पर इस प्रकार हैं कि $\angle BCD = 51°$ और $\angle CBE = 24°$ है, तो $\angle CDE$ का मान ज्ञात करें।

**Solⁿ.**




$\angle B = \angle C = 78°$

$\angle CBE = 24°$ और $\angle BCD = 51°$

$\Delta BCE$ में,

$\angle BEC = 180° - 24° - 78° = 78°$

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

अत: भुजा $BC = BE$ ...(1)

$\Delta BCD$ में,

$\angle BDC = 180° - 78° - 51° = 51°$

अत: भुजा $BC = BD$ ...(2)

समीकरण (1) व (2) से

$BE = BD$

अत:, $\angle BED = \angle BDE = \alpha$ (माना)

तब, $\Delta BED$ में,

$\alpha + \alpha + 54° = 180°$ $(\angle DBE = 78° - 24° = 54°)$

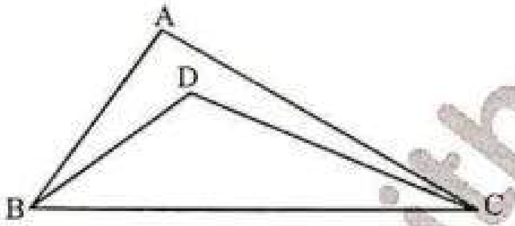
$\alpha = 63° = \angle BDE$

$\angle BDE = 51° + \angle CDE$

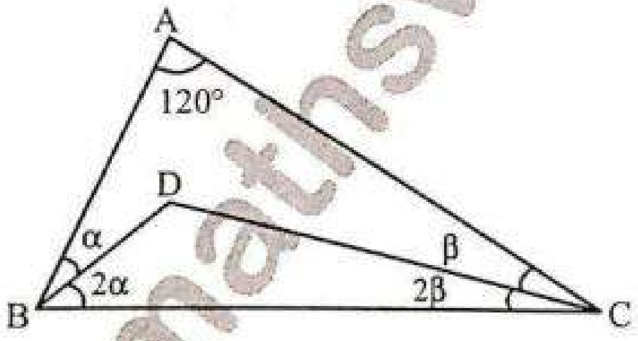
$63° = 51° + \angle CDE$

$\angle CDE = 12°$

**Ex 4.** त्रिभुज ABC में, $\angle A = 120°$ तथा त्रिभुज के अन्दर बिन्दु D इस प्रकार है कि $\angle DBC = 2\angle ABD$ और $\angle DCB = 2\angle ACD$ तो $\angle BDC$ का मान ज्ञात कीजिए।




**Sol$^n$.** दिये गये चित्र से

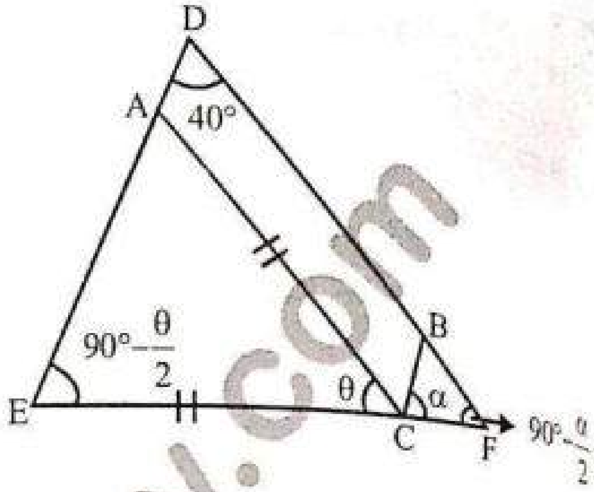



$\Delta ABC$ में, $3\alpha + 3\beta + A = 180° \Rightarrow \alpha + \beta = 20°$

$\Delta BDC$ में, $\angle BDC = 180° - 2(\alpha + \beta) = 140°$

**Ex.5** त्रिभुज DEF में तीन बिन्दु क्रमश: A, B और C भुजाओं DE, DF और EF पर इस प्रकार लिए गये है कि $EC = AC$ और $CF = BC$। यदि $\angle D = 40°$ तब $\angle ACB = ?$

**Sol$^n$.**




$\therefore$ माना $\angle ACE = \theta \Rightarrow \angle CEA = 90° - \frac{\theta}{2}$ और

$\angle BCF = \alpha \Rightarrow \angle BFC = 90° - \frac{\alpha}{2}$

$\Delta DEF$ में

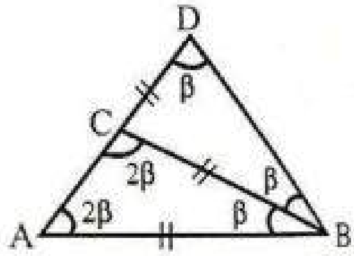
$40° + 90° - \frac{\theta}{2} + 90° - \frac{\alpha}{2} = 180°$

या $\theta + \alpha = 80°$

$\therefore \angle ACB = 180° - (\theta + \alpha) = 180° - 80° = 100°$

**Ex.6** $\Delta ABD$ में, BC कोण अर्द्धक है तथा $AB = BC = CD$ व $AD = BD$. तो $\angle ADB$ का मान ज्ञात करो।

**Sol$^n$.**




$\Delta BCD$ में, $BC = CD \Rightarrow \angle BDC = \angle CBD = \beta$

बाह्य कोण $\angle ACB = 2\beta$

$\Delta ABC$ में, $AB = BC \Rightarrow \angle BAC = \angle ACB = 2\beta$

$\because AD = BD \Rightarrow \angle DBA = \angle DAB = 2\beta$

$\Delta ABD$ में,

$\angle DAB + \angle ABD + \angle BDA = 180°$

$2\beta + \beta + \beta + \beta = 180°$

$5\beta = 180°$

$\beta = 36°$

$\angle ADB = 36°$

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

गुण-6

(a) त्रिभुज का परिमाप $(p) = a + b + c$

(b) त्रिभुज का अर्द्ध परिमाप$(s) = \frac{p}{2} = \frac{a+b+c}{2}$

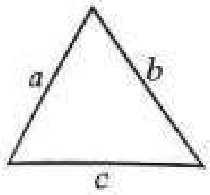
गुण-7

## त्रिभुज का क्षेत्रफल$(\Delta)$

### (Area of Triangle)

(a) हीरो सूत्र द्वारा **(Hero's formula):**

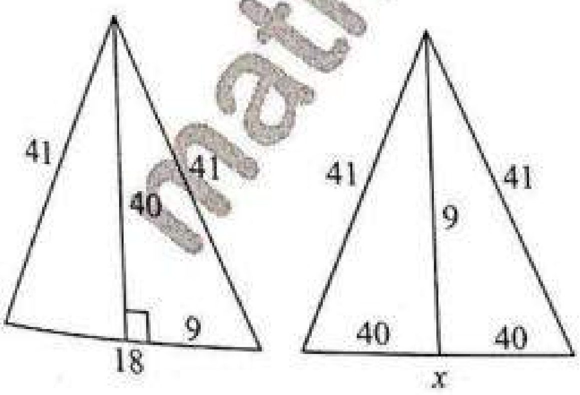
$$\Delta = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$




जहाँ, $s = \frac{a+b+c}{2}$

(b) $\Delta = \frac{1}{2} \times$ आधार $\times$ ऊँचाई $= \frac{1}{2} \times a \times h$

**Ex.7** एक त्रिभुज की भुजायें क्रमशः 41 सेमी, 41 सेमी. तथा 18 सेमी. है, तथा एक-दूसरे त्रिभुज की भुजाएँ क्रमशः 41 सेमी., 41 सेमी तथा $x$ सेमी. है, जहाँ $x$ एक पूर्ण संख्या है, जहाँ $x \neq 18$ यदि दोनों त्रिभुजों का क्षेत्रफल बराबर है, तो $x$ का मान ज्ञात करो।

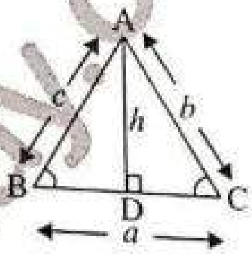



**Sol^n^.** क्षेत्रफल $= \frac{1}{2}$ आधार $\times$ ऊँचाई $= \frac{1}{2} \times 18 \times 40$

क्षेत्रफल को नियत रखने के लिए हम आधार व ऊँचाई को परिवर्तित कर सकते हैं जैसा कि दूसरे में दिखाया गया है।

इसलिए $x = 80$

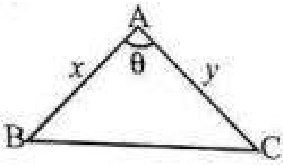
**(c)** $\Delta = \frac{1}{2} \times$ आधार $\times$ ऊँचाई $= \frac{1}{2} \times a \times h$




$$\Delta = \frac{1}{2} ac \sin B = \frac{1}{2} ab \sin C = \frac{1}{2} bc \sin A$$

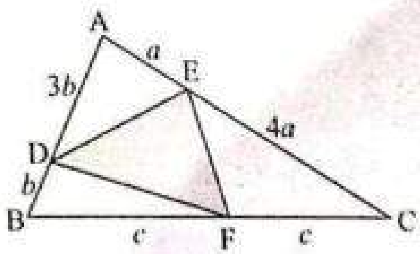
$$\left[\because \sin B = \frac{h}{c} \Rightarrow h = c \sin B\right]$$

**निष्कर्ष :**




तब त्रिभुज ABC का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} xy \sin\theta$

**Ex.8** नीचे दर्शाये गये त्रिभुज ABC में बिन्दु D, E व F त्रिभुज की भुजाओं को क्रमशः 1 : 3, 1 : 4 व 1 : 1 के अनुपात में विभाजित करता है तो त्रिभुज DEF का क्षेत्रफल, त्रिभुज ABC के क्षेत्रफल का कितना भाग है।




mathswithabhinav.com

Scanned by CamScanner

Solⁿ

$$\frac{\Delta ADE \text{ का क्षे.}}{\Delta ABC \text{ का क्षे.}} = \frac{\frac{1}{2}\times a\times 3b\times \sin A}{\frac{1}{2}\times 5a\times 4b\times \sin A} = \frac{3}{20}$$

$$\frac{\Delta BDF \text{ का क्षे.}}{\Delta ABC \text{ का क्षे.}} = \frac{\frac{1}{2}\times b\times c\times \sin B}{\frac{1}{2}\times 4b\times 2c\times \sin B} = \frac{1}{8}$$

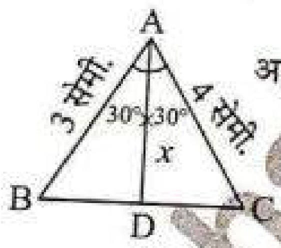
$$\frac{\Delta CFE \text{ का क्षे.}}{\Delta ABC \text{ का क्षे.}} = \frac{\frac{1}{2}\times 4a\times c\times \sin C}{\frac{1}{2}\times 5a\times 2c\times \sin C} = \frac{2}{5}$$

उसी प्रकार,

$$\frac{\Delta DEF \text{ का क्षे.}}{\Delta ABC \text{ का क्षे.}} = 1-\left(\frac{3}{20}+\frac{1}{8}+\frac{2}{5}\right) = \frac{13}{40}$$

**Ex.9** त्रिभुज ABC में, $\angle A = 60°$, AB = 3 सेमी और AC = 4 सेमी। AD का मान ज्ञात कीजिए यदि AD कोण अर्द्धक है।

**Solⁿ:**




अर्द्धक कोण AD, BC पर लम्ब नहीं है।

$\Delta$ ABD का क्षे. + $\Delta$ ADC का क्षे. = $\Delta$ ABC का क्षे.

$$\frac{1}{2}\times 3\times x\times \sin 30° + \frac{1}{2}\times 4\times x\times \sin 30° = \frac{1}{2}\times 3\times 4\times \sin 60°$$

$$\frac{1}{2}\left(\frac{3x}{2}+\frac{4x}{2}\right) = \frac{1}{2}\times 12\times\frac{\sqrt{3}}{2}$$

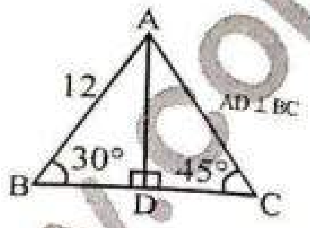
$$\frac{3x}{2}+\frac{4x}{2} = 12.\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$7x = 12\sqrt{3}$$

$$x = \frac{12\sqrt{3}}{7} \text{ सेमी.}$$

**Ex. 10** त्रिभुज ABC में, AB = 12 सेमी, $\angle ABC = 30°$, $\angle ACB = 45°$ तो त्रिभुज ABC का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

**Solⁿ.**




त्रिभुज ABD में, $\sin 30° = \frac{AD}{12} \Rightarrow AD = 6$ सेमी.

$\cos 30° = \frac{BD}{12} \Rightarrow BD = 6\sqrt{3}$ सेमी.

त्रिभुज ACD में,

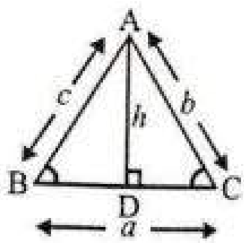
$\tan 45° = \frac{AD}{CD} = \frac{6}{CD} \Rightarrow AD = 6$ सेमी.

$BC = BD + CD = 6\left(\sqrt{3}+1\right)$

क्षेत्रफल $= \frac{1}{2}\times$ आधार $\times$ ऊँचाई $= \frac{1}{2}\times(BD+CD)\times AD$

$= \frac{1}{2}\times\left(6\sqrt{3}+6\right)\times 6 = 18\left(\sqrt{3}+1\right)$ सेमी²

**गुण - 8 ज्या नियम**




$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$

यह $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

सिद्ध:

$\Delta ABD$ में, $\sin B = \frac{h}{c} \Rightarrow h = c\sin B$

और $\Delta ADC$ में, $\sin C = \frac{h}{b} \Rightarrow h = b\sin C$

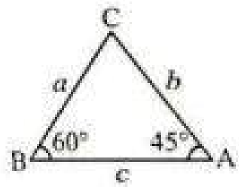
$\Rightarrow c\sin B = b\sin C$

$\frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$

इसी प्रकार, $\frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c} = \frac{\sin A}{a}$

**Ex. 11** त्रिभुज ABC में, $\angle A = 45°$, $\angle B = 60°$ तो भुजाओं का अनुपात ज्ञात कीजिए।

**Solⁿ.** ज्या नियम से : $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = k$




$\angle C = 75°$

$a = k\sin 45° = \frac{k}{\sqrt{2}}$

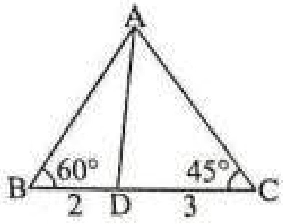
$b = k\sin 60° = k\frac{\sqrt{3}}{2}$

$c = k\sin 75° = k.\left(\frac{\sqrt{3}+1}{2.\sqrt{2}}\right)$

$a : b : c = 2 : \sqrt{6} : (\sqrt{3}+1)$

**Ex. 12** त्रिभुज ABC में, रेखा AD, भुजा BC को 2 : 3 में विभाजित करता है, यदि $\angle B = 60°$ और $\angle C = 45°$ तब, $\frac{\sin\angle BAD}{\sin\angle CAD}$ का मान ज्ञात करो।

**Solⁿ :**




$\Delta ABD$ व $\Delta ACD$ में sine नियम द्वारा

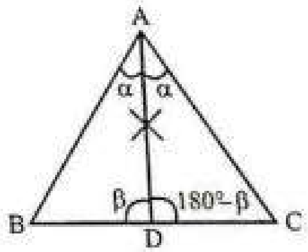
$\frac{\sin\angle BAD}{2} = \frac{\sin 60°}{AD} \Rightarrow AD.\sin\angle BAD = \sqrt{3}$ ...(1)

$\frac{\sin\angle CAD}{3} = \frac{\sin 45°}{AD} \Rightarrow AD.\sin\angle CAD = \frac{3}{\sqrt{2}}$ ...(2)

समीकरण (1) को समीकरण (2) से भाग देने पर

$\frac{\sin\angle BAD}{\sin\angle CAD} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

**गुण- 9 (a)** आन्तरिक कोण अर्द्धक प्रमेय से (Interior Angle Bisector Theorem)




यदि AD कोण $\angle A$ का अर्द्धक है, तब

$$\boxed{\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{CD}}$$

**सिद्ध:** (ज्या नियम द्वारा)

त्रिभुज ABD में, $\frac{\sin\alpha}{BD} = \frac{\sin\beta}{AB} \Rightarrow \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{BD}{AB}$ ...(i)

इसी प्रकार त्रिभुज ADC में

$\frac{\sin\alpha}{CD} = \frac{\sin(180° - \beta)}{AC} = \frac{\sin\beta}{AC} \Rightarrow \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{CD}{AC}$ ...(ii)

समीकरण (i) व (ii) से

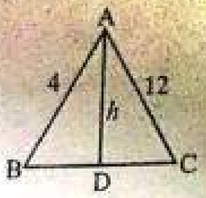
mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

$$\frac{BD}{AB}=\frac{CD}{AC} \Rightarrow \boxed{\frac{AB}{AC}=\frac{BD}{CD}}$$

**Ex.13** त्रिभुज ABC में AB = 4 सेमी, AC = 12। सेमी यदि त्रिभुज ABD का क्षेत्रफल = 40 सेमी² है, तो त्रिभुज ABC का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए यदि AD कोण समद्विभाजक है।

**Solⁿ.** $\frac{AB}{AC}=\frac{BD}{DC} \Rightarrow \frac{4}{12}=\frac{BD}{DC}$




$$\Rightarrow \frac{BD}{DC}=\frac{1}{3}$$

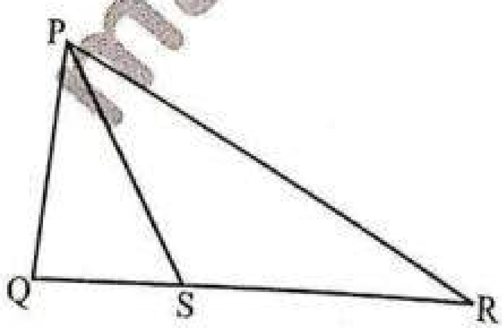
$$\frac{\Delta ABD \text{ का क्षे.}}{\Delta ADC \text{ का क्षे.}}=\frac{\frac{1}{2}\times BD\times h}{\frac{1}{2}\times DC\times h}=\frac{1}{3}$$

$$\frac{40}{\Delta ADC \text{ का क्षे.}}=\frac{1}{3}$$

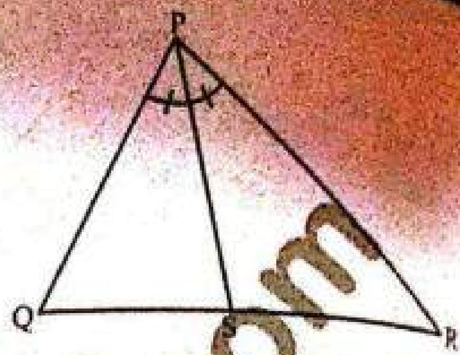
त्रिभुज ADC का क्षे. = 40× 3 = 120 सेमी²

ΔABC का क्षे. = 40 + 120 = 160 सेमी²

**Ex.14** नीचे दर्शायें गये चित्र में PS कोण ∠QPR का कोण अर्द्धक है। ΔPQS का क्षेत्रफल = 40 सेमी² है, तथा PR का मान PQ का 2.5 गुना है, तो ΔPQR का मान ज्ञात कीजिए।




**Solⁿ.**




PS, ∠QPR का कोण अर्द्धक है।

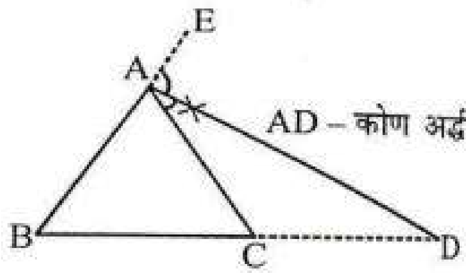
$$\frac{PQ}{PR}=\frac{QS}{SR} \Rightarrow SR=(2.5)QS$$

Δ PSR का क्षे. = 2.5× Δ PQS का क्षे. = 2.5×40 = 100

Δ PQR का क्षे. = 100 + 40 = 140 सेमी²

(b) बाह्य कोण अर्द्धक प्रमेय

(Exterior Angle Bisector Theorem)

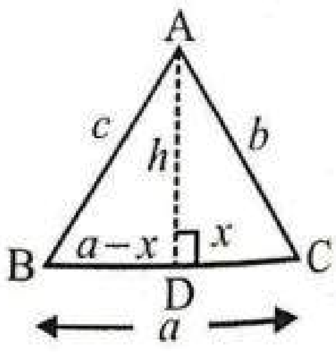



AD, बाह्य कोण ∠CAE का कोण अर्द्धक है)

$$\boxed{\frac{AB}{AC}=\frac{BD}{CD}}$$

**गुण - 10**

**कोज्या नियम से :**




mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

सिद्ध :

माना $CD = x$

$(AD \perp BC)$

$\cos C = \frac{x}{b}$

$x = b\cos C$

$\Delta ABD$ और $\Delta ACD$ में पाइथागोरस प्रमेय से

$b^2 = c^2 - (a-x)^2 = b^2 - x^2$

$c^2 - a^2 - x^2 + 2ax = b^2 - x^2$

$2ax = b^2 + a^2 - c^2$ ( $x$ का मान $b\cos C$ रखने पर)

$2ab\cos C = b^2 + a^2 - c^2$

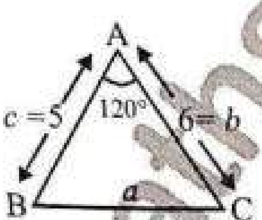
$$\cos C = \frac{b^2 + a^2 - c^2}{2ab}$$

$$\boxed{\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}}$$

$$\boxed{\cos B = \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2ca}} \quad \boxed{\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}}$$

**Ex.15** त्रिभुज ABC में, $\angle A = 120°$ तो BC का मान ज्ञात करो। यदि AB = 5सेमी और AC = 6 सेमी है।

**Solⁿ:**




$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

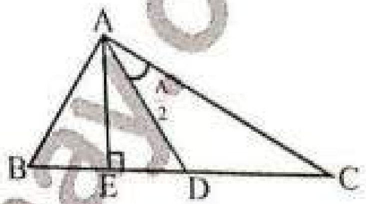
$$\cos 120° = \frac{(6)^2 + (5)^2 - (a)^2}{2 \times 6 \times 5}$$

$$\frac{-1}{2} \times 60 = 36 + 25 - a^2$$

$$\left( \begin{array}{l} \cos 120° = \cos(180° - 60°) \\ = -\cos 60° = -\frac{1}{2} \end{array} \right)$$

$a^2 = 61 + 30 \Rightarrow BC = a = \sqrt{91}$ सेमी.

**गुण - 11** $\Delta ABC$ में, $AE \perp BD$ तथा AD, $\angle A$ का समद्विभाजक है, तब $\angle EAD = \frac{1}{2}|\angle B - \angle C|$




**सिद्ध :**

$\Delta ADC$ में

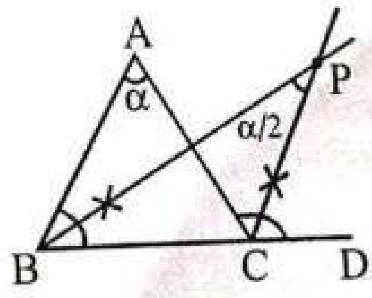
$\angle ADE$ बाह्य कोण है, $\left(\angle ADE = \frac{\angle A}{2} + \angle C\right)$

$$\angle EAD = 90° - \left(\frac{\angle A}{2} + \angle C\right)$$

$$\angle EAD = 90° - \left(\angle C + \frac{180° - \angle B - \angle C}{2}\right)$$

$$\angle EAD = \left|\frac{\angle B - \angle C}{2}\right|$$

**गुण - 12** $\Delta ABC$ में आन्तरिक कोण $\angle B$ तथा बाह्य कोण $\angle C$ के अर्द्धक P पर मिलते हैं तो $\angle BPC = \frac{\angle A}{2}$




mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

**सिद्ध :** बाह्य कोण $\angle ACD = \angle A + \angle B$

$$\angle PCD = \frac{\angle A + \angle B}{2}$$

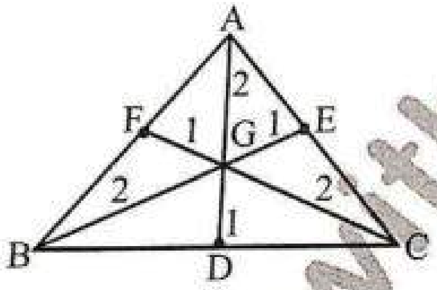
$$\angle PBC + \angle BPC = \angle PCD$$

$$\frac{\angle B}{2} + \angle BPC = \frac{\angle A}{2} + \frac{\angle B}{2}$$

$$\angle BPC = \frac{\angle A}{2}$$

**गुण - 13**

**केन्द्रक (Centroid):** केन्द्रक सभी माध्यिकाओं का प्रतिच्छेद बिन्दु है, माध्यिका किसी त्रिभुज का वह रेखाखण्ड है, जो त्रिभुज के शीर्ष को उसके सामने वाली भुजा के मध्य बिन्दु से जोड़ता है, किसी त्रिभुज की तीन माध्यिकाएँ होती है, प्रत्येक शीर्ष से एक माध्यिका खींची जा सकती है, जो त्रिभुज के केन्द्रक पर आकर मिलती है।




**I -** बिन्दु G माध्यिकाओं को 2 : 1 के अनुपात में विभाजित करता है।

**II -** किसी त्रिभुज की दो भुजाओं का योग हमेशा ही तीसरी भुजा से बड़ा होता है।

$BG + GC > BC$

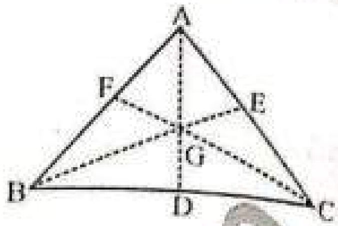
$BG + GA > AB$

$CG + GA > AC$

ऊपर दिये सम्बन्धों को जोड़ने पर

$2(BG + CG + AG) > AB + BC + CA$

$$\left[\because BG = \frac{2}{3}BE, CG = \frac{2}{3}CF \text{ और } AG = \frac{2}{3}AD\right]$$




$$2.\frac{2}{3}[AD + BE + CF] > AB + BC + CA$$

$$\frac{4}{3}[AD + BE + CF] > AB + BC + CA$$

$$3(AB + BC + CA) < 4(AD + BE + CF)$$

**III -** माध्यिकाओं की लम्बाई

$$AD = \frac{1}{2}\sqrt{2b^2 + 2c^2 - a^2}$$

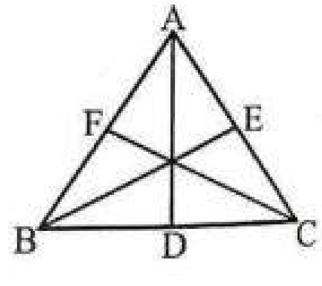
$$BE = \frac{1}{2}\sqrt{2a^2 + 2c^2 - b^2}$$

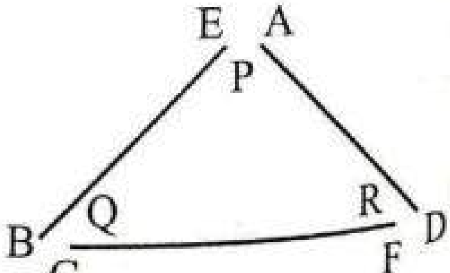
$$CF = \frac{1}{2}\sqrt{2b^2 + 2a^2 - c^2}$$

**IV -**

$$AB^2 + BC^2 + CA^2 = \frac{4}{3}\left(AD^2 + BE^2 + CF^2\right)$$

**V -** यदि हम माध्यिकाओं AD, BE व CF को लेकर कोई त्रिभुज बनाते हैं।




mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

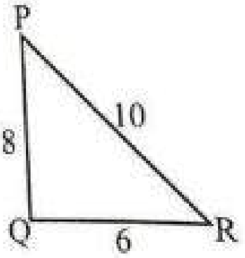
त्रिभुज का क्षेत्रफल $= \frac{4}{3}$ माध्यिकाओं से बने त्रिभुज PQR का क्षे.

माध्यिकाओं द्वारा बने $\Delta PQR$ का क्षेत्रफल

$$= \frac{3}{4} \text{[भुजाओं द्वारा बने } \Delta ABC \text{ का क्षे.]}$$

**Ex.16** उस त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसकी माध्यिकाएं 6, 8 व 10 लम्बाई की है।

**Sol^n:**




त्रिभुज PQR का क्षे. $= \frac{1}{2} \times 6 \times 8$

त्रिभुज का क्षे. $= \frac{4}{3}$ [माध्यिकाओं से बने त्रिभुज का क्षेत्रफल]

$$\frac{4}{3}\left[\frac{1}{2} \times 6 \times 8\right] = 32 \text{ वर्ग इकाई}$$

**Ex.17** यदि त्रिभुज ABC की भुजाएें क्रमश: 18, 24 व 30 है, तो त्रिभुज ABC की माध्यिकाओं से बनने वाले त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात करें।

**Sol^n.** $\frac{1}{2} \times 18 \times 24 = \frac{4}{3}(\Delta)$

$$\Delta = 162 \text{ वर्ग इकाई}$$

**Ex.18** 6, 5 तथा 5 माध्यिकाओं वाले त्रिभुज का क्षेत्रफल क्या होगा?

**Sol^n.** $s = \frac{a+b+c}{2}$

$$s = \frac{6+5+5}{2} = 8$$

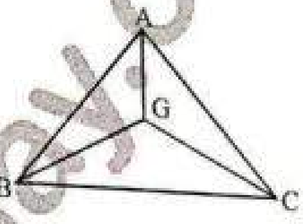
माध्यिकाओं से बने त्रिभुज का क्षे. $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$$= \sqrt{8(2)(3)(3)} = 12$$

त्रिभुज का क्षेत्रफल $= \frac{4}{3}$ (माध्यिकाओं से बना त्रिभुज)

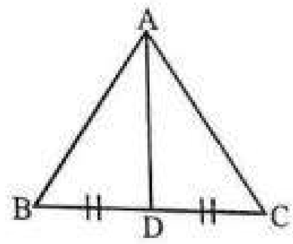
$$= \frac{4}{3} \times 12 = 16 \text{ वर्ग इकाई}$$

**VI** केन्द्रक G त्रिभुज के क्षेत्रफल को तीन बराबर क्षेत्रफल वाले भागों में बाँटता है।




$\Delta BGC$ का क्षे. $= \Delta AGC$ का क्षे. $= \Delta ABG$ का क्षे.

**VII** माध्यिका त्रिभुज के क्षेत्रफल को दो बराबर भागों में बाँटती है।

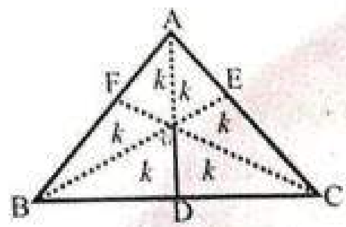



$\Delta ABD$ का क्षे. $= \Delta ACD$ का क्षे.

यदि हम त्रिभुज की सभी माध्यिकाओं की रचना करते हैं, तो इस प्रकार बनने वाले त्रिभुजों की संख्या 6 होगी तथा सभी का क्षेत्रफल बराबर होगा।

**Ex.19** $\Delta ABC$ में G केन्द्रक है, तथा AD, BE, व CF त्रिभुज की तीन माध्यिकाएें हैं तो चतुर्भुज BDGF व त्रिभुज ABC के क्षेत्रफलों का अनुपात ज्ञात कीजिए।

**Sol^n.**



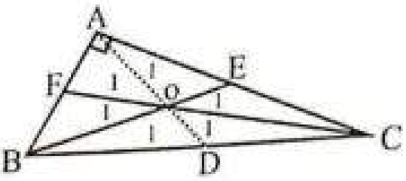

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

$$\frac{\text{चतुर्भुज BDGF का क्षे.}}{\Delta\text{ABC का क्षे.}} = \frac{2k}{6k} = \frac{1}{3}$$

**Ex.20** $\Delta ABC$ में $\angle A = 90°$, माध्यिकाऐं BE व CF एक-दूसरे को O पर प्रतिच्छेद करती है, तो इस प्रकार बने चतुर्भुज AFOE और त्रिभुज BOC के क्षेत्रफलों का अनुपात ज्ञात करें।

**Solⁿ.**

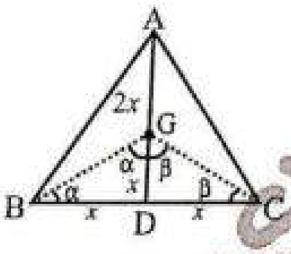



$$\frac{\text{चतुर्भुज AFOE का क्षे.}}{\Delta\text{BOC का क्षे.}} = \frac{2}{2} = 1$$

**Ex. 21** त्रिभुज ABC का केन्द्रक G है। यदि AG = BC तो $\angle BGC$ =?

**Solⁿ.** AG = BC

माना, $AG = 2x = BC$




केन्द्रक माध्यिकाओं को 2 : 1 में बाँटता है।

$GD = x = BD = CD$, तब

$\angle DBG = \angle BGD = \alpha$ व $\angle DCG = \angle CGD = \beta$

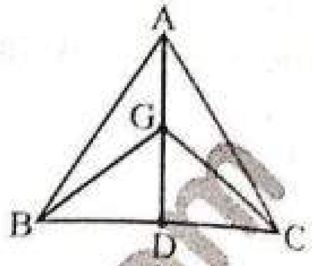
$\Delta BGC$ में,

$\alpha + \alpha + \beta + \beta = 180°$

$\angle BGC = \alpha + \beta = 90°$

**Ex.22** त्रिभुज ABC में AD एक माध्यिका तथा G, AD का मध्य बिन्दु है, यदि $\Delta$ AGC = का क्षेत्रफल 11 सेमी² है, तब $\Delta$ BGC का क्षेत्रफल ज्ञात करे।

**Solⁿ.**




$\Delta$ ADC में, G, AD का मध्य बिन्दु है।

$\Delta$ AGC का क्षे. = $\Delta$ GDC का क्षे. = 11

इसी प्रकार,

$\Delta$ ABC में D, BC का मध्य बिन्दु है।

$\Delta$ BGD का क्षे. = $\Delta$ GDC का क्षे. = 11

अब,

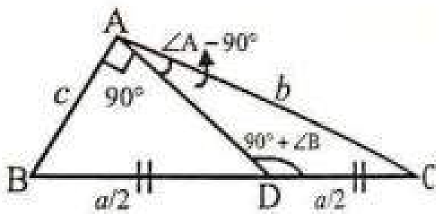
$\Delta$ BGC का क्षे. = $\Delta$ BGD का क्षे. + $\Delta$ GDC का क्षे.

= 11 + 11

= 22 सेमी²

**Ex.23** $\Delta ABC$ में माध्यिका AD, भुजा AB पर लम्ब है। तो tan A + 2tanB का मान ज्ञात करो।

**Solⁿ.**




$\Delta ABC$ में ज्या नियम से

$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} \Rightarrow \frac{\sin A}{\sin B} = \frac{a}{b} \quad ...(i)$$

$\Delta ADC$ में ज्या नियम से

$$\frac{\sin(A - 90°)}{a/2} = \frac{\sin(90° + B)}{b}$$

$$\frac{-2\cos A}{a} = \frac{\cos B}{b} \Rightarrow \frac{-2\cos A}{\cos B} = \frac{a}{b} \quad ...(ii)$$

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

समीकरण (i) व (ii) से

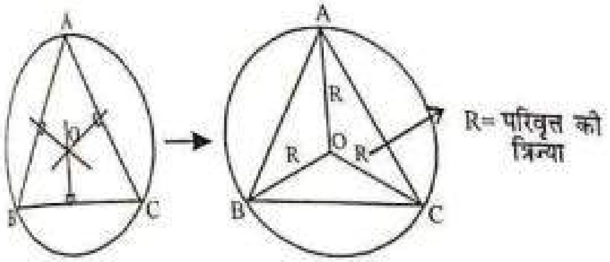
$$\frac{\frac{\sin A}{\sin B}}{} = \frac{-2\cos A}{\cos B} \Rightarrow \frac{\sin A}{\cos A} = \frac{-2\sin B}{\cos B}$$

$\tan A = -2\tan B$

$\boxed{\frac{\tan A}{\tan B} = -2}$ या $\boxed{\tan A + 2\tan B = 0}$

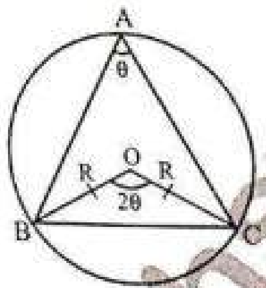
गुण-14

**परिकेन्द्र (Circumcentre) :** त्रिभुज की भुजाओं के लम्ब समद्विभाजकों का कटान बिन्दु परिकेन्द्र होता है।

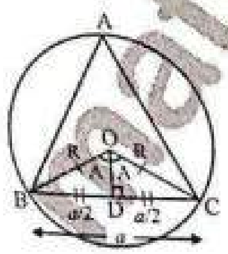



परिकेन्द्र वह बिन्दु है जो त्रिभुज के प्रत्येक शीर्ष से बराबर दूरी पर होता है।

I. ΔABC में, O परिकेन्द्र है, यदि $\angle A = \theta$ तब, $\angle BOC = 2\theta$.




II.




ΔOBD में, $\sin A = \frac{a/2}{R} = \frac{a}{2R}$

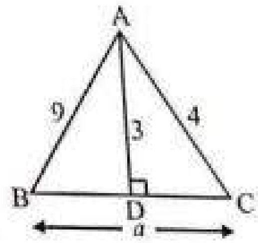
$$\boxed{R = \frac{a}{2\sin A} = \frac{b}{2\sin B} = \frac{c}{2\sin C}}$$

$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$ (ज्या नियम)

$\Delta(\text{क्षे.}) = \frac{1}{2}bc\sin A$

$\sin A = \frac{2\Delta}{bc} \Rightarrow R = \frac{a}{2\frac{2\Delta}{bc}} = \boxed{R = \frac{abc}{4\Delta}}$

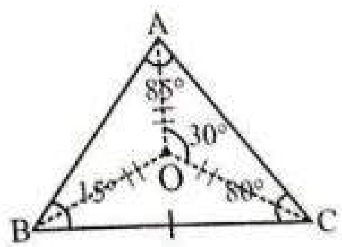
**Ex.24** त्रिभुज ABC में AB = 9 सेमी, AC = 4 सेमी। AD, BC पर लम्ब है तथा AD = 3 सेमी तो त्रिभुज के परिवृत्त की त्रिज्या क्या होगी?




$R = \frac{abc}{4\Delta} = \frac{a\times4\times9}{4\times\frac{1}{2}\times a\times3} = 3\times2 = 6$ सेमी.

**Ex.25** त्रिभुज ABC में, $\angle A = 85°$ और $\angle C = 80°$ जहाँ O परिकेन्द्र है, तो $\angle OAC$ का मान क्या होगा?

**Sol<sup></sup>.**




तब, $\angle B = 180° - 85° - 80° = 15°$

तब, $\angle AOC = 30°$

त्रिभुज OAC में,

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

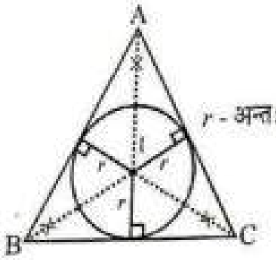
$$\angle AOC + \angle OAC + \angle ACO = 180^\circ$$

$$30^\circ + 2\angle OAC = 180^\circ \quad (\because OA = OC)$$

अतः, $\angle OAC = 75^\circ$

**गुण-15**

**अन्तः केन्द्र (Incentre) :** कोण समद्विभाजको का कटान बिन्दु अन्तःकेन्द्र होता है।




अन्तः केन्द्र वह बिन्दु है, जो त्रिभुज की भुजाओं से बराबर दूरी पर होता है।

**1.** त्रिभुज ABC का क्षेत्रफल, त्रिभुज BIC, AIB व AIC के क्षेत्रफलों के योग के बराबर होगा।

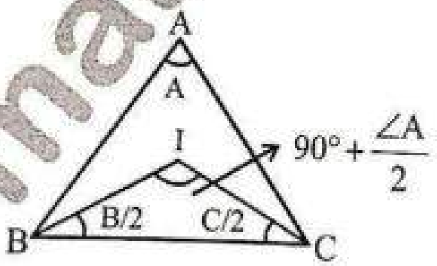
$$\frac{1}{2}r\times a+\frac{1}{2}\times r\times b+\frac{1}{2}\times r\times c=\Delta$$

$$r\left(\frac{a+b+c}{2}\right)=\Delta$$

$$r.s=\Delta$$

$$\boxed{r=\frac{\Delta}{s}}$$

**2.**




$$\angle BIC = 180^\circ - \left(\frac{\angle B + \angle C}{2}\right) = 180^\circ - \left(\frac{180^\circ - \angle A}{2}\right)$$

$$\angle BIC = 180^\circ - 90^\circ + \frac{\angle A}{2}$$

$$\boxed{\angle BIC = 90^\circ + \frac{\angle A}{2}}$$

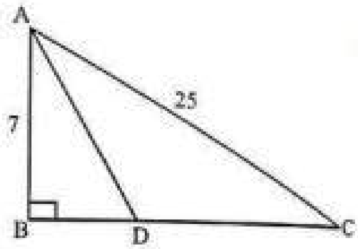
**Ex.26** त्रिभुज ABC में I, अन्तः केन्द्र है, और $\angle BIC = 116^\circ$ हो तो $\angle A$ का मान क्या होगा।

**Solⁿ.** $\angle BIC = 90^\circ + \frac{\angle A}{2}$

$$116^\circ = 90^\circ + \frac{\angle A}{2} \Rightarrow 116^\circ - 90^\circ = \frac{\angle A}{2}$$

$\angle A = 52^\circ$

**Ex.27** नीचे दिये गये चित्र में AC = 25 तथा D, BC पर एक बिन्दु इस प्रकार है, कि AD, $\angle A$ का अर्द्धक है तो AD का मान ज्ञात करें। $(\angle B = 90^\circ)$




**Solⁿ.**

$$BC = \sqrt{25^2 - 7^2} = 24$$

AD कोण अर्द्धक है

$$\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC} = \frac{7}{25}$$

$$BD = BC \times \frac{7}{25+7} = 24 \times \frac{7}{32} = \frac{21}{4}$$

और $AB = BD \Rightarrow BD = 7$

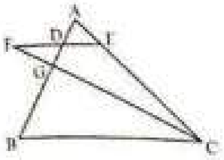
$$\Rightarrow AD = \sqrt{AB^2 + BD^2} = \sqrt{49 + \frac{441}{16}}$$

$$= 8.75$$

mathswithabhinay.com

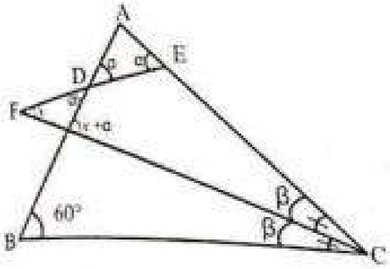
Scanned by CamScanner

**Ex.28** त्रिभुज ABC में बिन्दु D व E भुजाओं AB व AC पर इस प्रकार है कि AD=AE। कोण $\angle C$ का कोण समद्विभाजक DE से F पर मिलता है। दिया गया है कि $\angle B = 60°$.



कोण EFC का मान डिग्री (अंश) में ज्ञात करें।

**Solⁿ.**



$\Delta EFC$ में,

$\alpha = \beta + x$ ...(i)

$\Delta BGC$ में,

$x + \alpha = 60° + \beta$

$x + \beta + x = 60° + \beta$ ...(ii)

$2x = 60°$

$x = 30°$

**Ex.29** त्रिभुज ABC का परिमाप 24 सेमी. तथा अन्त: त्रिज्या 7 सेमी है तो त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

**Solⁿ.** $\Delta = r.s$

$p = 24$ सेमी $\Rightarrow$ तब, $s = 12, \quad r = 7$

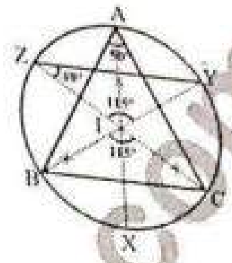
$\Delta = 12 \times 7 = 84$ सेमी$^2$

**Ex.30** त्रिभुज ABC में $\angle A, \angle B$ व $\angle C$ के कोण अर्द्धक परिवृत्त dlsØe' k%X, Y व Z पर प्रतिच्छेद करते है। यदि $\angle CZY = 40°$ और $\angle A = 50°$ तब, $\angle BYZ$ का मान ज्ञात करें।

**Solⁿ.** क्योंकि I सभी कोण समद्विभाजकों का प्रतिच्छेदी बिन्दु है अत: I अन्त: केन्द्र है, अत:

$\angle BIC = 90° + \frac{\angle A}{2} = 115°$

$\angle ZIY = \angle BIC = 115°$ (शीर्ष भिमुख कोण)



$\Delta ZIY$ में,

$\angle BYZ = 180° - 115° - 40° = 25°$

**Ex.31** यदि त्रिभुज की भुजाओं का अनुपात 5 : 7 : 8 है, तो वृत्त की परित्रिज्या (R) व अन्त: त्रिज्या (r) का अनुपात ज्ञात करें।

**Sol.** $R = \frac{abc}{4\Delta}$ व $r = \frac{\Delta}{s}$

$\because \quad s = \frac{a+b+c}{2} = \frac{5+7+8}{2} = 10$

$\frac{R}{r} = \frac{abc}{4\Delta} \times \frac{s}{\Delta} = \frac{abc.s}{4\Delta^2}$

$\Rightarrow \frac{R}{r} = \frac{abc.s}{4s(s-a)(s-b)(s-c)} = \frac{abc}{4(s-a)(s-b)(s-c)}$

$= \frac{5 \times 7 \times 8}{4 \times 5 \times 3 \times 2} = \frac{7}{3}$

$R : r = 7 : 3$

**गुण- 16**

**लम्बकेन्द्र (Orthocentre):** लम्बकेन्द्र त्रिभुज के शीर्षों से सम्मुख भुजा पर डाले गये लम्बों का कटान बिन्दु होता है।

$\Delta CBE$ में,

$\angle CBE = 90° - \angle C$

$\Delta BCF$ में,

$\angle BCF = 90° - \angle B$

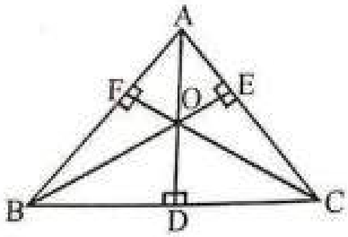
Scanned by CamScanner

$\Delta BOC$ में,

$$\angle BOC = 180^\circ - (90^\circ - \angle B) - (90^\circ - \angle C)$$

$$\angle BOC = \angle B + \angle C = 180^\circ - \angle A$$

$$\angle BOC + \angle A = 180^\circ$$




**I** $\angle BOC = 180^\circ - \angle A$

**II**

भुजाओं का योग > लम्बों का योग

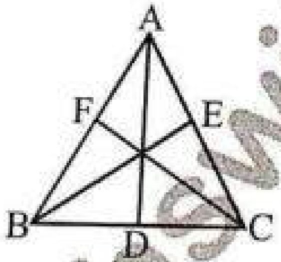
$AB + BC + CA > AD + BE + CF$

**सिद्ध** – त्रिभुज ABD में $\Rightarrow AB > AD$ ......(i)

त्रिभुज ACF में $\Rightarrow AC > CF$ .......(ii)

त्रिभुज BCE में $\Rightarrow BC > BE$ ........(iv)

तीनों समीकरणों को जोड़ने पर-AB+AC+BC>AD+CE+BE




**Ex.32** त्रिभुज ABC में, $\angle BOC = 130^\circ$, यदि O लम्बकेन्द्र है, तो $\angle A$ का मान ज्ञात करे।

**Sol$^n$.** $\angle BOC + \angle A = 180^\circ$

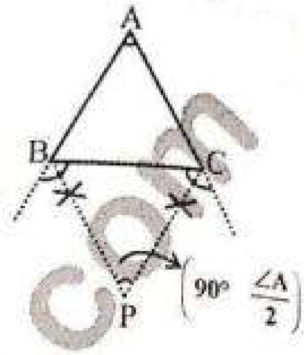
$\angle A = 180^\circ - 130^\circ$

$\angle A = 50^\circ$

**गुण -17**

**बाह्य केन्द्र (Ex-centre) :** यह बाह्य कोणों के कोण अर्द्धको का प्रतिच्छेदी बिन्दु होता है।

$$\angle BPC = 90^\circ - \frac{\angle A}{2}$$




**Ex.33** त्रिभुज ABC में, बाह्य कोणों B व C के कोण अर्द्धक क्रमशः P पर प्रतिच्छेद करते हैं। यदि $\angle BPC = 40^\circ$ तो $\angle A$ का मान ज्ञात कीजिए।

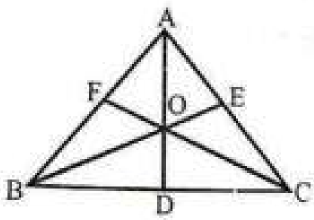
**Sol$^n$.** $\angle BPC = 90^\circ - \frac{\angle A}{2}$

$40^\circ = 90^\circ - \frac{\angle A}{2}$

$\frac{\angle A}{2} = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$

$\angle A = 100^\circ$

**Ex.34** यदि O, $\Delta$ ABC का लम्बकेन्द्र है तो A किस त्रिभुज का लम्बकेन्द्र होगा?




(a) $\Delta BOC$ (b) $\Delta COA$

(c) $\Delta BOA$ (d) $\Delta BFC$

**Sol$^n$.** $BF \perp CF \Rightarrow BA \perp CF$

$CE \perp BE \Rightarrow CA \perp BE$

$OD \perp BC \Rightarrow AD \perp BC$

$\Delta BOC$ के सभी लम्ब A पर प्रतिच्छेद करते हैं अतः 'A' $\Delta BOC$ का लम्बकेन्द्र होगा।

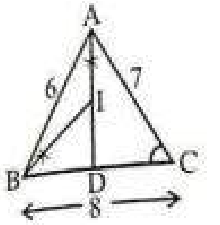
mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

**Ex.35** $\Delta ABC$ में AD, कोण A का कोण अर्द्धक है, तथा AB = 6 सेमी, AC = 7 सेमी तथा BC = 8 सेमी। यदि I अन्त:केन्द्र है तो AI व ID का अनुपात क्या होगा?

**Sol^n.** AD, $\angle A$ का अर्द्धक है, तब $\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{CD}$

$$\Rightarrow \frac{6}{7} = \frac{BD}{CD}$$




BD व CD, 6 : 7 के अनुपात में विभाजित होंगे।

तब, $BD = \frac{8}{13} \times 6 = \frac{48}{13}$

I अन्त:केन्द्र है अत: BI $\Delta ABD$ में $\angle B$ का कोण अर्द्धक होगा।

इसलिए, BI, AD को AB : BD के अनुपात में विभाजित करेगा।

$$\frac{AI}{ID} = \frac{AB}{BD} = \frac{6 \times 13}{48} = \frac{13}{8}$$

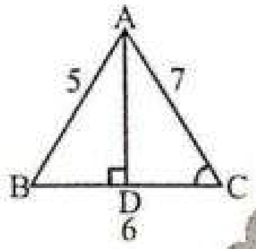
या

$$\frac{AI}{ID} = \frac{B+C}{A} = \frac{6+7}{8} = \frac{13}{8}$$

**Ex.36** $\Delta ABC$ में, AB = 5 सेमी, BC = 6 सेमी तथा AC = 7 सेमी। यदि AD, BC पर लम्ब है, तो BD की लम्बाई ज्ञात करें।

**Sol^n.** $\Delta ABC$ में कोज्या नियम से

$$\cos B = \frac{BD}{5} = \frac{5^2 + 6^2 - 7^2}{2 \times 5 \times 6}$$




$$\frac{BD}{5} = \frac{25 + 36 - 49}{60} = \frac{12}{60} = \frac{1}{5}$$

$BD = 1$

**गुण-18**

1. किसी भी त्रिभुज में परिकेन्द्र व अन्त: केन्द्र के बीच की दूरी $= \sqrt{R^2 - 2Rr}$

   जहाँ, R = परित्रिज्या और $r$ = अन्त: त्रिज्या

**Ex.37** यदि किसी त्रिभुज के परिवृत्त की त्रिज्या तथा अन्त: त्रिज्या क्रमश: 6 सेमी व 2 सेमी है, तो परिकेन्द्र व अन्त:केन्द्र के बीच की दूरी ज्ञात करो।

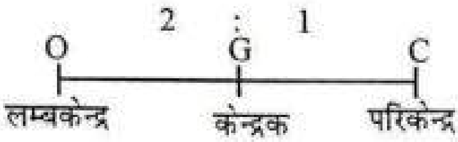
**Sol^n.** त्रिभुज में परिकेन्द्र व अन्त: केन्द्र के बीच की दूरी

$= \sqrt{R^2 - 2Rr}$

$$= \sqrt{(6)^2 - 2 \times 6 \times 2} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3} \text{ सेमी}$$

**गुण -19**

किसी भी त्रिभुज में लम्बकेन्द्र, केन्द्रक व परिकेन्द्र संरेखीय तथा है तथा केन्द्रक, लम्बकेन्द्र व परिकेन्द्र को 2 : 1 के अनुपात में विभाजित करता है।




$$\frac{OG}{GC} = \frac{2}{1}$$

**Ex.38** एक त्रिभुज में केन्द्रक व लम्बकेन्द्र के बीच की दूरी 12 सेमी है तो लम्बकेन्द्र व परिकेन्द्र के बीच की दूरी ज्ञात करें।

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

**Sol^n.**

$\frac{OG}{GC} = \frac{2}{1} = \frac{12}{6}$

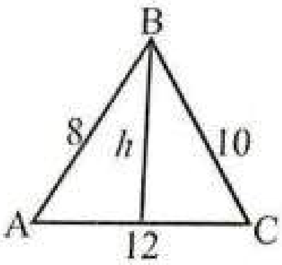
$OC = OG + GC = 12 + 6 = 18$ सेमी

**Ex.39** ΔABC में, AB = 8 सेमी, BC = 10सेमी और AC = 12सेमी है, तो सबसे छोटे लम्ब की लम्बाई ज्ञात करो।

**Sol^n.**

**नोट :** सबसे छोटा लम्ब त्रिभुज की सबसे बड़ी भुजा पर तथा सबसे बड़ा लम्ब, सबसे छोटी भुजा पर होगा।

अतः सबसे छोटा लम्ब 12 सेमी वाली भुजा पर होगा।




$s = \frac{8+10+12}{2} = \frac{30}{2} = 15$

क्षे. $(\Delta) = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} = \frac{1}{2} \times$ आधार $\times$ ऊँचाई

क्षे. $(\Delta) = \sqrt{15(5)(3)(7)} = \frac{1}{2} \times 12 \times h$

$15\sqrt{7} = \frac{1}{2} \times h \times 12$

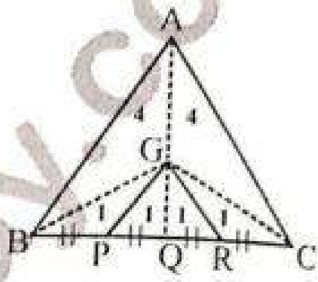
$h = \frac{5\sqrt{7}}{2}$ सेमी.

**Ex. 40** त्रिभुज ABC में भुजा BC पर तीन बिन्दु P, Q व R इस प्रकार है कि BP = PQ = QR = RC। यदि G केन्द्रक है तो ΔPGR व ΔABC के क्षेत्रफलों का अनुपात क्या होगा।

**Sol^n.** ΔGBP, ΔGPQ, ΔGQR और ΔGRC के आधार व ऊँचाई बराबर हैं अत: ΔGBP, ΔGPQ, ΔGQR व ΔGRC का क्षेत्रफल 1 इकाई मान लेते हैं। तब ΔBGC का क्षेत्रफल 4 होगा।

ΔAGB व ΔAGC का क्षेत्रफल भी 4 होगा।

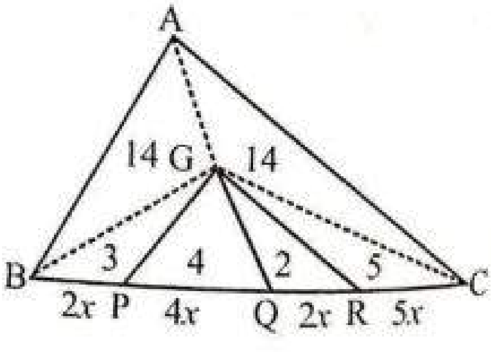
अत: त्रिभुज ABC का क्षेत्रफल 12 होगा।




$\frac{\Delta PGR \text{ का क्षे.}}{\Delta ABC \text{ का क्षे.}} = \frac{1+1}{4+4+4} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$

**Ex. 41** ΔABC में, P, Q और R तीन बिन्दु इस प्रकार है कि BP = 3x, QR = 2x, PQ = 4x और RC = 5x। यदि G केन्द्रक है तो ΔPGR व ΔABC के क्षेत्रफलों का अनुपात ज्ञात कीजिए।

**Sol^n.** ΔGBP, ΔGPQ, ΔGQR और ΔGRC की ऊँचाई समान है, अत: ΔGBP, ΔGPQ, ΔGQR व ΔGRC का क्षेत्रफल उनके आधारों के अनुपात में विभाजित होगा। अत: ΔGBP, ΔGPQ, ΔGQR व ΔGRC का क्षेत्रफल 3 : 4 : 2 : 5 के अनुपात में होगा। माना त्रिभुज ΔGBP, ΔGPQ, ΔGQR व ΔGRC का क्षेत्रफल क्रमशः 3, 4, 2 और 5 है, तब ΔBGC का क्षेत्रफल 14 होगा। ΔAGB, ΔBGC व ΔAGC का क्षेत्रफल बराबर होता है, अत: त्रिभुज ABC का क्षेत्रफल 42 होगा।



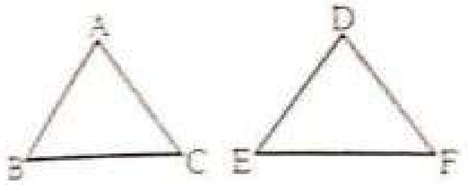

mathswithabhinav.com

Scanned by CamScanner

$\frac{\Delta PGR \text{ का क्षे.}}{\Delta ABC \text{ का क्षे.}} = \frac{6}{42} = \frac{1}{7}$

सूत्र-38

**त्रिभुजों की सर्वांगसमता (Congruency of triangles) :**
यदि दो त्रिभुज ABC व DEF सर्वांगसम हैं तो उनका प्रत्येक भाग माप बराबर होगा।




$\Delta ABC \cong \Delta DEF$

AB = DE, BC = EF और AC = DF

$\angle A = \angle D$, $\angle B = \angle E$ और $\angle C = \angle F$

$r_1 = r_2$, $h_1 = h_2$ और $R_1 = R_2$

$\Delta_1 = \Delta_2$, $m_1 = m_2$ और $P_1 = P_2$

**सर्वांगसमता की शर्तें:**

1. कोण-कोण-भुजा (AAS)
2. भुजा-कोण-भुजा (SAS)
3. भुजा-भुजा-भुजा (SSS)

**कोण-कोण-भुजा (AAS)** – यदि एक त्रिभुज के दो कोण और एक भुजा (जो कोण के आसन्न हो) **क्रमशः** दूसरे त्रिभुज के संगत कोणों और भुजा के बराबर हों तो दोनों त्रिभुज सर्वांगसम होते है।

यदि, $\angle B = \angle E$, $\angle C = \angle F$ व BC = EF

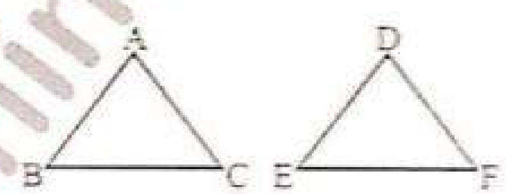
तब, $\Delta ABC \cong \Delta DEF$

**भुजा-कोण-भुजा (SAS)** – दो त्रिभुज सर्वांगसम होंगे यदि एक त्रिभुज की दो भुजायें तथा उनके बीच का कोण, दूसरे त्रिभुज की तदनरूपी दोनो भुजाओं तथा उनके बीच के कोण के बराबर हो।

AB = DE, BC = EF व $\angle B = \angle E$

तब, $\Delta ABC \cong \Delta DEF$

**भुजा-भुजा-भुजा (SSS)** – यदि एक त्रिभुज की तीनों भुजायें, दूसरे त्रिभुज की तीनों भुजाओं के बराबर हो तो वे दोनों त्रिभुज सर्वांगसम होते हैं।

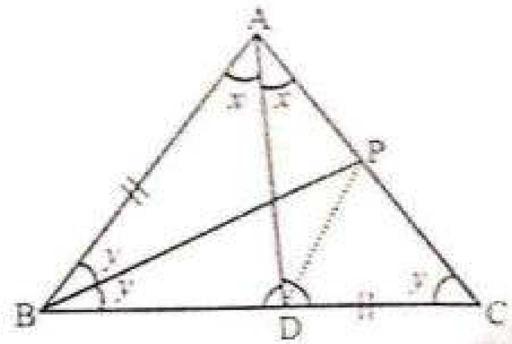



AB = DE, BC = EF व AC = DF

तब, $\Delta ABC \cong \Delta DEF$

**Ex.42** त्रिभुज ABC में, $\angle B = 2\angle C$, AD व BE, कोण BAC व कोण ABC के अर्धक है। और यदि AB = CD तो कोण ABC का मान ज्ञात करो।

**Sol$^n$.**




$\Delta ABC$ में,

$\angle B = 2\angle C$ या, $\angle B = 2y$ जहाँ, $\angle C = y$

AD, $\angle BAC$ का कोण अर्द्धक है।

Scanned by CamScanner

$\angle BAD = \angle CAD = x$ (माना)

माना BP, $\angle ABC$ का अर्द्धक है PD का मिलाने पर

$\Delta BPC$ में,

$\angle CBP = \angle BCP = y$

$\Rightarrow BP = PC$

$\Delta ABP$ और $\Delta DCP$ में,

$\angle ABP = \angle DCP = y$

$AB = DC$ (दिया है.)

और, $BP = PC$

(भुजा-कोण-भुजा सर्वांगसमता द्वारा)

$\Delta ABP \cong \Delta DCP$

$\Rightarrow \angle BAP = \angle CDP$ और $AP = DP$

$\Rightarrow \angle CDP = 2x$ और $\angle ADP = DAP = x$

$[\because \angle A = 2x]$

$\Delta ABD$ में,

$\Delta ADC = \Delta ABD + \angle BAD$

$\Rightarrow x + 2x = 2y + x \Rightarrow x = y$

$\Delta ABC$ में,

$\angle A + \angle B + \angle C = 180°$

$2x + 2y + y = 180°$

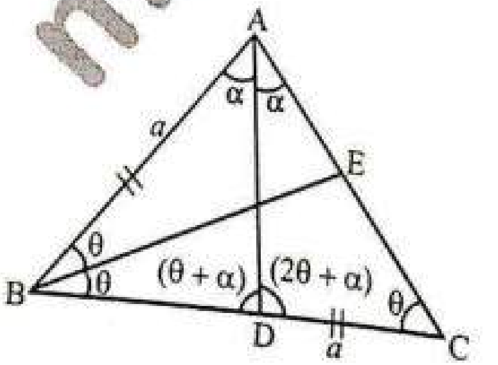
$5x = 180°$

$x = 36°$

$\angle BAC = 2x = 72°$

**विधि-2.**

ज्या नियम द्वारा




माना $AD = x$

$\Delta ABD$ में,

$$\frac{\sin(\theta+\alpha)}{a} = \frac{\sin 2\theta}{x}$$

$$\Rightarrow \frac{\sin(\theta+\alpha)}{\sin 2\theta} = \frac{a}{x} \quad \ldots(1)$$

$\Delta ADC$ में

$$\frac{\sin\theta}{x} = \frac{\sin\alpha}{a}$$

$$\Rightarrow \frac{a}{x} = \frac{\sin\alpha}{\sin\theta} \quad \ldots(2)$$

समीकरण (1) और (2) से

$$\Rightarrow \frac{\sin(\theta+\alpha)}{\sin 2\theta} = \frac{\sin\alpha}{\sin\theta}$$

$$\Rightarrow \frac{\sin\theta\cos\alpha + \cos\theta\sin\alpha}{2\sin\theta\cos\theta} = \frac{\sin\alpha}{\sin\theta}$$

$\Rightarrow \sin\theta\cos\alpha + \cos\theta\sin\alpha = 2\cos\theta\sin\alpha$

$\Rightarrow \sin\theta\cos\alpha - \cos\theta\sin\alpha = 0$

$\Rightarrow \sin(\theta-\alpha) = 0 = \sin 0°$

$\Rightarrow \theta = \alpha$

$\Delta ABC$ में,

$\angle ABC + \angle BAC + BCA = 180°$

$2\alpha + 2\alpha + \alpha = 180°$

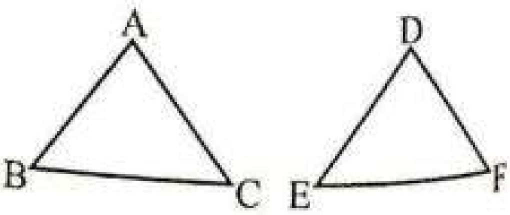
$\alpha = 36°$

$\angle ABC = 2\alpha = 2 \times 36$

$= 72°$

**गुण-21**

**त्रिभुज की समरूपता :** यदि दो समरूप हैं तो त्रिभुजों के अंगों (organs) का अनुपात बराबर होगा।




$\Delta ABC \sim \Delta DEF$

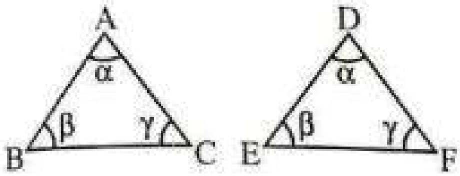
mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

$$\frac{AB}{DE}=\frac{BC}{EF}=\frac{AC}{DF}=\frac{p_1}{p_2}=\frac{m_1}{m_2}=\frac{h_1}{h_2}=\frac{r_1}{r_2}=$$

$$\frac{R_1}{R_2}=\sqrt{\frac{\Delta_1}{\Delta_2}}$$

**समरूपता को सिद्ध करना:** - समरूपता एक ज्या नियम है, दो त्रिभुज समरूप होंगे यदि उनके संगत कोण बराबर हैं।




$$\frac{\sin\alpha}{BC}=\frac{\sin\beta}{AC} \quad ...(1)$$

$$\frac{\sin\alpha}{EF}=\frac{\sin\beta}{DF} \quad ...(2)$$

समी. (1) को समी. (2) द्वारा भाग देने पर

$$\frac{EF}{BC}=\frac{DF}{AC}$$ , इति सिद्धम

**त्रिभुजों के समरूप होने की शर्तें-**

1. (कोण-कोण-कोण) AAA
2. (कोण-कोण) AA
3. (प्रत्येक सर्वांगसम त्रिभुज समरूप त्रिभुज होगा।)

**कोण-कोण-कोण (AAA)** – यदि दो त्रिभुजों के संगत कोण बराबर हो अर्थात दो त्रिभुज समकोणिक हैं तो त्रिभुज समरूप होते हैं।

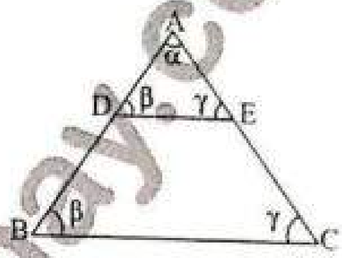
समरूप

**कोण-कोण (AA)** – यदि दो त्रिभुजो के दो संगत कोण बराबर हैं तो त्रिभुज समरूप होंगे तीसरा कोण भी बराबर होगा।

समरूप

**थेल्स प्रमेय:**

1.



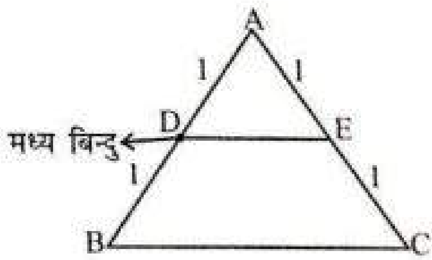

DE || BC

$\Delta ADE \sim \Delta ABC$

$$\frac{AD}{AB}=\frac{AE}{AC}=\frac{DE}{BC}$$

$$\Rightarrow \frac{AD}{BD}=\frac{AE}{EC}$$

2. यदि D व E क्रमशः भुजा AB व AC के मध्य बिन्दु है, तो AD व DB व AE और AC का अनुपात 1 के बराबर होगा। तब त्रिभुज ADE व ABC किसके समरूप होगा। अत: DE || BC.




$$\frac{AD}{AB}=\frac{1}{2}=\frac{DE}{BC}\Rightarrow DE=\frac{1}{2}BC$$

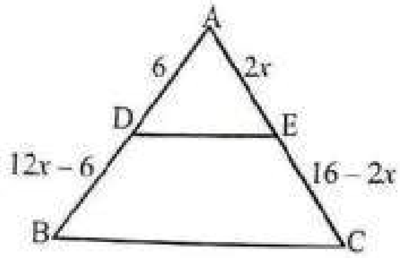
$$\frac{\Delta ADE \text{ का क्षे.}}{\Delta ABC \text{ का क्षे.}}=\left(\frac{DE}{BC}\right)^2=\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{4}$$

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

त्रिभुज ADE का क्षे. $= \frac{1}{4}$ त्रिभुज ABC का क्षे.

**Ex.43** त्रिभुज ABC में D व E क्रमशः भुजा AB व AC के मध्य बिन्दु हैं, और DE||BC यदि AD = 6 सेमी, BD = (12$x$ − 6) सेमी, AE = 2$x$ सेमीए CE = (16 − 2$x$) सेमी, तो $x$ का मान ज्ञात कीजिऐ।




$AB = 12x - 6 + 6 = 12x$ और $AC = 2x + 16 - 2x = 16$

यदि DE||BC तब, ΔADE और ΔABC समरूप होंगे

$\Delta ADE \sim \Delta ABC$

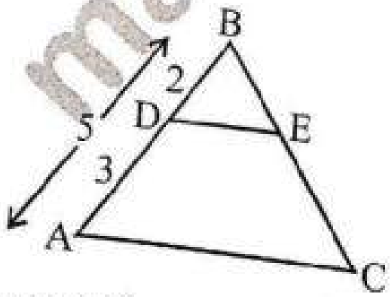
$$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{AC}$$

$$\frac{6}{12x} = \frac{2x}{16}$$

$x^2 = 4 \Rightarrow x = 2$ सेमी

**Ex.44** त्रिभुज ABC में, बिन्दु D व E भुजाओं AB व BC पर इस प्रकार हैं कि DE || AC और AD : DB = 3 : 2 तो समलम्ब चतुर्भुज ACED व Δ BED के क्षेत्रफलों का अनुपात ज्ञात करें।

**Solⁿ.**




Δ BDE और Δ BAC में

∠ B = ∠ B (उभयनिष्ठ)

∠ BDE = ∠ BAC (∵ DE || AC)

∠ BED = ∠ BCA (∵ DE || AC)

∴ Δ BDE ~ Δ BAC

समरूप Δ में

क्षेत्रफल का अनुपात = (भुजाओं का अनुपात)²

$$\frac{\Delta BDE \text{ का क्षे}}{\Delta BAC \text{ का क्षे}} = \left(\frac{BD}{BA}\right)^2 = \left(\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{4}{25}$$

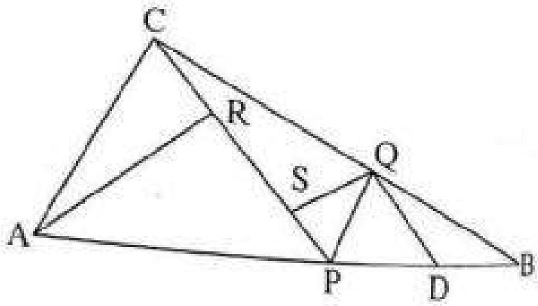
माना Δ BDE का क्षेत्रफल = 4

व Δ BAC का क्षेत्रफल = 25

समलम्ब चतुर्भुज ACED का क्षे. = Δ BAC का क्षे. − Δ BDE का क्षे. = 25 − 4 = 21

$$\frac{\text{समलम्ब चतुर्भुज का क्षे.}}{\Delta BED \text{ का क्षे.}} = \frac{21}{4}$$

**EX. 45** दिये गये चित्र में बिन्दु P, AB पर इस प्रकार है कि AP : PB = 4 : 3, PQ, AC के समान्तर तथा QD, CP के समान्तर है, Δ ARC में ∠ARC = 90° और Δ PQS में ∠PSQ = 90° तथा QS की लम्बाई 6 सेमी है, तो AP : PD क्या होगा ?




**Solⁿ:** PQ, AC के समान्तर है. $\Rightarrow \frac{AP}{PB} = \frac{CQ}{QB} = \frac{4}{3}$

माना AP = 4$x$ तथा PB = 3$x$.

QD, CP के समान्तर है $\Rightarrow \frac{PD}{DB} = \frac{CQ}{QB} = \frac{4}{3}$

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

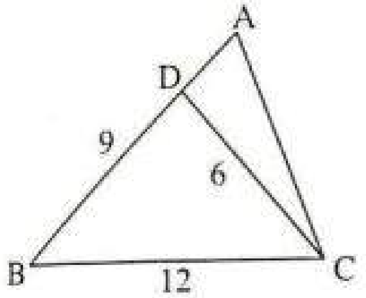
$$\frac{PD}{PD+DB}=\frac{4}{7}$$

$$\frac{PD}{PB}=\frac{4}{7}$$

$$PD=\frac{4PB}{7}=\frac{12x}{7}$$

$$AP:PD=4x:\frac{12x}{7}=7:3$$

**Ex.46** नीचे दर्शाये गये चित्र में दिया गया है, BC = 12 cm, DB = 9 cm, CD = 6 cm व ∠BCD = ∠BAC तो त्रिभुज ADC के परिमाप व त्रिभुज BDC के परिमाप का अनुपात क्या होगा?




**Solⁿ.** ΔBAC और ΔBCD में, ∠BCD = ∠BAC, ∠B उभयनिष्ठ है ⇒ ∠BDC = ∠BCA. अत: दोनों त्रिभुज समरूप है।

$$\frac{AB}{BC}=\frac{AC}{CD}=\frac{BC}{BD}\Rightarrow AB=\frac{BC^2}{BD}=16$$

AD = 7,

इसी प्रकार, $AC=\frac{BC\times CD}{BD}=8$

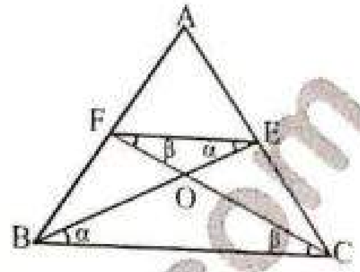
ΔADC का परिमाप = 7 + 6 + 8 = 21, ΔBDC का परिमाप = 27,

अत: अनुपात = $\frac{7}{9}$

**Ex.47** त्रिभुज ABC में माध्यिका BE व CF एक-दूसरे को O पर प्रतिच्छेद करती हैं तो त्रिभुज OEF व त्रिभुज ABC के क्षेत्रफलों का अनुपात क्या होगा।

**Solⁿ.** F व E, AB व AC के मध्य बिन्दु हैं तब, FE ∥ BC.

ΔOFE ~ ΔOBC

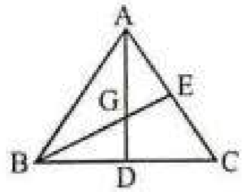



$$\frac{\Delta OFE \text{ का क्षे.}}{\Delta OBC \text{ का क्षे.}}=\left(\frac{FE}{BC}\right)^2=\left(\frac{FE}{2FE}\right)^2=\frac{1}{4}$$

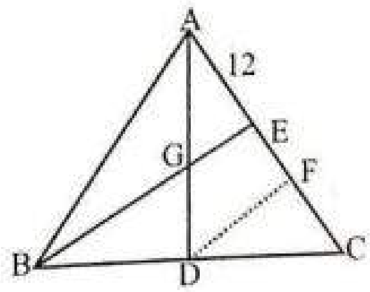
माना ΔOBC का क्षेत्रफल 4 है, तब ΔABC का क्षेत्रफल 12 होगा।

$$\frac{\Delta OFE \text{ का क्षे.}}{\Delta ABC \text{ का क्षे.}}=\frac{1}{12}$$

**Ex.48** दिये गये चित्र में यदि AG : GD = 3 : 4 और BD : DC = 4 : 7 और AE = 12 सेमी तब EC की लम्बाई सेमी में होगी।




**Solⁿ.** हम एक रेखा DF की रचना करते हैं जो BE के समान्तर है।




Δ ADF में, GE ∥ DF तब,

$$\frac{AG}{GD}=\frac{AE}{EF}$$

Scanned by CamScanner

$\frac{3}{4} = \frac{12}{EF} \Rightarrow EF = 16$ सेमी

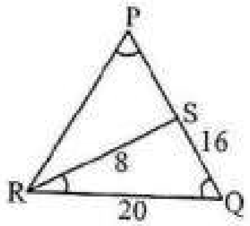
$\therefore$ EF = 16 सेमी

अब, $\Delta$ BEC में DF || BE

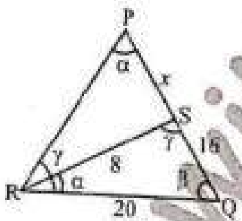
$\frac{BD}{DC} = \frac{EF}{FC} \Rightarrow \frac{4}{7} = \frac{16}{FC} \Rightarrow FC = 28$ सेमी

EC = EF + FC = 16 + 28 = 44 सेमी

**Ex.49** नीचे दिये चित्र में त्रिभुज PQR को दर्शाया गया है जहाँ, S, PQ पर एक बिन्दु इस प्रकार है कि QR = 20 सेमी, SQ = 16 सेमी, RS = 8 सेमी और $\angle QRS = \angle QPR$ तो त्रिभुज PRS का परिमाप ज्ञात कीजिए।




**Sol<sup></sup>.**




**विधि-1**

**नोट :** अगर हम यहाँ समरूपता का प्रयोग करते हैं, तो यह स्पष्टीकरण नहीं हो पायेगा कि कौन सा कोण, किस कोण के बराबर होगा अतः हम दोनों त्रिभुजों में बराबर कोणों की सम्मुख भुजाओं के अनुपात को लेंगे।

$\therefore$ $\Delta RSQ$ व $\Delta PQR$ में,

$\angle QRS = \angle QPR = \alpha$ और $\angle Q = \beta$

(दोनों त्रिभुजों में उभयनिष्ठ है।)

$\Delta RSQ$ में, $\angle\alpha$ के सामने की भुजा 16 तथा $\angle\beta$ के सामने की भुजा 8 है,

$\Delta PQR$ में, $\angle\alpha$ के समाने की भुजा 20 तथा $\angle\beta$ के समाने की भुजा PR है।

अतः इन भुजाओं का अनुपात बराबर होगा।

$\frac{16}{20} = \frac{8}{PR} \Rightarrow PR = 10$ सेमी

इसी प्रकार, $\angle\gamma$ और $\angle\alpha$ को लेते समय

$\frac{20}{x+16} = \frac{16}{20} \Rightarrow x = 9$ सेमी

$\Delta PRS$ का परिमाप = PR + RS + PS

= 10 + 8 + 9 = 27 सेमी

**विधि-2**

$\Delta PQR \sim \Delta RSQ$

$\frac{P_1}{P_2} = \frac{20}{16}$

$\frac{P_1}{44} = \frac{5}{4}$

$P_1 = 55$

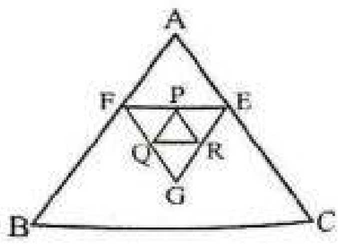
$\Delta PQR$ का परिमाप = 55 सेमी

भुजा PR + PS = 55 − 16 − 20 = 19

$\Delta PRS$ का परिमाप = 19 + 8 = 27 सेमी

**Ex.50** $\Delta ABC$ में बिन्दु F व E क्रमशः AB व AC के मध्य बिन्दु है। G, $\Delta ABC$ का केन्द्रक है। यदि P, Q व R क्रमशः EF, FG व GE के मध्य बिन्दु है तो $\Delta PQR$ व $\Delta ABC$ के क्षेत्रफलो का अनुपात ज्ञात करे।

**Sol<sup></sup>.**




उदाहरण 2 से

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

$$\frac{\Delta EFG \text{ का क्षे.}}{\Delta ABC \text{ का क्षे.}} = \frac{1}{12}$$

P, Q, व R त्रिभुज EFG की भुजाओं के मध्य बिन्दु हैं

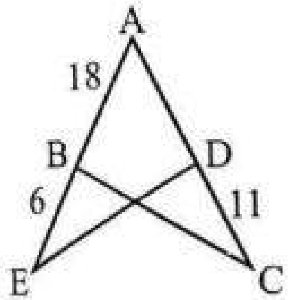
$$\frac{\Delta PQR \text{ का क्षे.}}{\Delta EFG \text{ का क्षे.}} = \frac{1}{4}$$

$$\Delta PQR \text{ का क्षे.} = \frac{1}{4} \times \Delta EFG \text{ का क्षे.}$$

$$= \frac{1}{4} \times \frac{1}{12} \times \Delta ABC \text{ का क्षे.}$$

$$\frac{\Delta PQR \text{ का क्षे.}}{\Delta ABC \text{ का क्षे.}} = \frac{1}{48}$$

**Ex.51** नीचे दिये गये चित्र में AB = 18 सेमी, BE = 6 सेमी, और CD = 11 सेमी है, यदि $\angle AED = \angle ACB$, तो भुजा AD की लम्बाई (सेमी में) ज्ञात करो।




**Solⁿ.**

$\Delta AED$ व $\Delta ACB$ में,

$\angle AED = \angle ACB = \alpha$

$\angle A = \angle A$ (दोनों त्रिभुजों में उभयनिष्ठ है)

अत: तीसरा कोण भी बराबर होगा।

$\angle ADE = \angle ABC = \beta$

दोनों त्रिभुज समरूप है, तो त्रिभुजों की संगत भुजाएं आनुपातिक होंगी।

$$\Rightarrow \frac{x}{18} = \frac{24}{x+11}$$

$x^2 + 11x = 18 \times 24$

$x^2 + 11x - 18 \times 24 = 0$

$x^2 + 27x - 16x - 18 \times 24 = 0$

$x(x+27) - 16(x+27) = 0$

$(x+27)(x-16) = 0$

$x = 16$ सेमी

**त्रिभुजों के प्रकार**

| भुजाओं के आधार पर | कोणों के आधार पर |
| --- | --- |
| 1. विषम बाहु त्रिभुज | 1. न्यून कोण त्रिभुज |
| 2. समद्विबाहु त्रिभुज | 2. अधिककोण त्रिभुज |
| 3. समबाहु त्रिभुज | 3. समकोण त्रिभुज |

**गुण-22**

**विषमबाहु त्रिभुज:** विषमबाहु त्रिभुज की कोई भी भुजा और कोई भी कोण बराबर नहीं होता है।

**Ex.52** ABC एक त्रिभुज है। D, बिन्दु AB पर इस प्रकार है कि AD : DB = 1 : 3 और E बिन्दु AC पर इस प्रकार है कि AE : EC = 3 : 1 / O, DE का मध्यबिन्दु है, तोक त्रिभुज BOC का क्षेत्रफल ज्ञात करो।

**Solⁿ.** $\Delta OAC$ में, दो $\Delta OCE$ और $\Delta OAE$ के आधार का अनुपात 1 : 3 है तब, क्षेत्रफल का अनुपात भी 1 : 3 होगा।

माना $\Delta OCE$ का क्षेत्रफल = K (माना)

तब $\Delta OAE$ का क्षेत्रफल = 3K

O, OE का मध्य बिन्दु है, अत: AO, त्रिभुज ADE की माध्यिका है, तब $\Delta ADO$ का क्षे. = $\Delta AOE$ का क्षे. = 3K

अत: $\Delta AOD$ व $\Delta BOD$ का क्षेत्रफल में संगम

$\Delta BOD$ का क्षे. = $3 \times 3K = 9K$

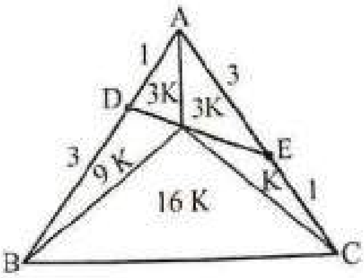
$$\frac{\Delta ADE \text{ का क्षे.}}{\Delta ABC \text{का क्षे.}} = \frac{\frac{1}{2} \times 1 \times 3 \times \sin A}{\frac{1}{2} \times 4 \times 4 \times \sin A} = \frac{3}{16} = \frac{6K}{32K}$$

mathswithabhinay.com

तब, $\Delta BOC$ का क्षे. = $\Delta ABC$ का क्षे. – $\Delta AOB$ का क्षे.

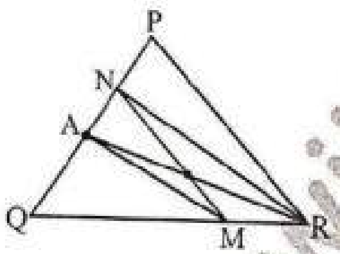
– $\Delta AOC$ का क्षे.= 32 K – (9K + 3 K) – (3K + K) = 16 K

अतः इसका अर्थ है, $\Delta BOC$ का क्षेत्रफल, $\Delta ABC$ के क्षेत्रफल का आधा होगा।




**Ex.53** त्रिभुज PQR में, A भुजा PQ का मध्य-बिन्दु है, तब भुजा QR पर M कोई एक बिन्दु है। रेखा AM के समान्तर एक रेखा RN खींची जाती है, जो PQ को N पर प्रतिच्छेद करती है, यदि $\Delta PQR$ का क्षेत्रफल 2 वर्ग इकाई हो तो $\Delta NQM$ का क्षेत्रफल क्या होगा?

**Solⁿ.**




$\because$ A, PQ का मध्य बिन्दु है, तब AR, $\Delta PQR$ की माध्यिका है।

$\therefore$ $\Delta AQR$ का क्षे. = $\Delta APR$ का क्षे. = $\frac{1}{2}$ $\Delta PQR$ का क्षे. ...(i)

$\because$ AM ∥ RN

$\therefore$ $\Delta AMR$ का क्षे. = $\Delta AMN$ का क्षे.

$\Delta AQR$ का क्षे. = $\Delta AQM$ का क्षे. + $\Delta AMR$ का क्षे.

= $\Delta AQM$ का क्षे. + $\Delta AMN$ का क्षे.

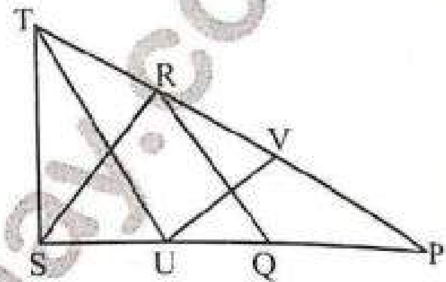
$\Delta AQR$ का क्षे. = $\Delta NQM$ का क्षे.

समीकरण (i) से

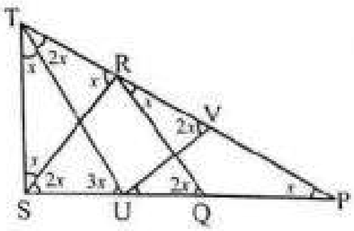
$\frac{1}{2}$ $\Delta PQR$ का क्षे. = $\Delta NQM$ का क्षे.

$\Delta NQM$ का क्षे. = $\frac{1}{2} \times 2 = 1$

**Ex.54** नीचे दिये गये चित्र में, PQ = QR = RS = ST = TU = UV = VP तब $\angle SPT$ का लगभग मान क्या होगा?




**Solⁿ :**




PQ = QR = RS = ST = TU = UV = VP

माना $\angle QPR = x$

$\Rightarrow QRP = x [\because PQ = QR]$

और $\angle VUP = x [\because UV = VP]$

$\angle TVP = \angle VUP + \angle VPU = x + x = 2x$ ...(1)

$RQS = \angle QRP + \angle QPR = x + x = 2x$ ...(2)

(क्योंकि किसी शीर्ष पर बने बाह्य कोण का मान उसके विपरीत बने दो आन्तरिक कोणों के योग के बराबर होता है।)

$\Rightarrow \angle UTV = \angle UVT = 2x [\therefore TU = UV]$ ...(3)

$\Rightarrow \angle RSQ = \angle RQS = 2x [\therefore QR = RS]$ ...(4)

$\angle TUS = \angle UPT + \angle UTP = x + 2x = 3x$ ...(5)

(क्योंकि किसी शीर्ष पर बने बाह्य कोण का मान उसके विपरीत बने दो आन्तरिक कोणों के योग के बराबर होता है।)

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

$\angle TSU = \angle TUS = 3x \, [\because ST = TU]$ ...(6)

$\angle TRS = \angle RSP + \angle RPS = 2x + x = 3x$

लेकिन, $\angle TRS = \angle RTS$, क्योंकि $SR = TS$.

$\therefore \angle RTS = 3x$ ...(7)

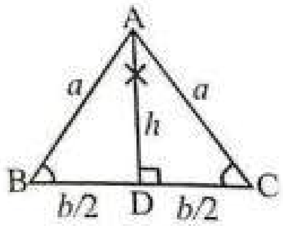
अतः $\angle PTS + \angle TPS + \angle PST = 3x + 2x + 3x = 7x = 180°$

$3x + 2x + 3x = 180°$

$\therefore x = \dfrac{180°}{7} = 25.7° = 26°$

**गुण-23**

**समद्विबाहु त्रिभुज :** कोई भी दो भुजा बराबर हैं।




$AB = AC$

तब, $\angle C = \angle B$

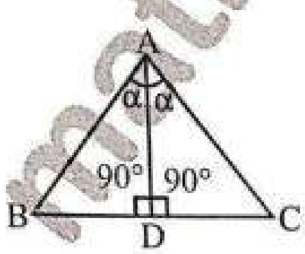
$AD \perp BC$

तब, $BD = CD$ (AD = कोण अर्द्धक)

$AD = \sqrt{a^2 - \dfrac{b^2}{4}} = \sqrt{\dfrac{4a^2 - b^2}{4}}$

क्षेत्रफल $= \dfrac{1}{2} \times b \times \dfrac{\sqrt{4a^2 - b^2}}{2} = \dfrac{b}{4}\sqrt{4a^2 - b^2}$

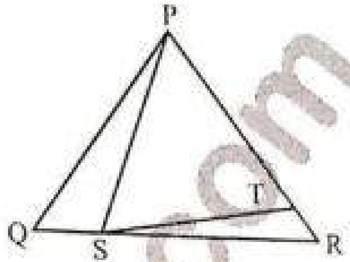
**समद्विबाहु त्रिभुज में**



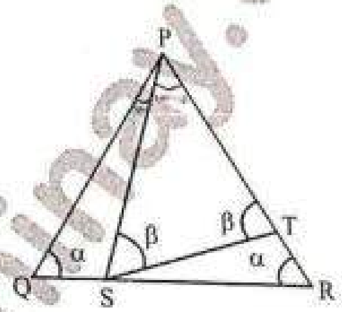

$ABD \cong ADC$

तब, $BD = DC$

**EX.55** दिये गये चित्र में त्रिभुज PQR एक समद्विबाहु त्रिभुज है, जिसकी भुजाएं PQ व PR बराबर हैं, भुजा QR पर एक बिन्दु S इस प्रकार है, कि $PS = PT$, तथा $\angle QPS = 30°$, $\angle RST$ का मान क्या होगा।




**Sol$^n$.**




माना $\angle PST = \angle PTS = \beta$ & $\angle Q = \angle R = \alpha$

$\angle P = 30° + 180° - 2\beta$

$\Delta PQR$ में,

$(30° + 180° - 2\beta) + 2\alpha = 180°$

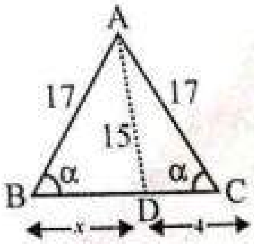
$\beta - \alpha = 15°$,

$\Delta$ RST में, जैसा कि $\angle STP$ एक बाह्य कोण है,

$\Delta$ RST का कोण $\Rightarrow \beta - \alpha = \angle RST = 15°$

**Ex.56** त्रिभुज ABC में $AB = AC$ तथा D, भुजा BC पर कोई बिन्दु है, यदि $AB = 17$ सेमी, $AD = 15$ सेमी, $CD = 4$ सेमी तो BD की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

**Sol$^n$:**




त्रिभुज ABD व त्रिभुज ACD में कोज्या नियम द्वारा

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

$$\cos\alpha = \frac{17^2+4^2-15^2}{2\times17\times4} = \frac{17^2+x^2-15^2}{2\times17\times x}$$

$$\frac{80}{4} = \frac{64+x^2}{x}$$

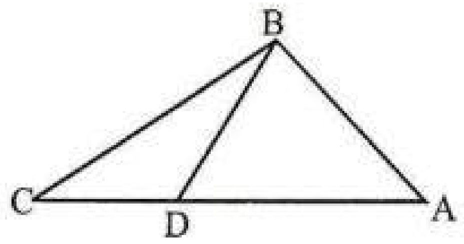
$$x^2-20x+64=0$$

$$(x-16)(x-4)=0$$

$BD = x = 16$ सेमी

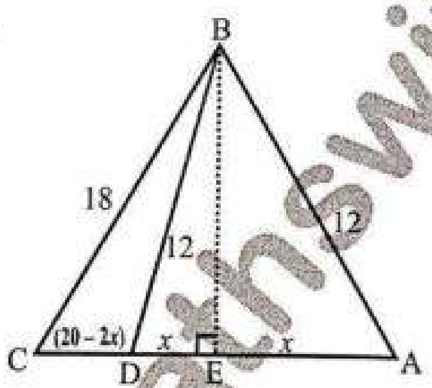
$(x \neq 4)$

**Ex.57** त्रिभुज ABC में भुजाओं AB, BC तथा AC की लम्बाइयाँ क्रमश: 12, 18 व 20 इकाई हैं। D, AC पर कोई बिन्दु इस प्रकार है, AB = DB.




तो AD : DC का अनुपात क्या होगा?

**Solⁿ.**




माना $BE \perp AC$

त्रिभुज ABD एक समद्विबाहु $\Delta$ है

$\therefore DE = EA = x$ (बोला गया है।)

$\Delta$ BDE में $\rightarrow BE^2 = 144 - x^2$

$\Delta$ BCE में $\rightarrow BE^2 = 324-(20-2x+x)^2$

दोनों समीकरणों की तुलना करने पर

$144-x^2 = 324-(20-x)^2$

$\Rightarrow \quad x = 5.5$

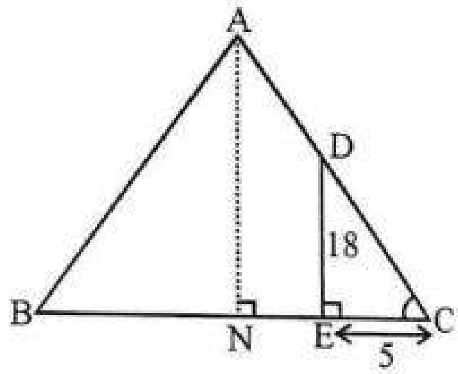
अत: AD : DC = 11 : 9

**Ex.58** $\Delta$ABC में D व E दो बिन्दु भुजाओं AC व BC पर इस प्रकार है, कि DE, BC पर लम्ब है, तब DE = 18 सेमी, CE = 5 सेमी और $\tan\angle B = 3.6$ तो AC व CD का अनुपात क्या होगा?

(a) $\frac{BC}{2CE}$ (b) $\frac{CE}{2BC}$

(c) $\frac{2CE}{BC}$ (d) $\frac{2BC}{CE}$

**Solⁿ.**




$\tan\angle B = 3.6$

$\Delta$CDE में

$$\tan\angle C = \frac{18}{5} = 3.6 = \tan\angle B$$

अत:, $\angle B = \angle C$

तब, ABC एक समद्विबाहु त्रिभुज होगा। हमने एक रेखा AN खींची जो BC पर लम्ब है। समद्विबाहु त्रिभुज में लम्ब, भुजा BC को दो बराबर भागों में बाँटेगा।

$\left(\therefore BN = NC = \frac{BC}{2}\right)$

$\Delta$ANC और $\Delta$CDE समरूप त्रिभुज हैं।

mathswithabhinay.com

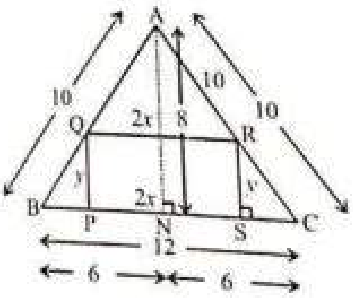
Scanned by CamScanner

$\frac{AC}{CD}=\frac{NC}{CE}=\frac{BC}{2CE}$

$\frac{AC}{CD}=\frac{BC}{2CE}$

**Ex.59** एक समद्विबाहु त्रिभुज जिसका आधार BC = 12 सेमी तथा अन्य दो बराबर भुजाऐं AB = AC = 10 सेमी है। त्रिभुज के अन्दर एक आयत PQRS है, जिसका आधार PS भुजा BC पर इस प्रकार है कि PQ = SR = $y$ और QR = PS = $2x$ तो $x+\frac{3y}{4}$ का मान ज्ञात करो।

**Solⁿ:**




त्रिभुज ABC एक समद्विबाहु त्रिभुज है, तथा AN ⊥ BC तब, BN = NC = 6 सेमी

$$AN=\sqrt{AC^2-NC^2}=\sqrt{100-36}=8$$

$$PN=NS=x$$

$$SC=BP=\frac{12-2x}{2}=6-x$$

AN ⊥ BC व RS ⊥ BC अत: ΔANC और ΔRSC समरूप त्रिभुज है।

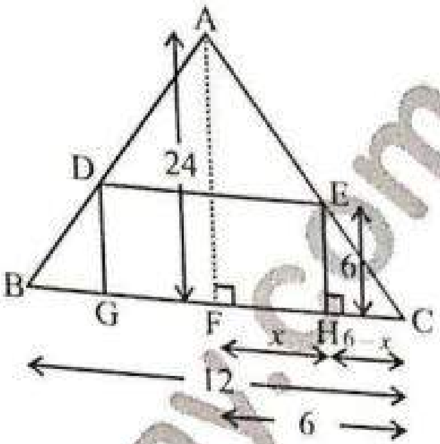
ΔANC और ΔRSC में,

$$\frac{AN}{RS}=\frac{NC}{SC}\Rightarrow\frac{8}{y}=\frac{6}{6-x}$$

$$6-x=\frac{3y}{4}\Rightarrow x+\frac{3y}{4}=6$$

**Ex.60** ABC एक त्रिभुज है जिसका आधार 12 है, त्रिभुज के अन्दर एक आयत GHED इस प्रकार है कि HE = 6 सेमी, F, BC का मध्य विन्दु है, यदि AF = 24 सेमी तब आयत का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

**Solⁿ.**




ΔAFC और ΔEHC समरूप त्रिभुज हैं।

$$\frac{AF}{EH}=\frac{FC}{HC}\Rightarrow\frac{24}{6}=\frac{6}{6-x}$$

$$\Rightarrow 6-x=\frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow x=4.5$$

GH = 2 × $x$ = 2 × 4.5 = 9 और HE = 6

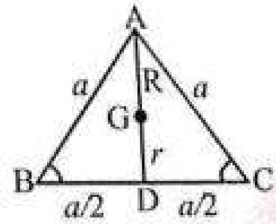
क्षेत्रफल = GH × HE = 9 × 6 = 54

**गुण-24**

**समबाहु त्रिभुज :** सभी कोण व सभी भुजायें बराबर होती हैं।

$\Rightarrow AB=BC=CA=a$

$\Rightarrow \angle A=\angle B=\angle C=60°$




$$AD=h=\sqrt{a^2-\frac{a^2}{4}}=\frac{\sqrt{3}}{2}a$$

**(i)** सभी केन्द्र (लम्बकेन्द्र, परिकेन्द्र, अन्त:केन्द्र तथा केन्द्रक)

mathswithabhiraj.com

Scanned by CamScanner

एक ही बिन्दु पर होते हैं।

(ii) सभी माध्यिकाऐं = सभी लम्ब = सभी लम्ब कोण अर्द्धक =

सभी कोण अर्द्धक = $\frac{\sqrt{3}}{2}a$

(iii) परित्रिज्या $R = \frac{a}{2\sin A} = \frac{a}{2\sin 60^\circ} \Rightarrow \boxed{R = \frac{a}{\sqrt{3}}}$

(iv) अन्त: त्रिज्या $r = \frac{\Delta}{s} \Rightarrow \boxed{r = \frac{a}{2\sqrt{3}}}$

(v) $\frac{R}{r} = \frac{2}{1}$

(vi) $\frac{\pi R^2}{\pi r^2} = \frac{\text{परिवृत्त का क्षे.}}{\text{अन्त: वृत्त का क्षे.}} = \frac{4}{1}$

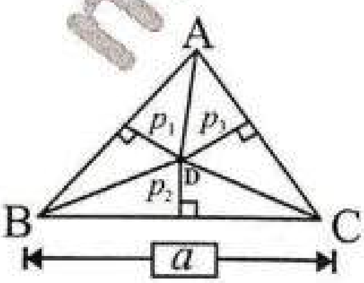
(vii) परिमाप $p = 3a$ तब, अर्द्धक परिमाप $s = \frac{3a}{2}$

(viii) $\boxed{\Delta \text{ का क्षे.} = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2}$ $\left(\because \Delta = \frac{1}{2}a \times a \times \sin 60^\circ\right)$

(ix) समबाहु त्रिभुज ABC के अन्दर D कोई बिन्दु है, तीन लम्ब $p_1, p_2$ व $p_3$ क्रमश: भुजा AB, BC व AC पर डाले गये हैं। अत: त्रिभुज ABC का क्षेत्रफल, त्रिभुज ADB, त्रिभुज BDC व त्रिभुज ADC के क्षेत्रफलों के योग के बराबर होगा।

$$\Delta = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = \frac{1}{2}ap_1 + \frac{1}{2}ap_2 + \frac{1}{2}ap_3$$

$$\frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = \frac{1}{2}a\left[p_1 + p_2 + p_3\right]$$




$$\boxed{a = \frac{2}{\sqrt{3}}\left[p_1 + p_2 + p_3\right]}$$

**Ex.61** समबाहु त्रिभुज के अन्दर कोई एक बिन्दु है, जिसकी भुजाओं से लम्बाइयाँ क्रमश: $2\sqrt{3}$, $3\sqrt{3}$ व $5\sqrt{3}$ है तो त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

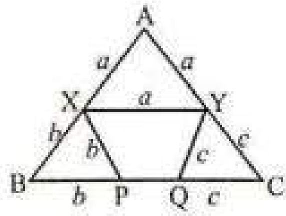
**Sol$^n$.** $a = \frac{2}{\sqrt{3}}\left(2\sqrt{3} + 3\sqrt{3} + 5\sqrt{3}\right) = \frac{2}{\sqrt{3}} \times 10\sqrt{3}$

$= 20$

क्षेत्रफल $= \frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 20 \times 20 = 100\sqrt{3}$

**Ex. 62** त्रिभुज ABC एक समबाहु त्रिभुज है, जिसकी भुजा 30 सेमी है, XY भुजा BC, XP भुजा AC तथा YQ भुजा AB के समान्तर है, यदि XY + XP + YQ = 40 सेमी तो PQ की लम्बाई ज्ञात करो।

**Sol$^n$.**




$\angle A = \angle B = \angle C = 60^\circ$

$XY \parallel BC \Rightarrow \angle AXY = \angle ABC = 60^\circ$

$\Rightarrow \angle AYX = \angle ABC = 60^\circ$

अत:, त्रिभुज AXY एक समबाहु त्रिभुज है।

$\Rightarrow AX = XY = AY = a$ (माना)

इसी प्रकार, त्रिभुज BXP व त्रिभुज CYQ भी समबाहु त्रिभुज है।

$\Rightarrow BX = BP = XP = b$ (माना)

$\Rightarrow CY = YQ = QC = c$ (माना)

त्रिभुज का परिमाप $= 3 \times 30 = 90$

$\Rightarrow AB + BC + CA = 90$

$\Rightarrow (a + b) + (b + PQ + c) + (a + c) = 90$

$\Rightarrow 2(a + b + c) + PQ = 90$ ($\because XY + XP + YQ = 40$)

$\Rightarrow 2 \times 40 + PQ = 90$ ($\because a + b + c = 40$)

mathswithinay.com

Scanned by CamScanner

$PQ = 10$ सेमी

गुण-25

न्यून कोण त्रिभुजः सभी कोण $< 90°$

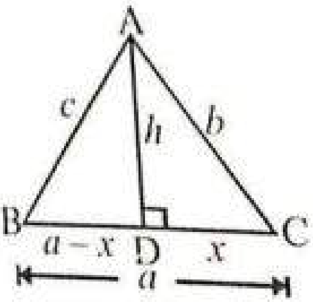
$\Delta ABD$ व $\Delta ACD$ में पाइथोगोरस प्रमेय से

$$h^2 = c^2 - (a-x)^2 = b^2 - x^2$$

$$c^2 - a^2 - x^2 + 2ax = b^2 - x^2$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ax$$

अतः हम कह सकते हैं $c^2$, $a^2$ व $b^2$ के योग से छोटा होगा। न्यूनकोण त्रिभुज में बड़ी भुजा का वर्ग, हमेशा ही दो छोटी भुजाओं के वर्गों के योग से कम होता है।




बिन्दु 1. $c^2 < a^2 + b^2$ या $b^2 < a^2 + c^2$ या $a^2 < b^2 + c^2$

बिन्दु 2. न्यूनकोण त्रिभुज में सभी केन्द्र (केन्द्रक, लम्बकेन्द्र, परिकेन्द्र व अन्तःकेन्द्र) त्रिभुज के अन्दर होते हैं।)

Ex. यदि त्रिभुज की भुजायें 6, 7 व 8 हैं तो त्रिभुज किस प्रकार का होगा।

Sol$^n$. $(8^2) < (6^2) + (7^2)$

$64 < 36 + 49$

यह एक-न्यून कोण त्रिभुज होगा।

गुण-26

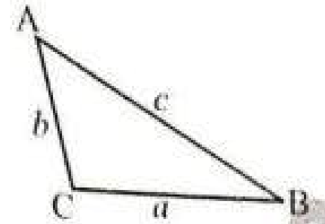
**अधिक कोण त्रिभुज :** एक कोण $> 90°$

(केवल एक कोण $90°$ से बड़ा होता है।)

अधिक कोण त्रिभुज में बड़ी भुजा का वर्ग, हमेशा ही दोनों छोटी भुजाओं के वर्गों के योग से अधिक होता है।

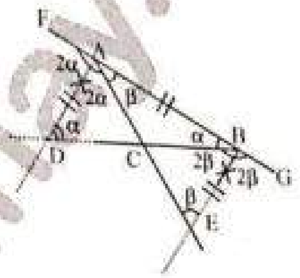
$(\text{बड़ी भुजा})^2 > (\text{छोटी भुजा}_1)^2 + (\text{छोटी भुजा}_2)^2$

$c^2 > a^2 + b^2$ या $b^2 > a^2 + c^2$ या $a^2 > b^2 + c^2$




**Ex.63** $\Delta ABC$ में $\angle C$, अधिक कोण है, A तथा B पर बने बाह्य कोणों के अर्द्धक BC तथा AC को आगे बढ़ाने पर क्रमशः D व E पर मिलते हैं। यदि $AB = AD = BE$ तब $\angle ACB = ?$

**Sol$^n$:**




$AB = AD \Rightarrow \angle BDA = \angle ABD = \alpha$ (माना)

$AB = BE \Rightarrow \angle BAC = \angle AEB = \beta$ (माना)

$\angle DAF = 2\alpha$ & $\angle EBG = 2\beta$

(AD व BE कोण अर्द्धक हैं।)

$\angle ACB$, $\Delta ADC$ व $\Delta BCE$ का बाह्य कोण है

तब, $\angle ACB = 3\alpha = 3\beta \Rightarrow \alpha = \beta$

अब $\Delta ACB$ में

$$3\alpha + \alpha + \alpha = 180°$$

$$\alpha = 180°$$

$$\alpha = 36°$$

$$\angle ACB = 3\alpha = 108°$$

**Ex.64** माना ABC एक समबाहु त्रिभुज है जिसकी भुजा $x$ है, तथा P तीनों कोण अर्द्धकों का कटान बिन्दु है, तो AP की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

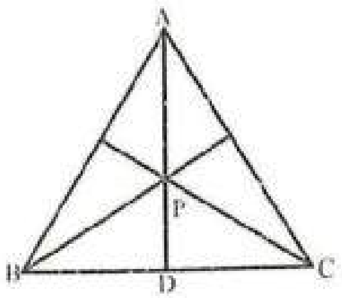
(a) $\frac{x\sqrt{3}}{3}$ (b) $\frac{x\sqrt{3}}{6}$

(c) $\frac{5\sqrt{3}}{6}$ (d) $\frac{2x\sqrt{3}}{6}$

mathsabhinay.com

Scanned by CamScanner

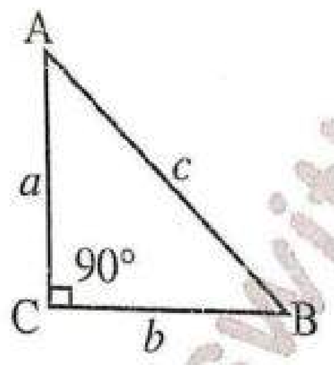
**Solⁿ.** समबाहु त्रिभुज में माध्यिका, कोण अर्द्धक तथा लम्ब सभी एक ही हैं।




$$PA = \frac{2}{3}AD = \frac{2}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2}x = \frac{2\sqrt{3}x}{6}$$

**गुण-27**

**समकोण त्रिभुज :** एक कोण 90° के बराबर होता है।

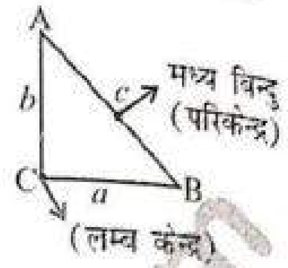



$\angle C = 90°$ तब, $AB^2 = AC^2 + BC^2$

$c^2 = a^2 + b^2$ (यह पाइथागोरस प्रमेय है)

**(i)** त्रिभुज का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2}ab$

**(ii)** $R = \frac{abc}{4\Delta} = \frac{abc}{4.\frac{1}{2}ab} = \frac{c}{2} \Rightarrow \boxed{R = \frac{c}{2}}$




**(iii)** $r = \frac{\Delta}{s} = \frac{\frac{1}{2}ab}{\frac{a+b+c}{2}} = \boxed{\frac{ab}{a+b+c}}$

$$r = \frac{ab}{(a+b)+c} \times \frac{a+b-c}{(a+b)-c} = \frac{ab(a+b-c)}{(a+b)^2 - c^2}$$

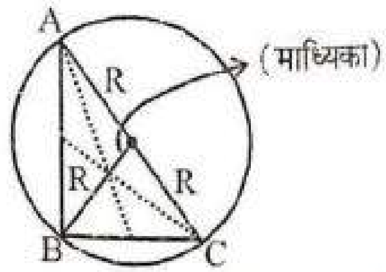
$$= \frac{ab(a+b-c)}{a^2+b^2+2ab-c^2} = \frac{ab(a+b-c)}{2ab} = \frac{a+b-c}{2}$$

**(iv)** $\boxed{r = \frac{a+b-c}{2}}$

$$r = \frac{a+b}{2} - \frac{c}{2} = \frac{a+b}{2} - R$$

$$r = \frac{a+b}{2} - R$$

**(v)** $\Rightarrow \boxed{2(r+R) = a+b}$




mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

समकोण त्रिभुज में सबसे छोटी माध्यिका = R (परित्रिज्या)

त्रिभुज ABC का क्षेत्रफल

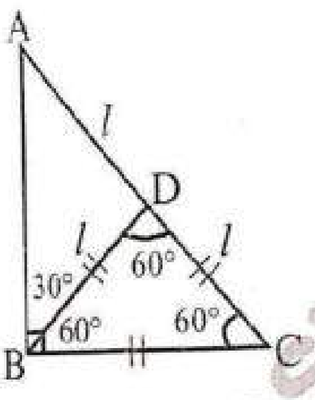
$$\Delta = r.s = \left(\frac{a+b-c}{2}\right).s = \left(\frac{a+b+c-2c}{2}\right).s$$

$$= \left(\frac{a+b+c}{2} - c\right).s = (s-c).s$$

(iv) $\boxed{\Delta = (s-c).s}$ जहाँ $c$ कर्ण है और त्रिभुज की सबसे छोटी माध्यिका का दो गुना है।

**Ex.65** समकोण त्रिभुज ABC में कोण B समकोण है, तथा माध्यिका BD जिसकी लम्बाई $l$ है, कोण B को 2 : 1 के अनुपात में विभाजित करती है, तो Δ ABC का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

**Solⁿ.**




BD = CD = AD = $l$

तब, $\angle DBC = \angle DCB = 60^\circ \Rightarrow (\angle BDC = 60^\circ)$

समबाहु ΔBDC का क्षे. $= \frac{\sqrt{3}}{4} \times l^2$

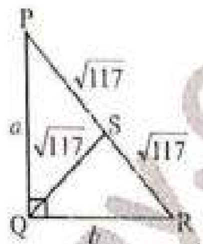
ΔABC का क्षे. = 2 × त्रिभुज BDC का क्षेत्रफल

$$= \frac{\sqrt{3}}{4} l^2 \times 2 = \frac{\sqrt{3}}{2} l^2$$

(BD माध्यिका है, अत: त्रिभुज को दो बराबर भागों में बाँटेगी।)

**Ex.66** त्रिभुज PQR में, $\angle Q = 90^\circ$, S, भुजा PR का मध्य-बिन्दु है, $QS = \sqrt{117}$, तथा PQ व QR का योग 30 सेमी है, तो त्रिभुज PQR का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

**Solⁿ.**




$QS = \sqrt{117}$ तब, $PS = QR = \sqrt{117}$

$$PQ + QR = 30$$

$$a + b = 30$$

$$a^2 + b^2 = \left(2\sqrt{117}\right)^2 = 468$$

$$(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$$

$$900 = 468 + 2ab \Rightarrow 2ab = 432$$

$$ab = 216$$

$$\text{क्षेत्रफल} = \frac{1}{2}ab = \frac{1}{2} \times 216 = 108 \text{ सेमी}^2$$

**विधि-2 :** यहाँ

$$s = \frac{PQ + QR + PR}{2} = \frac{30 + 2\sqrt{117}}{2} = 15 + \sqrt{117}$$

$$r = \frac{PQ + QR - PR}{2} = \frac{30 - 2\sqrt{117}}{2} = 15 - \sqrt{117}$$

$$\Delta = r.s = \left(15 + \sqrt{117}\right).\left(15 - \sqrt{117}\right) = 15^2 - \left(\sqrt{117}\right)^2$$

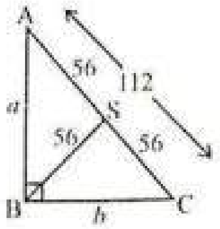
$$= 225 - 117 = 108 \text{ सेमी}^2$$

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

**Ex. 67** यदि समकोण त्रिभुज का अर्द्धकपरिमाप 120 सेमी तथा सबसे छोटी माध्यिका की लम्बाई 56 सेमी है, तो त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

**Sol$^n$.**




$$a^2+b^2=(112)^2$$

$$s=\frac{a+b+c}{2}$$

$$120=\frac{a+b+112}{2} \Rightarrow a+b+112=240$$

$$a+b=128$$

$$(a+b)^2=a^2+b^2+2ab$$

$$(128)^2=(112)^2+2ab$$

$$2ab=(128)^2-(112)^2$$

$$ab=\frac{240\times16}{2}=1920$$

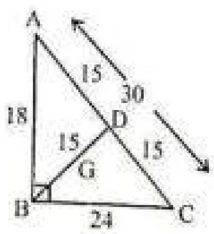
क्षेत्रफल $=\frac{1}{2}\times1920=960$ सेमी$^2$

**विधि- 2 :** यहाँ, $s=120$ और $c=112$ सेमी

$\Delta=s(s-c)=120(120-112)=960$ सेमी$^2$

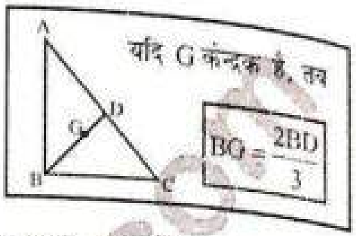
**Ex.68** त्रिभुज ABC में कोण B समकोण है, AB = 18 सेमी, BC = 24 सेमी यदि G केन्द्रक है, तो BG की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

**Sol$^n$.**




$$AC^2=(18)^2+(24)^2$$

AC = 30 सेमी.




तब, AD = CD = 15 सेमी    तब, BD = 15 सेमी

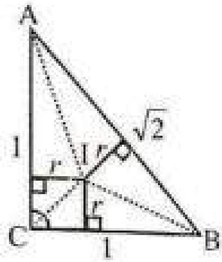
केन्द्रक माध्यिका को 2 : 1 में बाँटता है।

तब, BG : GD = 10 : 5

BG = 10 सेमी

**Ex.69** समकोण समद्विबाहु त्रिभुज ABC में I त्रिभुज का अन्तः केन्द्र है, तो ΔAIB, ΔBIC व ΔAIC के क्षेत्रफल का अनुपात ज्ञात कीजिए।

**Sol$^n$.**




$\Delta AIB$ का क्षे. $=\frac{1}{2}\times1\times r=\frac{1}{2}r$

$\Delta BIC$ का क्षे. $=\frac{1}{2}\times1\times r=\frac{1}{2}r$

$\Delta AIC$ का क्षे. $=\frac{1}{2}\times\sqrt{2}\times r=\frac{\sqrt{2}}{2}r$

$$\Delta AIB:\Delta BIC:\Delta AIC=\frac{1}{2}r:\frac{1}{2}r:\frac{\sqrt{2}}{2}r$$

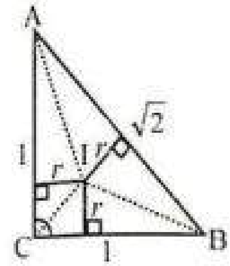
$$=1:1:\sqrt{2}$$

यहाँ हम देखते हैं कि सभी त्रिभुजों की ऊँचाई और त्रिज्या बराबर है, अतः त्रिभुजों का क्षेत्रफल उनके आधारों के अनुपात $1:1:\sqrt{2}$ के अनुपात में विभाजित होगा।

mathswithabhinay.com
Scanned by CamScanner

**Ex.70** समकोण समद्विबाहु त्रिभुज ABC, C पर समकोण है, तथा I त्रिभुज का अन्तःकेन्द्र है, तो त्रिभुज $\Delta AIB$ व त्रिभुज $\Delta ABC$ के क्षेत्रफलों का अनुपात क्या होगा?

**Solⁿ.**




$\Delta AIB$ का क्षे. $= \frac{1}{2} \times AB \times r = \frac{1}{2} \times \sqrt{2} \times r$

$\Delta ABC$ का क्षे. $= \frac{1}{2} \times AB \times AC = \frac{1}{2} \times 1 \times 1$

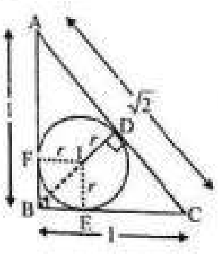
$r = \frac{a+b-c}{2} = \frac{1+1-\sqrt{2}}{2} = \frac{2-\sqrt{2}}{2}$

$$\frac{\Delta AIB \text{ का क्षे.}}{\Delta ABC \text{ का क्षे.}} = \frac{\frac{1}{2} \times \sqrt{2} \times r}{\frac{1}{2} \times 1 \times 1} = \frac{\sqrt{2}\left(2-\sqrt{2}\right)}{2}$$

$$= \frac{2-\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}-1}{1}$$

**Ex.71** समकोण त्रिभुज ABC कोण B पर समकोण है, तथा एक अन्तःवृत्त भुजा AB, BC व AC को क्रमशः F, E व D पर स्पर्श करता है, यदि BD, AC पर लम्ब है, तो AF व FB का अनुपात ज्ञात कीजिए।

**Solⁿ.** I अन्तः केन्द्र है, तब BI कोण अर्द्धक तथा ID, AC पर लम्ब होगा लेकिन दिया गया है, कि $BD \perp AC$ अतः BID एक सीधी रेखा है, और यह कोण अर्द्धक व सम्मुख भुजा पर लम्ब है, अतः त्रिभुज ABC समकोण समद्विबाहु त्रिभुज होगा।




यदि $\perp$ AB & IE $\perp$ BC तब, यदि = IE = BF = r

$r = \frac{a+b-c}{2} = \frac{1+1-\sqrt{2}}{2} = \frac{2-\sqrt{2}}{2}$

$\frac{AF}{FB} = \frac{1-r}{r}$

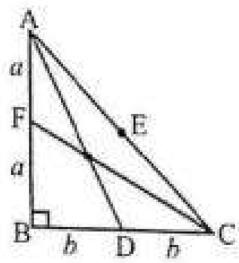
$$\frac{AF}{FB} = \frac{1-\frac{2-\sqrt{2}}{2}}{\frac{2-\sqrt{2}}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}-1}$$

$$\frac{AF}{FB} = \frac{\sqrt{2}+1}{1}$$

**गुण-28**

यदि कोई त्रिभुज समकोण त्रिभुज की माध्यिकाओं से मिलकर बना है, तो वह त्रिभुज भी समकोण त्रिभुज होगा तथा वास्तविक त्रिभुज की भुजाएें $1 : \sqrt{2} : \sqrt{3}$ के अनुपात में होंगी।

**गुण -29**




$AD^2 = b^2 + 4a^2$

$CF^2 = a^2 + 4b^2$

तब, $AD^2 + CF^2 = 5(a^2 + b^2)$

$= \frac{5}{4}\left(4a^2 + 4b^2\right) = \frac{5}{4}AC^2$

$\left[\because\ 4a^2 + 4b^2 = AC^2\right]$

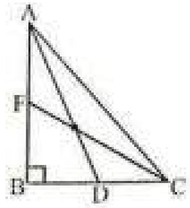
$$\boxed{4\left(AD^2 + CF^2\right) = 5AC^2}$$

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

**Ex.72** समकोण त्रिभुज ABC में, AC = 5 सेमी, माध्यिका AD $= \frac{3\sqrt{5}}{2}$ तो माध्यिका CF की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

**Sol^n.**



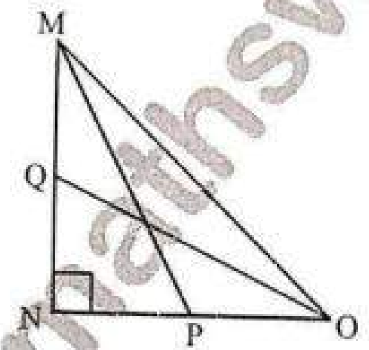

$$4\left[\left(\frac{3\sqrt{5}}{2}\right)^2 + CF^2\right] = 5\times(5)^2$$

$$4\times\frac{45}{4} + 4CF^2 = 125$$

$$4CF^2 = 125 - 45$$

$$CF^2 = \frac{80}{4} = 20 \quad \Rightarrow \quad CF = 2\sqrt{5}$$

**Ex.73** समकोण त्रिभुज MNO में दो न्यून कोण शीर्षों से डाली गई माध्यिकाओं MP व OQ के वर्गों का योग ज्ञात कीजिए। तथा त्रिभुज MNO की सबसे बड़ी भुजा 20 सेमी है।

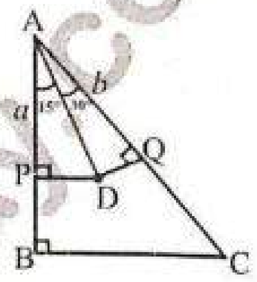



**Sol^n.** $MP^2 + QO^2 = \frac{5}{4}(MO^2) = \frac{5}{4}\times 20\times 20 = 500$

**Ex.74** समकोण समद्विबाहु त्रिभुज ABC में कोण B पर समकोण है, त्रिभुज के अन्दर बिन्दु D से भुजायें AB व AC पर लम्ब डाले गये हैं, जो क्रमशः P व Q पर मिलते हैं, यदि AP = $a$ इकाई, AQ = b इकाई और ∠PAD = 15° तो sin75° का मान ज्ञात कीजिए।

(a) $\frac{2a}{\sqrt{3}b}$ (b) $\frac{\sqrt{3}a}{2b}$

(c) $\frac{a\sqrt{3}}{b}$ (d) $\frac{b}{2a\sqrt{3}}$




**Sol^n.** AB = BC ⇒ ∠BAC = ∠BCA = 45°

∠PAD = 15° ⇒ ∠DAQ = 30° & ∠PDA = 75°

ΔDAQ में,

$$\cos 30° = \frac{b}{AD} \Rightarrow AD = \frac{2b}{\sqrt{3}}$$

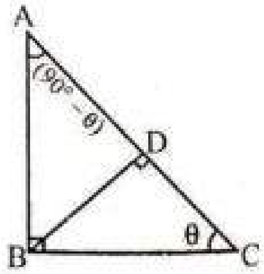
ΔPAD में,

$$\sin 75° = \frac{a}{AD} = \frac{a}{\frac{2b}{\sqrt{3}}} = \frac{\sqrt{3}a}{2b}$$

**गुण-30**

### समकोण त्रिभुज में समरूपता

हम समकोण त्रिभुज में कभी भी समरूपता का प्रयोग नहीं करते हैं, क्योंकि इससे समकोण त्रिभुज में तथ्य स्पष्ट नहीं हो पाते हैं। हम समकोण त्रिभुज में त्रिकोणमिती अनुपातों का प्रयोग करेंगे। माना एक समकोण त्रिभुज कोण B पर समकोण है, तथा एक लम्ब BD कर्ण AC पर डाला गया है।




mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

(1). $BD^2 = CD.AD$

सिद्ध-

$\angle B = 90^\circ$ & $BD \perp AC$

$\Delta BDC$ में,

$$\tan\theta = \frac{BD}{CD} \quad \ldots(i)$$

$\Delta ADB$ में,

$$\tan(90^\circ - \theta) = \cot\theta = \frac{BD}{AD} \quad \ldots(ii)$$

**समीकरण (i) और (ii) का गुणनफल करने पर :-**

$$\tan\theta.\cot\theta = 1 = \frac{BD}{CD}.\frac{BD}{AD}$$

$$BD^2 = AD.CD$$

(2). $BD = \frac{AB.BC}{AC}$

सिद्ध-

$\angle B = 90^\circ$ & $BD \perp AC$

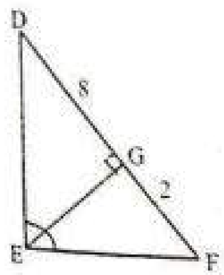
हम त्रिभुजों के क्षेत्रफलों को BC व AC को आधार व AB व BD को क्रमशः लम्ब मानकर बराबर कर सकते हैं।

$$\Delta ABC \text{ का क्षे.} = \frac{1}{2}.AB.BC = \frac{1}{2}.BD.AC$$

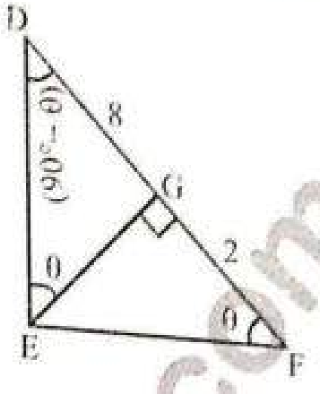
$$\Rightarrow BD = \frac{AB.BC}{AC}$$

इसलिए हम Cos, Sin व tan के अनुपातों द्वारा किसी भुजा को ज्ञात कर सकते हैं।

**Ex.75** $\Delta$ DEF कोण E पर समकोण है, तथा $EG \perp DF$ यदि DG = 8 सेमी और GF = 2सेमी तो DE व EF का अनुपात ज्ञात कीजिए।




**Sol$^n$.**




$$\frac{\Delta DEG \text{ का क्षे.}}{\Delta EGF \text{ का क्षे.}} = \frac{DG}{EF} = \frac{8}{2} = 4$$

$\Delta$ DEG और $\Delta$ EFG समरूप हैं।

$$\frac{\Delta DEG \text{ का क्षे.}}{\Delta EFQ \text{ का क्षे.}} = \frac{DE^2}{EF^2} = 4 \Rightarrow \frac{DE}{EF} = 2$$

**विधि-2**

$$\Delta EGF \text{ में, } \tan\theta = \frac{EG}{2} \Rightarrow EG = 2\tan\theta \quad \ldots(i)$$

$\Delta DGE$ में, $\tan(90^\circ - \theta) = \cot\theta =$

$$\frac{EG}{8} \Rightarrow EG = 8\cot\theta \quad \ldots(ii)$$

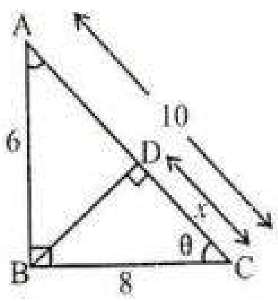
समीकरण (i) व (ii) से

$$2\tan\theta = 8\cot\theta \Rightarrow \tan^2\theta = 4$$

$$\tan\theta = 2 = \frac{DE}{EF} \ (\Delta DEF \text{ में})$$

**Ex.76** त्रिभुज ABC में $\angle B = 90^\circ$, AB = 6 सेमी, BC = 8 सेमी तथा BD, AC पर लम्ब है तो CD, AD व BD की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

**Sol$^n$.**




mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 10$ सेमी.

$\Delta BDC$ में, $\cos\theta = \frac{x}{8}$

$\Delta ABC$ में, $\cos\theta = \frac{8}{10}$

बराबर करने पर $\cos\theta \Rightarrow \frac{x}{8} = \frac{8}{10} \Rightarrow x = 6.4$ सेमी.

$CD = x = 6.4$ सेमी

$AD = 10 - 6.4 = 3.6$ सेमी

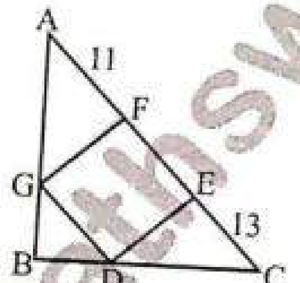
$\Delta ABC$ का क्षे. $= \frac{1}{2} \times AB \times BC = \frac{1}{2} \times BD \times AC$

$AB \times BC = BD \times AC$

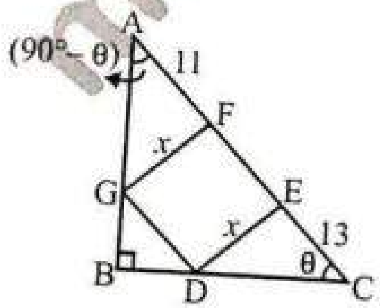
$6 \times 8 = BD \times 10$

$\frac{6\times8}{10} = BD \Rightarrow BD = \frac{6\times8}{10} = 4.8$ सेमी

**Ex.77** समकोण त्रिभुज ABC, कोण B पर समकोण है। भुजा AC पर दो बिन्दु इस प्रकार है कि AF = 11 सेमी तथा EC = 13 सेमी। तथा AB व BC पर G व D क्रमशः दो बिन्दु है, तो वर्ग DEFG का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।




**Sol$^n$.**




$\Delta DEC$ में, $\Rightarrow \tan\theta = \frac{x}{13}$ ...(i)

$\Delta AGF$ में, $\Rightarrow \tan(90° - \theta) = \cot\theta = \frac{x}{11}$ ...(ii)

समीकरण (i) व (ii) का गुणा करने पर

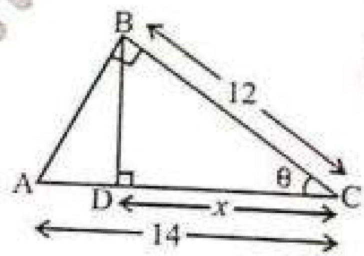
$\tan\theta \cdot \cot\theta = 1 = \frac{x}{13} \times \frac{x}{11}$

वर्ग DEFG का क्षेत्रफल

$x^2 = 13 \times 11 = 143$ वर्ग सेमी.

**Ex.78** समकोण $\Delta ABC$, कोण B पर समकोण है, व BD भुजा AC पर लम्ब है। यदि AC = 14 सेमी, BC = 12 सेमी तो CD की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

**Sol$^n$.**




$\Delta BDC$ में, $\cos\theta = \frac{x}{12}$

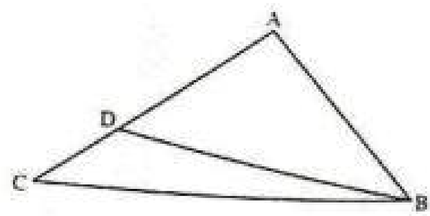
$\Delta ABC$ में, $\cos\theta = \frac{12}{14}$

बराबर रखने पर $\cos\theta \Rightarrow \frac{x}{12} = \frac{12}{14}$

$x = \frac{12\times12}{14} = \frac{72}{7}$

$CD = x = 10\frac{2}{7}$ सेमी

**Ex.79** $\Delta ABC$ में $\angle B$ समकोण है। AD = 6 सेमी तथा D, भुजा AC का मध्य बिन्दु है, तो BD की लम्बाई ज्ञात करो।




mathswithabhinay.com

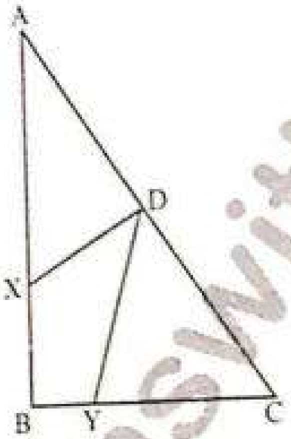
Scanned by CamScanner

Sol.

यदि हम AC को व्यास मानकर कोई वृत्त बनाते हैं, तो वृत्त शीर्ष B से गुजरेगा तथा AD, DC व BD वृत्त की त्रिज्या बन जायेगी। जैसा कि चित्र में दर्शाया गया है।

$\therefore BD = AD = DC = \frac{1}{2} \times 6 = 3$ सेमी.

Ex.80 समकोण त्रिभुज ABC में, AX = AD व CY = CD जैसा कि नीचे चित्र में दर्शाया गया है, तो ∠XDY का मान ज्ञात कीजिए।




Sol. माना $\angle ADX = \angle AXD = \alpha$

$\angle XAD = 180° - 2\alpha$

माना $\angle CYD = \angle CDY = \beta$

$\angle DCY = 180° - 2\beta$

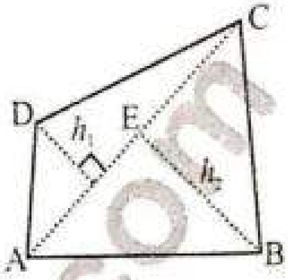
$\angle XAD + \angle DCY = 90°$

$180° - 2\alpha + 180° - 2\beta = 90°$

$\alpha + \beta = 135°$

$\angle XDY = 180° - (\alpha + \beta) = 45°$

## ( चतुर्भुज )




**गुण-31**

$\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360°$

**गुण-32**

चतुर्भुज का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2}(h_1 + h_2).AC$

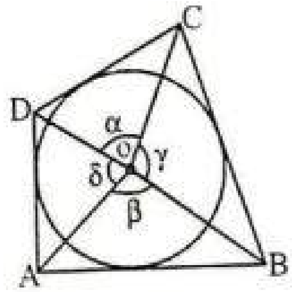
या,

ABCD का क्षेत्रफल = ACD का क्षे. + ABC का क्षे.

(हीरो नियम द्वारा)

**गुण-33**

यदि एक वृत्त, एक चतुर्भुज ABCD की सभी भुजाओं को स्पर्श करता है।

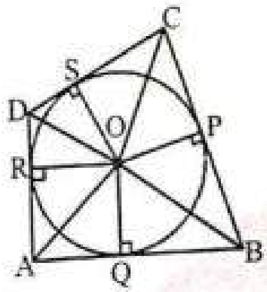



(i) AB + CD = AD + BC

(ii) यदि O वृत्त का केन्द्र है, तब

$\alpha + \beta = 180°$ व $\gamma + \delta = 180°$

**सिद्ध-**




mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

I. बाह्य बिन्दु से वृत्त पर खींची गई स्पर्श रेखाएं बराबर होती है।

$SC = PC$ ...(i)
$QB = PB$ ...(ii)
$QA = AR$ ...(iii)
$DS = RD$ ...(iv)

चारो समी. को जोड़ने पर

$SC + QB + QA + DS = PC + PB + AR + RD$

$(QA + QB) + (SC + DS) = (PB + PC) + (AR + RD)$

$\Rightarrow AB + CD = AD + BC$

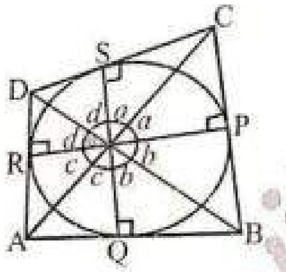
II. $\Delta OCS$ व $\Delta OPC$ में,

$OC = OC$ (उभयनिष्ठ)

$\angle OSC = \angle OPC = 90°$ (CP व CS स्पर्श रेखाएं हैं).

$CS = CP$

$\Delta OCS$ व $\Delta OPC$ सर्वागसम है।




अत: $\angle SOC = \angle POC = a$ (let)

इसी प्रकार, $\angle POB = \angle QOB = b$ (let)

$\angle QOA = \angle ROA = c$ (let)

$\angle ROD = \angle SOD = d$ (let)

$a + a + b + b + c + c + d + d = 360°$

$2(a + b + c + d) = 360°$

$a + b + c + d = 180°$

$(a + d) + (b + c) = 180° \Rightarrow \alpha + \beta = 180°$

$(a + b) + (c + d) = 180° \Rightarrow \gamma + \delta = 180°$

**Ex.81** यदि एक वृत्त, चतुर्भुज ABCD की सभी भुजाओं को स्पर्श करता है, तथा दिया है, AB = 7 सेमी, CD = 3सेमी, BC = 8.5 सेमी तोAD की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

**Sol<sup></sup>.** $AB + CD = AD + BC$

$7 + 3 = AD + 8.5$

$AD = 1.5$ सेमी

**Ex.82** एक चतुर्भुज ABCD के अन्दर बना O केन्द्र वाला वृत्त, चतुर्भुज की सभी भुजाओं को स्पर्श करता है, यदि $\angle AOB = 115°$ तो $\angle COD$ का मान ज्ञात करो।

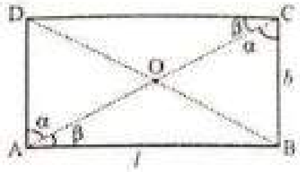
**Sol.** $\angle AOB + \angle COD = 180°$

$\angle COD = 180° - 115° = 65°$

**चतुर्भुज के प्रकार :**

**गुण-34**

**(i) आयत-**




I. परिमाप (P) = $2(l + b)$

II. क्षेत्रफल = $l \times b$

III. $AB = CD = l$ & $AD = BC = b$

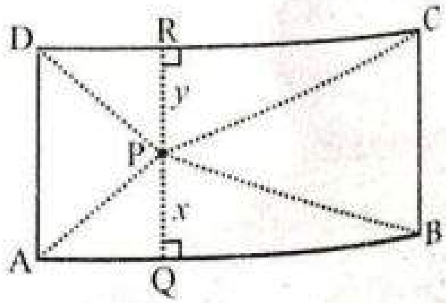
IV. $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90°$

V. आयत के विकर्ण बराबर होते हैं, एक-दूसरे को बराबर भागों में प्रतिच्छेद भी करते हैं लेकिन 90° पर नहीं विकर्ण किसी भी शीर्ष कोण के विभाजक नहीं होते ($\alpha \neq \beta$). $AC = BD = \sqrt{l^2 + b^2}$

VI. चारों त्रिभुज $\Delta OAB, \Delta OBC, \Delta OCD$ व $\Delta OAD$ के क्षेत्रफल बराबर होते हैं।

VII. यदि आयत के अन्दर P कोई बिन्दु है, तब

$AP^2 + PC^2 = BP^2 + PD^2$




Scanned by CamScanner

सिद्ध - $\Delta APB$ में,-

$PQ^2 = AP^2 - AQ^2 = PB^2 - QB^2$ ...(i)

$\Delta DPC$ में,

$PR^2 = PC^2 - RC^2 = PD^2 - DR^2$ ...(ii)

समीकरण (i) और (ii) को जोड़ने पर

$AP^2 + PC^2 - RC^2 - AQ^2 = PB^2 + PD^2 - DR^2 - QB^2$

⇓ ⇓

$QB^2$ $DR^2$

$$\boxed{AP^2 + PC^2 = PB^2 + PD^2}$$

**Ex.83** आयत ABCD के अन्दर कोई बिन्दु P इस प्रकार है कि PA = 4, PD = 5, PB = 8, तो PC का मान क्या होगा?

**Solⁿ.** $AP^2 + PC^2 = PD^2 + PB^2$

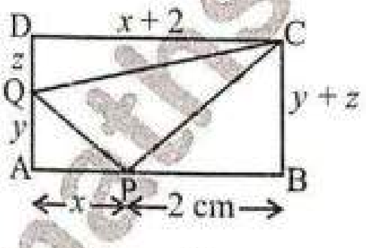
$16 + PC^2 = 25 + 64$

$PC^2 = 73$

$PC = \sqrt{73}$

**Ex.84** ABCD एक आयत है भुजाओं AB व AD पर क्रमशः दो बिन्दु P व Q इस प्रकार हैं कि त्रिभुजों PAQ, CDQ व PBC के क्षेत्रफल बराबर हैं। यदि BP की लम्बाई 2सेमी है, तो AP की लम्बाई क्या होगी?

**Solⁿ.** माना, AP=$x$, AQ=$y$ व QD=$z$, so BC=$y+z$ व CD=$x+2$




$\Delta PAQ$ का क्षे. = $\Delta PBC$ का क्षे. = $\Delta CDQ$ का क्षे.

$\frac{1}{2}xy = \frac{1}{2}.2(y+z) = \frac{1}{2}z(x+2)$

$xy = 2y + 2z = zx + 2z$

अन्तिम दो सम्बन्धों से $(2y + 2z = zx + 2z)$

$\Rightarrow z = \frac{2y}{x}$

प्रथम व अन्तिम सम्बन्धों से $\{xy = z(x+2)\}$

z का मान ऊपर दिये गये सम्बन्ध में रखने पर

$xy = \frac{2y}{x}(x+2) \Rightarrow x^2 = 2(x+2)$

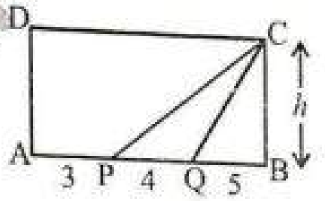
$x^2 - 2x - 4 = 0$

$x = \frac{2 \pm \sqrt{4+16}}{2} = 1 + \sqrt{5}$

$AP = 1 + \sqrt{5}$

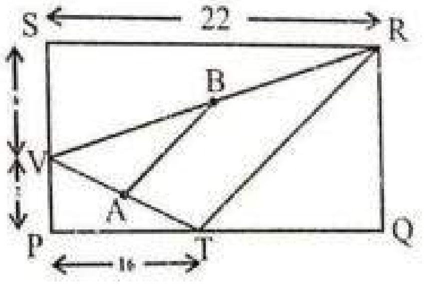
**Ex. 85** ABCD एक आयत है, भुजा AB पर दो बिन्दु P व Q इस प्रकार है कि AP : PQ : QB = 3 : 4 : 5 तो $\Delta PQC$ के क्षेत्रफल व आयत ABCD के क्षेत्रफल में क्या अनुपात होगा।

**Solⁿ.**




$$\frac{\Delta PQC \text{ का क्षे.}}{\square ABCD \text{ का क्षे.}} = \frac{\frac{1}{2} \times PQ \times h}{AB \times h} = \frac{PQ}{2AB} = \frac{4}{2 \times 12} = \frac{1}{6}$$

**Ex.86** दिये गये चित्र में PQRS एक आयत तथा VTR एक त्रिभुज है, जिसके शीर्ष, आयत PQRS की भुजाओं पर हैं, दिया है, RS = 22, SV = 6, PT = 16 और VP = 2 तो VT व VR के मध्य बिन्दुओं (A व B) को जोड़ने वाली रेखा की लम्बाई होगी।




**Solⁿ.** TQ = 22 – 16 = 6 व RQ = 8

$TR^2 = 8^2 + 6^2$

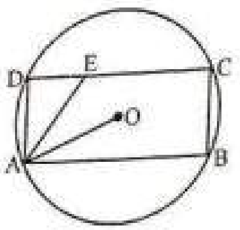
Scanned by CamScanner

$$TR = 10$$

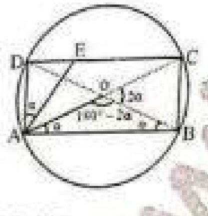
A व B भुजा VT व VR के मध्य बिन्दु हैं।

जैसे, $TR = 10$ तब, $AB = \frac{1}{2} \times TR = 5$

**Ex.87** नीचे दिये गये चित्र में आयत ABCD, O केन्द्र वाले वृत्त के अन्दर बना है, तथा भुजा AB की लम्बाई, भुजा BC की लम्बाई से अधिक है, तथा वृत्त व आयत ABCD के क्षेत्रफलों का अनुपात $\pi : \sqrt{3}$ है। तथा रेखा खण्ड AE, भुजा CD को E पर इस प्रकार प्रतिच्छेदित करता है कि $\angle OAB = \angle EAD$, तो AE : AD क्या होगा?




**Sol$^n$.**




$\angle EAD = \angle OAB = \alpha$

$\Delta AOD, \Delta AOB, \Delta OBC$ व $\Delta DOC$ के क्षेत्रफल बराबर हैं।

OAB का क्षे. $= \frac{1}{2} r.r.\sin(180° - 2\alpha) = \frac{1}{2} r^2 \sin 2\alpha$

आयत का क्षे. $= \frac{1}{2} r^2 \sin 2\alpha \times 4$

$$= 2r^2 \sin 2\alpha$$

$$\frac{\text{वृत्त का क्षे.}}{\text{आयत का क्षे.}} = \frac{\pi}{\sqrt{3}}$$

$$\frac{\pi r^2}{2 \times r^2 \times \sin 2\alpha} = \frac{\pi}{\sqrt{3}}$$

$$\sin 2\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2} = \sin 60°$$

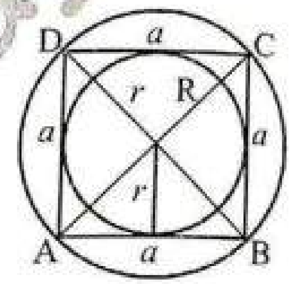
$$2\alpha = 60° \quad \Rightarrow \quad \alpha = 30°$$

$$\cos 30° = \frac{AD}{AE} \quad \Rightarrow \quad \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{AD}{AE}$$ Sec30°

$$\frac{AE}{AD} = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

**गुण-35**

**(ii) वर्ग :**




**I.** $AB = BC = CD = DA = a$

**II.** $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90°$

**III.** विकर्ण बराबर तथा एक-दूसरे को 90° पर काटते हैं।

विकर्ण की लम्बाई $AC = BD = a\sqrt{2}$

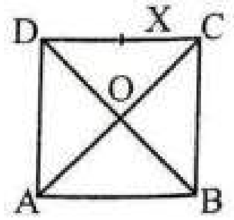
**IV.** अन्त:त्रिज्या $r = \frac{a}{2}$

**V.** परि-त्रिज्या $R = \frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{a}{\sqrt{2}}$

**VI.** अंत:वृत्त और परिवृत्त के क्षे. का अनुपात $= \frac{\pi r^2}{\pi R^2} = \frac{1}{2}$

**Ex.88** यदि ABCD एक वर्ग है, X, CD पर कोई बिन्दु इस प्रकार है, कि $DX = DO$ तो $\frac{\angle DOX}{\angle XOC}$ का मान ज्ञात करो।

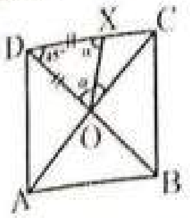
बिन्दु O, विकर्ण AC & BD का प्रतिच्छेदन बिन्दु है।




mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

Sol<sup></sup>.




$\Delta DXO$ में $2\alpha + 45° = 180°$

$2\alpha = 135°$

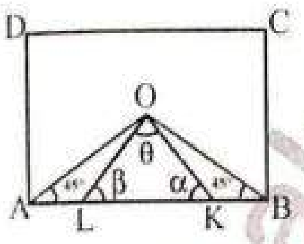
$\alpha = 67.5$

$\angle XOC = 90° - \alpha = 90° - 67.5° = 22.5°$

$$\frac{\angle DOX}{\angle XOC} = \frac{67.5}{22.5} = \frac{3}{1}$$

**Ex.89** ABCD एक वर्ग है, भुजा AB पर दो विन्दु K व L इस प्रकार है, कि AO = AK और BO = BL और $\angle LOK = \theta$ तो $\tan\theta$ का मान ज्ञात करो।

Sol<sup></sup>.




$\Delta AOK$ में, $45° + 2\alpha = 180°$

$2\alpha = 135° \Rightarrow \alpha = 67.5°$

$\Delta BOL$ में, $45° + 2\beta = 180°$

$2\beta = 135° \Rightarrow \beta = 67.5°$

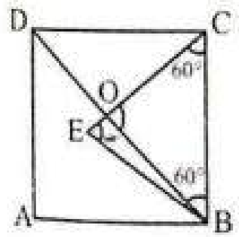
$\Delta LOK$ में, $\Rightarrow \beta + \alpha + \theta = 180°$

$135° + \theta = 180° \Rightarrow \theta = 45°$

अतः, $\tan\theta = \tan 45° = 1$

**Ex.90** ABCD एक वर्ग है, तथा एक समबाहु त्रिभुज BEC वर्ग के अन्दर बना है, यदि CE व BD एक-दूसरे को O पर प्रतिच्छेद करते हैं, तो $\angle BOC$ का मान ज्ञात करे।

Sol.




BEC एक समबाहु त्रिभुज है।

$\angle BEC = \angle BCE = \angle CBE = 60°$.

वर्ग का विकर्ण शीर्ष कोण को दो बराबर भागों में बाँटता है।

$\angle CBD = 45°$

$\Delta BOC$ में

$\angle BOC = 180° - \angle OCB - \angle CBO$

$= 180° - 60° - 45° = 75°$

**या,**

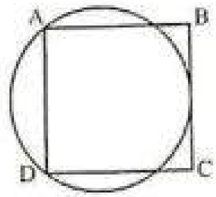
$\angle CBD = 45°$

तब, $OBE = 60° - 45° = 15°$

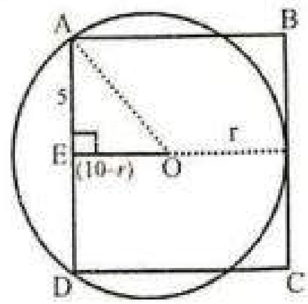
बाह्य कोण, $\angle BOC = \angle CEB + \angle OBE$

$= 60° + 15° = 75°$

**Ex.91** ABCD एक वर्ग है, जिसकी भुजा 10 है। एक वृत्त A व D से इस प्रकार खींचा गया कि BC वृत्त की स्पर्श रेखा हो, तो वृत्त की त्रिज्या ज्ञात कीजिए।




**Sol$^n$.**




माना O वृत्त का केन्द्र है।

$OE \perp AD$

$AE = ED = 5$

माना वृत्त की त्रिज्या $r$ है।

अतः, $OE = (10 - r)$

$\Delta AEO$ में $\Rightarrow AE^2 + EO^2 = AO^2$

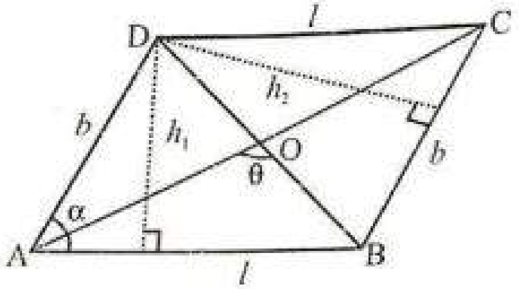
Scanned by CamScanner

$5^2 + (10 - r)^2 = r^2$

हल करने पर, $r = 6.25$

**गुण-36**

**(iii) समानंतर चतुर्भुज :**




I. $AB || CD$ व $BC || AD$

II. $AB = CD$ व $BC = AD$

III. $\angle A = \angle C$ व $\angle B = \angle D$

IV. $\angle A + \angle B = \angle B + \angle C = \angle C + \angle D = \angle D + \angle A = 180^\circ$

V. विकर्ण बराबर नहीं होते है, एक-दूसरे को बराबर भागों में प्रतिच्छेदित करते है, पर 90° पर नहीं। विकर्ण, किसी भी शीर्ष कोण को बराबर भागों में विभाजित नहीं करते हैं।

VI. क्षेत्रफल = आधार × ऊँचाई $= l \times h_1 = b \times h_2$

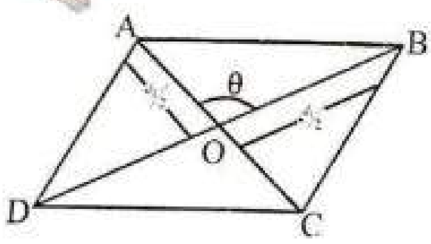
VII. विकर्ण, समान्तर चतुर्भुज को क्षेत्रफलों के दो बराबर भागों में बाँटता है।

$\Delta ABD = \Delta BCD = \Delta ABC = \Delta ACD = \frac{1}{2}(\square ABCD)$

क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} lb\sin\alpha \times 2 = lb\sin\alpha$

जहाँ, $\alpha$ = दो समान भुजाओं के बीच का कोण है।

VIII.




चारो भाग का क्षे.

($\Delta AOB$, $\Delta BOC$, $\Delta COD$ & $\Delta DOA$)

होगा।

$$\text{क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \times \frac{d_1}{2} \times \frac{d_2}{2} \sin\theta \times 4$$

$$= \frac{1}{2} d_1 \times d_2 \sin\theta$$

जहाँ, $\theta$ = विकर्ण के बीच का कोण है।

IX. $(AC^2 + BD^2) = 2(AB^2 + BC^2)$

$$d_1^2 + d_2^2 = 2(l^2 + b^2)$$

**Ex.92** एक समान्तर चतुर्भुज का क्षेत्रफल 1000 सेमी² है, तथा संगत भुजाएें 3 : 2 के अनुपात में हैं। यदि बड़ी भुजाओं के बीच की दूरी 20 सेमी है, तो छोटी भुजाओं के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए।

**Sol$^n$.** क्षेत्रफल $= l \times h_1 = b \times h_2$

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{b}{l} \Rightarrow \frac{20}{h_2} = \frac{2}{3}$$

$h_2 = 30$ सेमी

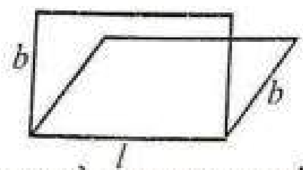
**Ex.93** यदि समान आधार पर बने आयत व समान्तर चतुर्भुज के परिमाप बराबर हैं, तो आयत व समान्तर चतुर्भुज के क्षेत्रफलों में क्या अनुपात होगा।

(a) $= 1$ (b) $> 1$

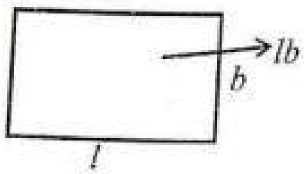
(c) $< 1$

(d) इनमें से कोई नहीं

**Sol$^n$.**

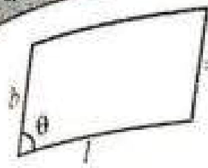



आयत का क्षे. > समानंतर चतुर्भुज का क्षे.




mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner




$\Rightarrow lb\sin\theta$

यदि θ का मान 90° से छोटा है, तो sin θ का मान एक से कम होगा।

$$\frac{\text{आयत का क्षे.}}{\text{समान्तर चतुर्भुज का क्षे.}} = \frac{lb}{lb\sin\theta} = K$$

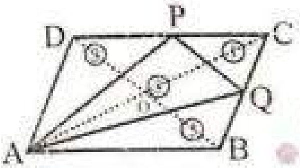
$\sin\theta = \frac{1}{K} < 1$ (sin θ का मान हमेशा 1 से कम होगा।)

$1 < K$

$K > 1$

गुण :37

यदि ABCD एक समान्तर चतुर्भुज है, तथा P व Q क्रमशः CD व BC के मध्य बिन्दु हैं।




माना समान्तर चतुर्भुज का क्षेत्रफल 8 इकाई है।

विकर्ण AC समान्तर चतुर्भुज को दो बराबर भागों में बाँटेगा।

AQ, ΔABC की माध्यिका है

$\Delta ABQ$ का क्षे.= $\frac{1}{2}(\Delta ABC) = 2$

इसी प्रकार,

AP, ΔADC की माध्यिका है।

$\Delta ADP$ का क्षे.= $\frac{1}{2}(\Delta ADC) = 2$

अब ΔBCD में, P व Q क्रमशः भुजा DC व BC के मध्य बिन्दु हैं,

$\Delta PCQ$ का क्षे.= $\frac{1}{4}$ का $\Delta BCD = \frac{1}{4} \times (4) = 1$

अब ΔAPQ का क्षे. = (समान्तर चतुर्भुज का क्षे.) − [(ΔADP का क्षे.) + (ΔABQ का क्षे.) + (ΔPCQ का क्षे.)]

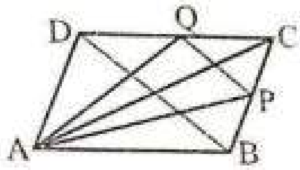
$= 8 - (2 + 2 + 1) = 3$

अत:,

APQ का क्षे. : ABCD का क्षे. = 3 : 8

**Ex.94** ABCD एक समान्तर चतुर्भुज है, तथा P व Q क्रमशः भुजा BC व CD के मध्य बिन्दु है, यदि ΔABC का क्षेत्रफल 12 है, तो ΔAPQ का क्षेत्रफल ज्ञात करें।

**Sol[n].**

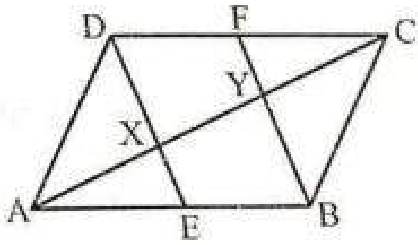



जैसा कि Δ ABC का क्षे = 12 है, अत: समान्तर चतुर्भुज ABCD का क्षेत्रफल 24 होगा।

$\Delta APQ$ का क्षे = $\frac{3}{8}$ (समान्तर चतुर्भुज का क्षेत्रफल)

$= \frac{3}{8} \times 24 = 9$

**Ex.95** ABCD एक समान्तर चतुर्भुज है, E व F क्रमशः भुजा AB व CD के मध्य बिन्दु है। DE व FB, विकर्ण AC को क्रमशः X व Y पर प्रतिच्छेद करती है, यदि AC = 15सेमी तो XY का मान ज्ञात कीजिए।




**Sol[n].** EB = DF ⇒ XE∥BY & FY∥DX

ΔAYB में, E, भुजा AB का मध्य बिन्दु हैं।

$AX = XY = a$ (माना)

इसी प्रकार ΔCXD में, F, भुजा CD का मध्य बिन्दु है,

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

$CY = XY = a$ (माना)

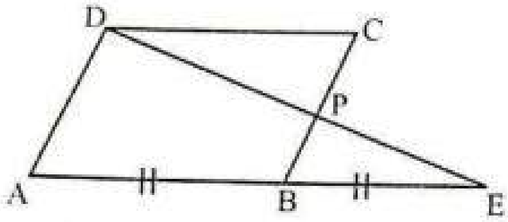
अब, $AC = AX + XY + YC = 3a$

$15 = 3a$

$a = XY = 5$ सेमी

$$\boxed{XY = \frac{1}{3}AC}$$

**Ex.96** ABCD एक समान्तर चतुर्भुज है। भुजा AB के बढ़े हुए भाग पर एक बिन्दु E इस प्रकार है, कि AB = BE, D व E को मिलाने पर यह भुजा BC को P पर प्रतिच्छेद करता है, यदि BC = 15 सेमी तो PC का मान ज्ञात कीजिए।



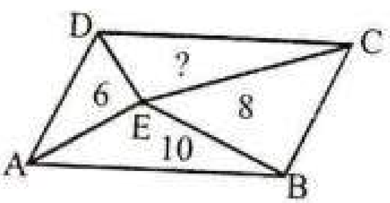

**Sol$^n$.** B, AE का मध्य बिन्दु है, तथा PB || AD अत: ΔAED में ΔEPB व ΔEDA दोनों त्रिभुज समरूप हैं।

$$BP = \frac{1}{2}AD = \frac{1}{2}BC \quad (\because BC = AD)$$

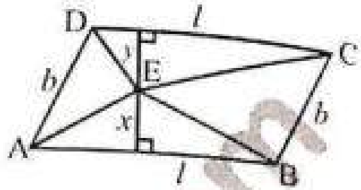
$AD = BC = 15$

$$BP = PC = \frac{15}{2} = 7.5$$ (P, DE का मध्य बिन्दु है।)

**Ex.97** समान्तर चतुर्भुज ABCD के अन्दर E कोई बिन्दु इस प्रकार है कि Δ ADE का क्षेत्रफल = 6 वर्ग इकाई, Δ AEB का क्षेत्रफल = 10 वर्ग इकाई तथा Δ BEC का क्षेत्रफल 8 वर्ग इकाई है। तो Δ DEC का क्षेत्रफल ज्ञात करो।




**Sol$^n$.**




$h = x + y$

▱ABCD का क्षे. $= l(x + y)$

$$\Delta ABE \text{ का क्षे.} + \Delta DEC \text{ का क्षे.} = \frac{1}{2} \times l \times x + \frac{1}{2} \times l \times y$$

$$= \frac{1}{2}\, l(x + y)$$

$$\Delta ABE \text{ का क्षे.} + \Delta DEC \text{ का क्षे.} = \frac{1}{2}(\square ABCD \text{ का क्षे.}) \quad \text{....(i)}$$

इसी प्रकार,

$$\Delta BCE \text{ का क्षे.} + \Delta ADE \text{ का क्षे.} = \frac{1}{2}(\square ABCD \text{ का क्षे.}) \quad \text{....(ii)}$$

अत:,

समीकरण (i) व (ii) से

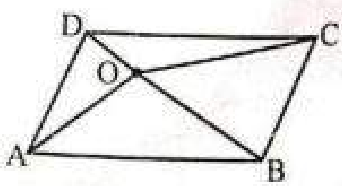
**गुण-38**

$$\boxed{(\Delta ABE + \Delta DEC) \text{ का क्षे.} = (\Delta BCE + \Delta ADE) \text{ का क्षे.}}$$

$10 + \Delta CDE$ का क्षे. $= 8 + 6$

$\Delta CDE$ का क्षे. $= 14 - 10 = 4$ वर्ग इकाई

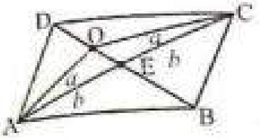
**Ex.98** नीचे दिये गये चित्र में ABCD एक समान्तर चतुर्भुज है। यदि Δ OAB का क्षेत्रफल 19 सेमी$^2$ तो Δ OBC का क्षेत्रफल ज्ञात करो।




mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

Solⁿ.




A व C को जोड़ने वाली रेखा BD को E पर काटती है।

∴ समान्तर चतुर्भुज के विकर्ण एक-दूसरे को बराबर-बराबर प्रतिच्छेद करते हैं

⇒ OE व BE क्रमशः ΔOAC व ΔABC की माध्यिकाएं हैं

ΔOAE का क्षे. = Δ OEC का क्षे. = $a$ (माना)

ΔAEB का क्षे. = Δ EBC का क्षे. = $b$ (माना)

ΔOAB का क्षे. = ΔOAE का क्षे. + ΔAEB का क्षे.
= $(a + b)$

इसी प्रकार,

ΔOBC का क्षे. = ΔOEC का क्षे. + ΔEBC का क्षे.
= $(a + b)$

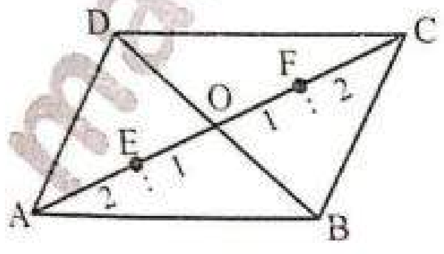
अत: यदि समान्तर चतुर्भुज ABCD के विकर्ण BD पर O कोई बिन्दु है, तब

| ΔOAB का क्षे. = ΔOBC का क्षे. |
|---|

ΔOBC का क्षे. = 19 सेमी²

**Ex.99** ABCD एक समान्तर चतुर्भुज है, E व F क्रमशः त्रिभुज ABD व त्रिभुज BDC के केन्द्रक हैं, तो EF की लम्बाई क्या होगी यदि विकर्ण AC = 12 सेमी.

**Solⁿ.**




केन्द्रक माध्यिका को 2 : 1 के अनुपात में बाँटता है,

AC = 12 सेमी, तब, AO = OC = 6 सेमी

ΔABD में

AO माध्यिका है,

$$\frac{AE}{EO} = \frac{2}{1}$$

$$EO = \frac{1}{3} \times AO = \frac{1}{3} \times 6 = 2 \text{ सेमी.}$$

ΔBCD में,

CO माध्यिका है,

$$\frac{CF}{OF} = \frac{2}{1}$$

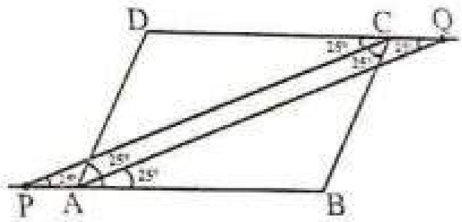
$$OF = \frac{1}{3} \times OC = \frac{1}{3} \times 6 = 2 \text{ सेमी.}$$

$$EF = EO + OF = 2 + 2 = 4 \text{ सेमी.}$$

या $\left(EF = \frac{AC}{3}\right) \Rightarrow EF = \frac{12}{3} = 4$ सेमी

**Ex.100** ABCD एक समान्तर चतुर्भुज है, ∠A व ∠C के कोण समद्विभाजक भुजा DC व AB को आगे बढ़ाने पर क्रमशः Q व P पर काटते हैं, यदि ∠A = 50° तो ∠P + ∠Q का मान ज्ञात कीजिए।'

**Solⁿ.**




$$\angle A = \angle C = 50°$$

जैसा कि AQ व CP कोण समद्विभाजक है,

$\Rightarrow \angle DAQ = \angle QAB = 25°$

$\Rightarrow \angle DCP = \angle BCP = 25°$

(∴ DC || AB)

$\Rightarrow \angle CPB = \angle PCD = 25°$ (आन्तरिक एकान्तर कोण)

$\Rightarrow \angle DQA = \angle QAB = 25°$ (आन्तरिक एकान्तर कोण)

$\angle P + \angle Q = 25° + 25° = 50°$

mathswithabhinay.com

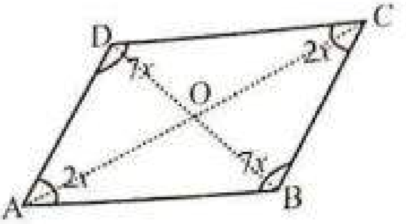
Scanned by CamScanner

**Ex.101** यदि चतुर्भुज के कोणों का अनुपात 2 : 7 : 2 : 7 है, तो चतुर्भुज होगा:

(a) आयत (b) वर्ग

(c) समान्तर चतुर्भुज (d) समचतुर्भुज

**Sol$^n$.**




माना चतुर्भुज के कोण क्रमशः $2x, 7x, 2x$ & $7x$

$\therefore 2x + 7x + 2x + 7x = 180°$

$x = 20°$

तब चतुर्भुज के कोण 40°, 140°, 40° & 140°

यदि दो विपरीत कोण समान है, तथा दो संगत कोणों का योग 180° है, तो यह चित्र समान्तर चतुर्भुज या सम चतुर्भुज होगा।

$\Delta$ AOB में चित्र द्वारा

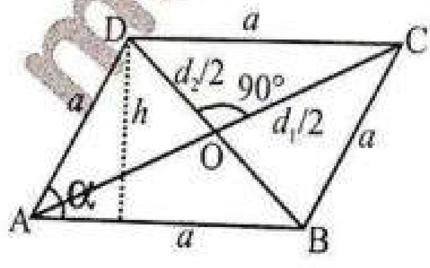
यह आवश्यक नहीं है कि AC, शीर्ष कोण A का अर्द्धक है, अतः $\angle AOB$ का मान 90° हो भी सकता और नहीं भी।

यह आवश्यक है कि विकर्ण एक-दूसरे को 90° पर प्रतिच्छेदित करते हैं।

$\therefore$ अतः चतुर्भुज, समान्तर चतुर्भुज होगा।

**गुण-39**

**(iv) समचतुर्भुज:-**




**I.** AB || CD & BC || AD

**II.** AB = BC = CD = DA = $a$

**III.** $\angle A = \angle C$ & $\angle B = \angle D$

**IV.** $\angle A + \angle B = \angle B + \angle C = \angle C + \angle D = \angle D + \angle A$ = 180°

**V.** विकर्ण बराबर नहीं होते हैं लेकिन 90° पर प्रतिच्छेद करते हैं, विकर्ण प्रत्येक शीर्ष कोण को विभाजित करते हैं।

**VI.** परिमाप = $4a$

**VII.** समचतुर्भुज का क्षे. = $a \times h = a^2 \sin\alpha = \frac{1}{2} \cdot d_1 d_2$

**VIII.** $\Delta$ DOC में, $(OD)^2 + (OC)^2 = (DC)^2$

$$\left(\frac{d_1}{2}\right)^2 + \left(\frac{d_2}{2}\right)^2 = a^2$$

$$\boxed{(d_1)^2 + (d_2)^2 = 4a^2}$$

**Ex.102** यदि समचतुर्भुज का परिमाप 150 सेमी तथा विकर्ण की लम्बाई 50 सेमी है, तो समचतुर्भुज का दूसरा विकर्ण व क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

**Sol$^n$.** परिमाप = $4a = 150 \Rightarrow 2a = 75$ सेमी

$4a^2 = d_1^2 + d_2^2 \Rightarrow (2a)^2 = (d_1)^2 + (d_2)^2$

$(75)^2 = (50)^2 + d_2^2$

$(75)^2 - (50)^2 = d_2^2$

$d_2^2 = (75 + 50)(75 - 50)$

$= 125 \times 25$

$= 25 \times 25 \times 5$

$d_2 = 25\sqrt{5}$

क्षेत्रफल = $\frac{1}{2} d_1 d_2 = \frac{1}{2} \times 50 \times 25\sqrt{5}$

$= 625\sqrt{5}$ सेमी²

**Ex.103** यदि समचतुर्भुज के विकर्णों का योग $\sec\theta$ है, तथा परिमाप $2\tan\theta$ है, तो समचतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात करो।

**Sol$^n$.** परिमाप = $4a = 2\tan\theta \Rightarrow 2a = \tan\theta$

mathswithabhinaj.com

Scanned by CamScanner

$4a^2 = d_1^2 + d_2^2$

$(2a)^2 = d_1^2 + d_2^2$

$\tan^2\theta = d_1^2 + d_2^2$ ...(i)

$d_1 + d_2 = \sec\theta$ (दोनों पक्षों का वर्ग करने पर)

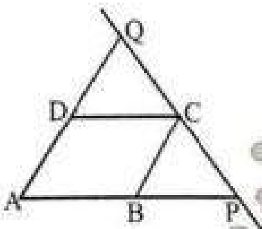
$d_1^2 + d_2^2 + 2d_1 d_2 = \sec^2\theta$

$2d_1 d_2 = \sec^2\theta - \tan^2\theta = 1$

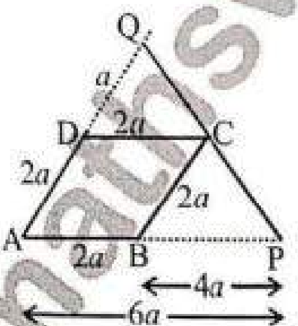
$d_1 d_2 = \frac{1}{2}$

क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} d_1 d_2 = \frac{1}{4}$

**Ex.104** ABCD एक समचतुर्भुज है, C से गुजरती हुई एक रेखा AD व AB के बढ़े हुए भाग को क्रमशः Q व P पर काटती है, यदि $QD = \frac{1}{2}AB$ तो AB व PB का अनुपात ज्ञात कीजिए।




**Sol$^n$.**




$$\frac{QD}{AQ} = \frac{DC}{AP}$$

$$\left(\frac{QD}{AQ} = \frac{a}{3a} = \frac{1}{3}\right) = \frac{DC}{AP}$$

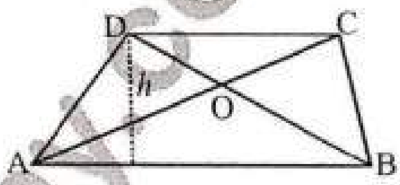
$AP = 3DC = 3 \times 2a = 6a$

तब, $BP = 6a - 2a = 4a$

$$\frac{AB}{PB} = \frac{2a}{4a} = \frac{1}{2}$$

**गुण-40**

**(v) समलम्ब चतुर्भुज**




I. AB||CD

II. क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} \times h\,(AB + CD)$

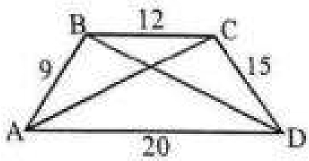
III. $\frac{OA}{OC} = \frac{OB}{OD}$

IV. विकर्ण के वर्गों का योग :–

$\Rightarrow AC^2 + BD^2 = AD^2 + BC^2 + 2 \times AB \times CD$

**Ex.105** ABCD एक समलम्ब है, जिसमें BC || AD व AB = 9 सेमी, BC = 12 सेमी, CD = 15 सेमी व DA = 20 सेमी तो इसके विकर्णों के वर्गों का योग क्या होगा?

**Sol$^n$.**



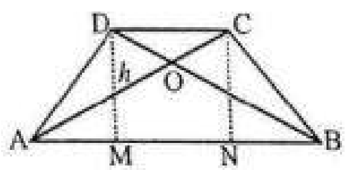

$AC^2 + BD^2 = AB^2 + CD^2 + 2 \times BC \times AD$

$= 81 + 225 + 2 \times 12 \times 20$

$= 786$ सेमी$^2$

**गुण-41**

**समद्विबाहु समलम्बः**




mathswithabhinay.com
Scanned by CamScanner

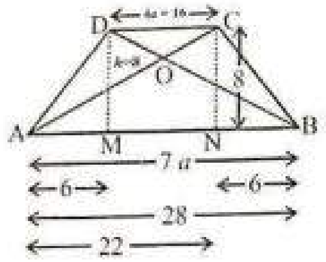
I. $AB \parallel CD$ व $AD = BC$

II. $AM = NB$ व $MN = CD$

III. विकर्ण बराबर होते हैं $\Rightarrow AC = BD$

**Ex. 106** समद्विबाहु समलम्ब का क्षेत्रफल 176 सेमी² है, तथा इसकी समान्तर भुजाएँ 7 : 4 के अनुपात में है, तथा इसकी ऊँचाई समान्तर भुजाओं के योग की $\frac{2}{11}$ है, तो इसके विकर्ण की लम्बाई क्या होगी?

**Sol$^n$.**




$$h = \frac{2}{11} \times (7a + 4a) = \frac{2}{11} \times 11a = 2a$$

$$\text{समलम्ब का क्षे.} = \frac{1}{2} \times h\,(AB + CD)$$

$$176 = \frac{1}{2} \times 2a\,(11a)$$

$$\Rightarrow 176 = 11a^2$$

$$a^2 = 16 \Rightarrow a = 4$$

तब, ऊँचाई $h = 2a = 2 \times 4 = 8$

भुजा $AB = 7a = 28$ & $CD = 4a = 16$

$MN = 16$ तब, $AM = NB = 6$

अत: $AN = 6 + 16 = 22$

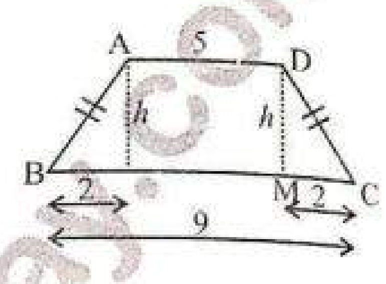
$$AC^2 = CN^2 + AN^2 = 8^2 + 22^2 = 2^2(4^2 + 11^2)$$

$$AC = 2\sqrt{4^2 + 11^2}$$

$$AC = BD = 2\sqrt{137}$$

**Ex.107** ABCD एक समद्विबाहु समलम्ब है, जिसमें AB = CD व $AD \parallel BC$ यदि AD = 5 सेमी, BC = 9 सेमी तथा समलम्ब का क्षेत्रफल 35 सेमी² है, तो भुजा CD की लम्बाई ज्ञात करो।

**Sol$^n$.**




$$\text{समलम्ब का क्षे.} = \frac{1}{2} h\,(AD + BC)$$

$$35 = \frac{1}{2} \times h \times 14$$

$$h = 5$$

$\Delta CMD$ में,

$$CD^2 = h^2 + 2^2 = 5^2 + 2^2$$

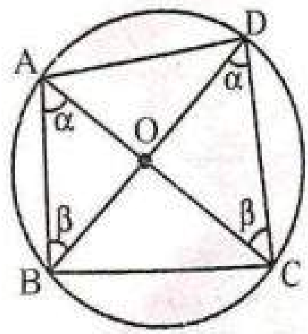
$$CD^2 = 29$$

$$CD = \sqrt{29}$$

**गुण-42**

**चक्रीय चतुर्भुज :**

I. यदि किसी चतुर्भुज के सभी शीर्ष वृत्त की परिधि पर हों तो चतुर्भुज चक्रीय चतुर्भुज होगा।




O, वृत्त का केन्द्र नहीं है, यह विकर्णों का प्रतिच्छेदी बिंदु है।

II. $\angle A + \angle C = 180°$ & $\angle B + \angle D = 180°$

mathswithabhinay.com
Scanned by CamScanner

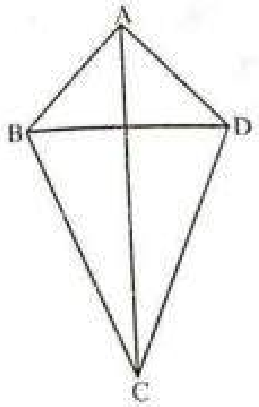
III. $AB \times CD + BC \times AD = AC \times BD$

IV. $\Delta AOB \sim \Delta DOC$ (समरूप त्रिभुज हैं।)

$$\frac{OB}{OC} = \frac{OA}{OD} \Rightarrow OB.OD = OA.OC$$

गुण-43

(पतंग नुमा आकृति ):



I. $AC \perp BD$

II. $AB = AD$ & $BC = CD$

III. क्षे. $= \frac{1}{2} \times AC \times BD$ ( यदि किसी भी चतुर्भुज में विकर्ण $90^\circ$ पर प्रतिच्छेद करते हैं, तब क्षेत्रफल हमेशा ही $\frac{1}{2} d_1 d_2$ होगा।)

मुख्य बिन्दु:-

| **आकृति:- मध्य बिन्दुओं को को मिलाने पर** | **भुजाओं से बनी आकृति** |
|---|---|
| चतुर्भुज | समान्तर चतुर्भुज |
| समान्तर चतुर्भुज | समान्तर चतुर्भुज |
| समचतुर्भुज | आयत |
| आयत | समचतुर्भुज |
| वर्ग | वर्ग |

गुण-44

बहुभुज:-

I. सभी आन्तरिक कोणों का योग $= (n-2) \times 180^\circ$

जहाँ, $n$ = भुजाओं की संख्या

II. सभी बाह्य कोणों का योग $= 360^\circ$

गुण-45

**सम बहुभुज** – सभी भुजाएं तथा सभी कोण बराबर होते हैं, यदि $n$ भुजाओं की संख्या तथा $a$ भुजा की लम्बाई है, तब

I. प्रत्येक आन्तरिक कोण $= \frac{(n-2) \times 180^\circ}{n}$

II. प्रत्येक बाह्य कोण $= \frac{360^\circ}{n}$

III. बहुभुज का क्षे. $= \frac{na^2}{4} \cot\left(\frac{\pi}{n}\right)$

**E.g.** - एक समबाहु त्रिभुज एक सम बहुभुज है।

$$\text{क्षे.} = \frac{3a^2}{4} \cot\left(\frac{180^\circ}{3}\right) = \frac{3a^2}{4} \times \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}a^2}{4}$$

IV. परित्रिज्या $R = \frac{a}{2} \operatorname{cosec}\left(\frac{\pi}{n}\right)$

V. अन्तःत्रिज्या $r = \frac{a}{2} \cot\left(\frac{\pi}{n}\right)$

VI. विकर्णों की संख्या $= \frac{n(n-3)}{2}$

**Ex.108** एक बहुभुज में पाँच आन्तरिक कोणों में से प्रत्येक कोण $172^\circ$ का है, तथा शेष आन्तरिक कोणों में से प्रत्येक $160^\circ$ का है, तो भुजाओं की संख्या व विकर्णों की संख्या ज्ञात करो।

**Sol$^n$.** माना भुजाओं की संख्या $n$ है।

$$(n-2) \times 180^\circ = (5 \times 172^\circ) + (n-5) \times 160^\circ$$

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

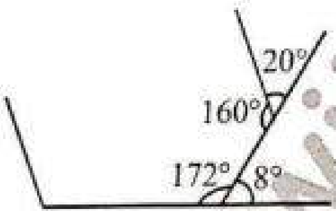
$$180n - 360° = 860° + 160n - 800°$$
$$n = 21$$

**विधि-2 :** (5 बाह्य कोणों में प्रत्येक 8° तथा शेष सभी बाह्य कोण 20° के होंगे। हम जानते हैं कि सभी बाह्य कोणों का योग 360° होता है, तो शेष बाह्य कोणों का योग $360° - 5 \times 8° = 320°$ होगा। जैसा कि शेष कोणों में से प्रत्येक बाह्य कोण 20° है, तब शेष कोण (320°/20° = 16) होंगे तब कुल कोण या कुल भुजा = 16 + 5 = 21 होगी।

| | | |
|---|---|---|
| कोणों की संख्या | (5) | $x$ |
| आन्तरिक | 172° | 160° |
| बाह्य | 8° | 20° |
| योग = | 40° | 360° − 40° = 320° |

तब,, $x = \dfrac{320}{20} = 16$

भुजाओं की संख्या = 5 + 16 = 21 भुजा




विकर्णों की संख्या $= \dfrac{n(n-3)}{2} = \dfrac{21 \times 18}{2} = 189$

**Ex.109** किसी एक बहुभुज में 6 आन्तरिक कोणों में से प्रत्येक कोण 170° का है, तथा शेष सभी कोणों में से प्रत्येक 150° का है, तो भुजाओं की संख्या तथा विकर्णों की संख्या ज्ञात करें।

| | | |
|---|---|---|
| कोणों की संख्या | 6 | $x$ |
| आन्तरिक | 170° | 150° |
| बाह्य | 10° | 30° |
| योग = | 6 × 10° = 60° | 360° − 60° = 300° |

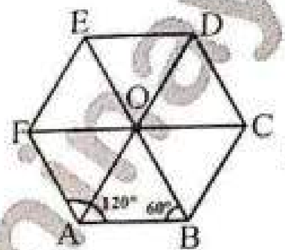
तब, $x = \dfrac{300°}{30°} = 10°$

भुजाओं की संख्या = 6 + 10 = 16

विकर्णों की संख्या $= \dfrac{16 \times 13}{2} = 104$

**गुण-46**

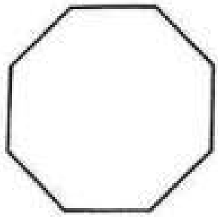
**षट्भुज:** भुजाओं की संख्या $n = 6$, षट्भुज में सभी त्रिभुज (6 त्रिभुज) समबाहु त्रिभुज होते हैं। OA = OB = OC = OD = OE = OF = $a$.




क्षेत्रफल $= 6 \times \dfrac{\sqrt{3}a^2}{4} = \dfrac{3\sqrt{3}a^2}{2}$

**गुण-47**

**अष्टभुज :** भुजाओं की संख्या $n = 8$ तथा भुजा की लम्बाई = $a$



अष्टभुज का क्षे. $= 2\left(\sqrt{2}+1\right)a^2$

प्रत्येक आन्तरिक कोण $= \dfrac{(8-2) \times 180°}{8} = 135°$

**Ex.110** यदि अष्टभुज का क्षेत्रफल $18\left(\sqrt{2}+1\right)$ है, तो प्रत्येक भुजा की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

**Sol.**

$\because$ अष्टभुज का क्षे. $= 2\left(\sqrt{2}+1\right)a^2$

$$18\left(\sqrt{2}+1\right) = 2\left(\sqrt{2}+1\right)a^2$$
$$a^2 = 9$$
$$a = 3$$

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

**Ex.111** दो सम बहुभुजों की भुजाओं का अनुपात 1 : 2 है, तथा प्रत्येक आन्तरिक कोण का अनुपात 3 : 4 है, तो भुजाओं व विकर्णों की संख्या ज्ञात करो।

**Sol$^n$.** प्रत्येक आन्तरिक कोण $= \frac{(n-2)\times180°}{n}$

माना पहले बहुभुज में भुजाओं की संख्या $n$ है, तब दूसरे बहुभुज में भुजाओं की संख्या $2n$ होगी।

$$\frac{\frac{(n-2)\times180°}{n}}{\frac{(2n-2)\times180°}{2n}} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{(n-2)\times2}{(2n-2)} = \frac{3}{4}$$

$8n-16 = 6n-6$

$2n = 10$

$n = 5$

भुजाओं की संख्या $= n,\ 2n = 5, 10$

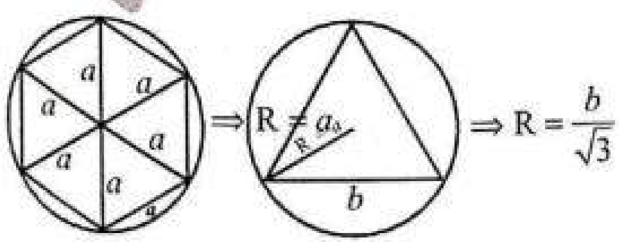
विकर्णों की संख्या $= \frac{n(n-3)}{2}$ और $\frac{2n(2n-3)}{2}$

$= \frac{5(5-3)}{2}$ और $\frac{10(10-3)}{2}$

$= 5$ और $35$

**Ex.112** किसी वृत्त के अन्दर एक समषट्भुज व समबाहु त्रिभुज बने हैं यदि समषट्भुज की भुजा $a$ तथा त्रिभुज की भुजा b है, तो $a$ व $b$ के बीच क्या सम्बन्ध होगा।

**Sol$^n$.**

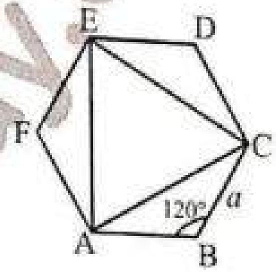



तब, $R = a = \frac{b}{\sqrt{3}} \Rightarrow b = \sqrt{3}a$

$\Rightarrow b^2 = 3a^2$

**Ex.113** ABCDEF एक समषट्भुज है, तो त्रिभुज ACE व समषट्भुज ABCDEF के क्षेत्रफलों का अनुपात क्या होगा।

**Sol$^n$.**




ABCDEF का क्षे. $= 6\times\frac{\sqrt{3}a^2}{4} = 6A$

$\Delta$ ABC का क्षे. $=$ $\Delta$ DCE का क्षे. $=$ $\Delta$ AFE का क्षे.

$= \frac{1}{2}\times a\times a\times\sin120°$

$= \frac{\sqrt{3}a^2}{4} = A$

$$\frac{\Delta ACE \text{ का क्षे.}}{\text{षट्भुज } ABCDEF \text{ का क्षे.}} = \frac{6A-3A}{6A} = \frac{1}{2}$$

**Ex.114** ABCDE एक सम पंचभुज है, $\angle BAE$ का कोण अर्द्धक भुजा CD से M पर मिलता है, तथा $\angle BCD$ का कोण अर्द्धक AM से P पर मिलता है, तो $\angle CPM$ का मान ज्ञात करो।

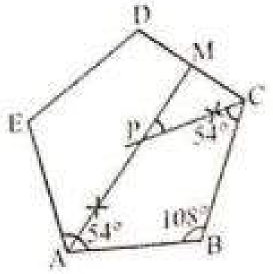
**Sol$^n$.** पंचभुज का प्रत्येक कोण $= \frac{(n-2)\times180}{n}$

$= \frac{(5-2)\times180°}{5}$

$= \frac{3\times180}{5} = 108°$

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner




$\angle ABC = 108°$ & $\angle BAF = 108°$

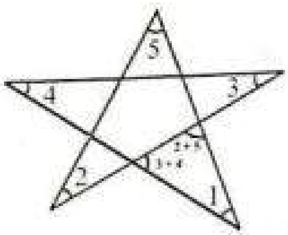
तब, $\angle BAP = 54°$ और $\angle BCP = 54°$

$\angle APC = 360° - 108° - 54° - 54° = 144°$

अत:, $\angle CPM = 180° - 144 = 36°$

**गुण-48**

**( तारा नुमा आकृति ):**



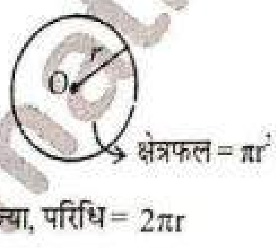

$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 + \angle 5 = 180°$

यदि तारे में m जोड़ है,

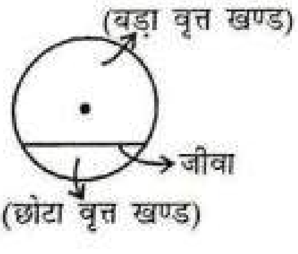
तब सभी आन्तरिक कोणों का योग $= (m-4) \times 180°$

**गुण-49**

**वृत्त :**




$r$ = त्रिज्या, परिधि $= 2\pi r$



**गुण-50**

चाप की लम्बाई $= \frac{2\pi r}{360} \times \theta$ ($\theta$ का मान डिग्री में)

$l = r\theta$ ($\theta$ रेडियन में) ($\because 2\pi = 360°$)

**गुण-51**

त्रिज्या खण्ड का क्षे. $= \frac{\pi r^2}{360} \times \theta$ (डिग्री में)

$= \frac{1}{2} r^2 \theta$ ($\theta$ रेडियन में) ($2\pi = 360°$)

$= \frac{1}{2} lr$ $\quad (\because l = r\theta)$

**Ex.115** वृत्त की परिधि पर कुछ बिन्दु इस प्रकार है कि प्रत्येक बिन्दु से उसके क्रमागत बिन्दु की दूरी 1.1 सेमी है, तथा एक बिन्दु से उसके अगले बिन्दु तक जाने में 45 मिनट का समय लगता है, तो इस वृत्त की त्रिज्या व परिधि पर स्थित बिन्दुओं की संख्या ज्ञात करो।

**Sol$^n$.**

$\theta = 45$ मिनट

45 मिनट $= \frac{45°}{60} = \frac{3}{4}°$

चाप की लम्बाई $(l) = \frac{2\pi r}{360°} \times \theta$

$1.1 = 2 \times \frac{22}{7} \times \frac{r}{360°} \times \frac{3}{4}$

$r = 84$ सेमी

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

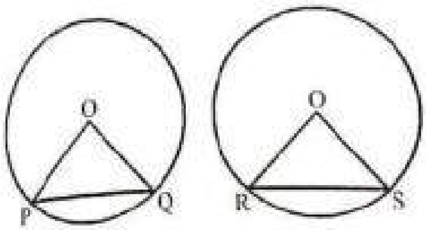
बिन्दुओं की संख्या $= \frac{2\pi r}{1.1} = 2 \times \frac{22}{7} \times 84 \times \frac{1}{1.1}$

$= 480$

**गुण-52**

वृत्त (सर्वांगसम वृत्तों) में समान जीवाऐं बराबर चापों से बनती हैं।

$PQ = RS \therefore \widehat{PQ} = \widehat{RS}$




**गुण-53**

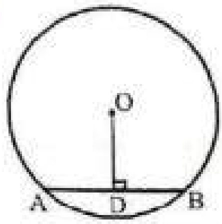
वृत्त के केन्द्र से जीवा पर डाला गया लम्ब जीवा को समद्विभाजित करता है। अर्थात i.e., $OD \perp AB$

$\therefore AB = 2AD = 2BD$

**गुण-54**

वृत्त के केन्द्र व जीवा के मध्य बिन्दु को मिलाने वाली रेखा, जीवा पर लम्ब होती है।

$AD = DB \quad OD \perp AB.$




**गुण-55**

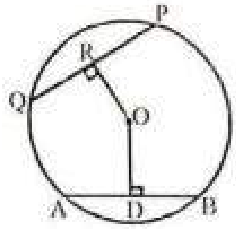
जीवा का लम्ब समद्विभाजक वृत्त के केन्द्र से गुजरता है, अर्थात $OD \perp AB$ और $AD = DB$

$\therefore$ O, वृत्त का केन्द्र है,

**गुण-56**

वृत्त (सर्वांगसम वृत्तों) की बराबर जीवाऐं केन्द्रों से बराबर दूरी पर होती हैं।

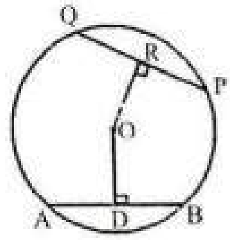
$\therefore AB = PQ$ और $\therefore OD = OR$




**गुण-57**

केन्द्र से बराबर दूरी पर स्थित वृत्त (सर्वांगसम वृत्तों) की जीवाऐं बराबर होती हैं।

$\because OD = OR$ और $\therefore AB = PQ$




**गुण-58**

वृत्त के किसी चाप द्वारा केन्द्र पर बना कोण (डिग्री में) उसी चाप द्वारा परिधि के शेष भाग पर बने कोण का दो गुना होता है।

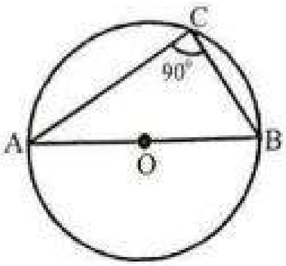
mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

$\angle AOB = 2\angle ACB$.

**गुण-59**

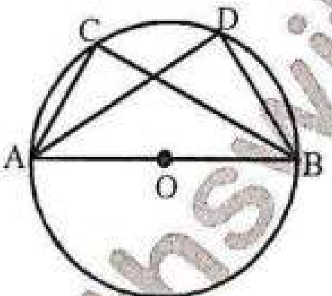
- अर्ध्दवृत्त में बना कोण समकोण होता है।




**गुण-60**

- एक ही वृत्तखण्ड में बने कोण बराबर होते हैं।

  अर्थात $\angle ACB = \angle ADB$

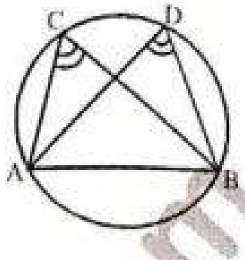



**गुण-61**

- यदि एक रेखाखण्ड ऐसे दो बिन्दुओं को जोड़ता है, जो रेखाखण्ड के एक ही तरफ स्थित दूसरे दो बिन्दुओं पर बराबर कोण अन्तरित करते हैं, तब चारों बिन्दु एक ही वृत्त पर स्थित है।

  $\because \angle ACB = \angle ADB$

  $\therefore$ बिन्दु A, C, D, B एक वृत्तीय है, अर्थात एक ही वृत्त पर स्थित हैं।



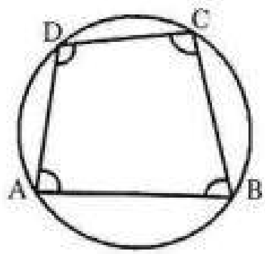

**गुण-62**

चक्रीय चतुर्भुज के विपरीत जोड़े के कोणों का योग 180° होता है।

$\angle DAB + \angle BCD = 180°$

और $\angle ABC + \angle CDA = 180°$

(प्रमेय का विलोम भी सत्य है।)

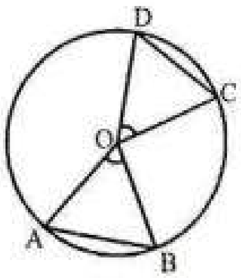



**गुण-63**

वृत्त (सर्वांगसम वृत्त) की बराबर जीवाएं (या बराबर चाप) केन्द्र पर बराबर कोण अन्तरित करते हैं।

$AB = CD$ (or $\widehat{AB} = \widehat{CD}$) $\angle AOB = \angle COD$

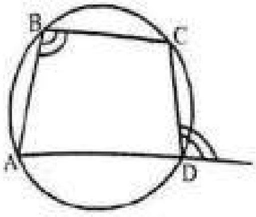
(प्रमेय विलोम भी सत्य है।)




**गुण-64**

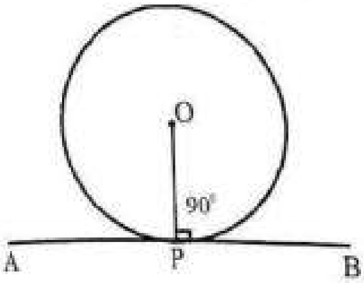
- यदि चक्रीय चतुर्भुज की एक भुजा को बढ़ाया जाये तब बाह्य कोण उसके विपरीत, आन्तरिक कोण के बराबर होगा। $\angle CDE = \angle ABC$

mathswithabhinay.com
Scanned by CamScanner



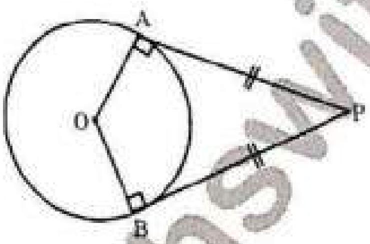

**गुण-65**

वृत्त के किसी बिन्दु पर खींची गई स्पर्श रेखा, उस स्पर्श बिन्दु से वृत्त की त्रिज्या पर लम्ब होती है।
(प्रमेय का विलोम भी सत्य है,)



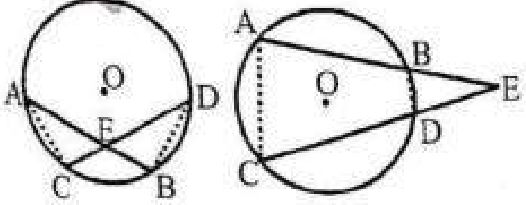

**गुण-66**

किसी बाह्य बिन्दु से वृत्त पर खींची गई दोनों स्पर्श रेखाओं की लम्बाईयाँ बराबर होती है, अर्थात AP=BP




**गुण-67**

यदि वृत्त की दो जीवाऐं AB व CD वृत्त के अन्दर (वृत्त के बाहर बढ़ाने पर बिन्दु E पर) प्रतिच्छेद करता हैं, तब AE×BE=CE×DE




**गुण-68**

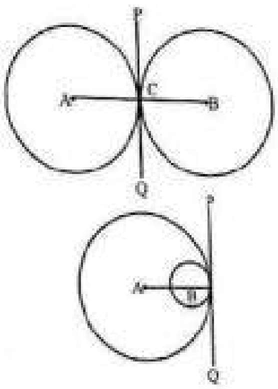
यदि PB एक छेदक रेखा है, जो वृत्त को A व B पर प्रतिच्छेदित करती है, तथा PT बिन्दु T पर एक स्पर्श रेखा है, तब, $PA \times PB = (PT)^2$

**गुण-69**

दो स्पर्श रेखाओं का स्पर्श बिन्दु, दो केन्द्रों को मिलाने वाली एक सीधी रेखा पर स्थित होता है।

(a) जब दो वृत्त एक-दूसरे को बाह्य स्पर्श करते है, तो उनके केन्द्रों के बीच की दूरी उनकी त्रिज्याओं के योग के बराबर होती है। अर्थात् $AB = AC + BC$

(b) जब दो वृत्त एक दूसरे को अन्त: स्पर्श करते हैं, तो उनके केन्द्रों के बीच की दूरी उनकी त्रिज्याओं के अन्तर के बराबर होगी। अर्थात $AB = AC - BC$



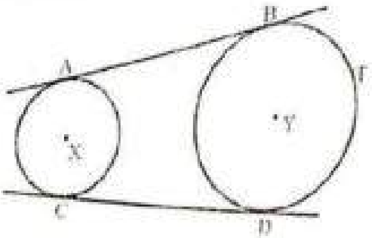

**गुण-70**

दो वृत्त जिनके केन्द्र X व Y तथा त्रिज्याऐं क्रमश: $r_1$ व $r_2$ हैं, यदि AB व CD दो उभयनिष्ठ स्पर्श रेखाऐं हैं, तो AB = CD की लम्बाई होगी:

$$\sqrt{(\text{केन्द्रों के बीच की दूरी})^2 - (r_1 - r_2)^2}$$

mathswithabhinay.com

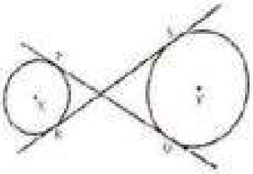
Scanned by CamScanner




**गुण-71**

दो वृत्त जिनके केन्द्र X व Y तथा त्रिज्याएें क्रमशः $r_1$ व $r_2$ है, यदि PQ व RS दो उभयनिष्ठ अनुप्रस्थ स्पर्श रेखाएें है, तो PQ = RS की लम्बाई होगी:

$$\sqrt{(\text{केन्द्रों के बीच की दूरी})^2-(r_1+r_2)^2}$$

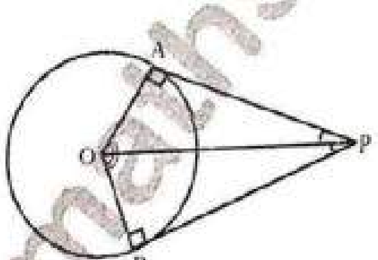


**गुण-72**

O केन्द्र वाले वृत्त पर बाह्य बिन्दु से खींची गई स्पर्श रेखाएें तब,

(a) वे केन्द्र पर बराबर कोण अन्तरित करती है।

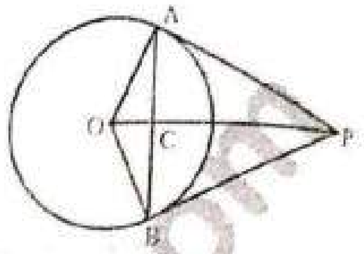
(b) केन्द्र से उस बिन्दु को मिलाने वाले रेखाखण्ड से झुकाव बराबर होता है। ∠AOP = ∠BOP और ∠APO = ∠BPO




**गुण-73**

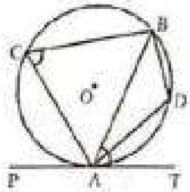
यदि किसी बाह्य बिन्दु P से O केन्द्र वाले वृत्त पर स्पर्श रेखाएें खींची गई है, जो वृत्त को A व B पर स्पर्श करती है, तब OP, AB का लम्ब समद्विभाजक होगा।

OP ⊥ AB और AC = BC

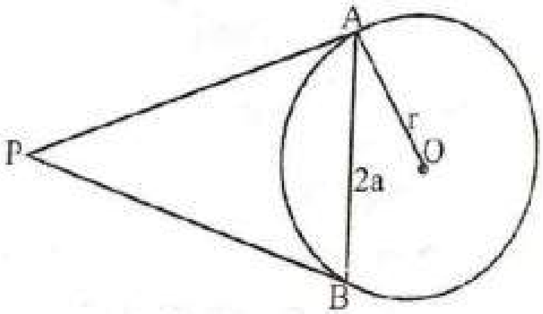



**गुण-74**

यदि स्पर्श रेखा के स्पर्श बिन्दु से एक जीवा खींची जाती है, तब जीवा द्वारा स्पर्श रेखा के साथ बने कोण, क्रमशः संगत एकान्तर वृतखण्ड में बने कोणों के बराबर होते हैं, दर्शाये गये चित्र में- ∠BAT = ∠BCA तथा ∠BAP = ∠BDA




**गुण-75**




यदि AB = $2a$

त्रिज्या = $r$

तब स्पर्श रेखा की लम्बाई

$$PA = PB = \frac{ar}{\sqrt{r^2-a^2}}$$ (यदि जीवा AB = $2a$)

Scanned by CamScanner

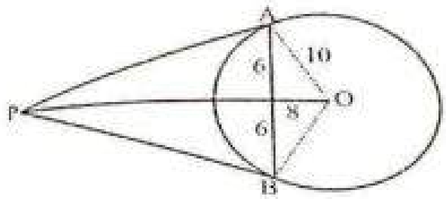
**Ex.116** यदि वृत्त की जीवा AB की लम्बाई 12 सेमी है, तथा त्रिज्या 10 सेमी है। दो जीवाएं बाह्य बिन्दु P से A व B पर खींची गई है, तो ज्ञात कीजिए।

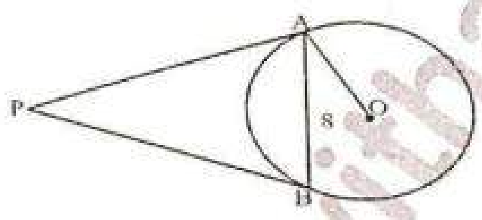
(i) PA व PB की लम्बाई

(ii) त्रिभुज PAB का क्षेत्रफल

(iii) चतुर्भुज OAPB का क्षेत्रफल (O वृत्त का केन्द्र है)।

**Sol^n.**




$$PA = \frac{ar}{\sqrt{r^2 - a^2}}$$ (यदि जीवा AB = 2a)

$$= \frac{6 \times 10}{\sqrt{10^2 - 6^2}} = \frac{60}{8} = 7.5 = PB$$

चतुर्भुज OAPB का क्षे. = 2 × त्रिभुज OAP का क्षे.

$$= 2 \times \frac{1}{2} \times AO \times AP$$

$$= 2 \times \frac{1}{2} \times 10 \times 7.5 = 75$$ वर्ग इकाई

त्रिभुज OAB का क्षे. $= \frac{1}{2} \times AB \times 8 = \frac{1}{2} \times 12 \times 8$

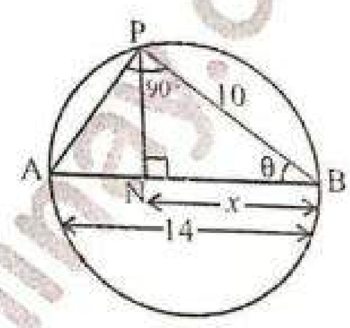
= 48 वर्ग इकाई

तब, ΔPAB का क्षे. = □OAPB का क्षे. − ΔOAB का क्षे.

= 75 − 48 = 27 वर्ग इकाई

**Ex.117** एक वृत्त जिसका व्यास 14 सेमी है, तथा P वृत्त की परिधि पर कोई बिन्दु इस प्रकार है, कि PN ⊥ AB जीवा PB की लम्बाई 10 सेमी है, तो BN की लम्बाई ज्ञात करो।

**Sol^n.**




Δ PNB में,

$$\cos\theta = \frac{x}{10} \quad ...(i)$$

Δ PAB में,

$$\cos\theta = \frac{10}{14} \quad ...(ii)$$

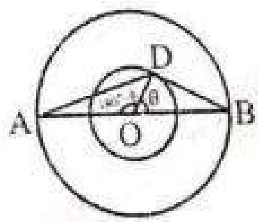
समीकरण (i) और (ii) से -

$$\frac{x}{10} = \frac{10}{14} \Rightarrow x = \frac{50}{7} = 7\frac{1}{7}$$ सेमी

$$BN = 7\frac{1}{7}$$ सेमी

**Ex.118** दो संकेन्द्रीय वृत्तों की त्रिज्याएं क्रमशः 8 सेमी व 13 सेमी हैं, यदि AB बड़े वृत्त का व्यास तथा BD छोटे वृत्त पर स्पर्श रेखा है, तो AD की लम्बाई ज्ञात करो।

**Sol^n. विधि 1.**



$\Delta ODB$ में,

$$\cos\theta = \frac{OD}{OB} = \frac{8}{13} \quad \ldots(1)$$

$\Delta AOD$ में,

$$\cos(180° - \theta) = \frac{8^2 + 13^2 - x^2}{2 \times 8 \times 13}$$

$$-\cos\theta = \frac{64 + 169 - x^2}{2 \times 8 \times 13} \quad \ldots(2)$$

समीकरण (1) और (2) से,

$$\frac{-8}{13} = \frac{64 + 169 - x^2}{2 \times 8 \times 13}$$

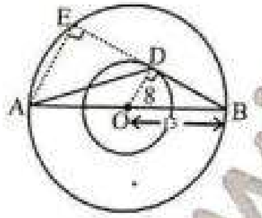
$$-128 = 233 - x^2$$

$$x^2 = 361$$

$$x = 19$$

$AD = 19$ सेमी

**विधि 2 :**




$OD \perp BD \Rightarrow OD \parallel AE$

$\angle AED = 90°$

$\Delta ODB \sim \Delta AEB$

O, AB का मध्य बिन्दु है, तब

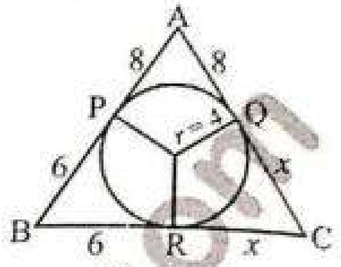
$$BD = DE = \sqrt{13^2 - 8^2} = \sqrt{105}$$

$$AE = 2 \times OD = 16$$

तब, $AD = \sqrt{16^2 + (\sqrt{105})^2} = 19$ सेमी

**Ex.119** एक त्रिभुज के अन्त: वृत्त की त्रिज्या 4 सेमी है, तथा त्रिभुज की एक भुजा को स्पर्श बिन्दु द्वारा 6 सेमी व 8 सेमी के दो भागों में बाँटा गया है। तो त्रिभुज का परिमाप ज्ञात कीजिए।

**Solⁿ.**




$$s = \frac{8 + 6 + 6 + x + x + 8}{2} = 14 + x$$

$$r = \frac{\Delta}{s}$$

$$4 = \frac{\sqrt{(14 + x)x \times 6 \times 8}}{14 + x}$$ (दोनों पक्षों का वर्ग करने पर)

$$16 = \frac{(14 + x)x \times 6 \times 8}{(14 + x)^2} = \frac{x \times 6 \times 8}{14 + x}$$

$$3x = 14 + x \quad \Rightarrow x = 7$$

$$42 = 13x \Rightarrow x = \frac{42}{13}$$

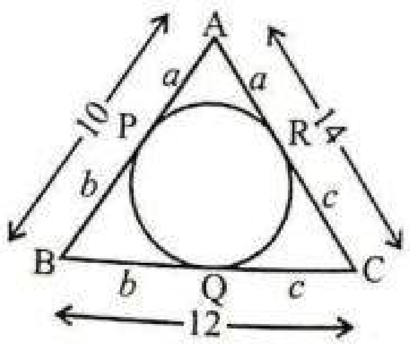
$$BC = 6 + x = 6 + 7 = 13$$

$$AC = 8 + x = 8 + 7 = 15$$

अत:, परिमाप $= AB + BC + CA = 14 + 13 + 15 = 42$ सेमी

**Ex.120** एक $\Delta ABC$ जिसकी भुजाएं 10 सेमी, 12 सेमी व 14 सेमी है, के अन्दर एक वृत्त बना है, जो त्रिभुज ABC की भुजाओं AB, BC व AC को क्रमश: P, Q व R पर प्रतिच्छेद करता है, तो AP की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

**Solⁿ.**




mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

स्पर्श बिन्दु से खींची गई स्पर्श रेखाएँ बराबर होती हैं।

बाह्य बिन्दु से

$a+b=10$ ...(i)

$b+c=12$ ...(ii)

$c+a=14$ ...(iii)

तीनों समीकरणों को जोड़ने पर

$2(a+b+c)=36$

$a+b+c=18$

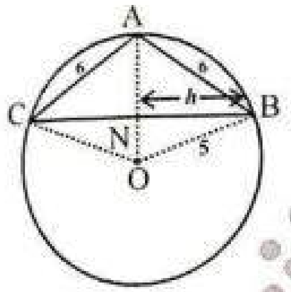
$AP=a=18-(b+c)$

$=18-12$

अतः $AP=6$ सेमी

**Q.121** एक वृत्त जिसकी त्रिज्या 5 सेमी है, तथा दो समान जीवाएँ AB व AC इस प्रकार है, कि $AB=AC=6$ सेमी, तो जीवा BC की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

**Sol.**




$\because s=\dfrac{a+b+c}{2}=\dfrac{6+5+5}{2}=8$

$\therefore$ $\Delta OAB$ का क्षे. $=\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$=\sqrt{8\times2\times3\times3}=3\times4=12$ ...(i)

$\Delta OAB$ का क्षे. $=\dfrac{1}{2}\times BN\times AO$

...(ii)

समीकरण (i) व (ii) से

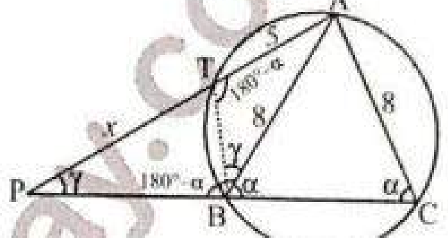
$12=\dfrac{1}{2}\times h\times5\Rightarrow h=\dfrac{24}{5}$

$h=4.8$

$BC=2\times4.8=9.6$ सेमी

**Q.122** दो जीवाएं AB व AC जिनकी लम्बाई 8 सेमी है। CB को P तक बढ़ाया गया तथा AP वृत्त को T पर इस प्रकार प्रतिच्छेदित करती है, कि $AT=5$ सेमी तो PT की लम्बाई ज्ञात करो।

**Sol$^n$.**




$\because AB=AC$

$\angle ABC=\angle ACB=\alpha$ (माना)

$\angle ABP=180°-\angle ABC=180°-\alpha$

$\therefore$ ATBC एक चक्रीय चतुर्भुज है।

$\angle ATB+\angle ACB=180°$

$\angle ATB=180°-\alpha$

अब, $\Delta ABP$ व $\Delta BTA$

$\angle ABP=\angle BTA=180°-\alpha$

$\angle BAP=\angle BAT$ (उभयनिष्ठ)

$\angle BPA=\angle TBA=\gamma$ (माना)

$\therefore$ $\Delta ABP\sim\Delta BTA$

$\dfrac{AP}{AB}=\dfrac{AB}{AT}\Rightarrow\dfrac{x+5}{8}=\dfrac{8}{5}$

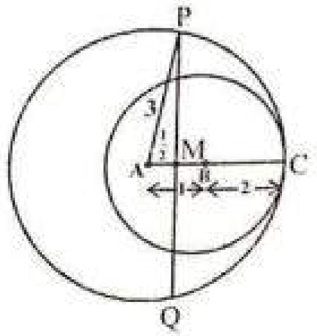
$\Rightarrow$ $PT=x=\dfrac{39}{5}$

**Ex.123** दिये गये चित्र में A तथा B केन्द्र वाले दो वृत्त जिनकी त्रिज्याएं क्रमशः 3 सेमी व 2 सेमी है, एक-दूसरे को अन्तः स्पर्श करते है। यदि रेखाखण्ड AB का लम्ब समद्विभाजक बड़े वृत्त को P व Q पर मिलता है, तो PQ की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

**Solⁿ.**




$AB = 3 - 2 = 1$ सेमी

$AM = \frac{AB}{2} = \frac{1}{2}$ सेमी

$AP = 3$ सेमी

$PM = \sqrt{PA^2 - AM^2}$

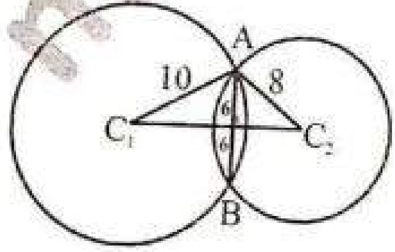
$= \sqrt{9 - \frac{1}{4}} = \frac{1}{2}\sqrt{35}$

तब, $PQ = 2 \times PM = 2 \times \frac{1}{2}\sqrt{35}$

$= \sqrt{35}$

**Ex.124** दो वृत्त जिनकी त्रिज्याएँ 10 सेमी व 8 सेमी हैं एक-दूसरे को प्रतिच्छेद करते हैं, तथा उभयनिष्ठ जीवा की लम्बाई 12 सेमी है, तो केन्द्रों के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए।

**Solⁿ.**




माना 10 सेमी व 8 सेमी त्रिज्याओं वाले वृत्तों के केन्द्र क्रमशः $C_1$ व $C_2$ हैं, तथा AB उभयनिष्ठ जीवा है।

$C_1A = 10$ सेमी, $C_2A = 8$ सेमी और $AB = 12$ सेमी

$\therefore \quad AL = \frac{1}{2}AB = 6$ सेमी

समकोण त्रिभुज $C_1AL$ में

$C_1A^2 = C_1L^2 + AL^2$

$\Rightarrow C_1L = \sqrt{C_1A^2 - AL^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = \sqrt{64} = 8$ सेमी

समकोण त्रिभुज $C_2LA$ में,

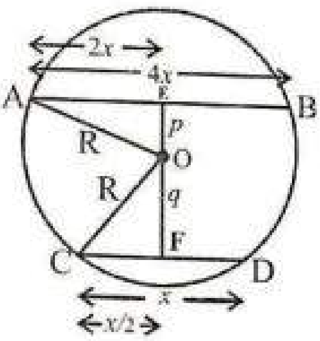
$C_2A^2 = C_2L^2 + LA^2$

$\Rightarrow C_2L = \sqrt{C_2A^2 - LA^2} = \sqrt{8^2 - 6^2} = \sqrt{28} = 5.29$ सेमी

$\therefore \quad C_1C_2 = C_1L + C_2L = (8 + 5.29)$ सेमी $= 13.29$ सेमी

**Ex.125** एक O केन्द्र वाले वृत्त की त्रिज्या R है। दो समान्तर जीवाएँ AB व CD केन्द्र के विपरीत हैं। तथा वृत्त के केन्द्र से जीवा AB व CD की लम्बाई क्रमशः p व q हैं। जीवा AB, जीवा CD की 4 गुनी है, यदि CD की लम्बाई x इकाई है, तो x का मान p और q के पदों में ज्ञात करो।

**Solⁿ.**




समकोण $\Delta AEO$ में,

$R^2 = p^2 + (2x)^2 \quad ...(i)$

समकोण $\Delta OCF$ में,

$R^2 = q^2 + \left(\frac{x}{2}\right)^2 \quad ...(ii)$

समीकरण (i) व (ii) से,

$R^2 = p^2 + (2x)^2 = q^2 + \left(\frac{x}{2}\right)^2$

Scanned by CamScanner

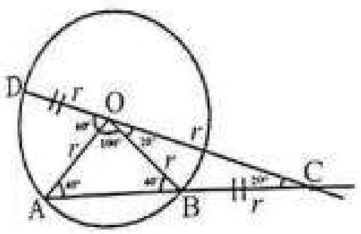
$\Rightarrow p^2+4x^2=q^2+\dfrac{x^2}{4}$

$4x^2-\dfrac{x^2}{4}=q^2-p^2$

$15x^2=4(q^2-p^2)\Rightarrow x=\dfrac{2}{\sqrt{15}}\sqrt{(q^2-p^2)}$

**Ex.126** AB, O केन्द्र वाले वृत्त की एक जीवा है, तथा DOC एक रेखाखण्ड है, जो वृत्त की परिधि पर स्थित बिन्दु D से गुजरता हुआ AB के बढ़े हुए भाग को C पर इस प्रकार प्रतिच्छेद करता है, कि BC = OD यदि $\angle BCD = 20°$, तो कोण AOD का मान ज्ञात करो।

**Solⁿ.**




$\therefore$ BC = OD (दिया है) और OD = OB (वृत्त की त्रिज्याऐं हैं)

BC = OB

$\Delta$OBC में

$\angle BCO=\angle BOC=20°$ (समद्विबाहु त्रिभुज)

अब,

$\angle OBA=20°+20°$ ($\therefore$ $\Delta$OBC का बाह्य कोण)

$\therefore$ OA = OB (वृत्त की त्रिज्या)

$\angle OAB=\angle OBA=40°$

$\Delta$AOB में,

$\angle OAB+\angle AOB+\angle OBA=180°$

$\angle AOB=180°-40°-40°=100°$

अब,

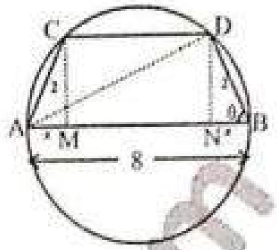
$\angle AOD+\angle AOB+\angle BOC=180°$

($\therefore$ DOC एक सीधी रेखा है)

$\angle AOD+100°+20°=180°$

$\angle AOD=60°$

**Ex.127** एक वृत्त जिसके व्यास AB की लम्बाई 8 सेमी है, तथा ABCD एक समलम्ब है, जिसमें AC = 2 सेमी तथा BD = 2 सेमी हो, तो CD की लम्बाई ज्ञात करो।




**Solⁿ.** दो लम्ब CM व DN, व्यास AB पर खींचे गये हैं।

CD = MN

AM = NB = $x$ (माना)

समकोण $\Delta$DBN में,

$\cos\theta=\dfrac{x}{2}$ ...(i)

समकोण $\Delta$ADB में,

$\cos\theta=\dfrac{2}{8}$ ...(ii)

समीकरण (i) व (ii) से

$\dfrac{x}{2}=\dfrac{2}{8}\Rightarrow \quad x=\dfrac{1}{2}$

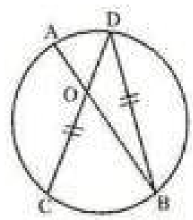
अब,

CO = MN = AB − AM − NB

$=8-\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{2}=7$ सेमी

CD = 7 सेमी

**Ex.128**




ऊपर दिये गये चित्र में AB वृत्त का व्यास है, तथा C व D बिन्दु इस प्रकार है, कि CD = BD, AB व CD, O पर प्रतिच्छेदित करते हैं, यदि कोण AOD = 45° तो कोण ADC को मान ज्ञात करें।

**Solⁿ.** AC व CB रेखाऐं खींची

$CD=BD\Rightarrow \angle DCB=\angle DBC=\angle\theta$ (माना)

$\angle ACB=90° \Rightarrow \angle ACD=90°-\theta$

$\angle ABD=\angle ACD=90°-\theta$

mathswithabhinav.com
Scanned by CamScanner

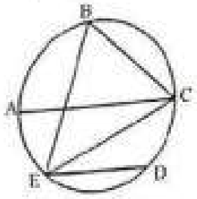
$\Rightarrow\ \angle ABC = \theta - (90^\circ - \theta) = 2\theta - 90^\circ$

$\Delta OBC$ में,

$45^\circ + 2\theta - 90^\circ + \theta = 180^\circ \Rightarrow 3\theta = 225^\circ \Rightarrow \theta = 75^\circ$

$\angle ADC = \angle ABC = 2\theta - 90^\circ = 60^\circ$

**Ex.129** चित्र में, जीवा ED, वृत्त के व्यास AC के समान्तर है यदि कोण $= 65^\circ$ तो कोण DEC को मान क्या होगा?

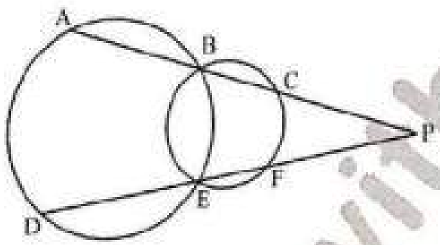



**Sol$^n$.** $\angle ABC = 90^\circ \Rightarrow \angle ABE = 90 - \angle EBC = 25^\circ$,

$\angle ABE = \angle ACE = 25^\circ$,

$\angle ACE = \angle CED = 25^\circ$ (एकान्तर कोण)

**Ex.130** दिये गये चित्र में, PC = 9, PB = 12, PA = 18 तथा PF = 8, तो DE की लम्बाई ज्ञात कीजिए।




**Sol$^n$.** छोटे वृत्त में $PC \times PB = PF \times PE$

$\Rightarrow PE = 12 \times \frac{9}{8} = \frac{27}{2}$

बड़े वृत्त में, $PB \times PA = PE \times PD$

$\Rightarrow 12 \times 18 = PD \times \frac{27}{2} \Rightarrow PD = 16$

इसलिए, $DE = PD - PE = 16 - 13.5 = 2.5$

**Ex.131** एक त्रिभुज जिसकी भुजाऐं 4 सेमी, 6 सेमी व 8 सेमी हैं, के अन्दर वृत्त बना है, तो वृत्त का क्षेत्रफल (वर्ग सेमी.) में क्या होगा?

(a) $\frac{7\pi}{6}$ (b) $\frac{3\pi}{2}$

(c) $\frac{5\pi}{3}$ (d) $\frac{7\pi}{4}$

**Sol$^n$.** यदि $r$ वृत्त की त्रिज्या है।

$\Rightarrow \Delta = r \times s,\qquad s = \frac{4+6+8}{2} = 9$ सेमी.

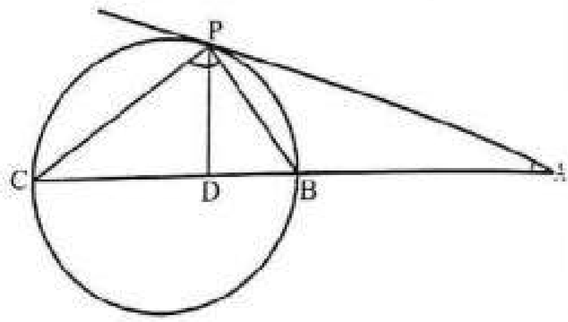
$\Delta = \sqrt{9.5.3.1} = 3\sqrt{15}$

$3\sqrt{15} = r \times 9 = r = \sqrt{\frac{5}{3}}$ सेमी

वृत्त का क्षे. $= \frac{5\pi}{3}$

**Ex.132** दिये गये चित्र में AP वृत्त पर स्थित बिन्दु P पर एक स्पर्श है, तथा ABC एक छेदक रेखा तथा PD, $\angle BPC$ का अर्द्धक है। दिया $\angle BPD = 25^\circ$ तथा $\angle ABP$ व $\angle APB$ का अनुपात 5:3 है, तो $\angle APB$ का मान बताओ।

**Sol$^n$.** $\angle APB = \angle PCB$




अब $\frac{\angle ABP}{\angle APB} = \frac{\angle ABP}{\angle PCB} = \frac{5}{3}$

या $\angle ABP = 5x\ \angle PBC = 180^\circ - 5x$

और $\angle PCB = 3x$

PD, $\angle BPC$ का अर्द्धक है, इसलिए $\angle CPB = 2 \times 25^\circ = 50^\circ$

$\Delta PBC$ में

$\angle CPB + \angle PCB + \angle PBC = 180^\circ$

$50^\circ + 3x + 180^\circ - 5x = 180^\circ$

$x = 25^\circ$

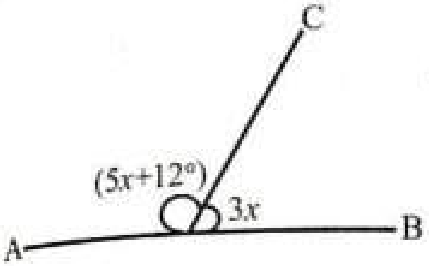
$\angle APB = \angle PCB = 3x = 75^\circ$

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

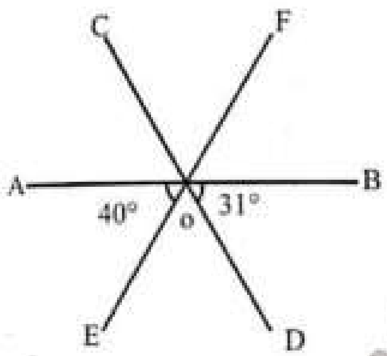
# प्रश्नावली-रेखा और कोण

1. दिये गये चित्र में $x$ का मान होगा।




(a) 18° (b) 20°
(c) 21° (d) 24°

2. दिये गये चित्र में $\angle BOC$ का मान होगा।




(a) 101° (b) 149°
(c) 71° (d) 80°

3. यदि $(2x + 17°)$, $(x + 4°)$ एक दूसरे के पूरक कोण हैं, तो $x$ का मान होगा।

(a) 63° (b) 53°
(c) 35° (d) 23°

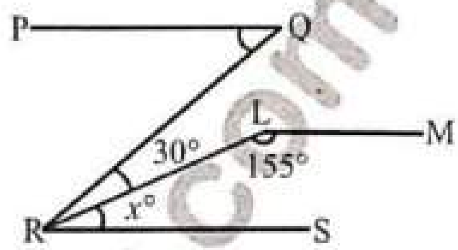
4. यदि $(5y + 62°)$, $(22° + y)$ एक-दूसरे के सम्पूरक कोण है, तो $y$ का मान होगा।

(a) 16° (b) 32°
(c) 8° (d) 21°

5. यदि दो सम्पूरक कोणों का अनुपात 13 : 5 है, तो बड़े कोण का मान क्या होगा।

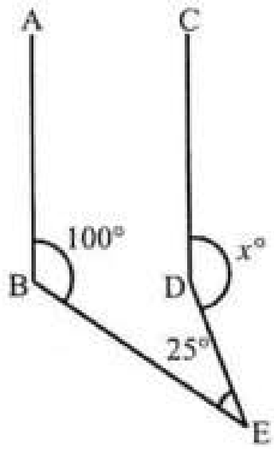
(a) 130° (b) 65°
(c) 230° (d) 21°

6. दिये गये चित्र में PQ||LM||RS. तो $\angle LRS$ का मान होगा।




(a) 25° (b) 55°
(c) 65° (d) 75°

7. दिये गये चित्र में AB||CD, $\angle ABE = 100°$ तो $\angle CDE$ का मान होगा।




(a) 125° (b) 55°
(c) 65° (d) 75°

8. उस कोण का मान क्या होगा जो अपने सम्पूरक कोण को 1/5 है।

(a) 15° (b) 30°
(c) 75° (d) 150°

9. उस कोण का मान क्या होगा जो अपने कोण मान का पूरक है।

(a) 30° (b) 45°
(c) 60° (d) 90°

mathswithabhinay.com

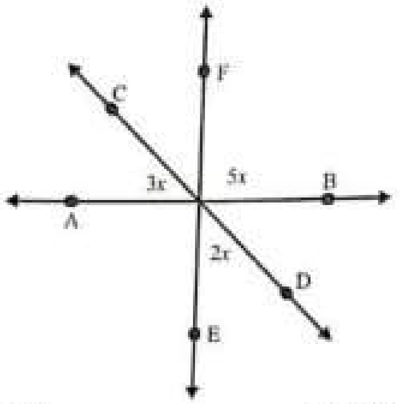
Scanned by CamScanner

**10.** उस कोण का मान क्या होगा जो अपने कोण मान सम्पूरक जोड़े से बनता है।

(a) $60^\circ$ (b) $90^\circ$

(c) $120^\circ$ (d) $150^\circ$

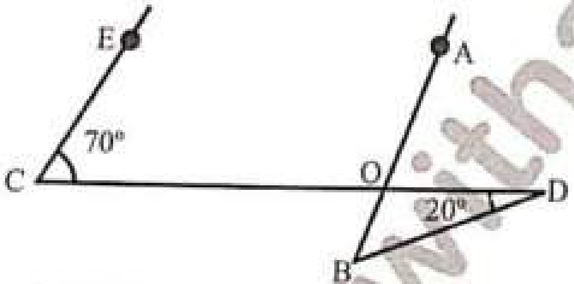
**11.** चित्र में $x$ का मान क्या होगा?




(a) $18^\circ$ (b) $20^\circ$

(c) $10^\circ$ (d) $30^\circ$

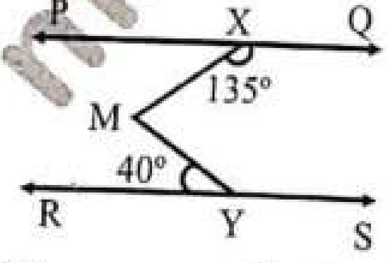
**12.** दिये गये चित्र में यदि $EC \parallel AB$, $\angle ECD = 70^\circ$, $\angle BDO = 20^\circ$, तो $\angle OBD$ किसके बराबर होगा।




(a) $70^\circ$ (b) $60^\circ$

(c) $50^\circ$ (d) $20^\circ$

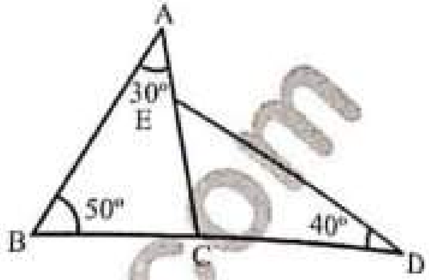
**13.** नीचे दिये गये चित्र में, यदि $PQ \parallel RS$, $\angle MXQ = 135^\circ$ और $\angle MYR = 40^\circ$ तो $\angle XMY$ का मान होगा।




(a) $85^\circ$ (b) $75^\circ$

(c) $65^\circ$ (d) $80^\circ$

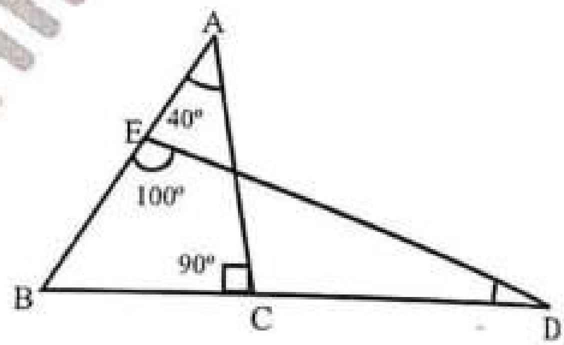
**14.** दिये गये चित्र में, $\angle BAC = 30^\circ$, $\angle ABC = 50^\circ$ और $\angle CDE = 40^\circ$ तब $\angle AED = ?$




(a) $120^\circ$ (b) $100^\circ$

(c) $80^\circ$ (d) $110^\circ$

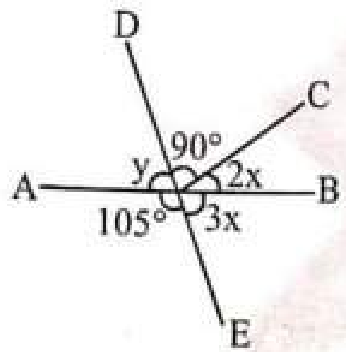
**15.** दिये गये चित्र में, $\angle BAC = 40^\circ$, $\angle ACB = 90^\circ$ और $\angle BED = 100^\circ$ तो $\angle BDE = ?$




(a) $50^\circ$ (b) $30^\circ$

(c) $40^\circ$ (d) $25^\circ$

**16.** चित्र में AB एक सीधी रेखा है, तो $(x + y)$ का मान होगा।



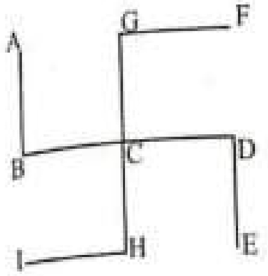

(a) $55^\circ$ (b) $65^\circ$

(c) $75^\circ$ (d) $80^\circ$

mathswithabhinay.com

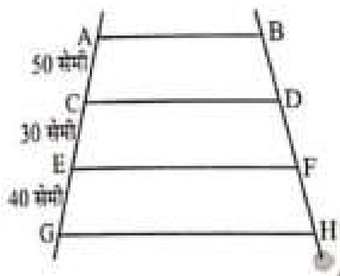
Scanned by CamScanner

17. दिये गये चित्र में AB || GH || DE तथा GF || BD || HI, ∠FGC = 80° तो ∠CHI का मान होगा।



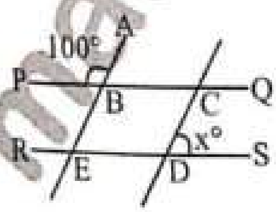

(a) 80° (b) 120°
(c) 100° (d) 160°

18. चित्र में AB || CD || EF || GH और BH = 100 सेमी. तो DF का मान क्या होगा?




(a) 26 सेमी. (b) 40 सेमी.
(c) 25 सेमी. (d) 24 सेमी.

19. चित्र में AE || CD तथा BC || ED, तब $x$ का मान क्या होगा?

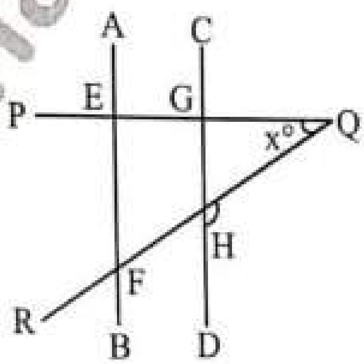



(a) 60° (b) 80°
(c) 90° (d) 75°

20. चित्र में AB || DE, ∠ABC = 67° और ∠EDC = 23° तो ∠BCD का मान होगा।

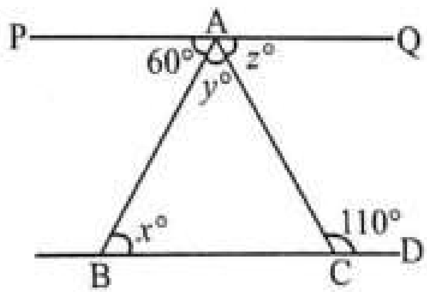
(a) 90° (b) 44°
(c) 46° (d) 67°

21. चित्र में AB || CD, ∠PEB = 80° और ∠DHQ = 120° तो x का मान होगा।




(a) 40° (b) 20°
(c) 100° (d) 30°

22. चित्र में PQ || BC, ∠PAB = 60° और ∠ACD = 110° तो y° का मान होगा।

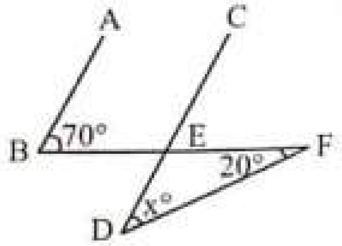



(a) 50° (b) 60°
(c) 70° (d) 80°

mathswithabhinay.com

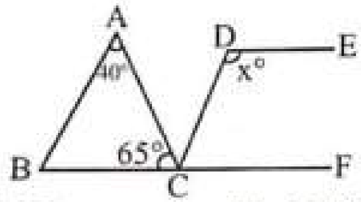
Scanned by CamScanner

**23.** चित्र में AB || CD, तो $x^\circ$ का मान बताओ।



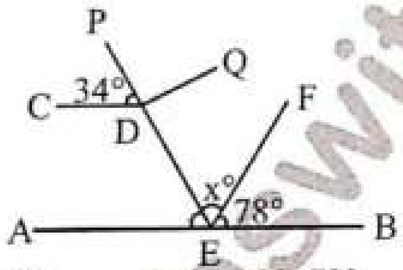

(a) 50° (b) 60°
(c) 70° (d) 80°

**24.** चित्र में AB || DC तथा DE || BF तो $x^\circ$ का मान बताओ।




(a) 140° (b) 155°
(c) 105° (d) 115°

**25.** चित्र में AB || CD तथा EF || DQ तो $x^\circ$ का मान बताओ।




(a) 68° (b) 78°
(c) 34° (d) 39°

**26.** दो सम्पूकर कोणों का अन्तर 34° है, तो बड़े कोण का मान क्या होगा।

(a) 107° (b) 90°
(c) 115° (d) 70°

**27.** एक कोण अपने पूरक कोण का पाँच गुना है, तो कोण का मान होगा:

(a) 75 (b) 65
(c) 55 (d) 45

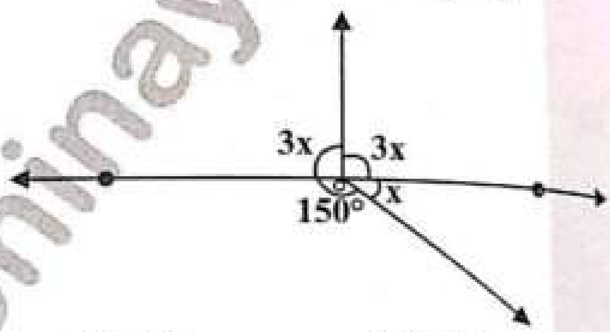
**28.** उस कोण का मान ज्ञात कीजिए जो अपने सम्पूरक कोण 1/3 है।

(a) 60 (b) 45
(c) 75 (d) 50

**29.** दो सम्पूरक कोणों का अनुपात 2:3 है, तो छोटे कोण का मान क्या होगा।

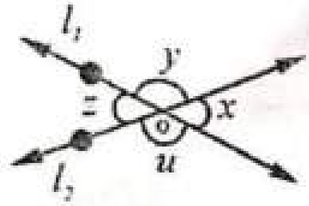
(a) 72° (b) 40°
(c) 60° (d) 55°

**30.** दिये गये चित्र में $x$ का मान ज्ञात करे।



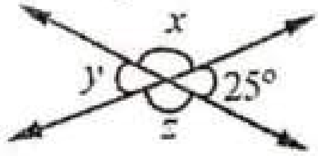

(a) 30° (b) 40°
(c) 50° (d) 60°

**31.** दिये गये चित्र में यदि $x = 45$ तो $y$ का मान ज्ञात करो।




(a) 145° (b) 135°
(c) 185° (d) 175°

**32.** दिये गये चित्र में $y$ का मान ज्ञात करे।

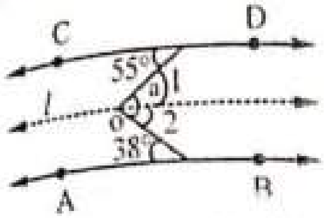



(a) 25° (b) 26°
(c) 45° (d) 55°

mathswithabhinay.com

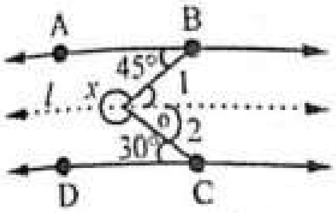
Scanned by CamScanner

33. दिये गये चित्र में AB || CD तो $\angle 1$ का मान होगा।



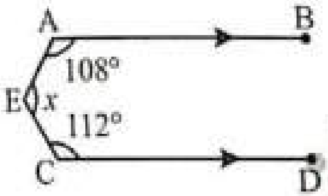

(a) 55° (b) 60°
(c) 70° (d) 48°

34. दिये गये चित्र में AB || CD तो $x$ का मान ज्ञात करें।



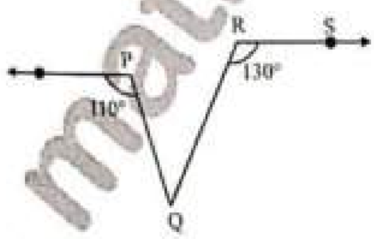

(a) 285° (b) 260°
(c) 240° (d) 210°

35. दिये गये चित्र में AB || CD तो $x$ का मान ज्ञात करे।



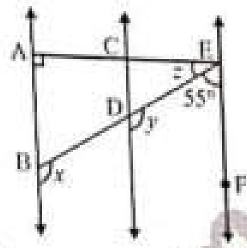

(a) 72° (b) 140°
(c) 108° (d) 112°

36. दिये गये चित्र में OP || RS तो $\angle$PQR का मान ज्ञात करे।



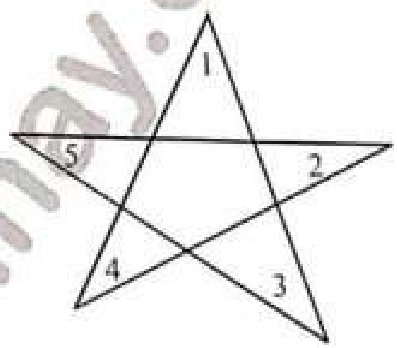

(a) 70° (b) 65°
(c) 60° (d) 45°

37. दिये गये चित्र में AB||CD तथा CD||EF तथा EA $\perp$ AB यदि $\angle$BEF = 55° तो $z$ का मान ज्ञात करे।



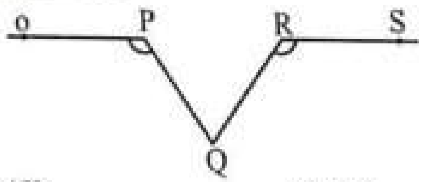

(a) 35° (b) 45°
(c) 125° (d) 55°

38. दिये गये चित्र में $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 + \angle 5$ का मान ज्ञात करे।



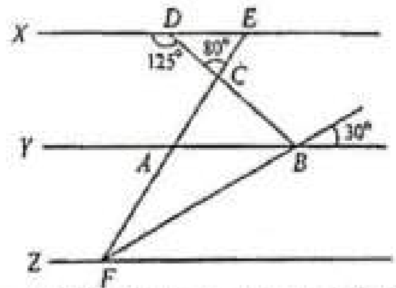

(a) 180° (b) 270°
(c) 360° (d) 540°

39. दिये गये चित्र में OP || RS तो $\angle PQR$ का मान क्या होगा यदि $\angle OPQ = 110°$
$\angle SRQ = 130°$




(a) 45° (b) 60°
(c) 50° (d) 40°

40.




तीन सीधी रेखाऐं X, Y व Z एक-दूसरे के समान्तर है, तथा ऊपर दिये गये चित्र में कोणों के मान दिये गये है, तो $\angle$AFB का मान होगा।

mathswithabhinay.com

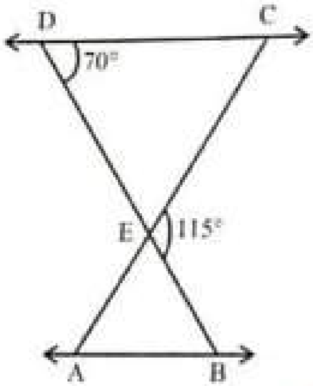
Scanned by CamScanner

(a) 20°  (b) 15°
(c) 30°  (d) 10°

**41.** रेखाखण्ड AB व CD एक-दूसरे को O पर प्रतिच्छेद करते हैं, OF, अधिक कोण ∠ BOC तथा OE, न्यून कोण ∠ AOC के आन्तरिक कोण अर्द्धक हैं, यदि ∠BOC = 130° तो ∠FOE का मान ज्ञात कीजिए।

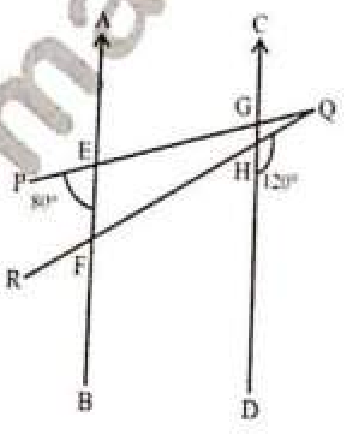
(a) 90°  (b) 110°
(c) 115°  (d) 120°

**42.** चित्र में यदि ∠EDC = ∠EBA, ∠BEC = 115° तथा ∠EDC = 70° तो ∠DCE व ∠AEB का मान ज्ञात करो।



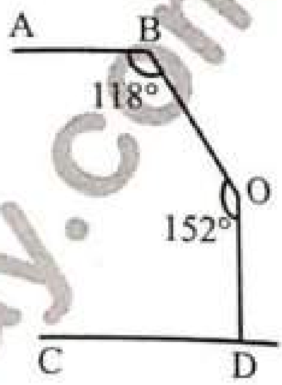

(a) 25°, 45°  (b) 45°, 55°
(c) 15°, 25°  (d) 45°, 65°

**43.** चित्र में AB || CD तथा PQ, QR, AB व CD को क्रमश: E व F तथा G व H पर प्रतिच्छेदित करती हैं। दिया गया है, कि ∠PEB = 80°, ∠QHD = 120° तथा ∠PQR = $x$ तो $x$ का मान ज्ञात कीजिए।



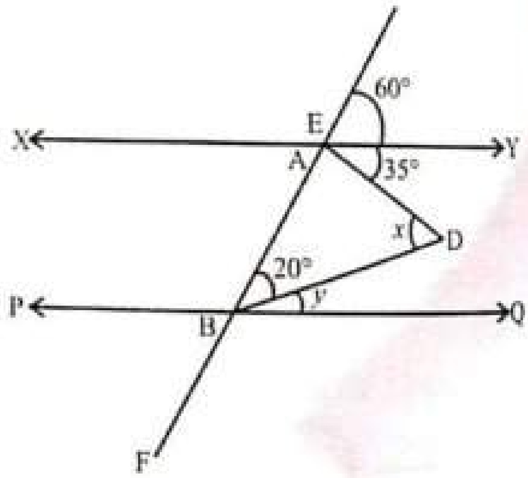

(a) 40°  (b) 20°
(c) 100°  (d) 120°

**44.** चित्र में यदि AB||CD, ∠ABO = 118° तथा ∠BOD = 152° तो कोण ∠ODC का मान ज्ञात करे।




(a) 70°  (b) 80°
(c) 90°  (d) 34°

**45.** दिये गये चित्र में यदि XY || PQ तो ∠$x$ व ∠$y$ का मान ज्ञात करे।




(a) 75°, 40°  (b) 45°, 60°
(c) 75°, 45°  (d) 60°, 45°

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

## उत्तरमाला

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1. (c) | 2. (b) | 3. (d) | 4. (a) | 5. (a) | 6. (a) | 7. (a) | 8. (b) | 9. (b) |
| 10. (b) | 11. (a) | 12. (c) | 13. (a) | 14. (a) | 15. (b) | 16. (b) | 17. (a) | 18. (c) |
| 19. (b) | 20. (a) | 21. (b) | 22. (a) | 23. (a) | 24. (c) | 25. (a) | 26. (a) | 27. (a) |
| 28. (b) | 29. (a) | 30. (a) | 31. (b) | 32. (a) | 33. (a) | 34. (a) | 35. (b) | 36. (c) |
| 37. (a) | 38. (a) | 39. (b) | 40. (b) | 41. (a) | 42. (d) | 43. (b) | 44. (c) | 45. (a) |

mathswithavinay.co

Scanned by CamScanner

## हल एवं संकेत

**Solⁿ 1.** एक रेखीय कोणों का योग = $180^\circ$

इसलिए, $5x + 12^\circ + 3x = 180^\circ$

$8x = 168^\circ$

$x = 21^\circ$

**Solⁿ 2.** प्रश्न चित्र में

$\Rightarrow \angle AOE + \angle EOD + \angle DOB = 180^\circ$

$\Rightarrow 40^\circ + \angle EOD + 31^\circ = 180^\circ$

$\Rightarrow \angle EOD = 109^\circ$

$\Rightarrow \angle COF = \angle EOD = 109^\circ$

$\Rightarrow \angle FOB = \angle AOE = 40^\circ$

$\Rightarrow \angle BOC = \angle BOF + \angle COF = 40^\circ + 109^\circ = 149^\circ$

**Solⁿ 3.** पूरक कोण के लिए

$2x + 17^\circ + x + 4^\circ = 90^\circ$

$3x = 90^\circ - 21^\circ$

$x = 23^\circ$

**Solⁿ 4.** $5y + 62^\circ + 22^\circ + y = 180^\circ$

$6y = 180^\circ - 84^\circ$

$y = 16^\circ$

**Solⁿ 5.** सम्पूरक कोण के लिए

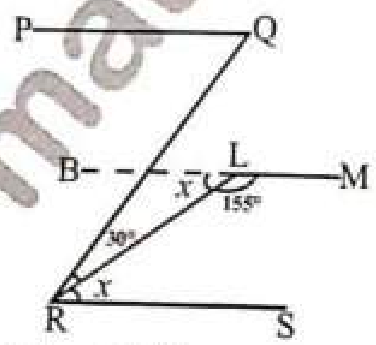
$13x + 5x = 180^\circ$

$18x = 180^\circ$

$x = 10^\circ$

बड़ा कोण $= 13 \times 10 = 130^\circ$

**Solⁿ 6.**

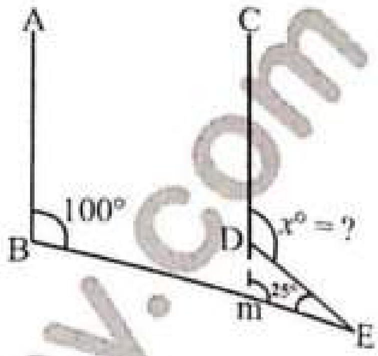



$\angle BLR = \angle SRL$

$\angle BLR = 180^\circ - 155^\circ = 25^\circ$

$\angle SRL = x = 25^\circ$

**Solⁿ 7.**




$\angle ABE = \angle CME = 100^\circ$

और $\angle CDE = (\angle CME + \angle DEM)$

($\because$ बाह्य कोण प्रमेय से)

$\angle CDE = 100^\circ + 25^\circ = 125^\circ$

**Solⁿ 8.** माना कोण $x$ है,

तब,

$$x = \frac{1}{5}(180^\circ - x)$$

$$x = 30^\circ$$

**Solⁿ 9.** माना कोण $x$ है,

तब,

$$x + x = 90^\circ$$

$$x = 45^\circ$$

**Solⁿ 10.** माना कोण $x$ है,

तब,

$\Rightarrow x + x = 180^\circ$

$\Rightarrow x = 90^\circ$

**Solⁿ 11.** $\angle COF = \angle DOE = 2x$

$\angle FOB = \angle AOE = 5x$

$\angle COA = \angle DOB = 3x$

तब,

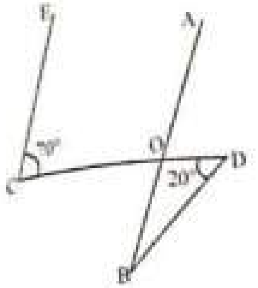
mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

$\Rightarrow 2(2x+3x+5x)=360^\circ$

$10x=180^\circ\ x=18^\circ$

Sol^n 12.




EC || AB

$\Rightarrow \angle ECO \quad \angle AOD = 70^\circ$

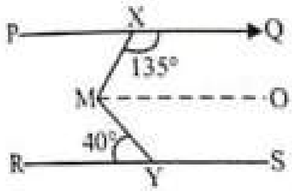
$\angle ECO \quad \angle AOD$ (संगत कोण)

$\angle AOD = \angle OBD + ODB$

$\angle OBD = 70^\circ - 20^\circ = 50^\circ$

Sol^n 13. PQ || RS, $\angle MXQ = 135^\circ$

$\angle MYR = 40^\circ$




$\angle OMY = \angle RYM = 40^\circ$

$\angle MXQ + \angle MXP = 180^\circ$

तब,

$\angle MXP = 180^\circ - 135^\circ = 45^\circ$

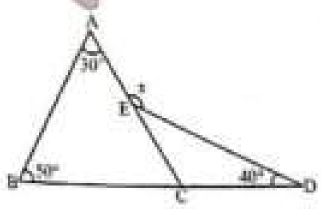
AND

$\angle MXP = \angle XMO = 45^\circ$ व

$\angle XMY = \angle XMO + \angle OMY = 45^\circ + 40^\circ$

$= 85^\circ$

Sol^n 14.




$\angle ACD = 30^\circ + 50^\circ = 80^\circ$

$\angle AED = \angle ACD + \angle EDC$

$= 80^\circ + 40^\circ = 120^\circ$

Sol^n 15. $\angle ABC = 180^\circ - 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$

$\angle EDB = 180^\circ - 100^\circ - 50^\circ = 30^\circ$

Sol^n 16. $y + 90^\circ + 2x + 3x + 105^\circ = 360^\circ$

$5x + y = 360^\circ - 195^\circ$

$5x + y = 165^\circ$ ..........(i)

और $2x + y + 90^\circ = 180^\circ$

$2x + y = 90^\circ$ ..........(ii)

समीकरण (i) और (ii) से

$x = 25^\circ$

$y = 40^\circ$

$x + y = 25^\circ + 40^\circ = 65^\circ$

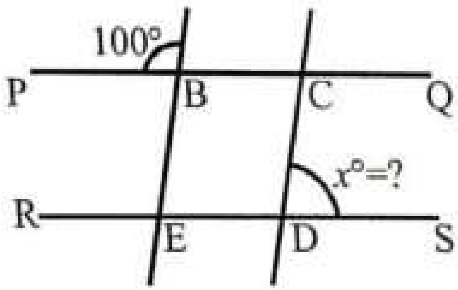
Sol^n 17. $\angle FGC = \angle CHI = 80^\circ$

Sol^n 18. AB || CD || EF || GH

$$\frac{CE}{AG} = \frac{DF}{BH}$$

$$\Rightarrow DF = \frac{30}{120} \times 100 = 25 \text{ सेमी}$$

Sol^n 19.




$\angle ABP = \angle CBE = \angle CDE = 100^\circ$

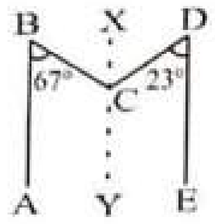
$\angle CDS = 180^\circ - \angle CDE$

$= 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

**Solⁿ 20.**




एक समान्तर रेखा इस प्रकार खींची,

$XY \parallel AB \parallel DE$

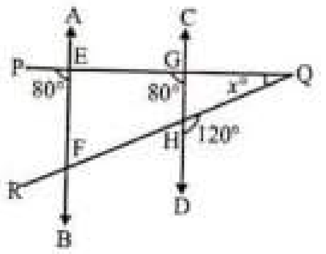
$\angle XCB = \angle ABC = 67^\circ$

$\angle XCD = \angle CDE = 23^\circ$

$\angle BCD = \angle BCX + \angle DCX$

$= 67^\circ + 23^\circ = 90^\circ$

**Solⁿ 21.**



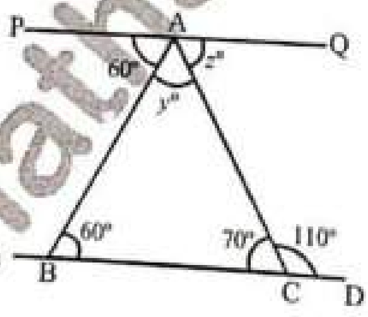

$\angle PEF = \angle PGD = 80^\circ$

$\angle HGQ = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$

$\angle GQH = 120^\circ - 100^\circ = 20^\circ$

(बाह्य कोण प्रमेय से)

**Solⁿ 22.**

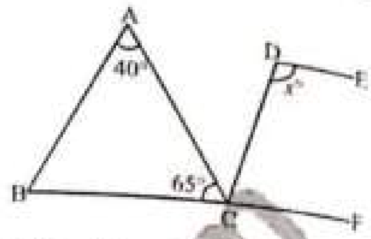



$\angle BAC = 180^\circ - 60^\circ - 70^\circ = 50^\circ$

**Solⁿ 23.** $\angle ABE = \angle CEF = 70^\circ$

$\angle EDF = 70^\circ - 20^\circ = 50^\circ$

**Solⁿ 24.**




$AB \parallel CD$ और $DE \parallel BF$

$\angle ABC = \angle DCF = 180^\circ - 40^\circ - 65^\circ = 75^\circ$

$\angle EDC + \angle DCF = 180^\circ$

$\angle EDC = 180^\circ - 75^\circ = 105^\circ$

**Solⁿ 25.** $\angle PEA = \angle POC = 34^\circ$

$\therefore 34^\circ + x + 78^\circ = 180^\circ$

$x = 68^\circ$

**Solⁿ 26.** $x + y = 180^\circ$ ...(i)

$x - y = 34^\circ$ ...(ii)

समीकरण (i) व (ii) से हम पाते हैं कि

$x = 107^\circ$

$y = 73^\circ$

**Solⁿ 27.** माना कोण $= x^\circ$

प्रश्नानुसार,

$x = 5(90^\circ - x)$

$6x = 5 \times 90^\circ$

$x = 75^\circ$

**Solⁿ 28.** माना कोण $= x^\circ$

प्रश्नानुसार

$x = \frac{1}{3}(180^\circ - x)$

$x = 45^\circ$

**Solⁿ 29.** $2x + 3x = 180^\circ$

$x = 36^\circ$

छोटा कोण $= 72^\circ$

**Solⁿ 30.** $3x + 3x + x + 150^\circ = 368^\circ$

$x = 30^\circ$

**Solⁿ 31.** $x^\circ = z^\circ = 45^\circ$

$y^\circ = 180^\circ - x^\circ = 135^\circ$

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

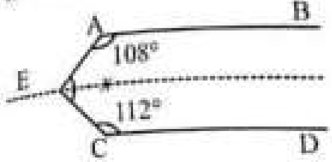
Solⁿ 32. $y = 25^\circ$ (शीर्षाभिमुख कोण)

Solⁿ 33. $\angle 1 = 55^\circ$ (एकान्तर कोण)

Solⁿ 34. $x = 360^\circ - (45^\circ + 30^\circ)$

$x = 285^\circ$

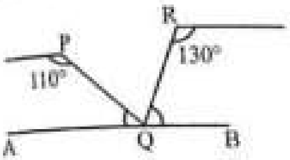
Solⁿ 35.




$108^\circ + x^\circ + 112^\circ = 360^\circ$

$x = 360^\circ - 220^\circ = 140^\circ$

Solⁿ 36.




OP||RS

$\angle PQA = 70^\circ$

$\angle RQB = 50^\circ$

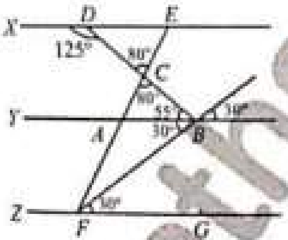
$\angle PQR = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$

Solⁿ 37. $\angle z = 90^\circ - 55^\circ = 35^\circ$

Solⁿ 38. $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 + \angle 5 = 180^\circ$

Solⁿ 39. प्रश्न 36 की तरह

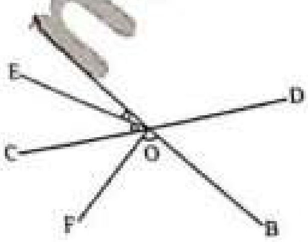
Solⁿ 40.




$\angle DBY = 180^\circ - 125^\circ = 55^\circ$

$\angle AFB = 180^\circ - 80^\circ - 55^\circ - 30^\circ = 15^\circ$

Solⁿ 41.




$\angle BOC = 130^\circ$

$\angle COF = \frac{130^\circ}{2} = 65^\circ$

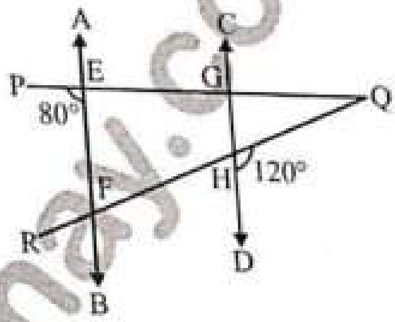
$\angle FOC = \frac{50^\circ}{2} = 25^\circ$

$\angle FOE = 65^\circ + 25^\circ = 90^\circ$

Solⁿ 42. $\angle DCE = 115^\circ - 70^\circ = 45^\circ$

और $\angle AEB = 180^\circ - 115^\circ = 65^\circ$

Solⁿ 43.




$\angle PEF = \angle EGH = 80^\circ$

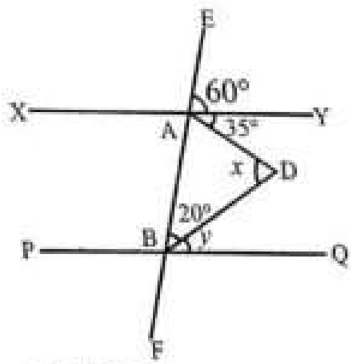
$\angle GHQ = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$

$\angle PQR = 80^\circ - 60^\circ = 20^\circ$

Solⁿ 44. $\angle ABO + \angle BOD + \angle ODC = 360^\circ$

$\angle ODC = 360^\circ - 118^\circ - 152^\circ = 90^\circ$

Solⁿ 45.




XY||PQ

$\angle BAD = 180^\circ - 60^\circ - 35^\circ = 85^\circ$

$\Delta ADB$ में,

$\angle BAD + \angle ADB + \angle ABD = 180^\circ$

$85^\circ + x^\circ + 20^\circ = 180^\circ$

$x = 75^\circ$

$\angle EAY = \angle EBQ = 60^\circ$

$\angle EBQ = 20^\circ + y^\circ = 60^\circ$

$y^\circ = 40^\circ$

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

# प्रश्नावली-त्रिभुज

1. यदि किसी त्रिभुज की माध्यिकायें बराबर हैं तो त्रिभुज होगा-
(a) समकोण (b) समद्विबाहु
(c) समबाहु (d) विषमबाहु

2. एक त्रिभुज का अन्तःकेन्द्र ज्ञात किया जा सकता है-
(a) माध्यिकाओं के द्वारा (b) कोण-अर्द्धकों के द्वारा
(c) लम्ब समद्विभाजकों के द्वारा
(d) लम्ब (ऊँचाई) के द्वारा

3. एक त्रिभुज का परिकेन्द्र ज्ञात किया जा सकता है-
(a) माध्यिकाओं से (b) कोण-अर्द्धकों से
(c) लम्ब-समद्विभाजकों से
(d) लम्ब (ऊँचाई) से

4. एक त्रिभुज के कोण समद्विभाजको का कटान बिन्दु होता है-
(a) लम्ब केन्द्र (b) केन्द्रक
(c) अन्तः केन्द्र (d) परिवृत्त

5. $\Delta ABC$ में AC=5 सेमी। AE की लम्बाई ज्ञात करो जहाँ DE||BC। दिया है AD=3 सेमी तथा BD=7 सेमी
(a) 2 सेमी (b) 1 सेमी
(c) 1.5 सेमी (d) 2.5 सेमी

6. यदि $\Delta ABC$ में O परिकेन्द्र है तथा $\angle OBC=35^\circ$ है $\angle BAC$ ज्ञात करो।
(a) $55^\circ$ (b) $110^\circ$
(c) $70^\circ$ (d) $35^\circ$

7. $\Delta ABC$ में यदि G केन्द्रक है और AD, BE, CF तीन माध्यिकाएँ हैं। $\Delta ABC$ का क्षेत्रफल 72 सेमी$^2$ है तो $\Delta BDG$ का क्षेत्रफल क्या होगा?
(a) 12 सेमी$^2$ (b) 16 सेमी$^2$
(c) 24 सेमी$^2$ (d) 8 सेमी$^2$

8. $\Delta ABC$ की तीन माध्यिकाएँ AD, BE, CF बिन्दु G पर काटती है। यदि $\Delta ABC$ का क्षेत्रफल 60 वर्ग सेमी है तब चतुर्भुज BDGF का क्षेत्रफल क्या होगा?
(a) 10 सेमी$^2$ (b) 15 सेमी$^2$
(c) 20 सेमी$^2$ (d) 30 सेमी$^2$

9. $\Delta ABC$ में, AD माध्यिका है और $AD=\frac{1}{2}BC$। यदि $\angle BAD=30^\circ$ तब $\angle ACB$ क्या होगा?
(a) $30^\circ$ (b) $60^\circ$
(c) $90^\circ$ (d) $45^\circ$

10. $\Delta ABC$ में, D और E भुजा AB और AC के मध्य बिन्दु है BC को बिन्दु P तक बढ़ाया जाता है DE, DP और EP को मिला दिया जाता है तब-
(a) $\Delta PED=\Delta BEC$ (b) $\Delta ADE=\Delta BEC$
(c) $\Delta BDE=\Delta BEC$ (d) $\Delta PED=\frac{1}{4}\Delta ABC$

11. एक समकोण त्रिभुज ABC में BD त्रिभुज ABC को दो समान परिमाप वाले त्रिभुजो में बांटती है। BD की लम्बाई ज्ञात करो। यदि है AC = 100, BC = 80, $\angle B=90^\circ$
(a) 25 (b) $24\sqrt{5}$
(c) $20\sqrt{5}$ (d) इनमें से कोई नहीं

12. यदि दो समरूप त्रिभुजो के क्षेत्रफलो का अनुपात 9 : 16 है तब उनकी भुजाओं का अनुपात होगा-
(a) 3 : 5 (b) 3 : 4
(c) 4 : 5 (d) 4 : 3

13. $\Delta ABC$ की दो माध्यिकाएँ AD और BE बिन्दु G पर समकोण पर काटती है। यदि AD = 9 सेमी और BE = 6 सेमी तब BD की लम्बाई सेमी में क्या होगी?
(a) 10 (b) 6
(c) 5 (d) 3

14. $\Delta ABC$ में PQ भुजा BC के समानान्तर है। यदि AP:PB = 1:2 है और AQ = 3 सेमी तब AC का मान होगा-
(a) 6 सेमी (b) 9 सेमी
(c) 12 सेमी (d) 8 सेमी

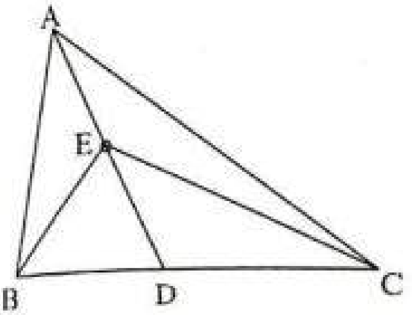
mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

15. एक $\Delta ABC$ में O अन्तःकेन्द्र है और बिन्दु D भुजा BC पर एक बिन्दु इस प्रकार है कि $OD \perp BC$ यदि $\angle BOD = 15°$ तब $\angle ABC = ?$

(a) 75°  (b) 45°
(c) 150°  (d) 90°

16. $\Delta ABC$ के शीर्ष A से भुजा BC पर बिन्दु D को मिलाया जाता है। यदि E भुजा AD का मध्य बिन्दु है तब $\Delta BEC$ का क्षेत्रफल क्या होगा?




(a) $\frac{1}{2}$ क्षेत्रफल ($\Delta ABC$)

(b) $\frac{1}{3}$ क्षेत्रफल ($\Delta ABC$)

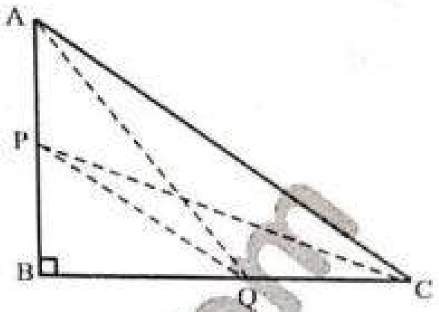
(c) $\frac{1}{4}$ क्षेत्रफल ($\Delta ABC$)

(d) $\frac{1}{6}$ क्षेत्रफल ($\Delta ABC$)

17. एक त्रिभुज PQR किसी वृत्त जिसकी त्रिज्या 8 सेमी है, के बाहर इस प्रकार बना है, कि स्पर्श बिन्दु T भुजा QR को दो रेखाखण्डों QT व TR में बाँटता है, जिनकी लम्बाइयाँ क्रमशः 14 सेमी व 16 सेमी हैं। यदि त्रिभुज PQR का क्षे. 336 सेमी$^2$ ह तो भुजा PQ व PR की माप बताओ।

(a) 26, 28  (b) 18, 26
(c) 24, 26  (d) 20, 22

18. समकोण $\Delta ABC$, कोण B पर समकोण है, यदि P व Q बिन्दु क्रमशः भुजा AB व AC पर हैं, तब




(a) $AQ^2 + CP^2 = (AC^2 + PQ^2)$

(b) $2(AQ^2 + CP^2) = AC^2 + PQ^2$

(c) $AQ^2 + CP^2 = AC^2 + PQ^2$

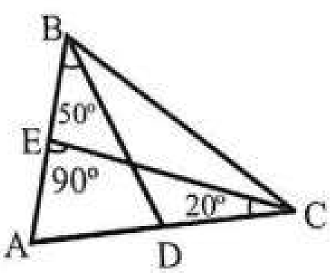
(d) $AQ + CP = \frac{1}{2}(AC + PQ)$

19. त्रिभुज ABC में B व C पर बने बाह्य कोणों का योग होगा।

(a) $180° + \angle BAC$  (b) $180° - \frac{1}{2}\angle BAC$

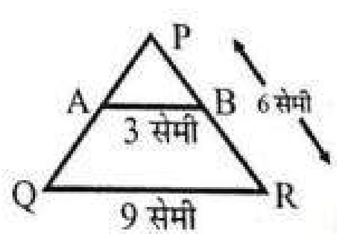
(c) $180° + \frac{1}{2}\angle BAC$  (d) $180° + 2\angle BAC$

20. दिये गये चित्र में $CE \perp AB$, $\angle ACE = 20°$ तथा $\angle ABD = 50°$, तो $\angle BDA$ का मान होगा।




(a) 50°  (b) 60°
(c) 70°  (d) 80°

21. दिये गये चित्र में $AB \parallel QR$ तो PB की लम्बाई क्या होगी।




mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

(a) 2 सेमी (b) 3 सेमी

(c) 2.5 सेमी (d) 4 सेमी

**22.** $\Delta$ ABC का क्षेत्रफल = 30 सेमी$^2$ है, तथा D व E, क्रमश: BC व AC के मध्य बिन्दु है, तो $\Delta$ BDE का क्षेत्रफल होगा।

(a) 10 सेमी$^2$ (b) 7.5 सेमी$^2$

(c) 15 सेमी$^2$ (d) 30 सेमी$^2$

**23.** $\Delta$ ABC में P व Q क्रमश: भुजा AB व AC के मध्य बिन्दु हैं, तथा रेखाखण्ड PQ पर R कोई बिन्दु इस प्रकार है, कि PR : RQ = 1 : 2 यदि PR = 2 सेमी तो BC = ?

(a) 4 सेमी (b) 2 सेमी

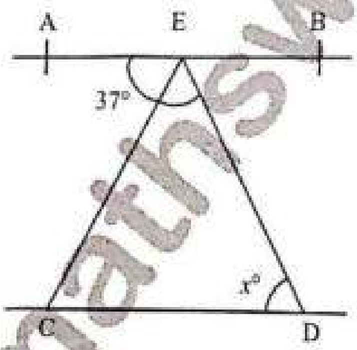
(c) 12 सेमी (d) 6 सेमी

**24.** समबाहु त्रिभुज के अन्दर बने अन्त:वृत्त की त्रिज्या 3 सेमी है, तो त्रिभुज की प्रत्येक माध्यिका की लम्बाई क्या होगी।

(a) 12 सेमी (b) $\frac{9}{2}$ सेमी

(c) 4 सेमी (d) 9 सेमी

**25.** यदि AB || CD तथा CE $\perp$ ED तो $x^\circ$ का मान बताओ।




(a) 53° (b) 63°

(c) 37° (d) 45°

**26.** आयत ABCD की एक भुजा AB का बिन्दुओं X, Y, तथा Z द्वारा चार बराबर भागों में बाँटा गया है, तो $\frac{\Delta XYD \text{ का क्षे.}}{\text{आयत ABCD का क्षे.}}$ का अनुपात होगा।

(a) 1/7 (b) 1/6

(c) 1/9 (d) 1/8

**27.** त्रिभुज के दो कोणों का रेडियन मान 1/2 व 1/3 है, तो तीसरे कोण का मान डिग्री में होगा। $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$

(a) $132\frac{1}{11}^\circ$ (b) $32\frac{2}{11}^\circ$

(c) $132\frac{3}{11}^\circ$ (d) 132°

**28.** $\Delta$ ABD इस प्रकार है, कि $\angle$ ADB = 20° तथा BD पर कोई बिन्दु C इस प्रकार है, कि AB = AC तथा CD = CA तो कोण $\angle$ ABC का मान ज्ञात कीजिए।

(a) 40° (b) 45°

(c) 60° (d) 30°

**29.** त्रिभुज की दो भुजाओं की लम्बाई 4 सेमी व 10 सेमी है, यदि तीसरी भुजा की लम्बाई $a$ सेमी हो तो:

(a) $a < 6$ (b) $6 < a < 14$

(c) $a > 5$ (d) $6 \le a \le 12$

**30.** $\Delta$ ABC की भुजा BC को बिन्दु D तक बढ़ाया गया। यदि $\angle$ ACD = 120° तथा $\angle B = \frac{1}{2} \angle A$ का मान बताओ।

(a) 108° (b) 80°

(c) 36° (d) 72°

**31.** O, त्रिभुज ABC का परिकेन्द्र है, तथा परिवृत्त की त्रिज्या 13 सेमी है। माना BC = 24 सेमी तथा OD, BC पर लम्ब है, तो OD की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

(a) 3 (b) 4

(c) 5 (d) 7

**32.** त्रिभुज के प्रत्येक कोण का मान 15° कम करने पर कोणों का अनुपात 2 : 3 : 5 है, तो बड़े कोण का मान

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

रेडियन में ज्ञात कीजिए।

(a) $\frac{11\pi}{24}$ (b) $\frac{\pi}{24}$

(c) $\frac{5\pi}{24}$ (d) $\frac{7\pi}{12}$

33. समकोण त्रिभुज ABC में कोण $\angle B$ समकोण है, तथा $AC = 2\sqrt{5}$ सेमी यदि $AB - BC = 2$ सेमी तो $(\cos^2 A - \cos^2 C)$ का मान ज्ञात कीजिए।

(a) $\frac{3}{5}$ (b) $\frac{6}{5}$

(c) $\frac{3}{10}$ (d) $\frac{2}{5}$

34. दो समरूप त्रिभुजो $\Delta ABC$ व $\Delta PQR$ का परिमाप क्रमशः 36 सेमी व 24 सेमी है, यदि $PQ = 10$ तो AB का मान बताओ।

(a) 10 (b) 15

(c) 20 (d) 25

35. $\Delta ABC$ व $\Delta DEF$ समरूप त्रिभुज हैं, तथा उनके क्षेत्रफल क्रमशः 64 सेमी$^2$ व 121 सेमी$^2$ हैं यदि $EF = 15.4$ सेमी तो BC का मान होगा।

(a) 11.2 (b) 12.1

(c) 11.0 (d) 12.3

36. $\Delta ABC$ में, कोण $\angle A$ समकोण है, तथा AD, भुजा BC पर लम्ब है। यदि $AD = 4$ सेमी, $BC = 12$ सेमी तो $(\cot B + \cot C)$ का मान होगा।

(a) 4 (b) $\frac{3}{2}$

(c) 6 (d) 3

37. $\Delta ABC$ में, AD, शीर्ष A से भुजा BC पर डाला गया लम्ब है। यदि $AD^2 = BD.CD$ तो $\angle BAC$ का मान होगा।

(a) 60° (b) 90°

(c) 30° (d) 45°

38. समकोण त्रिभुज ABC में, $AB = 2.5$ सेमी, $\cos B = 0.5$, $\angle ACB = 90°$ तो भुजा AC की लम्बाई सेमी में होगी।

(a) $\frac{5}{4}\sqrt{3}$ (b) $\frac{5}{16}\sqrt{3}$

(c) $5\sqrt{3}$ (d) $\frac{5}{2}\sqrt{3}$

39. $\Delta ABC$ में, D, E व F क्रमशः भुजा AB, BC व CA के मध्य बिन्दु हैं तथा $\angle B = 90°$, $AB = 6$ सेमी, $BC = 8$ सेमी, तो $\Delta DEF$ का क्षेत्रफल (सेमी$^2$ में) होगा।

(a) 6 (b) 12

(c) 24 (d) 28

40. त्रिभुज ABC में कोण B व C क्रमशः कोण A के 1.5 तथा 2.5 गुने हैं तो कोण B का मान होगा।

(a) 48° (b) 72°

(c) 36° (d) 54°

41. त्रिभुज ABC में $AB = 12$ सेमी, $\angle B = 60°$ तथा A से डाला गया लम्ब BC को D पर मिलता है। $\angle ABC$ का अर्द्धक AD को E पर मिलता है, तो E, AD को किस अनुपात में विभाजित करेगा।

(a) 1 : 1 (b) 2 : 1

(c) 3 : 1 (d) 6 : 1

42. यदि P परिमाप को तथा S त्रिभुज के शीर्षो से त्रिभुज के अन्दर किसी बिन्दु की दूरियों के योग को निरुपित करता है, तब:

(a) $S < P$ (b) $S \le P$

(c) $P < S$ (d) $P < 2S$

43. एक त्रिभुज जिसकी भुजाऐं 12 सेमी, 16 सेमी व 20 सेमी है, तो इस त्रिभुज के परिवृत्त की त्रिज्या होगी।

(a) 15 सेमी (b) 10 सेमी

(c) 18 सेमी (d) 16 सेमी

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

44. यदि BE व CD, त्रिभुज ABC की दो माध्यिकाएँ हैं, जो एक-दूसरे को G पर प्रतिच्छेद करती है, तथा EF, AG को O पर काटती है, तो AO : OG का मान होगा।

(a) 1:1 (b) 1:2
(c) 2:1 (d) 3:1

45. O व C क्रमशः न्यूनकोण त्रिभुज PQR के लम्बकेंद्र व परिकेंद्र हैं। बिन्दु P व Q को जोड़ा गया तथा आगे बढ़ाने पर भुजा QR से S पर मिलता है। यदि $\angle PQS = 60°$ तथा $\angle QCR = 130°$ तो $\angle RPS = ?$

(a) 30° (b) 35°
(c) 100° (d) 60°

46. त्रिभुज ABC की भुजा AC पर कोई बिन्दु D है, यदि P, Q, X व Y क्रमशः भुजा AB, BC, AD तथा DC के मध्य बिन्दु हैं, तो PX व QY का अनुपात क्या होगा।

(a) 1:2 (b) 1:1
(c) 2:1 (d) 2:3

47. $\Delta$ ABC में, DE||BC तथा DE : BC = 3 : 5 तो, ($\Delta$ ADE) का क्षेत्रफल (समलम्ब BDEC) का क्षेत्रफल का अनुपात होगा।

(a) 3:2 (b) 3:5
(c) 9:25 (d) 9:16

48. ABCD एक वर्ग है। BCE व ACF समबाहु त्रिभुज हैं, जो क्रमशः भुजा BC व विकर्ण AC पर बने हैं, तो ($\Delta$ BCE) का क्षे. ($\Delta$ ACF) का क्षेत्रफल का अनुपात होगा।

(a) 1:2 (b) 2:1
(c) 4:1 (d) 1:4

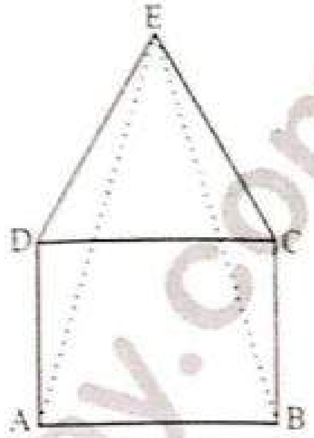
49. यदि त्रिभुज  का एक कोण 108° है, तो दो न्यूनकोणों के आन्तरिक कोण अर्द्धकों के मध्य बने कोण का मान होगा।

(a) 144° (b) 54°
(c) 72° (d) 136°

50. $\Delta$ ABC, कोण A पर समकोण है, AB = 3 इकाई, AC = 4 इकाई तथा AD, BC पर लम्ब है, तो $\Delta$ ADB का क्षेत्रफल होगा।

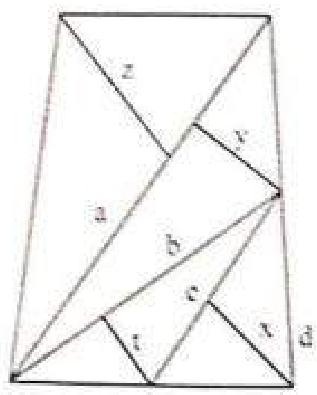
(a) $\frac{9}{25}$ वर्ग इकाई (b) $\frac{54}{25}$ वर्ग इकाई
(c) $\frac{72}{25}$ वर्ग इकाई (d) $\frac{96}{25}$ वर्ग इकाई

51. दिये गये चित्र में यदि ABCD एक वर्ग तथा DCE समबाहु त्रिभुज है, तो $\angle DAE$ का मान होगा।




(a) 45° (b) 30°
(c) 15° (d) $22\frac{1}{2}$

52. एक सर्वेक्षक अपने खेत में कुछ प्लॉट बनाता है जो चित्र में दर्शाया गया है, तो प्लॉट का क्षेत्रफल होगा




(a) $\frac{1}{2}(az + by + ct + dx)$

(b) $\frac{1}{2}(bt + cx + ay + az)$

(c) $\frac{1}{2}(cx + bt + by + az)$

(d) $\frac{1}{2}(b + t)(c + x) + \frac{1}{2}(a + b)(y + z)$

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

53. त्रिभुज ABC में, बिन्दु D, E व F क्रमशः भुजाओं AB, BC व CA के मध्य बिन्दु है। यदि $\angle BAC = 70^\circ$ तो $\angle DEF$ का मान होगा।

(a) $130^\circ$ (b) $70^\circ$

(c) $60^\circ$ (d) $50^\circ$

54. $\Delta ABC$ में बिन्दु D व E क्रमशः भुजाओं AB व AC पर इस प्रकार हैं कि $DE \parallel BC$ तथा DE, $\Delta ABC$ का दो बराबर क्षेत्रफल वाले भागों में बाँटती है, तो AD व BD का अनुपात होगा।

(a) $1:\sqrt{2}$ (b) $1:\sqrt{2}+1$

(c) $1:1$ (d) $1:\sqrt{2}-1$

55. O, $\Delta ABC$ के अन्दर कोई बिन्दु है। $\angle AOB$, $\angle BOC$ व $\angle COA$ के कोण अर्द्धक भुजाओं AB, BC व CA पर क्रमशः D, E व F बिन्दुओं पर मिलते हैं। तो $AD \times BE \times CF$ का मान होगा।

(a) DB.EC.FA (b) DB.AC.FA

(c) AB.EC.FA (d) DB.EC.AC

56. $\Delta ABC$ में, AD एक माध्यिका है। $\angle ADB$ व $\angle ADC$ के कोण अर्द्धक, AB व AC से क्रमशः E व F बिन्दुओं पर मिलते हैं यदि $AE:BE = 3:4$, तो EF:BC का मान होगा।

(a) 3 : 4 (b) 4 : 3

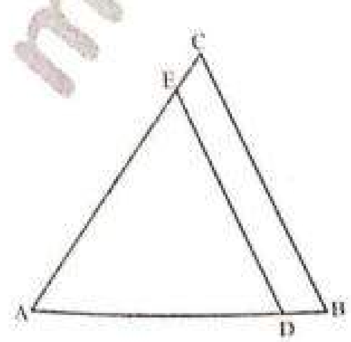
(c) 7 : 3 (d) 3 : 7

57. समबाहु त्रिभुज ABC में, यदि $AD \perp BC$ तो निम्न में से कौन सा कथन सत्य है।

(a) $2AB^2 = 3AD^2$ (b) $3AB^2 = 4AD^2$

(c) $5AB^2 = 6AD^2$ (d) $4AB^2 = 5AD^2$

58.




ऊपर दिये गये चित्र में, $DE \parallel BC$, $AD = x$, $AE = x+2$, $DB = x-2$ तथा $EC = x-1$ तो x का मान होगा।

(a) 3 (b) 4

(c) −3 (d) −4

59. ABC एक समबाहु त्रिभुज है, P व Q दो बिन्दु $\overline{AB}$ व $\overline{AC}$ पर इस प्रकार है कि $\overline{PQ} \parallel \overline{BC}$ यदि $\overline{PQ} = 5$ सेमी तो $\Delta APQ$ का क्षेत्रफल होगा।

(a) 25 सेमी$^2$ (b) $\frac{25\sqrt{3}}{4}$ सेमी$^2$

(c) $\frac{25}{\sqrt{3}}$ सेमी$^2$ (d) $25\sqrt{3}$ सेमी$^2$

60. $\Delta PQR$, कोण Q पर समकोण है, PR = 5 सेमी, QR = 4 सेमी, यदि दूसरे $\Delta ABC$ की भुजाएं 3 सेमी, 4 सेमी व 5 सेमी हैं, तो निम्न में से कौन-सा सत्य है।

(a) $\Delta PQR$ का क्षेत्रफल, $\Delta ABC$ का दोगुना है।

(b) $\Delta ABC$ का क्षेत्रफल, $\Delta PQR$ का दोगुना है।

(c) $\angle B = \frac{\angle Q}{2}$

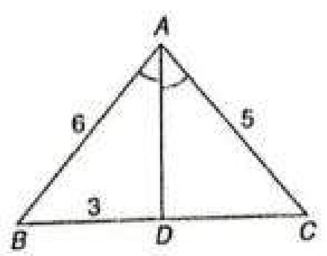
(d) दोनों त्रिभुज समरूप हैं।

61. $\Delta ABC$ व $\Delta DEF$ में दिया गया है कि AB = 5 सेमी, BC = 4 सेमी, CA = 4.2 सेमी, DE = 10 सेमी, EF = 8 सेमी तथा FD = 8.4 सेमी यदि AL, BC पर लम्ब है, तथा DM, EF पर लम्ब है, तो AL व DM का अनुपात होगा।

(a) 1/2 (b) 1/3

(c) 1/4 (d) 1

62. दिये गये चित्र में AD, $\angle BAC$ का कोण अर्द्धक है, AB = 6 सेमी, तथा BD = 3 सेमी तो DC का मान बताओ।

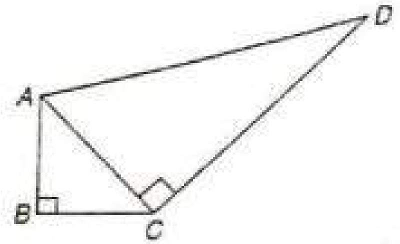



mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

(a) 11.3 सेमी (b) 2.5 सेमी
(c) 3.5 सेमी (d) 4 सेमी

**63.** दिये गये चित्र में ΔABC व ΔACD समकोण त्रिभुज हैं, तथा AB = $x$ सेमी, BC = $y$ सेमी, CD = $z$ सेमी तथा $x.y = z$ तथा $x, y$ व $z$ का मान न्यूनतम पूर्णांक संख्या है, तो ABCD का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

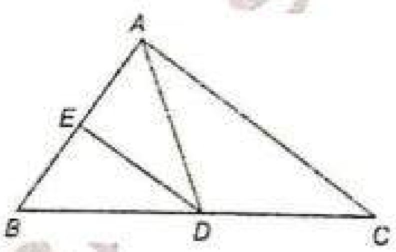



(a) 36 सेमी² (b) 64 सेमी²
(c) 24 सेमी² (d) 25 सेमी²

**64.** त्रिभुज ABC की भुजाओं AB व AC पर दो बिन्दु D व E इस प्रकार हैं, कि AD=$\frac{1}{3}$AB , AE=$\frac{1}{3}$AC ,यदि BC की लम्बाई 15 सेमी है, तो DE की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

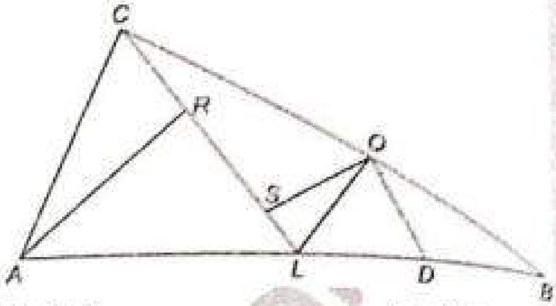
(a) 10 सेमी (b) 8 सेमी
(c) 6 सेमी (d) 5 सेमी

**65.** दिये गये चित्र में ABC एक त्रिभुज है, जिसमें AD व DE दो माध्यिकाऐं क्रमश: भुजाऐं BC व AB पर खींची गई हैं। तो ΔBED व ΔABC के क्षेत्रफलों का अनुपात क्या होगा।



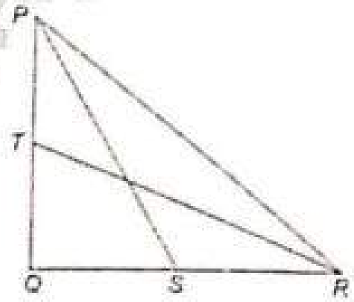

(a) 1 : 4 (b) 1 : 16
(c) आँकड़े अधूरे हैं। (d) इसमें से कोई नहीं

**66.** नीचे दिये गये चित्र (जो पैमाने द्वारा नहीं बना है) L, AB पर कोई बिन्दु इस प्रकार है, कि AL:LB=4:3.LQ, AC के समान्तर तथा QD, CL के समान्तर है। ΔARC में ∠ARC = 90° तो AL:LD का अनुपात ज्ञात करो।




(a) 3 : 7 (b) 4 : 3
(c) 7 : 3 (d) 8 : 3

**67.** नीचे दिये गये चित्र में PS व RT माध्यिकाऐं हैं, जिनमें प्रत्येक की लम्बाई 4 सेमी है। त्रिभुज PQR, कोण Q पर समकोण है, तो त्रिभुज PQR का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।




(a) 5.2 (b) 6.4
(c) 6.2 (d) 7.2

**68.** ΔABC एक समकोण त्रिभुज है, AB = 6 सेमी, BC= 8 सेमी और AC = 10 सेमी तो अन्त:वृत्त की त्रिज्या क्या होगी।

(a) 1 सेमी (b) 2 सेमी
(c) 3 सेमी (d) 4 सेमी

**69.** एक समकोण त्रिभुज जिसका कर्ण $P$ सेमी तथा एक भुजा $q$ सेमी है, यदि $p-q=1$, तो त्रिभुज की तीसरी भुजा ज्ञात कीजिए।

(a) $\sqrt{2q+1}$ सेमी (b) $\sqrt{2p+1}$
(c) $\sqrt{p^2+q^2}$ (d) इनमें से कोई नहीं

**70.** ABC एक समकोण समद्विबाहु त्रिभुज है, जो कोण B पर समकोण है, समरूप त्रिभुज ACD व ABE क्रमश: भुजा AC व AB पर बनाये गये हैं, तो ΔABE व ΔACD के क्षेत्रफलों का अनुपात क्या होगा?.

(a) 1 : 2 (b) 2 : 1
(c) 1 : 4 (d) 4 : 1

Scanned by CamScanner

71. ABC एक त्रिभुज है, जो कोण C पर समकोण है, तथा त्रिभुज के शीर्ष A, B, व C के सम्मुख भुजाओं की लम्बाइयाँ क्रमशः $u$ इकाई, $v$ इकाई, w इकाई है, तो tanA+tanB का मान ज्ञात कीजिए।

(a) $\frac{u^2}{(vw)}$ (b) 1

(c) $u+v$ (d) $\frac{w^2}{(uv)}$

72. ΔABC में, ∠B = 90°, AB = 5 सेमी, BC = 12 सेमी यदि Q केन्द्रक है, तो BQ का मान बताओ।

(a) $3\frac{1}{2}$ सेमी (b) $4\frac{1}{3}$ सेमी

(c) $4\frac{1}{2}$ सेमी (d) $5\frac{1}{2}$ सेमी

73. त्रिभुज ABC में, भुजा AB व AC की लम्बाई क्रमशः 17.5 सेमी व 9 सेमी है। तथा रेखाखण्ड BC पर बिन्दु D इस प्रकार है, कि AD, BC पर लम्ब हैं यदि AD = 3सेमी तो त्रिभुज ABC के परिवृत्त की त्रिज्या (सेमी में) क्या होगी।

(a) 27.85 (b) 32.25

(c) 26.25 (d) 22.45

74. ΔPQR में भुजा PR व PQ पर क्रमशः बिन्दु S व T इस प्रकार हैं कि ∠PQR = ∠PST यदि PT = 5 सेमी, PS = 3 सेमी तथा TQ = 3 सेमी तो SR की लम्बाई ज्ञात कीजिऐ।

(a) 5 सेमी (b) 6 सेमी

(c) $\frac{31}{3}$ सेमी (d) $\frac{41}{3}$ सेमी

75. किसी त्रिभुज की भुजाएं गुणोत्तर श्रेणी में हैं, तथा उनका सार्वनुपात $r<1$ है। यदि त्रिभुज समकोण त्रिभुज हो तो $r^2$ का मान होगा।

(a) $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$ (b) $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$

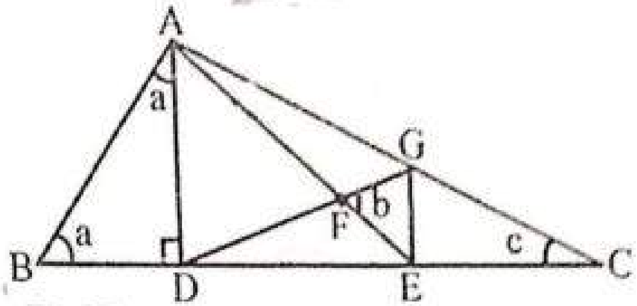
(c) $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$ (d) $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$

76. ABC एक त्रिभुज है, जिसमें AB = AC माना BC को D तक बढ़ाया जाता है, कि EF, AB के समान्तर है, इस प्रकार एक चतुर्भुज ECDF बनता है। यदि ∠ABC = 65° तथा ∠EFD = 50° तो ∠FDC का मान ज्ञात कीजिए।

(a) 43° (b) 41°

(c) 37° (d) 65°

77. ΔABC में (जो पैमाना द्वारा नहीं बना है) AD = AG = GC तथा FD = FG तो $a+b+c$ का मान ज्ञात करो।




(a) 210° (b) 165°

(c) 135° (d) 175°

78. त्रिभुज PQR में, PS, भुजा QR पर खींची गई एक माध्यिका है, PS की लम्बाई ज्ञात कीजिए यदि PQ = PR = 5 सेमी तथा QR = 4 सेमी

(a) $\sqrt{21}$ सेमी (b) $\sqrt{19}$ सेमी

(c) $\sqrt{30}$ सेमी (d) इनमें से कोई नहीं

79. त्रिभुज ABC में, ∠BAC का कोण-अर्द्धक, भुजा BC को D पर प्रतिच्छेदित करता है, तथा ΔABC के परिवृत्त को बिन्दु E पर काटता है, तथा AB.AC + DE.AE =

(a) $AD^2$ (b) $AE^2$

(c) $CE^2$ (d) $CD^2$

80. एक समबाहु त्रिभुज की प्रत्येक भुजा $14\sqrt{3}$ सेमी है, तो f=kq dsv U%Ükd k{ks=Q (1 eh) में होगा।

(a) 450 (b) 308

(c) 154 (d) 77

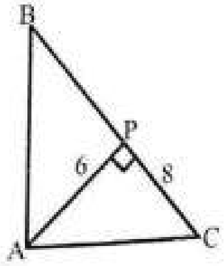
81. एक त्रिभुजाकार क्षेत्र जिसकी ऊँचाई AD $20\sqrt{2}$ सेमी है, तथा क्षेत्र को एक सीधी रेखा L जो सीधी रेखा BC के समान्तर है, के द्वारा दो बराबर क्षेत्रफल वाले भागों में बाँटा गया है। बिन्दु A से L की लम्बवत् दूरी क्या होगी?

(a) 10 सेमी (b) $10\sqrt{2}$ सेमी

(c) 15 सेमी (d) 20 सेमी

Scanned by CamScanner

**82.** दिये गये चित्र में $\angle BAC = 90^\circ$, AP = 6 सेमी, PC = 8 सेमी तथा $\angle APC = 90^\circ$ तो $\Delta ABC$ का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए (जहाँ P, BC पर कोई बिन्दु है।)




(a) 75 सेमी$^2$ (b) 240 सेमी$^2$

(c) $\frac{75}{2}$ सेमी$^2$ (d) 150 सेमी$^2$

**83.** $\Delta ABC$ में, AB = BC तथा $\angle BAC = 15^\circ$, AB = 10 सेमी तो $\Delta ABC$ का क्षेत्रफल ज्ञात करो।

(a) 50 सेमी$^2$ (b) 40 सेमी$^2$

(c) 25 सेमी$^2$ (d) 32 सेमी$^2$

**84.** $\Delta ABC$ में, G केन्द्रक है। AB = 15 सेमी, BC = 18 सेमी, तथा AC = 25 सेमी, GD का मान क्या होगा जहाँ D, भुजा BC का मध्य-बिन्दु है।

(a) $\frac{1}{2}\sqrt{86}$ सेमी (b) $\frac{1}{3}\sqrt{86}$ सेमी

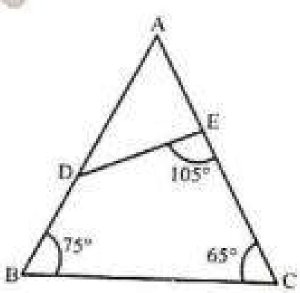
(c) $\frac{7}{3}\sqrt{86}$ सेमी (d) $\frac{2}{3}\sqrt{86}$ सेमी

**85.** $\Delta ABC$ में, $\angle B$ का अर्द्धक AC को D पर मिलता है, एक रेखा PQ||AC, AB, BC व BD से क्रमशः P, Q व R पर मिलती है, तथा AB × CQ = ?

(a) AP × BC (b) BC × AB

(c) CQ × AB (d) RQ × BA

**86.** दिये गये चित्र में यदि $\frac{DE}{BC} = \frac{2}{3}$ तथा AE = 10 सेमी तो AB का मान ज्ञात कीजिए।




(a) 16 सेमी (b) 12 सेमी

(c) 15 सेमी (d) 18 सेमी

**87.** त्रिभुज ABC एक समद्विबाहु त्रिभुज है, जिसमें AB = AC तथा $\angle A = 2\angle B$, AB = 4 सेमी तो अन्तः त्रिज्या व परि-त्रिज्या का अनुपात क्या होगा।

(a) 1 : 2 (b) $(\sqrt{2}-1):1$

(c) $1:(2\sqrt{2}+1)$ (d) इनमें से कोई नहीं

**88.** त्रिभुज ABC में भुजा BC के समान्तर एक सीधी रेखा AB व AC को क्रमशः D व E पर प्रतिच्छेद करती है, यदि AB = 2AD तो DE : BC का मान होगा।

(a) 2 : 3 (b) 1 : 2

(c) 3 : 1 (d) 1 : 3

**89.** ABC एक समद्विबाहु त्रिभुज इस प्रकार है कि AB = AC तथा AD, आधार BC पर एक माध्यिका है, यदि $\angle ABC = 35^\circ$ तो $\angle BAD$ का मान ज्ञात करो।

(a) 35° (b) 55°

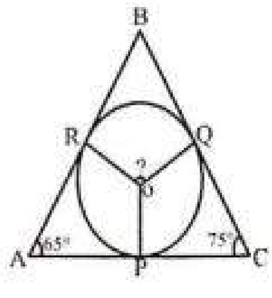
(c) 70° (d) 110°

**90.** यदि $\Delta ABC$ में बिन्दु D, E व F क्रमशः भुजाओं BC, CA व AB के मध्य बिन्दु हैं। तो त्रिभुज DEF निम्न त्रिभुज/त्रिभुजों में सर्वांगसम होगा।

(a) ABC (b) AEF

(c) BFD, CDE (d) AFE, BFD, CDE

**91.** $\Delta ABC$ में, O, अन्तः केन्द्र है, $\angle BAC = 65^\circ$ तथा $\angle BCA = 75^\circ$ तो $\angle ROQ$ का मान ज्ञात कीजिए।

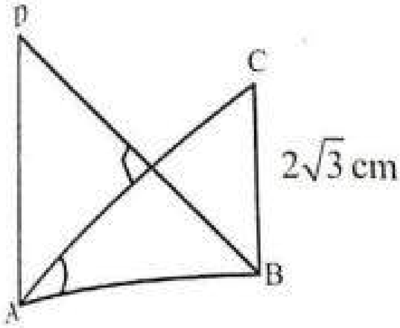



(a) 80° (b) 120°

(c) 140° (d) ज्ञात नहीं किया जा सकता।

**92.** नीचे दिये गये चित्र में ABC, कोण B पर समकोण है, तथा $\Delta ABD$ कोण A पर समकोण है, यदि BD, AC पर लम्ब है, तथा BC = $2\sqrt{3}$ सेमी, $\angle CAB = 30^\circ$ तो AD की लम्बाई क्या होगी?

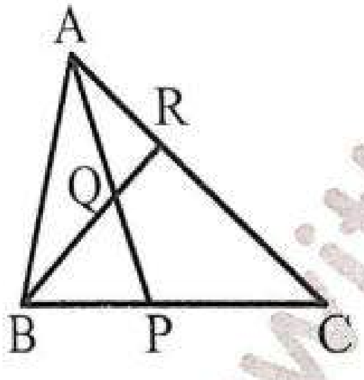
Scanned by CamScanner




(a) $5\sqrt{3}$ सेमी (b) $4\sqrt{3}$ सेमी

(c) $7\sqrt{3}$ सेमी (d) $6\sqrt{3}$ सेमी

93. चित्र में, P, BC का मध्य बिन्दु है, तथा Q, AP का मध्य बिन्दु है, यदि BQ को आगे बढ़ाया जाता है, तो वह AC से R पर मिलती है, तब $\frac{RA}{CA} = ?$




(a) $\frac{1}{3}$ (b) $\frac{1}{2}$

(c) 1 (d) $\frac{3}{4}$

94. त्रिभुज ABC में, $\angle BAC$ का कोण-अर्द्धक भुजा BC को D तथा $\Delta ABC$ के परिवृत्त को E पर प्रतिच्छेदित करता है। यदि AC = 4 सेमी, AD = 5 सेमी, DE = 3 सेमी तो AB की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

(a) 10 (b) 4

(c) 15 (d) 8

95. त्रिभुज ABC में, AB + BC = 12 सेमी, BC + CA = 14 सेमी तथा CA + AB = 18 सेमी तो वृत्त की त्रिज्या (सेमी में) ज्ञात कीजिए यदि परिमाप, त्रिभुज के परिमाप के बराबर है।

(a) $\frac{5}{2}$ (b) $\frac{7}{2}$

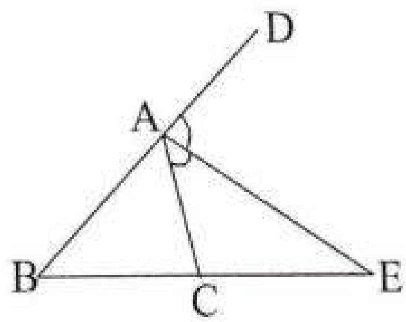
(c) $\frac{9}{2}$ (d) $\frac{11}{2}$

96. समकोण त्रिभुज XYZ, कोण Y पर समकोण है, यदि $XY = 2\sqrt{6}$ तथा $XZ - YZ = 2$ तो $\sec X + \tan X$ का मान होगा।

(a) $\frac{1}{\sqrt{6}}$ (b) $\sqrt{6}$

(c) $2\sqrt{6}$ (d) $\frac{\sqrt{6}}{2}$

97. दिये गये चित्र में $\angle CAD$ का कोण-अर्द्धक AE, BC को आगे बढ़ाने पर E पर मिलता है। यदि AB = 10 सेमी, AC = 6 सेमी, तथा BC = 12 सेमी हो तो CE का मान ज्ञात कीजिए।



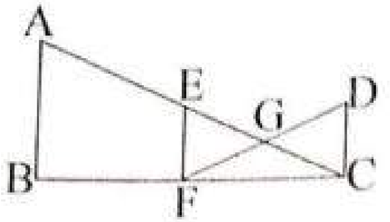

(a) 6 सेमी (b) 12 सेमी

(c) 18 सेमी (d) 20 सेमी

98. दिये गये चित्र में, AB, EF तथा CD समान्तर रेखाएं हैं, दिया गया है, कि EG = 5 सेमी, GC = 10 सेमी तथा DC = 18 सेमी, तो EF का मान बताओ।

mathswithabhinay.com

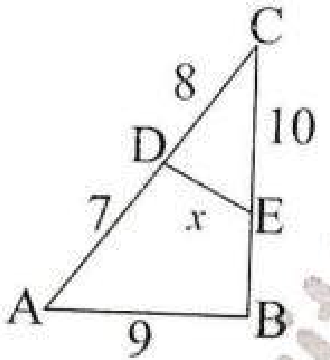
Scanned by CamScanner




(a) 11 सेमी (b) 5 सेमी

(c) 6 सेमी (d) 9 सेमी

**99.** दिये गये चित्र में ∠A = ∠CED, तो $x$ का मान ज्ञात कीजिए।




(a) 5 (b) 6

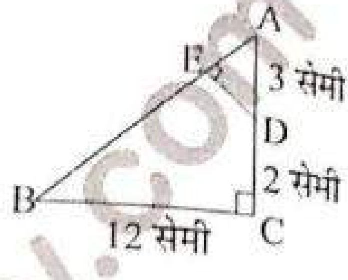
(c) 7 (d) 8

**100.** त्रिभुज ABC में, भुजाओं AB, AC व BC की लम्बाई 3सेमी, 5सेमी व 6सेमी हैं, यदि बिन्दु D, भुजा BC पर इस प्रकार है, कि रेखा AD, ∠A को आन्तरिक समद्विभाजित करती है, तो BD की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

(a) 2 सेमी (b) 2.25 सेमी

(c) 2.5 सेमी (d) 3 सेमी

**101.** दिये गये चित्र में ΔABC, कोण C पर समकोण है, तथा DE ⊥ AB तो AE की लम्बाई ज्ञात कीजिए।




(a) $AE = \frac{15}{13}$ सेमी

(b) $AE = \frac{13}{15}$ सेमी

(c) $AE = \frac{11}{13}$ सेमी

(d) $AE = \frac{11}{15}$ सेमी

**102.** त्रिभुज ABC की भुजा BC पर D कोई बिन्दु इस प्रकार है, कि AD ⊥ BC तथा AD पर बिन्दु E इस प्रकार है, कि AE : ED = 5 : 1 यदि ∠BAD = 30° तथा $\tan(\angle ACB) = 6\tan(\angle DBE)$ तो ∠ACB = ?

(a) 30° (b) 45°

(c) 60° (d) 15°

**103.** एक त्रिभुज जिसकी भुजाएें क्रमश: 21 सेमी, 72 सेमी, 75 सेमी है, तो त्रिभुज के अन्त:वृत्त व परिवृत्त की त्रिज्याएें ज्ञात कीजिऐ।

(a) 9 सेमी, 37.5 सेमी (b) 8 सेमी, 13 सेमी

(c) 19 सेमी, 12 सेमी (d) 6 सेमी, 15 सेमी

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

## उत्तरमाला

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1. (c) | 2. (b) | 3. (c) | 4. (c) | 5. (c) | 6. (a) | 7. (a) | 8. (c) | 9. (b) |
| 10. (d) | 11. (b) | 12. (b) | 13. (c) | 14. (b) | 15. (c) | 16. (a) | 17. (a) | 18. (c) |
| 19. (a) | 20. (b) | 21. (a) | 22. (b) | 23. (c) | 24. (d) | 25. (a) | 26. (d) | 27. (c) |
| 28. (a) | 29. (b) | 30. (b) | 31. (c) | 32. (a) | 33. (a) | 34. (b) | 35. (a) | 36. (d) |
| 37. (b) | 38. (a) | 39. (a) | 40. (d) | 41. (b) | 42. (d) | 43. (b) | 44. (d) | 45. (b) |
| 46. (b) | 47. (d) | 48. (a) | 49. (a) | 50. (b) | 51. (c) | 52. (b) | 53. (b) | 54. (d) |
| 55. (a) | 56. (d) | 57. (b) | 58. (b) | 59. (b) | 60. (d) | 61. (a) | 62. (b) | 63. (a) |
| 64. (d) | 65. (a) | 66. (c) | 67. (b) | 68. (b) | 69. (a) | 70. (a) | 71. (b) | 72. (b) |
| 73. (c) | 74. (c) | 75. (b) | 76. (d) | 77. (b) | 78. (a) | 79. (b) | 80. (c) | 81. (d) |
| 82. (c) | 83. (c) | 84. (d) | 85. (a) | 86. (c) | 87. (b) | 88. (b) | 89. (b) | 90. (d) |
| 91. (c) | 92. (d) | 93. (a) | 94. (a) | 95. (b) | 96. (b) | 97. (c) | 98. (d) | 99. (b) |
| 100. (b) | 101. (a) | 102. (c) | 103. (a) | | | | | |

## हल एवं तर्क

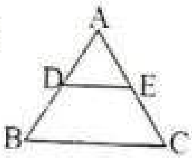
**Sol$^n$.1** समबाहु त्रिभुज

**Sol$^n$.2** कोण-अर्द्धकों के कटान बिन्दु को अन्तःकेन्द्र कहते हैं। अन्तःकेन्द्र त्रिभुज के अन्दर एक बिन्दु है, जो भुजाओं से बराबर दूरी पर होता है।

**Sol$^n$.3** परिकेन्द्र, लम्ब-समद्विभाजकों का प्रतिच्छेदी बिन्दु होता है, परिकेन्द्र त्रिभुज के अन्दर वह बिन्दु है, जो शीर्षों से बराबर दूरी पर होता है।

**Sol$^n$.4** अन्तः केन्द्र

**Sol$^n$.5**

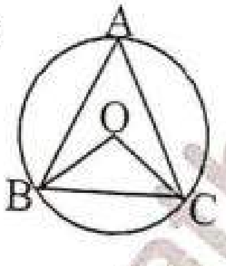



DE || BC

$$\frac{AD}{BD} = \frac{AE}{EC} \text{ या } \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{10} = \frac{AE}{5} \Rightarrow AE = \frac{3}{2} = 1.5 \text{ सेमी}$$

**Sol$^n$.6**




Δ BOC में,

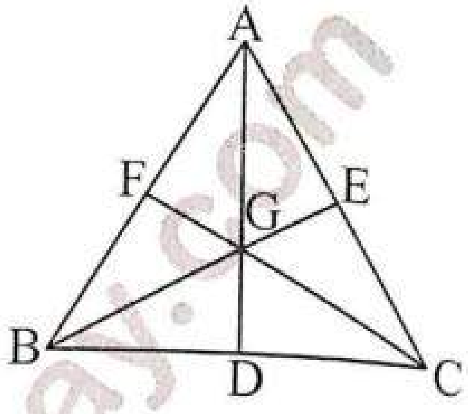
$\angle OBC = \angle OCB = 35^\circ$

$\angle BOC = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$

परिकेन्द्र में,

$$\angle BAC = \frac{1}{2} \angle BOC = \frac{110^\circ}{2} = 55^\circ$$

**Sol$^n$.7**




ΔABC,

AD, BE, CF तीन माध्यिकाएं हैं,

जो त्रिभुज को 6 बराबर भागों में बाँटती है,

जब वे एक-दूसरे को G पर काटती हैं,

∵ ΔBDG का क्षेत्रफल

$= \frac{1}{6} \times$ ΔABC का क्षेत्रफल

$= \frac{1}{6} \times 72 = 12$ सेमी$^2$

ΔBDG $= 1 \times 12 = 12$ सेमी$^2$

**Sol$^n$.8** समलंब चतुर्भुज BDGF का क्षेत्रफल

$= 2 \times$ ΔBDG का क्षेत्रफल

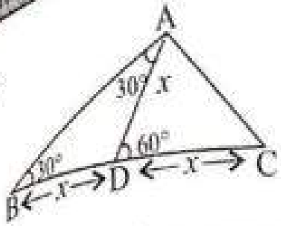
$= 2 \times \frac{1}{6} \times$ ΔABC का क्षेत्रफल

$= 2 \times \frac{1}{6} \times 60 = 20$ सेमी$^2$

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

**Sol<sup></sup>.9**




AD माध्यिका है। D, BC का मध्य बिन्दु है।

$AD = BD = DC = x$

$\angle DAB = \angle ABD = 30^\circ$

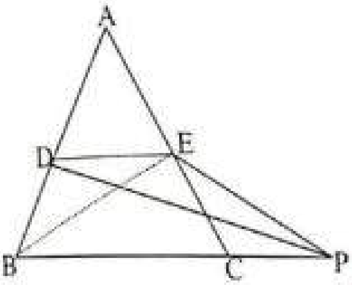
$\angle ADC = 30^\circ + 30^\circ = 60^\circ$ ( $\Delta ABD$ का बाह्य कोण)

$\because AD = DC$

$\therefore \angle DAC = \angle DCA = 60^\circ$

तब, $\angle ACB = 60^\circ$

**Sol.10**




$DE || BC$

$DE = \frac{1}{2}BC \Rightarrow \frac{DE}{BC} = \frac{1}{2}$

$\Delta ADE$ का क्षे.$= \frac{1}{4}$ $\Delta ABC$ का क्षेत्रफल =

= $\Delta DEB$ का क्षेत्रफल

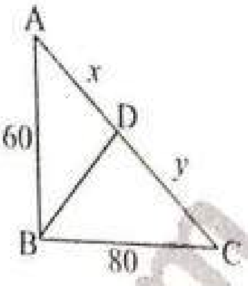
$\Delta DEB$ और $\Delta DEP$ में,

$\because$ DE आधार समान है।

अतः, $\Delta DEB$ का क्षे.= $\Delta DEP$ का क्षेत्रफल

| $\Delta DEP$ का क्षे. $= \frac{1}{4}$ $\Delta ABC$ का क्षे. |
|---|

**Sol.11**




$AC = 100$

$\Delta ABD$ का परिमाप = $\Delta BDC$ का परिमाप

$60 + x + BD = 80 + y + BD$

$x - y = 20$

और $x + y = 100$

अतः, $x = 60$ और $y = 40$

अब,

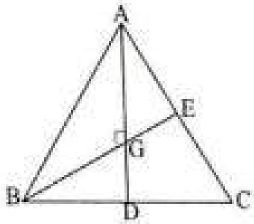
$$\cos\theta = \frac{60^2 + 60^2 - BD^2}{2 \times 60 \times 60} = \frac{60}{100}$$

$\Rightarrow$ $BD = 24\sqrt{5}$

**Sol.12** दो समरूप त्रिभुजों का क्षेत्रफल = 9 : 16

भुजाओं का अनुपात = $\sqrt{9} : \sqrt{16} = 3 : 4$

**Sol.13**




त्रिभुज में माध्यिकाएं G पर प्रतिच्छेद करती हैं, जो माध्यिकाओं को 2 : 1 में बाँटता है।

AD = 9 सेमी. BE = 6 सेमी

3 इकाई = 9 सेमी (AD)

1 इकाई = 3

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

$GD = 1 \times 3 = 3$

$BC = 6$ सेमी

3 इकाई = 6 सेमी

1 इकाई = 2 सेमी

$BG = 2 \times 2 = 4$ सेमी

तब, $\angle BGC = 90^\circ$

अतः, $\Delta BGC$ एक समकोण त्रिभुज है।

$BD^2 = BG^2 + DG^2$

$BD^2 = (4)^2 + (3)^2$

$16 + 9 = 25$

$BD = 5$ सेमी

**Solⁿ.14** $\Delta ABC$ में, PQ, BC के समान्तर है।

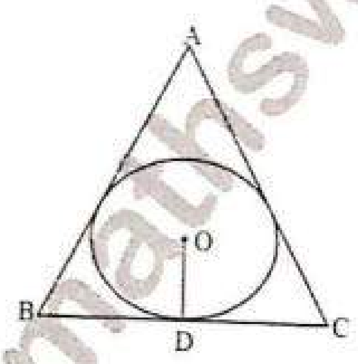
$$\frac{AP}{BP} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{AQ}{QC} = \frac{1}{2}$$

$\because$ $AQ = 3$ सेमी

$\therefore$ $QC = 2 \times AQ = 2 \times 3 = 6$ सेमी

तब, $AC = 3 + 6 = 9$ सेमी

**Solⁿ.15**




O अन्तः केन्द्र है।

$OD \perp BC$, $\angle D = 90^\circ$, $\angle BOD = 15^\circ$

$\Delta BOD$ में, $\angle OBD = 180^\circ - (90^\circ + 15^\circ) = 75^\circ$

$\because$ OB, $\angle ABC$ का कोण अर्द्धक है।

तब, $\angle ABC = 2 \times 75^\circ = 150^\circ$

$\angle ABC = 150^\circ$

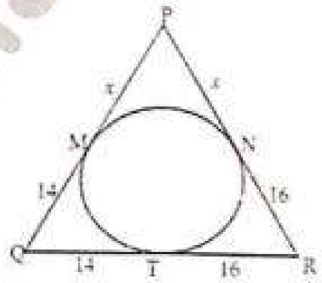
**Solⁿ.16** E, AD का मध्य बिन्दु है.

अतः $\Delta ABD$ में

BE, माध्यिका है, जो त्रिभुज ABD को दो बराबर क्षेत्रफल वाले भागों में बाँटती है।

$\Delta BEC$ का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} \Delta ABC$ का क्षेत्रफल

**Solⁿ.17**




$\Delta = 336$

$r = 8$

$$S = \frac{\Delta}{r} = \frac{336}{8} = 42 \text{ सेमी}$$

$P = 2 \times 42 = 84$ सेमी

$PQ + QR + PR = 84$

$2x + 60 = 84 \Rightarrow x = 12$

$PQ = 26, PR = 28$

**Solⁿ.18** $\Delta ABC$ में

$\angle ABC = 90^\circ$

अतः, $\Delta ABC$ एक समकोण त्रिभुज है।

$\Delta ABQ$ में,

$AQ^2 = AB^2 + BQ^2$ ...(i)

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

$\Delta PBC$ में,

$PC^2 = PB^2 + BC^2$ ...(ii)

दोनों समीकरण को जोड़ने पर

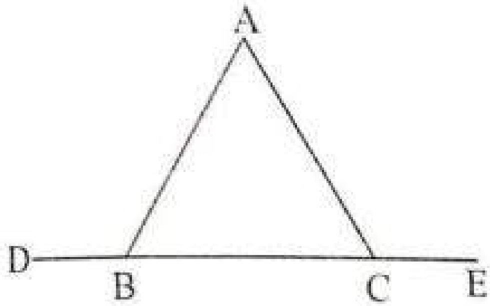
$AQ^2 + CP^2 = AB^2 + BC^2 + BQ^2 + PB^2$

$(AC^2 + AB^2 + BC^2)$

$(PC^2 + BP^2 + BQ^2)$ समबाहु

$AQ^2 + CP^2 = AC^2 + PQ^2$

**Sol<sup></sup>.19**




$\Delta ABC$ में,

बाह्य कोण, दो आन्तरिक कोणों के योग के बराबर होता है

$\angle ACE = \angle CAB + \angle ABC$ ....(i)

और $\angle ABD = \angle BAC + \angle ACB$ .....(ii)

समीकरण (i) व (ii) को जोड़ने पर

$\angle ACE + \angle ABD = \angle CAB + \angle ABC + \angle BAC + \angle ACB$

$= 180^\circ + \angle BAC$

**Sol$^n$. 20** $\Delta AEC$ एक समबाहु त्रिभुज है,

$\angle EAC = 180^\circ - (90^\circ + 20^\circ) = 70^\circ$

$\Delta ABD$ में, $\angle BDA = 180^\circ - (50^\circ + 70^\circ)$

$= 180^\circ - 120^\circ$

$= \angle BDA = 60^\circ$

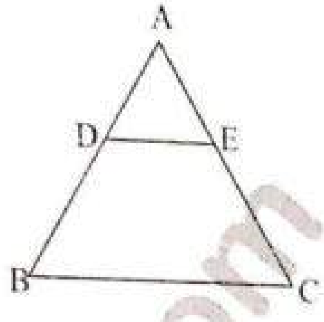
**Sol$^n$. 21** $AB \parallel QR$

$\frac{AB}{QR} = \frac{PB}{PR}$

$\frac{3}{9} = \frac{PB}{6}$

$PB = 2$ सेमी

**Sol$^n$. 22**




$\therefore \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$

$\Rightarrow \frac{3}{10} = \frac{AE}{5}$

$\Rightarrow AE = 1.5$ सेमी

**Sol$^n$.22** $DE \parallel BC$

$DE = \frac{1}{2} AC$

$\Delta BDE$ का क्षेत्रफल $= \frac{30}{4} = 7.5$ सेमी$^2$

**Sol$^n$.23** $\Delta ABC$ में,

$PQ \parallel BC$

$PQ = \frac{1}{2} BC$ $\left(\frac{PR}{RQ} = \frac{1}{2}\right)$

यदि $PR = 2$ सेमी

तब, $RQ = 4$ सेमी

इसलिए, $PQ = PR + RQ = 2 + 4 = 6$ सेमी

$\because PQ = \frac{1}{2} BC$

$\therefore BC = 2PQ$

$BC = 6 \times 2 = 12$

$BC = 12$ सेमी

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

**Solⁿ.24** किसी भी त्रिभुज में केन्द्रक माध्यिकाओं को 2 : 1 में विभाजित करता है, तब केन्द्रक माध्यिकाओं का प्रतिच्छेदी बिन्दु है।

यदि त्रिज्या = 3

तब, माध्यिका = 3 × 3 = 9 सेमी

**Solⁿ. 25** $AB \parallel CD$

AB एक सीधी रेखा है।

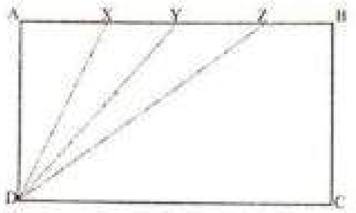
$\angle DEB = 180° - (37° + 90°)$

$\angle DEB = 180° - 127° = 53°$

$\angle DEB = \angle CDE$ (एकान्तर कोण)

$\angle x = 53°$

**Solⁿ. 26**




माना चार बराबर भाग = 1 इकाई

माना $BC = x$

$$\frac{\Delta XYD \text{ का क्षे.}}{\text{आयत ABCD का क्षे.}} = \frac{\frac{1}{2} \times 1 \times x}{4 \times x} = \frac{1}{8}$$

**Solⁿ. 27** सभी कोणों का योग = π रेडियन

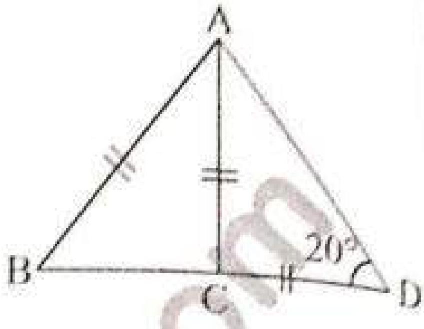
माना तीसरा कोण α है।

$$\alpha + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \pi = \frac{22}{7}$$

$$\alpha = \frac{22}{7} - \frac{5}{6} = \frac{132 - 35}{42} = \frac{97}{42} \text{ रेडियन}$$

$$= \frac{97}{42} \times \frac{180°}{\pi} = \frac{97}{42} \times \frac{180°}{22} \times 7 = 132\frac{3°}{11}$$

**Solⁿ. 28**




$CA = CD$

$\angle CDA = \angle CAB = 20°$

$\angle ACB = 40°$ [बाह्य कोण]

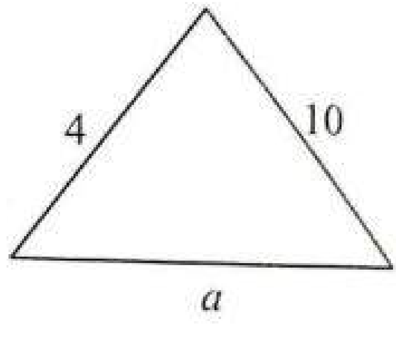
$\Delta ABC$ में,

$AB = AC$

$\angle ACB = \angle ABC = 40°$

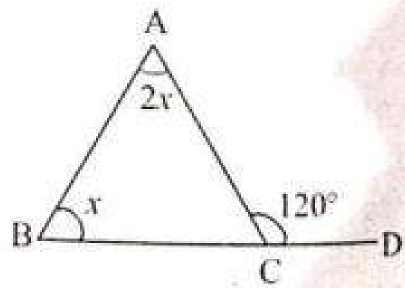
$\angle ABC = 40°$

**Solⁿ. 29**




तीसरी भुजा की लम्बाई = $6 < a < 14$

**Solⁿ. 30**




$x + 2x = 120°$

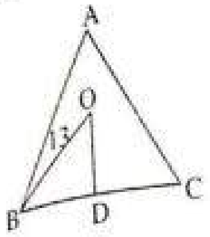
$x = 40°$

$\angle A = 2x = 80°$

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

Sol[n]. 31




BD = 24/2 सेमी = 12 सेमी

$OB^2 = OD^2 + BD^2$

$(13)^2 = (OD)^2 + (12)^2$

OD = 5 सेमी

Sol[n]. 32 $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$

प्रत्येक कोण का मान $15^\circ$ कम करने पर

योग $= 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$

$135^\circ$ को 2 : 3 : 5 में बांटने पर,

बड़ा भाग $= 135^\circ \times \frac{5}{10}$

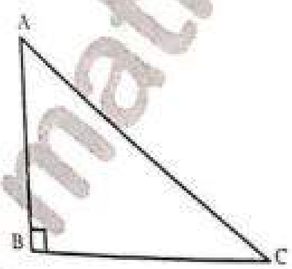
$= \frac{135^\circ}{2}$

बड़े कोण का मान $= \frac{135^\circ}{2} + 15^\circ$

$= \frac{165^\circ}{2} \times \frac{\pi}{180}$ रेडियन

$= \frac{11\pi}{24}$

Sol[n]. 33




$\therefore AB = BC + 2$

$AC^2 = AB^2 + BC^2$ .... **(पाइथागोरस प्रमेय से)**

$\Rightarrow \left(2\sqrt{5}\right)^2 = (BC+2)^2 + BC^2$

$\Rightarrow 20 = 2BC^2 + 4 + 4BC$

$\Rightarrow BC^2 + 2BC - 8 = 0$

$\Rightarrow BC = 2$ सेमी

और AB = 4 सेमी

$\cos^2 A - \cos^2 C = \left(\frac{4}{2\sqrt{5}}\right)^2 - \left(\frac{2}{2\sqrt{5}}\right)^2 = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$

**Sol[n]. 34** यदि दो त्रिभुज समरूप हैं, तो भुजाओं का अनुपात परिमाप के अनुपात के बराबर होता है।

$\frac{P_1}{P_2} = \frac{AB}{PQ} \Rightarrow \frac{36}{24} = \frac{AB}{10}$

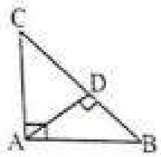
$\Rightarrow AB = 15$ सेमी

**Sol[n]. 35** यदि दो त्रिभुज समरूप हैं, तो इसकी भुजाओं का अनुपात त्रिभुज के क्षेत्रफल के वर्गमूल के बराबर होता है।

$\frac{EF}{BC} = \sqrt{\frac{A_1}{A_2}} \Rightarrow \frac{15.4}{BC} = \sqrt{\frac{121}{64}} = \frac{11}{8}$

$\Rightarrow BC = 11.2$ सेमी

**Sol[n]. 36**




$\Delta ABD$ व $\Delta ADC$ में,

$\cot B + \cot C = \frac{BD}{AD} + \frac{CD}{AD}$

$= \frac{BD + CD}{AD} = \frac{12}{4} = 3$

**Sol[n]. 37** समकोण त्रिभुज में

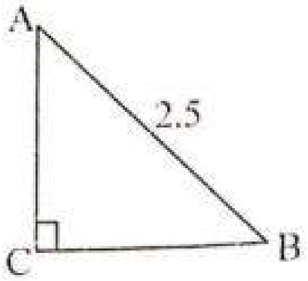
AD, BC पर लम्ब है, $\Rightarrow AD^2 = BD.CN$

इसलिए $\angle BAC$ का मान $90^\circ$ होगा।

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

**Sol$^n$. 38**




$$\text{CosB} = 0.5 = \frac{5}{10} = \frac{1}{2} = \cos 60^\circ$$

$$B = 60^\circ$$

$$\text{SinB} = \text{Sin}60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{AC}{2.5}$$

$$AC = \frac{\sqrt{3}\times 2.5}{2\times 10} = \frac{5}{4}\sqrt{3}$$

**Sol$^n$. 39** $\Delta DEF$ का क्षे. $= \frac{1}{4}(\Delta ABC$ का क्षे.$)$

$$= \frac{1}{4}\times\frac{1}{2}\times 6\times 8 = 6 \text{ सेमी}^2$$

**Sol$^n$. 40** माना $\angle A = x$

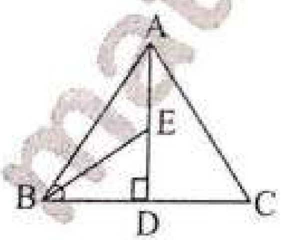
$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$

$x + 1.5x + 2.5x = 180^\circ$

$5x = 180^\circ \Rightarrow x = 36^\circ$

$\angle B = 36\times 1.5 = 54^\circ$

**Sol$^n$. 41**

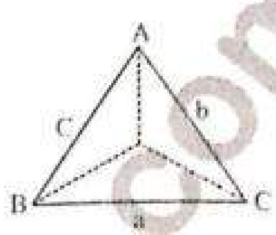



$$\frac{AE}{ED} = \frac{AB}{BD}$$

$\Delta ABD$ में, $= \cos 60^\circ = \frac{BD}{AB} = \frac{1}{2}$

$$\Rightarrow \frac{AE}{ED} = \frac{1}{2}$$

**Sol$^n$. 42**




$P = a + b + c, S = S_1 + S_2 + S_3$

$S_1 + S_2 > c$
$S_2 + S_3 > a$
$S_1 + S_3 > b$

$2(S_1 + S_2 + S_3) > a + b + c$ जोड़ने पर

$2S > P \Rightarrow P < 2S$

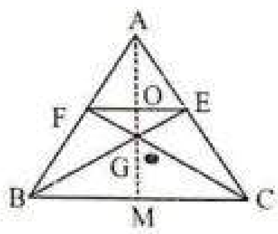
**Sol$^n$. 43** $\therefore (20)^2 = (16)^2 + (12)^2$

अतः, $\Delta ABC$ एक समकोण त्रिभुज है,

जिसकी परित्रिज्या $= \frac{1}{2}\times$ (कर्ण)

$$= \frac{1}{2}\times(20) = 10 \text{ सेमी}$$

**Sol$^n$. 44** BGC = GFE (समरूप)




$$\frac{GM}{OG} = \frac{BC}{FE} = \frac{2}{1}$$

यदि GM = 2, तब AG = 4

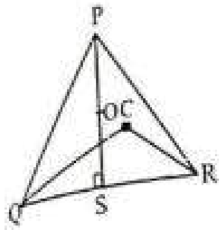
AO = AG − OG = 4 − 1 = 3

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

$\frac{AO}{OG}=\frac{3}{1}$

Solⁿ. 45



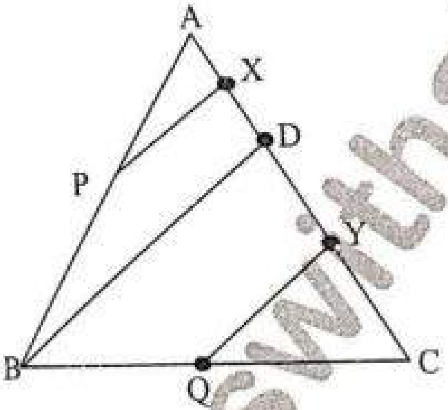

C परिकेन्द्र है,

$\angle QPR=\frac{\angle OCR}{2}=\frac{130^\circ}{2}=65^\circ$

$\angle QPS=180^\circ-\angle PQS-\angle PSQ=180^\circ-60^\circ-90^\circ$
$=30^\circ$

$\angle RPS=65^\circ-30=35^\circ$

Solⁿ. 46




$\Delta ABD$ में,

$PX=\frac{1}{2}BD$ ......................(i)

$\Delta CBD$ में,

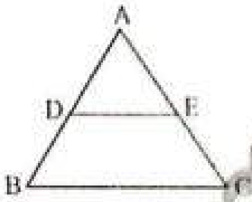
$QY=\frac{1}{2}BD$ ......................(ii)

समीकरण (i) व (ii) से

$PX=QY$

$PX:QY=1:1$

**Solⁿ. 47**




$\because DE \,||\, BC$

$\frac{\Delta ADE \text{ का क्षे.}}{\Delta ABC \text{ का क्षे.}}=\left(\frac{DE}{BC}\right)^2=\left(\frac{3x}{5x}\right)^2=\left(\frac{9x}{25x}\right)$

अत:,

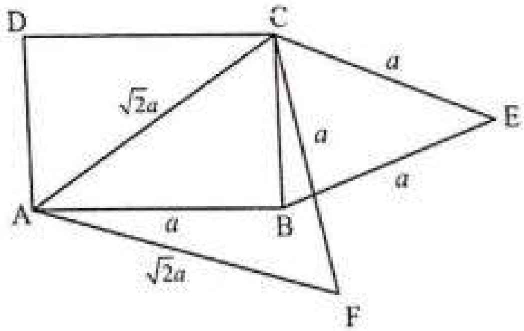
समलम्ब DEBC का क्षे.

$=\Delta ABC$ का क्षे. $-\ \Delta ADE$ का क्षे.

$=25x-9x=16x$

और, $\frac{\Delta ADE \text{ का क्षे.}}{\text{समलम्ब } BDEC \text{ का क्षे.}}=\frac{9x}{16x}=9:16$

**Solⁿ. 48**




माना वर्ग की भुजा $a$ है,

$\therefore BC=a$

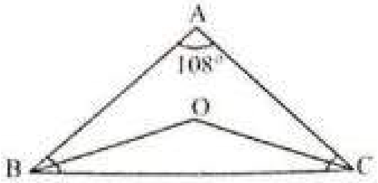
तथा विकर्ण $AC=\sqrt{2}a$

$\frac{\Delta BCE \text{ का क्षे.}}{\Delta ACF \text{ का क्षे.}}=\frac{\frac{\sqrt{3}}{4}a^2}{\frac{\sqrt{3}}{4}\left(\sqrt{2}a\right)^2}=1:2$

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

**Solⁿ. 49**




$\Delta ABC$ में,

$\therefore \quad \angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$

$\angle B + \angle C = 180^\circ - 108^\circ = 72^\circ$

और $\dfrac{\angle B}{2} + \dfrac{\angle C}{2} = 36^\circ$

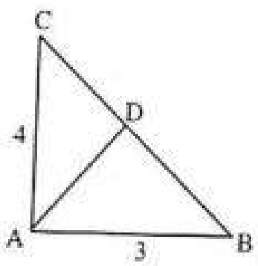
$\Delta OBC$ में

$\therefore \quad \angle OBC + \angle OCB + \angle BOC = 180^\circ$

$\Rightarrow \quad \dfrac{\angle B}{2} + \dfrac{\angle C}{2} + \angle BOC = 180^\circ$

$\Rightarrow \quad \angle BOC = 144^\circ$

**Solⁿ. 50**




$BC = 5$

$\Delta ADB$ व $\Delta ACB$ समरूप है,

$\dfrac{\Delta ADB \text{ का क्षे.}}{\Delta ACB \text{ का क्षे.}} = \left(\dfrac{3}{5}\right)^2 = \dfrac{9}{25}$

$\Delta ADB$ का क्षे. $\dfrac{9}{25} \times \dfrac{1}{2} \times 3 \times 4 = \dfrac{54}{25}$ सेमी$^2$

**Solⁿ. 51** प्रश्न में दिये चित्र से

$\angle ADE = 90^\circ + 60^\circ = 150^\circ$

$\Delta DAE$ में,

$AD = DE$ (भुजाएं)

$\angle DAE + \angle DEA = 180 + 150^\circ = 30^\circ$

$2\angle DAE = 30^\circ$

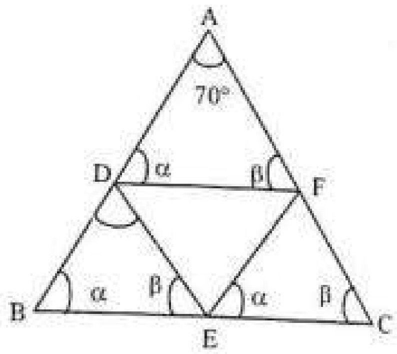
$\angle DAE = 15^\circ$

**Solⁿ. 52** प्लॉट का क्षे. = सभी त्रिभुजों का क्षे.

$= \dfrac{1}{2}az + \dfrac{1}{2}ay + \dfrac{1}{2}bt + \dfrac{1}{2}cx$

$= \dfrac{1}{2}(bt + cx + ay + az)$

**Solⁿ. 53**



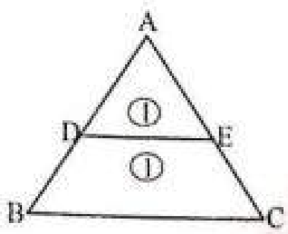

$\angle ABC = \angle ADF = \alpha$

$\angle ACB = \angle AFD = \beta$

$\angle DEF = 180^\circ - (\alpha + \beta) = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$

$[\because (\alpha + \beta = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ)]$

**Solⁿ. 54**




$\dfrac{\Delta ADE \text{ का क्षे.}}{\Delta ABC \text{ का क्षे.}} = \dfrac{1}{2} = \left(\dfrac{AD}{AB}\right)^2$

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

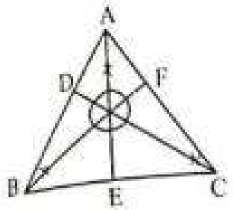
$\frac{AD}{AB} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$AB = \sqrt{2}\,AD$

और

$\frac{AD}{BD} = \frac{AD}{AB - AD} = \frac{AD}{AD(\sqrt{2}-1)} = \frac{1}{\sqrt{2}-1}$

**Solⁿ. 55**




तीनों त्रिभुजों में कोण-अर्द्धक प्रमेय से

$\frac{OA}{OB} = \frac{AD}{BD}$ .........(i)

$\frac{OB}{OC} = \frac{BE}{EC}$ .........(ii)

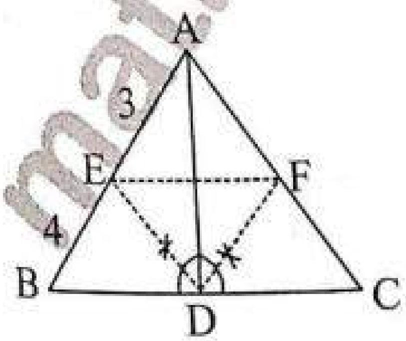
$\frac{OC}{OA} = \frac{CF}{AF}$ .........(iii)

तीनों समीकरणों की गुणा करने पर

$\frac{OA}{OB} \times \frac{OB}{OC} \times \frac{OC}{OA} = \frac{AD \times BE \times CF}{BD \times EC \times AF}$

$\Rightarrow AD \times BE \times CF = BD \times EC \times AF$

**Solⁿ. 56**




त्रिभुज ABD में,

$\frac{AD}{BD} = \frac{AE}{EB} = \frac{3}{4}$ (कोण-अर्द्धक प्रमेय से)

$\therefore BA = DC$

इसलिए, $\frac{AD}{DC} = \frac{3}{4}$

$\Delta ADC$ में,

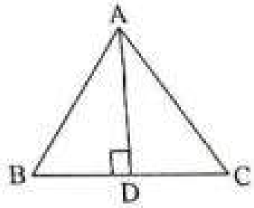
$\frac{AF}{AC} = \frac{AD}{DC} = \frac{3}{4}$ (कोण अर्द्धक प्रमेय से)

अतः, $\frac{AE}{EB} = \frac{AF}{FC}$

$\Delta AEF = \Delta ABC$ [समरूप (Similar)]

$\frac{EF}{BC} = \frac{AE}{AB} = \frac{3}{3+4} = \frac{3}{7}$

**Solⁿ. 57**




समरूप त्रिभुज की ऊँचाई $= \frac{\sqrt{3}}{2}a$

$AD = \frac{\sqrt{3}}{2}AB$

$2AD = \sqrt{3}AB \Rightarrow 4AD^2 = 3AB^2$

**Solⁿ. 58** $\Delta ADE \sim \Delta ABC$ [समरूप]

$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC} \Rightarrow \frac{x}{x-2} = \frac{x+2}{x-1}$

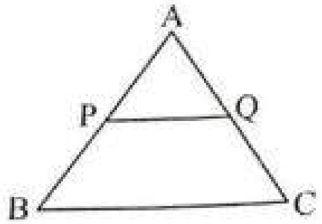
$x^2 - x = x^2 - 4$

$\Rightarrow x = 4$

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

**Sol.59**




PQ || BC

$\angle APQ = \angle ABC = 60^\circ$

$\angle AQP = \angle ACB = 60^\circ$

अतः, APQ एक समबाहु त्रिभुज हैं,

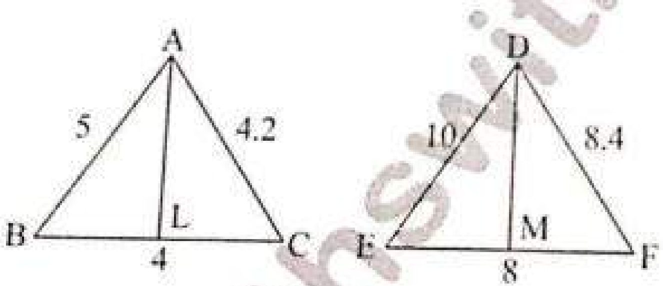
तब क्षे. $= \frac{\sqrt{3}}{4}(PQ)^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 25 = \frac{25\sqrt{3}}{4}$ सेमी²

**Solⁿ.60** सभी भुजाएं बराबर हैं,

अतः

दोनों त्रिभुज सर्वांगसम हैं,

**Solⁿ. 61**




यहाँ, $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF} = \frac{1}{2}$

अतः, दोनों त्रिभुज समरूप हैं,

तब, $\frac{AL}{DM} = \frac{1}{2}$

**Solⁿ. 62** कोण अर्द्धक प्रमेय से

$\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC} \Rightarrow \frac{6}{5} = \frac{3}{DC}$

$\Rightarrow$ DC = 2.5 सेमी.

**Solⁿ. 63** X, Y, Z का मान न्यूनतम है,

न्यूनतम त्रिकोणतिक मान 3, 4, 5

माना AB = ? BC = 4 तब, AC = 5

CD = Z = XY = 12

$\Delta$ACD में,

यदि AC = 5

CD = 12

तब, AD = 13

ABCD का क्षे. = $\Delta$ ABC का क्षे. + $\Delta$ ACD का क्षे.

$= \frac{1}{2} \times 3 \times 4 + \frac{1}{2} \times 5 \times 12$

= 36 सेमी²

**Solⁿ. 64** $AD = \frac{1}{3}AB$, $AE = \frac{1}{3}AC$

तब,

$DE = \frac{1}{3}BC = \frac{1}{3} \times 15 = 5$ सेमी (समरूपता द्वारा)

**Solⁿ. 65** $\Delta$ABC का क्षे. = 2 × त्रिभुज ABD का क्षे.

= 2 × (2× त्रिभुज BED का क्षे.)

$\frac{\text{area of } \Delta BED}{\text{area of } \Delta ABC} = \frac{1}{4}$

**Solⁿ. 66** $\frac{AL}{LB} = \frac{4}{3}$

$\Delta$ABC में,

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

$LQ \| AC$

तब $\frac{CQ}{QB} = \frac{AL}{LB} = \frac{4}{3} = \frac{4\times7}{3\times7} = \frac{28}{21}$

$\Delta BCL$ में,

$QD \| CL$

$\frac{LD}{DB} = \frac{CD}{QB} = \frac{4}{3}$

माना $LB = 21$ और $AL = 28$

$\therefore \quad LD : DB = 4 : 3$

अतः $LD = \frac{21}{7} \times 4 = 12$

अतः $AL : LD = 28 : 12 = 7 : 3$

**Sol$^n$. 67** हम जानते हैं कि

$4\left(PS^2 + QR^2\right) = 5PR^2$

$4(16+16) = 5PR^2$

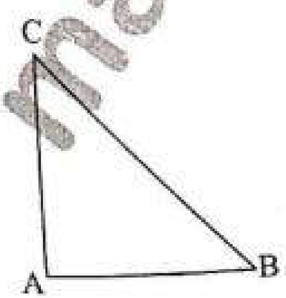
$PR^2 = 25.6 \qquad (\because PS = RT = 4)$

$\therefore$ दोनो माध्यिकाएं बराबर हैं, तब $PQ = QR$

और त्रिभुज समद्विबाहु त्रिभुज होगा

क्षेत्रफल $= \frac{1}{4} PR^2 = 6.4$ सेमी$^2$

**Sol$^n$. 68**




$r = \frac{a+b-c}{2} = \frac{6+8-10}{2} = 2$ सेमी

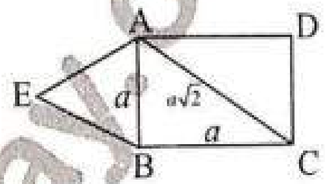
**Sol$^n$. 69** $p - q = 1 \Rightarrow p = q + 1$

$AC^2 = p^2 - q^2 = (p+q)(p-q)$

$= p + q = 2q + 1$

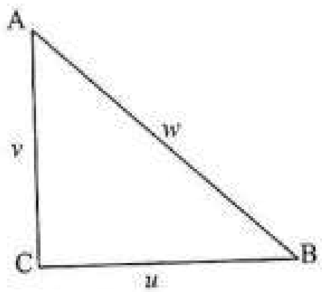
$AC = \sqrt{2q+1}$

**Sol$^n$. 70**




$\frac{\Delta ABE \text{ का क्षे.}}{\Delta ACD \text{ का क्षे.}} = \left(\frac{AB}{AC}\right)^2 = \left(\frac{a}{a\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{1}{2}$

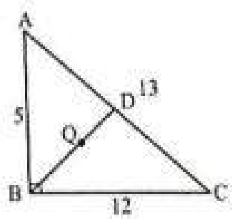
**Sol$^n$. 71**




$\tan A + \tan B = \frac{u}{v} + \frac{v}{u}$

$= \frac{u^2+v^2}{uv} = \frac{w^2}{uv} \qquad (\because v^2 + u^2 = w^2)$

**Sol$^n$. 72**




BD माध्यिका है, तथा AC की आधी होगी,

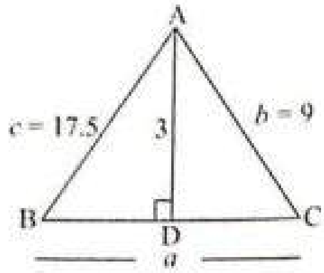
$BD = \frac{13}{2}$

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

$$BQ = \frac{2}{3}BD = \frac{2}{3}\times\frac{13}{2} = 4\frac{1}{3}$$

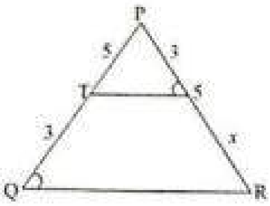
**Sol$^n$. 73**




$$R = \frac{abc}{4\Delta} = \frac{a\times 9\times 17.5}{4\times\frac{1}{2}\times a\times 3} = \frac{9\times 17.5}{2\times 3}$$

= 26.25 सेमी

**Sol$^n$. 74**




$\angle PST = \angle PQR$

$\angle P = \angle P$

तब, $\angle PTS = \angle PRS$

अतः, $\Delta PST = \Delta PQR$ (समरूप त्रिभुज)

$$\frac{PS}{PQ} = \frac{PT}{PR} \Rightarrow \frac{3}{8} = \frac{5}{x+3}$$

$3(x+3) = 40$

$$x + 3 = \frac{40}{3} \Rightarrow x = \frac{31}{3}$$

**Sol$^n$. 75** माना भुजाएँ $a, ar, ar^2$

अतः, $a$ बड़ी भुजा (कर्ण) है।

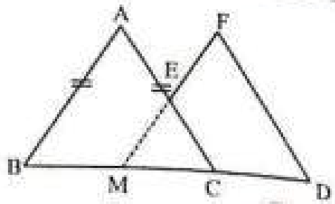
$a^2 = (ar)^2 + (ar^2)^2$

$1 = r^2 + r^4$

$r^4 + r^2 - 1 = 0$

$$r^2 = \frac{-1+\sqrt{1+4}}{2} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$$

**Sol$^n$. 76**




EF || AB $\Rightarrow$ AB||MF

$\angle ABC = \angle FMC = 65°$

$\angle EFD = 50°$

$\Delta MFD$ में,

$\angle FDC = 180° - \angle EFD - \angle FMC$

$= 180° - 65° - 50°$

$= 65°$

**Sol$^n$. 77** $\Delta ABD$ में,

$2a = 90° \Rightarrow a = 45°$

$\Delta ADG$ में,

AD = AG व DF = FG

F मध्य बिन्दु है,

$\Rightarrow AF \perp DG$

$b = 90°$

$\Delta ADC$ में,

$$\text{Sin } C = \frac{AD}{AC} = \frac{x}{2x} = \frac{1}{2}$$

$C = 30°$

$a + b + c = 45° + 90° + 30° = 165°$

**Sol$^n$.78** $\Delta PQS \sim \Delta PRS$

$$\frac{PQ}{QS} = \frac{PR}{SR}$$

$$QS = SR = \frac{1}{2}\times QR = 2 \text{ सेमी}$$

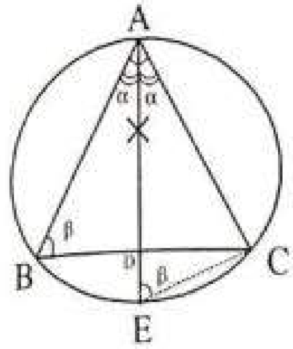
तब,

$$PS = \sqrt{(PQ)^2 - (QS)^2} = \sqrt{25-4} = \sqrt{21} \text{ सेमी}$$

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

**Solⁿ. 79**




$AB \times AC + DE \times AE$

$= AB \times AC + (AE - AD) AE \; [\therefore DE : AE - AD]$

$= AB \times AC + AE^2 - AD \times AE$

$= AD \times AE + AE^2 - AD \times AE = AE^2$

$\therefore AB \times AC = AD \times AE$

($\therefore$ $\Delta ABD$ व $\Delta ACE$ समरूप है।)

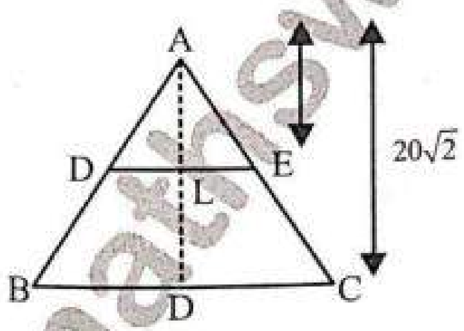
**Solⁿ. 80** त्रिभुज की भुजा $a = 14\sqrt{3}$

अन्त:वृत्त की त्रिज्या $(r) = \dfrac{a}{2\sqrt{3}} = \dfrac{14\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} = 7$ सेमी

अन्त:वृत्त का क्षे. $= \pi r^2 = \dfrac{22}{7} \times 7 \times 7$

$= 154$ सेमी²

**Solⁿ. 81**




$\therefore \dfrac{\Delta ADE \text{ का क्षे.}}{\Delta ABC \text{ का क्षे.}} = \left(\dfrac{AL}{AD}\right)^2$

$\Rightarrow \dfrac{1}{\sqrt{2}} = \dfrac{AL}{AD} = \dfrac{AL}{20\sqrt{2}}$

$\Rightarrow AL = 20$ सेमी

**Solⁿ. 82** $\Delta APC$ में,

$\therefore AC = \sqrt{(AP)^2 + (PC)^2}$

$\Rightarrow AC = \sqrt{(6)^2 + (8)^2} = 10$ सेमी

अब, $\Delta ABC$ में,

$PC = \dfrac{AC^2}{BC} \quad \Rightarrow 8 = \dfrac{100}{BC}$

$BC = \dfrac{25}{4}$

$AB^2 = BC^2 - AC^2$

$AB^2 = \sqrt{\dfrac{625}{4} - 100} = \sqrt{\dfrac{225}{4}}$

$AB = \dfrac{15}{2}$

त्रिभुज ABC का क्षेत्रफल $= \dfrac{1}{2} \times \dfrac{15}{2} \times 10$

$= \dfrac{75}{2}$ सेमी²

**Solⁿ. 83** $\therefore \angle BAC = \angle ACB = 15°$

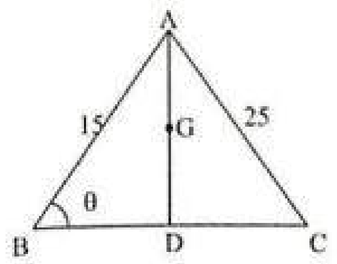
तब, $\angle ABC = 150°$

$\Delta ABC$ का क्षे. $= \dfrac{1}{2} \times AB \times BC \times \sin \angle ABC$

$= \dfrac{1}{2} \times 10 \times 10 \sin 150°$

$= 25$ सेमी²

**Solⁿ. 84**




mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

$\Delta ABC$ व $\Delta ACQ$ में,

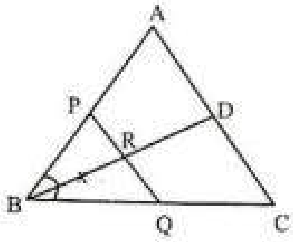
$$\cos\theta = \frac{(25)^2+(18)^2-(15)^2}{2\times25\times18}$$

$$\cos\theta = \frac{(25)^2+(9)^2-(AD)^2}{2\times25\times9}$$

$$\Rightarrow AD = 2\sqrt{86}$$

$$GD = \frac{1}{3}\times AD = \frac{2}{3}\sqrt{86}$$

**Sol$^n$. 85**




$\therefore PQ||AC$

$\Delta PBQ = \Delta ABC$

$$\frac{PB}{AB}=\frac{BQ}{BC}\Rightarrow\frac{AB}{PB}=\frac{BC}{BQ} \quad .....(i)$$

दोनों भुजाओं को घटाने पर हम पाते हैं,

$$\frac{AP}{PB}=\frac{OC}{BQ} \quad ....(ii)$$

समीकरण (ii) को (i) से भाग देने पर

$$\frac{AB}{AP}=\frac{BC}{QC}\Rightarrow AB\times CQ = AP\times BC$$

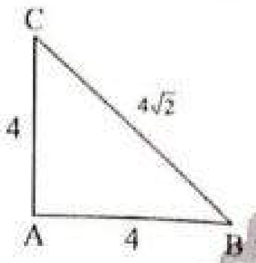
**Sol$^n$. 86** $\angle AED = 75°$

$\therefore \Delta AED \sim \Delta ABC$

$$\frac{ED}{BC}=\frac{AE}{AB}$$

$$\frac{2}{3}=\frac{10}{AB}\Rightarrow AB = 15 \text{ सेमी}$$

**Sol$^n$. 87**




$BC = 4\sqrt{2}$

परित्रिज्या (R) $= \frac{BC}{2} = 2\sqrt{2}$

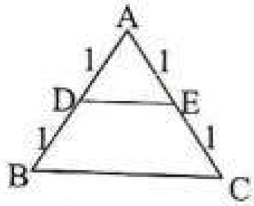
अन्त:त्रिज्या ($r$) $= \frac{1}{2}(AB+AC-BC)$

$= 4 - 2\sqrt{2}$

$= \frac{r}{R} = \frac{4-2\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}$

$= (\sqrt{2}-1):1$

**Sol$^n$. 88**

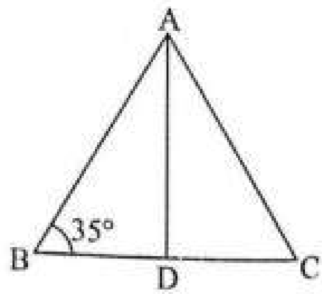



$\therefore \quad DE||BC$

$\Delta ADE = \Delta ABC$

$$\frac{AD}{AB}=\frac{DE}{BC}=\frac{1}{2}$$

**Sol$^n$. 89**




$\angle B = \angle C = 35°$

$\angle BAC = 180° - 35° - 35° = 110°$

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

और $\Delta BAD = \Delta DAC$

$$\therefore \quad \angle BAD = \frac{1}{2}\angle BAC = \frac{1}{2}\times 110^\circ = 55^\circ$$

**Solⁿ. 90** संकेत :- सभी त्रिभुज सर्वांगसम होंगे

**Solⁿ. 91** $\angle B = 40^\circ$

$\therefore \angle BRO + \angle ROQ + \angle OQB + \angle B = 360^\circ$

$\Rightarrow \quad 90^\circ + \angle ROQ + 90^\circ + 40^\circ = 360^\circ$

$\Rightarrow \quad \angle ROQ = 140^\circ$

**Solⁿ. 92** $\tan 30^\circ = \dfrac{2\sqrt{3}}{AB}$

$AB = 6$ सेमी

$\Delta AEB$ में,

$\angle DEA = \angle EAB + \angle EBA$

[बाह्य कोण]

$90^\circ = 30^\circ + \angle EBA$

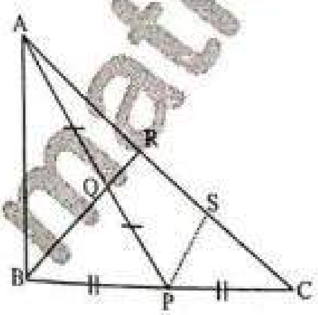
$\Rightarrow \angle EBA = 60^\circ$

$\Delta ADB$ में,

$\tan 60^\circ = \dfrac{AD}{AB}$

$AD = AB\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$ सेमी

**Solⁿ. 93**




A रेखा PS, BR के समान्तर खींची

$\Delta APS$ में, $\dfrac{AQ}{QP} = \dfrac{AR}{RS} = 1$

$\Rightarrow AR = RS$

$\Delta BRC$ में, $\dfrac{BP}{PC} = \dfrac{RS}{SC} = 1$

$\Rightarrow RS = SC$

अत:,

$$\frac{RS}{CA} = \frac{RA}{AR + RS + SC} = \frac{1}{3}$$

**Solⁿ. 94** प्रश्न 122 की तरह हल करें

**Solⁿ. 95** $AB + BC = 12$ सेमी ......(i)

$BC + CA = 14$ सेमी ......(ii)

$CA + AB = 18$ सेमी ......(iii)

सभी समीकरणों को जोड़ने पर

$2(AB + BC + CA) = 44$

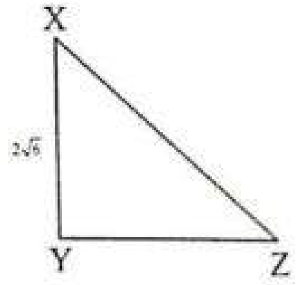
$AB + BC + CA = 22$ cm

त्रिभुज का परिमाप = वृत्त का परिमाप = 22

$2\pi r = 22$

$\Rightarrow r = \dfrac{7}{2}$ सेमी

**Solⁿ. 96**




$(XY)^2 = (XZ)^2 - (YZ)^2$

$\left(2\sqrt{6}\right)^2 = (XZ = YZ)(XZ + YZ)$

$24 = 2(XZ + YZ)$

$XZ + YZ = 12$सेमी

और $\quad XZ - YZ = 2$

अत:, $XZ = 7$ सेमी और $YZ = 5$ सेमी

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

$$\text{SecX} + \tan X = \frac{7}{2\sqrt{6}} + \frac{5}{2\sqrt{6}}$$

$$= \frac{12}{2\sqrt{6}} = \sqrt{6}$$

**Sol$^n$. 97** $\therefore \frac{AB}{AC} = \frac{BE}{CE} = \frac{BC+CE}{CE}$

$$\frac{10}{6} = \frac{BC}{CE} + 1$$

$$\frac{BC}{CE} = \frac{2}{3}$$

$CE = \frac{3}{2} \times BC = \frac{3}{2} \times 12 = 18$ सेमी

**Sol$^n$. 98** $\Delta ABC$ में,

$EF || AB || CD$

$\Delta EFG \sim \Delta DGC$ (समरूप)

$$\frac{EG}{GC} = \frac{EF}{DC}$$

$$\frac{5}{10} = \frac{EF}{18}$$

$EF = 9$ सेमी

**Sol$^n$. 99** $\Delta CAE$ और $\Delta CBA$ में,

$\angle A = \angle CFD$

$\angle C = \angle C$

तब, $\angle EDC = \angle ABC$

$\Delta CDE \sim \Delta CBA$

$$\frac{DE}{AB} = \frac{CE}{AC}$$

$$\frac{x}{9} = \frac{10}{15}$$

$x = 6$

**Sol$^n$. 100** $\frac{BD}{CD} = \frac{AB}{AC} = \frac{3}{5}$ (कोण-अर्द्धक प्रमेय से)

$$BD = \frac{3}{3+5} \times 6 = \frac{15}{8} = 2.25$$

**Sol$^n$. 101** दिये गये त्रिभुज में

$$AB = \sqrt{12^2 + 5^2} = 13$$

$\Delta ABC$ में,

$$\text{CosA} = \frac{AE}{AD} = \frac{AE}{B} \quad .....(i)$$

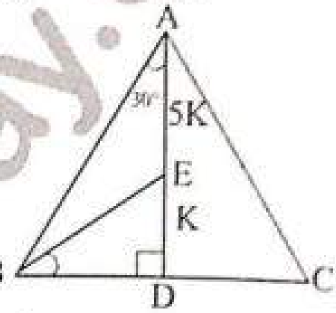
$\Delta ABC$ में,

$$\text{CosA} = \frac{AC}{AB} = \frac{5}{13} \quad .....(ii)$$

समीकरण (i) व (ii) से

$$\frac{AE}{3} = \frac{5}{13} \Rightarrow AE = \frac{15}{13}$$

**Sol$^n$. 102**




$\Delta ABD$ में,

$\angle B = 60°$

$$\tan B = \frac{AD}{BD}$$

$$BD = \frac{6K}{\sqrt{13}}$$

$\tan(\angle ACB) = 6 \tan(\angle DBE)$

$$\Rightarrow 6 \times \frac{K}{BD} = 6 \times \frac{K}{6K} \times \sqrt{3}$$

$\tan(\angle ACB) = \sqrt{3} = \tan 60°$

$\angle ACB = 60°$

**Sol$^n$. 103** 21सेमी, 72 सेमी और 75 सेमी भुजाओं का अनुपात (7 : 24 : 25) अत: यह एक समकोण त्रिभुज है,

7, 24, 25 त्रिकोणमितिक मान है,

$$\text{परित्रिज्या (R)} = \frac{\text{कर्ण}}{2} = \frac{75}{2}$$

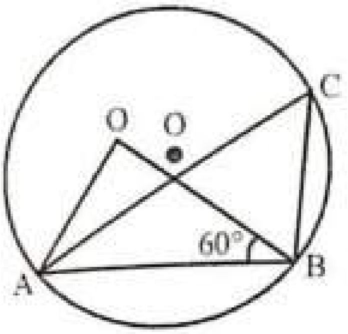
$$\text{अन्त:त्रिज्या } (r) = \frac{a+b-c}{2} = \frac{21+72-75}{2} = 9$$

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

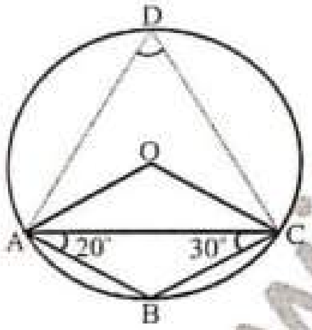
## प्रश्नावली - वृत्त

1. दिये गए चित्र में, $\angle ABO = 60^\circ$ तब $\angle ACB$ ज्ञात करो।



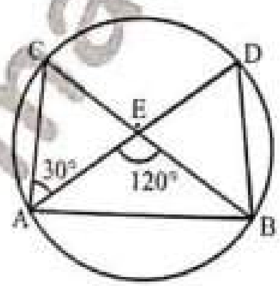

(a) 40°  (b) 60°
(c) 50°  (d) 30°

2. दिये गए चित्र में, O वृत्त का केन्द्र है। यदि $\angle BAC = 20^\circ$ और $\angle ACB = 30^\circ$ तब $\angle AOC$ ज्ञात करो।



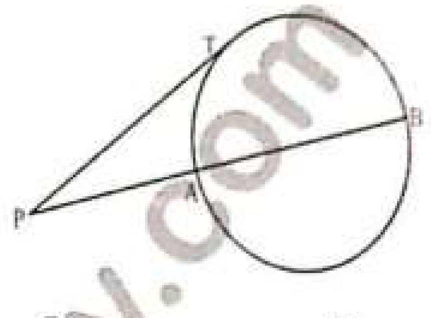

(a) 70°  (b) 110°
(c) 100°  (d) 80°

3. दिये गये चित्र में, $\angle CAE = 30^\circ$ और $\angle AEB = 120^\circ$ तब $\angle ADB$ ज्ञात करो।




(a) 60°  (b) 80°
(c) 90°  (d) 120°

4. दिये गये चित्र में, PT = 5 सेमी, PA = 4 सेमी तब AB का मान होगा-




(a) $\frac{7}{4}$ सेमी  (b) $\frac{11}{4}$ सेमी
(c) $\frac{9}{4}$ सेमी  (d) $\frac{13}{4}$ सेमी

5. त्रिभुज ABC एक समकोण त्रिभुज है। AB=3 सेमी, BC = 5 सेमी और AC = 4 सेमी तब अन्त:वृत्त की त्रिज्या क्या होगी?

(a) 1 सेमी  (b) 1.25 सेमी
(c) 1.5 सेमी  (d) 2 सेमी

6. 3 वृत्त एक दूसरे को बाह्य रूप से एक दूसरे को स्पर्श करते हैं उनके केन्द्रों के बीच की दूरी 5 सेमी, 6 सेमी और 7 सेमी है। वृत्तों की त्रिज्याएँ ज्ञात करो।

(a) 2 सेमी, 3 सेमी, 4 सेमी
(b) 3 सेमी, 4 सेमी, 1 सेमी
(c) 1 सेमी, 2.5 सेमी, 3.5 सेमी
(d) 1 सेमी, 2 सेमी, 4 सेमी

7. 13 सेमी और 5 सेमी त्रिज्या वाले दो वृत्त एक दूसरे को आन्तरिक रूप से स्पर्श करते हैं। उनके केन्द्रो के बीच की दूरी ज्ञात करो।

(a) 18 सेमी  (b) 12 सेमी
(c) 9 सेमी  (d) 8 सेमी

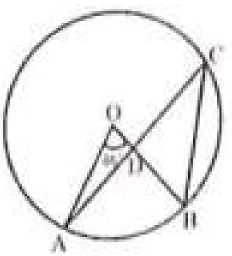
8. एक बिन्दु P वृत्त के केन्द्रक से 25 सेमी की दूरी है। बिन्दू P से वृत्त पर खीची गई स्पर्श रेखा की लम्बाई 24 सेमी है। वृत्त की त्रिज्या ज्ञात करो।

(a) 5 सेमी  (b) 7 सेमी
(c) 6 सेमी  (d) 8 सेमी

mathswithabhinay.com

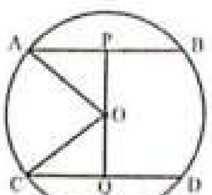
Scanned by CamScanner

**9.** दिये गए चित्र में, $\angle AOB = 46°$; AC और OB समकोण पर काटती है। $\angle OBC$ का मान होगा- (O वृत्त का केन्द्र है।)



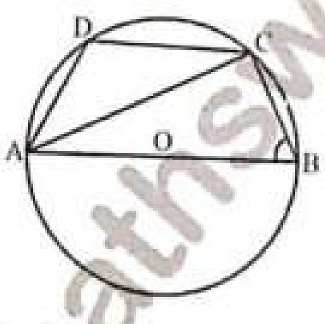

(a) 44° (b) 46°
(c) 67° (d) 78.5°

**10.** दिये गये चित्र में, यदि AB = 8 सेमी, CD = 6 सेमी, वृत्त की त्रिज्या = 5 सेमी है, तब PQ का मान होगा।




(a) 6 सेमी (b) 8 सेमी
(c) 9 सेमी (d) 7 सेमी

**11.** दिये गये चित्र में, $\angle ADC = 140°$ और AOB वृत्त का व्यास है तब $\angle BAC$ का मान होगा-




(a) 4° (b) 50°
(c) 70° (d) 75°

**12.** AB वृत्त का व्यास है। जीवा CD वृत्त की त्रिज्या के बराबर है। जब AC और BD को आगे बढ़ाया जाता है तो वह E बिन्दु पर काटते है। $\angle AEB$ का मान होगा-
(a) 30° (b) 60°
(c) 90° (d) 45°

**13.** O केन्द्र वाले वृत्त की छोटी चाप AB पर एक बिन्दु C है। यदि $\angle AOB = 100°$ तब $\angle ACB$?
(a) 80° (b) 90°
(c) 100° (d) 130°

**14.** O केन्द्र वाले दो संकेन्द्री वृत्त है। रेखा PQ बाह्य वृत्त को बिन्दु A और D पर तथा अन्तःवृत्त को बिन्दु B व C पर काटती है। यदि AD = 12 सेमी और BC = 8 सेमी तब AB की लम्बाई ज्ञात करो।
(a) 2 सेमी (b) 4 सेमी
(c) 6 सेमी (d) 3 सेमी

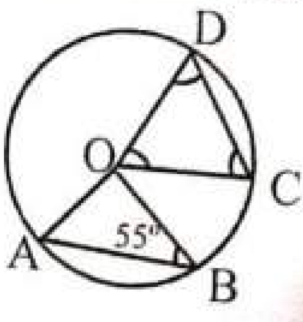
**15.** AB और CD एक वृत्त की दो समानांतर जीवाएँ इस प्रकार है की AB = 10 सेमी और CD = 24 सेमी है, यदि दोनों जीवाएँ केन्द्र के दोनों ओर और इन दोनों जीवाओं के बीच की दूरी 17 सेमी है, तब वृत्त की त्रिज्या ज्ञात करो।
(a) 12 सेमी (b) 13 सेमी
(c) 14 सेमी (d) 16 सेमी

**16.** 8 सेमी और 2 सेमी त्रिज्या वाले दो वृत्त एक-दूसरे को बाह्य रूप से बिन्दु A पर स्पर्श करते है। PQ दोनों वृत्तों की एक सीधी समान्य स्पर्श रेखा है, तब PQ की लम्बाई है।
(a) 4 सेमी (b) 8 सेमी
(c) 2 सेमी (d) 3 सेमी

**17.** एक वृत्त की त्रिज्या 13 सेमी है और XY एक जीवा है जिसकी केन्द्र से दूरी 12 सेमी है तो जीवा की लंबाई ज्ञात करो।
(a) 12 सेमी (b) 10 सेमी
(c) 20 सेमी (d) 15 सेमी

**18.** बिन्दु P से एक वृत्त दो बिन्दुओं A व B पर दो स्पर्श रेखा खीची जाती है। O वृत्त का केन्द्र है। यदि $\angle AOP = 60°$ तब $\angle APB$ होगा-
(a) 60° (b) 30°
(c) 120° (d) 90°

**19.** दिए गए चित्र में, जीवा AB और CD बराबर है यदि $\angle OBA = 55°$ तब $\angle COD$ होगा।




mathswithabhinay.com

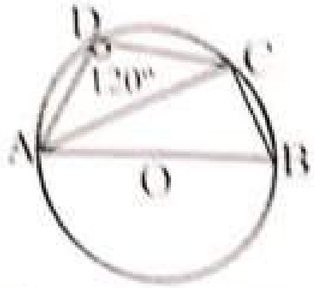
Scanned by CamScanner

(a) 60° (b) 55°
(c) 30° (d) 50°

20. दिये गए चित्र में, ∠AOC = 120° तथा ∠CBE ज्ञात करें, जहाँ O वृत्त का केन्द्र है।

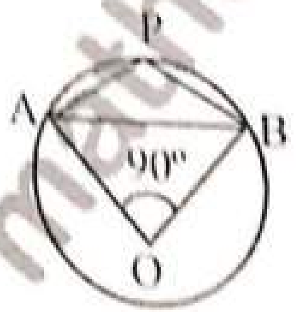
(a) 60° (b) 100°
(c) 120° (d) 150°

21. दिए गये चित्र में, AB वृत्त का व्यास है, ∠ADC = 120°, तब ∠CAB होगा।




(a) 20° (b) 30°
(c) 40°
(d) ज्ञात नहीं किया जा सकता

22. दिये गए चित्र में, O वृत्त का केन्द्र है, ∠AOB = 90°, तब ∠APB होगा।

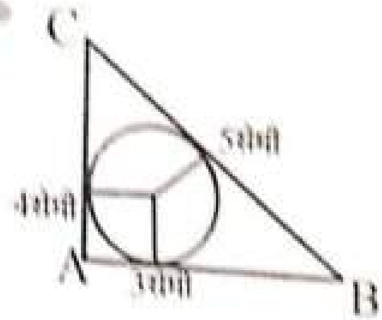



(a) 130° (b) 150°
(c) 135°
(d) ज्ञात नहीं किया जा सकता

23. दिये गए चित्र में, AP = 2 सेमी, BP = 6 सेमी और CP = 3 सेमी, तब DP का मान होगा

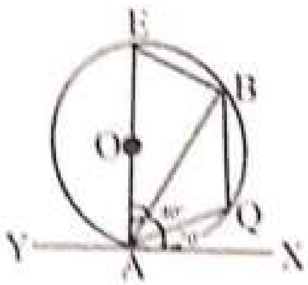
(a) 6 सेमी (b) 4 सेमी
(c) 2 सेमी (d) 3 सेमी

24. ABC एक समकोण त्रिभुज है। AB = 3 सेमी, BC = 5 सेमी और AC = 4 सेमी, तब वृत्त की त्रिज्या ज्ञात करें।




(a) 1 सेमी (b) 1.25
(c) 1.5 सेमी (d) इनमें से कोई नहीं

25. दिए गये चित्र में, XY एक O केन्द्र वाले वृत्त की स्पर्श रेखा है, यदि ∠BAX = 70°, ∠BAQ = 40° तब ∠ABQ का मान होगा।

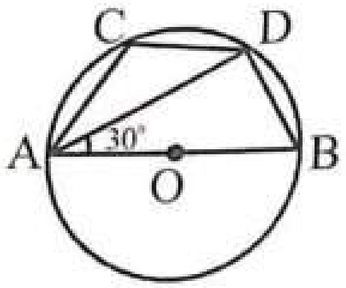



(a) 20° (b) 30°
(c) 35° (d) 40°

mathswithabhinay.com

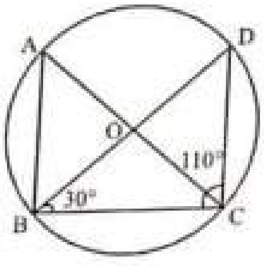
Scanned by CamScanner

26. दिए गए चित्र में, AOB वृत्त का व्यास है और CD∥AB, यदि $\angle BAD = 30°$, तब $\angle CAD$ =?



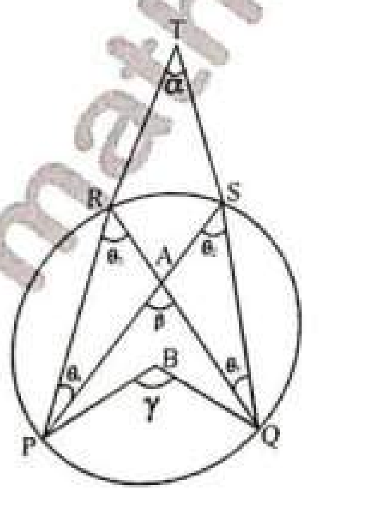

(a) 30° (b) 60°
(c) 45° (d) 50°

27. दिए गए चित्र में, $\angle DBC = 30°$ और $\angle BCD = 110°$, तब $\angle BAC$ का मान क्या होगा?




(a) 35° (b) 40°
(c) 55° (d) 60°

28. दिए गये चित्र में B केन्द्र है, यदि $\alpha = 50°$, $\beta = 80°$, है, तब $\gamma$ का मान क्या होगा?




(a) 50° (b) 80°
(c) 130° (d) 65°

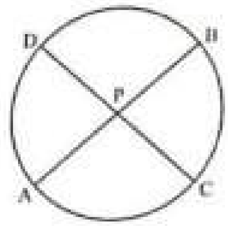
29. 3 सेमी त्रिज्या वाले दो वृत्तों के केन्द्रों के बीच की दूरी 10 सेमी है। तो उनकी तिर्यक स्पर्श रेखा की लंबाई क्या होगी?

(a) 4 सेमी (b) 6 सेमी
(c) 8 सेमी (d) 10 सेमी

30. O और O' केन्द्र वाले दो वृत्त बाह्य रूप से बिन्दु P पर स्पर्श करते हैं। AB बिन्दु P पर एक स्पर्श रेखा है $\angle APO$ = ?

(a) 90° (b) 120°
(c) 60° (d) इनमें से कोई नहीं

31. दिये गए चित्र में, AP = 2 सेमी, BP = 6 सेमी और CP = 3 सेमी तब DP का मान होगा-

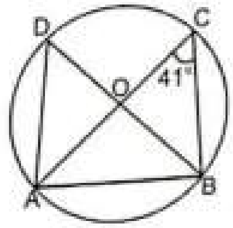



(a) 6 सेमी (b) 4 सेमी
(c) 2 सेमी (d) 3 सेमी

32. $\Delta ABC$ एक समद्विबाहु त्रिभुज है जहाँ AB = AC है। यदि त्रिभुज की सभी भुजाएँ AB, BC और CA एक वृत्त को क्रमशः बिन्दु D, E और F पर स्पर्श करते हैं, तब BE का मान होगा?

(a) $\frac{1}{2}BC$ (b) $\frac{1}{3}BC$
(c) $\frac{1}{4}BC$ (d) $\frac{2}{3}BC$

33. दिये गये चित्र में BD वृत्त का व्यास है और $\angle BCA = 41°$ है, तब $\angle ABD$ का मान ज्ञात करो।




mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

(a) 41° (b) 49°
(c) 22.5° (d) 20.5°

34. एक अन्तःवृत्त $\Delta$ ABC की भुजाओं BC, CA और AB को क्रमशः D, E और F पर स्पर्श करता है, तब AF + BD + CE का मान होगा?

(a) $\frac{1}{2}$ ($\Delta$ ABC का परिमाप)

(b) $\frac{1}{3}$ ($\Delta$ ABC का परिमाप)

(c) $\frac{1}{4}$ ($\Delta$ ABC का परिमाप)

(d) $\Delta$ ABC का परिमाप

35. एक वृत्त एक चतुर्भुज ABCD की सभी भुजाओं को स्पर्श करता है, तब–

(a) BC + DA = AB + CD

(b) ABCD एक आयत है।

(c) ABCD एक वर्ग है।

(d) इनमें से कोई नहीं

36. एक त्रिभुज ABC जिसकी भुजाएँ 8 सेमी, 10 सेमी और 12 सेमी है, के अन्दर एक वृत्त बनाया जाता है। वृत्त त्रिभुज की तीनों भुजाओं AB, BC और CA को क्रमशः D, E और F स्पर्श करता है, तब AD का मान ज्ञात करो।

(a) 5 सेमी (b) 6 सेमी
(c) 4 सेमी (d) 10 सेमी

37. एक O केन्द्र वाले वृत्त पर बाह्य बिन्दु T से TP और TQ दो स्पर्श रेखाएँ खीचीं जाती है। तब $\angle$PTQ का मान होगा?

(a) $\angle$OPQ (b) 2$\angle$OPQ

(c) $\frac{1}{2}\angle$OPQ (d) $\frac{1}{3}\angle$OPQ

38. एक 5 सेमी त्रिज्या वाले वृत्त की जीवा PQ है, जिसकी लंबाई 8 सेमी है। बिन्दु P और Q पर खीची गई स्पर्श रेखाएँ बिन्दु T पर काटती है, तब TP की लंबाई ज्ञात करो।

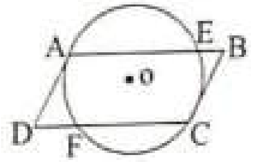
(a) $\frac{10}{3}$ (b) $\frac{20}{3}$

(c) $\frac{23}{3}$ (d) $\frac{13}{3}$

39. एक वृत्त में, A और B पर PQ और RS दो समानांतर स्पर्श रेखाएँ है। बिन्दु C पर स्पर्श रेखा PQ और RS के बीच एक अन्तःखण्ड DE बनाती है, तब $\angle$DOE का मान होगा। (जहाँ O वृत्त का केन्द्र है)

(a) 90° (b) 120°
(c) 60° (d) 45°

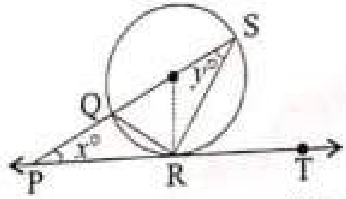
40. दिए गये चित्र में, 'O' वृत्त का केन्द्र है। यदि AE = 4 सेमी, EB = 2 सेमी, AE = FC और BC = AD, तब DF = ?




(a) 1 सेमी (b) 2 सेमी

(c) 4 सेमी (d) 6 सेमी

41. दिये गये चित्र में, PT एक O केन्द्र वाले वृत्त के बिन्दु R पर स्पर्श रेखा है। यदि व्यास SQ को बढ़ाया जाता है, तो वह PT बिन्दु P पर मिलता है। यदि $\angle SPR = x°$ और $\angle QSR = y°$ तब $x° + 2y° = ?$




(a) 90° (b) 105°

(c) 135° (d) 180°

Scanned by CamScanner

42. O वृत्त का केन्द्र है, PA और PB स्पर्श रेखाएँ है, तब चतुर्भुज AOBP है–
(a) आयत (b) वर्ग
(c) चक्रीय चतुर्भुज (d) इनमें से कोई नहीं

43. वृत्त C(o, r) और $C\left(O', \frac{r}{2}\right)$ एक दूसरे को A बिन्दु पर आन्तरिक रूप से स्पर्श करते हैं। AB वृत्त की जीवा है जो $C\left(O', \frac{r}{2}\right)$ को बिन्दु P पर काटती है, तब AP का मान होगा।
(a) PB (b) OA
(c) OB (d) $\frac{1}{3}$AB

44. दो संकेन्द्रीय वृत्तों में AB और CD बाह्य वृत्त की जीवाएँ है जो की आन्तरिक वृत्त पर बिन्दु E और F पर स्पर्श करती है, तब–
(a) AB = CD (b) AB = $\frac{1}{2}$CD
(c) AB ≠ CD (d) इनमें से कोई नहीं

45. A और B केन्द्र वाले दो वृत्त जिनकी त्रिज्याएँ क्रमश: 3 सेमी और 4 सेमी है, जो दो बिन्दुओं C और D पर इस प्रकार काटती है की दोनों वृत्तों की दो स्पर्श रेखाएँ AC और BC है, तब उनकी सामान्य जीवा CD की लंबाई ज्ञात करो।
(a) 5 सेमी (b) 4.8 सेमी
(c) 5.8 सेमी (d) 3.8 सेमी

46. दो वृत्त जिनकी त्रिज्याएँ 5 सेमी और 12 सेमी है। एक तीसरे वृत्त का क्षेत्रफल इन दोनों वृत्तों के क्षेत्रफल के योग के बराबर है। तीसरे वृत्त की त्रिज्या का मान ज्ञात करो।
(a) 13 सेमी (b) 21 सेमी
(c) 30 सेमी (d) 17 सेमी

47. O एक 5 सेमी त्रिज्या वाले वृत्त का केन्द्र है। T बिन्दु इस प्रकार है की OT = 13 सेमी और OT वृत्त को बिन्दु E पर काटता है, यदि AB वृत्त के बिन्दु E पर स्पर्श रेखा है, तब AB की लंबाई ज्ञात करो।
(a) $\frac{10}{3}$ (b) $\frac{20}{3}$
(c) $\frac{16}{3}$
(d) ज्ञात नहीं किया जा सकता।

48. एक O केन्द्र वाले वृत्त के बिन्दु R पर PQ एक स्पर्श रेखा है, यदि ST वृत्त का व्यास है और ∠TRQ = 30°, तब ∠PRS का मान क्या होगा?
(a) 30° (b) 60°
(c) 45° (d) 120°

49. दो वृत्त एक-दूसरे का बिन्दु P पर बाह्य स्पर्श करते हैं, तथा एक बाह्य बिन्दु T से वृत्त के तीन स्पर्श बिन्दु P, Q व R पर क्रमशः तीन स्पर्श रेखाएं TP, TQ व TR खींची गई हैं। तो TQ का मान ज्ञात कीजिए।
(a) TR (b) $\frac{1}{2}$TP
(c) $\frac{1}{2}$TR (d) इनमें से कोई नहीं

50. O केन्द्र वाले दो संकेन्द्रीय वृत्त जिनकी त्रिज्याएं क्रमशः 5 सेमी व 3 सेमी हैं। तथा किसी बाह्य बिन्दु P से वृत्त पर दो स्पर्श रेखाएं PA व PB खींची गई हैं, यदि AP = 12 सेमी तो BP की लम्बाई ज्ञात करो।
(a) 12 सेमी (b) $12\sqrt{3}$
(c) $4\sqrt{10}$ (d) $10\sqrt{4}$

mathsdhinay.com

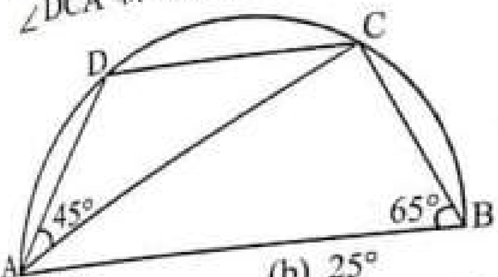
Scanned by CamScanner

51. 10 सेमी त्रिज्या वाले एक वृत्त की जीवा AB की लम्बाई 16 सेमी है, A तथा B पर खींची गई स्पर्श रेखाएं एक-दूसरे को P पर प्रतिच्छेदित करती हैं, तो PA की लम्बाई ज्ञात कीजिऐ।

(a) $\frac{20}{3}$ (b) $\frac{40}{3}$

(c) $\frac{50}{3}$ (d) $\frac{10}{3}$

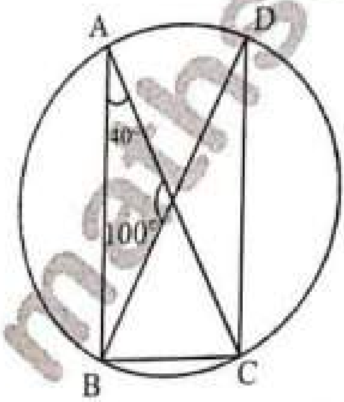
52. दिये गये चित्र में AB वृत्त का व्यास है, तथा बिन्दु C व D अर्द्धवृत्त की परिधि पर स्थित हैं, यदि $\angle ABC = 65°$, और $\angle CAD = 45°$ तो $\angle DCA$ का मान ज्ञात करो।




(a) 45° (b) 25°

(c) 20° (d) इनमें से कोई नहीं

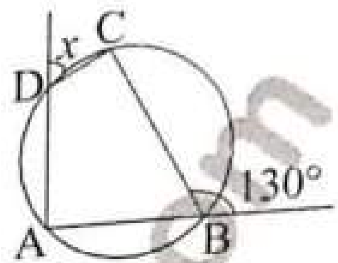
53. दिये गये चित्र में $\angle ACD$ का मान क्या होगा? (जहाँ A, B, C व D बिन्दु वृत्त की परिधि पर स्थित हैं।)




(a) 40° (b) 50°

(c) 80° (d) ज्ञात नहीं किया जा सकता

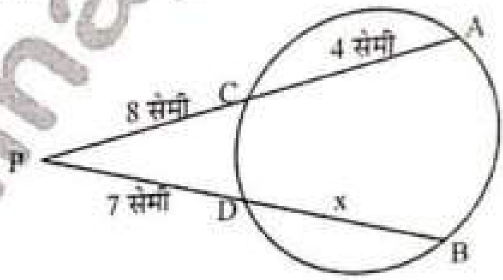
54. दिये गये चित्र में A, B, C तथा D एक वृत्तीय बिन्दु हैं तो 'x' का मान होगा।




(a) 50° (b) 60°

(c) 70° (d) 90°

55. दिये गए चित्र में x का मान ज्ञात करो।




(a) 6 सेमी (b) 7 सेमी

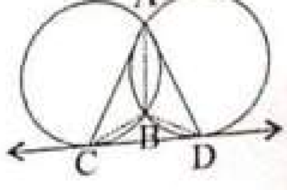
(c) 6.7 सेमी (d) 7.7 सेमी

56. X तथा Y केन्द्र वाले दो वृत्तों की त्रिज्याऐं क्रमश: 9 सेमी व 2 सेमी है, तथा XY = 17 सेमी है। Z केन्द्र वाला एक वृत्त जिसकी त्रिज्या $r$ सेमी है, दोनों वृत्तों को बाह्य स्पर्श करता है, दिया गया है, कि $\angle XZY = 90°$ तो $r$ का मान बताओ।

(a) 13 सेमी (b) 6 सेमी

(c) 9 सेमी (d) 8 सेमी

57. दो वृत्त जो एक-दूसरे को A तथा B पर प्रतिच्छेदित करते हैं CD उन वृत्तों की एक उभयनिष्ठ स्पर्श रेखा है, तो $\angle CAD + \angle CBD$ का मान बताओ।

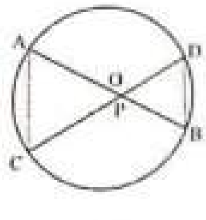



mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

(a) 180° (b) 90°
(c) 360° (d) 120°

**58.** दिये गये चित्र में O वृत्त का केन्द्र है, यदि AB = 16 सेमी, CP = 6 सेमी, PD = 8 सेमी तथा AP > PB तो AP का मान क्या होगा?




(a) 12 सेमी (b) 24 सेमी
(c) 8 सेमी (d) 6 सेमी

**59.** त्रिभुज ABC में, AB + BC = 12 सेमी, BC + CA = 14 सेमी तथा CA + AB = 18 सेमी तो वृत्त की त्रिज्या (सेमी में) क्या होगी जिसका परिमाप, त्रिभुज के परिमाप के बराबर है।

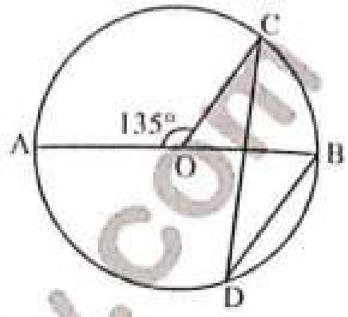
(a) $\frac{9}{2}$ (b) $\frac{11}{2}$

(c) $\frac{5}{2}$ (d) $\frac{7}{2}$

**60.** एक A केन्द्र वाला वृत्त दो प्रतिच्छेदी रेखाओं AX तथा BY को स्पर्श करता है, दो स्पर्श बिन्दु A तथा B वृत्त की परिधि पर स्थित किसी बिन्दु C पर 65° का कोण अन्तरित करते हैं, यदि P दोनों रेखाओं का प्रतिच्छेदी बिन्दु है, तो ∠APO का मान बताओ।
(a) 25° (b) 65°
(c) 90° (d) 40°

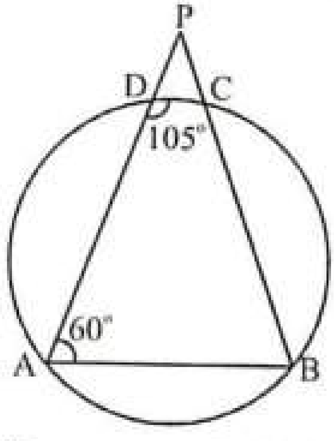
**61.** P तथा Q केन्द्र वाले दो वृत्तों की त्रिज्याएँ क्रमश: 9 सेमी व 2 सेमी हैं, जहाँ PQ = 17 सेमी है, R केन्द्र वाला एक वृत्त जिसकी त्रिज्या $x$ सेमी है, दोनों वृत्तों को बाह्य स्पर्श करता है। यदि ∠PRQ = 90° तो $x$ का मान बताओ।
(a) 4 सेमी (b) 6 सेमी
(c) 7 सेमी (d) 8 सेमी

**62.** दिये गये चित्र में AB वृत्त का व्यास है, यदि ∠ADC = 135° तो ∠CDB का मान ज्ञात कीजिए।




(a) $67\frac{1}{2}°$ (b) $22\frac{1}{2}°$
(c) 45° (d) 90°

**63.** नीचे दिये गये चित्र में यदि ∠BAD = 60°, ∠ADC = 105°, तो ∠DPC का मान होगा।

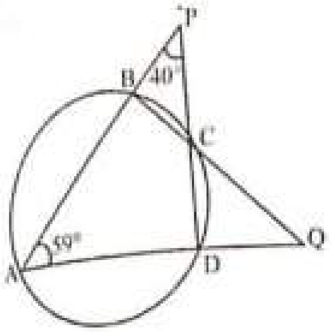



(a) 40° (b) 45°
(c) 50° (d) 60°

**64.** एक O केन्द्र वाले वृत्त के लघु चाप AB पर कोई बिन्दु C है। यदि ∠AOB = 100° तो ∠ACB का मान बताओ।
(a) 80° (b) 90°
(c) 100° (d) 130°

**65.** दिये गये चित्र में ∠PAQ = 59°, ∠APD = 40° तो ∠AQB का मान होगा।

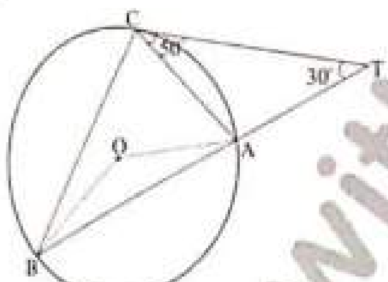
Scanned by CamScanner




(a) 19° (b) 20°

(c) 22° (d) 27°

66. नीचे दिये गये चित्र (जो पैमाने द्वारा नहीं बना है) O, केन्द्र वाले वृत्त पर A, B तथा C तीन बिन्दु हैं, तथा जीवा BA को बिन्दु T तक आगे इस प्रकार बढ़ाया जाता है, कि CT बिन्दु C पर वृत्त की एक स्पर्श रेखा हो। यदि $\angle ATC = 30°$ और $\angle ACT = 50°$ तो $\angle BOA$ का मान बताओ।




(a) 100°

(b) 150°

(c) 80°

(d) ज्ञात नहीं किया जा सकता।

67. O केन्द्र वाले वृत्त के लघु चाप AB पर कोई बिन्दु C है, दिया गया है कि $\angle ACB = x°$ तथा $\angle AOB = y°$ तो x का मान ज्ञात कीजिए यदि ACBO एक समान्तर चतुर्भुज है।

(a) 120° (b) 180°

(c) 140° (d) 110°

68. PQ तथा RS, O केन्द्र वाले एक वृत्त की दो समान्तर जीवाएं हैं, तथा वृत्त की त्रिज्या 10 सेमी है, यदि PQ = 16 सेमी तथा RS = 12 सेमी तो PQ व RS के बीच की दूरी ज्ञात कीजिऐ यदि वे स्थित हैं:

(i) वृत्त के केन्द्र के एक ही ओर

(ii) वृत्त के केन्द्र के विपरीत ओर

(a) 2, 14 सेमी. (b) 4, 14 सेमी.

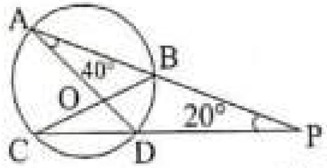
(c) 2, 12 सेमी. (d) 4, 12 सेमी.

69. दो जीवाऐं AB व CD, O केन्द्र वाले वृत्त के अन्दर E पर प्रतिच्छेद करती है, यदि $\angle AOC = 40°$ तथा $\angle BOD = 50°$ तो $\angle AEC$ का मान बताओ।

(a) 90° (b) 45°

(c) 30° (d) 60°

70. PBA तथा PDA दो छेदक रेखाऐं है, तथा AD, O केन्द्र वाले वृत्त का व्यास है। $\angle A = 40°$, $\angle P = 20°$ तो $\angle DBC$ का मान ज्ञात करो।




(a) 45° (b) 30°

(c) 60° (d) 75°

71. 16 सेमी तथा 12 सेमी की दो समान्तर जीवाऐं वृत्त जिसकी त्रिज्या 10 सेमी है। के केन्द्र के एक ही ओर हैं, तो दोनों समान्तर रेखाओं के मध्य की दूरी क्या होगी।

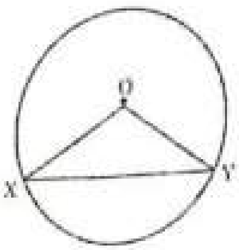
(a) 5 सेमी. (b) 8 सेमी.

(c) 2 सेमी. (d) 3 सेमी.

72. दिये गये चित्र में O वृत्त का केन्द्र है, तथा XO, OY पर लम्ब है। यदि त्रिभुज XOY का क्षेत्रफल 32 हो तो वृत्त का क्षेत्रफल क्या होगा?

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner




(a) $64\pi$ (b) $256\pi$

(c) $16\pi$ (d) $32\pi$

**73.** दो वृत्त जिनकी त्रिज्याएें 4 सेमी व 9 सेमी एक-दूसरे को किसी बिन्दु पर बाह्य स्पर्श करते हैं तथा एक उभयनिष्ठ स्पर्श रेखा वृत्तों को P व Q पर स्पर्श करती है, तो वर्ग का क्षेत्रफल क्या होगा यदि वर्ग की एक भुजा PC हो।

(a) 97 वर्ग सेमी. (b) 194 वर्ग सेमी.

(c) 72 वर्ग सेमी (d) 144 वर्ग सेमी

**74.** किसी बिन्दु P से दो स्पर्श रेखाएें वृत्त पर स्थित बिन्दु A तथा B पर खींची गई हैं, O वृत्त का केन्द्र है, यदि $\angle AOP = 60°$ तो $\angle APB$ का मान बताओ।

(a) 60° (b) 30°

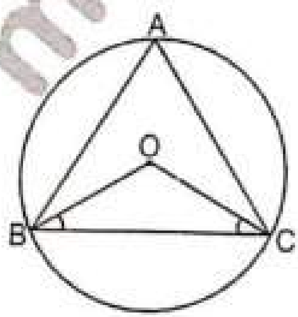
(c) 120° (d) 90°

**75.** $r_1$ तथा $r_2$ त्रिज्याओं वाले दो वृत्त एक-दूसरे को बाह्य बिन्दु A पर स्पर्श करते हैं, तथा PQ वृत्तों की एक उभयनिष्ठ स्पर्श रेखा है, तो $(PQ)^2$ का मान ज्ञात कीजिए।

(a) $r_1r_2$ (b) $2r_1r_2$

(c) $3r_1r_2$ (d) $4r_1r_2$

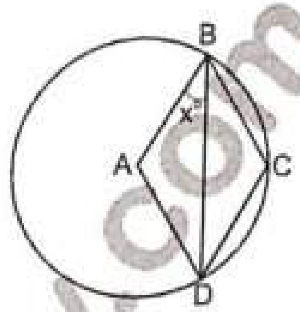
**76.** BC एक O केन्द्र वाले वृत्त की जीवा है, तथा दिखाये गये चित्र में दीर्घ चाप BC पर A कोई बिन्दु है, तो $\angle BAC + \angle OBC = ?$




(a) 120° (b) 60°

(c) 90° (d) 180°

**77.**

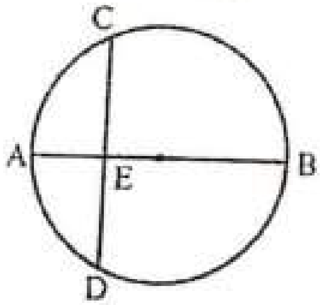



ऊपर दिये गये चित्र में A वृत्त का केन्द्र है, तथा AB = BC = CD तो $x$ का मान ज्ञात कीजिए।

(a) 20° (b) $22\frac{1}{2}°$

(c) 25° (d) 30°

**78.** दिये गये चित्र में AB वृत्त का व्यास है, तथा CD, AB पर लम्ब है, यदि AB = 10 सेमी तथा AE = 2 सेमी तो ED की लम्बाई ज्ञात कीजिए।




(a) 5 सेमी (b) $\sqrt{20}$ सेमी

(c) $\sqrt{10}$ सेमी (d) 4 सेमी

**79.** दो समान्तर जीवाएें AB व CD, वृत्त के केन्द्र 'O' के एक ही तरफ खींची गई हैं, यदि वृत्त की त्रिज्या 65 मीटर है, तथा जीवाओं AB व CD की लम्बाइयाँ क्रमशः 126 मीटर व 112 मीटर है, तो चतुर्भुज ABCD का क्षेत्रफल ज्ञात करो।

(a) 2033 मी² (b) 2023 मी²

(c) 1023 मी² (d) 1078 मी²

Scanned by CamScanner

4 इकाई व 3 इकाई त्रिज्याओं वाले दो वृत्त एक-दूसरे से कुछ दूरी पर हैं, तथा अनुप्रस्थ स्पर्श रेखा व उभयनिष्ठ स्पर्श रेखा के बीच 1 : 2 का अनुपात है, तो वृत्तों के केन्द्रों के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए।

(a) $\sqrt{50}$ (b) $\sqrt{65}$

(c) 8 (d) ज्ञात नहीं किया जा सकता

1. O वृत्त का केन्द्र है, AC तथा BD वृत्त की दो जीवाएं हैं, जो एक-दूसरे को P पर प्रतिच्छेदित करती है, यदि $\angle AOB = 15^\circ$ तथा $\angle APB = 30^\circ$

तो $\tan^2 \angle APB + \cot^2 \angle COD$ का मान होगा:

(a) $\frac{4}{3}$ (b) $\frac{10}{3}$

(c) $\frac{1}{3}$ (d) $\frac{2}{3}$

82. O केन्द्र वाले वृत्त पर स्थित दो बिन्दुओं A तथा B पर खींची गई स्पर्श रेखाएं एक-दूसरे को P पर प्रतिच्छेदित करती है यदि चतुर्भुज PAOB में $\angle AOB : \angle APB = 5:1$ तो कोण $\angle APB$ का मान बताओ।

(a) 30° (b) 60°

(c) 45° (d) 15°

83. एक वृत्त की जीवा की लम्बाई वृत्त की त्रिज्या के बराबर है, तथा इस जीवा द्वारा वृत्त के दीर्घ वृत्तखण्ड में बने कोण का मान होगा।

(a) 30° (b) 45°

(c) 60° (d) 90°

84. एक वृत्त जिसकी दो जीवाएं AD व BC है। तथा AD व BC को आगे बढ़ाने पर वृत्त के बाहर बिन्दु P पर मिलती हैं यदि PA = 10सेमी, PB = 8सेमी, PC = 5सेमी, AC = 6सेमी तो PD की लम्बाई ज्ञात करो।

(a) 5 सेमी (b) 4 सेमी

(c) 6 सेमी (d) 4.5 सेमी

85. 6 सेमी तथा त्रिज्याओं वाले दो वृत्तों के बीच की दूरी 10 सेमी है, तो वृत्तों की उभयनिष्ठ स्पर्श रेखा की लम्बाई ज्ञात करो।

(a) 10 सेमी (b) 4.5 सेमी

(c) 9.6 सेमी (d) 12 सेमी

86. $\Delta ABC$ में, O, वृत्त का परिकेन्द्र है, यदि $\angle OBC = 37^\circ$ तो $\angle BAC$ का मान होगा।

(a) 74° (b) 106°

(c) 53 (d) 37°

87. यदि एक वृत्त व वर्ग का परिमाप बराबर है, तो निम्न में से कौन सा कथन सत्य है।

(a) वृत्त का क्षेत्रफल, वर्ग के क्षेत्रफल से अधिक है,

(b) वृत्त का क्षेत्रफल, वर्ग के क्षेत्रफल से अधिक है,

(c) वृत्त का क्षेत्रफल, वर्ग के क्षेत्रफल से कम है,

(d) कोई निष्कर्ष नहीं निकाला जा सकता है।

88. किसी भी त्रिभुज में निम्न कथनों पर विचार कीजिए

I. त्रिभुज की तीन माध्यिकाएं त्रिभुज को 6 बराबर क्षेत्रफल वाले त्रिभुजों में विभाजित करती हैं।

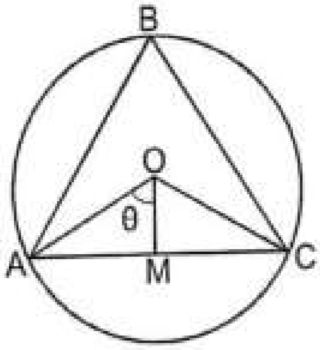
II. त्रिभुज का परिमाप, त्रिभुज की तीनों माध्यिकाओं के योग से अधिक होता है।

ऊपर दिये कथनों में से कौन-सा कथन सत्य है।

(a) केवल I (b) केवल II

(c) I और II (d) न ही I ना II

89.




ऊपर दिये गये चित्र में, O वृत्त का केन्द्र है। OA = 3सेमी,

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

AC = 3 सेमी तथा OM, AC पर लम्ब है, तो ∠ABC का मान ज्ञात कीजिऐ।

(a) 60° (b) 45°
(c) 30° (d) 90°

**90.** एक वृत्त का व्यास 80 सेमी है, तो संकेन्द्रीय वृत्तों की त्रिज्याऐं ज्ञात कीजिए जिन्हें इस प्रकार बनाया गया है कि पूरा क्षेत्रफल चार बराबर भागों में विभक्त हो।

(a) $20\sqrt{2}$, $20\sqrt{3}$, 20

(b) $\frac{10\sqrt{3}}{3}$, $\frac{10\sqrt{2}}{3}$, $\frac{10}{3}$

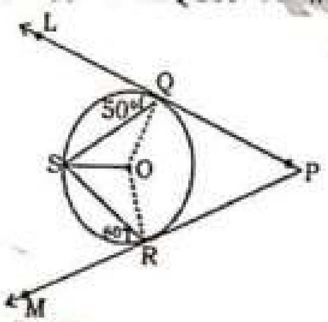
(c) $10\sqrt{3}$, $10\sqrt{2}$, 10

(d) 17, 14, 9

**91.** O, केन्द्र वाले वृत्त की दो जीवाऐं AB व CD एक-दूसरे को P पर प्रतिच्छेद करती हैं। यदि ∠AOC = 100° तथा ∠BOD = 70° तो ∠APC का मान होगा।

(a) 80° (b) 75°
(c) 85° (d) 95°

**92.** दिये गये चित्र में PQL व PRM O केन्द्र वाले वृत्त के दो स्पर्श बिन्दु Q तथा R पर दो स्पर्श रेखाऐं हैं। तथा S वृत्त पर कोई बिन्दु इस प्रकार है, कि ∠SQL = 50° तथा ∠SRM = 60° तो ∠QSR का मान बताओ।




(a) 110° (b) 60°
(c) 70° (d) 90°

**93.** O केन्द्र वाले वृत्त की दो जीवाऐं AB व CD एक-दूसरे को P पर मिलती हैं। तथा ∠AOC = 50°, ∠BOD = 40° तो ∠BPD का मान बताओ।

(a) 60° (b) 40°
(c) 45° (d) 75°

**94.** वृत्त की दो जीवाऐं जिनकी लम्बाई $2a$ व $2b$ है, एक-दूसरे पर परस्पर लम्बवत् हैं। यदि वृत्त के केन्द्र से जीवाओं के प्रतिच्छेदी बिन्दु की दूरी c (c < वृत्त की त्रिज्या) हो तो वृत्त की त्रिज्या ज्ञात कीजिऐ।

(a) $\sqrt{\frac{a^2+b^2+c^2}{2}}$ (b) $\frac{\sqrt{ab}}{c}$

(c) $a+b-c$ (d) $\frac{\sqrt{a^2+b^2-c^2}}{2}$

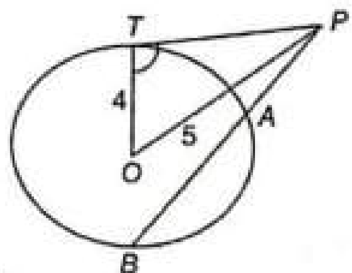
**95.** दो वृत्त जिनकी त्रिज्याऐं 5 सेमी व 8 सेमी है, एक-दूसरे को बिन्दु A पर बाह्य स्पर्श करते हैं यदि बिन्दु A से गुजरती हुई एक सीधी रेखा वृत्त को क्रमशः P व Q पर काटती है तो AP : AQ क्या होगा।

(a) 8 : 5 (b) 5 : 8
(c) 3 : 4 (d) 4 : 5

**96.** ABCD एक चक्रीय चतुर्भुज है। जब भुजा AB व DC को आगे बढ़ाया जाता है, तो बिन्दु P तथा जब भुजा AD व BC को आगे बढ़ाया जाता है, तो बिन्दु Q पर मिलती है यदि ∠ADC = 85° तथा ∠BPC = 40° तो ∠CQD का मान होगा।

(a) 55° (b) 85°
(c) 30° (d) 40°

**97.** O वृत्त का केन्द्र है, OP = 5 तथा OT = 4 तथा AB = 8 तथा रेखा PT वृत्त की एक स्पर्श रेखा है, तो PB का मान बताओ।




(a) 9 सेमी (b) 10 सेमी
(c) 7 सेमी (d) 8 सेमी

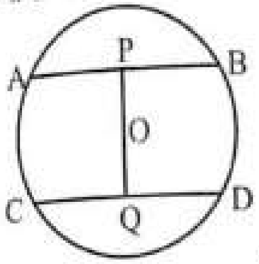
**98.** दो संकेन्द्रीय वृत्तों $C_1$ व $C_2$ का केन्द्र O है, तथा उनकी त्रिज्याऐं क्रमशः 12 सेमी व 3 सेमी है, तथा वृत्त $C_1$ पर स्थित बिन्दु A से वृत्त $C_2$ पर खींची गई स्पर्श रेखाओं के स्पर्श बिन्दु B व C हैं। तो चतुर्भुज ABOC का क्षेत्रफल ज्ञात करो।

Scanned by CamScanner

(a) $\frac{9\sqrt{15}}{2}$ सेमी² (b) $12\sqrt{15}$ सेमी²

(c) $9\sqrt{15}$ सेमी² (d) $6\sqrt{15}$ सेमी²

99. दिये गये चित्र में, यदि AB = 8 सेमी, CD = 6 सेमी तथा वृत्त की त्रिज्या 5 सेमी है, तो PQ = ?




(a) 6 सेमी (b) 8 सेमी

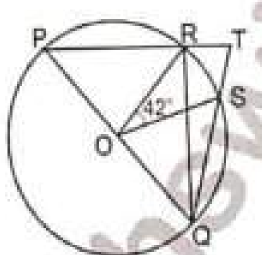
(c) 9 सेमी (d) 7 सेमी

100. दो संकेंद्रीय वृत्त जिनका उभयनिष्ठ केन्द्र O है। तथा AB एक बाह्य वृत्त की जीवा है, जो दूसरे अन्दर बने वृत्त को C व D पर प्रतिच्छेद करती है। यदि केन्द्र की जीवा से दूरी 3 सेमी, बाह्य वृत्त की त्रिज्या 13 सेमी तथा दूसरे अन्दर बने वृत्त की त्रिज्या 7 सेमी है, तो AC की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

(a) $8\sqrt{10}$ (b) $6\sqrt{10}$

(c) $4\sqrt{10}$ (d) $2\sqrt{10}$

101.




ऊपर दिये गये चित्र में PQ, O केन्द्र वाले वृत्त का व्यास है। यदि ∠ROS = 42°, तो ∠RTS का मान क्या होगा?

(a) 46° (b) 64°

(c) 69° (d) इनमें से कोई नहीं

102. तीन वृत्त एक दूसरे को बाह्य स्पर्श करते हैं तथा उनके केन्द्रों के बीच की दूरी क्रमश: 3 सेमी, 4 सेमी व 5 सेमी है, तो वृत्तों की त्रिज्याएं ज्ञात कीजिए।

(a) 1 सेमी, 2 सेमी, 3 सेमी

(b) $\frac{1}{2}$ सेमी, $\frac{3}{2}$ सेमी, $\frac{5}{2}$ सेमी

(c) 1 सेमी, 2.5 सेमी, 3.5 सेमी,

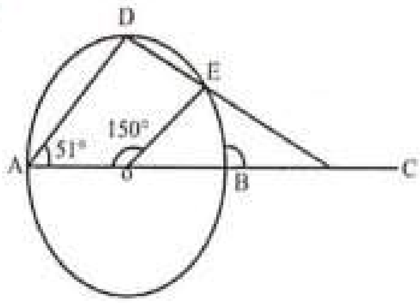
(d) इनमें से कोई नहीं।

103. PT 6 सेमी त्रिज्या वाले वृत्त की एक स्पर्श रेखा है, यदि केन्द्र O से P 10 सेमी की दूरी पर है। तथा PBC एक छेदक रेखा तथा PB = 5 है, तो जीवा BC की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

(a) 7.8 सेमी (b) 8.0 सेमी

(c) 8.4 सेमी (d) 9.0 सेमी

104. नीचे दिये गये चित्र में, AB, O केन्द्र वाले वृत्त का व्यास है, यदि ∠AOE = 150°, ∠DAO = 51° तो ∠CBE का मान बताओ।




(a) 115° (b) 110°

(c) 105° (d) 120°

105. दो वृत्त जो एक-दूसरे को बाह्य स्पर्श करते हैं, उनकी परिधियों का योग 176 सेमी है। तो बड़े वृत्त की त्रिज्या का छोटे वृत्त की त्रिज्या से क्या अनुपात होगा यदि त्रिज्याओं के वर्गों का योग 400 सेमी हो।

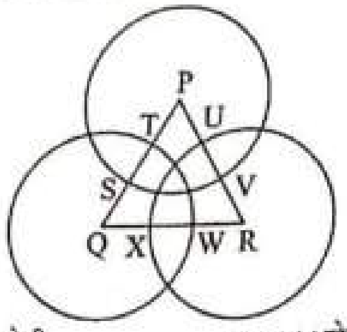
(a) 7 : 8 (b) 8 : 7

(c) 3 : 4 (d) 4 : 3

106. P, Q व R केन्द्र वाले तीनों वृत्तों में प्रत्येक की त्रिज्या 24 सेमी है, तीनों वृत्त एक-दूसरे को प्रतिच्छेदित करते हैं, जैसा कि नीचे चित्र में दर्शाया गया है। यदि ST = 4 सेमी, UV = 7 सेमी व WX = 10 सेमी तो वृत्तों के केन्द्रों को मिलाने पर बने त्रिभुज का परिमाप क्या होगा।

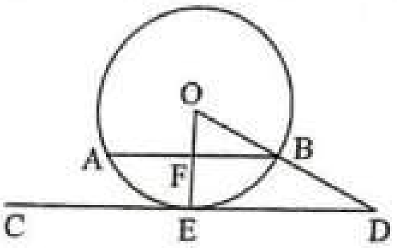
mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner



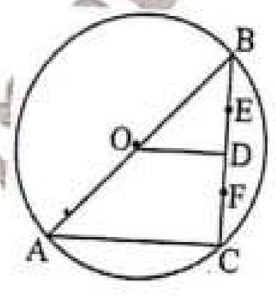

(a) 123 सेमी (b) 144 सेमी
(c) 125 सेमी (d) 136 सेमी

**107.** दिये गये चित्र में CD, O केन्द्र वाले वृत्त पर स्थित बिन्दु E पर एक स्पर्श रेखा है। OE, जीवा AB को F पर समद्विभाजित करता है। AB = 16 सेमी, तथा EF = 2 सेमी तो DE की लम्बाई (सेमी में) ज्ञात कीजिए।



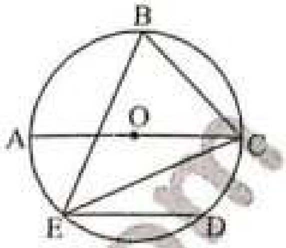

(a) $\frac{108}{15}$ (b) $\frac{118}{15}$
(c) $\frac{126}{15}$ (d) $\frac{136}{15}$

**108.** दिये गये चित्र में, AB, O केन्द्र वाले वृत्त का व्यास है। AB = 24 सेमी तथा OD, BC पर लम्ब है, तथा OE, ∠BOD को समद्विभाजित तथा BE : ED = 2 : 1 में बाँटती हैं यदि F, DC का मध्य-बिन्दु हो तो AF (सेमी में) ज्ञात कीजिए।




(a) $\sqrt{171}$ (b) $\sqrt{181}$
(c) $\sqrt{161}$ (d) $\sqrt{211}$

**109.** दिये गये चित्र में ED, वृत्त के व्यास AC के समान्तर है, यदि ∠CBE = 65° तो ∠DEC = ?




(a) 35° (b) 55°
(c) 45° (d) 25°

**110.** PQ तथा RS, O केन्द्र वाले वृत्त की दो समान्तर स्पर्श रेखाएं हैं, तथा स्पर्श बिन्दु C पर एक स्पर्श रेखा AB इस प्रकार है कि वह PQ व RS को क्रमशः A व B पर काटती है, तो ∠AOB मा मान बताओ।

(a) 60° (b) 120°
(c) 90° (d) 180°

**111.** एक वृत्त की दो जीवाएं AB व CD एक-दूसरे वृत्त के बाहर स्थित बिन्दु पर काटती हैं। यदि PA = 8 सेमी, PD=4सेमी, CD=3सेमी तो AB का मान बराबर होगा।

(a) 4 सेमी (b) 3 सेमी
(c) 3.5 सेमी (d) 4.5 सेमी

**112.** दो वृत्त P व Q एक-दूसरे को B व C पर प्रतिच्छेद करते हैं, A व D बिन्दु क्रमशः P व Q केन्द्र वाले वृत्तों पर इस प्रकार हैं कि A, C व D सरेख है, यदि ∠APB = 130° तथा ∠BQD = $x$° तो $x$ का मान बताओ।

(a) 65 (b) 130
(c) 195 (d) 135

**113.** $C_1$ व $C_2$ दो संकेन्द्रीय वृत्त हैं जिनका केन्द्र O है, तथा उनकी त्रिज्याएं क्रमशः 12 सेमी व 3 सेमी हैं। वृत्त $C_1$ पर स्थित बिन्दु A से वृत्त $C_2$ पर खींची गई दो स्पर्श रेखाओं का स्पर्श रेखाओं का स्पर्श बिन्दु B है, तो त्रिभुज OAB का क्षेत्रफल ज्ञात करो।

(a) $\frac{9\sqrt{15}}{2}$ वर्ग सेमी (b) $12\sqrt{15}$ वर्ग सेमी
(c) $9\sqrt{15}$ वर्ग सेमी (d) $6\sqrt{15}$ वर्ग सेमी

Scanned by CamScanner

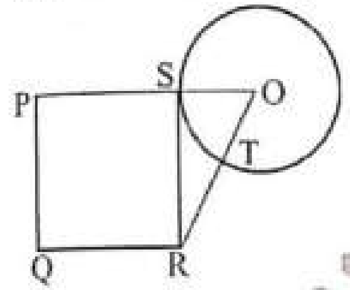
114. O केन्द्र वाले वृत्त की दो जीवाएं AB व CD एक-दूसरे को P पर प्रतिच्छेद करती हैं, $\angle ADP = 23°$ तथा $\angle APC = 70°$ तो $\angle BCD$ का मान बताओ।

(a) 45°  (b) 47°
(c) 57°  (d) 67°

115. जीवाएं AB व CD एक-दूसरे को E पर प्रतिच्छेद करती हैं, तथा एक-दूसरे पर लम्ब है। रेखाखण्डों AE, EB व ED की लम्बाई क्रमशः 2 सेमी, 6 सेमी, व 3 सेमी है। तो वृत्त का व्यास (सेमी में) में कितना होगा।

(a) $\sqrt{65}$  (b) $\frac{1}{2}\sqrt{65}$
(c) 65  (d) $\frac{65}{2}$

116. PQRS एक वर्ग है। तथा O केन्द्र वाले वृत्त पर स्थित बिन्दु S पर SR एक स्पर्श रेखा है, तथा TR = OS तो वर्ग के क्षेत्रफल व वृत्त के क्षेत्रफल का अनुपात ज्ञात कीजिए।




(a) $\frac{\pi}{3}$  (b) $\frac{11}{7}$
(c) $\frac{3}{\pi}$  (d) $\frac{7}{11}$

117. एक वृत्त किसी समबाहु त्रिभुज के अन्दर बना है, तथा एक वर्ग वृत्त के अन्दर बना है, तो त्रिभुज के क्षेत्रफल व वर्ग के क्षेत्रफल का अनुपात ज्ञात कीजिए।

(a) $\sqrt{3}:\sqrt{2}$  (b) $3\sqrt{3}:2$
(c) $3:\sqrt{2}$  (d) $\sqrt{2}:1$

118. एक वृत्त के व्यास AB की लम्बाई 8 सेमी तथा CD || AB. यदि AB = CD = 2 सेमी है, तो वृत्त की त्रिज्या ज्ञात कीजिए।

(a) 7  (b) $7\sqrt{3}$
(c) $7\sqrt{2}$  (d) $2\sqrt{15}$

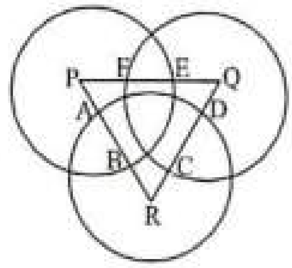
119. AB व CD वृत्त की दो जीवाएं इस प्रकार हैं कि AB = 8 सेमी, CD = 10 सेमी तथा AB || CD. यदि AB व CD के बीच की लम्बवत दूरी 2 सेमी है, तो वृत्त की त्रिज्या ज्ञात कीजिए।

(a) $\frac{5\sqrt{17}}{4}$ सेमी  (b) $\frac{4\sqrt{17}}{5}$ सेमी
(c) $\frac{3\sqrt{17}}{5}$ सेमी  (d) $\sqrt{17}$ सेमी

120. समान आधार पर बने एक वर्ग व एक समबाहु त्रिभुज के क्षेत्रफलों का अन्तर 1/4 सेमी² है, तो त्रिभुज की भुजा की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

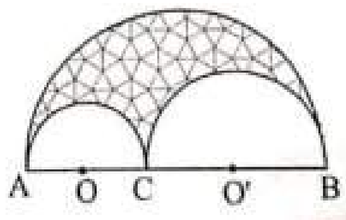
(a) $(4-\sqrt{3})^{1/2}$ सेमी  (b) $(4+\sqrt{3})^{1/2}$ सेमी
(c) $(4-\sqrt{3})^{-1/2}$ सेमी  (d) $(4+\sqrt{3})^{-1/2}$ सेमी

121. नीचे दिये गये चित्र में तीन वृत्त जिनके केन्द्र क्रमशः P, Q व R तथा प्रत्येक की त्रिज्या 25 सेमी है, यदि $AB = 6, CD = 12$ तथा $EF = 15$ तो त्रिभुज PQR का परिमाप ज्ञात कीजिए।




(a) 117 सेमी²  (b) 116 सेमी²
(c) 113 सेमी²  (d) 121 सेमी²

122. नीचे दिये गये चित्र में छायाँकित भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिऐ तथा दिया गया है, O व O' केन्द्र वाले वृत्तों का व्यास क्रमशः 6 सेमी व 18 सेमी है, तथा ACB एक अर्द्धवृत्त है।




mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

(a) $54\pi$
(b) $27\pi$
(c) $36\pi$
(d) $18\pi$

**123.** A, B, C, D बिन्दु वृत्त पर इस प्रकार है, कि ABD एक समबाहु त्रिभुज तथा AC वृत्त का व्यास है, तो चतुर्भुज ABCD के परिमाप व वृत्त के परिमाप का अनुपात ज्ञात कीजिऐ।

(a) $\sqrt{2}+1:\pi$
(b) $3+\sqrt{2}:2\pi$
(c) $\sqrt{3}+1:\pi$
(d) $4+\sqrt{3}:3\pi$

**124.** A तथा B केन्द्र वाले दो वृत्त जिनमें प्रतयेक की त्रिज्या 2 इकाई है, एक-दूसरे को C पर बाह्य स्पर्श करते हैं, तथा एक दूसरा वृत्त जिसकी त्रिज्या 2 इकाई है, वृतों से D व E पर मिलता है, तो चतुर्भुज ABDE का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिऐ।

(a) $2\sqrt{2}$ वर्ग इकाई
(b) $3\sqrt{3}$ वर्ग इकाई
(c) $3\sqrt{2}$ वर्ग इकाई
(d) $2\sqrt{3}$ वर्ग इकाई

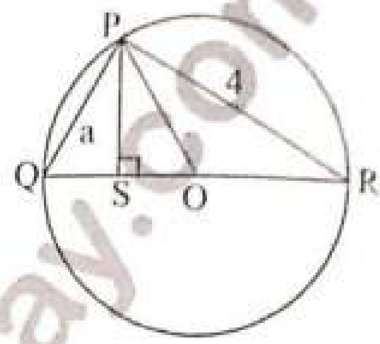
**125.** AB, O केन्द्र वाले वृत्त की एक जीवा है। तथा DOC एक रेखाखण्ड है, जो वृत्त पर स्थित बिन्दु D से निकलता है, तथा AB के बढ़े हुए भाग को C पर मिलता है, तथा that BC = OD, $\angle BCD = 20^0$ तो $\angle AOD$ का मान ज्ञात कीजिऐ।

(a) $30^0$
(b) $40^0$
(c) $10^0$
(d) $60^0$

**126.** एक बिन्दु P से, O केन्द्र वाले वृत्त पर दो स्पर्श रेखाऐं PA व PB खींची जाती है, यदि वृत्त की त्रिज्या 5 सेमी तथा AB = 6 सेमी, OP, AB को C पर काटता है, तथा OC = 4 सेमी तो OP का मान ज्ञात कीजिऐ।

(a) $\frac{25}{4}$ सेमी
(b) 25सेमी
(c) 13सेमी
(d) इनमें से कोई नहीं

**127.** यदि दिये गये चित्र में PQ = a, PR = 4 सेमी जबकि O वृत्त का केन्द्र है, तथा बिंदु S, O व Q के मध्य इस प्रकार है, कि PS ⊥ QR तो OP की लम्बाई ज्ञात कीजिऐ।



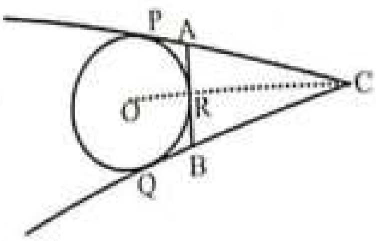

(a) $\frac{\sqrt{16+a^2}}{2}$
(b) $\frac{16-a^2}{2\sqrt{a^2+16}}$
(c) $\frac{4a-16}{16a-a^2}$
(d) $\frac{2\sqrt{a^2-16}}{16+a^2}$

**128.** P व Q, क्रमशः केन्द्र वाले वृत्त की दो जीवाओं AB व AC के मध्य बिन्दु हैं, तथा AB व AC वृत्त के व्यास नहीं है। तथा रेखाओं OP व OQ का आग बढ़ाने पर वृत्त को क्रमशः R व S पर मिलते हैं। तथा R व S के मध्य दीर्घ चाप पर T कोई बिन्दु है, यदि $\angle BAC = 320^0$ तो $\angle RTS = ?$

(a) $32^0$
(b) $74^0$
(c) $106^0$
(d) $64^0$

**129.** दिये गये चित्र में CP व CQ, केन्द्र वाले वृत्त पर बाह्य बिन्दु C से खींची गई दो स्पर्श रेखाऐं हैं। तथा AB एक दूसरी स्पर्श रेखा जो वृत्त R पर स्पर्श करती है, यदि If CP = 11 सेमी तथा BR = 4 सेमी तो BC की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

mathswithabhinay.com
Scanned by CamScanner




(a) 7 सेमी (b) 8 सेमी
(c) 5 सेमी (d) 10 सेमी

130. 3 सेमी व 4 सेमी त्रिज्याओं वाले दो वृत्त जिनके केन्द्र क्रमशः A व B हैं, एक-दूसरे को बिन्दु C व D पर इस प्रकार प्रतिच्छेद करते हैं, कि AC व BC दो वृत्तों पर स्पर्श रेखाएं हैं। तो उभयनिष्ठ जीवा CD की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

(a) 4.2 सेमी (b) 8.4 सेमी
(c) 2.4 सेमी (d) 4.8 सेमी

**131.** PR, 8 सेमी त्रिज्या वाले वृत्त जिसका केन्द्र O है, पर स्थित बिन्दु Q पर एक स्पर्श रेखा है। यदि OR = 16 सेमी तथा OP = 10 सेमी तो PR की लम्बाई ज्ञात करो।

(a) 18 सेमी. (b) 19 सेमी.
(c) 19.8 सेमी. (d) 21.86 सेमी.

**132.** P केन्द्र वाले दो संकेन्द्रीय वृत्तों की त्रिज्याएं 6.5 सेमी व 3.3 सेमी हैं। बड़े वृत्त पर बिन्दु A से छोटे वृत्त पर एक स्पर्श रेखा खींची जाती है, जो इसे B पर तथा बड़े वृत्त को C पर स्पर्श करती है, तो AC की लम्बाई बताओ।

(a) 5.6 सेमी. (b) 11.2 सेमी.
(c) 11.8 सेमी. (d) 6.5 सेमी.

★★★★

Scanned by CamScanner

## उत्तरमाला

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1. (d) | 2. (c) | 3. (c) | 4. (c) | 5. (a) | 6. (a) | 7. (d) | 8. (b) | 9. (c) |
| 10. (d) | 11. (b) | 12. (b) | 13. (d) | 14. (a) | 15. (b) | 16. (b) | 17. (b) | 18. (a) |
| 19. (c) | 20. (c) | 21. (b) | 22. (c) | 23. (b) | 24. (a) | 25. (b) | 26. (a) | 27. (b) |
| 28. (c) | 29 (c) | 30. (a) | 31. (b) | 32. (a) | 33. (b) | 34. (a) | 35. (a) | 36. (a) |
| 37. (b) | 38. (b) | 39. (a) | 40. (b) | 41. (a) | 42. (c) | 43. (a) | 44. (a) | 45. (b) |
| 46. (a) | 47. (d) | 48. (b) | 49. (a) | 50. (c) | 51. (b) | 52. (c) | 53. (a) | 54. (a) |
| 55. (c) | 56. (b) | 57. (a) | 58. (a) | 59. (b) | 60. (a) | 61. (b) | 62. (b) | 63. (b) |
| 64. (d) | 65. (c) | 66. (a) | 67. (a) | 68. (a) | 69. (b) | 70. (b) | 71. (c) | 72. (a) |
| 73. (b) | 74. (a) | 75. (d) | 76. (c) | 77. (d) | 78. (d) | 79. (c) | 80. (b) | 81. (a) |
| 82. (a) | 83. (a) | 84. (b) | 85. (c) | 86. (c) | 87. (b) | 88. (c) | 89. (c) | 90. (a) |
| 91. (c) | 92. (c) | 93. (c) | 94. (a) | 95. (b) | 96. (c) | 97. (a) | 98. (c) | 99. (d) |
| 100.(d) | 101. (c) | 102. (a) | 103. (a) | 104. (c) | 105. (d) | 106. (a) | 107. (d) | 108. (a) |
| 109.(d) | 110. (c) | 111. (d) | 112. (b) | 113. (a) | 114. (b) | 115. (a) | 116. (c) | 117. (b) |
| 118.(a) | 119. (a) | 120. (c) | 121. (a) | 122. (b) | 123. (c) | 124. (b) | 125. (d) | 126. (a) |
| 127.(a) | 128. (b) | 129. (a) | 130. (d) | 131. (c) | 132. (b) | | | |

Scanned by CamScanner

## हल एवं संकेत

**Solⁿ 1.** AO और BO वृत्त की त्रिज्याएँ हैं

$\angle ABO = \angle BAO = 60^\circ \quad (\because AO = BO)$

$\Delta AOB$ में,

$\angle AOB + \angle ABO + \angle BAO = 180^\circ$

$\angle AOB = 180^\circ - (60^\circ + 60^\circ)$

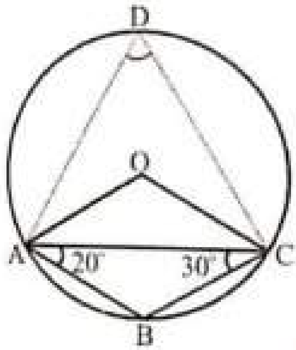
$= 60^\circ$

हम जानतें है कि,

$\frac{1}{2}\angle AOB = \angle ACB$

$\therefore \angle ACB = 30^\circ$

**Solⁿ 2.**




$\Delta ABC$ में

$\angle ABC = 180^\circ - \angle BAC - \angle ACB$

$= 180^\circ - 30^\circ - 20^\circ$

$\angle ABC = 130^\circ$

$\angle ADC = 180^\circ - 130^\circ$

$= 50^\circ$

$\therefore \angle AOC = 2 \times \angle ADC$

$= 2 \times 50 = 100^\circ$

**Solⁿ 3.** $\angle AEB = 120^\circ$

$\angle AEC = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$ [$\therefore$ रेखीय युग्म कोण]

$\Delta AEC$ में,

$\angle AEC = 180^\circ - \angle CAE - \angle AEC$

$= 180^\circ - 30^\circ - 60^\circ = 90^\circ$

$\angle ACE = 90^\circ$

$\angle ACB = \angle ADB$ ($\therefore$ समान जीवा द्वारा बना कोण)

$\therefore \angle ADB = 90^\circ$

**Solⁿ 4.** $PT^2 = PA \times PB$

माना $AB = x$

$\therefore 25 = 4 \times (4 + x)$

$25 = 16 + 4x$

$4x = 9$

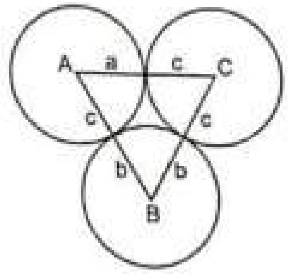
$AB = x = \frac{9}{4}$ सेमी

**Solⁿ 5.** समकोण त्रिभुज में,

अन्त:त्रिज्या $r = \frac{AB + AC - BC}{2}$

$\therefore r = \frac{4+3-5}{2} = \frac{2}{2} = 1$ सेमी

**Solⁿ 6.**




AB के बीच की दूरी $(a+b) = 5$ सेमी

BC के बीच की दूरी $(b+c) = 6$ सेमी

CA के बीच की दूरी $(c+a) = 7$ सेमी

$2a + 2b + 2c = 18$

Scanned by CamScanner

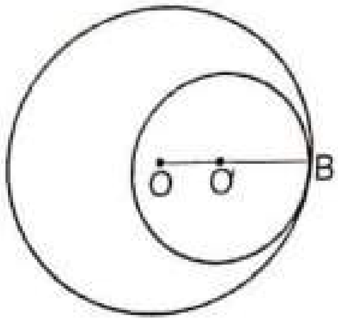
$\therefore a+b+c=9$

त्रिज्या $a=9-6=3$ सेमी

त्रिज्या $b=9-7=2$ सेमी

त्रिज्या $c=9-5=4$ सेमी

**Sol^n 7.**




बड़े वृत्त की त्रिज्या $OB=13$ सेमी

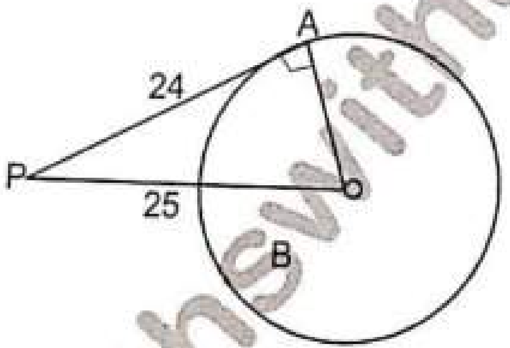
छोटे वृत्त की त्रिज्या $O'B=5$ सेमी

$\therefore$ केन्द्रों के बीच की दूरी $OO'=OB-O'B$

$=13-5$

$=8$ सेमी

**Sol^n 8.**




$OP=25$ सेमी

$AP=24$ सेमी

$\Rightarrow AO=\sqrt{OP^2-AP^2}$

[ $\therefore$ पाइथागोरस प्रमेय से]

$=\sqrt{25^2-24^2}=7$

$\therefore AO=7$ सेमी

**Sol^n 9.** $\angle ACB=\frac{1}{2}\angle AOB$

$\angle ACB=\frac{1}{2}\times 46=23^\circ$

अब, $\Delta BDC$ में

$23^\circ+\angle B+90^\circ=180^\circ$

$\therefore \angle B=67^\circ$

**Sol^n 10.** $AB=8$ सेमी

$CD=6$ सेमी

$\Rightarrow PO=\sqrt{5^2-4^2}=4$

$PO=3$ सेमी

$\Rightarrow QO=\sqrt{5^2-3^2}=4$

$QO=4$

$PQ=PQ+QO=4+3$

$\therefore PQ=7$ सेमी

**Sol^n 11.** $\angle ABC+\angle ADC=180^\circ$

[$\therefore$ चक्रीय चतुर्भुज के दो सम्मुख कोणों का योग]

$\angle ABC+140^\circ=180^\circ$

$\angle ABC=40^\circ$

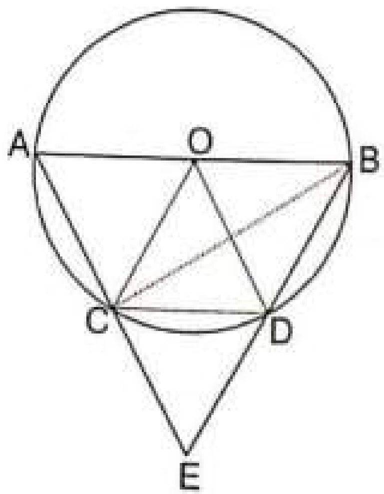
$\angle ACB=90^\circ$ [$\therefore$ अर्द्ध वृत्त में बना कोण]

$\Delta ABC$ में

$\Rightarrow \angle BAC=180^\circ-90^\circ-40^\circ$

$\therefore \angle BAC=50^\circ$

**Sol^n 12.**




mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

जीवा CD = r

$\Delta$ OCD में

OC = OD = CD = r (त्रिज्या)

इसलिए, $\Delta$ OCD एक समबाहु त्रिभुज है,

$\angle COD = 60^\circ$

$\angle CBD = \frac{1}{2} \angle COD$

$\therefore \angle CBD = 30^\circ$

$\angle ACB = 90^\circ$ [$\therefore$ अर्द्धवृत्त में बना कोण]

$\angle BCE = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$

$\Delta$ BCE में

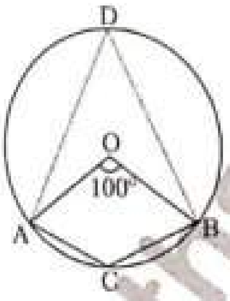
$\angle BEC = 180^\circ - \angle BCE - \angle CBE$

$= 180^\circ - 90^\circ - 30^\circ$

$\angle BEC = 60^\circ$

$\therefore \angle AEB = 60^\circ$

**Sol$^n$ 13.**




$\angle ADB = \frac{1}{2} \angle AOB$

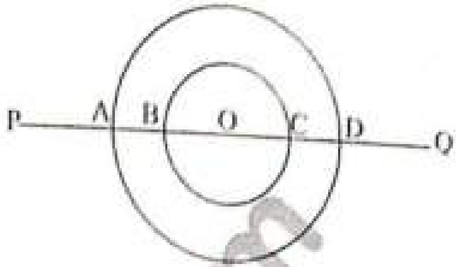
$\therefore \angle ADB = 50^\circ$

$\angle ADB + \angle ACB = 180^\circ$

$\angle ACB = 180^\circ - 50^\circ$

$\therefore \angle ACB = 130^\circ$

**Sol$^n$ 14.**

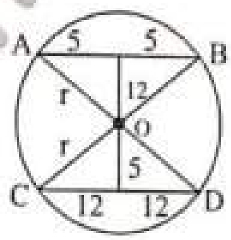



AD = 12 सेमी $\Rightarrow$ $OA = \frac{12}{2} = 6$ सेमी

BC = 8 सेमी $\Rightarrow$ $OB = \frac{8}{2} = 4$ सेमी

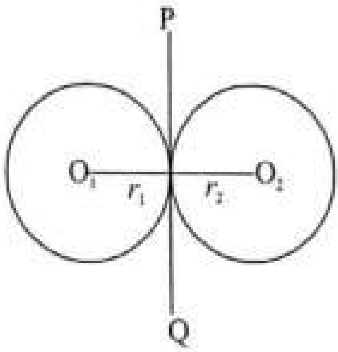
$\therefore$ AB = OA − OB = 6 − 4 = 2 सेमी

**Sol$^n$ 15.**




त्रिज्या $(r) = \sqrt{(12)^2 + (5)^2} = \sqrt{169} = 13$ सेमी

**Sol$^n$ 16.**




$PQ = \sqrt{4 r_1 r_2}$

$= \sqrt{4 \times 8 \times 2}$

$= \sqrt{64}$

= 8 सेमी

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

**Solⁿ 17.**

$\Delta$ XOZ में

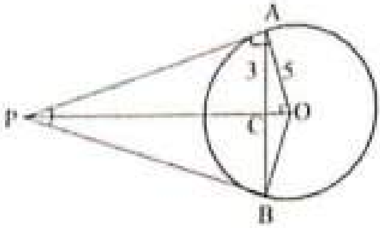
$XZ = \sqrt{13^2 - 12^2}$

$= \sqrt{25}$

$\therefore$ $XZ = 5$

$\therefore$ जीवा $XY = 2 \times 5 = 10$ सेमी

**Solⁿ 18.**




$\Delta$ PAO और $\Delta$ PBO में

AP = PB [बराबर स्पर्श रेखाएं]

OA = OB [त्रिज्या]

OP = OP [उभयनिष्ठ]

$\therefore \Delta OAP \cong \Delta OPB$

इसलिये, $\angle APO = \angle BPO$

$\Delta$ AOP में,

$\Rightarrow \angle APO = 180° - 90° - 60°$

$\Rightarrow \angle APO = 30°$

$\therefore \angle APB = 2(\angle APO)$

$= 2 \times 30° = 60°$

**Solⁿ 19.** $\Delta$ AOB में,

$\angle OBA = \angle OAB = 55°$ [$\because$ OB = OA]

$\angle AOB = 180° - (55° + 55°)$

$\angle AOB = 70°$

$\angle AOB = \angle COD$ [AB = CD]

$\therefore \angle COD = 70°$

**Solⁿ 20.** $\angle CBA = \frac{1}{2} \angle COA$

$= \frac{1}{2} \times 120°$

$\therefore \angle CBA = 60°$

$\Rightarrow \angle CBE = 180° - \angle CBA$

$= 180° - 60°$

$\therefore \angle CBE = 120°$

**Solⁿ 21.** $\angle ACB = 90°$ ($\therefore$ अर्द्धवृत्त में बना कोण)

$\angle ADC + \angle ABC = 180°$

($\therefore$ चतुर्भुज के दो सम्मुख कोणों का योग 180° होता है)

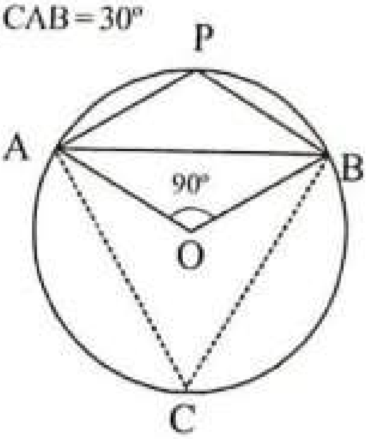
$\angle ABC = 180° - 120°$

$\therefore \angle ABC = 60°$

$\angle CAB = 180° - 90° - 60°$

$\therefore \angle CAB = 30°$

**Solⁿ 22.**




$\angle ACB = \frac{1}{2} \angle AOB$

$\Rightarrow \angle ACB = \frac{1}{2} \times 90 = 45°$

क्योंकि, $\angle APB + \angle ACB = 180°$

$\Rightarrow \angle APB = 180° - 45°$

$\therefore \angle APB = 135°$

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

**Solⁿ 23.** माना PD = $x$ सेमी

$AP \times PB = CP \times PD$

$2 \times 6 = 3 \times x$

$x = 4$ सेमी

PD = 4 सेमी

**Solⁿ 24.** अन्तः वृत्त की त्रिज्या $= \dfrac{AB + AC - BC}{2}$

$= \dfrac{4+3-5}{2} = \dfrac{2}{2} = 1$ सेमी

**Solⁿ 25.** $\angle QAX = \angle BAX - \angle BAQ$

$\angle QAX = 70^\circ - 40^\circ = 30^\circ$

अब, $\angle BAY = 180^\circ - \angle BAX$

$= 180^\circ - 70^\circ$

$\angle BAY = 110^\circ$

$\angle EBA = 90^\circ$

$\therefore \quad \angle BAY = \angle AQB = 110^\circ$

अब, $\Delta$ ABQ में

$\angle ABQ = 180 - \angle BAQ - \angle AQB$

$= 180^\circ - 40^\circ - 110^\circ$

$\therefore \quad \angle ABQ = 30^\circ$

**Solⁿ 26.** अब, $\angle ADB = 90^\circ$ [अर्द्धवृत्त में बना कोण]

$\angle ADC = \angle DAB = 30^\circ$ [एकान्तर कोण]

अब, $\Delta$ ABD में

$\angle DAB + \angle ABD + \angle ADB = 180^\circ$

$30^\circ + \angle ABD + 90^\circ = 180^\circ$

$\angle ABD = 60^\circ$

$\Rightarrow \angle ACD = 180 - \angle ABD = 180 - 60^\circ = 120^\circ$

अब, $\Delta$CAD में

$\angle ACD + \angle CAD + \angle ADC = 180^\circ$

$120^\circ + \angle CAD + 30^\circ = 180^\circ$

$\therefore \quad \angle CAD = 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ$

**Solⁿ 27.** $\Delta BDC$ में

$\angle BDC = 180^\circ - 110^\circ - 30^\circ$

$\angle BDC = 40^\circ$

$\angle BAC = \angle BDC = 40^\circ$

($\because$ एक ही वृत्त खण्ड में बने कोण)

**Solⁿ 28.** $\alpha + \gamma = 180^\circ$

$50 + \gamma = 180^\circ$

$\gamma = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$

**Solⁿ 29.**

PQ = RS

$= \sqrt{(\text{केन्द्रों के बीच की दूरी})^2 - (r_1 + r_2)^2}$

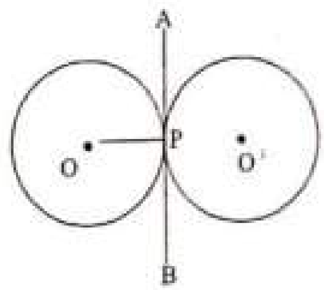
$= \sqrt{(10)^2 - (3+3)^2}$

$= \sqrt{100 - 36}$

$= \sqrt{64}$

= 8 सेमी

**Solⁿ 30.**




$\angle APO = 90^\circ$ (त्रिज्या स्पर्श रेखा के लम्बवत है।)

**Solⁿ 31.** $AP \times BP = DP \times CP$

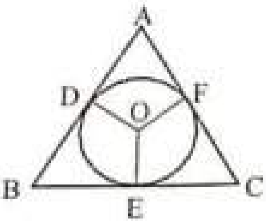
$2 \times 6 = DP \times 3$

DP = 4 सेमी.

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

**Sol^n 32.**




कोण अर्द्धक OE, OF व OD क्रमशः भुजा BC, CA व AB पर खींचे गये है।

$\Rightarrow$ OB = AC

AE, रेखा BC को बराबर भागों में बाँटती है

$\Rightarrow BE = \frac{1}{2}BC$

**Sol^n 33.** $\angle BCA = \angle ADC$

(समान जीवा द्वारा बना कोण)

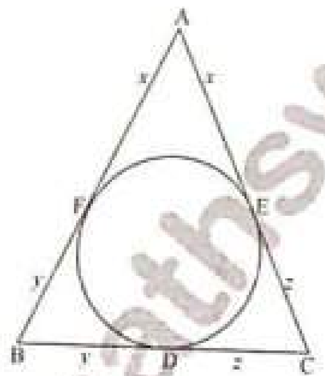
$\Delta ABD$ में,

$\angle ABD + \angle BDA + \angle DAB = 180°$

$\angle ABD + 41° + 90° = 180°$

$\angle ABD = 49°$

**Sol^n 34.**

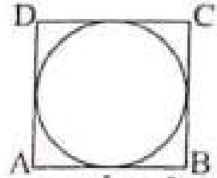



2 (x+y+z) = परिमाप

$\Rightarrow (x+y+z) = \frac{1}{2} \times \Delta ABC$ का परिमाप

अतः, $AF + BD + CE = \frac{1}{2}$( $\Delta ABC$ का परिमाप)

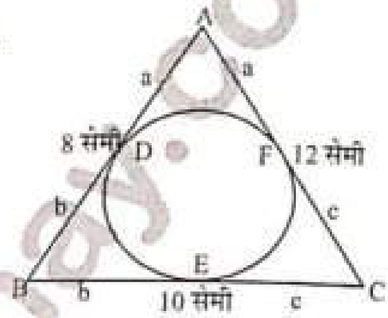
**Sol^n 35.**




यदि वृत्त चतुर्भुज की सभी भुजाओं को स्पर्श करता है, तो सम्मुख भुजाओं का योग बराबर होता है।

$\therefore BC + DA = AB + CD$

**Sol^n 36.**




$\Delta ABC$ का परिमाप = 30

$\Rightarrow 2(a+b+c) = 30$

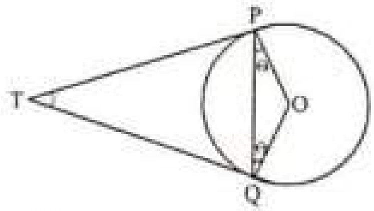
$\Rightarrow a+b+c = 15$

$\therefore AD = a+b+c-(b+c)$

$= 15-10$

= 5सेमी

**Sol^n 37.**




$\angle OPQ = \angle OQP = \theta$

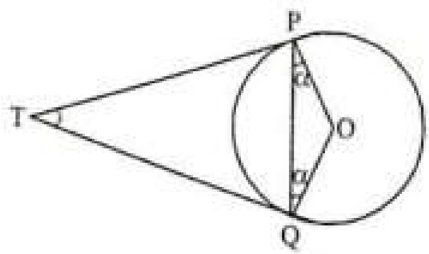
$\Delta$ OPQ में,

$\Rightarrow \angle POQ = 180° - 2\theta$

$\Rightarrow \angle PTQ = 180° - (180° - 2\theta) = 2\theta$

$\therefore \angle PTQ = 2\angle OPQ$

**Sol^n 38.**




mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

$OM = \sqrt{(5)^2 - (3)^2} = 3$ सेमी.

अब, $\Delta PMO$ में

$\Rightarrow \tan\alpha = \frac{4}{3}$ ....(i)

$\Delta OPT$ में

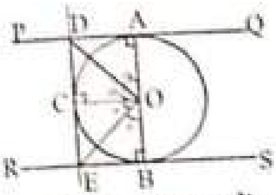
$\Rightarrow \tan\alpha = \frac{TP}{5}$ ....(ii)

समीकरण (i) और (ii) से

$\frac{4}{3} = \frac{TP}{5}$

$\therefore TP = \frac{20}{3}$ सेमी.

**Solⁿ 39.**




$\Delta DCO$ और $\Delta DAO$ में

$\angle C = \angle A = 90°$

DO = DO [समान]

DA = DC = [स्पर्श रेखाएँ]

$\therefore \Delta DCO \cong \Delta DAO$

अब, $\angle AOD = \angle DOC = \gamma$

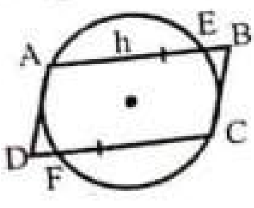
इसी तरह से, $\angle COE = \angle BOE = \beta$

$\Rightarrow \alpha + \alpha + \beta + \beta = 180°$ [रेखीय युग्म कोण]

$\Rightarrow 2(\alpha + \beta) = 180°$

$\therefore \angle DOE = (\alpha + \beta) = 90°$

**Solⁿ 40.**




$BE \times AB = BC^2$

$2 \times 6 = BC^2$

$BC = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$

$BC = AD = 2\sqrt{3}$

$AD^2 = DC \times DF$

$(2\sqrt{3})^2 = (DF + FC) \times DF$

$12 = (4 + x)x$

$x^2 + 4x - 12 = 0$

$(x + 6)(x - 2) = 0$

$x = 2, x = -6$

$\therefore x = 2$

**Solⁿ 41.** $\angle QRS = 90°$

$\angle QRP = y°$

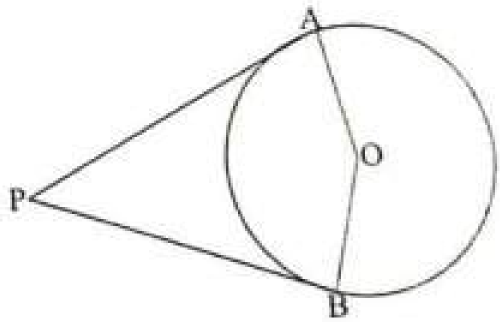
$\angle SQR = x° + y°$ ($\because$ बाह्य कोण)

$\Delta PRQ$ में,

$x° + y° + y° + 90° = 180°$

$\therefore x° + 2y° = 90°$

**Solⁿ 42.**



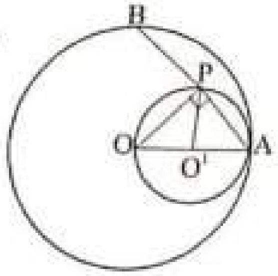

कोण OAP व कोण OBP का मान 90° है तब चतुर्भुज के शेष दो कोणों P व Q का योग 180° होगा।

$\therefore$ अत: AOBP एक चक्रीय चतुर्भुज है।

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

**Sol$^n$ 43.**

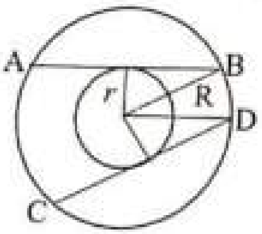



$\angle OPA = 90°$ [AB एक दीर्घ वृत्त की जीवा है]

$OP \perp AB$

$\therefore AP = PB$ [AB एक बड़े वृत्त की जीवा है]

**Sol$^n$ 44.**

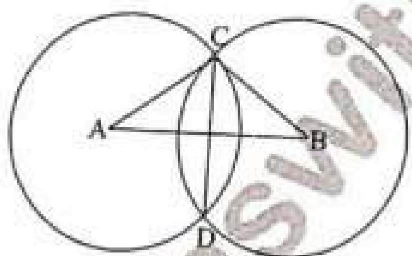



$AB = 2(R^2 - r^2)$

$CD = 2(R^2 - r^2)$

$\therefore AB = CD$

**Sol$^n$ 45.**




$\Rightarrow AB^2 = AC^2 + BC^2$

$\Rightarrow AB = \sqrt{3^2+4^2} = 5$

$\Rightarrow AB = 5$ सेमी

$CD = \frac{2s_1s_2}{\sqrt{s_1^2+s_2^2}}$

$= \frac{2\times3\times4}{\sqrt{3^2+4^2}} = \frac{24}{5} = 4.8$

$\Rightarrow CD = 4.8$ सेमी

**Sol$^n$ 46.** III वृत्त का क्षेत्रफल = I वृत्त का क्षेत्रफल + II का क्षेत्रफल

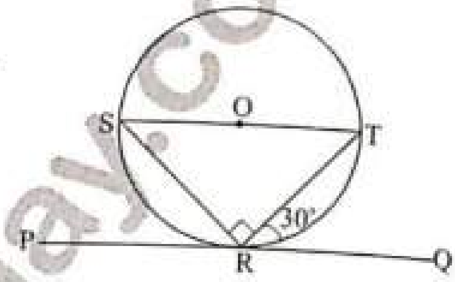
$\pi R_3^2 = \pi R_1^2 + \pi R_2^2$

$= (5)^2 + (12)^2$

$\therefore R_3 = 13$ सेमी

**Sol$^n$ 47.** किसी भी रेखा की लंबाई निश्चित नहीं होती इसलिए AB की लंबाई ज्ञात नहीं की जा सकती।

**Sol$^n$ 48.**




$\angle TRQ = 30°$ (दिया है)

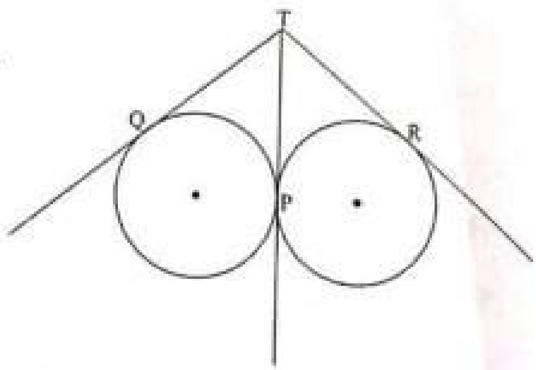
$\angle SRT = 90°$ ($\because$ अर्द्धवृत्त में बना कोण)

$\Rightarrow \angle PRS + \angle SRT + \angle TRQ = 180°$ ($\because$ रेखीय कोण)

$\angle PRS + 90° + 30° = 180°$

$\therefore \angle PRS = 60°$

**Sol$^n$ 49.**

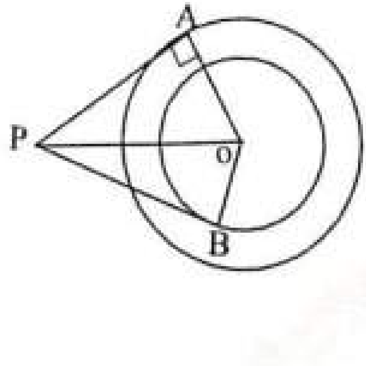



TQ = TP

TP = TR

TQ = TR

**Sol$^n$ 50.**




mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

AO = 5 सेमी

BO = 3 सेमी

AP = 12 सेमी

$OP = \sqrt{AP^2 + OA^2} = \sqrt{12^2 + 5^2} = \sqrt{169}$

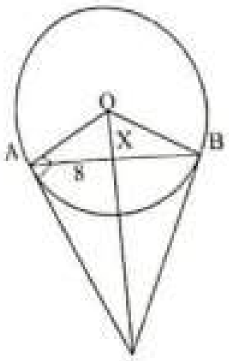
OP = 13 सेमी

$BP = \sqrt{OP^2 - OB^2}$

$= \sqrt{(13)^2 - (3)^2} = \sqrt{160}$

$\therefore BP = 4\sqrt{10}$

**Solⁿ 51.**




OA = OB = 10 सेमी

AB = 16 सेमी

AX = XB = 8 सेमी

$XO = \sqrt{AO^2 - AX^2} = \sqrt{100 - 64}$

$XO = \sqrt{36} = 6$ सेमी

अब, $\frac{AP}{AO} = \frac{AX}{XO} = \frac{AP}{10} = \frac{8}{6}$

$AP = \frac{80}{6} = \frac{40}{3}$

$\therefore AP = \frac{40}{3}$ सेमी

**Solⁿ 52.** $\angle B = 65°$

$\angle D = 180° - 65° = 115°$

$\angle DCA = 180° - 115° - 45°$

$\Rightarrow \angle DCA = 20°$

**Solⁿ 53.** $\angle BAC = \angle BDC = 40°$

[समान जीवा द्वारा बना कोण]

$\angle AOB = \angle COD = 100°$

[सम्मुख कोण]

$\angle COD + \angle ODC + \angle OCD = 180°$

[त्रिभुज के सभी कोणों का योग 180° होता है]

$100° + 40° + \angle ODC = 180°$

$\angle COD = 40°$

$\therefore \angle ACD = 40°$

**Solⁿ 54.** $\angle CBA = 180° - 130°$

$\angle CDA + \angle CBA = 180°$

$\angle CDA = 180° - 50° = 130°$

$x + 130° = 180°$

$x = 50°$

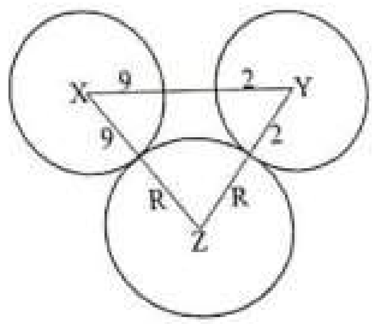
**Solⁿ 55.** $AP \times PC = BP \cdot DP$

$12 \times 8 = (7 + x) \times 7$

$x = \frac{96}{7} - 7$

$\therefore x = 6.7$ सेमी

**Solⁿ 56.**




$YZ = 2 + x$

$XY = 17$

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

$XZ = 9 + x$

$$XY^2 = YZ^2 + XZ^2$$

$$17^2 = (2+r)^2 + (9+r)^2$$

$$289 = 4 + 4r + r^2 + 81 + 18r + r^2$$

$$2r^2 + 22r + 85 - 289 = 0$$

$$r^2 + 11r - 102 = 0$$

$$(r-6)(r+17) = 0$$

$r = 6, r = -17$

$\therefore r = 6$ सेमी

**Sol<sup></sup>57.** $\angle BCD = \angle CAB$ .......(i)

$\angle BDC = \angle DAB$ .......(ii)

सभी समीकरणों को जोड़ने पर

$$\angle CAB + \angle DAB = \angle BCD + \angle BDC$$

$$180° - \angle CBD = \angle CAD$$

$\therefore \angle CAD + \angle CBD = 180°$

**Sol<sup></sup>58.** $AP > PB$

$AB = 16$

$AP = x$

$BP = 16 - x$

$AP.PB = CP.DP$

$x(16-x) = 6 \times 8$

$x^2 - 16x + 48 = 0$

$x^2 - 12x - 4x + 48 = 0$

$x(x-12) - 4(x-12) = 6$

$x = 12$

$x = 4$

$(AD > PB)$

$\therefore AB = 12$ सेमी

**Sol<sup></sup>59.** $AB + BC = 12$

$BC + CA = 14$

$CA + AB = 18$

परिमाप $= \dfrac{12+14+18}{2} = 22$

$2\pi r = 22$

$r = \dfrac{22 \times 7}{22 \times 2}$

$\therefore r = \dfrac{7}{2}$ सेमी

**Sol<sup></sup> 60.**

$\angle ACB = 65°$

$\angle AOB = 2 \times 65 = 130°$

$\angle OAP = 90°$

$\angle AOP = 65°$

$\angle APO = 180° - 90° - 65°$

$\therefore \angle APO = 25°$

**Sol<sup></sup> 61.** प्रश्न 56 की तरह

**Sol<sup></sup> 62.** $\angle AOC = 135°$

$\angle COB = 180° - 35°$

$\angle COB = 45°$

$\angle CDB = 22\frac{1}{2}°$

[CB एक उभयनिष्ठ जीवा है।]

Scanned by CamScanner

Sol$^n$ 63. $\angle PDC = 180^\circ - 105^\circ$

$\angle PDC = 75^\circ$

$\angle DCB = 180^\circ - 60^\circ$

$\angle DCB = 120^\circ$

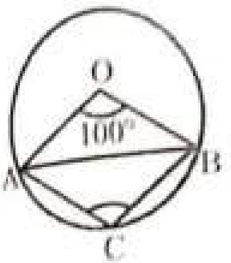
$\angle PCB = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$

$\angle PCD = 60^\circ$

$\angle DPC = 180^\circ - 75^\circ - 60^\circ$

$\therefore \angle DPC = 45^\circ$

Sol$^n$ 64.




$\angle AOB = 100^\circ$

बाह्य कोण $\angle AOB = 360^\circ - 100^\circ = 260^\circ$

$\angle ACB = \frac{1}{2} \angle AOB$

$\angle ACB = \frac{1}{2} \times 260^\circ = 130^\circ$

$\therefore \angle ACB = 130^\circ$

Sol$^n$ 65. $\Delta ADP$ में,

$\angle ADP = 180^\circ - 59^\circ - 40^\circ$

$\angle ADP = 81^\circ$

$\angle ABC = 180^\circ - 81^\circ = 99^\circ$

$\angle CDQ = \angle ABC = 99^\circ$

$\angle QCB = \angle BAP = 59^\circ$

अब, $\Delta CQD$ में

$\angle CQD = 180^\circ - 59^\circ - 99^\circ = 22^\circ$

$\therefore \angle CQD = 22^\circ$

$\therefore \angle AQB = 22^\circ$

Sol$^n$ 66. $\angle CAB = 50^\circ + 30^\circ = 80^\circ$

$\angle OCT = 90^\circ$

$\angle OCA = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$

$\therefore OC = OA$

भी, $\angle OAC = 40^\circ$

$\angle OAB = 80^\circ - 40^\circ = 40^\circ$

$\therefore OB = OA$

So, $\angle OBA = 40^\circ$

$\Delta BOA$ में

$\therefore \angle BOA = 180^\circ - 40^\circ - 40^\circ = 100^\circ$

Sol$^n$ 67.

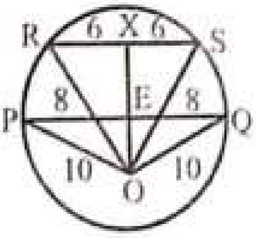
ACBO एक समान्तर चतुर्भुज है,

$\therefore x = y$

जो संभव है, केवल

$x = y = 120^\circ$

Sol$^n$ 68.




$OE = \sqrt{(10)^2 - (8)^2} = \sqrt{36} = 6$

$OX = \sqrt{(10)^2 - (6)^2} = \sqrt{64} = 8$

$OX = 8$ सेमी

$EX = OX - OE$

$EX = 8 - 6$

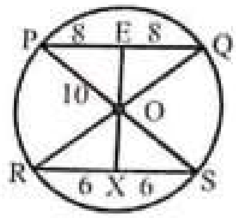
$EX = 2$ सेमी

त्रिकोणमितीक मान (6, 8, 10)

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

OE = 6 सेमी

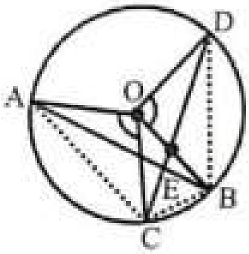



OX = 8 सेमी

EX = 8 + 6 = 14 सेमी

∴ 2 सेमी, 14 सेमी

**Solⁿ 69.**




$\angle AOC = 40°$

$\angle DOB = 50°$

$\angle ABC = \frac{40}{2} = 20°$

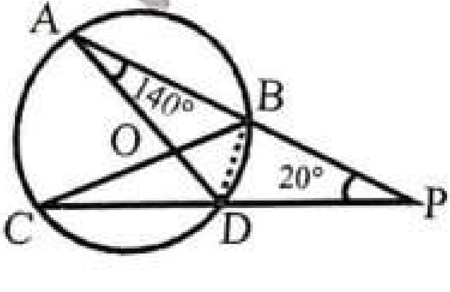
(समान जीवा द्वारा बना कोण)

$\angle DCB = \frac{50}{2} = 25°$

$\angle AEC = 20° + 25°$

$\therefore \angle AEC = 45°$

**Solⁿ 70.**




$\angle ABD = 90°$

$\angle BCD = \angle DAB = 40°$

$\angle ABC = \angle BCP + \angle CPB = 40° + 20°$

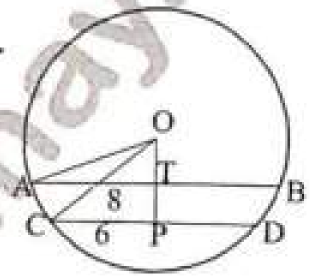
[∴ बाह्य कोण]

$\angle ABC = 60°$

$\angle DBC = 90° - \angle ABC = 90° - 60°$

$\therefore \angle DBC = 30°$

**Solⁿ 71.**




$\Delta OTA$ में

$OA^2 = OT^2 + AT^2$

$(10)^2 = (OT)^2 + (8)^2$

$OT = \sqrt{36} = 6$ सेमी

अब, $\Delta OCP$ में

$OC^2 = OP^2 + CP^2$

$(10)^2 = OP^2 + CP^2$

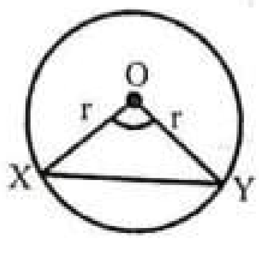
$OP = \sqrt{64} = 8$ सेमी

दो समान्तर जीवाओं के बीच की दूरी TP

$\therefore TP = OP - OT$

$\therefore TP = 8 - 6 = 2$ सेमी

**Solⁿ 72.**




त्रिभुज का क्षेत्रफल = 32

Scanned by CamScanner

$\frac{1}{2} r \times r = 32$

$r^2 = 64$

$r = 8$

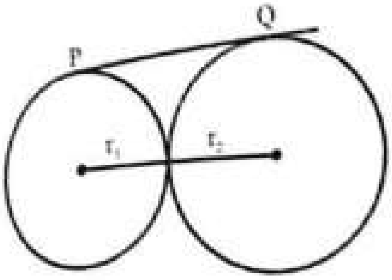
अब, $XO = OY$

$XO = 8$

$r = OY = 8$

$\therefore$ वृत का क्षेत्रफल $= \pi r^2 = \pi (8)^2 = 64\pi$

Sol$^n$ 73.




$r_1 + r_2 = 13$ सेमी

$r_2 - r_1 = 9 - 4 = 5$ सेमी

$\Rightarrow PQ$

$= \sqrt{(\text{केन्द्रों के बीच की दूरी})^2 - (r_2 - r_1)^2}$

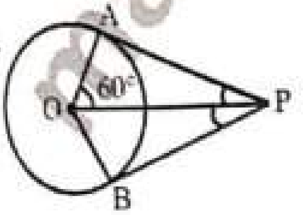
$\Rightarrow PQ = \sqrt{(13)^2 - (5)^2}$

$\Rightarrow PQ = 12$ सेमी

$\therefore$ वर्ग का क्षेत्रफल $= a^2$

$= 12 \times 12 = 144$ सेमी$^2$

Sol$^n$ 74.




$AP = PB$

$OA = OB$

$OP = OP$

$\therefore \Delta OAP \equiv \Delta OPB$

इसलिए, $\angle AOP = \angle POB$

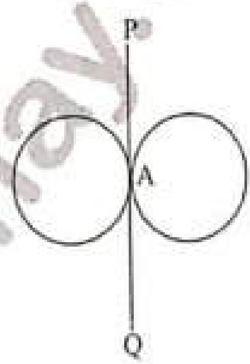
अब, $\angle APO = 180° - 90° - 60°$

$\therefore \angle APO = 30°$

$\angle APB = 2 \times \angle APO$

$\angle APB = 2 \times 30° = 60°$

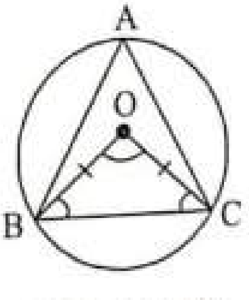
Sol$^n$ 75.




$(PQ)^2 = (r_1 + r_2)^2 - (r_1 - r_2)^2$

$(PQ)^2 = 4 r_1 r_2 \quad [\therefore (a+b)^2 - (a-b)^2 = 4ab]$

Sol$^n$ 76.




$\angle BOC = 2 \angle BAC$

$\therefore OB = OC$

$\angle OBC = \angle OCB$

$\angle OBC = 90° - \frac{\angle \frac{1}{2} BOC}{2}$

$(\therefore \angle BOC = 2 \angle BAC)$

$\angle OBC = 90° - \angle BAC$

$\therefore \quad \angle OBC + \angle BAC = 90°$

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

**Solⁿ 77.** AB = AD = BC = CD

यदि हम AC को मिलाते हैं तब

ΔABC में

AB = AC = BC

इसलिए ABC एक समबाहु त्रिभुज है,

$\angle ABC = 60^\circ$

BD, ∠ABC को समद्विभाजित करता है,

$\therefore \angle ABD = x^\circ = 30^\circ$

**Solⁿ 78.** AB का व्यास = 10 सेमी

OA की त्रिज्या = 5सेमी

AE = 2सेमी

OE = 5–2 = 3सेमी

∴ OD भी एक त्रिज्या है।

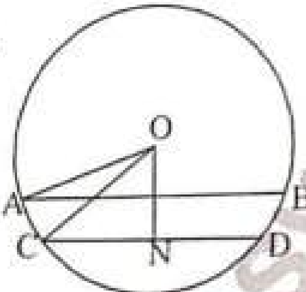
OD = 5 सेमी

अब, Δ OED में = $OD^2 = OE^2 + ED^2$

$(5)^2 = (3)^2 + ED^2$

$\therefore ED = \sqrt{16} = 4$ सेमी

**Solⁿ 79.**




केन्द्र से जीवा पर डाला गया लम्ब जीवा को समद्विभाजित करता है,

ΔOMA में,

$\therefore (OA)^2 = (AM)^2 + (OM)^2$

$(65)^2 = (63)^2 + (OM)^2$

OM = 16 मीटर

अब, त्रिभुज OCN में

$\therefore (OC)^2 = (CN)^2 + (ON)^2$ (∴ पाइथागोरस प्रमेय से)

$(63)^2 = (56)^2 + (ON)^2$

ON = 33 मीटर

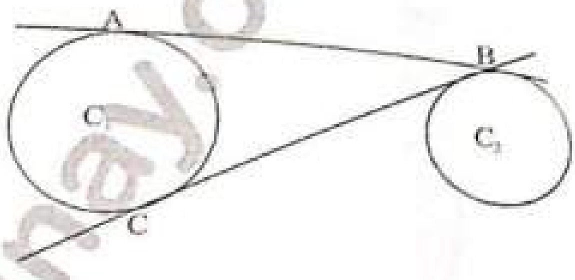
चतुर्भुज ABCD की ऊँचाई (MN) = 33–16 = 17

चतुर्भुज का क्षे. = $\frac{1}{2}$ × ऊँचाई × (भुजाओं का योग)

$= \frac{1}{2} \times 17 \times (126 + 112)$

= 1023 मी²

**Solⁿ 80.**




AB की लंबाई = $\sqrt{(c_1c_2)^2 - (r_1 - r_2)^2}$

BC की लंबाई = $\sqrt{(c_1c_2)^2 - (r_1 + r_2)^2}$

(∴ जहाँ $c_1c_2$, $r_1 = 4$, $r_2 = 3$ सेमी त्रिज्याओं वाले वृत्तों के बीच की दूरी है,)

$\Rightarrow \frac{\text{BC की लम्बाई}}{\text{AB की लम्बाई}} = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow \frac{\sqrt{(c_1c_2)^2 - (r_1 + r_2)^2}}{\sqrt{(c_1c_2)^2 - (r_1 - r_2)^2}} = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow \frac{(c_1c_2)^2 - (4+3)^2}{(c_1c_2)^2 - (4-3)^2} = \frac{1}{4}$

$\Rightarrow \frac{(c_1c_2)^2 - 49}{(c_1c_2)^2 - 1} = \frac{1}{4}$

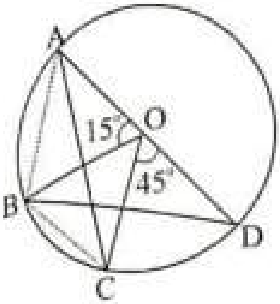
$\Rightarrow 3(c_1c_2)^2 = 195$

$\therefore c_1c_2 = \sqrt{65}$

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

**Sol<sup></sup>ⁿ 81.**




$\angle APB = 30°$

$\angle AOB = 15°$

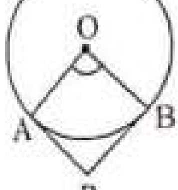
इसलिए, $\angle COD = 45°$

$\Rightarrow \tan^2 \angle APB + \cot^2 \angle COD$

$= \tan^2 30° + \cot^2 45°$

$= \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 + 1 = \frac{4}{3}$

**Solⁿ 82.**




$\Rightarrow \angle OAP = \angle OBP = 90°$

[स्पर्श रेखा पर लम्ब है]

$\Rightarrow \angle AOB + \angle APB = 180°$

$\Rightarrow \frac{\angle AOB}{\angle APB} = \frac{5}{1}$

$\Rightarrow \angle AOB = 5\ \angle APB$

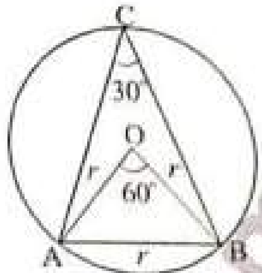
$\angle AOB$ का मान रखने पर

$\Rightarrow 5\angle APB + \angle APB = 180°$

$\Rightarrow 6\angle APB = 180°$

$\therefore \angle APB = 30°$

**Solⁿ 83.**




त्रिज्या = $r$

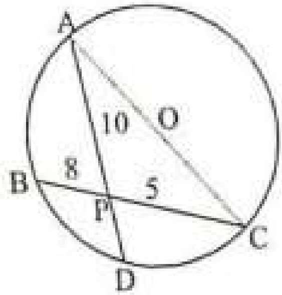
जीवा की लम्बाई = $r$

$\therefore \Delta AOB$ एक समबाहु त्रिभुज है,

अब, $\angle AOB = 60°$

इसलिए, $\angle ACB = \frac{1}{2} \times \angle AOB = 30°$

**Solⁿ 84.**

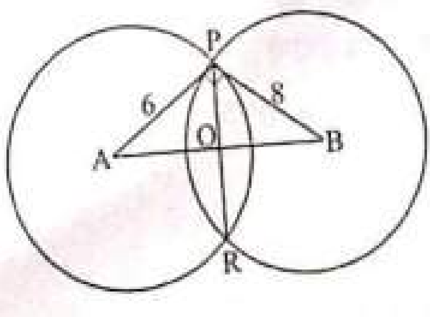



$\frac{AP}{BP} = \frac{PC}{PD}$

$\frac{10}{8} = \frac{5}{PD}$

PD = 4 सेमी

**Solⁿ 85.**




mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

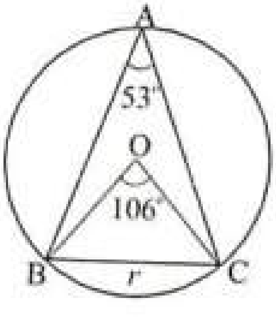
$\Delta APO$ व $\Delta APB$ में

$$\frac{8}{10} = \frac{PO}{6}$$

$PO = 4.8$

$\therefore PR = 9.6$ सेमी

**Sol^n 86.**




$BO = CO$

$\angle OBC = \angle OCB = 37°$

अब, $\angle BOC = 180° - 37° - 37° = 106°$

$$\angle BAC = \frac{106°}{2} = 53°$$

**Sol^n 87.** वर्ग का परिमाप = वृत्त का परिमाप

$4a = 2\pi r$

$$a = \frac{\pi r}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{\text{वर्ग का क्षे.}}{\text{वृत्त का क्षे.}} = \frac{\left(\frac{\pi r}{2}\right)^2}{\pi r^2} = \frac{22}{28} \quad \left(\pi = \frac{22}{7}\right)$$

$\therefore$ वृत्त का क्षेत्रफल > वर्ग का क्षेत्रफल

**Sol^n 88.** I व II दोनों

**Sol^n 89.** $\Delta AMO$ में,

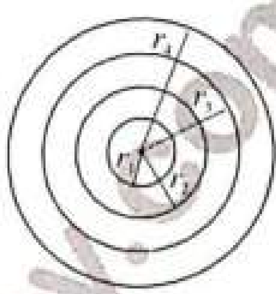
$$\sin\theta = \frac{\frac{3}{2}}{3} = \frac{1}{2}$$

$\theta = 30°$

$\angle AOC = 60°$

$$\angle ABC = \frac{1}{2} \times \angle AOC = 30°$$

**Sol^n 90.**




यदि चारों भागों का क्षेत्रफल बराबर है, तब

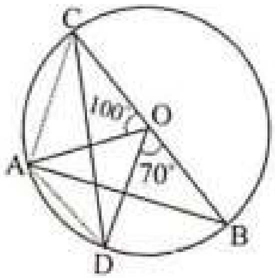
$r_1 : r_2 : r_3 : r_4$

$\sqrt{1} : \sqrt{2} : \sqrt{3} : \sqrt{4}$

यहाँ दिया है, $2 \rightarrow 40$ $1 \rightarrow 20$

$\therefore$ अतः, क्षेत्रफल = $20, 20\sqrt{3}, 20\sqrt{2}$

**Sol^n 91.**




जैसा, $\angle AOC = 100°$

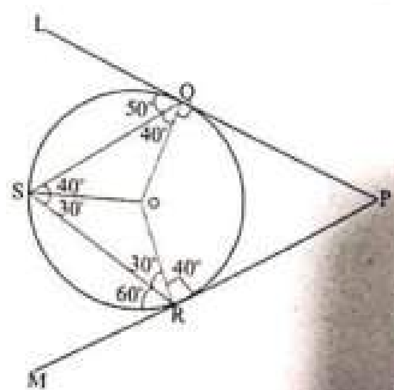
इसलिए, $\angle CDA = 50°$

जैसा, $\angle BOD = 70°$

इसलिए, $\angle BAD = 35°$

$\therefore \angle APC = 50° + 35° = 85°$ (बाह्य कोण)

**Sol^n 92.**




mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

$\angle PQO = \angle PRO = 90^\circ$

$\Rightarrow \angle SQO = 180^\circ - (50^\circ + 90^\circ) = 40^\circ$

$\Rightarrow \angle SRO = 180^\circ - (60^\circ + 90^\circ) = 30^\circ$

अब, $OQ = OS$ [त्रिज्या]

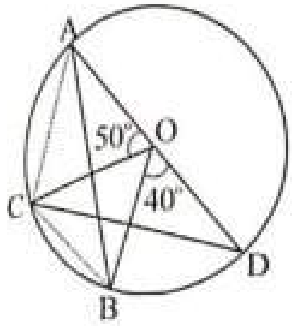
$\angle OQS = \angle SOQ = 40^\circ$

$OR = OS$ [त्रिज्या]

$\angle ORS = \angle OSR = 30^\circ$

$\therefore \angle QSR = 40^\circ + 30^\circ = 70^\circ$

**Solⁿ 93.**




$\Rightarrow \angle AOC + \angle BOD$

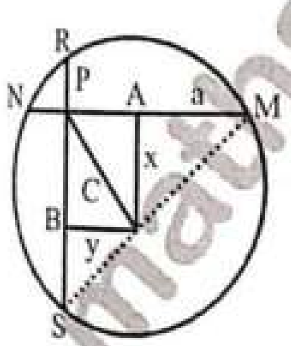
$= 2\angle ABC + \angle BCD$

$\Rightarrow 2\angle ABC + \angle BCD = 2\angle BPD$

$\Rightarrow \angle BPD = \frac{1}{2}(50^\circ + 40^\circ) = 45^\circ$

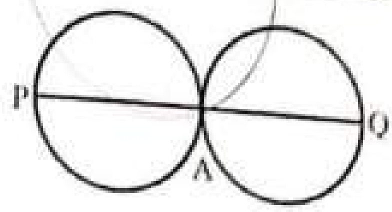
$\therefore \angle BPD = 45^\circ$

**Solⁿ 94.**




$\therefore r = \sqrt{\frac{a^2 + b^2 + c^2}{2}}$

**Solⁿ 95.**



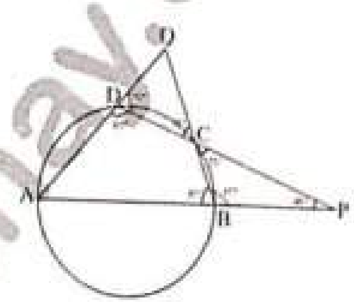

$AP = 5 \times 2 = 10$ सेमी

$AQ = 8 \times 2 = 16$ सेमी

$AP : AQ = 10 : 16$

$\therefore AP : AQ = 5 : 8$

**Solⁿ 96.**




$\angle QDC = 180^\circ - 85^\circ = 95^\circ$

$\angle QDC = 95^\circ$

$\angle ADC + \angle ABC = 180^\circ$

$\angle ABC = 180^\circ - 85^\circ = 95^\circ$

$\angle CBP = 180^\circ - 95^\circ = 85^\circ$

अब, $\Delta BCP$ में

$\angle PCB = 180^\circ - 85^\circ - 40^\circ$

$\angle PCB = 55^\circ$

$\therefore \angle PCB = \angle QCD$

$\therefore \angle QCD = 55^\circ$

$\Delta QCD$ में

$\angle CQD = 180^\circ - 95^\circ - 55^\circ$

$= 30^\circ$

$\therefore \angle CQD = 30^\circ$

**Solⁿ 97.** $PT = \sqrt{(5)^2 - (4)^2}$

$= 3$ सेमी

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

PA = $x$, AB = 8

अब, $PT^2 = PA \times PB$

$(3)^2 = x \times (x+8)$

$PT = \sqrt{(5)^2 - (4)^2}$

$x^2 + 8x - 9 = 0$

$x^2 + 8x - 9 = 0$

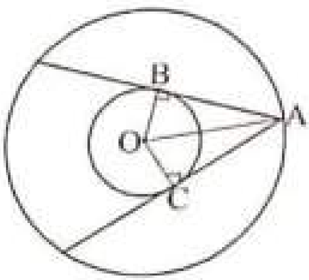
$x^2 + 9x - x - 9 = 0$

$(x+9)(x-1) = 0$

$x = 1$

PB = 8+1 = 9सेमी

**Solⁿ 98.**




OA = 12 सेमी

OB = 3 सेमी

$AB = \sqrt{12^2 - 3^2}$

$AB = \sqrt{15 \times 9}$

$= 3\sqrt{15}$

ABOC का क्षे. $= 2 \times \Delta ABO$

$= 2 \times \frac{1}{2} \times OB \times AB$

$= 2 \times \frac{1}{2} \times 3 \times 3\sqrt{15}$

$= 9\sqrt{15}$ सेमी²

**Solⁿ 99.** $OP \perp AB$

AP = PB = 4सेमी.

$OQ \perp CD$

CQ = QD = 3सेमी.

$\Delta OPA$ में,

$AO^2 = AP^2 + PO^2$

$(5)^2 = (4)^2 + (PO)^2$

$\therefore$ PO = 3 सेमी.

$\Delta OCQ$ में,

$(OC)^2 = (CQ)^2 + (OQ)^2$

OQ = 4सेमी

$\therefore$ PQ = 3+4 = 7सेमी

**Solⁿ 100.**

$\Delta OCP$ में,

$(OC)^2 = (CP)^2 + (PO)^2$

$(7)^2 = (CP)^2 + (3)^2$

$CP = \sqrt{49 - 9}$

$= 2\sqrt{10}$

अब, $\Delta OAP$ में,

$(AO)^2 = (AP)^2 + (OP)^2$

$(13)^2 = (AP)^2 + (3)^2$

$AP = \sqrt{169 - 9}$

$= \sqrt{160} = 4\sqrt{10}$ सेमी

$\therefore AC = AP - CP = 4\sqrt{10} - 2\sqrt{10} = 2\sqrt{10}$ सेमी

**Solⁿ 101.** $\angle PRQ = 90°$ [अर्द्धवृत्त में बना कोण]

$\angle QRT = 180° - 90° = 90°$

$\angle RQS = 21°$

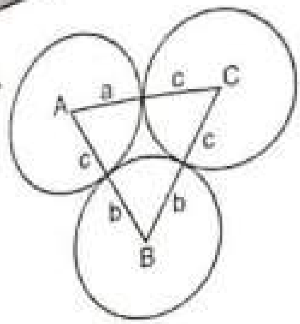
अब, $\Delta RTQ$ में,

$\therefore \angle RTS = 180° - (90° + 21°) = 69°$

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

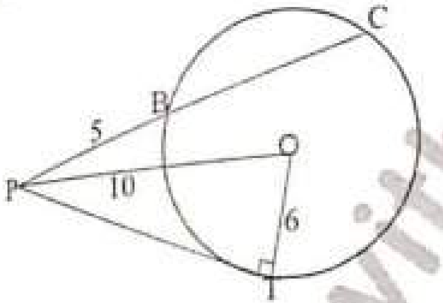
**Sol^n 102.**




$a+c=3$
$b+c=4$
$c+a=5$
$2(a+b+c)=12$
$a+b+c=6$ सेमी

$\therefore$ वृत्त A की त्रिज्या $= 6-4=2$ सेमी
$\therefore$ वृत्त B की त्रिज्या $= 6-3=3$ सेमी
$\therefore$ वृत्त C की त्रिज्या $= 6-5=1$ सेमी

**Sol^n 103.**




$PT^2 = PO^2 - OT^2$
$= 10^2 - 6^2$
$\therefore$ PT = 8 सेमी.
$PT^2 = PB \times PC$
$(8)^2 = 5 \times PC$

$$PC = \frac{64}{5}$$

$$\therefore BC = \frac{64}{5} - 5 = \frac{64-25}{5} = \frac{39}{5} = 7.8 \text{ सेमी}$$

**Sol^n 104.** $\angle EOB = 180° - 150°$

$\angle EOB = 30°$

OE = OB = त्रिज्या

$\angle OEB + \angle OBE + \angle EOB = 180°$

$$\angle OEB = \frac{180° - 30°}{2} = \frac{150°}{2} = 75°$$

$\angle OBE = 75°$

$\therefore \quad \angle CBE = 180° - 75° = 105°$

**Sol^n 105.** $R_1$ = बड़े वृत्त की त्रिज्या

$R_2$ = छोटे वृत्त की त्रिज्या

$2\pi R_1 + 2\pi R_2 = 176$
$2\pi (R_1 + R_2) = 176$
$R_1 + R_2 = 28$ ....(1)
$R_1^2 + R_2^2 = 400$
$R_1^2 + R_2^2 = (20)^2$

समीकरण (1) का वर्ग करने पर

$R_1^2 + R_2^2 + 2R_1R_2 = (28)^2$
$(20)^2 + 2R_1R_2 = (28)^2$
$2R_1R_2 = (28)^2 - (20)^2$

$$R_1R_2 = \frac{8 \times 40}{2} = 192$$

$$R_2 = \frac{192}{R_1}$$

समीकरण (1) में $R_2$ का मान रखने पर

$$R_1 + \frac{192}{R_1} = 28$$

$R_1^2 - 28R_1 + 192 = 0$
$R_1^2 - 16R_1 - 12R_1 + 192 = 0$
$R_1(R_1 - 16) - 12(R_1 - 16) = 0$
$R_1 = 16, 12$

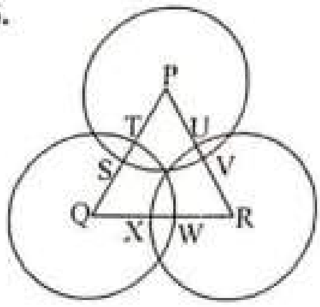
$$R_2 = \frac{192}{12} = 16$$

$$\therefore \frac{R_1}{R_2} = \frac{16}{12} = \frac{4}{3}$$

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

**Solⁿ 106.**




त्रिज्या PS = 24 सेमी.

ST = 4 सेमी

PT = 24 − 4 = 20 सेमी

∴ इसी प्रकार, QS = 20 सेमी

त्रिज्या QW = 24 सेमी

QX = QW − XW

= 24 − 10

= 14सेमी

∴ इसी प्रकार, RW = 14 सेमी

त्रिज्या RV = 24 सेमी

RV = RU − UV = 24 − 7 = 17 सेमी

∴ इसी प्रकार PU = 17 सेमी

∴ परिमाप= PT = TS + SQ + QX + XW+ WR+ RV+VV+UP

= 20 + 4 + 20 + 14 + 10 + 14 + 17 + 7 + 17 = 123 सेमी

**Solⁿ 107.** OE जीवा AB को समद्विभाजित करता है,

AF = FB = 8 सेमी

अब, ΔOFB में,

$r^2 = (r-2)^2 + (8)^2$

$r = 17$

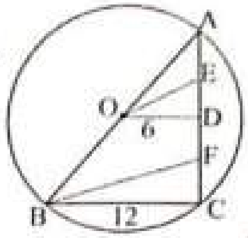
ΔOFB व ΔOED में

$$\frac{r-2}{8} = \frac{r}{x}$$

$$\frac{17-2}{8} = \frac{17}{x}$$

∴ $x = \frac{136}{15}$ सेमी

**Solⁿ 108.**




$$\frac{AE}{ED} = \frac{OA}{OD} = \frac{2}{1}$$

$\Rightarrow OD = 6$

$$\frac{OA}{OP} = \frac{OA}{AC}$$

AC = 12

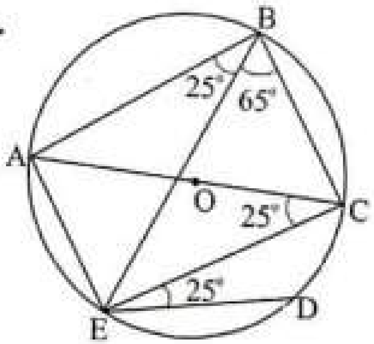
अब, ΔAOD में,

$AD = \sqrt{144-36} = \sqrt{108}$

$$FC = \frac{\sqrt{108}}{2}$$

$$\therefore AF = \sqrt{144 + \frac{108}{4}} = \sqrt{171}$$

**Solⁿ 109.**




AC वृत्त का व्यास है,

इसलिए, ∠ABC = 90°

∠EBA = 90° − 65° = 25°

AE जीवा है, इसलिए

∠ABE = ∠ACE = 25°

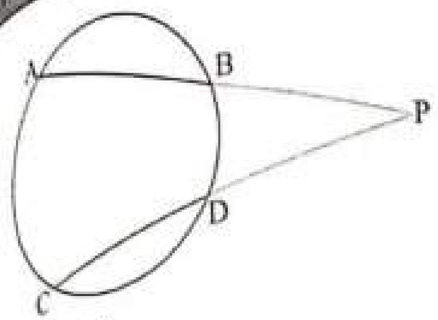
AC ∥ ED

∴ इसलिए, ∠ACE = ∠CED = 25°

**Solⁿ 110.** प्रश्न 39 की तरह

**Solⁿ 111.**

Scanned by CamScanner




PA = 8 सेमी

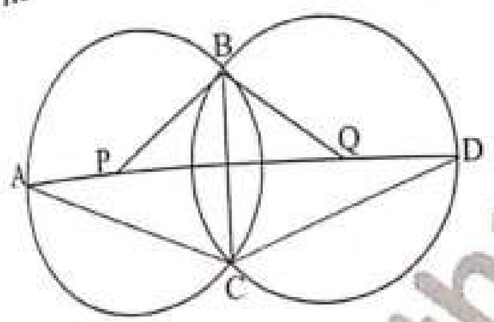
PD = 4 सेमी

$PB \times 8 = 4 \times (4+3)$

$PB = \frac{28}{8} = 3.5$

$\therefore$ $AB = PA - PB = 8 - 3.5 = 4.5$

**Sol<sup>n</sup> 112.**



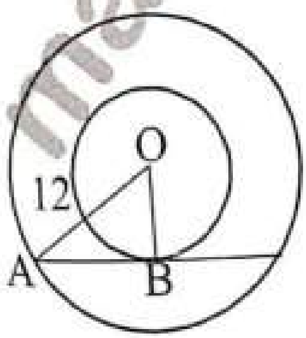

$\angle BCA = \frac{1}{2}\angle APB = \frac{1}{2}\times 130^\circ = 65^\circ$

$\angle BCD = 180^\circ - 65^\circ = 115^\circ$

$\angle BQD = 2 \times \angle BCD = 2 \times 115 = 230$

$\therefore\ \angle BQD = 360^\circ - 230^\circ = 130^\circ$

**Sol<sup>n</sup> 113.**




OB = OC = 3 सेमी

OA = 12

$\angle ABO = 90^\circ$

$AB = \sqrt{12^2 - 3^2}$

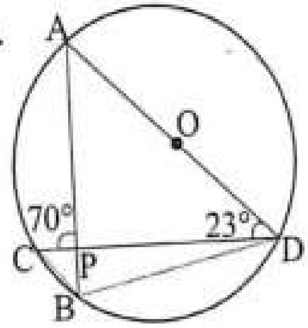
$AB = \sqrt{135} = 3\sqrt{15}$

त्रिभुज OAB का क्षे. $= \frac{1}{2} \times OB \times AB$

$= \frac{1}{2} \times 3 \times 3\sqrt{15}$

$\therefore$ $\Delta OAB$ का क्षे. $= \frac{9\sqrt{15}}{2}$ सेमी$^2$

**Sol<sup>n</sup> 114.**




$\angle APC = 70^\circ$

$\angle APC = \angle DPB$

$\angle APD = 130^\circ - 70^\circ$

$\angle APD = 110^\circ$

$\angle APD = \angle BPC = 110^\circ$

$\angle ADC = \angle ABC = 23^\circ$

अब, $\Delta BPC$ में,

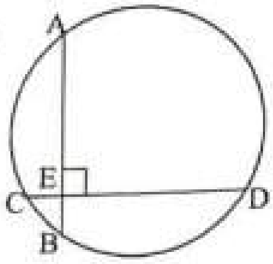
$\angle BCP = 180^\circ - 23^\circ - 110^\circ = 47^\circ$

$\therefore \angle BCD = 47^\circ$

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

**Sol* 115.**




$$AE \times EB = DE \times EC$$

$$EC = \frac{D \times 6}{3} = 4$$

$$\text{व्यास} = \sqrt{7^2 + 4^2}$$

$$= \sqrt{49+16}$$

$$= \sqrt{65} \text{ सेमी}$$

**Sol* 116.** माना $OS = TR = r$

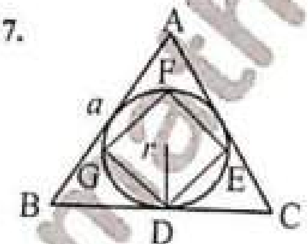
$OS = OT = TR = r$

अब, $\Delta$ OSR में,

$$SR = \Delta\sqrt{(2r)^2 - r^2} = \sqrt{3}r$$

$$\therefore \frac{\text{वर्ग का क्षे.}}{\text{वृत्त का क्षे.}} = \frac{3r^2}{\pi r^2} = \frac{3}{\pi}$$

**Sol* 117.**




$$\text{समबाहु } \Delta \text{ का क्षेत्रफल} = \frac{\sqrt{3}a^2}{4}$$

$$\text{अन्त:त्रिज्या } r = \frac{a}{2\sqrt{3}}$$

$$\text{ED वर्ग का विकर्ण है,} = 2 \times \frac{a}{2\sqrt{3}} = \frac{a}{\sqrt{3}}$$

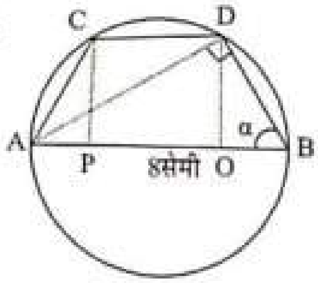
$$\text{विकर्ण } \sqrt{2}x = \frac{a}{\sqrt{3}}$$

$$x = \frac{a}{\sqrt{6}}$$

$$\text{वर्ग का क्षेत्रफल} = \left(\frac{a}{\sqrt{6}}\right)^2 = \frac{a^2}{6}$$

$$\therefore \frac{\Delta \text{ का क्षे.}}{\text{वर्ग का क्षे.}} = \frac{\frac{\sqrt{3}a^2}{4}}{\frac{a^2}{6}} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

**Sol* 118.**




$\Delta$ODB में,

$$\text{Cos}\alpha = \frac{OB}{2} \quad \text{.........(1)}$$

अब, $\Delta$ADB में,

$$\text{Cos}\alpha = \frac{2}{8} \quad \text{...........(2)}$$

समीकरण (1) व (2) से

$$\frac{OB}{2} = \frac{2}{8}$$

mathswithabhinay.com

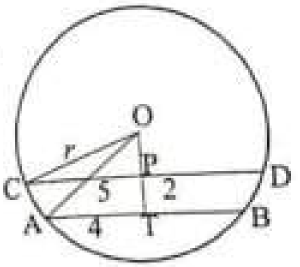
Scanned by CamScanner

$OB = \frac{1}{2}$

$OB = AP = \frac{1}{2}$

$PO = CD = 8 - \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 7$ सेमी

**Sol^n 119.**




$\sqrt{r^2-16} - \sqrt{r^2-25} = (2)^2$

$\sqrt{r^2-16} = \sqrt{r^2-25} + 4$

दोनों पक्षों का वर्ग करने पर

$r^2 - 16 = r^2 - 25 + 16 + \sqrt{r^2-25}$

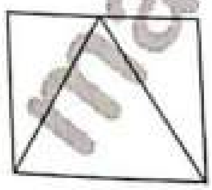
$5 = 4\sqrt{r^2-25}$

$r^2 - 25 = \frac{25}{16}$

$r^2 = \frac{25}{16} + 25 = \frac{425}{16}$

$r = \frac{5\sqrt{17}}{4}$ सेमी

**Sol^n 120.**



वर्ग का क्षे.– त्रिभुज का क्षे.= $\frac{1}{4}$ सेमी²

$a^2 - \frac{\sqrt{3}a^2}{4} = \frac{1}{4}$

$\frac{4a^2 - \sqrt{3}a^2}{4} = \frac{1}{4}$

$a^2 = \frac{1}{4-\sqrt{3}}$

$\therefore a = \left(4-\sqrt{3}\right)^{-1/2}$

**Sol^n 121.** त्रिज्या PB = 25

PA = PB – AB = 25-6 = 19 सेमी

इसी प्रकार RB = 19 सेमी

त्रिज्या RD = 25

RC = RD – CD = 25 – 12 = 13 सेमी

इसी प्रकार QD = 13 सेमी

त्रिज्या QF = 25 सेमी

QE = QF – EF = 25 – 15 = 10 सेमी

इसी प्रकार, PF = 10 सेमी

∴ त्रिभुज का परिमाप =
19+6+19+13+12+13+10+15+10

= 117 सेमी

**Sol^n 122.** व्यास AB = 6+18 = 24 सेमी

त्रिज्या R = 12 सेमी

अर्द्धवृत्त का क्षे. = $\frac{1}{2}\pi R^2 = \frac{1}{2}\pi(12)^2 = 72\pi$

त्रिज्या OA = $r_1$ = 3 सेमी

क्षेत्रफल = $\frac{1}{2}\pi r_1^{\ 2} = \frac{1}{2}\pi r(3)^2 = \frac{9}{2}\pi$

त्रिज्या O'C ($r_2$) = 9 सेमी

क्षेत्रफल = $\frac{1}{2}\pi r_2^{\ 2} = \frac{1}{2}\pi(9)^2 = \frac{81}{2}\pi$

mathswithabhinay.com

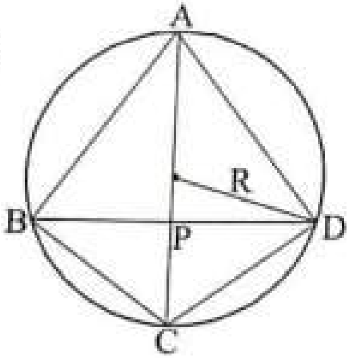
Scanned by CamScanner

$\therefore$ छाँयांकित भाग का क्षे. $= 72\pi - \frac{9}{2}\pi - \frac{81}{2}\pi$

$= \frac{144\pi - 90\pi}{2} = \frac{54\pi}{2}$

$= 27\pi$ सेमी²

**Solⁿ 123.**




$AB = BD = AD = a = \sqrt{3}R$

$PD = \frac{a}{2}$

$PC = R\text{-}r = \frac{a}{\sqrt{3}}$

$CD = \sqrt{\frac{a^2}{4} + \frac{a^2}{12}} = \frac{a}{\sqrt{3}}$

$CD = BC$

ABCD का परिमाप

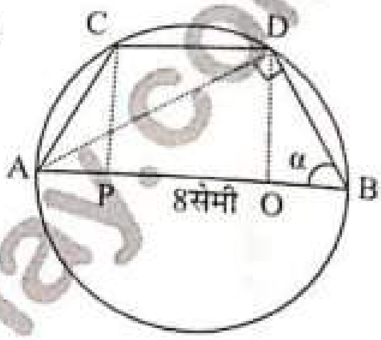
$= 2a + \frac{2a}{\sqrt{3}}$

$= 2\sqrt{3}R + \frac{2\sqrt{3}R}{\sqrt{3}} = 2(\sqrt{3}+1)R$

$\therefore \frac{\text{ABCD का परिमाप}}{\text{वृत्त का परिमाप}} = \frac{2(\sqrt{3}+1)R}{2\pi R}$

$\therefore \sqrt{3}+1 : \pi$

**Solⁿ 124.**




ABDE एक समलम्ब है,

AB = 4 सेमी

$DE = \frac{1}{2}AB = 2$ सेमी

FB = 1 सेमी, BD = 2

$DF = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3}$ सेमी

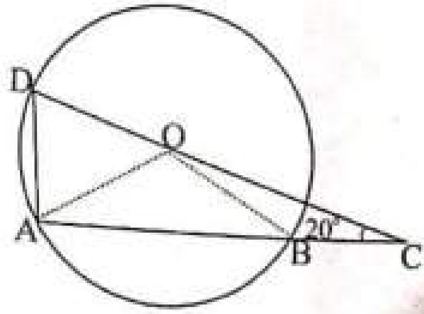
चतुर्भुज ABDE का क्षे.

$= \frac{1}{2}(AB + DE) \times DF$

$= \frac{1}{2}(4+2) \times \sqrt{3} = \frac{1}{2} \times 6 \times \sqrt{3}$

$= 3\sqrt{3}$ सेमी²

**Solⁿ 125.**




mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

रेखा OA व OB की रचना करने पर

$OD = OB$ [त्रिज्या]

$OD = BC$ [दिया है]

SO, $OB = BC$

$\angle BOC = \angle BCO = 20^\circ$

$\angle OBA = 40^\circ$ [$\because$ दो विपरीत आन्तरिक कोणों का योग बाह्य कोण के बराबर होता है।]

$\therefore OB = OA$ [त्रिज्या]

$\angle OAB = \angle OBA = 40^\circ$

$\Delta OAB$ में,

$\angle AOB + \angle OAB + \angle OBA = 180^\circ$

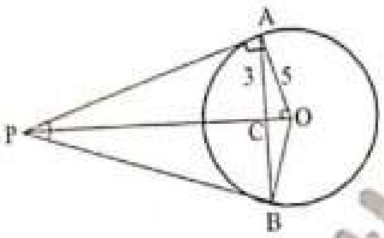
$\angle AOB = 180^\circ - 40^\circ - 40^\circ = 100^\circ$

अब, $\angle AOD + \angle AOB + \angle BOC = 180^\circ$ [रेखीय कोण]

$\angle AOD + 100^\circ + 20^\circ = 180^\circ$

$\therefore \quad \angle AOD = 60^\circ$

**Solⁿ 126.**




$\Delta OCA$ में,

$$\cos\alpha = \frac{OC}{OA} = \frac{4}{5} \quad ....(1)$$

$\Delta OAP$ में,

$$\cos\alpha = \frac{OA}{OP} = \frac{5}{OP} \quad ....(2)$$

समीकरण (1) व (2) से

$$\frac{4}{5} = \frac{5}{OP}$$

$\therefore OP = \frac{25}{4}$ सेमी

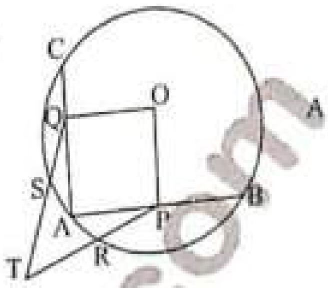
**Solⁿ 127.** $\Delta QPR$ में

$\angle QPR = 90^\circ$

$QR = \sqrt{a^2 + 4^2}$

$$OP = \frac{QR}{2} = \frac{\sqrt{16 + a^2}}{2}$$

**Solⁿ 128.**




$\angle QOP + \angle QAP = 180^\circ$

$\angle QOP = 180^\circ - 32^\circ = 148^\circ$

$\angle QOP = \angle SOR = 2\angle STR$

$\angle STR = \frac{1}{2}\angle QOP = \frac{1}{2} \times 148^\circ = 74^\circ$

$\angle STR = 74^\circ$

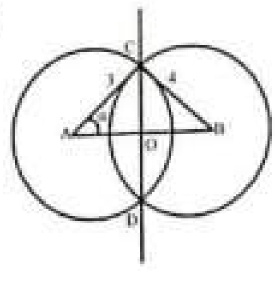
$\therefore \quad \angle RTS = 74^\circ$

**Solⁿ 129.** $BR = BQ = 4$ सेमी (वृत्त की बराबर स्पर्श रेखाएें)

$CP = CQ = 11$ सेमी

$BC = CQ - BQ = 11 - 4 = 7$ सेमी

**Solⁿ 130.**




$AB = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$ सेमी

$\Delta ACB$ में,

$$\sin\alpha = \frac{4}{5} \quad ....(1)$$

$\Delta AOC$ में,

$$\sin\alpha = \frac{OC}{3}. \quad ...(2)$$

$$\frac{4}{5} = \frac{OC}{3} \Rightarrow OC = \frac{12}{5}$$

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

$\therefore CD = \frac{24}{5} = 4.8$ सेमी

**विधि – 2**

AC व BC स्पर्श रेखाएं हैं

कोण $C = 90°$

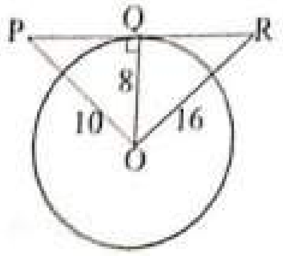
$AB = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$ सेमी

$\Delta ABC$ का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} \times AC \times BC = \frac{1}{2} \times CO \times AB$

$3 \times 4 = CO \times 5 \Rightarrow CO = 2.4$ सेमी

$CD = 2 \times 2.4 = 4.8$ सेमी

**Solⁿ 131**




$\Delta OQP$ में,

$\Rightarrow PQ = \sqrt{(10)^2 - (8)^2} = 6$

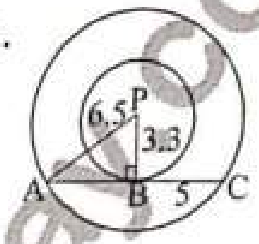
$\Delta OQR$ में,

$\Rightarrow QR = \sqrt{(16)^2 - (8)^2} = 8\sqrt{3} = 13.856$

$[\sqrt{3} = 1.732]$

$\therefore PR = 6 + 13.8 = 19.8$ सेमी

**Solⁿ 132.**




$AP = 6.5$ सेमी $\quad PB = 3.3$ सेमी

$AB = \sqrt{(6.5)^2 - (3.3)^2}$

$= \sqrt{(6.5 + 3.3)(6.5 - 3.3)}$

$= \sqrt{9.8 \times 3.2} = 5.6$ सेमी

$\therefore AC = 2 \times AB = 2 \times 5.6 = 11.2$ सेमी

★★★★

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner