हाईस्कूल परीक्षा, 2013

गणित

केवल प्रश्न-पत्र

समय : 3 घण्टे 15 मिनट] 822 (EA) **[पूर्णांक : 70**

1. सभी खण्ड कीजिए। प्रत्येक खण्ड में उत्तर के लिए **चार** विकल्प दिए गए हैं, जिनमें से केवल **एक** सही है। सही विकल्प छाँटकर उसे अपनी उत्तर-पुस्तिका में लिखिए—

(क) $\frac{x^2-1}{x+1} + \frac{x^3-1}{x^2+x+1}$ का लघु रूप होगा— 1

(i) $(x-1)$ (ii) $(x+1)$

(iii) x^2+x+1 (iv) 1.

(ख) x^2-y^2 और $(x+y)^2$ का ल०स० होगा— 1

(i) x^2-y^2 (ii) $(x+y)(x-y)^2$

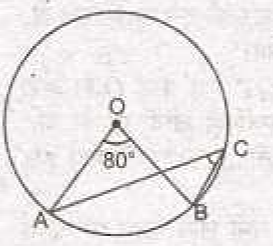
(iii) $(x+y)^2(x-y)$ (iv) $x+y$

(ग) बिन्दु $(-1, 5)$ से रेखा $4x+3y-16=0$ पर खींचे गए लम्ब की लम्बाई होगी— 1

(i) 1 मात्रक (ii) $\sqrt{5}$ मात्रक

(iii) 5 मात्रक (iv) 9 मात्रक।

(घ) चित्र में, O वृत्त का केन्द्र है। यदि $\angle AOB$ की माप = 80° हो, तो $\angle ACB$ की माप होगी— 1



(i) 160° (ii) 100° (iii) 80° (iv) 40°.

(ङ) $\cos 240°$ का मान होगा— 1

(i) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (ii) $\frac{1}{2}$

(iii) $-\frac{1}{2}$ (iv) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$.

(च) x^3-9x और x^3-27 का म०स० होगा— 1

(i) $(x-3)$ (ii) (x^2-9)

(iii) $(x+3)$ (iv) (x^2+9).

2. सभी खण्ड कीजिए—

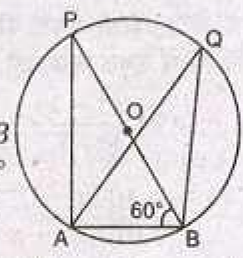
(क) निम्नलिखित आँकड़ों की माध्यिका ज्ञात कीजिए—

2, 12, 0, 9, 5, 15, 7 और 4

(ख) संजय ने एक साइकिल (बिक्री कर सहित) ₹ 2,100 में खरीदी। यदि साइकिल का अंकित मूल्य ₹ 1,900 है, तो बिक्री कर की दर ज्ञात कीजिए। 1

(ग) सिद्ध कीजिए—

$$\frac{1-\cos A}{\sin A} = \frac{\sin A}{1+\cos A}$$



(घ) चित्र में, POB वृत्त का एक व्यास है और P, A, B और Q वृत्त पर कोई चार बिन्दु हैं। यदि $\angle ABP$ की माप = 60° हो, तो $\angle BQA$ की माप ज्ञात कीजिए। 1

3. सभी खण्ड कीजिए—

(क) सिद्ध कीजिए कि बिन्दु (2, 2) (3, 4) और (1, 0) सरेख हैं। 2

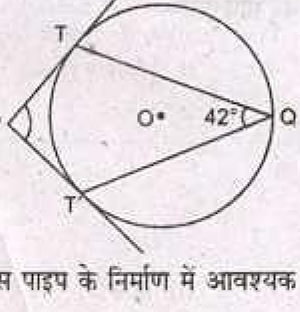
(ख) एक लम्बवृत्तीय बेलन की ऊँचाई 5 सेमी तथा आधार का क्षेत्रफल 36π सेमी^{2} है। बेलन का वक्र-पृष्ठ ज्ञात कीजिए। 2

(ग) सिद्ध कीजिए— $\frac{1-\cos 2A}{1+\cos 2A} = \tan^2 A$ 2

(घ) सिद्ध कीजिए कि किसी वृत्त की समान जीवाएँ केन्द्र से समान दूरी पर होती हैं।2

4. सभी खण्ड कीजिए—

(क) आँधी के कारण किसी वृक्ष का ऊपरी भाग टूट कर क्षैतिज तल के किसी बिन्दु पर 45° का कोण बनाता है। यदि वृक्ष का शिखर क्षैतिज तल पर वृक्ष के पाद से 10 मीटर की दूरी पर मिलता हो, तो वृक्ष की ऊँचाई ज्ञात कीजिए। 2



(ख) चित्र में, वृत्त TQT' का केन्द्र O है। बाह्य बिन्दु P से PT और PT' स्पर्शियाँ खींची गई हैं। यदि $\angle TQT'$ की माप 42° हो, तो $\angle TPT'$ की माप ज्ञात कीजिए। 2

(ग) एक लोहे के 24 सेमी लम्बे पाइप की बाहरी तथा आन्तरिक त्रिज्याएँ क्रमशः 8 सेमी तथा 6 सेमी हैं। इस पाइप के निर्माण में आवश्यक लोहे का आयतन ज्ञात कीजिए। 2

(घ) बिन्दु (6, – 4) से होकर जाने वाली रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसके द्वारा अक्षों से कटे अन्तःखण्डों का योग 7 मात्रक है। 2

5. सभी खण्ड कीजिए—

(क) निम्नलिखित सारणी में रिक्त स्थान पर बारम्बारता ज्ञात कीजिए, यदि समान्तर माध्य 109·5 सेमी है। 4

ऊँचाई (सेमी में)	94	105	115	125	135
पौधों की संख्या	5	13	•	4	1

(ख) द्विघात समीकरण ज्ञात कीजिए जिसके मूलों में से एक $(3+\sqrt{2})$ है। 4

(ग) सिद्ध कीजिए— 4

$$\cos 20° \cos 40° \cos 80° = \frac{1}{8}$$

(घ) एक आयताकार मैदान की लम्बाई में 2 मीटर की कमी और चौड़ाई में 2 मीटर की वृद्धि कर दी जाए, तो उसका क्षेत्रफल 10 मीटर^2 बढ़ जाता है। परन्तु यदि लम्बाई में 2 मीटर की वृद्धि और चौड़ाई में 3 मीटर की कमी कर दी जाए, तो क्षेत्रफल 45 मीटर^2 कम हो जाता है। मैदान की लम्बाई और चौड़ाई ज्ञात कीजिए। 4

6. सभी खण्ड कीजिए—

(क) एक समद्विबाहु समकोण त्रिभुज जिसके कर्ण की लम्बाई 4 सेमी है, को अक्ष मानकर उसके परितः घुमाया जाता है। निर्मित आकृति का वक्र-पृष्ठ और आयतन ज्ञात कीजिए। 4

(ख) एक त्रिभुज के लम्ब-केन्द्र के निर्देशांक ज्ञात कीजिए जिसके शीर्ष (0, 0)(–2, 5) और (4, 3) हैं। 4

(ग) किसी चतुर्भुज $PQRS$ का एक अन्तःवृत्त है, जो चारों भुजाओं को अन्तःस्पर्श करता है। सिद्ध कीजिए— 4

$$PQ + RS = QR + SP$$

(घ) एक अधिकारी की किसी वित्तीय वर्ष में वार्षिक आय (मकान किराया भत्ता छोड़कर) ₹ 5,81,582 है। उसने भविष्य निधि खाते में ₹ 78,160 जीवन बीमा में ₹ 18,700 तथा यूनिट लिंक्ड इन्श्योरेन्स में ₹ 8,000 जमा किए और ₹ 20,000 के राष्ट्रीय बचत पत्र खरीदे। उसने एक संस्था को ₹ 12,000 दान दिए जिस पर 50% टैक्स से छूट मिलती है। देय आयकर पर 3% शिक्षा उपकर भी देय है। अधिकारी द्वारा वित्तीय वर्ष के अंत में दिए गए आयकर को ज्ञात कीजिए।

सभी बचतें ₹ 1,00,000 तक कर मुक्त हैं।

आयकर की दरें निम्नवत है : 4

करयोग्य आय	**आयकर**
(i) ₹ 1,60,000 तक	शून्य
(ii) ₹ 1,60,001 से ₹ 5,00,000 लाख तक	₹ 1,60,000 से ऊपर की आय पर 10%
(iii) ₹ 5,00,001 से ₹ 8,00,000 लाख तक	₹ 34,000 + ₹ 5,00,000 से ऊपर की आय पर 20%
(iv) ₹ 8,00,000 से अधिक	₹ 94,000 + ₹ 8,00,000 से ऊपर की आय पर 30%
(v) शिक्षा उपकर	देय कर का 3%

7. सभी खण्ड कीजिए—

(क) समान्तर रेखाओं $3x+4y+15=0$ तथा $6x+8y-13=0$ के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए। 6

अथवा

एक किसान 100 वर्ग मीटर आयताकार क्षेत्र में सब्जी की क्यारी बनाना चाहता है। उसके पास 30 मीटर लम्बा कँटीदार तार है। क्यारी के तीन ओर तो वह तार लगाता है और चौथी ओर वह अपने घर की दीवार से घेर देता है। आयताकार क्यारी की लम्बाई और चौड़ाई ज्ञात कीजिए। 6

(ख) दो वृत्त खींचिए, जिनके केन्द्रों के बीच की दूरी 7 सेमी है और उनकी त्रिज्याएँ क्रमशः 2 सेमी और 4 सेमी हैं। इन वृत्तों की उभयनिष्ठ अनुस्पर्शियों की रचना कीजिए। उनकी लम्बाइयों की माप ज्ञात कीजिए। 6

अथवा

एक ΔABC की रचना कीजिए, जिसमें $AB = 7\cdot0$ सेमी, $\angle C = 70°$ और शीर्ष C से AB पर लम्ब की लम्बाई $5\cdot0$ सेमी है।