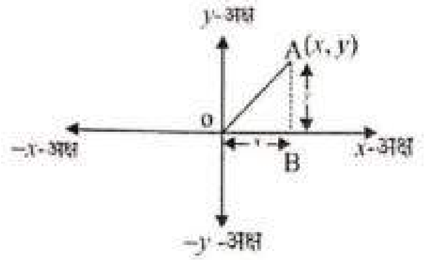
3 निर्देशांक ज्यामिति
(Co-ordinate Geometry)



XOX और YOY समकोणिक निर्देशांक अक्ष है जो O पर प्रतिच्छेदित करती है। O को मूल बिन्दु कहते है। OB बिन्दु A का x निर्देशांक है और यह भुज कहलाता है।

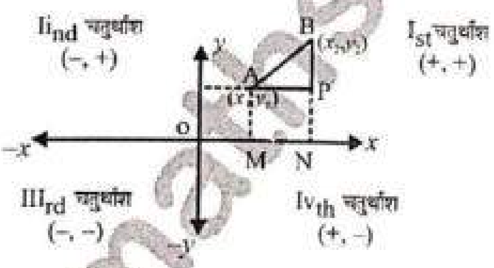
AB बिन्दु A का y - निर्देशांक है और यह कोटि कहलाता है। किसी भी बिन्दु की स्थिति ज्ञात करने के लिए O के दाँयी तरफ भुज को धनात्मक लेते हैं तथा बाँयी तरफ ऋणात्मक और O के ऊपर कोटि को धनात्मक तथा नीचे ऋणात्मक लेते है।

(a) x – अक्ष पर किसी विन्दु की कोटि = 0

(b) y – अक्ष पर किसी बिन्दु का भुज = 0

इसलिए मूल बिन्दु O के निदेशांक (0, 0) होंगे।

त्रिभुज OAB के में पाइथागोरस का प्रयोग करने पर तब बिन्दु (x, y) की मूल बिन्दु से दूरी $= \sqrt{x^2+y^2}$



यहाँ, AM = y_1 और BN = y_2

तब BP = $y_2 - y_1$

इसी प्रकार AP = $x_2 - x_1$

त्रिभुज ABP के में पाइथागोरस का प्रयोग करने पर

$$AB=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$

यही दो बिन्दुओं $A(x_1, y_1)$ और $B(x_2, y_2)$ के बीच की दूरी ज्ञात करने का सूत्र है।

Ex.1 बिन्दु (2, 3) का भुज होगा ?

Sol^n. 2

Ex. 2. बिन्दु (−2, 3) किस चतुर्थांश में होगा ?

Sol^n. द्वितीय चतुर्थांश

Ex.3 यदि बिन्दु (0, −5) और $(x, 0)$ के बीच की दूरी 13 इकाई हो तो x का मान क्या होगा?

(a) 10 (b) ±10

(c) 12 (d) ±12

Sol^n. दूरी सूत्र प्रयोग करने पर पर

$$13=\sqrt{(x-0)^2+(0+5)^2}$$

दोनो पक्षों का वर्ग करने पर

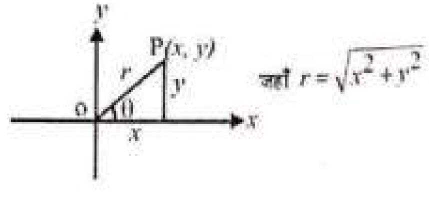
$(13)^2 = x^2 + 25$

$x^2 = 169 - 25 = 144$

$x = \pm\sqrt{144} = \pm 12$

बिन्दु का ध्रुवीय रूप (Polar co-ordinate of point):-

जब निर्देशांक मूल बिन्दु से दूरी और कोण के रूप में लिखे जाते हैं तब यह बिन्दु का ध्रुवीय रूप कहलाता है।



$\sin\theta = \frac{y}{r}$ और $\cos\theta = \frac{x}{r}$

$\Rightarrow x = r\cos\theta$ व $y = r\sin\theta$

Scanned by CamScanner

$\tan\theta = \dfrac{y}{x}$

तब बिन्दु (x, y) की ध्रुवीय निर्देशांक $(r\cos\theta, r\sin\theta)$ होंगे।

Ex.4 बिन्दु $\left(1, \sqrt{3}\right)$ के ध्रुवीय निर्देशांक ज्ञात कीजिए।

Sol^n. $r = \sqrt{(1)^2 + \left(\sqrt{3}\right)^2} = \sqrt{1+3} = 2$

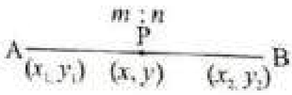
$\tan\theta = \dfrac{y}{x} = \dfrac{\sqrt{3}}{1} = \tan 60^\circ \Rightarrow \theta = 60^\circ$

तब ध्रुवीय निर्देशांक = $(2\cos 60^\circ, 2\sin 60^\circ)$ होंगे।

विभाजन सूत्र (Section formula):–

दो बिन्दुओं को मिलाने वाली रेखा को दिए गए अनुपात में विभाजित करने वाले बिन्दु के निर्देशांक ज्ञात करेंगे।

(I) अंत: विभाजन (Internal Division):



$\left(\dfrac{PA}{PB} = \dfrac{m}{n}\right)$

माना बिन्दु $P(x, y)$, बिन्दु $A(x_1, y_1)$ और $B(x_2, y_2)$ को मिलाने वाली रेखा को अनुपात $m : n$ में अंत: विभाजित करता है।

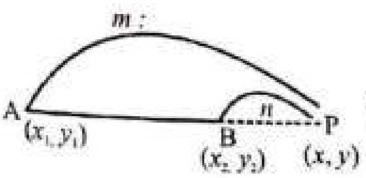
तब बिन्दु P निर्देशांक–

$$\Rightarrow \quad (x, y) \equiv \left(\frac{mx_2 + nx_1}{m+n}, \frac{my_2 + ny_1}{m+n}\right)$$

यदि P, AB का मध्य बिन्दु है, तब $m = n$ और AB के मध्य बिन्दु के निर्देशांक–

$$\Rightarrow \quad (x, y) \equiv \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

(II) बाह्य विभाजन (External division)



$\left(\dfrac{PA}{PB} = \dfrac{m}{n}\right)$

माना बिन्दु $P(x, y)$, बिन्दु $A(x_1, y_1)$ और $B(x_2, y_2)$ को मिलाने वाली रेखा को अनुपात $m : n$ में बाह्य विभाजित करता है।

तब बिन्दु P निर्देशांक–

$$\Rightarrow \quad (x, y) \equiv \left(\frac{mx_2 - nx_1}{m-n}, \frac{my_2 - ny_1}{m-n}\right)$$

Ex. 5 उस बिन्दु के निर्देशांक ज्ञात करो जो बिन्दु (2, –3) और (–4, 6) को मिलाने वाली रेखा को 1 : 2 में अंत: विभाजित करता है।

(a) (8, 0) (b) (0, 0)
(c) (3, –5) (d) (4, 3)

Sol^n. यहाँ $x_1 = 2, y_1 = -3, x_2 = -4, y_2 = 6$
$m = 1, n = 2$

$$\Rightarrow (x, y) \equiv \left(\frac{mx_2 + nx_1}{m+n}, \frac{my_2 + ny_1}{m+n}\right)$$

$$\equiv \left(\frac{1\times(-4) + 2\times 2}{1+2}, \frac{1\times 6 + 2\times(-3)}{1+2}\right) \equiv (0, 0)$$

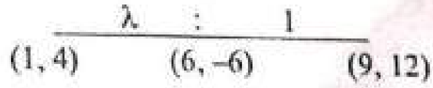
Ex. 6 उस बिन्दु के निर्देशांक ज्ञात करो जो बिन्दु (2, 1) और (3, 5) को मिलाने वाली रेखा को 2 : 3 में बाह्य: विभाजित करता है।

Sol^n. $(x, y) \equiv \left(\dfrac{mx_2 - nx_1}{m-n}, \dfrac{my_2 - ny_1}{m-n}\right)$

$$\equiv \left(\frac{2\times 3 - 3\times 2}{2-3}, \frac{2\times 5 - 3\times 1}{2-3}\right) \equiv (0, -7)$$

Ex. 7 बिन्दु (1, 4) और (9, –12) को मिलाने वाली रेखा को बिन्दु (6, –6) किस अनुपात में विभाजित करेगा?

Sol^n.



अनुपात $m : n \rightarrow \dfrac{m}{n} : 1$ (माना $\dfrac{m}{n} \rightarrow \lambda$)

माना बिन्दु $\lambda : 1$ में अंत: विभाजित करेगा।

अब x–निर्देशांक = $\left(\dfrac{mx_2 + nx_1}{m+n}\right)$

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

यहाँ, $m=\lambda$, $n=1$, $x_1=1$, $x_2=9$

$$6=\frac{9\lambda+1}{\lambda+1}$$

$$6\lambda+6=9\lambda+1$$

$$3\lambda=5 \Rightarrow \lambda=\frac{5}{3}$$

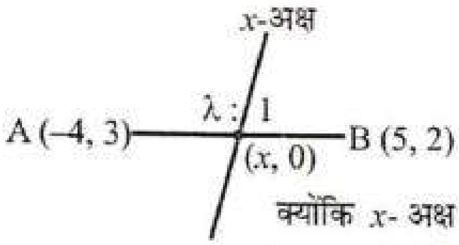
{यदि हम y-निर्देशांक लेते हैं, तो भी λ का मान यही होता।}

अत: अनुपात 5 : 3 (अंत:) होगा।

नोट: यदि λ का मान ऋणात्मक होता तो हम कहते कि बाह्य विभाजन है।

Ex. 8 बिन्दु A(–4, 3) और B(5, 2) को मिलाने वाली रेखा को x-अक्ष किस अनुपात में विभाजित करेगा।

Solⁿ.



क्योंकि x- अक्ष पर y-निर्देशांक का मान शून्य होता है।

माना अनुपात $\lambda:1$ (अंत:)

यहाँ y – निर्देशांक $=\left(\frac{my_2+ny_1}{m+n}\right)$

$\Rightarrow \quad 0=\frac{2\lambda+1(3)}{\lambda+1}$ (x-अक्ष पर y-निर्देशांक= 0)

$\Rightarrow \quad 2\lambda+3=0 \qquad \Rightarrow \lambda=-3/2$

अत: अनुपात 3 : 2 होगा किन्तु बाह्य विभाजन होगा। (चूंकि λ ऋणात्मक है।)

Ex. 9 यदि बिन्दु (–8, 13) और (k, 7) के मध्य बिन्दु के निर्देशांक (4, 10) है, तब k का मान क्या होगा?

Solⁿ. यहाँ $x_1=-8, x_2=k, x=4$

x – निर्देशांक $=\left(\frac{x_1+x_2}{2}\right)$

$$4=\frac{-8+k}{2} \quad \Rightarrow 8=-8+k \Rightarrow k=16$$

Ex. 10 बिन्दु (–2, 7) किस चतुर्थांश में होगा?

(a) प्रथम (b) द्वितीय
(c) तृतीय (d) चतुर्थ

Ans. (b) द्वितीय

Ex. 11 बिन्दु ($a\sin\alpha$, $a\cos\alpha$) और (0, 0) के बीच की दूरी ज्ञात करो।

(a) a (b) a^2
(c) $a\sin\alpha$ (d) $a\cos\alpha$

Ans. (a) a

Ex. 12 बिन्दु (2a, a) और ($-a, -3a$) के बीच की दूरी ज्ञात करो।

(a) $4a$ (b) $25a$
(c) $5a$ (d) $5\sqrt{a}$

Ans. (c) $5a$

Ex. 13 बिन्दु ($a\sin\theta$, $a\cos\theta$) और ($a\cos\theta$, $-a\sin\theta$) के बीच की दूरी होगी?

(a) $a\sqrt{2}$ (b) $a\sqrt{3}$
(c) $3a$ (d) $2a$

Ans. (a) $a\sqrt{2}$

Ex. 14 बिन्दु $\left(at_1^2, 2at_1\right)$ और $\left(at_2^2, 2at_2\right)$ के बीच की दूरी होगी?

(a) $a(t_1+t_2)\sqrt{(t_1+t_2)^2-4}$

(b) $a(t_2-t_1)\sqrt{(t_1+t_2)^2+4}$

(c) $a(t_2-t_1)\sqrt{(t_1+t_2)^2-4}$

(d) इनमें से कोई नहीं

Ans. (b)

Ex. 15 यदि बिन्दुओं (4, 0) और (0, x) के बीच की दूरी 5 इकाई हो तब x =?

(a) 0 (b) 1
(c) 2 (d) 3

Ans. (d) 3

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

Ex. 16 बिन्दु P दो बिन्दुओं (8, 9) और (–7, 4) को मिलाने वाली रेखा को 2 : 3 में अन्त: विभाजित करता है, तब बिन्दु P के निर्देशांक होंगे?

(a) (–2, 7) (b) (2, 7)
(c) (7, 2) (d) (–7, 2)

Ans. (b) (2, 7)

Ex. 17 बिन्दुओं (–2, 1) और (7, 4) को मिलाने वाली रेखा को बिन्दु P(1, 2) किस अनुपात में विभाजित करेगा?

(a) 2 : 1 (बाह्य) (b) 1 : 2 (अन्त:)
(c) 3 : 2 (बाह्य) (d) 2 : 3 (अन्त:)

Ans. (a) 1 : 2 (अन्त:)

Ex. 18 बिन्दुओं (2, –3) और (5, 6) को मिलाने वाली रेखा को x–अक्ष किस अनुपात में विभाजित करेगा?

(a) 1 : 2 (बाह्य) (b) 2 : 1 (बाह्य)
(c) 1 : 2 (अन्त:) (d) 2 : 1 (अन्त:)

Ans. (c) 1 : 2 (अन्त:)

Ex. 19 बिन्दुओं (4, 2) और (8, 3) को मिलाने वाली रेखा को y–अक्ष किस अनुपात में विभाजित करेगा?

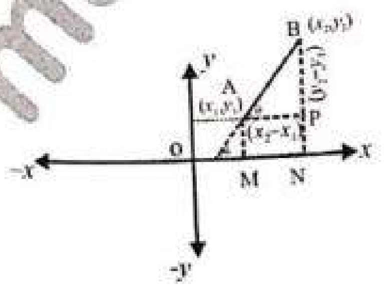
(a) 1 : 2 (बाह्य) (b) 2 : 1 (बाह्य)
(c) 1 : 2 (अन्त:) (d) 2 : 1 (अन्त:)

Ans. (a) 1 : 2 (बाह्य)

रेखा (Line)

रेखा की प्रवणता या ढाल (Slope of line) : यदि एक रेखा धनात्मक x–अक्ष के साथ θ कोण बनाती है तब उस कोण की स्पर्शज्या (tangent) को उस रेखा की प्रवणता कहते हैं। इसे m से प्रदर्शित करते हैं।

$\Rightarrow m = \tan\theta$



$$m = \tan\theta = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

(a) x–अक्ष या x–अक्ष के समांतर किसी रेखा की प्रवणता $m = \tan 0^\circ = 0$

(b) y–अक्ष या y–अक्ष के समांतर किसी रेखा की प्रवणता

$$m = \tan 90^\circ = \infty = \frac{1}{0}$$

(c) रेखा $ax + by + c = 0$ में रेखा की प्रवणता

$$m = -\frac{x \text{ का गुणाक}}{y \text{ का गुणाक}} = -\frac{a}{b}$$

Ex. 20 यदि दो बिन्दु $(a+3, b+k)$ और (a, b) रेखा $x - 2y + 9 = 0$ पर स्थित है, तब k का मान ज्ञात करो।

Sol.

$$x - 2y + 9 = 0 \Rightarrow y = \frac{1}{2}x + \frac{9}{2}$$

तब रेखा की प्रवणता $= \frac{1}{2}$, यह प्रवणता दो बिन्दुओं $(a+3, b+k)$ और (a, b). को मिलाने वाली रेखा की प्रवणता के बराबर होगी।

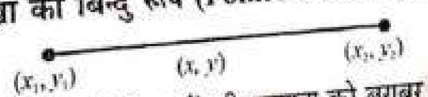
$$\Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{b+k-b}{a+3-a} = \frac{k}{3}$$

$$\therefore\ k = \frac{3}{2}$$

रेखा का समीकरण (Equation of a line)

x और y में एक ऐसा संबंध जिसे x और y के सभी मान संतुष्ट करे तो वह संबंध रेखा की समीकरण कहलाएगा।

(1) रेखा का बिन्दु रूप (Point form of line):



रेखा के किन्हीं भी दो बिन्दुओं की प्रवणता को बराबर करने पर

$$\Rightarrow \left(\frac{y - y_1}{x - x_1}\right) = \left(\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}\right) = m$$

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

$$\boxed{(y-y_1)=\left(\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}\right)(x-x_1)} \quad ...(i)$$

Ex. 21 बिन्दुओं (2, 3) और (5, 4) को मिलाने वाली रेखा की समीकरण ज्ञात करो।

$$(y-3)=\left(\frac{4-3}{5-2}\right)(x-2)$$

$3y-9=x-2$

रेखा की समीरकण:- $x-3y+7=0$

(2) रेखा का प्रवणता रूप (Slope form of a line):

समीकरण (i) में $\left(\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}\right)=m$ रखने पर–

$y-y_1=m(x-x_1)$

$y=mx+y_1-mx_1$

$\Rightarrow$ $\boxed{y = mx + c}$ (माना $c=y_1-mx_1$ जो अचर है)

Ex. 22 उस रेखा का समीकरण ज्ञात करो जो धनात्मक x-अक्ष से 45° का कोण बनाती है और बिन्दु (5, 7) से गुजरती है।

Sol^n. प्रवणता $m=\tan 45°=1$

$m=1$, $y=mx+c$ में रखने पर

$\Rightarrow$ रेखा $y=x+c$ बिन्दू (5, 7) से गुजरती है।

$x=5$ और $y=7$ इस समीकरण में रखने पर

$7=5+c \Rightarrow c=2$

$\therefore$ रेखा का समीकरण :- $y=x+2$

Ex. 23 रेखा $3y=2x+9$ की प्रवणता ज्ञात करो।

Sol^n. $\Rightarrow y=\frac{2}{3}x+\frac{9}{3}$

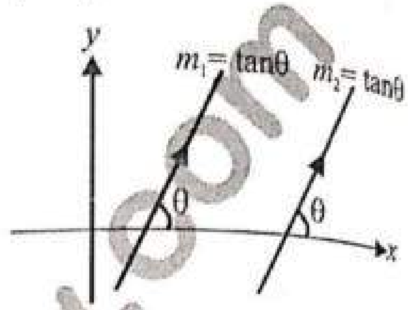
$y=\frac{2}{3}x+3$ [$y=mx+c$ से तुलना करने पर]

$\Rightarrow m=\frac{2}{3}$

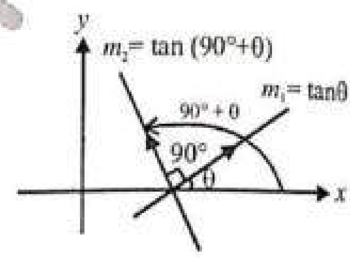
नोट:

(a) यदि दो रेखाएँ एक-दूसरे समांतर हैं तो उनकी प्रवण बराबर होंगी।

$\Rightarrow m_1=m_2$



(b) यदि दो रेखाएँ एक-दूसरे के लम्बवत है, तो उनकी प्रवणताओं का गुणफल –1 होगा।



$m_1=\tan\theta,\ m_2=\tan(90°+\theta)=-\cot\theta$

$\Rightarrow m_1 . m_2=-1$

Ex. 24 यदि दो रेखाएँ $2y=3x+5$ और $4y=kx+11$ एक-दू के समांतर है, तब k का मान क्या होगा?

Sol^n. यहाँ पहली रेखा की प्रवणता $m_1=3/2$ और दूसरी रे की प्रवणता $m_2=k/4$ क्योंकि रेखाएँ समांतर है- तब $k/4=3/2 \Rightarrow$ **$k=6$**

Ex. 25 यदि दो रेखाएँ $y=x+15$ और $4y=kx+11$ एक दू के लम्बवत है, तब k का मान ज्ञात करो।

Sol^n. यहाँ पहली रेखा की प्रवणता $m_1=1$ और दूसरी रे की प्रवणता $m_2=k/4$ क्योंकि रेखाएँ लम्बवत है। तब $(k/4).(1)=-1 \Rightarrow$ **$k=-4$**

Ex. 26 उस रेखा का समीकरण ज्ञात करो जो रेखा $5x+7y=$ 199 के समांतर है और बिन्दु (2, 1) से गुजरती है।

Sol^n. यदि दो रेखाएँ समांतर हैं तो उनकी प्रवणता बरा होगी।

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

प्रवणता $= -\dfrac{x \text{ का गुणांक}}{y \text{ का गुणांक}}$

रेखा की प्रवणता x और y के गुणांक पर निर्भर करती है, यदि दो रेखाएँ समांतर है, तो दोनो रेखाओं के x और y के गुणांक बराबर होंगे।

तो रेखा $5x+7y=199$ के समांतर दूसरी रेखा का समीकरण $5x+7y=\lambda$ होगा।

यदि वह रेखा बिन्दु (2, 1) से गुजरती है, तो यह बिन्दु इस रेखा को संतुष्ट करेगा।

$\Rightarrow \quad 5(2)+7(1)=\lambda$

$\Rightarrow \quad \lambda=17$

अत: रेखा का समीकरण $\Rightarrow 5x+7y=17$

Ex. 27 उस रेखा का समीकरण ज्ञात करो जो रेखा $4x+3y=111$ के लम्बवत है और बिन्दु (3, 2) से गुजरती है।

Sol^n. रेखा की प्रवणता x और y के गुणांक पर निर्भर करती है, यदि दो रेखाएँ लम्बवत है, तो दोनो रेखाओं के x और y के गुणांक आपस में बदल जाएगें और विपरित चिन्ह के होंगे। (the coefficient of x & y will be interchanged with opposite sign.)

तब रेखा $4x+3y=111$ के लम्बवत दूसरी रेखा $3x-4y=\lambda$ होगी।

यह रेखा बिन्दु (3, 2) से गुजरती है, तो यह बिन्दु रेखा की समीकरण को संतुष्ट करेगा।

$\Rightarrow 3(3)-4(2)=\lambda \quad \Rightarrow \lambda=1$

अत: रेखा की समीकरण $\Rightarrow 3x-4y=1$

रेखाओं के प्रकार (Types of lines):

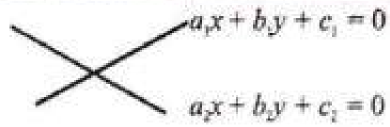
माना दो रेखाएँ हैं जिनका समीकरण निम्न हैं।

$a_1x+b_1y+c_1=0 \quad \ldots(i)$

$a_2x+b_2y+c_2=0 \quad \ldots(ii)$

(a) **प्रतिच्छेदी रेखाएँ (Intersecting lines):** यदि दो रेखाएँ एक दूसरे को काटती हैं तो उन रेखाओं की समीकरण से अद्वितीय हल (unique solution) प्राप्त होगा। तब इसकी शर्त होगी–

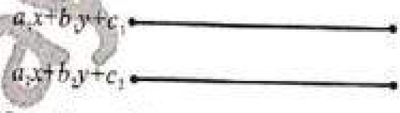
$\dfrac{a_1}{a_2} \neq \dfrac{b_1}{b_2}$



$(x, y) \rightarrow$ अद्वितीय हल

(b) **समांतर रेखाएँ (Parallel lines):** यदि दो रेखाएँ समांतर हैं, तो वे आपस में कभी नहीं काट सकती इसलिये उन रेखाओं की समीकरण से कोई हल नहीं (no solution) प्राप्त होगा। तब इसकी शर्त होगी।

$$\frac{a_1}{a_2}=\frac{b_1}{b_2}\neq\frac{c_1}{c_2}$$



उदाहरण. $2x+3y=11 \quad \ldots(i)$

$4x+6y=38 \quad \ldots(ii)$ दो समांतर रेखाएँ हैं क्योंकि $4x+6y=38 \Rightarrow 2x+3y=19$

(c) **सम्पाती रेखाएँ (Coincident lines):** यदि दो रेखाएँ एक दूसरे पर सम्पाती हैं, तब इन रेखाओं के समीकरण से अनंत हल (infinite solution) प्राप्त होंगे।

$$\frac{a_1}{a_2}=\frac{b_1}{b_2}=\frac{c_1}{c_2}$$

उदाहरण: $x+y=5$

$2x+2y=10$

Ex. 28 यदि रेखाएँ $3x+2y=11$ और $kx+4y=22$ सम्पाती रेखाएँ हैं तब k का मान क्या होगा?

Sol^n. $\Rightarrow \quad \dfrac{3}{k}=\dfrac{2}{4}=\dfrac{11}{22}=\dfrac{1}{2}$

$\Rightarrow \quad k=6$

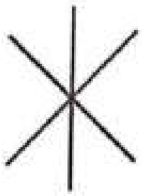
Ex. 29 यदि दो रेखाओं की समीकरण $2x+3y=122$ और $4x+ky=119$ से अद्वितीय हल प्राप्त होता है, तब k होगा।

Sol^n. $\dfrac{a_1}{a_2}\neq\dfrac{b_1}{b_2}\Rightarrow\dfrac{2}{4}\neq\dfrac{3}{k}\Rightarrow k\neq 6$

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

(D) संगामी रेखाएँ (Concurrent lines): यदि दो से अधिक रेखाएँ एक ही बिन्दु से गुजरती हों तो उन रेखाओं को संगामी रेखाएँ कहते हैं।



$$a_1x+b_1y+c_1=0 \quad \ldots(i)$$
$$a_2x+b_2y+c_2=0 \quad \ldots(ii)$$
$$a_3x+b_3y+c_3=0 \quad \ldots(iii)$$

यदि ऊपर की तीन रेखाएँ संगामी हैं तब

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}=0$$

or

$$a_1(b_2c_3-c_2b_3)-b_1(a_2c_3-c_2a_3)+c_1(a_2b_3-b_2a_3)=0$$

Ex. 30 यदि रेखाएँ $4x+3y=k$, $2x+3y=12$ और $x+y=5$ संगामी है, तब k का मान ज्ञात करो।

Sol. ऊपर दिए गए सूत्र से हम k का मान ज्ञात कर सकते हैं, किन्तु हम एक दूसरी अवधारणा (concept) का प्रयोग करेंगे।

हम दो रेखाओं के प्रतिच्छेद बिन्दु को ज्ञात कर लेंगे और तीसरी रेखा भी उसी बिन्दु से गुजरेगी तो हम उस बिन्दु को तीसरी रेखा में रख कर k का मान ज्ञात कर लेंगे।

$2x+3y=12 \quad \ldots(i)$

$x+y=5 \Rightarrow 2x+2y=10 \quad \ldots(ii)$

हल करने पर $\Rightarrow x=3 \;\&\; y=2$

इन मानों को समीकरण $4x+3y=k$ में रखने पर।

$\Rightarrow \quad k=4(3)+3(2)$

$\quad =12+6=18$

(E) लम्बवत रेखाएँ (Perpendicular lines):

$a_1x+b_1y+c_1=0$

$a_2x+b_2y+c_2=0$

यदि दो रेखाएँ लम्बवत हैं तब $m_1.m_2=-1$

$$\Rightarrow \left(-\frac{a_1}{b_1}\right)\left(-\frac{a_2}{b_2}\right)=-1$$

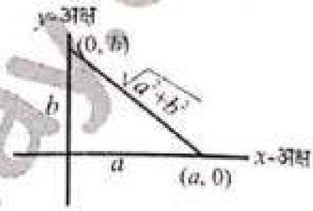
$$\Rightarrow \boxed{a_1a_2+b_1b_2=0}$$

Ex. 31 यदि रेखाएँ $3x+4y+9=0$ और $kx+6y+41=0$ एक दूसरे के लम्बवत है, तो k का मान क्या होगा?

Sol^n. $\Rightarrow \quad 3k+24=0$

$\Rightarrow \quad k=-8$

(3) रेखा का अन्तःखण्ड रूप (Intercept form of a line)



$$\Rightarrow \quad (y-0)=\frac{0-b}{a-0}(x-a)$$

$$\Rightarrow \quad \frac{-y}{b}=\frac{x}{a}-1$$

$$\Rightarrow \quad \frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1 \text{ (रेखा का अन्तःखण्ड रूप)}$$

जहाँ a, x– अक्ष पर काटे गए अन्तः खण्ड की लम्बाई है तथा b, y– अक्ष पर काटे गए अन्तः खण्ड की लम्बाई है।

दो अक्ष के बीच काटे गए अन्तः खण्ड की लम्बाई $=\sqrt{a^2+b^2}$

Ex. 32 रेखा $3x+4y=12$ द्वारा दोनों अक्ष के बीच काटे गए अन्तः खण्ड की लम्बाई क्या होगी?

Sol^n. $\Rightarrow \quad \dfrac{3x}{12}+\dfrac{4y}{12}=\dfrac{12}{12} \Rightarrow \dfrac{x}{4}+\dfrac{y}{3}=1$

यहाँ $a=4, b=3$

अक्षों के बीच अन्तः खण्ड की लम्बाई $=\sqrt{4^2+3^2}=5$

x–अक्ष पर काटा गया अन्तःखण्ड $\rightarrow 4$

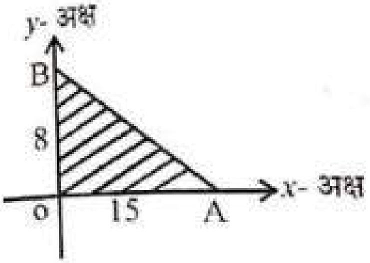
y–अक्ष पर काटा गया अन्तःखण्ड $\rightarrow 3$

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

Ex.33 रेखाएँ $8x+15y=120$, x–अक्ष और y–अक्ष द्वारा बने त्रिभुज का क्षेत्रफल क्या होगा?

Sol^n. $\Rightarrow \frac{8x}{120}+\frac{15y}{120}=1 \Rightarrow \frac{x}{15}+\frac{y}{8}=1$

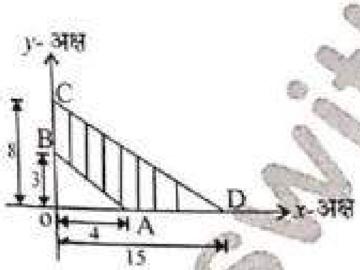


त्रिभुज OAB का क्षेत्रफल $=\frac{1}{2}\times 15\times 8=60$

Ex.34 चार रेखाओं $8x+15y=120$, $3x+4y=12$, x–अक्ष और y–अक्ष द्वारा बने चतुर्भुज का क्षेत्रफल क्या होगा।

Sol^n. $8x+15y=120 \Rightarrow \frac{x}{15}+\frac{y}{8}=1$

$3x+4y=12 \Rightarrow \frac{x}{4}+\frac{y}{3}=1$



चतुर्भुज ABCD का क्षेत्रफल

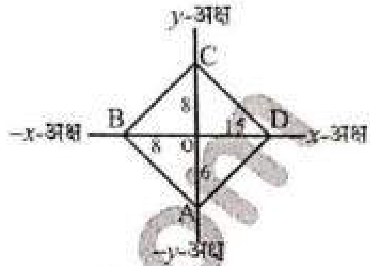
$=\Delta OCD$ का क्षेत्रफल $-\ \Delta OAB$ का क्षेत्रफल

$=\frac{1}{2}\times 15\times 8-\frac{1}{2}\times 3\times 4=60-6=54$

Ex. 35 चतुर्भुज ABCD का क्षेत्रफल ज्ञात करो जिसके विकर्ण AC और BD क्रमशः x–अक्ष, और y–अक्ष है। रेखा AB का समीकरण $3x+4y=-24$ और CD का समीकरण $8x+15y=120$ है।

Sol^n. $3x+4y=-24 \Rightarrow \frac{x}{-8}+\frac{y}{-6}=1$

$8x+15y=120 \Rightarrow \frac{x}{15}+\frac{y}{8}=1$



चतुर्भुज ABCD का क्षेत्रफल = त्रिभुजों OCD, OBC, OAB और OAD के क्षेत्रफलों का योग

$=\frac{1}{2}\times\left[(8\times 15)+(8\times 8)+(8\times 6)+(15\times 6)\right]$

$=161$ वर्ग इकाई

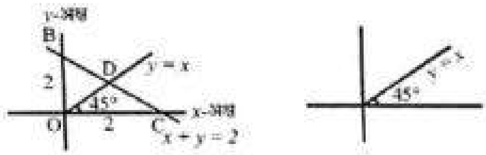
विधि - 2

यदि किसी चतुर्भुज के विकर्ण लम्बवत हों तब उसका

क्षेत्रफल $=\frac{1}{2}AC\times BD=\frac{1}{2}\times 23\times 14=161$

Ex. 36 रेखाएँ $x+y=2$, $y=x$ और x–अक्ष द्वारा बने त्रिभुज का क्षेत्रफल क्या होगा?

Sol^n.

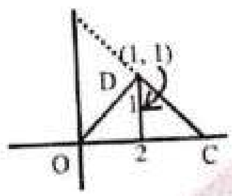


$\frac{x}{2}+\frac{y}{2}=1$, OD त्रिभुज OBC की माध्यिका होगी तो यह त्रिभुज को दो बराबर क्षेत्रफलों वाले भाग में विभाजित करेगी।

ΔOBC का क्षेत्रफल $=\frac{1}{2}\times 2\times 2=2$

ΔODC का क्षेत्रफल $=\frac{1}{2}\times \Delta OBC$ का क्षेत्रफल $=1$

विधि 2 : हल करने पर रेखाएँ $x=y$ और $x+y=2$ का प्रतिच्छेद बिन्दु $(1, 1)$ होगा।



mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

त्रिभुज ODC का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} \times 2 \times 1 = 1$ वर्ग इकाई

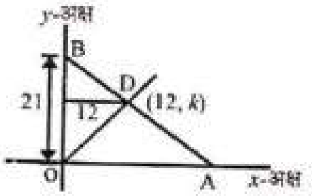
Ex. 37 तीन रेखाओं $3x+4y=84, y=x$ और y–अक्ष द्वारा बने त्रिभुज का क्षेत्रफल होगा।

Solⁿ. $$\frac{x}{28}+\frac{y}{21}=1$$

रेखाओं $3x+4y=84$ और $y=x$ के प्रतिच्छेद बिन्दु का x निर्देशांक ज्ञात करते हैं।

[समीकरण (i) में $x=y$ रखने पर] $\Rightarrow 3x+4x=84$

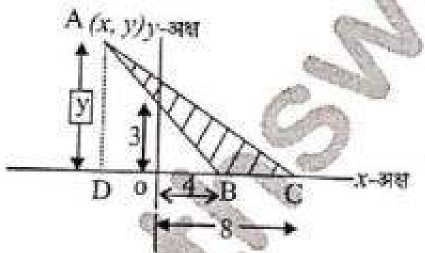
$7x=84 \Rightarrow x=12$



Δ ODB का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} \times 21 \times 12 = 126$

Ex. 38 तीन रेखाओं $3x+4y=12, 5x+8y=40$ और x–अक्ष द्वारा बने त्रिभुज का क्षेत्रफल क्या होगा?

Solⁿ. $\frac{x}{4}+\frac{y}{3}=1$ और $\frac{x}{8}+\frac{y}{5}=1$



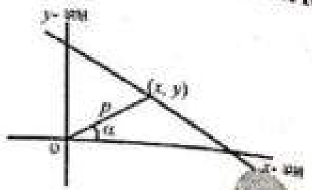
समीकरण $3x+4y=12$ और $5x+8y=40$ को हल करने पर इन रेखाओं का प्रतिच्छेद बिन्दु A(–16, 15) होगा। इस बिन्दु का y–निर्देशांक त्रिभुज ABC की ऊँचाई होगी जो 15 के बराबर है।

आधार BC = 8 – 4 = 4, ऊँचाई AD = 15

ABC का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} \times$ आधार $\times$ ऊँचाई

$= \frac{1}{2} \times 4 \times 15 = 30$ वर्ग ईकाई

(4) रेखा का अभिलम्ब रूप (Normal form of a line)



$\Rightarrow x\sin\alpha + y\cos\alpha = p$

एक बिन्दु से किसी रेखा की लम्बवत दूरी:-
(Perpendicular distance from a point to the straight line)

$$p=\left|\frac{ax_1+by_1+c}{\sqrt{a^2+b^2}}\right|$$

Ex. 39 बिन्दु (2, 3) की रेखा $3x+4y+7=0$ से लम्बवत दूरी क्या होगी?

Solⁿ. $$p=\left|\frac{3(2)+4(3)+7}{\sqrt{3^2+4^2}}\right|$$

$$=\left|\frac{6+12+7}{5}\right|=\frac{25}{5}=5$$

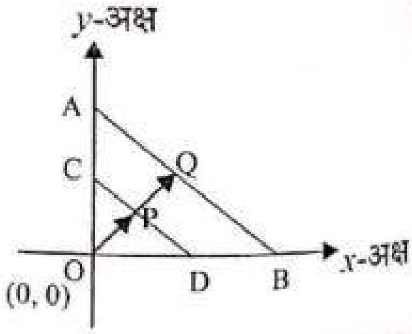
नोट-1 : मूल बिन्दु (0, 0) की रेखा $ax+by+c=0$ से लम्बवत

दूरी $=\left|\frac{c}{\sqrt{a^2+b^2}}\right|$.

नोट-2 : दो समांतर रेखाओं के बीच की दूरी

(Distance between two parallel lines)

(दो समांतर रेखाओं x और y के गुणांक बराबर होते हैं।)



mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

रेखा AB $\equiv ax + by + c_1 = 0$

रेखा CD $\equiv ax + by + c_2 = 0$

रेखा AB और CD के बीच की दूरी, दोनों रेखाओं पर मूल बिन्दु से डाले गए लम्ब के लम्बाईओं के अन्तर के बराबर होगी।

रेखा AB और CD के बीच की दूरी PQ = d

तब, $d = |OQ - OP|$

$$d = \left|\frac{c_1 - c_2}{\sqrt{a^2 + b^2}}\right|$$

Ex. 40 दो समांतर रेखाओं $3x + 4y + 12 = 0$ और $3x + 4y - 13 = 0$ के बीच की दूरी ज्ञात करो।

Solⁿ. $$d = \left|\frac{12 - (-13)}{\sqrt{3^2 + 4^2}}\right| = \frac{25}{5} = 5$$

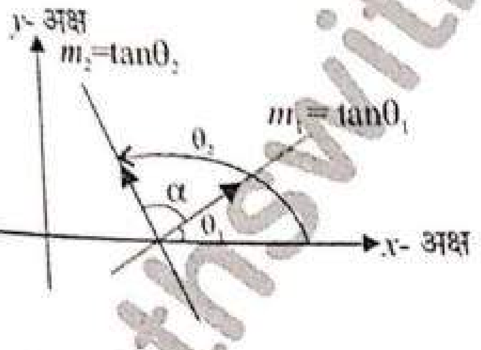
दो रेखाओं के मध्य कोण (Angle between two lines):

यदि दो रेखाओं की समीकरण $y = m_1x + c_1$ और $y = m_2x + c_2$ है।

ekuk tud scp d lskα है, तब

$$\tan\alpha = \left|\frac{m_1 - m_2}{1 + m_1m_2}\right|$$

सिद्ध:



चित्र से $\alpha = \theta_2 - \theta_1$

दोनों पक्षों का tan लेने पर

$$\tan\alpha = \tan(\theta_2 - \theta_1)$$

$$= \frac{\tan\theta_2 - \tan\theta_1}{1 + \tan\theta_2 \tan\theta_1}$$

$$\therefore \quad \tan\alpha = \left|\frac{m_2 - m_1}{1 + m_1m_2}\right|$$

Ex. 41 दो रेखाओं $x - 3y + 13 = 0$ और $x + 2y - 111 = 0$ के बीच का कोण क्या होगा?

Solⁿ. $3y = x + 13 \Rightarrow y = \frac{x}{3} + \frac{13}{3}$ तब $m_1 = \frac{1}{3}$

$2y = -x + 111 \Rightarrow y = -\frac{1}{2}x + \frac{111}{2}$ तब $m_2 = -\frac{1}{2}$

$$\tan\alpha = \left|\frac{\frac{1}{3} - \left(-\frac{1}{2}\right)}{1 + \frac{1}{3}\left(\frac{-1}{2}\right)}\right| = \left|\frac{\frac{5}{6}}{1 - \frac{1}{6}}\right| = 1$$

$\therefore \quad \alpha = 45°$

Ex. 42 दो रेखाओं $x\sin\alpha + y\cos\alpha = p_1$, और $x\sin\beta + y\cos\beta = p_2$ का कोण क्या होगा?

Solⁿ. $\Rightarrow \quad x\sin\alpha + y\cos\alpha = p_1$

$$y = \frac{-x\sin\alpha}{\cos\alpha} + \frac{p_1}{\cos\alpha} = -x\tan\alpha + p_1\sec\alpha$$

$\Rightarrow \quad x\sin\beta + y\cos\beta = p_2$

$$y = \frac{-x\sin\beta}{\cos\beta} + \frac{p_2}{\cos\beta} = -x\tan\beta + p_2\sec\beta$$

$m_1 = -\tan\alpha$ और $m_2 = -\tan\beta$

माना दोनो रेखाओं के बीच कोण θ है।

$$\Rightarrow \quad \tan\theta = \left|\frac{-\tan\alpha + \tan\beta}{1 + \tan\alpha\tan\beta}\right| = \tan(\beta - \alpha)$$

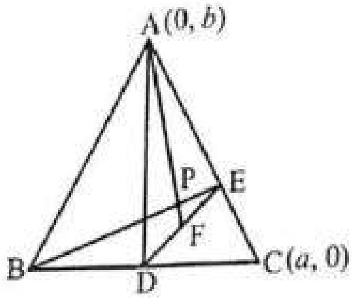
$\therefore \quad \theta = (\beta - \alpha)$

Ex.43 त्रिभुज ABC एक समद्विबाहु त्रिभुज है, जिसमें AB = AC. बिन्दु D, भुजा BC का मध्य बिन्दु है। बिन्दु E, भुजा AC पर बिन्दु D से डाले गए लम्ब का पाद है। बिन्दु F भुजा DE का मध्य बिन्दु है, तब AF और BE के बीच कोण होगा?

Solⁿ. बिन्दु D को मूल बिन्दु और BC को x-अक्ष लिया। तब बिन्दु B और बिन्दु C के निर्देशांक क्रमशः $(-a, o)$ और (a, o) होंगे। चूँकि ABC एक समद्विबाहु त्रिभुज है, शीर्ष A से गुजरने वाला लम्ब AD, y-अक्ष को प्रदर्शित करेगा।

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner



माना बिन्दु A $(0, b)$ है।

AC का समीकरण $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$ ...(i)

DE का समीकरण $y=\frac{a}{b}x$ ...(ii)

यहाँ, DE, AC के लम्बवत है।

समीकरण (i) और (ii) को हल करने पर

तब बिन्दु $E \equiv \left(\frac{ab^2}{a^2+b^2}, \frac{a^2b}{a^2+b^2}\right)$

यहाँ, DE का मध्य बिन्दु F है।

तब बिन्दु $F \equiv \left(\frac{ab^2}{2(a^2+b^2)}, \frac{a^2b}{2(a^2+b^2)}\right)$

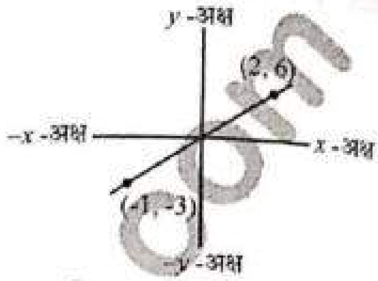
BE की प्रवणता $m_1 = \frac{\frac{a^2b}{a^2+b^2}-0}{\frac{ab^2}{a^2+b^2}+a} = \frac{ab}{(2b^2+a^2)}$

AF की प्रवणता $m_2 = \frac{\frac{a^2b}{2(a^2+b^2)}-b}{\frac{ab^2}{2(a^2+b^2)}} = \frac{-(2b^2+a^2)}{ab}$

AF और BE के बीच का कोण $=\frac{\pi}{2}$ $(\because m_1.m_2=-1)$

आलेख पर पूछे गए प्रश्न (SSC में)

Ex. 44 नीचे दिए गए चित्र में मूल बिन्दु से जाने वाली रेखा का समीकरण क्या होगा?

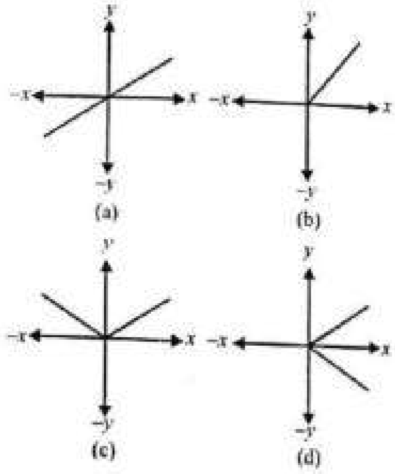


Solⁿ. रेखा की प्रवणता $=\frac{6-(-3)}{2-(-1)}=\frac{9}{3}=3$

मूल बिन्दु से जाने वाली रेखा का समीकरण $y=mx$ होता है।

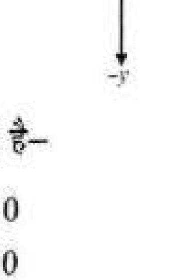
$m=3 \quad \therefore \quad y=3x$

Ex. 45 $y=x+|x|$ का आलेख निम्न में से कौन सा होगा?



Solⁿ. $y=x+|x|$

$$y=\begin{cases}2x, & x>0\\ 0 & x<0\end{cases}$$



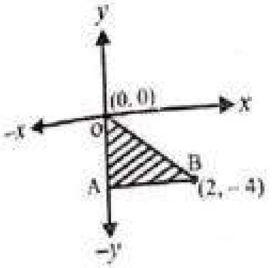
$\therefore$ $|x|$ की परिभाषा निम्न होती है–

$$|x|=\begin{cases}x, & x>0\\ -x & x<0\end{cases}$$

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

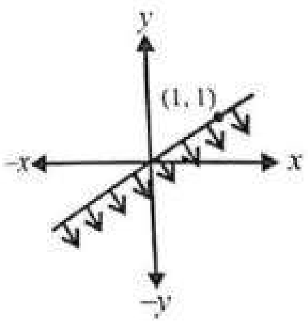
Ex. 46 निम्न चित्र में छायांकित भाग का क्षेत्रफल क्या होगा?



Solⁿ. OA = 4 और AB = 2

तब, त्रिभुज OAB का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} \times 2 \times 4 = 4$

Ex. 47 निम्न में से कौन-सा सम्बंध हैं?



(a) $y \le x$ (b) $y \ge x$
(c) $y \le -x$ (d) $y \ge x$

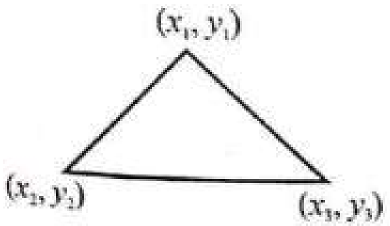
Solⁿ. बिन्दु (1, 1) इस रेखा पर स्थित हैं, इसलिए इस रेखा का समीकरण $y = x$ या $\frac{y}{x} = 1 = \tan 45°$

इस रेखा से नीचे का क्षेत्र 45° से कम कोण बनाएगा इसलिए रेखा की प्रवणता एक से कम होगी। $(\because \tan\theta < 1, \text{when } \theta < 45°)$

$m = \frac{y}{x} \le 1 \Rightarrow y \le x \qquad (\because y = mx)$

त्रिभुज (Triangles)

माना एक त्रिभुज ABC जिसके शीर्ष $[(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ और $(x_3, y_3)]$ हैं।



तब, त्रिभुज का क्षेत्रफल $= \Delta = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}$

$$= \frac{1}{2}\left[x_1(y_2 - y_3) - y_1(x_2 - x_3) + 1(x_2 y_3 - y_2 x_3)\right]$$

$$= \frac{1}{2}\left[x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)\right]$$

नोट 1 : एक समबाहु त्रिभुज के सभी शीर्षों के निर्देशांक परिमेय संख्या नहीं हो सकते। उदाहरण के लिए– यदि एक त्रिभुज के शीर्ष (2, –5), (6, 7) और (5, 4) हैं, तब वह समबाहु त्रिभुज नहीं हो सकता क्योंकि समबाहु त्रिभुज के क्षेत्रफल में $\sqrt{3}$ होता है और यदि सभी शीर्षों के निर्देशांक परिमेय संख्या होंगे तो ऊपर दिए गए क्षेत्रफल के सूत्र से क्षेत्रफल निकालने पर कभी भी $\sqrt{3}$ नहीं आएगा।

नोट 2 : यदि तीन बिन्दु $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ और (x_3, y_3) सरेखीय हो तो इनके द्वारा बने त्रिभुज का क्षेत्रफल शून्य होगा।

$$\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

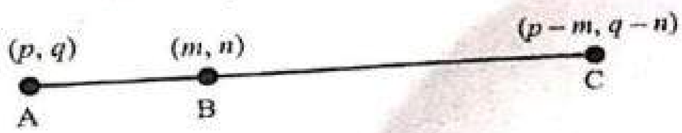
या

$$x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2) = 0$$

Ex. 48 यदि बिन्दु (p, q), (m, n) और $(p - m, q - n)$ सरेखीय हों तो p, q, m और n में क्या सम्बंध होगा?

(a) $pq = mn$ (b) $mp = nq$
(c) $np = qm$ (d) इनमें से कोई नहीं

Solⁿ. हम ऊपर दिए गए सूत्र से भी यह संबध ज्ञात कर सकते हैं। परन्तु गणना करना कठिन होगा। इसलिए एक दूसरी अवधारणा (concept) का प्रयोग करेंगे।



mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

प्रत्येक रेखा की प्रवणता अद्वितीय (unique) होती है। इसलिए हम रेखा AB और AC की प्रवणता को बराबर करते हैं।

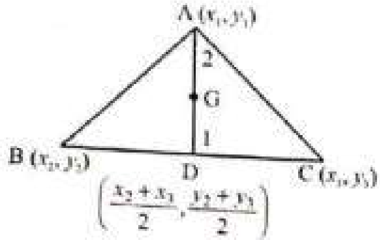
$$\text{प्रवणता} = \frac{q-n}{p-m} = \frac{q-q+n}{p-p+m}$$

$$np - mn = mq - mn$$

$$np = mq$$

त्रिभुज का केन्द्रक (Centroid of Triangle)

त्रिभुज का केन्द्रक माध्यिकाओं का कटान बिन्दु होता है।



त्रिभुज ABC में AD माध्यिका है, और केन्द्रक G है। बिन्दु D भुजा BC का मध्य बिन्दु होगा। और G माध्यिका AD को 2 : 1 में अन्त: विभाजित करेगा।

अन्त: विभाजन सूत्र का प्रयोग करके हम केन्द्रक के निर्देशांक ज्ञात कर सकते हैं।

$$G \equiv \left(\frac{x_1+x_2+x_3}{3}, \frac{y_1+y_2+y_3}{3}\right)$$

Ex. 49 यदि $x - 2y + k = 0$ एक त्रिभुज की माध्यिका का समीकरण है जिसके शीर्ष $(-1, 3)$, $(0, 4)$ और $(-5, 2)$ है, तब k का मान ज्ञात करो।

Sol^n. यहाँ हम यह नहीं तय कर सकते की माध्यिका त्रिभुज के किस शीर्ष से गुजरेगी किन्तु यह निश्चित है की माध्यिका त्रिभुज के केन्द्रक से गुजरेगी।

त्रिभुज का केन्द्रक

$$= \left(\frac{x_1+x_2+x_3}{3}, \frac{y_1+y_2+y_3}{3}\right)$$

$$= \left(\frac{-1+0-5}{3}, \frac{3+4+2}{3}\right) = (-2, 3)$$

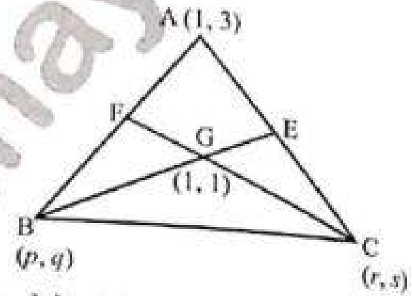
बिन्दु $(-2, 3)$ माध्यिका के समीकरण में रखने पर

$\Rightarrow \quad (-2) - 2(3) + k = 0$

$\Rightarrow \quad k = 2 + 6 = 8$

Ex. 50 त्रिभुज ABC का एक शीर्ष $A(1, 3)$ है और माध्यिकाएँ BE और CF के समीकरण $x - 2y + 1 = 0$ और $y - 1 = 0$, तब इस त्रिभुज के सभी भुजाओं के समीकरण ज्ञात करो।

Sol^n. दोनों माध्यिकाओं के समीकरण को हल करने पर केन्द्रक के निर्देशांक $G(1, 1)$ होंगे।



माना दोनों शीर्ष $B(p, q)$ और $C(r, s)$ है। F, रेखा BF $\Rightarrow y = 1$ और भुजा AB का मध्यबिंदु है।

$\therefore \quad \frac{3+q}{2} = 1 \quad \Rightarrow q = -1$

केन्द्रक G का y - निर्देशांक $= \left(\frac{y_1+y_2+y_3}{3}\right)$

$\Rightarrow \quad \frac{3+q+s}{3} = 1 \Rightarrow q + s = 0$

$\Rightarrow \quad s = -q = 1$

E, भुजा AC, का मध्यबिंदु है।

$\therefore \quad \frac{3+s}{2} = \frac{3+1}{2} = 2 =$ E का y - निर्देशांक

यह E का y - निर्देशांक माध्यिका BE $\Rightarrow x - 2y + 1 = 0$ पर होगा।

$\therefore \quad x = 3$ क्योंकि $y = 2$

$$\frac{1+r}{2} = 3 \text{ या } r = 5$$

$\therefore \quad$ बिन्दु $C(5, 1)$ और बिन्दु $B(p, -1)$ है।

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

$\therefore \quad \frac{1+p+5}{3}=1 \Rightarrow p=-3$

तब बिन्दु B ≡ (−3, −1)

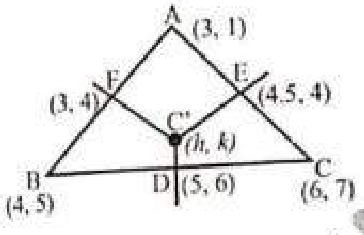
दो बिन्दुओं से जाने वाली रेखा के समीकरण ज्ञात करने के सूत्र $\boxed{(y-y_1)=\left(\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}\right)(x-x_1)}$ से तीनों रेखाओं का समीकरण निम्न होगा।

$x+2y-7=0,\ x-4y-1=0$ और $x-y+2=0$

परिकेन्द्र (Circumcentre)

त्रिभुज का परिकेन्द्र भुजाओं के लम्ब समद्विभाजकों का कटान बिन्दु होता है।

त्रिभुज का परिकेन्द्र ज्ञात करने के लिए हम निम्न त्रिभुज का उदाहरण लेते हैं।



यहाँ: DC' ⊥ BC, EC' ⊥ AC और FC' ⊥ AB

⇒ माना परिकेन्द्र के निर्देशांक C' (h, k)

$\therefore$ रेखा C'D की प्रवणता $=\left(\frac{k-6}{h-5}\right)$

रेखा BC की प्रवणता $=\left(\frac{7-5}{6-4}\right)=1$

(रेखा C'D की प्रवणता) × (रेखा BC की प्रवणता) = −1

$\left(\frac{k-6}{h-5}\right)\times 1=-1 \quad \Rightarrow h+k=11 \quad \ldots(1)$

रेखा C'E की प्रवणता $=\left(\frac{k-4}{h-4.5}\right)$

रेखा AC की प्रवणता $=\left(\frac{7-1}{6-3}\right)=2$

(रेखा C'E की प्रवणता) × (रेखा AC की प्रवणता) = −1

$\left(\frac{k-4}{h-4.5}\right)\times 2=-1 \quad \Rightarrow h+2k=12.5\ldots(2)$

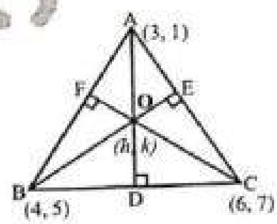
समीकरण (1) और (2) का हल करने पर

$(h, k) \equiv (10.5, 1.5)$

लम्बकेन्द्र (Orthocentre)

त्रिभुज का लम्बकेन्द्र ऊँचाईयों (शीर्ष से भुजाओं पर डाले गए लम्ब) का कटान बिन्दु होता है।

त्रिभुज का लम्बकेन्द्र ज्ञात करने के लिए हम निम्न त्रिभुज का उदाहरण लेते हैं।



यहाँ: AD ⊥ BC, BE ⊥ AC और CF ⊥ AB

⇒ माना लम्ब केन्द्र के निर्देशांक O(h, k) है।

$\therefore$ रेखा AD की प्रवणता $=\left(\frac{k-1}{h-3}\right)$

रेखा BC की प्रवणता $=\left(\frac{7-5}{6-4}\right)=1$

(रेखा AD की प्रवणता) × (रेखा BC की प्रवणता) = −1

$\left(\frac{k-1}{h-3}\right)\times 1=-1 \quad \Rightarrow h+k=4 \quad \ldots(1)$

रेखा CF की प्रवणता $=\left(\frac{k-7}{h-6}\right)$

रेखा AB की प्रवणता $=\left(\frac{5-1}{4-3}\right)=4$

(रेखा CF की प्रवणता) × (रेखा AB की प्रवणता) = −1

$\left(\frac{k-7}{h-6}\right)\times 4=-1 \quad \Rightarrow 4h+k=31 \quad \ldots(2)$

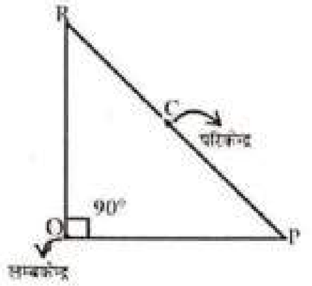
समीकरण (1) और (2) हल करने पर

$(h, k) \equiv (9, -5)$

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

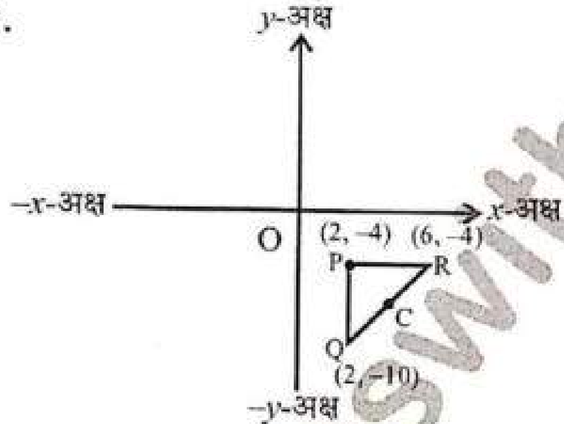
नोट: सामान्यतः परीक्षा में किसी सामान्य त्रिभुज में परिकेन्द्र और लम्बकेन्द्र के निर्देशांक नहीं पूछे जाते हैं। अब तक समकोण त्रिभुज में ही परिकेन्द्र और लम्बकेन्द्र के निर्देशांक पूछे गए हैं।



किसी भी समकोण त्रिभुज में कर्ण का मध्य बिन्दु परिकेन्द्र तथा समकोण वाला शीर्ष लम्ब केन्द्र होता है।

Ex. 51 उस त्रिभुज के परिकेन्द्र तथा लम्बकेन्द्र के निर्देशांक ज्ञात करो जिसके शीर्ष $(2, -4), (6 -4)$ और $(2, -10)$ हैं।

Sol^n.



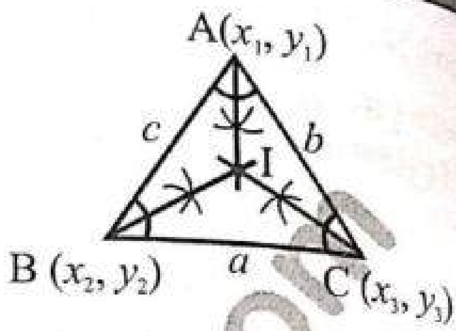
इस त्रिभुज PQR का परिकेन्द्र भुजा QR का मध्य बिन्दु

$$C \equiv \left(\frac{2+6}{2}, \frac{-10-4}{2}\right) = (4, -7)$$

इस त्रिभुज PQR का लम्बकेन्द्र समकोण वाला शीर्ष $P \equiv (2, -4)$

अन्तःकेन्द्र (Incentre)

किसी त्रिभुज का अन्तःकेन्द्र सभी शीर्ष कोणों के समद्विभाजकों का कटान बिन्दु होता है।



अन्तःकेन्द्र के निर्देशांक:

$$I \equiv \left(\frac{ax_1 + bx_2 + cx_3}{a+b+c}, \frac{ay_1 + by_2 + cy_3}{a+b+c}\right)$$

जहाँ a, b, c त्रिभुज की भुजाओं की लम्बाइं हैं।

मूल बिन्दु से गुजरने वाली रेखा युग्म का समीकरण (Pair of straight lines passing through origin)

मानक समीकरण : $ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$

यदि दोनों रेखाओं के बीच कोण θ है, तब

$$\tan\theta = \frac{2\sqrt{h^2 - ab}}{a+b}$$

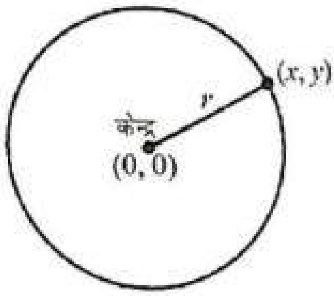
$\Rightarrow$ यदि $a + b = 0$ है, तब $\tan\theta = \infty \Rightarrow \theta = 90°$

Ex. 52 समीकरण $3x^2 - 111xy - 3y^2 = 0$ से प्रदर्शित होने वाली दोनों रेखाओं के बीच का कोण क्या होगा।

Sol^n. यहाँ $a + b = 3 - 3 = 0$,

तब रेखाओं के बीच का कोण 90° होगा।

वृत्त (Circle)



$\Rightarrow \quad r = \sqrt{(x-0)^2 + (y-0)^2}$

$\Rightarrow \quad x^2 + y^2 = r^2$ वृत्त की समीकरण है।

mathswithabhinav.com

Scanned by CamScanner

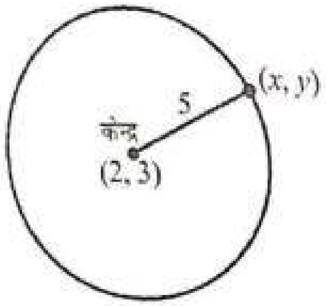
Ex.53 यदि किसी वृत्त की समीकरण $x^2 + y^2 = 25$ है, तो इसकी त्रिज्या और केन्द्र के निर्देशांक ज्ञात करो।

Sol^n. केन्द्र = (0, 0)

त्रिज्या = 5

Ex.54 उस वृत्त का समीकरण ज्ञात करो जिसका केन्द्र (2, 3) और त्रिज्या 5 है।

Sol^n.



$\Rightarrow \quad r^2 = (x-2)^2 + (y-3)^2$

$\Rightarrow \quad 25 = (x-2)^2 + (y-3)^2$

$\therefore \quad x^2 + y^2 - 4x - 6y - 12 = 0$

वृत्त का मानक समीकरण

$x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$

जहाँ केन्द्र $\equiv (-g, -f)$

त्रिज्या $= \sqrt{g^2 + f^2 - c}$

Ex.55 यदि किसी वृत्त की समीकरण $x^2 + y^2 + 6x + 8y + 11 = 0$ है, तब इसके केन्द्र के निर्देशांक और त्रिज्या ज्ञात करो।

Sol^n. समीकरण $x^2 + y^2 + 6x + 8y + 11 = 0$ की वृत्त की मानक समीकरण $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ से तुलना करने पर,

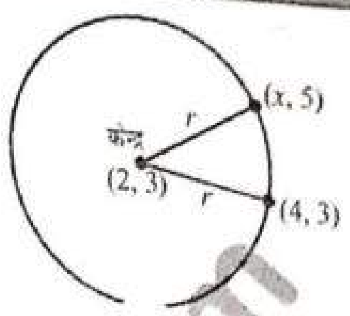
$g = 3, f = 4$ और $c = 11$

तब केन्द्र $\equiv (-g, -f) \equiv (-3, -4)$

त्रिज्या $= \sqrt{(-3)^2 + (-4)^2 - 11} = \sqrt{14}$

Ex.56 यदि दो बिन्दु (x, 5) और (4, 3) एक वृत्त की परिधि पर स्थित हैं, तथा वृत्त के केन्द्र के निर्देशांक (2, 3) है तब x का मान ज्ञात करें।

Sol.



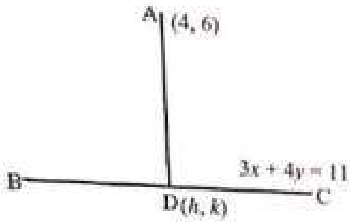
$r = \sqrt{(x-2)^2 + (5-3)^2}$

$= \sqrt{(4-2)^2 + (3-3)^2}$

$(x-2)^2 = 0 \Rightarrow x = 2$

लम्ब का पाद (Foot of the Perpendicular):

Ex. 57 नीचे दिए गए चित्र में लम्ब के पाद का निर्देशांक क्या होगा।



माना (h, k) के लम्ब AD के पाद के निर्देशांक है, जो रेखा BC $\equiv 3x + 4y = 11$ पर बिन्दु (4, 6) से डाला गया है।

(रेखा AD की प्रवणता)× (रेखा BC की प्रवणता) = −1

$\left(\frac{k-6}{h-4}\right)\left(\frac{-3}{4}\right) = -1 \Rightarrow 4h - 3k = -2 \quad$ ...(i)

बिन्दु (h, k) रेखा $3x + 4y = 11$ पर स्थित है, इसलिए

$3h + 4k = 11 \quad$ ...(ii)

समीकरण (i) और (ii) को हल करने पर

$(h, k) \equiv (1, 2)$

चतुर्भुज (Quadrilateral)

एक चतुर्भुज ABCD है, जिसके शीर्ष $A(x_1, y_1)B(x_2, y_2), C(x_3, y_3)$ और $D(x_4, y_4)$ तब चतुर्भुज क्या होगा–समचतुर्भुज, वर्ग, आयत, या समान्तर चतुर्भुज ?

चरण I: पहले विकर्णों की लम्बाई ज्ञात करते हैं। दो स्थितियाँ संभव है–

(i) case I → विकर्ण समान → (वर्ग या आयत)

Scanned by CamScanner

(ii) case II → विकर्ण असमान → (समचतुर्भुज या समांतर चतुर्भुज)

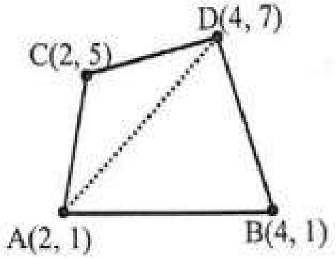
चरण II: विकर्णों की प्रवणता ज्ञात करते हैं। दो स्थितियाँ संभव है।

(i) case I → $m_1.m_2 = -1$ → (समचतुर्भुज या वर्ग)

(ii) case II → $m_1.m_2 \neq -1$ → (आयत या समांतर चतुर्भुज)

Ex. 58 उस चतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात करो, जिसके शीर्ष (2, 1), (4, 1), (2, 5) और (4, 7) है।

Solⁿ.



त्रिभुज ADC का क्षेत्रफल

$$= \frac{1}{2}\left[x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)\right]$$

$$= \frac{1}{2}\left[2(7-5) + 4(5-1) + 2(1-7)\right] = 4$$

त्रिभुज ABD का क्षेत्रफल

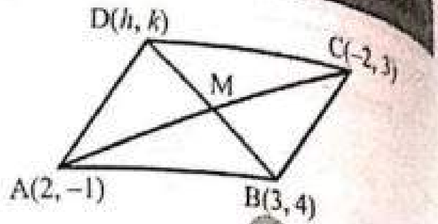
$$= \frac{1}{2}\left[x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)\right]$$

$$= \frac{1}{2}\left[2(1-7) + 4(7-1) + 4(1-1)\right] = 6$$

अत: चतुर्भुज ABCD का क्षेत्रफल = त्रिभुज ADC का क्षेत्रफल + त्रिभुज ABD का क्षेत्रफल = 4 + 6 = 10 वर्ग ईकाई

Ex. 59 यदि किसी समचर्तुभुज के तीन शीर्षों के निर्देशांक (2, –1), (3, 4) और (–2, 3) चौथे शीर्ष के निर्देशांक ज्ञात करो।

Solⁿ.



माना शीर्ष D is (h, k).

M विकर्ण AC का मध्य बिन्दु होगा।

$$\text{M के निर्देशांक} \equiv \left(\frac{-2+2}{2}, \frac{-1+3}{2}\right) \equiv (0,1)$$

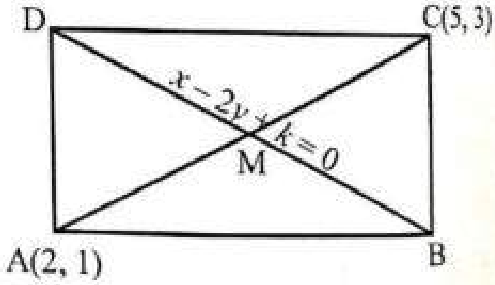
M विकर्ण BD का भी मध्य बिन्दु होगा।

$$\text{M के निर्देशांक} \equiv \left(\frac{h+3}{2}, \frac{k+4}{2}\right) \equiv (0,1)$$

हल करने पर,

$D \equiv (h, k) \equiv (-3, -2)$

Ex. 60 यदि किसी आयत के एक विकर्ण के दो शीर्ष (2, 1) और (5, 3) है तथा दूसरे विकर्ण की समीकरण $x - 2y + k = 0$ है, तब k का मान क्या होगा?



M विकर्ण AC और BD का मध्य बिन्दु है।

$$\text{M के निर्देशांक} \equiv \left(\frac{2+5}{2}, \frac{3+1}{2}\right) \equiv (3.5, 2)$$

बिन्दु M रेखा $x - 2y + k = 0$ पर स्थित है, इसलिए

$3.5 - 2 \times 2 + k = 0$

$\Rightarrow \quad k = \frac{1}{2}$

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

प्रश्नावली

1. x–अक्ष का समीकरण ज्ञात करो।
(a) $y=0$ (b) $x=0$
(c) $x=1$ (d) $y=2$

2. y–अक्ष का समीकरण ज्ञात करो।
(a) $y=0$ (b) $x=0$
(c) $x=1$ (d) $y=2$

3. x–अक्ष की प्रवणता ज्ञात करो।
(a) 0 (b) 1
(c) –1 (d) ∞

4. y–अक्ष के प्रवणता ज्ञात करो।
(a) 0 (b) 1
(c) –1 (d) ∞

5. निम्नलिखित में से कौन–सा समीकरण मूल विन्दु से गुजरेगा?
(a) $2x+3y=1$ (b) $3x-5y=-1$
(c) $5x+7y=0$ (d) $2x-5y+1=0$

6. रेखा जिसका समीकरण $2x-4=0$ है किस चतुर्थांश से गुजरेगी।
(a) I, II (b) II, III
(c) III, IV (d) IV, I

7. वक्र जिसका समीकरण $x^2+y^2=25$ है किस चतुर्थांश से गुजरेगा।
(a) I, II, III, IV (b) II, III, IV
(c) III, IV (d) IV, I

8. रेखा जिसका समीकरण $2x+3y=5$ है, किस चतुर्थांश से गुजरेगा।
(a) I, II, III (b) II, III, IV
(c) III, IV, I (d) I, II, IV

9. रेखा जिसका समीकरण $x-3y-9=0$ किस चतुर्थांश से गुजरेगा।
(a) I, II, III (b) II, III, IV
(c) III, IV, I (d) I, II, IV

10. रेखा $3x+4y-12=0$ द्वारा x–अक्ष और y–अक्ष पार काटे गये अन्तरखणड की लम्बाई होगी।
(a) 2 और 3 (b) 4 और 3
(c) 3 और 5 (d) इनमें से कोई नहीं।

11. रेखा $12x-9y=108$ द्वारा अक्षो के बची काटे गये अन्तखण्ड की लम्बाई होगी?
(a) 12 इकाई (b) 18 इकाई
(c) 15 इकाई (d) 9 इकाई

12. वह बिंदु ज्ञात करो जहाँ रेखा $2x-3y=12$, x–अक्ष और y–अक्ष को काटती है?
(a) (6, 0) और (0, 4) (b) (–6, 0) और (0, 4)
(c) (6, 0) और (0, –4) (d) (4, 0) और (6, 0)

13. वह बिंदु ज्ञात करों जहाँ रेखा $3x-5y=-15x$, x–अक्ष और y–अक्ष को काटती है?
(a) (5, 0) और (0, –3) (b) (–5, 0) और (0, 3)
(c) (–5, 0) और (0, –3) (d) (–3, 0) और (0, 5)

14. विन्दु (3, 4) के बीच की दूरी से (i) x–अक्ष से (ii) y-अक्ष से (iii) मूल विन्दु होगी–
(a) 3, 4, 5 (b) 4, 3, 5
(c) 5, 3, 4 (d) –3, 4, 5

15. रेखा P(3, 6) और Q(5, 6) के बीच की दूरी ज्ञात करो?
(a) 2 (b) –2
(c) 5 (d) 6

16. रेखा P(–2, 6) और Q(7, –1) के बीच की दूरी ज्ञात करो?
(a) $\sqrt{30}$ (b) $\sqrt{24}$
(c) $\sqrt{96}$ (d) $\sqrt{130}$

17. विन्दु (1, 4) और (3, 8) से गुजरने वाली रेखा की प्रवणता ज्ञात करो?
(a) 5 (b) –2
(c) –5 (d) 2

18. विन्दु $\left(\frac{1}{2}, 4\right)$ और $\left(3, \frac{4}{3}\right)$ से गुजरने वाली रेखा की प्रवणता ज्ञात करो?
(a) $\frac{4}{15}$ (b) $\frac{8}{15}$
(c) $\frac{16}{15}$ (d) $-\frac{16}{15}$

19. रेखा की प्रवणता जो विन्दु P(2, –1) और Q(–3, –5) से गुजरने वाली रेखा के लम्बवत है?
(a) $\frac{4}{5}$ (b) $\frac{2}{3}$
(c) $-\frac{5}{4}$ (d) $-\frac{4}{5}$

Scanned by CamScanner

20. रेखा का प्रवणता ज्ञात करो जिसका समीकरण $2x+3y=7$ है?

(a) $-\frac{3}{2}$ (b) $-\frac{1}{2}$

(c) $\frac{2}{3}$ (d) $-\frac{2}{3}$

21. त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात करो जो रेखा $8x-3y=24$, x–अक्ष और y–अक्ष से है?

(a) 12 वर्ग ईकाई (b) 6 वर्ग ईकाई

(c) 18 वर्ग ईकाई (d) 9 वर्ग ईकाई

22. त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात करो जो रेखा $5x+3y=12$, x–अक्ष और y–अक्ष से बना है?

(a) $\frac{24}{5}$ वर्ग ईकाई (b) $\frac{12}{5}$ वर्ग ईकाई

(c) 24 वर्ग ईकाई (d) 12 वर्ग ईकाई

23. त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात करो जो रेखा $x-2y=5$, $2x+3y=10$ और x–अक्ष से बना है?

(a) $\frac{165}{12}$ वर्ग ईकाई (b) $\frac{175}{12}$ वर्ग ईकाई

(c) 15 वर्ग ईकाई (d) 12 वर्ग ईकाई

24. त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात करो जो रेखा $2x-3y+6=0$, $2x+3y-18=0$ और $y-1=0$ से बना है?

(a) 27 वर्ग ईकाई (b) 13.5 वर्ग ईकाई

(c) 9 वर्ग ईकाई (d) इनमें से कोई नहीं

25. त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात करो जो रेखा $x+y=4$, $2x-y=2x=0$ से बना है?

(a) 4 वर्ग ईकाई (b) 9 वर्ग ईकाई

(c) 16 वर्ग ईकाई (d) 6 वर्ग ईकाई

26. चतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात करो जो रेखा $2x+y=6$ और $4x+2y=24$ के द्वारा अक्षो पर कटे अन्त: खण्ड से बना है।

(a) 18 वर्ग ईकाई (b) 54 वर्ग ईकाई

(c) 16 वर्ग ईकाई (d) 27 वर्ग ईकाई

27. चतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात करो जो सीधी रेखा $x+y=2$ और $3x+4y=24$ के द्वारा अक्षो पर कटे अन्त: खण्ड से बना है।

(a) 22 वर्ग ईकाई (b) 26 वर्ग ईकाई

(c) 44 वर्ग ईकाई (d) 11 वर्ग ईकाई

28. चतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात करो जो सरल रेखायें $x=1$, $x=3$, $y=2$ और $x=y+3$ के द्वारा बना है?

(a) 6 वर्ग ईकाई (b) 12 वर्ग ईकाई

(c) 3 वर्ग ईकाई (d) इनमें से कोई नहीं।

29. नीचे दिये गये समीकरण $kx+3y=k-3$ और $12x+ky=k$ के अनन्त हल है। k का मान क्या होगा?

(a) ±6 (b) 6

(c) −6 (d) 7.2

30. यदि समीकरण निकाय $x+3y=k$ और $2x+6y=2k$ के अनन्त हल है तो k का मान क्या होगा?

(a) 1 (b) 2

(c) k के सभी वास्तविकक मानों के लिए

(d) k के किसी भी वास्तविक मानों के लिए नहीं

31. k के किस मान के लिए रेखाएँ $5x+20y=11$ और $2x+ky=17$ प्रतिच्छेदी रेखाएँ है?

(a) $k \neq 8$ (b) $k \neq 6$

(c) $k \neq 12$ (d) $k \neq 11$

32. k के किस मान के लिए समीकरण निकाय $5x+3y=3$ और $12x+ky=6$ का कोई हल नहीं होगा?

(a) ±6 (b) 6

(c) −6 (d) इनमें से कोई नहीं

33. बिन्दु (2, 7) से गुजरने वाली रेखा का समीकरण जिसकी प्रवणता 5 है।

(a) $5x-y-3=0$ (b) $5x-3y=7$

(c) $x-5y=3$ (d) $5x-y=-3$

34. बिन्दु (−3, 5) से गुजरने वाली रेखा का समीकरण ज्ञात करो जिसकी प्रवणता $\frac{2}{3}$ है।

(a) $2x-3y=-21$ (b) $2x-3y=21$

(c) $3x-2y=21$ (d) $2x+3y=21$

35. बिन्दु (−1, 7) और (2, −5) से गुजरने वाली रेखा का समीकरण ज्ञात करो?

(a) $4x+y=7$ (b) $x+4y=3$

(c) $4x+y=3$ (d) $4x-y+3=0$

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

36. बिन्दु $P(1,4)$ की रेखा $3x+4y=9$ से दूरी को ज्ञात करो।
(a) 1 (b) 5
(c) 4 (d) 2

37. उस रेखा का समीकरण ज्ञात करो जो बिन्दु $(2,3)$ और एक रेखा के मध्य बिन्दु से गुजरती है, जिसके अन्त्य बिन्दु $(4,9)$ और $(6,5)$ है।
(a) $4x+3y=1$ (b) $4x-3y=-1$
(c) $3x+4y=1$ (d) $3x-4y=1$

38. k के किस मान के लिए रेखा $4x+ky=3$ और $3x+2y=7$ एक दूसरे के लम्बवत होंगी?
(a) 6 (b) ± 6
(c) -6 (d) 4

39. k के किस मान के लिए रेखा $(k+1)x+ky=3$ और $5x-2y=7$ एक दूसरे के लम्बवत होंगी?
(a) $\frac{1}{3}$ (b) $-\frac{5}{3}$
(c) $-\frac{1}{3}$ (d) 5

40. एक त्रिभुज ABC का शीर्ष $(4,3)(7,1)$ और $(9,3)$ है, तो त्रिभुज नहीं हो सकता–
(a) विषमबाहु (b) समद्विबाहु
(c) समबाहु (d) इनमें से कोई नहीं

41. एक त्रिभुज ABC का शीर्ष $A(7,9), B(3,-7)$ और $C(-3,3)$ है, तो त्रिभुज होगा–
(a) समकोण (b) समबाहु
(c) समद्विबाहु (d) (a) और (c) दोनों

42. तीन बिन्दु $A(1,-2), B(3,4)$ और $C(4,7)$ से बनेगा।
(a) सरल रेखा (संरेखीय)
(b) एक समबाहु त्रिभुज
(c) एक समकोण त्रिभुज
(d) इनमें से कोई नहीं

43. चार बिन्दु $A(-2,-1)$ $B(3,-1)$ $C(4,3)$ और $D(1,2)$ एक चतुर्भुज के शीर्ष है, तो चतुर्भुज होगा–
(a) वर्ग (b) समचतुर्भज
(c) समान्तर चतुर्भज (d) इनमें से कोई नहीं

44. बिन्दु $A(4,-1), B(6,0), C(7,2)$ और $D(5,1)$ एक चतुर्भुज के शीर्ष है तो कौन-सा चतुर्भुज होगा।
(a) वर्ग (b) आयत
(c) समचतुर्भुज (d) इनमें से कोई नहीं

45. एक सामान्तर चतुर्भुज के तीन शीर्ष क्रमशः $(-1,0)(3,1)$ और $(2,2)$ है तो चौथा शीर्ष ज्ञात करो?
(a) $(-1,2)$ (b) $(-2,1)$
(c) $(2,3)$ (d) $(3,-2)$

46. उस रेखा का समीकरण ज्ञात करो जो x-अक्ष और y-अक्ष पर क्रमशः 2 और 3 लम्बाई के अन्तःखण्ड काटती है।
(a) $9x-7y=6$ (b) $3x-2y=5$
(c) $4x-3y=7$ (d) $3x+2y=6$

47. उस रेखा का समीकरण ज्ञात करो जो बिन्दु $(3,-4)$ से गुजरती है और धनात्मक x-अक्ष के साथ $60°$ का कोण बनाती है।
(a) $x\sqrt{2}+y\sqrt{3}=0$
(b) $x\sqrt{3}-y=4+3\sqrt{3}$
(c) $x\sqrt{3}+y=3\sqrt{2}+5$
(d) इनमें से कोई नहीं

48. एक त्रिभुज जिसके शीर्ष $(0,-1),(2,1)$ और $(0,3)$ है। इसकी भुजाओं के मध्य बिन्दुओं को मिलाकर एक नया त्रिभुज बनाया गया है तो मूल त्रिभुज के क्षेत्रफल और नवनिर्मित त्रिभुज के क्षेत्रफल का अनुपात ज्ञात करो।
(a) 3:1 (b) 1:3
(c) 4:1 (d) 1:4

49. त्रिभुज के परिकेन्द्र के निर्देशांक ज्ञात करो जिसके शीर्ष $(8,6)(8,-2)$ और $(2,-2)$ है।
(a) $(2,5)$ (b) $(5,2)$
(c) $(2,1)$ (d) $(5,1)$

50. त्रिभुज के केन्द्रक के निर्देशांक ज्ञात करो जिसके शीर्ष $(0,6),(8,12)$ और $(8,0)$ है।
(a) $\left(\frac{16}{3},6\right)$ (b) $\left(6,\frac{16}{3}\right)$
(c) $(6,5)$ (d) $(6,3)$

51. यदि $x+4y=2k$ त्रिभुज ABC की एक माध्यिका जिसके शीर्ष $A(4,3), B(7,1)$ और $C(9,3)$ तो k का मान ज्ञात करो?
(a) 6 (b) 7
(c) 9 (d) 8

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

52. एक त्रिभुज के दो शीर्ष (3, –5) और (–7, 4) है तथा इसका केन्द्रक (2, – 12) तो तीसरा शीर्ष ज्ञात करो?
(a) (10, –35) (b) (–2, 10)
(c) (10, 35) (d) (–3, 10)

53. x-अक्ष के अनुदिश $2a$ लम्बाई का एक रेखाखण्ड AB दो समबाहु त्रिभुज ABC और ABC' का आधार है। AB का मध्य बिन्दु मूल बिन्दु है, तो शीर्ष C और C' के निर्देशांक ज्ञात करो?
(a) $\left(0,\sqrt{3}a\right)$ और $\left(0,-\sqrt{3}a\right)$
(b) $\left(0,\sqrt{4}a\right)$ और $\left(0,-\sqrt{4}a\right)$
(c) $\left(0,\sqrt{3}a\right)$ और $\left(0,-\sqrt{3}a\right)$
(d) $\left(\sqrt{4}a,0\right)$ और $\left(-\sqrt{4}a,0\right)$

54. चतुर्भुज ABCD का क्षेत्रफल ज्ञात करो जिसके शीर्ष क्रमश: A(1, 1), B(7, – 3), C(12, 2) और D (7, 21) है।
(a) 132 वर्ग इकाई (b) 124 वर्ग इकाई
(c) 136 वर्ग इकाई (d) 112 वर्ग इकाई

55. यदि बिन्दु (3, 4), (7, 12) और $(k+1, k-2)$ संरेखीय है, तो k का मान ज्ञात करो।
(a) 4 (b) –2
(c) –4 (d) 2

56. रेखाएँ $2x+y=5$ और $x+2y=4$ किस बिन्दु पर प्रतिच्छेद करेंगी।
(a) (1, 2) (b) (2, 1)
(c) (5/2, 0) (d) (0, 2)

57. रेखा $2x+3y+6=0$ द्वारा x-अक्ष और y-अक्ष के साथ बने त्रिभुज का क्षेत्रफल क्या होगा?
(a) 3/2 वर्ग इकाई (b) 3 वर्ग इकाई
(c) 6 वर्ग इकाई (d) 1/2 वर्ग इकाई

58. चार रेखाओं x-अक्ष, y-अक्ष, $3x+4y=12$ और $6x+8y=60$ के द्वारा बने समलम्ब का क्षेत्रफल क्या होगा?
(a) 31.5 वर्ग इकाई (b) 48 वर्ग इकाई
(c) 36.5 वर्ग इकाई (d) 37.5 वर्ग इकाई

59. यदि दो बिन्दुओं $(a,-3)$ और $(3, a)$ के बीच की दूरी 6 यूनिट है तब $a=?$
(a) ±3 (b) ±6
(c) 3 (d) 6

60. उस त्रिभुज का क्षेत्रफल क्या होगा जो रेखाओं $5x+7y=35$, $4x+3y=12$ और x-अक्ष द्वारा बना है?
(a) 160/13 वर्ग इकाई (b) 1050/13 वर्ग इकाई
(c) 140/3 वर्ग इकाई (d) 10 वर्ग इकाई

61. बिन्दु (0, 0) और ग्राफ $x=3$ तथा $y=4$ के प्रतिच्छेद बिन्दु के बीच की दूरी क्या होगी?
(a) 4 इकाई (b) 3 इकाई
(c) 2 इकाई (d) 5 इकाई

62. xy – निर्देशांक पद्धति में दो बिन्दु $(a+3, b+1)$ और $(a+5, b+k)$ एक रेखा $2y=7x-9$ पर स्थित है तो $k=?$
(a) 8 (b) 3
(c) 7/3 (d) 1

63. समीकरण $2x+3y=6$ का ग्राफ–
(a) x-अक्ष को प्रतिच्छेद करेगा किन्तु y-अक्ष को नहीं
(b) y-अक्ष को प्रतिच्छेद करेगा किन्तु x-अक्ष को नहीं
(c) मूल बिन्दु से गुजरेगा।
(d) x-अक्ष और y–अक्ष दोनों को प्रतिच्छेद करेगा।

64. उस त्रिभुज की परिवृत्त की त्रिज्या क्या होगी जो x- अक्ष, y- अक्ष और $4x+3y=12$ द्वारा बना है।
(a) 2 इकाई (b) 2.5 इकाई
(c) 3 इकाई (d) 4 इकाई

65. रेखा $x+4y=7$ और रेखा $kx+8y=18$ एक दूसरे के समांतर है तो k का मान होगा?
(a) 3 (b) 4
(c) 6 (d) 2

66. रेखाएँ $2x+3y=5$ और $3x-2y=1$ के बीच का कोण होगा?
(a) 0° (b) 60°
(c) 90° (d) 120°

67. दी गई समीकरण $2x-3y=2, 2x-3y=3$, $-2x+3y=5$ & $2x+3y=0$ में से मूल बिन्दु से गुजरने वाला ग्राफ होगा?
(a) $-2x+3y=5$ (b) $2x-3y=3$
(c) $2x+3y=0$ (d) $2x-3y=2$

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

68. यदि रेखा $2x+5y+k=0$ चतुर्थांश I, II और IV से गुजरती है, तो 'k' का मान हो सकता है?

(a) $k<0$ (b) $k>0$
(c) $k<1$ (d) $0<k<1$

69. रेखाएँ $y=5$ और $x=-4$ से समान दूरी पर स्थित बिन्दुओं का बिन्दु पथ होगा?

(a) $x+y=-1$ (b) $x-y=-1$
(c) $x+y=1$ (d) $-x+y=-1$

70. समचतुर्भज के ABCD के शीर्ष A(2, 0) और शीर्ष B (4, 4) हैं। यदि समचतुर्भज की एक भुजा x–अक्ष पर है तो इस समचतुर्भज का क्षेत्रफल क्या होगा?

(a) 40 वर्ग ईकाई (b) $8\sqrt{6}$ वर्ग ईकाई
(c) $4\sqrt{5}$ वर्ग ईकाई (d) $8\sqrt{5}$ वर्ग ईकाई

71. किसी त्रिभुज की दो भुजाओं के समीकरण $2x+3y=12$ और $3x-2y=-6$ है। यदि परिकेन्द्र के निर्देशांक (2, 0) है, तो त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात करो।

(a) $\frac{48}{13}$ वर्ग ईकाई (b) $\frac{192}{13}$ वर्ग ईकाई
(c) 24 वर्ग ईकाई (d) 96 वर्ग ईकाई

72. उस त्रिभुज के अंत: केन्द्र के निर्देशांक क्या होंगे जिसके शीर्ष (3, 4,), (3, 7) और (7, 4) है?

(a) (5,5) (b) (5,4)
(c) (4,5) (d) (5,5)

73. त्रिभुज PQR का क्षेत्रफल 6 वर्ग ईकाई है तथा जिसके शीर्ष P(0, 0) और Q(4, 0) है। यदि इसके लम्ब केन्द्र, परिकेन्द्र और अंत:केन्द्र रेखा $x=2$ पर स्थित है। तो शीर्ष R निर्देशांक ज्ञात करो।

(a) (2,2) (b) (2,1)
(c) (2,4) (d) (2,3)

74. बिन्दु P का शीर्ष (0, 3) और बिन्दु Q का शीर्ष (0, 7) है। बिन्दु R, PR + QR = 8 पर विद्यमान है तो R के अधिकतम मानों की संख्या होगी?

(a) 9 (b) 3
(c) $3\sqrt{3}$ (d) $2\sqrt{3}$

75. बिन्दु P(2, 5), Q(2, 11) और R एक त्रिभुज जिसका अंत: केन्द्र, बाह्य केन्द्र और लम्ब केन्द्र एक सीधी रेखा पर विद्यमान है तो निम्नलिखित में से कौन सा मान R का होगा?

(a) $\left(2-\sqrt{35}, 10\right)$ (b) (2, 7)
(c) (2, 8) (d) $\left(4-\sqrt{5}, 1\right)$

76. रेखा $2x+y=6$, $x=y+1$ और y-अक्ष द्वारा परिगृहित क्षेत्र का क्षेत्रफल होगा?

(a) $\frac{49}{6}$ वर्ग ईकाई (b) $\frac{8}{3}$ वर्ग ईकाई
(c) 7 वर्ग ईकाई (d) 8 वर्ग ईकाई

77. सीधी रेखा $2x+3y=5$ और $y=3x-13$ और x-अक्ष के साथ बने हुये क्षेत्र का क्षेत्रफल होगा?

(a) 11 वर्ग ईकाई (b) 22 वर्ग ईकाई
(c) $\frac{11}{6}$ वर्ग ईकाई (d) $\frac{11}{12}$ वर्ग ईकाई

78. यदि $b>a, d>c$ तब चतुर्भुज सीधी रेखा $x=a$, $x=b, y=c$ और $y=d$ द्वारा निर्मित क्षेत्रफल होगा?

(a) $(b-a)(d-c)$ (b) $\frac{1}{2}(b-a)(d-c)$
(c) $(b+a)(d+c)$ (d) $\frac{1}{2}(b+a)(d+c)$

79. यदि L_1 और L_2 मूल बिन्दु पर लम्ब है, सरल रेखा $x\sec\theta + y\operatorname{cosec}\theta = a$ और $x\cos\theta - y\sin\theta = a\cos 2\theta$ उस पर स्थित है। $4L_1^2 + L_2^2$ का मान होगा?

(a) a^2 (b) $2a^2$
(c) $4a^2$ (d) $3a^2$

80. यदि AB, BC, CD और DA एक चतुर्भुज ABCD के भुजा है जिनके समीकरण क्रमश: $x+2y=3$, $x=1$, $x-3y=4$ और $5x+y+12=0$ तब विकर्ण के बीच का कोण होगा?

(a) 30° (b) 45°
(c) 60° (d) 90°

81. रेखा का समीकरण ज्ञात किजिए जो बिन्दु (4, 4) से होकर गुजरता है और अन्त:खण्ड पर काटता है जिसका केन्द्र योग 18 है।

(a) $x+2y-12=0$ परन्तु $2x+y-12=0$ नहीं
(b) ना तो $x+2y-12=0$ ना ही $2x+y-12=0$
(c) $2x+y-12=0$ परन्तु $x+2y-12=0$ नहीं
(d) $x+2y-12=0$ या $2x+y-12=0$

Scanned by CamScanner

82. त्रिभुज का क्षेत्रफल क्या होगा जो रेखा $5x+7y=35$ और $4x+3y=12$ और x-अक्ष द्वारा निर्मित है?

(a) $\frac{160}{13}$ वर्ग ईकाई (b) $\frac{21}{13}$ वर्ग ईकाई

(c) 92 वर्ग ईकाई (d) 21 वर्ग ईकाई

83. वृत्त के केन्द्र का निर्देशांक ज्ञात करों जो त्रिभुज ABC के सभी भुजाओं को स्पर्श करता है और जिनके शीर्ष $A(-3,-2), B(-2,3)$ और $C(3,2)$ पर स्थित है?

(a) $(1,1)$

(b) $\left(\frac{2\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}}, \frac{3\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}}\right)$

(c) $\left(\frac{2\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}}, \frac{3\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}}\right)$

(d) $\left(\frac{-2\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}}, \frac{3\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}}\right)$

84. यदि बिन्दु $(4,3)$ एक त्रिभुज ABC के केन्द्र है जिनके शीर्ष $A(x,y), B(-3,7)$ और $C(9,7)$ है । तो त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात करों?

(a) 66 वर्ग ईकाई (b) 55 वर्ग ईकाई

(c) 44 वर्ग ईकाई (d) 72 वर्ग ईकाई

85. P का निर्देशांक क्या होगा जो $A(5,-2)$ और $B(9,6)$ को $3:1$ में बाटता है?

(a) $(4,-7)$ (b) $\left(\frac{7}{2}, 4\right)$

(c) $(8,4)$ (d) $(12,8)$

86. ABC एक त्रिभुज है जिसके शीर्ष $A(7,-3), B(3,-1)$ और $C(5,3)$ यदि AD एक माध्यिका है तब इस माध्यिका की लम्बाई होगी?

(a) 7 ईकाई (b) 5 ईकाई

(c) 8 ईकाई (d) 6 ईकाई

87. $A(-3,b)$ और $B(1,b+4)$ दो बिन्दु है और मध्य बिन्दु AB का निर्देशांक $(-1,1)$ है। तब b का मान होगा?

(a) 1 (b) -1

(c) 2 (d) 0

88. एक चतुर्भुज ABCD जिनके शीर्ष $A(1,1), B(7,-3)$, $C(12,2)$ और $D(7,21)$ है।

(a) 35 वर्ग ईकाई (b) 65 वर्ग ईकाई

(c) 85 वर्ग ईकाई (d) 132 वर्ग ईकाई

89. वृत्त $x^2+y^2=16$ को रेखा $x+y=16$ द्वारा प्रतिच्छेद करने पर कटान बिन्दु की संख्या होगी?

(a) 1 (b) 2

(c) 2 से अधिक (d) एक भी नहीं

90. k का मान होगा यदि मिलान बिन्दु $A(-5,7)$ और $B(\ldots,-2)$ और मिलान बिन्दु $C(1,-3)$ और $D(4,k)$ एक दूसरे से परस्पर लम्बवत है?

(a) 0 (b) 1

(c) $-4/3$ (d) 3

91. उस रेखा का समीकरण ज्ञात करों जो बिन्दु $(1,1)$ से गुजरती है और रेखा $3x+4y-5=0$ के समानांतर है?

(a) $3x+4y-7=0$ (b) $3x+4y+k=0$

(c) $4x-3y+1=0$ (d) $4x-3y-1=0$

92. रेखा के समीकरण $y-\sqrt{3}x-5=0$ और $\sqrt{3}y-x+6=0$ द्वारा निर्मित कोण का मान होगा?

(a) 30° (b) 45°

(c) 60° (d) 90°

93. यदि त्रिभुज का शीर्ष क्रमशः $(4,k)(6,9)$ और $(h,4)$ है और केन्द्र का निर्देशांक $(3,6)$ है तब h और k का मान होगा?

(a) $(2,-3)$ (b) $(2,3)$

(c) $(-1,5)$ (d) $(4,3)$

94. यदि बिन्दु $(-5,4)$ किसी रेखाखण्ड के निर्देशांक को $1:2$ के अनुपात में बाँटता है तब इसका समीकरण होगा?

(a) $8x+5y+20=0$ (b) $5x+8y-7=0$

(c) $8x-5y+60=0$ (d) $5x-8y+57=0$

95. यदि $(a,b),(c,d)$ और $(a-c,b-d)$ संरेखीय है तो निम्न में से कौन-सा सही होगा?

(a) $bc-ad=0$ (b) $ab-cd=0$

(c) $bc+cd=0$ (d) $ab+cd=0$

96. सरल रेखाखण्ड के मध्य बिन्दु (p,q) और $(q,-p)$ है मिलान बिन्दु $(r/2, s/2)$ है तो रेखाखण्ड की लम्बाई होगी?

(a) $\left[\left(s^2+r^2\right)^{1/2}\right]/2$ (b) $\left[\left(s^2+r^2\right)^{1/2}\right]/4$

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

(c) $\left(s^2+r^2\right)^{1/2}$ (d) $s+r$

98. दो रेखाएँ $x+3y-10=0$ और $2x+y-5=0$ से प्रतिछेदन बिन्दु की मूल बिन्दु से दूरी 'd' है। d का मान ज्ञात करो?

(a) $\sqrt{10}$ (b) $\sqrt{3}$

(c) $\sqrt{5}$ (d) $\sqrt{7}$

98. रेखा के बिन्दु (4, 3) और (2, 5) के कटानखण्ड की लम्बाई λ और μ अक्ष पर है। तो निम्न से कौन-सा सही होगा?

(a) $\lambda>\mu$ (b) $\lambda<\mu$

(c) $\lambda<-\mu$ (d) $\lambda=\mu$

99. रेखा $y-x=0$, $y+x=0$ और $x=c$ द्वारा निम्नलिखित में से कौन-सा क्षेत्र त्रिभुज द्वारा बनेगा?

(a) $c/2$ (b) c^2

(c) $2c^2$ (d) $c^2/2$

100. सरल रेखा का समीकरण क्या होगा जो मूल बिन्दु को प्रतिछेदन रेखा $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$ और $\frac{x}{b}+\frac{y}{a}=1$ मिलाती है।

(a) $x+y=0$ (b) $x+y+1=0$

(c) $x-y=0$ (d) $x+y+2=0$

101. यदि रेखा $x\cos\theta+y\sin\theta=2$, $x-y=3$ पर लम्ब है तो θ का मान ज्ञात करें?

(a) $\pi/6$ (b) $\pi/4$

(c) $\pi/2$ (d) $\pi/3$

102. दो बिन्दु $\left(\pm\sqrt{b^2-a^2},0\right)$ और रेखा $ax\cos\phi+by\sin\phi=ab$ का लम्बवत गुणनफल होगा?

(a) a^2 (b) b^2

(c) ab (d) a/b

103. रेखा $x+y-11=0$ पर बिन्दु (2, 3) से लम्बवत आधार होगा?

(a) (1,10) (b) (5,6)

(c) (6,5) (d) (7,4)

104. रेखा $3x+4y-1=0$ पर बिन्दु (1, 2) से प्रतीक होगा?

(a) $\left(-\frac{7}{5},-\frac{6}{5}\right)$ (b) $\left(\frac{7}{8},\frac{1}{2}\right)$

(c) $\left(\frac{7}{8},-\frac{1}{2}\right)$ (d) $\left(-\frac{7}{5},\frac{1}{2}\right)$

105. यदि बिन्दु $(k, 2-k)$, $(-k+1, 2k)$ और $(-4-k, 6+2k)$ सरेखीय हो तो k का मान होगा?

(a) 1 (b) 2

(c) $\frac{4}{3}$ (d) $\frac{3}{4}$

106. रेखा L पर बिन्दु (2, –1) से डाले गये लम्ब के पाद के निर्देशांक (1, 3) है। तो उस रेखा का समीकरण होगा?

(a) $x-4y+11=0$ (b) $x+4y+13=0$

(c) $4x-y-1=0$ (d) $4x+y-7=0$

107. बिन्दु (–5, 6) और (–6, 5) को जोड़ने वाली रेखा के लम्बवत तथा (2, 3) से गुजरने वाली रेखा का समीकरण होगा?

(a) $x+y+5=0$ (b) $x-y+5=0$

(c) $x-y-5=0$ (d) $x+y-5=0$

108. यदि सरल $x+2by=2p$ पर मूल बिन्दु से लम्बवत p दूरी है, तब b का मान होगा?

(a) $\frac{1}{p}$ (b) p

(c) $\frac{p}{2}$ (d) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

109. दो सरल रेखाएं $y=\left(2-\sqrt{3}\right)x+5$ और $y=\left(2+\sqrt{3}\right)x-7$ के बीच का कोण होगा?

(a) 60° (b) 45°

(c) 30° (d) 15°

110. निम्नलिखित में से कौन-सा बिन्दु (1, 2) और (3, 4) से रेखा $2x-3y=5$ से समान दूरी पर स्थित है।

(a) (7,3) (b) (4,1)

(c) (1,–1) (d) (–2,–3)

111. सरल रेखा $x+y=0$ और $x-y=0$ पर समान दूरी पर स्थित गतिमान बिन्दु का बिन्दु पथ है?

(a) $xy=0$ (b) $xy=$ नियत

(c) $x=0$ (d) $y=0$

Scanned by CamScanner

112. k का मान ज्ञात करों यदि सरल रेखा $2x+3y+4+k(6x-y+12)=0$, रेखा $7x+5y=4$ के लम्बवत है?

(a) $\frac{29}{37}$ (b) $-\frac{29}{37}$

(c) $\frac{37}{29}$ (d) $-\frac{37}{29}$

113. एक ΔABC का शीर्ष $(\lambda, 2-2\lambda), (-\lambda+1, 2\lambda)$ और $(-4-\lambda, 6-2\lambda)$ है और इसका क्षेत्रफल 70 यूनिट है तो λ का पूर्णांक मान होगा?

(a) 1 (b) 2

(c) 4 (d) 0

114. एक त्रिभुज का क्षेत्रफल 5 और इनके दो शीर्ष $A(2,1), B(3,-2)$. है तो तीसरा शीर्ष जो रेखा $y=x+3$ पर स्थित है, होगा?

(a) $\left(\frac{7}{2}, \frac{13}{2}\right)$ (b) $\left(\frac{5}{2}, \frac{5}{2}\right)$

(c) $\left(\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right)$ (d) $(0, 0)$

115. ΔABC के शीर्ष विन्दु $(0,0), (a,0)$ और $\left(\frac{a}{2}, \frac{a\sqrt{3}}{2}\right)$ है तो अन्त: केन्द्र का मान होगा?

(a) $\left(\frac{3a}{4}, \frac{\sqrt{3}a}{4}\right)$ (b) $\left(\frac{a}{2}, \frac{a\sqrt{3}}{6}\right)$

(c) $\left(\frac{a}{6}, \frac{a\sqrt{3}}{2}\right)$ (d) $\left(\frac{a}{3}, \frac{a\sqrt{3}}{2}\right)$

116. एक त्रिभुज का लम्ब केन्द्र जिनके शीर्षक $\left[2, \frac{(\sqrt{3}-1)}{2}\right], \left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$ और $\left(2, -\frac{1}{2}\right)$ है।

(a) $\left[2, \frac{\sqrt{3}-3}{6}\right]$ (b) $\left(2, -\frac{1}{2}\right)$

(c) $\left[\frac{5}{4}, \frac{\sqrt{3}-2}{4}\right]$ (d) $\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$

117. यदि $(a,0), (0,b)$ और $(1,1)$ एक सरेखीय है तो $(a+b-ab)$ का मान होगा?

(a) 2 (b) 1

(c) 0 (d) –1

118. मिलान विन्दु का समीरकण ज्ञात करों जो प्रतिच्छेदन $2x+y=4$ के साथ $x-y+1=0$, $2x-y-1=0$ और $x+y-8=0$

(a) $2x+3y+6=0$ (b) $3x+2y+12=0$

(c) $3x-2y+1=0$ (d) इनमें से कोई नहीं

119. लम्ब की लम्बाई ज्ञात करों जो सरल रेखा $12x-5y+6=0$ और विन्दु $(3,-2)$ के लम्बवत है।

(a) 5 ईकाई (b) 4 ईकाई

(c) 6 ईकाई (d) 8 ईकाई

120. समान्तर रेखा $5x+12y-30=0$ और $5x+12y-4=0$ के बीच की दूरी ज्ञात करों?

(a) 3 ईकाई (b) 7 ईकाई

(c) 5/2 ईकाई (d) 2 ईकाई

121. रेखा का समीकरण ज्ञात करों जो y-अक्ष के समान्तर है और प्रतिछेदन विन्दु $2x-3y+1=0$ और $x+y-2=0$ है।

(a) $x=1$ (b) $8x=7$

(c) $x+3=0$ (d) $x=6$

122. सरल रेखा $|x|+|y|=m$ द्वारा निर्मित क्षेत्र का क्षेत्रफल होगा

(a) m^2 (b) $2m^2$

(c) $3m^2$ (d) $4m^2$

123. एक त्रिभुज x-अक्ष द्वारा तीन भुजाओं से $2x+y=4$ और $x-y+1=0$ द्वारा बना है। इसका आधार x-अक्ष पर है तो त्रिभुज की परिणामी ऊँचाई होगी?

(a) 2 ईकाई (b) 3 ईकाई

(c) 5 ईकाई (d) 1 ईकाई

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

124. एक त्रिभुज बिन्दु $A(2a, 4a)$, $B(2a, 6a)$ और $C(2a+\sqrt{3}a, 5a)$ से बना है?
(a) समकोण (b) समद्विभाहु
(c) समबाहु (d) इनमें से कोई नहीं

125. बिन्दु का बिन्दु पथ क्या होगा जो बिन्दु $(a+b, a-b)$ और $(b-a, a+b)$ से समान दूरी पर स्थित है?
(a) $bx-ay=0$ (b) $bx+ay=0$
(c) $-ax+by=0$ (d) $ax+by=0$

126. बिन्दु का बिन्दु पथ जिसकी दूरी का योग बिन्दु $(3,0)$ और $(-3,0)$ से 4 है, ज्ञात करों?
(a) $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{5}=1$ (b) $\frac{x^2}{5}-\frac{y^2}{4}=1$
(c) $2x^2-3y^2=6$ (d) इनमें से कोई नहीं

127. यदि रेखा $3y+4x=1$, $y=x+5$ और $5y+bx=3$ संरेखीय है तब b का मान ज्ञात करों?
(a) 1 (b) 3
(c) 6 (d) 0

128. यदि रेखा $ax+by+c=0$ एक सरल रेखा है $a \neq 0$, $b \neq 0, c=0$, तो रेखा गुजरेगी?
(a) (0,0) (b) (3,2)
(c) (2,2) (d) इनमें से कोई नहीं

129. त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात करों जो $y=|x|-5$ और निर्देशांक x-अक्ष से बना है?
(a) 10 वर्ग ईकाई (b) 20 वर्ग ईकाई
(c) 25 वर्ग ईकाई (d) 50 वर्ग ईकाई

130. रेखा $\frac{x}{6}+\frac{y}{7}=1$, $-\frac{x}{4}+\frac{y}{7}=1$ और x–अक्ष से बने त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात करें?
(a) 30 वर्ग ईकाई (b) 35 वर्ग ईकाई
(c) 70 वर्ग ईकाई (d) 60 वर्ग ईकाई

131. रेखा का समीरकण ज्ञात करों जो $3x-4y-12=0$ के लम्बवत और निर्देशांक अक्ष के साथ एक त्रिभुज जिसका क्षेत्रफल 24 है बनाती है?
(a) $3x-4y=\pm 12$ (b) $3x-4y=\pm 24$
(c) $4x+3y=\pm 12$ (d) $4x+3y=\pm 24$

132. त्रिभुज का परिकेन्द्र ज्ञात करें जिसकी भुजाएं $x+y=5$, $x-y+1=0$ और $y=1$ है।
(a) (2,1) (b) (–2,1)
(c) (–2,–1) (d) (1,2)

133. उस त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात करो जिसके शीर्ष $(p, q+r)$, $(p, q-r)$ और $(-p, r)$ है।
(a) $2pr$ (b) $2qr$
(c) $q(p+r)$ (d) $r(p-q)$

134. $2x+6y+7=0$ के समानांतर रेखाओं की संख्या ज्ञात करें यदि अक्षों के बीच अन्त: खण्ड की लम्बाई 10 हो।
(a) 2 (b) 1
(c) अनंत (d) 0

135. यदि मूल बिन्दु को बिन्दु (2, 2), से प्रतिस्थापित कर दिया जाए तो बिन्दु (4, –2) के नए निर्देशांक क्या होंगे?
(a) (4,2) (b) (2,4)
(c) (–2,4) (d) (2,–4)

136. किस त्रिभुज के दो शीर्ष (5,–1) और (–2, 3) है। यदि इस त्रिभुज का लंब केन्द्र मूल बिंदु हो तो त्रिभुज का तीसरा शीर्ष क्या होगा?
(a) (4,7) (b) (4,–7)
(c) (–4,7) (d) (–4,–7)

137. एक आयत की एक भुजा का समीकरण $4x+7y=-5$ है तथा इसके दो शीर्ष (–3, 1) और (1, 1) है। निम्नलिखित में से कौन-सी बची हुई तीन रेखाओं में से किसी एक रेखा का समीकरण होगा?
(a) $y+1=0$ (b) $4x+7y=3$
(c) $7x-4y=3$ (d) $7x-4y=-3$

138. उस रेखा का समीकरण ज्ञात करो जो दो रेखाएँ $2x-3y=-4$ और $3x+4y=5$ के प्रतिच्छेद बिन्दु से गुजरती है तथा रेखा $3x-4y-5=0$ के लम्बवत है।
(a) $8x+6y=\frac{58}{17}$ (b) $4x+3y=\frac{84}{17}$
(c) $8x+6y=\frac{32}{7}$ (d) $4x+3y=\frac{62}{17}$

139. समांतर चतुर्भुज ABCD के शीर्ष $A(-3,-1)$, $B(a,b)$, $C(3,3)$ और $D(4,3)$ है, तब a से b का अनुपात होगा–
(a) 1 : 3 (b) 3 : 1
(c) 1 : 2 (d) 4 : 1

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

140. ABC एक समद्विबाहु त्रिभुज है। यदि इसके शीर्ष B(1, 3) और C(−2, 7) है, तब शीर्ष A के निर्देशांक होंगे।

(a) $(2,5)$ (b) $\left(\frac{5}{6},6\right)$

(c) $\left(4,\frac{7}{2}\right)$ (d) $\left(\frac{1}{3},2\right)$

141. यदि दो बिन्दु A और B रेखा $3x+4y+15=0$ पर इस प्रकार स्थित है, कि $OA=OB=9$ ईकाई जहाँ O मूल बिन्दु है। त्रिभुज OAB का क्षेत्रफल ज्ञात करो।

(a) $18\sqrt{2}$ वर्ग ईकाई (b) $3\sqrt{2}$ वर्ग ईकाई

(c) $6\sqrt{2}$ वर्ग ईकाई (d) $15\sqrt{2}$ वर्ग ईकाई

142. यदि बिन्दुओं $P(6,3)$, $Q(-3,-5)$, $R(4,-2)$ और $S(a, 3a)$ है। यदि त्रिभुज PQR और त्रिभुज SRQ के क्षेत्रफल का अनुपात 2 : 1 है, तब a का मान–

(a) 13 (b) 23

(c) $-\frac{11}{4}$ (d) $-\frac{23}{36}$

143. तीन बिन्दु A(3, 1), B(6, 5) और C(x, y) इस प्रकार है कि त्रिभुज ACB एक समकोण त्रिभुज है तथा इसका क्षेत्रफल 7 वर्ग ईकाई है, तब ऐसे कितने C(x,y) बिन्दु संभव है?

(a) 4 (b) 3

(c) 1 (d) 2

144. उस त्रिभुज के लम्बकेन्द्र और परिकेन्द्र कि बीच की दूरी ज्ञात करो जिसके शीर्ष(1, 0), $\left(-\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ और $\left(\frac{-1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ है।

(a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(c) $\frac{1}{3}$ (d) 0

145. एक वर्ग की दो भुजाओं के समीकरण $x+y-1=0$ और $x+y=-2$ है, तब इस वर्ग का क्षेत्रफल होगा।

(a) $\frac{9}{2}$ वर्ग ईकाई (b) $\frac{11}{4}$ वर्ग ईकाई

(c) 5 वर्ग ईकाई (d) 4 वर्ग ईकाई

146. यदि p मूल बिन्दु से रेखा $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$ पर डाले गए ल... की लंबाई है, तब–

(a) $\frac{1}{p^2}=\frac{1}{b^2}-\frac{1}{a^2}$ (b) $\frac{1}{p^2}=\frac{1}{a^2}-\frac{1}{b^2}$

(c) $\frac{1}{p^2}=\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}$ (d) इनमें से कोई नहीं

147. समीकरण $ax\pm by\pm c=0$ द्वारा निरुपित रेखाओं से बने समचतुर्भुज का क्षेत्रफल क्या होगा?

(a) $\frac{c^2}{2ab}$ (b) $\frac{2c^2}{ab}$

(c) $\frac{4c^2}{ab}$ (d) $\frac{c^2}{4ab}$

148. एक त्रिभुज की भुजाओं के मध्य बिन्दुओं के निर्देशांक (4, 2), (3, 3) और (2, 2) है, तब इस त्रिभुज के केन्द्रक के निर्देशांक क्या होंगे?

(a) $\left(3,-\frac{7}{3}\right)$ (b) $\left(-3,-\frac{7}{3}\right)$

(c) $\left(-3,\frac{7}{3}\right)$ (d) $\left(3,\frac{7}{3}\right)$

149. यदि किसी रेखा की प्रवणता −6 है और y- अन्तःखण्ड की लंबाई 2 है, तब उस रेखा का समीकरण ज्ञात करो।

(a) $6x+y=2$ (b) $6x-y=2$

(c) $6x+y=-2$ (d) $x+6y=2$

150. यदि a और b, 0 और 1 बीच स्थित ऐसी वास्तविक संख्याएँ हैं कि बिन्दु $(a, 1)$, $(1, b)$ और $(0, 0)$ एक समबाहु त्रिभुज बनाते है, तब a का मान होगा।

(a) $-2+\sqrt{3}$ (b) $-1+\sqrt{3}$

(c) $2-\sqrt{3}$ (d) $2+\sqrt{3}$

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

उत्तरमाला

1. (a)	2. (b)	3. (a)	4. (d)	5. (c)	6. (d)	7. (a)	8. (d)	9. (c)
10. (b)	11. (c)	12. (c)	13. (a)	14. (b)	15. (a)	16. (d)	17. (d)	18. (d)
19. (c)	20. (d)	21. (a)	22. (a)	23. (b)	24. (b)	25. (d)	26. (d)	27. (a)
28. (c)	29. (a)	30. (c)	31. (a)	32. (d)	33. (a)	34. (c)	35. (c)	36. (d)
37. (b)	38. (c)	39. (b)	40. (c)	41. (d)	42. (a)	43. (b)	44. (c)	45. (b)
46. (d)	47. (b)	48. (c)	49. (b)	50. (a)	51. (d)	52. (a)	53. (c)	54. (a)
55. (b)	56. (b)	57. (b)	58. (a)	59. (a)	60. (a)	61. (d)	62. (d)	63. (d)
64. (b)	65. (d)	66. (c)	67. (c)	68. (a)	69. (c)	70. (d)	71. (b)	72. (c)
73. (d)	74. (b)	75. (c)	76. (a)	77. (d)	78. (a)	79. (a)	80. (d)	81. (d)
82. (b)	83. (d)	84. (d)	85. (c)	86. (b)	87. (b)	88. (d)	89. (d)	90. (c)
91. (d)	92. (a)	93. (c)	94. (c)	95. (a)	96. (c)	97. (a)	98. (d)	99. (b)
100. (c)	101. (b)	102. (a)	103. (b)	104. (a)	105. (c)	106. (a)	107. (d)	108. (d)
109. (a)	110. (b)	111. (a)	112. (b)	113. (c)	114. (a)	115. (b)	116. (b)	117. (c)
118. (c)	119. (b)	120. (d)	121. (a)	122. (b)	123. (d)	124. (c)	125. (c)	126. (a)
127. (c)	128. (a)	129. (c)	130. (b)	131. (d)	132. (a)	133. (a)	134. (a)	135. (d)
136. (c)	137. (c)	138. (d)	139. (d)	140. (b)	141. (a)	142. (d)	143. (d)	144. (b)
145. (a)	146. (c)	147. (b)	148. (d)	149. (a)	150. (d)			

mathswith

Scanned by CamScanner

हल एवं संकेत

Solⁿ 1. x - अक्ष की समीकरण $y = 0$

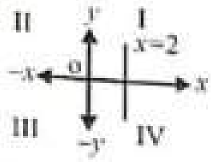
Solⁿ 2. y - अक्ष की समीकरण $x = 0$

Solⁿ 3. x - अक्ष की प्रवणता $= 0$ $\quad (\therefore y = 0x + 0)$

Solⁿ 4. y - अक्ष की प्रवणता $= \infty = \frac{1}{0}$ $(\therefore y = x + 0)$

Solⁿ 5. मूल बिंदु से होकर जाने वाली रेखाओं में नियत राशि का मान 0 होता है, इसलिए $5x + 7y = 0$ होगा। हम सभी विकल्पों को $x = 0$ और $y = 0$ रखकर संतुष्ट करा सकते हैं।

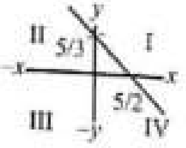
Solⁿ 6. $2x - 4 = 0 \quad \Rightarrow x = 2$



रेखा I और IV चतुर्थांश से होकर गुजरेगी।

Solⁿ 7. $x^2 + y^2 = 25$ एक वृत्त की समीकरण है, जिसका केन्द्र मूल बिन्दु $(0, 0)$ है, इसलिए यह रेखा-चित्र चारो चतुर्थांश से गुजरेगा।

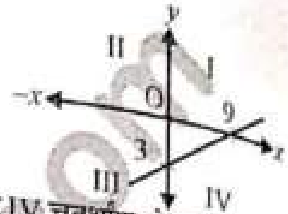
Solⁿ 8. $2x + 3y = 5$



$$\frac{x}{5/2} + \frac{y}{5/3} = 1$$

रेखा I, II और IV चतुर्थांश से गुजरेगी।

Solⁿ 9. $x - 3y = 9 \Rightarrow \frac{x}{9} + \frac{y}{-3} = 1$



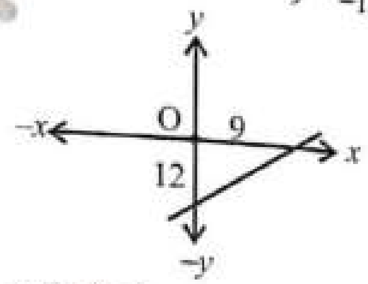
रेखा I, III और IV चतुर्थांश से गुजरेगी।

Solⁿ 10. $3x + 4y = 12 \Rightarrow \frac{x}{4} + \frac{y}{3} = 1$

x - अक्ष पर काटा गया अन्त खण्ड $= 4$

y - अक्ष पर काटा गया अन्तः खण्ड $= 3$.

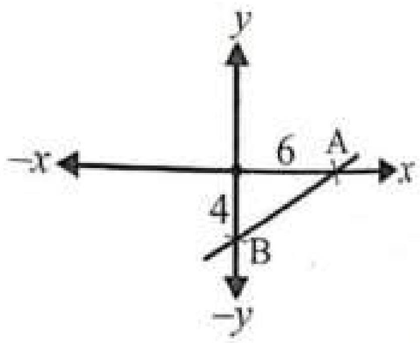
Solⁿ 11. $12x - 9y = 108 \Rightarrow \frac{x}{9} + \frac{y}{-12} = 1$



अक्षो के बीच अन्तः खण्ड की लम्बाई

$$= \sqrt{(9)^2 + (-12)^2} = 15$$

Solⁿ 12. $2x - 3y = 12 \Rightarrow \frac{x}{6} + \frac{y}{-4} = 1$



x - अक्ष पर बिन्दु $A \equiv (6, 0)$

y - अक्ष पर बिन्दु $B \equiv (0, -4)$

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

विधि - 2

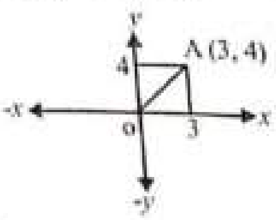
रेखा $2x-3y=12$, x- अक्ष को काटेगी जहाँ y
...तब $2x=12 \Rightarrow x=6$ और बिन्दु $(6,0)$ होगा। रेखा
$2x-3y=12$ को y- अक्ष पर काटेगी जहाँ $x=0$ तब
$-3y=12 \Rightarrow y=-4$ और बिन्दु $(0,-4)$ होगा।

Sol^n 13. $3x-5y=15 \Rightarrow \frac{x}{5}+\frac{y}{-3}=1$

x-अक्ष पर बिन्दु $\equiv (5,0)$

y-अक्ष पर बिन्द $\equiv (0,-3)$

Sol^n 14.



(i) x-अक्ष से दूरी $=4$

(ii) y-अक्ष से दूरी $=3$

(iii) मूल बिन्दु से दूरी $= OA = \sqrt{(3)^2+(4)^2} = 5$

Sol^n 15. P और Q बिन्दु के बीच की दूरी

$PQ=\sqrt{(5-3)^2+(6-6)^2} = \sqrt{(2)^2+(0)^2} = 2$

Sol^n 16. P और Q बिन्दु के बीच की दूरी

$PQ=\sqrt{(7+2)^2+(-1-6)^2}$

$=\sqrt{81+49} = \sqrt{130}$

Sol^n 17. $P(x_1\, y_1)$ ——— $Q(x_2\, y_2)$

रेखा की प्रवणता $m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$

$P(1,4)$ और $Q(3,8)$

तब, प्रवणता $= m = \frac{8-4}{3-1} = 2$

Sol^n 18. $P\left(\frac{1}{2},4\right)$ और $Q\left(3,\frac{4}{3}\right)$

तब, प्रवणता $= m = \frac{\frac{4}{3}-4}{3-\frac{1}{2}} = \frac{-8}{3}\times\frac{2}{5} = \frac{-16}{15}$

Sol^n 19. $P(2,-1)$ और $Q(-3,-5)$

PQ रेखा की प्रवणता $= m = \frac{-5+1}{-3-2} = \frac{-4}{-5} = \frac{4}{5}$

PQ की लम्बवत रेखा से प्रवणता $= \frac{-1}{\text{PQ की प्रवणता}}$

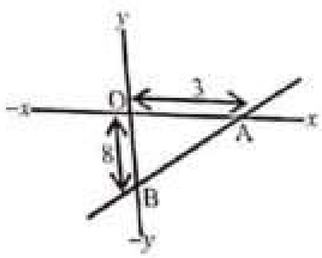
$= \frac{-1}{4/5} = -\frac{5}{4}$

Sol^n 20. यदि सीधी रेखा की समीकरण : $y=mx+c$
जहाँ m रेखा की प्रवणता है।

$\therefore 2x+3y=7 \Rightarrow y=\frac{-2x}{3}+\frac{7}{3}$

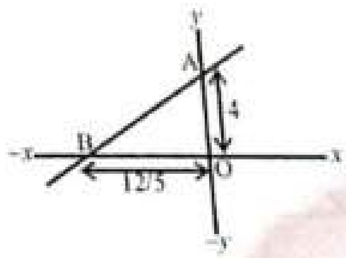
अतः प्रवणता $m=\frac{-2}{3}$

Sol^n 21. $8x-3y=24 \Rightarrow \frac{x}{3}+\frac{y}{-8}=1$



ΔOAB का क्षे. $=\frac{1}{2}\times OA\times OB = \frac{1}{2}\times 8\times 3$
$= 12$ वर्ग ईकाई

Sol^n 22. $-5x+3y=12 \Rightarrow \frac{x}{-12/5}+\frac{y}{4}=1$

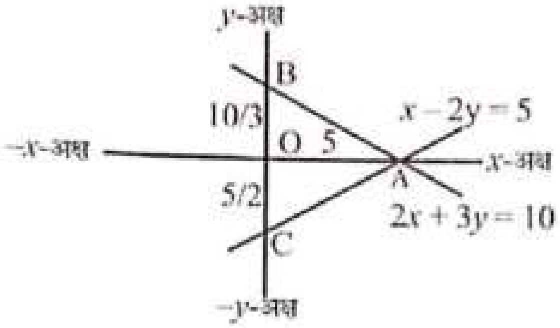


ΔABC का क्षे. $=\frac{1}{2}\times 4\times\frac{12}{5} = \frac{24}{5}$ वर्ग ईकाई

Scanned by CamScanner

Sol^n 23. $x-2y=5 \Rightarrow \frac{x}{5}+\frac{y}{-5/2}=1$

$$2x+3y=10 \Rightarrow \frac{x}{5}+\frac{y}{10/3}=1$$



OA = 5, OB = 10/3 & OC = 5/2

ΔABC का क्षेत्रफल.

$=(\Delta OAB \text{ का क्षे.})+(\Delta OAC \text{ का क्षे.})$

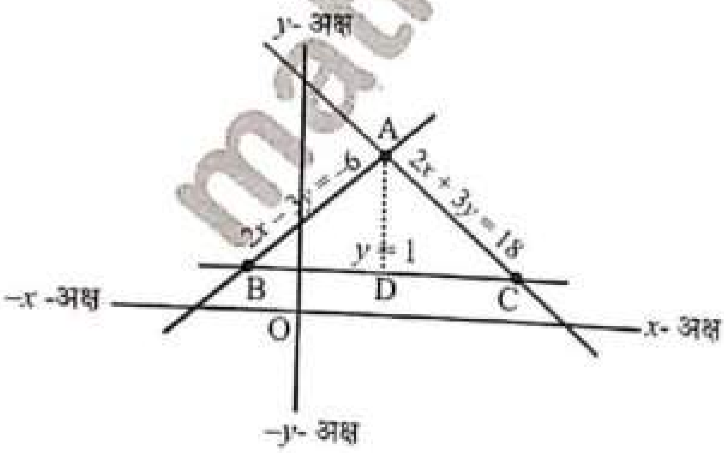
$$=\left(\frac{1}{2}\times 5\times\frac{10}{3}\right)+\left(\frac{1}{2}\times 5\times\frac{5}{2}\right)$$

$$=\frac{25}{3}+\frac{25}{4}$$

$$=\frac{175}{12} \text{ वर्ग ईकाई}$$

Sol^n 24. $2x-3y=-6 \quad \Rightarrow \frac{x}{-3}+\frac{y}{2}=1$

$2x+3y=18 \quad \Rightarrow \frac{x}{9}+\frac{y}{6}=1$ और $y=1$



$2x-3y=-6$ और $y=1$ को हल करने पर,

बिन्दु B ≡ (−3/2, 1)

$2x+3y=18$ और $y=1$ को हल करने पर,

बिन्दु C ≡ (15/2, 1)

$2x-3y=-6$ और $2x+3y=18$ को हल करने पर,

बिन्दु A ≡ (3,4)

त्रिभुज ABC का आधार $\Rightarrow BC=\frac{15}{2}+\frac{3}{2}=9$

त्रिभुज ABC की ऊँचाई $\Rightarrow AD=4-1=3$

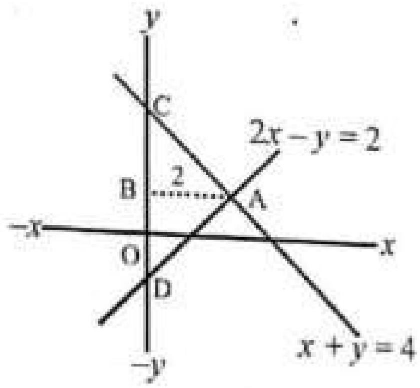
त्रिभुज ABC का क्षे. $=\frac{1}{2}\times BC\times AD=\frac{1}{2}\times 9\times 3$

$$=\frac{27}{2}=13.5 \text{ वर्ग. ईकाई}$$

Sol^n 25. $x+y=4 \quad \Rightarrow \quad \frac{x}{4}+\frac{y}{4}=1$ ...(i)

$2x-y=2 \quad \Rightarrow \quad \frac{x}{1}+\frac{y}{-2}=1$ ...(ii)

और $\quad x=0$ ...(iii)



$2x-y=2$ और $x+y=4$ का हल करने पर

⇒ बिन्दु A ≡ (2, 2)

त्रिभुज ACD का आधार ⇒ CD = 4 + 2 = 6

त्रिभुज ACD की ऊँचाई ⇒ AB = 2

त्रिभुज ACD का क्षे. $=\frac{1}{2}\times CD\times AB=\frac{1}{2}\times 6\times 2$

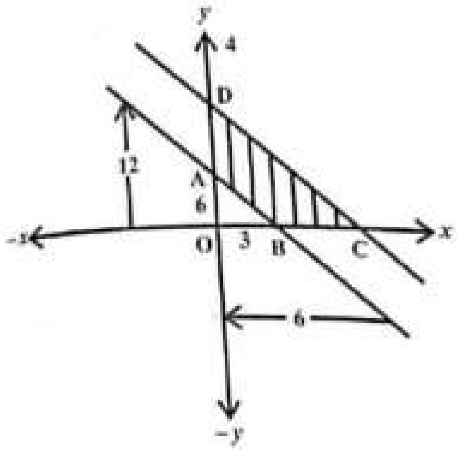
= 6 वर्ग ईकाई

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

Sol[n] 26. $2x+y=6 \Rightarrow \frac{x}{3}+\frac{y}{6}=1$

$4x+2y=24 \Rightarrow \frac{x}{6}+\frac{y}{2}=1$



चतुर्भुज का क्षे. = त्रिभुज OCD का क्षे. – त्रिभुज OAB का क्षे.

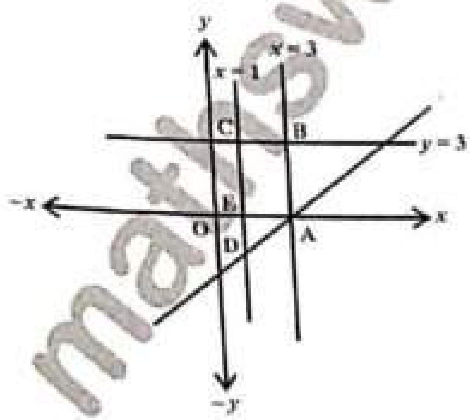
$= \frac{1}{2}\times 6\times 12-\frac{1}{2}\times 3\times 6$

= 27 वर्ग ईकाई

Sol[n] 27. पिछले प्रश्न जैसा

Sol[n] 28. $x=1, x=3, y=2$

और $x=y+3 \Rightarrow \frac{x}{3}+\frac{y}{-3}=1$



बिन्दु D होगा $(1,-2)$

ABCD एक समलम्ब चतुर्भज है।

$AB=2, CD=CE+DE+2+2=4$

ऊँचाई $=AE=2-1=1$

समलम्ब चतुर्भज ABCD का क्षे. $=\frac{1}{2}AE(AB+CD)$

$=\frac{1}{2}\times 1(2+4)$

= 3 वर्ग ईकाई

Sol[n] 29. $kx+3y=k-3$

$12x+ky=k$

अनंत हल के लिए

$\frac{k}{12}=\frac{3}{k}=\frac{k-3}{k}$

$k^2=12\times 3=36$

$k=\pm 6$

Sol[n] 30. $x+3y=k$

$2x+6y=2k$ सम्पाती रेखाएं है

$\Rightarrow \frac{1}{2}=\frac{3}{6}=\frac{k}{2k}$

यह सभी तीनो अनुपात k की सभी वास्तविक संख्याओं के लिए बराबर है।

Sol[n] 31. $5x+20y=11$ और $2x+ky=17$ प्रतिच्छेदी रेखाएँ हैं अथवा इनका एक हल होगा।

$\Rightarrow \frac{5}{2}\neq\frac{20}{k}\Rightarrow k\neq 8$

Sol[n] 32. $5x+3y=3$ और $12x+ky=6$ का कोई हल नहीं है।

$\Rightarrow \frac{5}{12}=\frac{3}{k}\Rightarrow 5k=36$

$\Rightarrow k=7.2$

Sol[n] 33. रेखा बिन्दु (2,7) से होते होकर गुजरेगी। जिसकी प्रवणत 5 है, तब समीकरण

$y-7=5(x-2)$

$\Rightarrow 5x-y-3=0$

Sol[n] 34. पिछले प्रश्न जैसा

Scanned by CamScanner

Sol^n 35. रेखा बिन्दु $(-1,7)$ और $(2,-5)$ होकर गुजरेगी तब समीकरण

$$y-7=\frac{-5-7}{2-(-1)}[x-(-1)]$$

$$y-7=-4(x+1)$$

$$4x+y=3$$

Sol^n 36. बिन्दु $P(1,4)$ की रेखा $3x+4y-9=0$ से दूरी।

$$d=\left|\frac{ax_1+by_1+c}{\sqrt{a^2+b^2}}\right|=\left|\frac{3\times1+4\times4-9}{\sqrt{3^2+4^2}}\right|$$

$$=\left|\frac{10}{5}\right|=2$$

Sol^n 37. रेखा जिसके अंतिम बिन्दु $(4,9)$ और $(6,5)$ है, का मध्य बिन्दु $(5,7)$ होगा।

अतः रेखा $(2,3)$ और $(5,7)$ से होकर जायेगी।

$$(y-3)=\frac{7-3}{5-2}(x-2)$$

$$(y-3)=\frac{4}{3}(x-2)$$

$$3y-9=4x-8$$

$$4x-3y+1=0$$

Sol^n 38. समीकरण $4x+ky=3$ और $3x+2y=7$ एक दूसरे के लम्बवत है।

लम्बवत होने की शर्त : $a_1a_2+b_1b_2=0$

$$4\times3+k\times2=0$$

$$k=-6$$

Sol^n 39. समीकरण $(k+1)x+ky=3$ और $5x-2y=7$ एक दूसरे के लम्बवत है।

लम्बवत होने की शर्त : $a_1a_2+b_1b_2=0$

$$(k+1)\times5+k\times(-2)=0$$

$$5k+5-2k=0$$

$$k=\frac{-5}{3}$$

Sol^n 40. यदि किसी त्रिभुज के शीर्ष परिमेय संख्या है, तो वह त्रिभुज कभी भी समबाहु त्रिभुज नहीं हो सकता।

Sol^n 41. $A(7,9)$, $B(3,-7)$, और $C(-3,3)$

$$AB=\sqrt{(9+7)^2+(7-3)^2}=\sqrt{272}$$

$$BC=\sqrt{(3+3)^2+(-7-3)^2}=\sqrt{136}$$

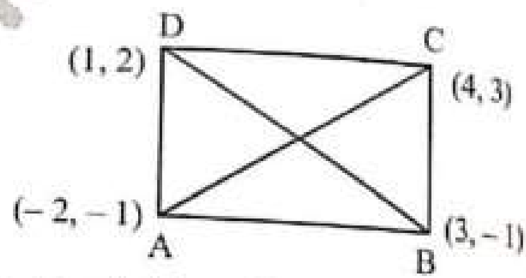
$$CA=\sqrt{(-3-7)^2+(3-9)^2}=\sqrt{136}$$

$\because$ BC = CA $\therefore$ समद्विबाहु त्रिभुज

$\because$ $BC^2+CA^2=AB^2$ $\therefore$ समकोण त्रिभुज

Sol^n 42. **पिछले प्रश्न जैसा।**

Sol^n 43. $A(-2,-1)$, $B(3,-1)$, $C(4,3)$ & $D(1,2)$



Step 1: विकर्ण की लम्बाई

$$AC=\sqrt{(4+2)^2+(3+1)^2}=\sqrt{52}$$

$$BD=\sqrt{(3-1)^2+(-1-2)^2}=\sqrt{13}$$

$$AC\neq BD$$

तब ABCD एक समचतुर्भज अथवा समांतर चतुर्भज होगा...(i)

Step 2 : दोनो विकर्ण की प्रवणता का गुणफल

$$AC\rightarrow m_1=\frac{3+1}{4+2}=\frac{2}{3}$$

$$BD\rightarrow m_2=\frac{2+1}{1-3}=\frac{-3}{2}$$

यहाँ, $m_1m_2=-1$

तब ABCD समचतुर्भज अथवा वर्ग होगा...(ii)

समीकरण (i) और (ii) से

ABCD एक समचतुर्भज है।

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

Solⁿ 44. पिछले प्रश्न जैसा।

Solⁿ 45. उदाहरण नं. 57 देखें

Solⁿ 46. $a=2, b=3$

$$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1 \Rightarrow \frac{x}{2}+\frac{y}{3}=1$$

$$\Rightarrow 3x+2y=6$$

Solⁿ 47. $m=\tan 60° = \sqrt{3}$

बिन्दु$(3,-4)$

$$(y+4)=\sqrt{3}(x-3)$$

$$x\sqrt{3}-y=4+3\sqrt{3}$$

Solⁿ 48. हम जानते हैं कि किसी त्रिभुज के मध्य बिन्दुओं को मिलाकर बनाए गए त्रिभुज का क्षेत्रफल उस त्रिभुज के क्षेत्रफल का एक चौथाई होता है। अत: आवश्यक अनुपात 4 : 1 है।

Solⁿ 49. उदाहरण नं. 49 देखें।

Solⁿ 50. त्रिभुज का केन्द्रक $\equiv\left(\frac{x_1+x_2+x_3}{3},\frac{y_1+y_2+y_3}{3}\right)$

$$\equiv\left(\frac{0+8+8}{3},\frac{6+12+0}{3}\right)$$

$$\equiv\left(\frac{16}{3},6\right)$$

Solⁿ 51. उदाहरण नं. 48 देखें

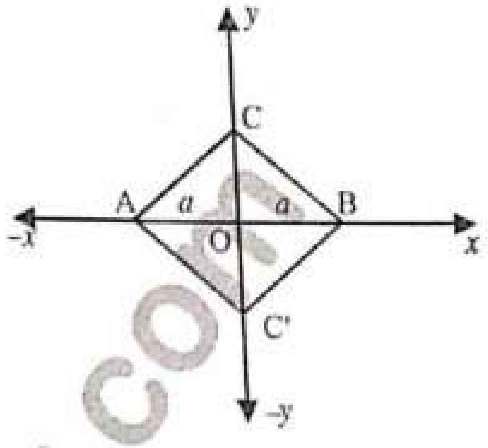
Solⁿ 52. त्रिभुज के शीर्ष $(3,-5)$ $(-7,4)$ और (h,k) हैं, और केन्द्रक $(2,-12)$ है।

$$(2,-12)\equiv\left(\frac{3-7+h}{3},\frac{-5+4+k}{3}\right)$$

हल करने पर

$$(h,k)\equiv(10,-35)$$

Solⁿ 53.



दोनों त्रिभुज की ऊँचाई

$$=OC=OC'=\frac{\sqrt{3}}{2}(2a)$$

$$=\sqrt{3}a$$

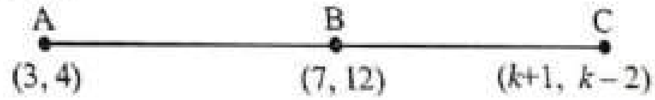
C

$$\equiv\left(0,\sqrt{3}a\right)$$

$$C'\equiv\left(0,-\sqrt{3}a\right)$$

Solⁿ 54. उदाहरण नं. 56 देखें।

Solⁿ 55.



हम रेखा AB और BC की प्रवणता को बराबर करेंगे।

$$\frac{12-4}{7-3}=\frac{k-2-4}{k+1-3} \Rightarrow 2=\frac{k-6}{k-2}$$

$$\Rightarrow 2k-4=k-6$$

$$\Rightarrow k=-2$$

Solⁿ 56. $2x+y=5$ और $x+2y=4$

दोनों समीकरण को हल करने पर

कटान बिन्दु $(x,y)\equiv(2,1)$

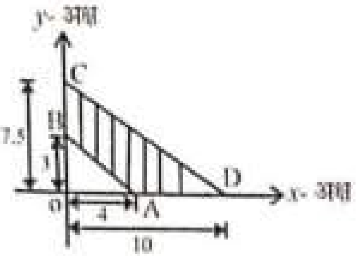
Solⁿ 57. उदाहरण 33 देखें

Solⁿ 58. $3x+4y=12 \Rightarrow \frac{x}{4}+\frac{y}{3}=1$

$$6x+8y=60 \Rightarrow \frac{x}{10}+\frac{y}{7.5}=1$$

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner



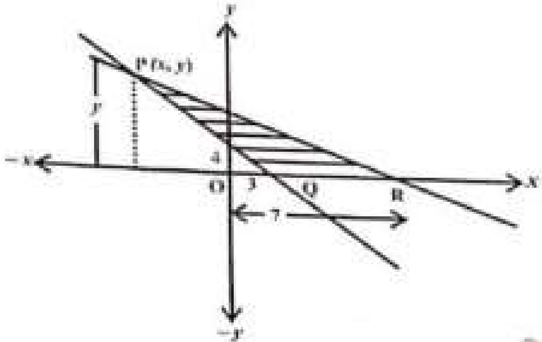
त्रिभुजABCD का क्षे. = ΔOCD का क्षे. $-\Delta$OAB का क्षे.

$$= \frac{1}{2}\times 10\times 7.5 - \frac{1}{2}\times 4\times 3$$

$= 37.5 - 6 = 31.5$ वर्ग ईकाई

Sol^n 59. संकेत: दूरी सूत्र का प्रयोग करें।

Sol^n 60.



$$5x+7y=35 \Rightarrow \frac{x}{7}+\frac{y}{5}=1$$

$$4x+3y=12 \Rightarrow \frac{x}{3}+\frac{y}{4}=1$$

दोनों रेखाएँ बिन्दु P (x, y) पर काटेंगी।
हमें केवल बिन्दु P के y निर्देशांक की जरूरत है।
(हल करने पर)

$$y=\frac{80}{13}$$

आधार OR = 7 – 3 = 4

$$\Delta PQR \text{ का क्षे.} = \frac{1}{2}\times 4\times\frac{80}{13} = \frac{160}{13} \text{ वर्ग ईकाई}$$

Sol^n 61. तब बिन्दु A (3, 4) होगा।

$$OA = \sqrt{(4-0)^2+(3-0)^2} = 5 \text{ ईकाई}$$

Sol^n 62. $(a+3, b+1)$ ——————— $(a+5, b+k)$
$2y = 7x-9$

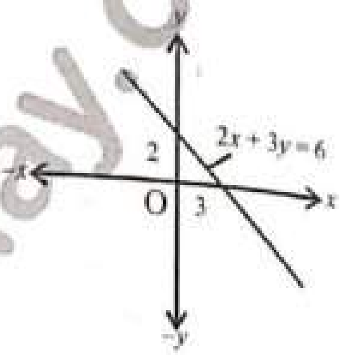
$$2y=7x-9 \Rightarrow y=\frac{7}{2}x-\frac{9}{2}$$

रेखा की प्रवणता बराबर करने पर

$$\frac{b+k-b-1}{a+5-a-3}=\frac{7}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{k-1}{2}=\frac{7}{2} \Rightarrow k=8$$

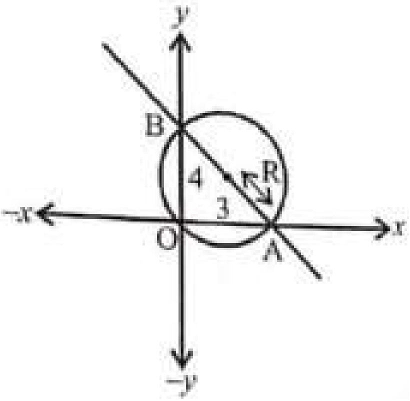
Sol^n 63. $2x+3y=6 \Rightarrow \frac{x}{3}+\frac{y}{2}=1$



रेखा दोनों x -अक्ष और y -अक्ष को काटेगी।

Sol^n 64. $4x+3y=12 \Rightarrow \frac{x}{3}+\frac{y}{4}=1$

$$AB = \sqrt{3^2+4^2} = 5$$



परिवृत्त की त्रिज्या

$$R = \frac{AB}{2} = \frac{5}{2} = 2.5 \text{ ईकाई}$$

किसी समकोण त्रिभुज के कर्ण का मध्य बिंदु परिकेन्द्र होता है।

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

Solⁿ 65. रेखा $x+4y=7$ और $kx+8y=14$ समानांतर है।

$$\Rightarrow \frac{1}{k}=\frac{4}{8}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{k}=\frac{1}{2} \quad \Rightarrow k=2$$

Solⁿ 66. $2x+3y=5 \quad \Rightarrow y=\frac{-2}{3}x+\frac{5}{3}$

तब, $m_1=\frac{-2}{3}$

$3x-2y=1 \quad \Rightarrow y=\frac{3}{2}x-\frac{1}{2}$

तब, $m_2=\frac{3}{2}$

यदि रेखाओं के बीच का कोण θ है, तब

$$\tan\theta=\left|\frac{m_1-m_2}{1+m_1m_2}\right|$$

$$\tan\theta=\left|\frac{\frac{-2}{3}-\frac{3}{2}}{1-\frac{2}{3}.\frac{3}{2}}\right|=\left|\frac{\frac{-13}{6}}{0}\right|=\infty=\tan 90^\circ$$

$\theta=90^\circ$

विधि 2:

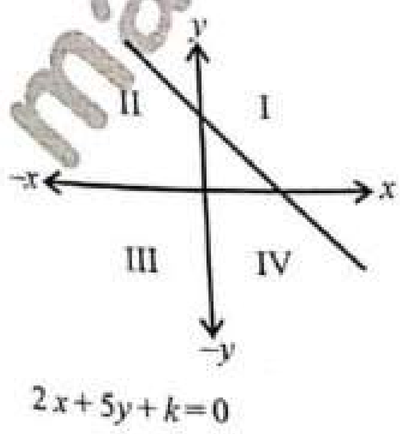
$$m_1m_2=\frac{-2}{3}.\frac{3}{2}=-1$$

रेखा एक दूसरे के लम्बवत है अतः कोण 90° होगा।

Solⁿ 67. रेखाएँ जो मूल बिन्दु से होकर गुजरती है। उनमें नियत राशि नहीं होती।

रेखा $2x+3y=0$ मूल बिन्दु से होकर गुजरेगी।

Solⁿ 68.



$2x+5y+k=0$

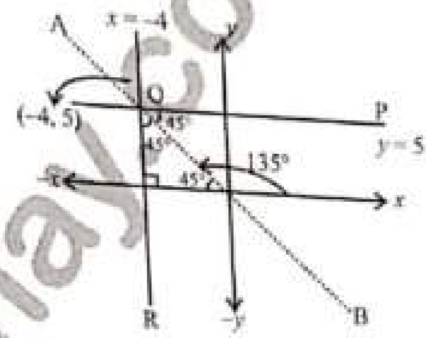
$$\frac{x}{\frac{-k}{2}}+\frac{y}{\frac{-k}{5}}=1$$

यदि रेखा I, II और IV चतुर्थांश से गुजरती है, तो x-अक्ष और y-अक्ष का अन्तः खण्ड धनात्मक होंगे।

$\Rightarrow \quad \frac{-k}{2}$ और $\frac{-k}{5}$ धनात्मक होगा जब k ऋणात्मक होगा।

इसलिए , $k<0$

Solⁿ 69.



रेखा AB, ∠PQR को दो भागो में विभाजित करती है।

रेखा AB की प्रवणता = tan 135° = −1

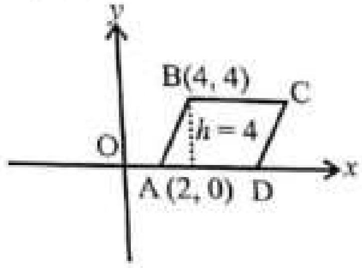
और यह बिन्दु (−4, 5) से गुजरेगी

जिसका समीकरण है–

$(y-5)=-1(x+4)$

$x+y=1$

Solⁿ 70.



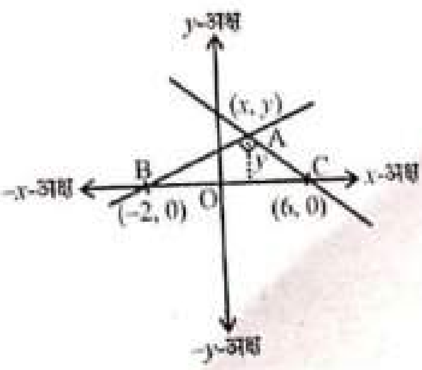
$$AD=AB=\sqrt{(4-2)^2+(4-0)^2}$$

$$=\sqrt{4+16}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$$

समचतुर्भज का क्षे. = आधार × ऊँचाई

$$=2\sqrt{5}\times 4=8\sqrt{5} \text{ वर्ग ईकाई}$$

Solⁿ 71.



mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

$2x+3y=12 \Rightarrow \dfrac{x}{6}+\dfrac{y}{4}=1$

$3x-2y=-6 \Rightarrow \dfrac{x}{-2}+\dfrac{y}{3}=1$

दोनों रेखाएँ लम्बवत है। ($\because m_1m_2=-1$)

और किसी समकोण त्रिभुज का परिकेन्द्रक उस त्रिभुज के कर्ण पर होता है।

$\therefore$ परिकेन्द्र (2, 0) x-अक्ष पर होगा।

इसका मतलब x-अक्ष कर्ण होगा।

दोनों रेखाएँ $2x+3y=12$ और $3x-2y=-6$ को हल करने पर–

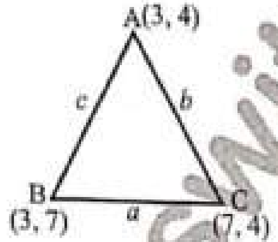
y-निर्देशांक =

$$y=\frac{48}{13}$$

$$\Delta ABC \text{ का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2}\times BC\times y$$

$$=\frac{1}{2}\times 8\times\frac{48}{13} \qquad =\frac{192}{13} \text{ वर्ग ईकाई}$$

Sol^n 72.



$$a=\sqrt{(7-3)^2+(4-7)^2}=5$$

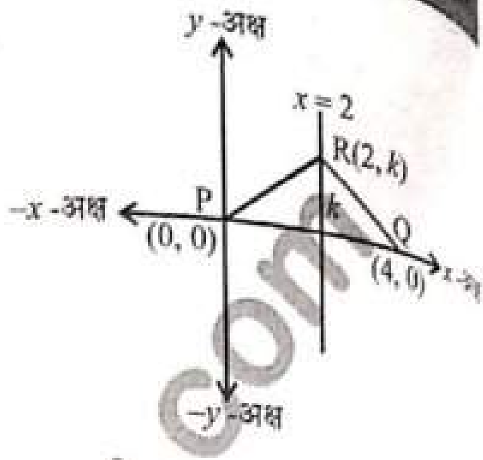
$$b=\sqrt{(7-3)^2+(4-4)^2}=4$$

$$c=\sqrt{(3-3)^2+(7-4)^2}=3$$

$$\text{अंत: केन्द्र } I\equiv\left(\frac{ax_1+bx_2+cx_3}{a+b+c},\frac{ay_1+by_2+cy_3}{a+b+c}\right)$$

$$\equiv\left(\frac{5\times3+4\times3+3\times7}{5+4+3},\frac{5\times4+4\times7+3\times4}{5+4+3}\right)\equiv(4,5)$$

Sol^n 73.

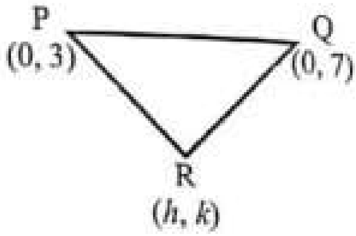


$$\text{त्रिभुज PQR का क्षे.} = \frac{1}{2}\times PQ\times k$$

$$6=\frac{1}{2}\times4\times k \qquad \Rightarrow k=3$$

अत: बिन्दु R (2, 3) होगा।

Sol^n 74.



$$PR+QR=8$$

$$\sqrt{(h-0)^2+(k-3)^2}+\sqrt{(h-0)^2+(k-7)^2}=8$$

बिन्दु R की भुज h अधिकतम होगी जब $k=7$ या 3 होगा

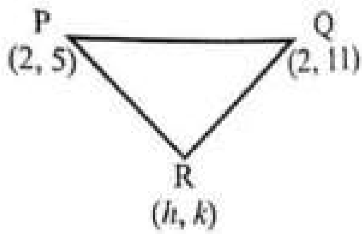
$k=7$ रखने पर

$\sqrt{h^2+16}=8-\sqrt{h^2+0}=8-h$

$h^2+16=64+h^2-16h$

$16h=48 \quad \Rightarrow \quad h=3$

Sol^n 75.



mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

अतः केन्द्र, परिकेन्द्र और लम्बकेन्द्र एक सीधी रेखा में है इसलिए यह त्रिभुज समद्विबाहु त्रिभुज होगा।

अतः $PR = QR$

$$\sqrt{(h-2)^2+(k-5)^2} = \sqrt{(h-2)^2+(k-11)^2}$$

दोनों पक्षो का वर्ग करन पर

$$(k-5)^2 = (k-11)^2$$

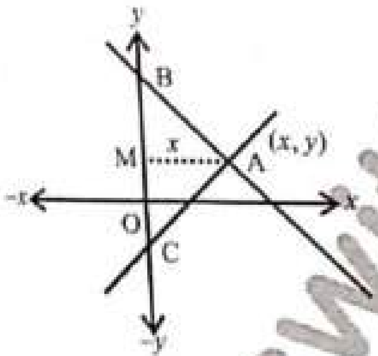
$$k^2+25-10k = k^2+121-22k$$

$12k = 96 \quad \Rightarrow \quad k = 8$

विकल्प के अनुसार बिन्दु R $(2, 8)$ होगा।

Sol^n 76. $2x+y=6 \quad \Rightarrow \quad \frac{x}{3}+\frac{y}{6}=1$

$x=y+1 \quad \Rightarrow \quad \frac{x}{1}+\frac{y}{-1}=1$



यदि हम BC को त्रिभुज ABC का आधार मानते हैं और AM को ऊँचाई जो बिन्दु A का x-निर्देशांक है।

हल करने पर $2x+y=6$ और $x=y+1$

x-निर्देशांक = AM = $\frac{7}{3}$

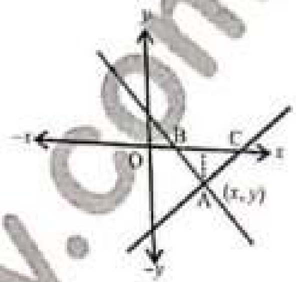
आधार $BC = 6+1 = 7$

अतः त्रिभुज ABC का क्षे. = $\frac{1}{2}BC \times AM$ =

$$\frac{1}{2}\times 7\times\frac{7}{3}=\frac{49}{6}$$

Sol^n 77. $2x+3y=5 \quad \Rightarrow \quad \frac{x}{5/2}+\frac{y}{5/3}=1$

$y=3x-13 \quad \Rightarrow \quad \frac{x}{13/3}+\frac{y}{-13}=1$



हमें त्रिभुज ABC का क्षेत्रफल ज्ञात करना है।

आधार $BC = \frac{13}{3}-\frac{5}{2}=\frac{11}{6}$

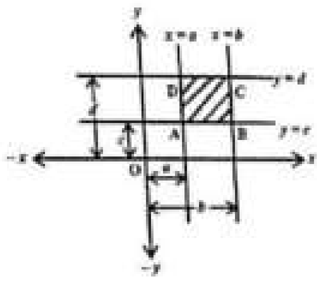
त्रिभुज की ऊँचाई = बिन्दु A का y निर्देशांक

हल करने पर $2x+3y=5$ & $y=3x-13 \Rightarrow y=-1$

अतः त्रिभुज का क्षे. = $\frac{1}{2}$ ×आधार× ऊँचाई

$$=\frac{1}{2}\times\frac{11}{6}\times 1=\frac{11}{12} \text{ वर्ग ईकाई}$$

Sol^n 78.



$AB = b-a = CD$

$BC = d-c = AD$

ABCD एक आयत होगा।

आयत ABCD का क्षेत्रफल = $(b-a)(d-c)$

Sol^n 79. $L_1 = \left|\frac{0\times\sec\theta+0\times\operatorname{cosec}\theta-a}{\sqrt{\sec^2\theta+\operatorname{cosec}^2\theta}}\right|$

$$=\frac{a}{\sqrt{\sec^2\theta+\operatorname{cosec}^2\theta}}=\frac{a}{\sqrt{\frac{1}{\cos^2\theta}+\frac{1}{\sin^2\theta}}}$$

Scanned by CamScanner

$$= \frac{a}{\sqrt{\frac{\sin^2\theta+\cos^2\theta}{\sin^2\theta.\cos^2\theta}}} = a\sin\theta.\cos\theta$$

$$L_2 = \left|\frac{0\times\cos\theta+0\times\sin\theta-a\cos2\theta}{\sqrt{\cos^2\theta+\sin^2\theta}}\right| = a\cos2\theta$$

$$4L_1^2+L_2^2 = 4a^2.\sin^2\theta.\cos^2\theta+a^2\cos^2 2\theta$$

$$= a^2(2\sin\theta.\cos\theta)^2+a^2\cos^2 2\theta$$

$$= a^2(\sin^2 2\theta+\cos^2 2\theta) = a^2$$

विधि : $2\theta = 45°$ रखने पर (क्योंकि उत्तर θ पर निर्भर नहीं है)

रेखा होगी। $\rightarrow x\sqrt{2}+4\sqrt{2}-9=0$

$$\frac{x}{\sqrt{2}}-\frac{y}{\sqrt{2}}=0 \Rightarrow x-y=0$$

अब, $$L_1 = \left|\frac{0+0-a}{\sqrt{(\sqrt{2})^2+(\sqrt{2})^2}}\right| = \frac{a}{2}$$

$$2L_1 = a \quad ...(i)$$

$$L_2 = \left|\frac{0+0-0}{\sqrt{\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2+\left(\frac{-1}{\sqrt{2}}\right)^2}}\right| = 0 \quad ...(ii)$$

समीकरण (i) और (ii) को वर्ग करके जोड़ने बर $4L_1^2+L_2^2=a^2$

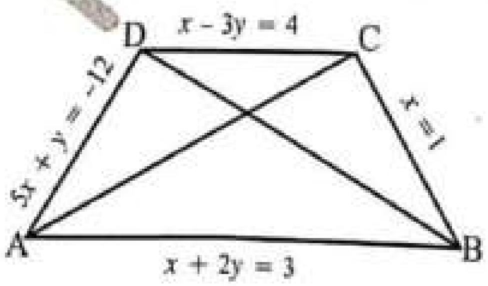
Solⁿ 80. हल करने पर,

$x+2y=3$ और $5x+y+12=0$, बिन्दु $A \equiv (-3, 3)$

$x+2y=3$ और $x=1$, बिन्दु $B \equiv (1, 1)$

$x-3y=4$ और $x=1$, बिन्दु $C \equiv (1, -1)$

$x-3y=4$ और $5x+y+12=0$, बिन्दु $D \equiv (-2, 2)$



$$AC \text{ की प्रवणता} = \frac{-1-3}{1+3} = -1 = m_1$$

$$BD \text{ की प्रवणता} = \frac{-2-1}{-2-1} = 1 = m_2$$

$$m_1.m_2 = -1$$

अतः दोनों विकर्ण के बीच कोण $90°$ का होगा।

Solⁿ 81. माना एक रेखा $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$ है।

दिया हुआ है:- $a+b=18$ ...(i)

बिन्दु (4, 4) से गुजरती है।

इसका आशय है:-

$$\frac{4}{a}+\frac{4}{b}=1 \Rightarrow ab = 4(a+b) = 72$$

$$(a-b)^2 = (a+b)^2-4ab = (18)^2-4\times72$$
$$= 324-288 = 36$$

$a-b = \pm 6$ ...(ii)

समीकरण (i) और (ii) को हल करने पर

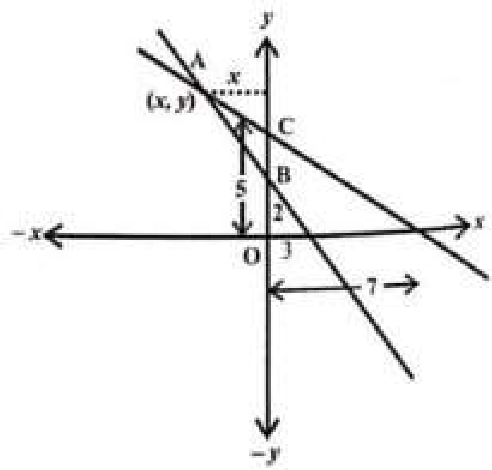
$(a, b) \equiv (12, 6)$ या $(6, 12)$

रेखा होगी:- $\frac{x}{12}+\frac{y}{6}=1 \Rightarrow x+2y=12$

या, $\frac{x}{6}+\frac{y}{12}=1 \Rightarrow 2x+y=12$

Solⁿ 82. $5x+7y=35 \Rightarrow \frac{x}{7}+\frac{y}{5}=1$

$4x+3y=12 \Rightarrow \frac{x}{3}+\frac{y}{4}=1$



हमें त्रिभुज ABC का क्षेत्रफल ज्ञात करना है।

Scanned by CamScanner

आधार BC = 5 − 3 = 2.

त्रिभुज की ऊँचाई दोनों रेखाओं के कटान बिन्दु का x- निर्देशांक होगा

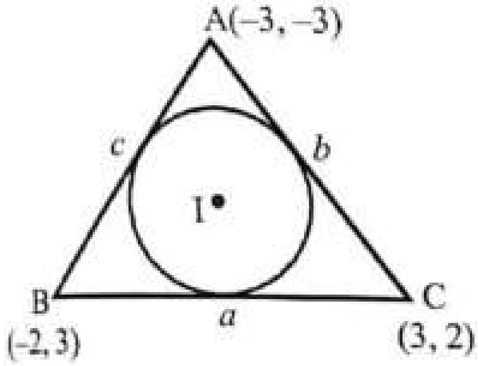
हल करने पर:- $5x+7y=35$ और $4x+3y=12$

$$x=\frac{-21}{13}$$

त्रिभुज का क्षेत्रफल $=\frac{1}{2}\times BC\times x$

$=\frac{1}{2}\times 2\times\frac{21}{13}=\frac{21}{13}$ वर्ग ईकाई

Solⁿ 83.



$BC=a=\sqrt{(-2-3)^2+(3-2)^2}=\sqrt{26}$

$AC=b=\sqrt{(-3-3)^2+(-2-2)^2}=\sqrt{52}$

$AB=c=\sqrt{(-3+2)^2+(-2-3)^2}=\sqrt{26}$

∴ अंतः केन्द्र के निर्देशांक

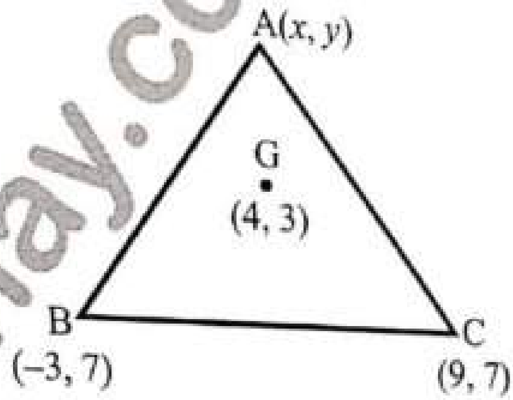
$$\equiv\left(\frac{ax_1+bx_2+cx_3}{a+b+c},\frac{ay_1+by_2+cy_3}{a+b+c}\right)$$

$$\equiv\left(\frac{\sqrt{26}\times(-3)+\sqrt{52}(-2)+\sqrt{26}\times(3)}{\sqrt{26}+\sqrt{52}+\sqrt{26}},\frac{\sqrt{26}\times(-2)+\sqrt{52}(3)+\sqrt{26}(2)}{\sqrt{26}+\sqrt{52}+\sqrt{26}}\right)$$

$$\equiv\left(\frac{-2\sqrt{52}}{\sqrt{26}\left(2+\sqrt{2}\right)},\frac{3\sqrt{52}}{\sqrt{26}\left(2+\sqrt{2}\right)}\right)$$

$$\equiv\left(\frac{-2\sqrt{2}}{\left(2+\sqrt{2}\right)},\frac{3\sqrt{2}}{\left(2+\sqrt{2}\right)}\right)$$

Solⁿ 84.



$\because\ G=\left(\frac{x_1+x_2+x_3}{3},\frac{y_1+y_2+y_3}{3}\right)$

$\Rightarrow G=\left(\frac{x-3+9}{3},\frac{y+7+7}{3}\right)$

$\Rightarrow (4,3)\equiv\left(\frac{x-6}{3},\frac{y+14}{3}\right)$

$\therefore\ \frac{x+6}{3}=4,\ \Rightarrow x=4\times3-6=6$

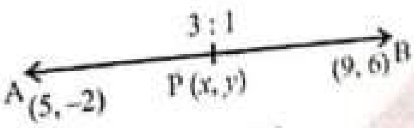
$\therefore\ \frac{y+14}{3}=3,\ \Rightarrow y=3\times3-14=-5$

$\therefore\ (x,y)=(6,-5)$

एक त्रिभुज का क्षे. जिसके शीर्ष $(x_1,y_1),(x_2,y_2)$ और (x_3,y_3) हैं।

$=\left|\frac{1}{2}\left(6(7-7)-3(7+5)+9(-5-7)\right)\right|=72$ वर्ग ईकाई

Solⁿ 85.

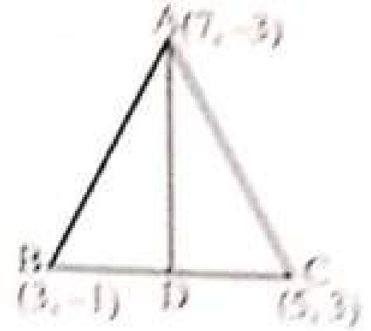


$(x,y)=\left(\frac{9\times3+1\times5}{3+1},\frac{6\times3+1\times-2}{3+1}\right)=(8,4)$

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

Sol® 86.



मध्य बिन्दु $= \left(\frac{3+5}{2}, \frac{-1+3}{2}\right) = (4, 1)$

माध्यिका AD की लम्बाई $= \sqrt{(7-4)^2 + (-3-1)^2}$

$= \sqrt{9+16} = 5$ इकाई

Sol® 87.

मध्य बिन्दु का y- निर्देशांक $= 1 = \frac{b+b+4}{2}$

$\Rightarrow \quad 1 = \frac{2b+4}{2} \qquad \Rightarrow b = -1$

Sol® 88. उदाहरण नं 56 देखें

Sol® 89. $x^2 + y^2 = 16$

और $x + y = 16$

दोनों समीकरण हल करने पर $= x^2 + (16 - x)^2 = 16$

$\Rightarrow \quad x^2 - 16x + 120 = 0$

यहाँ x एक काल्पनिक संख्या है। इसलिए कटान बिन्दुओं की संख्या शून्य होगी।

विधि - 2

वृत्त की समीकरण

$x^2 + y^2 = 16 = (r)^2$

त्रिज्या $r = 4$ और केन्द्र $(0, 0)$

रेखा $x + y - 16 = 0$ की मूल बिन्दु $(0, 0)$ से दूरी

$$d = \left|\frac{0-16}{\sqrt{1^2+1^2}}\right| = \frac{16}{\sqrt{2}} = 8\sqrt{2}$$

$d > r$ इसलिए रेखा वृत्त को नहीं काटेगी इसलिए यहाँ कटान बिन्दुओं की संख्या शून्य होगी।

Sol® 90.

रेखा AB और CD के ढलान का गुणनफल $= -1$

$m_1 \cdot m_2 = -1$

$\left(\frac{7+2}{-5-6}\right)\left(\frac{k ...}{k ...}\right) = -1$ [illegible]

$\left(\frac{-9}{3}\right) [illegible] = -1$

[illegible] $= -15 \Rightarrow -12 = 3k$

$k = \frac{-4}{3}$ [illegible]

Sol® 91. उदाहरण 27 देखें

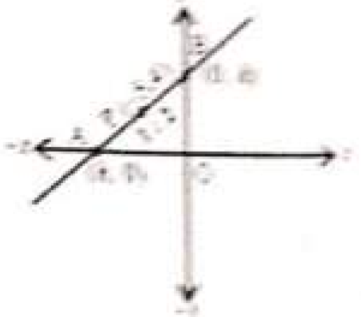
Sol® 92. $\tan\theta = \left|\frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2}\right|$ का प्रयोग करें

जहाँ m_1 और m_2 रेखा की प्रवणता है।

Sol® 93. केन्द्रक सूत्र का प्रयोग करें।

$$(x, y) \equiv \left(\frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}\right)$$

Sol® 94.



बिन्दु P(−5, 4) AB को आन्तरिक रूप से 1 : 2 में बाटता है।

$-5 = \frac{2 \times k + 1 \times 0}{1+2} \Rightarrow k = \frac{-15}{2}$

Scanned by CamScanner

बिन्दु $\left(\frac{-15}{2},0\right)$ और $(-5,4)$ से गुजरने वाली रेखा की समीकरण

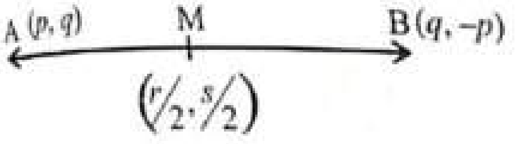
$$(y-4)=\frac{4-0}{-5+\frac{15}{2}}(x+5)$$

$$5(y-4)=8(x+5)$$

$$8x-5y+60=0$$

Solⁿ95. उदाहरण 47 देखें

Solⁿ96.



$$\frac{r}{2}=\frac{p+q}{2}\Rightarrow p+q=r \qquad ...(i)$$

$$\frac{s}{2}=\frac{q-p}{2}\Rightarrow q-p=s \qquad ...(ii)$$

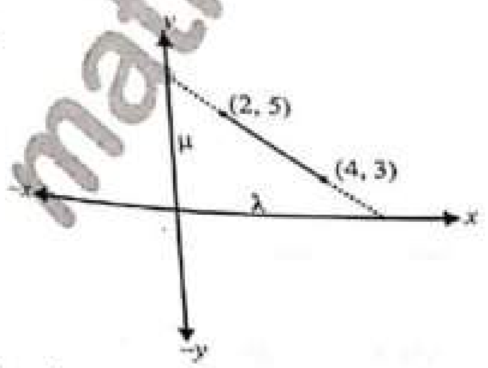
$$AB=\sqrt{(p-q)^2+(q+p)^2}$$

$$=\sqrt{(s)^2+(r)^2}=\left(r^2+s^2\right)^{\frac{1}{2}}$$

Solⁿ97. रेखा $x+3y-10=0$ और $2x+y-5=0$ को हल करने पर कटान बिन्दु $(1,3)$ है।
अतः बिन्दु $(1,3)$ और मूल बिन्दु $(0,0)$ के बीच की दूरी

$$d=\sqrt{(1-0)^2+(3-0)^2}=\sqrt{10}$$

Solⁿ98.



बिन्दु $(2,5)$ और $(4,3)$ से गुजरने वाली रेखा की समीकरण

$$y-3=\frac{5-3}{2-4}(x-4)=-(x-4)$$

$$\Rightarrow y-3=4-x$$

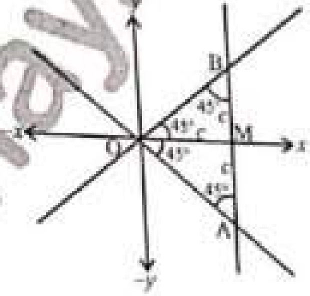
$$\Rightarrow x+y=7$$

$$\Rightarrow \frac{x}{7}+\frac{y}{7}=1$$

$\left(\frac{x}{\lambda}+\frac{y}{\mu}=1\right)$ के साथ तुलना करने पर।

$\lambda=\mu=7$

Solⁿ 99.



रेखा 1 : $y-x=0 \Rightarrow x=y$
रेखा 2 : $y+x=0 \Rightarrow x=-y$
रेखा 3 : $x=c$

$$OAB \text{ का क्षेत्रफल}=\frac{1}{2}\times AB\times OM$$

$$=\frac{1}{2}\times 2c\times c=c^2$$

Solⁿ 100. माना रेखा $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$ और $\frac{x}{b}+\frac{y}{a}=1$ के कटान बिन्दु से होकर जाने वाली रेखा की समीकरण है–

$$\left(\frac{x}{a}+\frac{y}{b}-1\right)+\lambda\left(\frac{x}{b}+\frac{y}{a}-1\right)=0 \qquad ...(1)$$

∵ रेखा मूल बिन्दु $(0,0)$ से गुजरती है।
इसलिए $x=y=0$ रखने पर

$(-1)+\lambda(-1)=0$

$\lambda=-1$

$\lambda=-1$ समीकरण (1) में रखने पर

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

$$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}-1-\frac{x}{b}-\frac{y}{a}+1=0$$

$$x\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\right)+y\left(\frac{1}{b}-\frac{1}{a}\right)=0$$

$$\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\right)(x-y)=0 \Rightarrow x-y=0$$

Solⁿ 101. $x\cos\theta+y\sin\theta=2$

$$\Rightarrow y\sin\theta=-x\cos\theta+2$$

$$y=-x\cot\theta+2\operatorname{cosec}\theta$$

$$m_1=-\cot\theta$$

$$x-y=3 \Rightarrow y=x-3$$

$$m_2=1$$

दोनों रेखाएँ एक दूसरे के लम्बवत हैं, इसलिए

$$m_1.m_2=-1$$

$$(-\cot\theta).(1)=-1 \Rightarrow \cot\theta=1$$

$$\theta=\pi/4$$

Solⁿ 102. $(x_1,y_1)\equiv\left(\sqrt{b^2-a^2},0\right)$

$$(x_2,y_2)\equiv\left(-\sqrt{b^2-a^2},0\right)$$

बिन्दुओं (x_1, y_1) और (x_2, y_2) से रेखा $ax\cos\phi+by\sin\phi-ab=0$ के बीच की दूरियों का गुणनफल

$$\Rightarrow P_1.P_2=\left|\frac{ax_1\cos\phi+by_1\sin\phi-ab}{\sqrt{a^2\cos^2\phi+b^2\sin^2\phi}}\right|.\left|\frac{ax_2\cos\phi+by_2\sin\phi-ab}{\sqrt{a^2\cos^2\phi+b^2\sin^2\phi}}\right|$$

$$=\left|\frac{a\sqrt{b^2-a^2}\cos\phi-ab}{\sqrt{a^2\cos^2\phi+b^2\sin^2\phi}}\right|.\left|\frac{-a\sqrt{b^2-a^2}\cos\phi-ab}{\sqrt{a^2\cos^2\phi+b^2\sin^2\phi}}\right|$$

$$=\left|\frac{-\left(a\sqrt{b^2-a^2}\cos\phi-ab\right)\left(a\sqrt{b^2-a^2}\cos\phi+ab\right)}{a^2\cos^2\phi+b^2\sin^2\phi}\right|$$

$$=\left|\frac{-\left(a^2(b^2-a^2)\cos^2\phi-a^2b^2\right)}{a^2\cos^2\phi+b^2(1-\cos^2\phi)}\right|$$

$$=\left|\frac{a^2\left\{b^2-(b^2-a^2).\cos^2\phi\right\}}{\left\{b^2-(b^2-a^2).\cos^2\phi\right\}}\right|$$

$$=a^2$$

विधि - 2

हम $\phi=0$ रख सकते है, क्योंकि उत्तर ϕ पर निर्भर नहीं करता है। तब रेखा होगी $ax=ab \Rightarrow x-b=0$

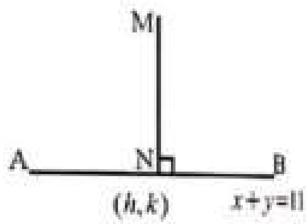
$$P_1.P_2=\left|\frac{x_1-b}{\sqrt{1^2}}\right|\left|\frac{x_2-b}{\sqrt{1^2}}\right|$$

$$=\left|\sqrt{b^2-a^2}-b\right|\left|-\sqrt{b^2-a^2}-b\right|$$

$$=\left|-\left(\sqrt{b^2-a^2}-b\right)\left(\sqrt{b^2-a^2}+b\right)\right|$$

$$=\left|-(b^2-a^2-b^2)\right| \quad =a^2$$

Solⁿ 103.



$$x+y=11 \Rightarrow y=-x+11 \quad \Rightarrow m_1=-1$$

$MN \perp AB$

दोनों रेखाओं की प्रवणता का गुणफल $=-1$

$$m_1.m_2=-1$$

$$\left(\frac{k-3}{h-2}\right).(-1)=-1$$

$$k-3=h-2$$

$$h-k=-1 \quad ...(1)$$

बिन्दु (h, k) रेखा $x+y=11$ पर है।

$$h+k=11 \quad ...(2)$$

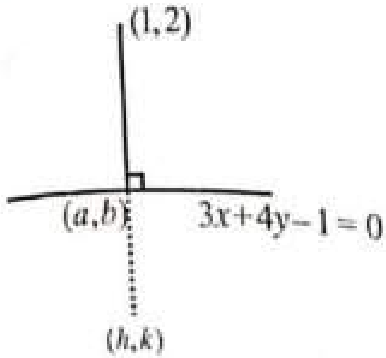
समीकरण (1) और (2) को हल करने पर

$$(h,k)\equiv(5,6)$$

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

Solⁿ 104.



हम पिछले विधि द्वारा लम्ब का पाद (a, b) ज्ञात करेंगे।

लम्ब का पाद होगा– $(a,b)\equiv\left(\frac{-1}{5},\frac{2}{5}\right)$

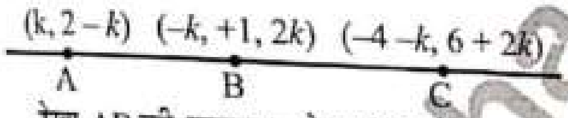
(a, b) बिन्दुओं (h, k) और $(1, 2)$ का मध्य बिन्दु होगा।

$\frac{-1}{5}=\frac{h+1}{2}\Rightarrow h=\frac{-7}{5}$

$\frac{2}{5}=\frac{k+2}{2}\Rightarrow k=\frac{-6}{5}$

$(h,k)\equiv\left(\frac{-7}{5},\frac{-6}{5}\right)$

Solⁿ 105.



रेखा AB की प्रवणता = रेखा BC की प्रवणता

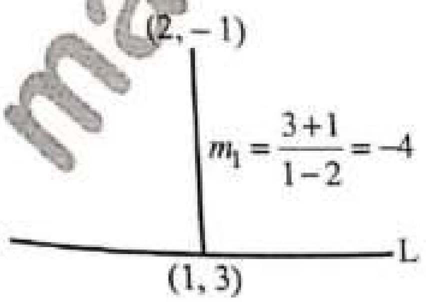
$\frac{2k-2+k}{-k+1-k}=\frac{6+2k-2k}{-4-k+k-1}$

$\frac{3k-2}{-2k+1}=\frac{6}{-5}$

$-15k+10=-12k+6$

$3k-4=0\Rightarrow k=4/3$

Solⁿ 106.



रेखा L की प्रवणता $=\frac{-1}{m_1}=\frac{-1}{-4}=\frac{1}{4}$

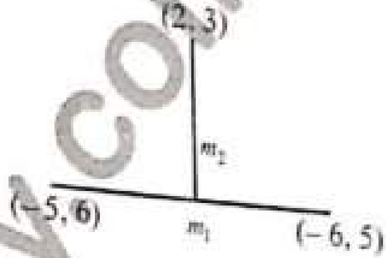
रेखा L की समीकरण होगी–

$(y-3)=\frac{1}{4}(x-1)$

$4(y-3)=x-1$

$x-4y+11=0$

Solⁿ 107.



$m_1 \cdot m_2=-1$

$\left(\frac{6-5}{-5+6}\right)m_2=-1$

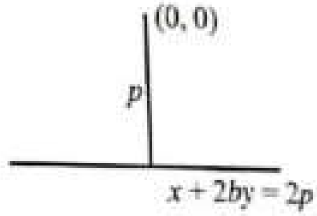
$m_2=-1$

रेखा की समीकरण जिसकी प्रवणता m_2 है और बिन्दु $(2, 3)$ से गुजरती है, होगी–

$y-3=-1(x-2)$

$x+y-5=0$

Solⁿ 108.



मूल बिन्दु $(0, 0)$ की रेखा $x+2by-2p=0$ से दूरी

$$p=\left|\frac{0+0-2p}{\sqrt{(1)^2+(2b)^2}}\right|$$

$p^2=\frac{4p^2}{1+4b^2}\Rightarrow 1+4b^2=4$

$4b^2=4-1=3$

$b^2=\frac{3}{4}\quad\Rightarrow b=\frac{\sqrt{3}}{2}$

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

Solⁿ 109. $y=(2-\sqrt{3})x+5 \Rightarrow m_1=2-\sqrt{3}$

$y=(2+\sqrt{3})x-7 \Rightarrow m_2=2+\sqrt{3}$

माना रेखाओं के बीच का कोण θ है।

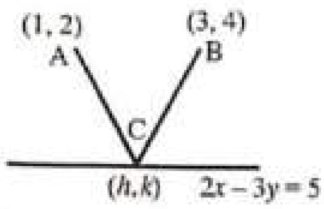
$$\tan\theta=\left|\frac{m_2-m_1}{1+m_1.m_2}\right|$$

$$\tan\theta=\left|\frac{2+\sqrt{3}-2+\sqrt{3}}{1+(2-\sqrt{3}).(2+\sqrt{3})}\right|$$

$$\tan\theta=\sqrt{3}$$

$$\theta=60^\circ$$

Solⁿ 110.



AC = AB

$\Rightarrow \sqrt{(k-2)^2+(h-1)^2}=\sqrt{(k-4)^2+(h-3)^2}$

हल करने पर

$h+k=5$ ...(1)

बिन्दु (h, k) रेखा $2x-3y=5$ पर है।

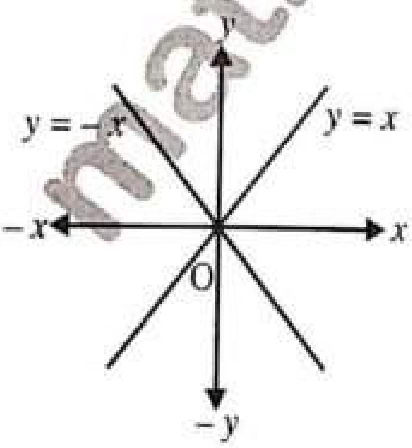
इसलिए $2h-3k=5$ ...(2)

समीकरण (1) और (2) को हल करने पर

$(h,k)\equiv(4,1)$

Solⁿ 111. $x+y=0 \Rightarrow y=-x$

$x-y=0 \Rightarrow y=x$



बिन्दु जो जो रेखा $y=x$ और $y=-x$ से समान दूरी पर है, x-अक्ष और y-अक्ष पर होंगे।

$y=0$ और $x=0$

इसलिए बिन्दु पथ $xy=0$ है।

Solⁿ 112. $2x+2y+4+k(6x-y+12)=0$

$\Rightarrow x(2+6k)+y(3-k)+12k+4=0$

रेखा की प्रवणता $m_1=\frac{-(2+6k)}{3-k}$

$7x+5y+4=0 \Rightarrow$ प्रवणता $m_2=\frac{-7}{5}$

दोनों रेखाएँ लम्बवत है

$m_1.m_2=-1$

$\Rightarrow \left(\frac{-(2+6k)}{3-k}\right)\left(\frac{-7}{5}\right)=-1$

$14+42k=5k-15$

$37k=-29 \Rightarrow k=\frac{-29}{37}$

Solⁿ 113. $A(\lambda, 2-2\lambda)\, B(-\lambda+1, 2\lambda)\, \&\, C(-\lambda, 6-2\lambda)$

त्रिभुज ABC का क्षेत्रफल

$$\Delta=\frac{1}{2}(x_1(y_2-y_3)+x_2(y_3-y_1)+x_3(y_1-y_2))$$

$$\{\lambda(2\lambda-6+2\lambda)+(-\lambda+1)(6-2\lambda-2+2\lambda)$$

$$+(-4-\lambda)(2-2\lambda-2\lambda)\}$$

$$140=(4\lambda^2-6\lambda+4-4\lambda-8+16\lambda-2\lambda+4\lambda^2)$$

$$140=8\lambda^2+4\lambda-4$$

$$2\lambda^2+\lambda-36=0$$

$$2\lambda^2+9\lambda-8\lambda-36=0$$

$$\lambda(2\lambda+9)-4(2\lambda+9)=0$$

$$(\lambda-4)(2\lambda+9)=0$$

$$\lambda=4, \frac{-9}{2}$$

λ का पूर्णांक मान 4 है।

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

Sol^n 114. माना तीसरा शीर्ष (h, k) है, जो रेखा $y = x + 3$ पर है।

अतः $k = h + 3$

$(h, k) \equiv (h, h+3)$

तब तीनों शीर्ष हैं $(2, 1)$ $(3, -2)$ और $(h, h+3)$

त्रिभुज का क्षेत्रफल $\Delta = 5$

$$\frac{1}{2}\{x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)\} = 5$$

$$\frac{1}{2}\{2(-2 - h - 3) + 3(h + 3 - 1) + h(1 + 2)\} = 5$$

$$2(-5 - h) + 3(h + 2) + h(3) = 10$$

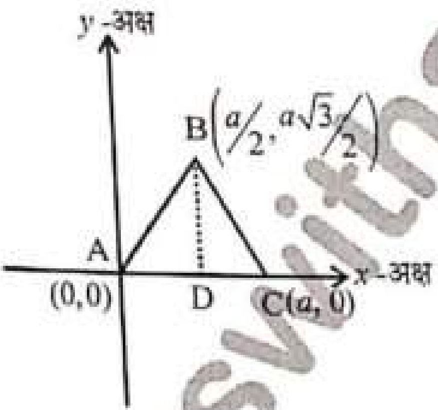
$$-10 - 2h + 3h + 6 + 3h = 10$$

$$4h = 14$$

$$h = \frac{7}{2}$$

$$(h, k) \equiv \left(\frac{7}{2}, \frac{7}{2} + 3\right) \equiv \left(\frac{7}{2}, \frac{13}{2}\right)$$

Sol^n 115.



$BD = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, $AD = \frac{a}{2}$

D मध्य बिन्दु है। BD ऊँचाई है।

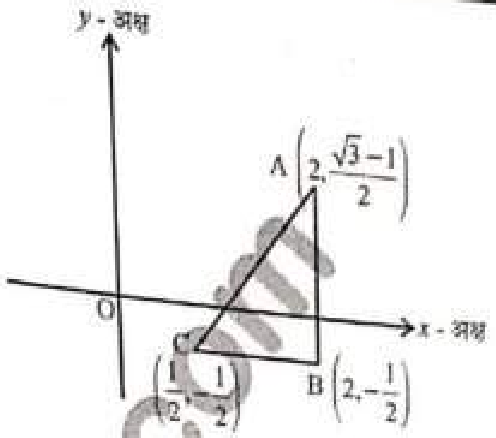
इसलिए ABC एक समबाहु त्रिभुज है।

तब, अंतः केन्द्र $\equiv$ केन्द्रक

$$\equiv \left(\frac{0 + a + \frac{a}{2}}{3}, \frac{0 + 0 + \frac{a\sqrt{3}}{2}}{3}\right)$$

$$\equiv \left(\frac{a}{2}, \frac{a\sqrt{3}}{6}\right)$$

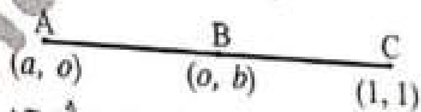
Sol^n 116.



त्रिभुज ABC एक समकोण त्रिभुज है।

इसलिए बिन्दु $B \equiv \left(2, -\frac{1}{2}\right)$ लम्बकेन्द्र होगा।

Sol^n 117.



AB और BC प्रवणता बराबर होंगी क्योंकि तीनों बिन्दु संरेखीय हैं। (एक ही रेखा पर)

रेखा AB की प्रवणता = रेखा BC की प्रवणता

$$\frac{b - 0}{0 - a} = \frac{1 - b}{1 - 0}$$

$$b = -a + ab$$

$$a + b - ab = 0$$

Sol^n 118. रेखा की समीकरण हल करने पर

रेखा $2x + y = 4$ और रेखा $x - y + 1 = 0$ का कटान बिन्दु $(1, 2)$ होगा।

रेखा $2x - y - 1 = 0$ और रेखा $x + y - 8 = 0$ का कटान बिन्दु $(3, 5)$ होगा।

रेखा की समीकरण $(1, 2)$ और $(3, 5)$ से गुजरेगी।

$$y - 2 = \frac{5 - 2}{3 - 1}(x - 1)$$

$$2y - 4 = 3x - 3$$

$$3x - 2y + 1 = 0$$

Sol^n 119. $p = \left|\frac{ax_1 + by_1 + c}{\sqrt{a^2 + b^2}}\right|$ सूत्र का प्रयोग करके

Sol^n 120. $d = \left|\frac{c_1 - c_2}{\sqrt{a^2 + b^2}}\right|$ सूत्र का प्रयोग करके

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

Solⁿ 121. माना रेखा है

$(2x-3y+1)+\lambda(x+y-2)=0$

$x(2+\lambda)+y(-3+\lambda)+1-2\lambda=0 \quad \ldots(1)$

रेखा y - अक्ष के समानंतर है $\Rightarrow x=$ नियतांक
समीकरण के अंदर y की कोई संख्या नहीं है।
इसलिए समीकरण (1) के अंदर y का गुणांक 0 होगा।

$-3+\lambda=0 \Rightarrow \lambda=3$

$\lambda=3$ समीकरण (1) में रखने पर

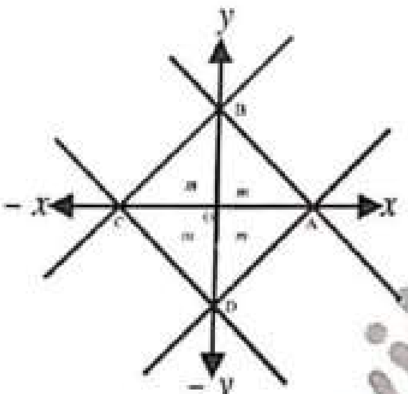
$x(3+2)+y(0)+1-2\times 3=0$

$5x-5=0$

$x=1$

Solⁿ 122. $|x|+|y|=m$

चार रेखाओं को दर्शाएगी।



$x+y=m$

$x-y=m$

$-x+y=m$

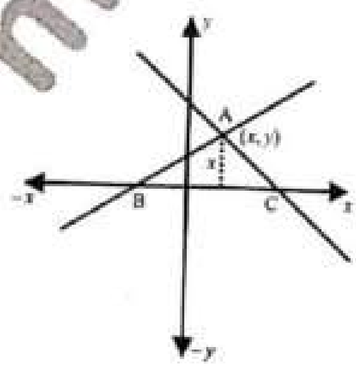
$-x-y=m$

$AB=BC=CD=DA=m\sqrt{2}$

वर्ग ABCD का क्षेत्रफल $=(AB)^2$

$=(m\sqrt{2})^2=2m^2$

Solⁿ 123.



$2x+y=4 \Rightarrow \frac{x}{2}+\frac{y}{4}=1$

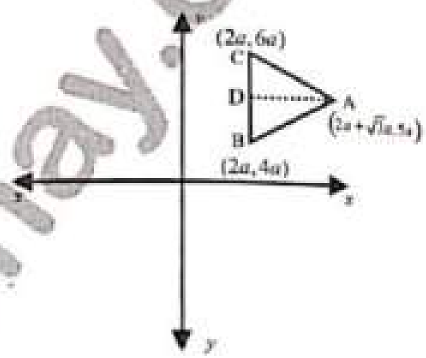
$x-y+1=0 \Rightarrow \frac{x}{-1}+\frac{y}{1}=1$

इस त्रिभुज का लम्ब बिन्दु A का x-निर्देशांक होगा। जो कि रेखा का कटान बिन्दु है।

$2x+y=4$ और $x-y+1=0$

हल करन पर $x=1$ ईकाई

Solⁿ 124.



$BC=6a-4a=2a$, यदि ABC एक सम्बाहु त्रिभुज है।

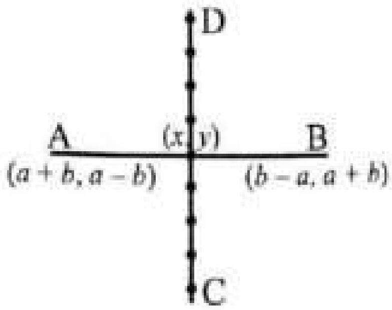
तब,

ऊँचाई $=\frac{\sqrt{3}}{2}$(भुजा) $=\frac{\sqrt{3}}{2}(2a)=\sqrt{3}a$

चित्र से $AD=2a+\sqrt{3}a-2a=\sqrt{3}a$

ऊँचाई समान है इसलिए त्रिभुज सम्बाहु त्रिभुज होगा।

Solⁿ 125.



रेखा CD पर सभी बिन्दु A और B से समान दूरी पर होंगे। अत: CD रेखा AB की लम्बसमद्विभाज है।

रेखा CD की प्रवणता $=\frac{-1}{\text{रेखा AB की प्रवणता}}$

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

$$= \frac{-1}{\frac{a+b-a+b}{b-a-a-b}} = \frac{2a}{2b} = \frac{a}{b}$$

$(x, y) \equiv$ (AB के मध्य बिन्दु)

$$\equiv \left(\frac{a+b+b-a}{2}, \frac{a-b+a+b}{2}\right)$$

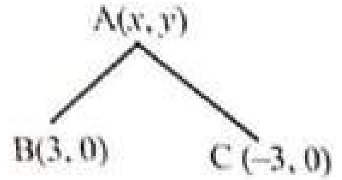
$$\equiv (b, a)$$

तब रेखा CD की समीकरण होगी

$$y-a = \frac{a}{b}(x-b)$$

$$by-ab = ax-ab \Rightarrow -ax+by=0$$

Solⁿ 126.



$$AB-AC=4$$

$$\sqrt{(3-x)^2+(0-y)^2}+\sqrt{(-3-x)^2+(0-y)^2}=4$$

$$\sqrt{(3-x)^2+y^2}+\sqrt{(-3-x)^2+y^2}=4$$

$$\sqrt{(3-x)^2+y^2}=4-\sqrt{(3+x)^2+y^2}$$

दोनों पक्षो में वर्ग करने पर

$$(3-x)^2+y^2=16+(3+x)^2+y^2-8\sqrt{(3+x)^2+y^2}$$

$$9+x^2-6x+y^2=16+9+x^2+6x+y^2-8\sqrt{(3+x)^2+y^2}$$

$$8\sqrt{(3+x)^2+y^2}=16+12x$$

$$2\sqrt{(3+x)^2+y^2}=4+3x$$

पुनः दोनों पक्षों का वर्ग करने पर

$$4(9+x^2+6x+y^2)=16+9x^2+24x$$

$$36+4x^2+24x+4y^2=16+9x^2+24x$$

$$5x^2-4y^2=20$$

$$\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{5}=1$$

Solⁿ 127. उदाहरण नं 31 देखें

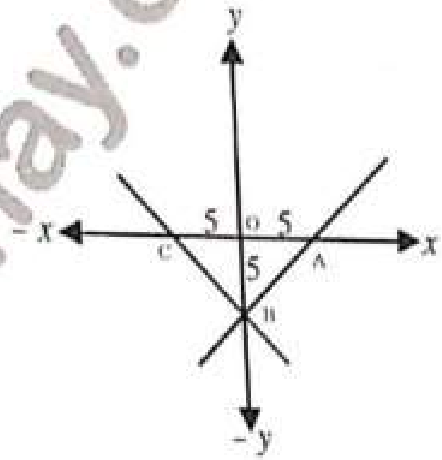
Solⁿ 128. $ax+by+c=0 \qquad c=0$

नियतांक शून्य है अतः रेखा मूल बिन्दु से गुजरेगी

Solⁿ 129. $y=|x|-5$ दो रेखाएँ होंगी।

$$y=x-5 \quad \Rightarrow \quad \frac{x}{5}+\frac{y}{-5}=1$$

$$y=-x-5 \quad \Rightarrow \quad \frac{x}{-5}+\frac{y}{-5}=1$$



AC = 5 + 5 = 10 इकाई

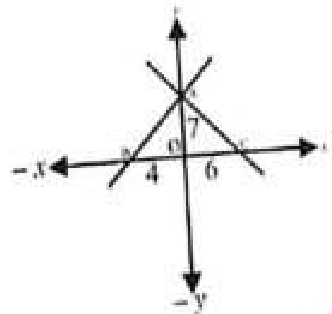
BO = 5 इकाई

ΔABC का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} \times AC \times OB$

$$= \frac{1}{2} \times 10 \times 5$$

= 25 वर्ग इकाई

Solⁿ 130. $\frac{x}{6}+\frac{y}{7}=1, \; \frac{x}{-4}+\frac{y}{7}=1$ और x-अक्ष



Scanned by CamScanner

BC = 4 + 6 = 10 इकाई

AO = 7 इकाई

त्रिभुज का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} \times BC \times OA$

$= \frac{1}{2} \times 10 \times 7$

= 35 इकाई

Sol^n 131. रेखा $3x - 4y - 12 = 0$ के लम्बवत रेखा की समीकरण होगी

$$4x + 3y = \lambda \Rightarrow \frac{x}{\frac{\lambda}{4}} + \frac{y}{\frac{\lambda}{3}} = 1$$

रेखा और अक्षों के द्वारा बनाए गए त्रिभुज का क्षेत्रफल

$$= \frac{1}{2} \times \frac{\lambda}{4} \times \frac{\lambda}{3}$$

$$\Rightarrow 24 = \frac{\lambda^2}{24}$$

$$\Rightarrow \lambda^2 = (24)^2$$

$$\Rightarrow \lambda = \pm 24$$

अत: रेखा $\Rightarrow 4x + 3y = \pm 24$

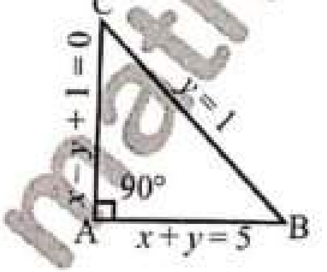
Sol^n 132.

$x + y = 5$ ...(1)

$x - y + 1 = 0$ ...(2)

$y = 1$ ...(3)

समीकरण (1) और (2) लम्बवत रेखाओं को दर्शाती हैं।



B और C का मध्य बिन्दु परिकेन्द्र होगा।

बिन्दु B ≡ (4,1) और C ≡ (0,1)

हल करने पर

परिकेन्द्र $\equiv \left(\frac{4+0}{2}, \frac{1+1}{2}\right) \equiv (2,1)$

Sol^n 133.

$(x_1, y_1) \equiv (p, q+r), (x_2, y_2) \equiv (p, q-r), (x_3, y_3) \equiv (-p, r)$

$$\Delta = \left|\frac{1}{2}\{x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)\}\right|$$

$$= \left|\frac{1}{2}\{p(q - r - r) + p(r - q - r) - p(q + r - q + r)\}\right|$$

$$= \left|\frac{1}{2}(pq - 2pr - pq - 2pr)\right|$$

$$= \left|\frac{1}{2}(-4pr)\right| = 2pr$$

Sol^n 134. रेखा $2x + 6y = -7$ के समानंतर रेखा की समीकरण होगी

$$2x + 6y = \lambda \Rightarrow \frac{x}{\frac{\lambda}{2}} + \frac{y}{\frac{\lambda}{6}} = 1$$

निर्देशांक अक्षों के बीच अंत:खण्ड की लम्बाई $= \sqrt{a^2 + b^2}$

$$10 = \sqrt{\left(\frac{\lambda}{2}\right)^2 + \left(\frac{\lambda}{6}\right)^2} = \sqrt{\frac{10\lambda^2}{36}}$$

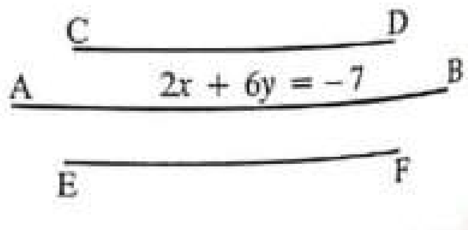
$$100 = \frac{10\lambda^2}{36}$$

$$\lambda^2 = 360$$

$$\lambda = \pm\sqrt{360}$$

λ की दो संख्या है इसलिए दो रेखाएँ संभव हैं।

विधि 2:



mathswithabhinav.com

Scanned by CamScanner

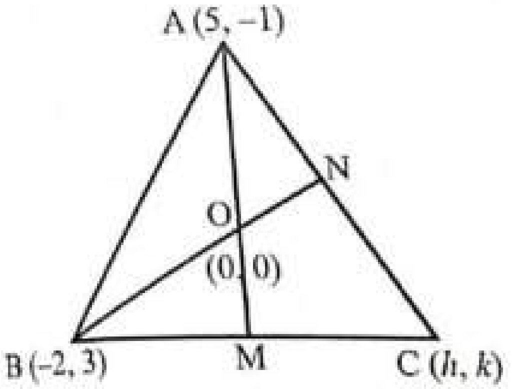
यदि AB एक रेखा है, तब केवल दो रेखाएँ CD और EF संभव है।

135. यदि मूल बिन्दु को (h, k) स्थानान्तरित करते है, तब (x, y) के नए निर्देशांक $(x-h, y-k)$ होंगे।

यहाँ मूल बिन्दु को $(2, 2)$ से स्थानान्तरित करते हैं।

$(4, -2)$ के नये निर्देशांक $(4-2, -2-2) \equiv (2, -4)$ होंगे।

Sol^n 136.



AM ⊥ BC

AM और BC की प्रवणता का गुणनफल $= -1$

$$\left(\frac{0+1}{0-5}\right)\cdot\left(\frac{k-3}{h+2}\right) = -1$$

$\Rightarrow \quad 5h - k = -13 \quad \ldots(i)$

BN ⊥ AC

BN और AC की प्रवणता का गुणनफल $= -1$

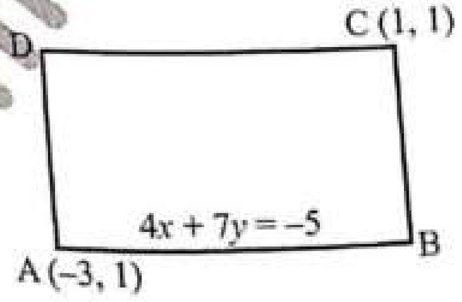
$$\left(\frac{k+1}{h-5}\right)\cdot\left(\frac{3-0}{-2-0}\right) = -1$$

$\Rightarrow 2h - 3k = 13 \quad \ldots(ii)$

समीकरण (i) और (ii) को हल करने पर

$(h, k) = (-4, 7)$

Sol^n 137.



हम रेखा $4x + 7y = -5$ पर बिन्दु $(-3, 1)$ लेते है, क्योंकि यह रेखा की समीकरण को संतुष्ट करता है।

BC की समीकरण $\Rightarrow 7x - 4y = \lambda$

(यह AB के लम्बवत है।)

यह $(1, 1)$ से होकर गुजरता है।

$x = 1, y = 1$ रखने पर

$7 \times 1 - 4 \times 1 = \lambda \Rightarrow \lambda = 3$

अत: समीकरण $\Rightarrow 7x - 4y = 3$

Sol^n 138. आवश्यक रेखा के समीकरण होगी

$$(2x - 3y + 4) + \lambda(3x + 4y - 5) = 0$$

$$x(2 + 3\lambda) + y(-3 + 4\lambda) + 4 - 5\lambda = 0 \quad \ldots(i)$$

प्रवणता $m_1 = -\left(\frac{2+3\lambda}{-3+4\lambda}\right)$

यह रेखा $3x - 4y = 5$ के लम्बवत होगी

$\Rightarrow m_2 = \frac{3}{4}$

अत: $m_1 . m_2 = -1$

$$-\left(\frac{2+3\lambda}{-3+4\lambda}\right)\left(\frac{3}{4}\right) = -1$$

$6 + 9\lambda = 16\lambda - 12$

$18 = \lambda \Rightarrow \lambda = \frac{18}{7}$

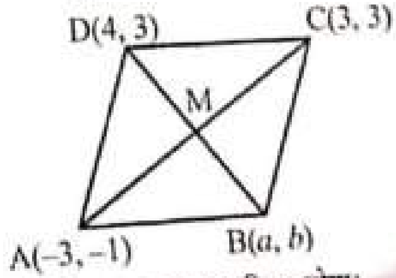
समीकरण (i) में λ की संख्या रखने पर

$$\frac{68x}{7} + \frac{y51}{7} - \frac{62}{7} = 0$$

$\Rightarrow 68x + 51y = 62$

$\Rightarrow 4x + 3y = \frac{62}{17}$

Sol^n 139.



M रेखा AC और BD का मध्य बिन्दु होगा।

$$M \equiv \left(\frac{-3+3}{2}, \frac{-1+3}{2}\right) \equiv \left(\frac{a+4}{2}, \frac{b+3}{2}\right)$$

mathswithabhinay.com

Scanned by CamScanner

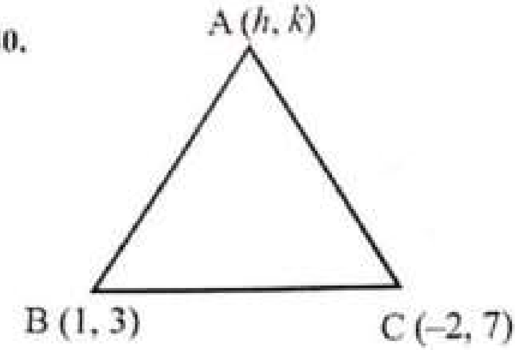
$$(0,1)=\left(\frac{a+4}{2},\frac{b+3}{2}\right)$$

$$\frac{a+4}{2}=0\Rightarrow a=-4$$

$$\frac{b+3}{2}=1\Rightarrow b=-1$$

अत: $\frac{a}{b}=\frac{4}{1}$

Solⁿ 140.



जब, $AB=AC \Rightarrow AB^2=AC^2$

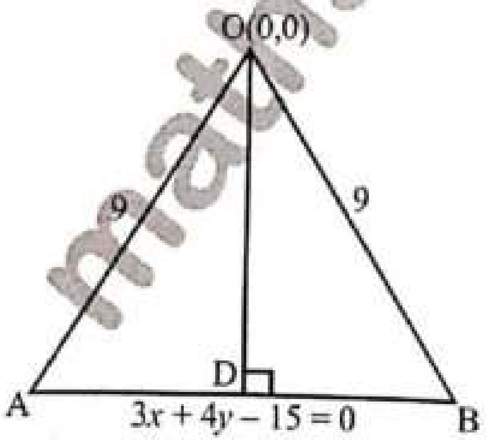
$$\Rightarrow (h-1)^2+(k-3)^2=(h+2)^2+(k-7)^2$$

$$\Rightarrow h^2-2h+1+k^2+9-6k=h^2+4+4h+k^2+99-14k$$

$$\Rightarrow 6h-8k=-43$$

विकल्प की जाँच करने पर $\left(\frac{5}{6},6\right)$ समीकरण को संतुष्ट करेगा।

Solⁿ 141.



OD = बिन्दु (0, 0) से रेखा $3x+4y+5=0$ की दूरी

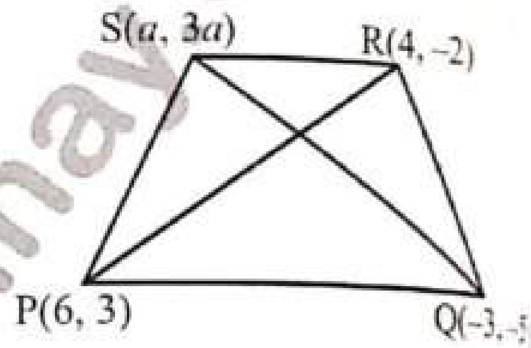
$$OD=\left|\frac{0+0-15}{\sqrt{3^2+4^2}}\right|=3$$

$$BD=\sqrt{OB^2-DB^2}=\sqrt{9^2-3^2}=\sqrt{72}=6\sqrt{2}$$

$AB=2\times BD=12\sqrt{2}$ (OAB एक समद्विबाहु त्रिभुज है)

त्रिभुज OAB का क्षेत्रफल $=\frac{1}{2}\times 12\sqrt{2}\times 3=18\sqrt{2}$

Solⁿ 142.



त्रिभुज PQR का क्षेत्रफल

$$=\left|\frac{1}{2}(6(-5+2)-3(-2-3)+4(3+5))\right|=\frac{29}{2}$$

त्रिभुज SRQ का क्षेत्रफल

$$=\left|\frac{1}{2}(a(-2+5)+4(-5-3a)-3(3a+2))\right|=9a+13$$

$$\frac{\Delta PQR \text{ का क्षे.}}{\Delta SRQ \text{ का क्षे.}}=\frac{2}{1}$$

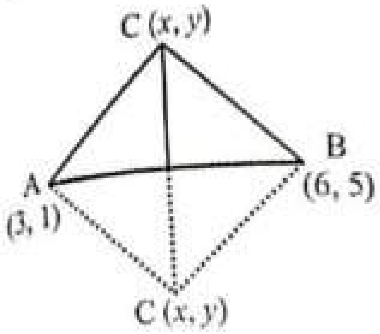
$$\frac{\frac{29}{2}}{9a+13}=\frac{2}{1} \quad\Rightarrow 29=36a+52$$

$$36a=-23 \quad\Rightarrow a=-\frac{23}{36}$$

mathswithabhinay.com

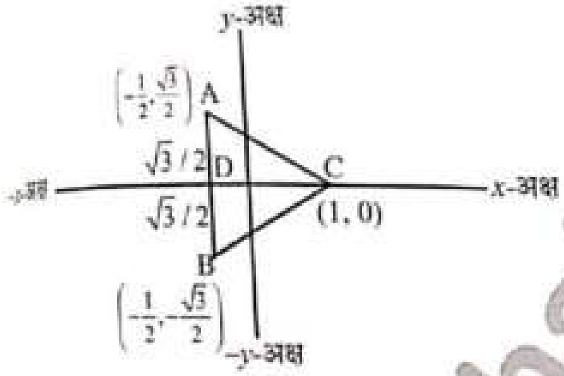
Scanned by CamScanner

Solⁿ 143.



माना AB त्रिभुज ACB का आधार है, दोनों स्थिति में ...अंतर दो बिन्दु C (x,y) संभव हैं जिनकी AB से लम्बवत दूरी ...मान है।

Solⁿ 144.

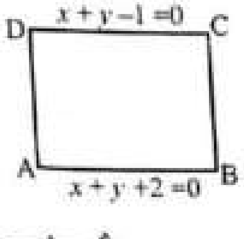


$$AB = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$$

$$DC = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}(\sqrt{3}) = \frac{\sqrt{3}}{2}(\text{side AB})$$

यहाँ DC त्रिभुज की ऊँचाई है, जो समबाहु त्रिभुज की ऊँचाई भी है अत: ABC एक समबाहु त्रिभुज है, इसलिए सभी केन्द्र एक ही बिन्दु पर होंगे। लम्ब केन्द्र और परिकेन्द्र के बीच की दूरी शून्य होगी।

Solⁿ 145.

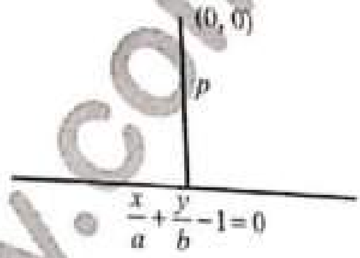


दोनों रेखाएँ समानंतर है।

इसलिए AB और CD के बीच की दूरी $= a = \left|\frac{2+1}{\sqrt{1^2+1^2}}\right|$

वर्ग ABCD का क्षेत्रफल $= a^2 = \frac{9}{2}$

Solⁿ 146.



$$p = \left|\frac{0+0-1}{\sqrt{\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}}}\right| = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}}}$$

$$\sqrt{\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}} = \frac{1}{p}$$

$$\frac{1}{p^2} = \frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}$$

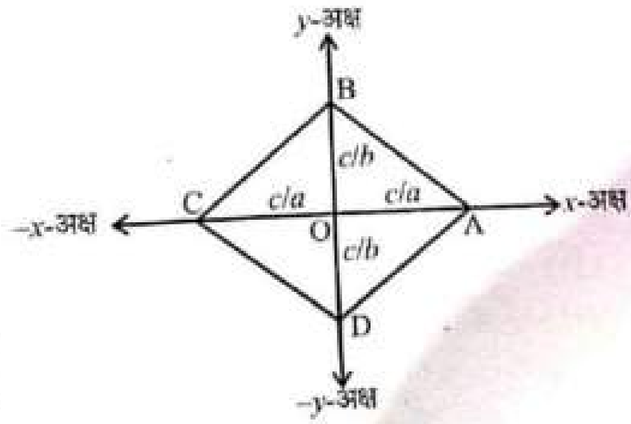
Solⁿ 147. $ax \pm by \pm c = 0$ चार रेखाओं की समीकरण जो है

$$ax + by + c = 0$$

$$ax + by - c = 0$$

$$ax - by + c = 0$$

$$ax - by - c = 0$$



mathswithabhinay.com

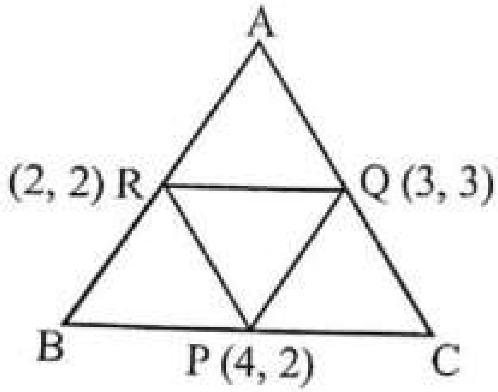
Scanned by CamScanner

विकर्ण $AC = \frac{2c}{a}$ और $BD = \frac{2c}{b}$

समचतुर्भज का क्षे.$= \frac{1}{2} d_1 d_2$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{2c}{a} \times \frac{2c}{b} = \frac{2c^2}{ab}$$

Sol^n 148. त्रिभुज का केन्द्रक और भुजाओं के मध्य बिन्दुओं को मिलाकर बनाए गए त्रिभुज का केन्द्रक समान होगा। इसलिए



त्रिभुज का केन्द्रक

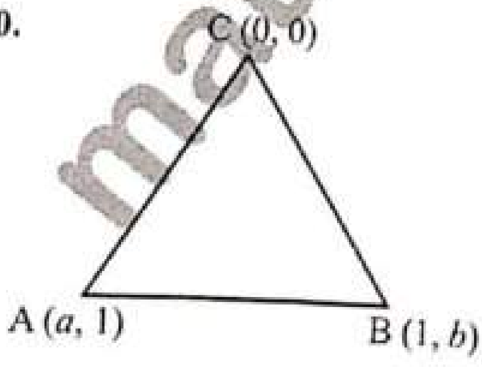
ABC ≡ त्रिभुज POR का केन्द्रक

$$= \left(\frac{4+3+2}{3}, \frac{2+3+2}{3}\right) \equiv \left(3, \frac{7}{3}\right)$$

Sol^n 149. रेखा $y = mx + c$ जहाँ m प्रवणता है और c, y-अंतःखण्ड है, यहाँ $m = -6$ और $c = 2$ तब रेखा की समीकरण होगी

$y = -6x + 2$ या $6x + y = 2$.

Sol^n 150.



AB = BC = CA

$$\sqrt{(a-1)^2 + (1-b)^2} = \sqrt{(1-0)^2 + (b-0)^2} = \sqrt{(a-0)^2 + (1-0)^2}$$

सभी पक्षों का वर्ग करने पर

$$(a-1)^2 + (1-b)^2 = 1 + b^2 = a^2 + 1$$

अंतिम दो पक्षों को लेने पर $(1 + b^2 = a^2 + 1)$

$$b = \pm a$$

प्रथम दो पक्षों को लेने पर

$$(a-1)^2 + (1-b)^2 = 1 + b^2$$

$$a^2 + 1 - 2a + b^2 + 1 - 2b = 1 + b^2$$

$$a^2 - 2a - 2b + 1 = 0$$

यदि हम $b = a$ रखते हैं।

$$a^2 - 4a + 1 = 0 \Rightarrow a = 2 \pm \sqrt{3}$$

$$a, b \in (0, 1)$$

$$a = 2 + \sqrt{3}$$

Scanned by CamScanner