চতুৰ্থ অধ্যায়

কেন্দ্ৰীয় প্ৰবৃত্তিৰ পৰিমাপ (গড়)

(MEASURES OF CENTRAL TENDENCY OR AVERAGES)

ভূমিকা ঃ

তথ্যৰ পৰিমাণ বেছি হ'লে স্বাভাৱিকতেই মানুহে বুজিবলৈ টান পায় আৰু মনতো ৰাখিব নোৱাৰে। আনহাতে প্ৰাথমিকভাৱে গৃহীত তথ্যবোৰ বিশৃংখল অৱস্থাত থকাৰ ফলত সহজতে বোধগম্য নহয়। তথ্যখিনিক সংক্ষিপ্ত আকাৰত উপস্থাপন কৰাটো সংখ্যাবিজ্ঞানৰ এটা মূল উদ্দেশ্য। তথ্যৰ সংক্ষিপ্তকৰণৰ প্ৰক্ৰিয়াবোৰ যেনে— বৰ্গীকৰণ, সাৰণীয়ন, লেখ বা চিত্ৰৰ কথা আমি আগতে পাই আহিছোঁ।

ওপৰৰ পদ্ধতিবোৰৰ বাহিৰেও তথ্য সংক্ষিপ্তকৰণৰ আন এক গাণিতিক প্ৰক্ৰিয়া আছে যাৰ দ্বাৰাই তথ্যখিনিৰ এটা প্ৰতিনিধিত্বমূলক মান উলিয়াব পাৰি। ফলত তথ্যখিনিৰ ধাৰা বা গতিবিধি সম্বন্ধে থূলমূলকৈ হ'লেও আভাস এটা পাব পাৰি আৰু সংশ্লিষ্ট সমস্যাটোৰ বাবে ভৱিষ্যৎ আঁচনি লোৱাত সুবিধা হয়। এই গাণিতিক প্ৰক্ৰিয়াবোৰক কেন্দ্ৰীয় প্ৰবৃত্তিৰ পৰিমাপ বা গড় বোলা হয়।

কোনো এটা শ্ৰেণীৰ মানবোৰৰ পৰা গড় উলিয়ালে দেখা যায় যে গড়ৰ মানটো শ্ৰেণীৰ মানবোৰৰ সোঁমাজত বা কেন্দ্ৰস্থলত অৱস্থান কৰে আৰু ইয়াৰ দুয়োফালে মানবোৰ সিঁচৰতি অৱস্থাত থাকে। সেয়েহে গড়ৰ পৰিমাপবোৰক কেন্দ্ৰীয় প্ৰবৃত্তিৰ পৰিমাপ বুলি কোৱা হয়।

গড়ৰ সংজ্ঞা ঃ

গড় হ'ল কোনো সংখ্যামূলক তথ্যৰ লঘুমান আৰু গুৰুমানৰ সোঁমাজত থকা এনে এটা মান যিটোৱে তথ্যখিনিৰ মানবোৰক কম-বেছি পৰিমাণে হ'লেও প্ৰতিনিধিত্ব কৰে। পলত তথ্যখিনিৰ কিছু বৈশিষ্ট্যৰ কথা জানিব পাৰি।

গড়ৰ উদ্দেশ্য ঃ

কোনো শ্ৰেণীৰ গড় নিৰ্ণয় কৰাৰ কেইটামান উদ্দেশ্য তলত উল্লেখ কৰা হ'ল—

1. শ্ৰেণীৰ মানবোৰক প্ৰতিনিধিত্ব কৰিব পৰা এটা মান নিৰ্ণয় কৰা। ফলত শ্ৰেণীটোৰ বিভিন্ন বৈশিষ্ট্য সম্বন্ধে বুজ ল'ব পাৰি।
2. গড়ৰ সহায়ত সদৃশ শ্ৰেণীবোৰৰ তুলনা সম্ভৱ আৰু সেইবোৰৰ তুলনামূলক বিচাৰ-বিশ্লেষণ কৰিব পাৰি।

3. সংশ্লিষ্ট বিভাজনটোৰ বাবে ভৱিষ্যৎ পৰিকল্পনা গ্ৰহণ কৰা সম্ভৱ।
4. গড়ে বিভাজনটো সম্বন্ধে থূলমূলকৈ আভাস এটা দিয়ে সঁচা, তথাপিও বিভাজনটোৰ প্ৰকৃতি আৰু গতিবিধি সম্বন্ধে জ্ঞান লাভ কৰিব পৰা যায়।

আদৰ্শ গড়ৰ বৈশিষ্ট্যবোৰ ঃ

আদৰ্শ গড়ৰ কেইটামান বৈশিষ্ট্য তলত উল্লেখ কৰা হ'ল—

1. ই বুজিবলৈ আৰু গণনা কৰিবলৈ সহজ হ'ব লাগে।
2. ইয়াৰ গণনা কাৰ্যত শ্ৰেণীটোৰ আটাই কেইটামান অন্তৰ্ভুক্ত হ'ব লাগে।
3. ইয়াৰ সংজ্ঞা সঠিক আৰু সুদৃঢ় হ'ব লাগে।
4. ইয়াৰ দ্বাৰাই বীজগণিতীয় সম্প্ৰসাৰণ সম্ভৱ হ'ব লাগে।
5. শ্ৰেণীটোত কিছু লঘুমান বা গুৰুমান থাকিলেও আদৰ্শ গড়টো বেছি প্ৰভাৱান্বিত হ'ব নালাগে।
6. প্ৰতিদৰ্শজ তাৰতম্যৰ দ্বাৰাই ই কম প্ৰভাৱান্বিত হ'ব লাগে।
7. সংশ্লিষ্ট শ্ৰেণীটোক প্ৰতিনিধিত্ব কৰিব পৰাটো আদৰ্শগড়ৰ এটা মূল বৈশিষ্ট্য।

সাংখ্যিকীয় পদ্ধতিবোৰৰ লগত জড়িত কেইটামান লাগতিয়াল শব্দৰ ধাৰণা ঃ

শব্দকেইটা হ'ল— চলক, শ্ৰেণী, অবৰ্গীকৃত আৰু বৰ্গীকৃত তথ্য, সাংকেতিক চিন।

চলক ঃ চলক হ'ল এটা জুখিব পৰা ৰাশি। ই এটা নিৰ্দিষ্ট সীমাৰ ভিতৰত সংখ্যামূলক মান গ্ৰহণ কৰে। চলক দুবিধ। যেনে— বিচ্ছিন্ন চলক আৰু অবিচ্ছিন্ন চলক। বিচ্ছিন্ন চলকবোৰে সাধাৰণতে এটা নিৰ্দিষ্ট সীমাৰ ভিতৰত অখণ্ড সংখ্যাবোৰ গ্ৰহণ কৰে। যেনে— এখন কলেজত ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ সংখ্যা, মাৰুতি উদ্যোগে উৎপাদন কৰা মটৰগাড়ী, গুৱাহাটী চহৰত থকা কাপোৰৰ দোকানবোৰ ইত্যাদি হ'ল বিচ্ছিন্ন চলকৰ উদাহৰণ। আনহাতে অবিচ্ছিন্ন চলকবোৰে এটা নিৰ্দিষ্টি সীমাৰ ভিতৰত যিকোনো সংখ্যামূলক মান (খণ্ড অথবা অখণ্ড সংখ্যা) গ্ৰহণ কৰে। যেনে— মানুহৰ উচ্চতা, ওজন, বস্তুৰ পৰিমাণ, তাপমাত্ৰা, বস্তুৰ মূল্য ইত্যাদি।

চলকবোৰক সাধাৰণতে X, Y, Z, P, T, D, S ইত্যাদি আখৰেৰে চিহ্নিত কৰা হয়। যদি চলকক X বুলি ধৰোঁ তেন্তে চলকৰ মানবোৰক $x_1, x_2, x_3, ...$ ইত্যাদি আখৰেৰে চিহ্নিত কৰা হ'ব। আনহাতে চলক Y- বুলি ধৰিলে ইয়াৰ মানবোৰক $y_1, y_2, y_3....$ ইত্যাদি আখৰেৰে চিহ্নিত কৰা হ'ব। ইত্যাদি।

ছিগ্‌মা প্ৰতীক চিন ($\sum$) ঃ

$\sum$ চিনটো ৰাশিৰ মানবোৰৰ যোগফলক প্ৰকাশ কৰিবলৈ ব্যৱহাৰ কৰা হয়।

যেনে— $x_1 + x_2 + x_3 + ... + x_n = \sum_{i=1}^{n} x_i, i = 1, 2, 3.... n$

অথবা

$$= \sum x$$

$\sum$ প্ৰতীক চিনৰ কেইটামান বীজগণিতীয় সম্বন্ধ

1. $Cx_1 + Cx_2 + \ldots + Cx_n = C\sum_{i=1}^{n} x_i$, য'ত C এটা ধ্ৰুৱক সংখ্যা

2. $\frac{x_1}{C} + \frac{x_2}{C} + \ldots + \frac{x_n}{C} = \frac{1}{C}(x_1 + x_2 + \ldots + x_n)$

$$= \frac{1}{C}\sum_{i=1}^{n} x_i$$

অৰ্থাৎ $\sum_{i=1}^{n} \frac{x_i}{C} = \frac{1}{C}\sum_{i=1}^{n} x_i$

3. $(x_1 \pm C) + (x_2 \pm C) + \ldots + (x_n \pm C) = (x_1 + x_2 + \ldots + x_n) \pm C(1 + 1 + 1 + \ldots n$ সংখ্যক পদ লৈ)

$$= \sum_{i=1}^{n} x_i \pm n.C$$

4. (a) $\sum_{1}^{10} 5 = 5 + 5 + \ldots 10$ টা পদ লৈ

$= 5 \times 10 = 50$

4. (b) $\sum_{1}^{n} a = na$

5. $x_1 + x_2 + \ldots + x_{10} = \sum_{i=1}^{10} x_i$

6. $f_1x_1 + f_2x_2 + \ldots + f_nx_n = \sum_{i=1}^{n} f_ix_i$, f বোৰ পৰিসংখ্যা বা বাৰংবাৰতা

বৰ্গীকৃত আৰু অবৰ্গীকৃত তথ্য ঃ

কোনো অনুসন্ধানত প্ৰাথমিকভাৱে সংগৃহীত তথ্যবোৰ সুশৃংখলভাৱে গৃহীত অৰ্থাৎ সমজাতীয় তথ্যবোৰ একে লগত নাথাকে— সেয়েহে এইবোৰ তথ্যক অবৰ্গীকৃত তথ্য বোলা হয়। আনহাতে সংগৃহীত তথ্যখিনি কোনো বৈশিষ্ট্যৰ ওপৰত ভিত্তি কৰি সজোৱা হ'লে বৰ্গীকৃত তথ্যৰ ৰূপ লয়।

ওপৰৰ কথাখিনি আগৰ শ্ৰেণীত পাই আহিছোঁ।

নির্দিষ্ট মানৰ শ্রেণী ঃ নির্দিষ্ট মানৰ সংখ্যাৰ সংহতিক শ্রেণী বোলা হয়। যেনে— 5, 12, 18, 20 ইত্যাদি।

নির্দিষ্ট মানৰ শ্রেণীটোৰ পৰা দুই ধৰণৰ বাৰংবাৰতা বিভাজন প্রস্তুত কৰিব পাৰি। যেনে— বিচ্ছিন্ন বাৰংবাৰতা বিভাজন আৰু অবিচ্ছিন্ন বাৰংবাৰতা বিভাজন।

বিচ্ছিন্ন শ্রেণীৰ উদাহৰণ ঃ

নম্বৰ	10	15	20	25
ছাত্ৰৰ সংখ্যা (বাৰংবাৰতা)	5	7	12	8

ইয়াত চলক হ'ল নম্বৰ আৰু ছাত্ৰ সংখ্যা হ'ল বাৰংবাৰতা।

অবিচ্ছিন্ন শ্রেণীৰ উদাহৰণ ঃ

নম্বৰ ঃ	0–10	10–20	20–30	30–40	40–50
ছাত্ৰ সংখ্যা ঃ	4	3	7	10	3

টোকা ঃ

শ্রেণী তিনিটা যেনে—

(i) নির্দিষ্ট মানৰ শ্রেণী

(ii) বিচ্ছিন্ন শ্রেণী

(iii) অবিচ্ছিন্ন শ্রেণী।

গড়ৰ বিভিন্ন পৰিমাপবোৰ ঃ

1. গাণিতিক গড় (A.M.) বা মাধ্য) 2. মধ্যমা (Median or Me)

3. বহুলক বা ম'ড (Mode ie Mo) 4. গুণোত্তৰ মাধ্য (G.M.) 5. হৰাত্মক গড় (H.M.)

এতিয়া আমি ওপৰৰ পৰিমাপবোৰ সম্বন্ধে আলোচনা কৰিম।

1. **গাণিতিক গড় বা মাধ্য (নির্দিষ্ট মানৰ শ্রেণী) ঃ**

যদি X চলকৰ n-সংখ্যক মান লোৱা হয় যেনে $x_1, x_2, x_3 ..... x_n$ তেন্তে এই মানবোৰক যোগ কৰি যোগফলক n ৰে হৰণ কৰিলে মাধ্যৰ মান পোৱা যায়। মাধ্যক $\bar{x}$ আখৰেৰে চিহ্নিত কৰিলে—

$\bar{x}$ ৰ মান হ'ব $$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + ...+x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

অথবা,

অৰ্থাৎ, $\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$ .... (1)

(1) নং সূত্ৰটোক প্ৰত্যক্ষ পদ্ধতিৰ অন্তৰ্ভুক্ত।

পৰোক্ষ পদ্ধতি বা সংক্ষিপ্ত পদ্ধতি বা কল্পিত গড় পদ্ধতি ঃ

ধৰা হ'ল, $d_i = x_i - A$, A হ'ল কল্পিত গড়ৰ মান

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^{n} di = \sum_{i=1}^{n} (x_i - A)$$ [উভয়পক্ষত n সংখ্যক মানৰ যোগফল লোৱা হৈছে]

$$\Rightarrow \sum d = \sum x - nA$$

($\sum$ চিনত বীজগণিতীয় সম্বন্ধত দেখুওৱা হৈছে)

উভয় পক্ষক n ৰে হৰণ কৰিলে পাওঁ, (i প্ৰতীকটো বাদ দিয়া হৈছে)

$$\frac{\sum d}{n} = \frac{\sum x}{n} - A$$

$$= \bar{x} - A$$

$$\therefore \quad \bar{x} = A + \frac{\sum d}{n} \quad .... (2)$$

(2) নং সূত্ৰটো সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিত অন্তৰ্ভুক্ত। ইয়াত n হ'ল মুঠ আৱেক্ষণৰ (observations) সংখ্যা।

মাধ্য (বিচ্ছিন্ন আৰু অবিচ্ছিন্ন শ্ৰেণীৰ ক্ষেত্ৰত)

যদি X চলকৰ মানবোৰ যেনে $x_1, x_2, x_3 .... x_n$
যথাক্ৰমে $f_1, f_2, f_3 .... f_n$ সংখ্যক বাৰ সংগঠিত হয়
তেন্তে মানবোৰৰ মাধ্য তলত দিয়া ধৰণে লিখা হয়।

$$\bar{x} = \frac{f_1x_1 + f_2x_2 + f_3x_3 + ... + f_nx_n}{n}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{n} f_i x_i}{n} \text{ বা } \frac{\sum fx}{n}$$

x	x_1	x_2	......	x_n
f	f_1	f_2	......	f_n

অৰ্থাৎ, $$\bar{x} = \frac{\sum fx}{n} \quad .... (3)$$

ইয়াত চলক হ'ল X আৰু f বোৰ বাৰংবাৰতা বা পৰিসংখ্যা।
আৰু n হ'ল মুঠ বাৰংবাৰতা অৰ্থাৎ $f_1 + f_2 + ... + f_n = n$

(3) নং সূত্ৰটো প্ৰত্যক্ষ পদ্ধতিত অন্তৰ্ভুক্ত।

টোকা ঃ

(1) বিচ্ছিন্ন শ্ৰেণীৰ ক্ষেত্ৰত (3) নং সূত্ৰটো ব্যৱহাৰ কৰিলে x বোৰ হ'ল চলকৰ মানবোৰ, f বোৰ ক্ৰমিক বাৰংবাৰতা আৰু 'n' হ'ল মুঠ বাৰংবাৰতা।

(2) আনহাতে, অবিচ্ছিন্ন শ্ৰেণীৰ ক্ষেত্ৰত (3) নং সূত্ৰটো ব্যৱহাৰ কৰিলে x বোৰ হ'ব বিভাগবোৰৰ মধ্যমান, f বোৰ পৰিসংখ্যা আৰু 'n' হ'ব মুঠ বাৰংবাৰতা।

বিচ্ছিন্ন আৰু অবিচ্ছিন্ন শ্ৰেণীৰ ক্ষেত্ৰত মাধ্য নিৰ্ণয়ৰ কল্পিত গড় বা সংক্ষিপ্ত পদ্ধতি ঃ

সূত্ৰ দুটা হ'ল— $\bar{x} = A + \frac{\sum f.d}{n}$ .... (4) [প্ৰমাণ (2) নং সূত্ৰৰ আধাৰত কৰিব পাৰি]

আৰু $\bar{x} = A + \frac{\sum fd^{/}}{n} \times c$ .... (5)

য'ত A = কল্পিত গড়

(বিচ্ছিন্ন শ্ৰেণীৰ ক্ষেত্ৰত চলকৰ মানবোৰ সোঁমাজৰ পৰা ল'লে সুবিধা হয় আৰু অবিচ্ছিন্ন শ্ৰেণীৰ ক্ষেত্ৰত বিভাগবোৰৰ মধ্যমানবোৰৰ সোঁমাজৰ পৰা ল'লে সুবিধা হয়)

$d_i = x_i - A,\ d^{/}_i = \frac{x_i - A}{i}$ [(4) আৰু (5) নম্বৰ সূত্ৰত 'i' চিনটো বাদ দিয়া হৈছে]

x বোৰ হ'ল চলকৰ মানবোৰ (বিচ্ছিন্ন শ্ৰেণীৰ ক্ষেত্ৰত)

x বোৰ হ'ল বিভাগবোৰৰ মধ্যমান (অবিচ্ছিন্ন শ্ৰেণীৰ ক্ষেত্ৰত)

C = বিভাগৰ অন্তৰাল

n = মুঠ বাৰংবাৰতা

টোকা ঃ

(1) বিচ্ছিন্ন আৰু অবিচ্ছিন্ন শ্ৰেণীৰ ক্ষেত্ৰত সাধাৰণতে কল্পিত গড় পদ্ধতি অৱলম্বন কৰা সুবিধাজনক কিয়নো গণনা কাৰ্য সহজ হয়।

(2) বিচ্ছিন্ন শ্ৰেণীৰ ক্ষেত্ৰত (4) নং সূত্ৰ ব্যৱহাৰ কৰিবা।

(3) অবিচ্ছিন্ন শ্ৰেণীৰ ক্ষেত্ৰত (5)নং সূত্ৰ ব্যৱহাৰ কৰিবা যদিহে প্ৰত্যেক বিভাগৰ অন্তৰাল একেই মানৰ থাকে, নহ'লে (4) নং সূত্ৰ ব্যৱহাৰ কৰিবা।

তিনিটা শ্ৰেণীৰ কেইটামান উদাহৰণ হ'ল ঃ

উদাহৰণ 1 ঃ10 জন বনুৱাৰ দৈনিক মজুৰিৰ পৰিমাণ (টকাত) তলত দিয়া হ'ল—

105, 108, 100, 90, 110, 115, 87, 165, 125, 80

তথ্যখিনিৰ পৰা মাধ্য নিৰ্ণয় কৰা।

সমাধান ঃ প্ৰদত্ত তথ্যখিনি এটা নিৰ্দিষ্ট মানৰ শ্ৰেণী।

আমি কল্পিত গড় পদ্ধতিৰ সূত্ৰ ব্যৱহাৰ কৰিম। [প্ৰত্যক্ষ পদ্ধতি অৱলম্বন কমিলেও ক্ষতি নাই]

ইয়াত সৰ্বনিম্ন মান = 80

সৰ্বোচ্চ মান = 165

কল্পিত গড় সাধাৰণতে সীমামূৰীয়া মান দুটাৰ মাজৰ পৰা ল'লে সুবিধা হয়।

সেয়েহে কল্পিত গড় অৰ্থাৎ, $A = \frac{80+165}{2} = 123$

টোকা ঃ

(123 সংখ্যাটো অখণ্ড সংখ্যা ল'বা)

(123 সংখ্যাটো প্ৰদত্ত শ্ৰেণীত নাথাকিবও পাৰে)

কল্পিত গড় A = 123

দৈনিক মজুৰি (টকা) x	$d = x - 123$
105	− 18
108	− 15
100	− 23
90	− 33
110	− 13
115	− 8
87	− 36
165	+ 42
125	2
80	− 43
মুঠ	$-145 = \sum d$

ইয়াত $n = 10$,

এতিয়া, $\bar{x} = A + \frac{\sum d}{n}$

$= 123 + \frac{-145}{10}$

$= 123 - 14.50$

$= 108.50$ টকা

$\therefore$ নিৰ্ণেয় মাধ্য $= 108.50$ টকা

টোকা ঃ

(1) বিভাজনটোৰ চলকৰ একক হ'ল গড়ৰ পৰিমাপবোৰৰ একক।

(2) কল্পিত গড়ৰ মান বেলেগ বেলেগ লোৱা হ'লেও মাধ্যৰ মান একেই থাকে।

উদাহৰণ 2 ঃ তলত দিয়া তথ্যৰ মাধ্য নিৰ্ণয় কৰা ঃ

ওজন (কিলো) ঃ	40	44	50	57	62	65
মানুহৰ সংখ্যা ঃ	18	23	27	19	16	7

সমাধান ঃ প্ৰদত্ত তথ্যখিনি এটা বিচ্ছিন্ন শ্ৰেণী।

ইয়াত চলক হ'ল ওজন (x) আৰু পৰিসংখ্যা হ'ল মানুহৰ সংখ্যা (f)

কল্পিত গড় পদ্ধতিৰে মাধ্য নিৰ্ণয় কৰিম।

ধৰা হ'ল, কল্পিত গড় A = 50

$$\left[\begin{array}{l} A = \dfrac{40+65}{2} \\ = \dfrac{105}{2} = 52.5 = 53 \\ A = 53 \end{array}\right.$$
ল'ব পাৰা]

ওজন (কিলো) x	$d = x - 50$	**মানুহৰ সংখ্যা** f	fd
40	− 10	18	− 180
44	− 6	23	− 138
50	0	27	0
57	7	19	133
62	12	16	192
65	15	7	105
মুঠ		$110 = n$	$112 \sum fd$

এতিয়া, $\bar{x} = A + \frac{\sum fd}{n}$

$= 50 + \frac{112}{110}$

$\cong 50 + 1.05$

$\cong$ 51.05 কিলো

$\therefore$ নিৰ্ণেয় মাধ্য = 51.05 কিলো গ্ৰাম (প্ৰায়)

উদাহৰণ 3 ঃ তলৰ তথ্যখিনিৰ পৰা মাধ্য বা গাণিতিক গড় নিৰ্ণয় কৰা ঃ

উচ্চতা (চে. মি.) ঃ	130–135	135–140	140–145	145–150	150–155
পৰিসংখ্যা ঃ	8	12	17	6	2

সমাধান ঃ প্ৰদত্ত তথ্যখিনি এটা অবিচ্ছিন্ন শ্ৰেণী (বহিৰ্ভুক্ত পদ্ধতি)
ইয়াত চলক হ'ল উচ্চতা (x)।

আমি কল্পিত গড় পদ্ধতিৰে মাধ্য নিৰ্ণয় কৰিম।

ধৰা হ'ল, কল্পিত গড় A = 142.5, ইয়াত C = 5 [বিভাগকেইটা সমান অন্তৰালত আছে।]

উচ্চতা চে.মি.	মধ্যমান x	$d' = \frac{x-142.5}{5}$	f	fd'
130–135	132.5	– 2	8	– 16
135–140	137.5	– 1	12	– 12
140– 145	142.5	0	17	0
145–150	147.5	1	6	6
150–155	152.5	2	2	4
মুঠ			45 = n	–18 = $\sum fd'$

এতিয়া, $\bar{x} = A + \frac{\sum fd'}{n} \times C'$

$= 142.5 + \frac{-18}{45} \times 5$

= 142.5 – = 140.5 ছে.মি.

$\therefore$ নিৰ্ণেয় মাধ্য = 140.5 ছে.মি.

টোকা ঃ

ইয়াত (5) নং সূত্ৰটো ব্যৱহাৰ কৰা হৈছে। (4)নং সূত্ৰটোও ব্যৱহাৰ কৰিব পাৰা।

উদাহৰণ 4 ঃ তলৰ তথ্যৰ পৰা মাধ্য নিৰ্ণয় কৰা ঃ

বিভাগ সীমা ঃ	0–9	10–19	20–29	30–39	40–49	50–59
পৰিসংখ্যা ঃ	7	17	27	23	19	7

সমাধান ঃ প্ৰদত্ত তথ্যখিনি এটা অবিচ্ছিন্ন শ্ৰেণী (অন্তৰ্ভুক্ত পদ্ধতি)
ইয়াত বিভাগ অন্তৰাল C = 10 (9 নহয়), বিভাগকেইটা সমান অন্তৰালত আছে।
মাধ্য নিৰ্ণয় কৰাত কল্পিত গড় পদ্ধতি অৱলম্বন কৰা হ'ব।

ধৰা হ'ল কল্পিত গড় A = 24.5

বিভাগ সীমা	মধ্যমান	$d' = \frac{x-24.5}{10}$	f	fd'
0–9	4.5	–2	7	–14
10–19	14.5	–1	17	–17
20–29	24.5	0	27	0
30–39	34.5	1	23	23
40–49	44.5	2	19	38
50–59	54.5	3	7	21
মুঠ			$100 = n$	$51 = \sum fd'$

এতিয়া, $\bar{x} = A + \frac{\sum fd'}{n} \times C$

$= 24.5 + \frac{51}{100} \times 10$

$= 24.5 + 5.1$

$= 29.6$

$\therefore$ নিৰ্ণেয় মাধ্য = 29.6

কেইটামান ব্যাখ্যাসূচক উদাহৰণ ঃ

উদাহৰণ 5 ঃ তলৰ তথ্যৰ মাধ্য নিৰ্ণয় কৰা।

(a)

বিভাগ ঃ	0–10	10–20	20–40	40–70	70–110
পৰিসংখ্যা ঃ	8	13	17	12	5

(b)

নম্বৰ (তলত) ঃ	10	20	30	40	50
ছাত্ৰসংখ্যা ঃ	8	28	68	86	100

(c)

বিভাগ (মধ্যমান) ঃ	15	25	35	45	55
পৰিসংখ্যা ঃ	6	8	10	4	2

(d)

নম্বৰ (ওপৰত) ঃ	0	10	20	30	40	50
ছাত্ৰ সংখ্যা ঃ	50	46	30	20	8	2

উদাহৰণ 6 ঃ তলৰ তথ্যৰ মাধ্যৰ মান 67.45 ইঞ্চি।
লুপ্ত পৰিসংখ্যা f_3 নিৰ্ণয় কৰা ঃ

চলকৰ বিভাগ ঃ	60–62	63–65	66–68	69–71	72–74
পৰিসংখ্যা ঃ	5	54	f_3	81	24

উদাহৰণ 7 ঃ n_1 টা সংখ্যাৰ মাধ্য $\bar{x}_1$ আৰু (n_1+n_2) টা সংখ্যাৰ মাধ্য $\bar{x}$ হ'লে n_2 টা সংখ্যাৰ মাধ্য হ'ব

$\bar{x}+\frac{n_1}{n_2}\left(\bar{x}-\bar{x}_1\right)$ প্ৰমাণ কৰা।

উদাহৰণ 8 ঃ x চলকৰ মাধ্য $\bar{x}$ আৰু y চলকৰ মাধ্য $\bar{y}$ হ'লে আৰু চলক দুটাৰ মাজত ৰৈখিক সম্বন্ধটো $y = a + bx$ হ'লে (য'ত a আৰু b ধ্ৰুৱক) প্ৰমাণ কৰা যে— $\bar{y}=a+b\bar{x}$

উদাহৰণ 9 ঃ বাৰংবাৰতা বিভাজনৰ ক্ষেত্ৰত প্ৰমাণ কৰা—

$$\sum_{i=1}^{n} f_i\left(x_i-\bar{x}\right)=0$$

উদাহৰণ 10 ঃ (a) 19 টা আবেক্ষণৰ মাধ্য 20। পিছত এটা আবেক্ষণ অন্তৰ্ভুক্ত কৰাৰ ফলত মাধ্য হ'ল 21। অন্তৰ্ভুক্ত কৰা আবেক্ষণটো নিৰ্ণয় কৰা।

(b) 18 টা সংখ্যাৰ মাধ্য 7। এটা সংখ্যা 12 ৰ সলনি 21 লোৱা হৈছিল। শুদ্ধ মাধ্যৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

(c) তলৰ বিভাজনটোৰ মাধ্য 124

চলক ঃ	100	110	120	135	$x + 5$
পৰিসংখ্যা ঃ	1	2	3	2	2

x ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা (প্ৰত্যক্ষ পদ্ধতি ব্যৱহাৰ কৰা)

(d) 99 টা সংখ্যাৰ মাধ্য 55। 100-তম সংখ্যাটো 100 টা সংখ্যাৰ মাধ্যতকৈ 99 বেছি। 100-তম সংখ্যাটো নিৰ্ণয় কৰা।

সমাধান ঃ

উদাহৰণ 5 ঃ (a) ইয়াত বিভাগৰ অন্তৰাল সমান নহয়।

সেয়েহে মাধ্য নিৰ্ণয়ৰ ক্ষেত্ৰত তলৰ সূত্ৰটো ব্যৱহাৰ কৰা হ'ব।

$$\bar{x} = A + \frac{\sum fd}{n}$$

ধৰা হ'ল কল্পিত গড় A = 30

বিভাগ	মধ্যমান x	$d = x–30$	পৰিসংখ্যা f	fd
0–10	5	–25	8	– 200
10–20	15	–15	13	–195
20–40	30	0	17	0
40–70	55	25	12	300
70–110	90	60	5	300
মুঠ			55	205

$$\bar{x} = A + \frac{\sum fd}{n}$$

$$= 30 + \frac{205}{55} \cong 30 + 3.75 = 33.73 \text{ (প্ৰায়)}$$

(b) ইয়াত সঞ্চয়ী বাৰংবাৰতা বিভাজন দিয়া হৈছে। সেয়েহে প্ৰদত্ত তথ্যখিনিৰ সাধাৰণ বাৰংবাৰতা বিভাজন প্ৰস্তুত কৰি মাধ্য নিৰ্ণয় কৰা হ'ব।

ধৰা হ'ল, কল্পিত গড় A = 25, C = 10

নম্বৰ	ছাত্ৰসংখ্যা f	মধ্যমান	$d' = \frac{x-25}{10}$	fd'
0–10	8	5	–2	–10
10–20	20	15	–1	–15
20–30	40	25	0	0
30–40	18	35	1	35
40–50	14	45	2	90
মুঠ	100			100

এতিয়া, $\bar{x} = A + \frac{\sum fd'}{n} \times C$

$= 25 + \frac{100}{100} \times 10$

$= 35$

$\therefore$ মাধ্য = 35 নম্বৰ

(c) ইয়াত বিভাগৰ মধ্যমানবোৰ দিয়া হৈছে। মধ্যমানবোৰৰ পৰা বিভাগবোৰ উলিওৱা হ'ল—

বিভাগ ঃ	10–20	20–30	30–40	40–50	50–60
পৰিসংখ্যা ঃ	6	8	10	4	2

এতিয়া, 5(b) প্ৰশ্নৰ সমাধান মতে নিজে চেষ্টা কৰা।

(d) ইয়াত সঞ্চয়ী বাৰংবাৰতা বিভাজন দিয়া হৈছে। সেয়েহে প্ৰদত্ত তথ্যখিনিৰ সাধাৰণ বাৰংবাৰতা বিভাজন প্ৰস্তুত কৰা হ'ল—

নম্বৰ ঃ	0–10	10–20	20–30	30–40	40–50	50–60
ছাত্ৰ সংখ্যা ঃ	4	16	10	12	6	2

(অংকটো নিজে সমাধান কৰা)

উদাহৰণ 6 ঃ

সমাধান ঃ ইয়াত মাধ্য = 67.45 ইঞ্চি। লুপ্ত পৰিসংখ্যা f_3 নিৰ্ণয় লাগে। মাধ্যৰ সূত্ৰ প্ৰয়োগৰ ক্ষেত্ৰত প্ৰত্যক্ষ পদ্ধতি অৱলম্বন কৰা হ'ব।

চলকৰ বিভাগ	মধ্যমান x	f	fx
60–62	61	5	305
63–65	64	54	3456
66–68	67	f_3	$67f_3$
69–71	70	81	5670
72–74	73	24	1752
		$164+f_3$	$11183+67f_3$

এতিয়া, $\bar{x} = \frac{\sum fx}{n} = \frac{11183 + 67f_3}{164 + f_3}$

$\Rightarrow 67.45 = \frac{11183 + 67f_3}{164 + f_3}$

$\Rightarrow 0.45f_3 = 11183 - 11051.80 = 131.20$

$\therefore\ f_3 = \frac{13120}{45} \simeq 291$

$\therefore$ লুপ্ত পৰিসংখ্যা = 291 (প্ৰায়)

উদাহৰণ 7 ঃ

সমাধান ঃ ইয়াত, n_1 টা সংখ্যাৰ মুঠ মান = $n_1\bar{x}_1$

(n_1+n_2) টা সংখ্যাৰ মুঠ মান = $(n_1+n_2)\bar{x}$

$\therefore$ n_2 টা সংখ্যাৰ মুঠ মান $=(n_1+n_2)\bar{x}-n_1\bar{x}_1$

এতেকে, n_2 টা সংখ্যাৰ মাধ্য $= \frac{(n_1+n_2)\bar{x}-n_1\bar{x}_1}{n_2}$

$$= \frac{n_1(\bar{x}-\bar{x}_1)+n_2\bar{x}}{n_2}$$

$$= \bar{x}+\frac{n_1}{n_2}\left(\bar{x}-\bar{x}_1\right)$$

উদাহৰণ 8 ঃ

সমাধান ঃ x আৰু y চলক দুটাৰ ৰৈখিক সম্বন্ধটো হ'ল—

$y = a + bx$, য'ত a আৰু b ধ্ৰুৱক সংখ্যা

$\therefore\ \sum_{i=1}^{n} y_i = \sum_{i=1}^{n}(a+bx_i)$ [উভয়পক্ষত n সংখ্যক বাৰ যোগফল লোৱা হৈছে]

$$= na + b\sum_{i=1}^{n} x_i$$

উভয়পক্ষত n ৰে ভাগ কৰি পাওঁ—

$$\frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{n} = a + b\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

অৰ্থাৎ, $\bar{y} = a + b\bar{x}$

উদাহৰণ 9 ঃ বাওঁপক্ষ $= \sum_{i=1}^{n} f_i(x_i - \bar{x})$

$= f_1(x_1 - \bar{x}) + f_2(x_2 - \bar{x}) + ... + f_n(x_n - \bar{x})$

$= (f_1x_1 + f_2x_2 + ... + f_nx_n) - (\bar{x} + \bar{x} + ... n$ সংখ্যক বাৰ)

$= \sum_{i=1}^{n} f_i x_i - n\bar{x}$ $\qquad \because \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} f_i x_i}{n}$

$= n\bar{x} - n\bar{x} = 0 =$ সোঁপক্ষ। $\qquad \therefore \sum_{i=1}^{n} f_i x_i = n\bar{x}$

উদাহৰণ 10 (a) ঃ

সমাধান ঃ 19টা আৰেক্ষণৰ মুঠ মান = 19 × 20 = 380

এটা আবেক্ষণ অন্তৰ্ভুক্ত কৰা হ'লে আবেক্ষণৰ সংখ্যা হ'ব = 20 টা।

এতিয়া, 20 টা আবেক্ষণৰ মুঠমান = 20 × 21 = 420

∴ নতুন আবেক্ষণটোৰ মান = 420 – 380 = 40

(b) ইয়াত, 18 টা সংখ্যাৰ মুঠ মান = 18 × 7 = 126

এটা সংখ্যা 12-ৰ সলনি 21 লোৱা হ'লে, 18 টা সংখ্যাৰ

মুঠ শুদ্ধ মান = 126 – 21 + 12 = 117

∴ শুদ্ধ মাধ্যৰ মান হ'ব $= \frac{117}{18} = 6.5$

(c) প্ৰদত্ত বিভাজনটোৰ মাধ্য 124

x	f	fx
100	1	100
110	2	220
120	3	360
135	2	270
$x + 5$	2	$2x + 10$
মুঠ	$10 = n$	$2x + 960$

এতিয়া, $\bar{x} = \frac{\sum fx}{n}$

$\Rightarrow \quad 124 = \frac{960 + 2x}{10}$

$\Rightarrow \quad 960 + 2x = 1240$

$\Rightarrow \quad 2x = 280$

$\therefore \quad x = 140$

$\therefore$ x ৰ মান = 140

(d) ইয়াত,

99 টা সংখ্যাৰ মুঠ মান = 99 × 55 = 5445

ধৰা হ'ল, 100 টা সংখ্যাৰ মাধ্য $\bar{x}$

$\therefore$ 100 টা সংখ্যাৰ যোগফল = $100\bar{x}$

প্ৰশ্নমতে,= $100\bar{x} - 5445 = \bar{x} + 99$

$\Rightarrow 99\bar{x} = 5544$

$\therefore \bar{x} = \frac{5544}{99} = 56$

এতেকে 100-তম সংখ্যাটো (56 + 99) = 155

দুটা বিভাগৰ যুগ্ম গড়ৰ সূত্ৰ ঃ

প্ৰথম বিভাগত n_1টা আবেক্ষণ আৰু ইয়াৰ মাধ্য $\bar{x}_1$আৰু দ্বিতীয় বিভাগত n_2 টা আৰেক্ষণ আৰু ইয়াৰ মাধ্য $\bar{x}_2$ হ'লে— বিভাগ দুটাৰ আৰেক্ষণবোৰৰ যুগ্ম গড় হ'ব—

$$\bar{x} = \frac{x_1\bar{x}_1 + n_2\bar{x}_2}{n_1 + n_2}$$

প্ৰমাণ ঃ প্ৰথম বিভাগৰ n_1 টা আৰেক্ষণৰ মুঠ মান = $n_1\bar{x}_1$

দ্বিতীয় বিভাগৰ n_2 টা আৰেক্ষণৰ মুঠমান $= n_2\bar{x}_2$

$\therefore$ দুয়োটা বিভাগৰ আৰেক্ষণবোৰৰ মুঠ মান $= n_1\bar{x}_1 + n_2\bar{x}_2$

এতেকে, বিভাগ দুটাৰ যুগ্ম গড় $= \frac{n_1\bar{x}_1 + n_2\bar{x}_2}{n_1 + n_2}\bar{x}$

এইদৰে k সংখ্যক বিভাগৰ যুগ্ম গড় হ'ব— $\bar{x} = \frac{n_1\bar{x}_1 + n_2\bar{x}_2 + n_3\bar{x}_3 + \ldots\ldots + n_k\bar{x}_k}{n_1 + n_2 + n_3 + \ldots\ldots + n_k}$

মাধ্যৰ কেইটামান ধৰ্ম ঃ

1. মাধ্যৰ পৰা আৰেক্ষণবোৰৰ পাৰ্থক্যৰ বীজগণিতীয় যোগফল শূন্য হ'ব।

অৰ্থাৎ, $\sum(x-\bar{x})=0$

প্ৰমাণ ঃ ধৰা হ'ল, n-টা আৰেক্ষণ যেনে $x_1, x_2 \ldots\ldots\ldots x_n$-ৰ মাধ্য $\bar{X}$

$$\therefore \sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x}) = (x_1-\bar{x})+(x_2-\bar{x})+\ldots+(x_n-\bar{x})$$

$$= (x_1+x_2+\ldots..+x_n)-(\bar{x}+\bar{x}+\ldots n \text{ সংখ্যক বাৰ})$$

$$= n\bar{x}-n\bar{x}$$
$$= 0$$

$$\because \bar{x}=\frac{x_1+x_2+\ldots+x_n}{n}$$
$$\therefore x_1+x_2+\ldots\ldots+x_4=n\bar{x}$$

বাৰংবাৰতা বিভাজনৰ ক্ষেত্ৰত (1) নং ধৰ্মটো আগতেই প্ৰমাণ কৰা হৈছে।

(2) দুই বা ততোধিক বিভাগৰ যুগ্ম গড় উলিয়াব পাৰি। (দুটা বিভাগৰ ক্ষেত্ৰত যুগ্ম গড় সূত্ৰৰ প্ৰমাণ আগতে দিয়া হৈছে।

(3) মাধ্যৰ পৰা আৰেক্ষণবোৰৰ পাৰ্থক্যৰ বৰ্গৰ যোগফল অইন যিকোনো মানৰ পৰা পাৰ্থক্যৰ বৰ্গৰ যোগফলতকৈ ন্যূনতম অৰ্থাৎ $\Sigma(x-\bar{x})^2<\Sigma(x-A)^2, A$ হ'ল যিকোনো মান, $\bar{x}$ হ'ল মাধ্য।

(4) আৰেক্ষণৰ সংখ্যা আৰু এইবোৰৰ মাধ্য দিয়া থাকিলে আৰেক্ষণবোৰৰ যোগফল নিৰ্ণয় কৰিব পাৰি। যেনে— $\bar{x}=\frac{\Sigma x}{n}$

$\therefore \sum x = n\bar{x}$

(5) যদি প্ৰতিটো আৰেক্ষণৰ লগত কোনো ধ্ৰুৱক সংখ্যা যোগ বা বিয়োগ কৰা হয় আৰু প্ৰতিটো আৰেক্ষণক কোনো ধ্ৰুৱক সংখ্যাৰে পূৰণ বা ভাগ কৰা হয়।

তেন্তে প্ৰথম ক্ষেত্ৰত মাধ্যৰ মানো ধ্ৰুৱক সংখ্যাৰ মানত বৃদ্ধি বা হ্ৰাস পায়; আৰু দ্বিতীয় ক্ষেত্ৰত নতুন মাধ্যৰ মান = আগৰ মাধ্য × ধ্ৰুৱক সংখ্যা আৰু নতুন মাধ্যৰ মান = $\frac{\text{আগৰ মাধ্য}}{\text{ধ্ৰুৱক সংখ্যা}}$

(6) n-টা স্বাভাৱিক সংখ্যাৰ মাধ্য $=\sqrt{\frac{n^2-1}{12}}$

(7) যদি x আৰু y-চলক দুটাৰ এটি ৰৈখিক সম্বন্ধ যেনে $y=a+bx$, য'ত a আৰু b ধ্ৰুৱক এনেধৰণৰ থাকে তেন্তে চলক দুটাৰ গড় সম্বন্ধটো তলত দিয়া ধৰণে সৃষ্টি হয়—

$\bar{y}=a+b\bar{x}$, য'ত $\bar{x}$ হ'ল x-চলকৰ মাধ্য।

$\bar{y}$ হ'ল y-চলকৰ মাধ্য।

ভাৰিত গাণিতিক গড় (Weighted Average) ঃ

গাণিতিক গড়ৰ ক্ষেত্ৰত প্ৰতিটো আৰেক্ষণকেই সমান গুৰুত্ব (ভাৰ) দিয়া হৈছে। কেতিয়াবা দেখা যায় যে আৰেক্ষণবোৰৰ আপেক্ষিক গুৰুত্ব সমান নাথাকে। তেনেস্থলত গড় নিৰ্ণয় কৰিবলৈ হ'লে আমি ভাৰযুক্ত গড় নিৰ্ণয় কৰিব লাগে। কিয়নো আৰেক্ষণবোৰৰ গুৰুত্ব অনুসৰি ভাৰ বিভিন্ন হ'লে সৰল গাণিতিক গড় প্ৰতিনিধিমূলক নহ'বও পাৰে। সেয়েহে ভাৰযুক্ত গড় নিৰ্ণয় কৰাটো যুক্তিযুক্ত।

ভাৰযুক্ত গড়ৰ সূত্ৰটো এইদৰে দিয়া হয়—

$$\bar{x}_w = \frac{w_1x_1 + w_2x_2 + \ldots + w_nx_n}{w_1 + w_2 + \ldots + w_n} = \frac{\sum w.x}{\sum w}$$

ইয়াত, আৰেক্ষণ $x_1, x_2, \ldots x_n$ৰ ভাৰ ক্ৰমে $w_1 w_2, \ldots w_n$

টোকা ঃ

ওপৰৰ সূত্ৰটো বাৰংবাৰতা বিভাজনৰ মাধ্যৰ সূত্ৰৰ লগত একেই হয় যদি w'-বোৰক f'ৰে লিখা (f হ'ল পৰিসংখ্যা) হয়।

এটা উদাহৰণেৰে ভাৰযুক্ত গড় বুজোৱা হ'ল—

উদাহৰণ ঃ তিনিজন ছাত্ৰই তিনিটা বিষয়ত পোৱা নম্বৰসমূহ তলৰ তালিকাখনত দেখুওৱা হ'ল—

ছাত্ৰ ঃ	বিষয়		
	A	B	C
x:	50	60	65
y:	70	55	45
z:	50	55	60

বিষয়বোৰৰ ভাৰ এনেধৰণৰ ঃ A: 30%, B: 20%, C: 50%

গড় হিচাপে কোনজন ছাত্ৰৰ নম্বৰ উৎকৃষ্ট?

সমাধান ঃ ইয়াত প্ৰত্যেক ছাত্ৰৰ ভাৰযুক্ত গড় নিৰ্ণয় কৰা হ'ব।

$$\bar{x}_w(x) = \frac{50 \times 30\% + 60 \times 20\% + 65 \times 50\%}{30\% + 20\% + 50\%} = \frac{50 \times 0.3 + 60 \times 0.2 + 65 \times 0.5}{0.3 + 0.2 + 0.5}$$

$$= \frac{15 + 12 + 32.5}{1} = 59.5$$

$$\bar{x}_w(y) = \frac{70 \times 0.3 + 55 \times 0.2 + 45 \times 0.5}{1} = 21 + 11 + 22.5 = 54.5$$

$$\bar{x}_w(z) = \frac{50 \times 0.3 + 55 \times 0.2 + 60 \times 0.5}{1} = 15 + 11 + 30 = 56$$

এতেকে দেখা গ'ল যে গড় হিচাপে x-ৰ নম্বৰ উৎকৃষ্ট।

উদাহৰণ 11 ঃ কোনো এটা প্ৰতিষ্ঠানৰ কৰ্মচাৰীসকলৰ সাপ্তাহিক গড় মজুৰি 600 টকা। পুৰুষ আৰু মহিলা কৰ্মচাৰীসকলৰ সাপ্তাহিক গড় মজুৰি ক্ৰমে 620 টকা আৰু 520 টকা। প্ৰতিষ্ঠানটোত পুৰুষ আৰু মহিলা কৰ্মচাৰীক শতাংশত প্ৰকাশ কৰা?

সমাধান ঃ ধৰা হ'ল, প্ৰতিষ্ঠানটোত n_1 জন পুৰুষ আৰু n_2 জনী মহিলা আছে।

ইয়াত, যুগ্ম গড় $(\overline{x}) = 600$ টকা, $\overline{x}_1 =$ পুৰুষ কৰ্মচাৰীৰ গড় মজুৰি = 620 টকা

আৰু $\overline{x}_2 =$ মহিলা কৰ্মচাৰীৰ গড় মজুৰি = 520 টকা

এতিয়া, $$\overline{x} = \frac{n_1\overline{x}_1 + n_2\overline{x}_2}{n_1 + n_2}$$

$$\Rightarrow 600 = \frac{620n_1 + 520n_2}{n_1 + n_2}$$

$$\Rightarrow 20n_1 + 80n_2$$

$$\Rightarrow n_1 = 4n_2 \quad \therefore \; n_1 : n_2 = 4:1$$

এতেকে, পুৰুষ কৰ্মচাৰী $= \frac{4}{1+4} \times 100\% = 80\%$

মহিলা কৰ্মচাৰী $= \frac{1}{5} \times 100\% = 20\%$

মাধ্যৰ সুবিধা আৰু অসুবিধাসমূহ ঃ

সুবিধা ঃ

1. মাধ্য বুজিবলৈ আৰু গণনা কৰিবলৈ সহজ।
2. মাধ্যই আটাইকেইটা আৱেক্ষণক গণনা কাৰ্যত অন্তৰ্ভুক্ত কৰে।
3. ইয়াৰ সংজ্ঞা দৃঢ়।
4. বীজগণিতীয় সম্প্ৰসাৰণ সম্ভৱ।
5. প্ৰতিদৰ্শজ তাৰতম্যৰ দ্বাৰাই মাধ্যই কম প্ৰভাৱান্বিত হয়।
6. মাধ্যৰ গণনাত তথ্যখিনি সজাই লোৱাৰ প্ৰয়োজন নহয়।
7. দুই বা ততোধিক বাৰংবাৰতা বিভাজনৰ তুলনাত মাধ্যৰ ভূমিকা যথেষ্ট গুৰুত্বপূৰ্ণ।
8. প্ৰতিদৰ্শজ তাৰতম্যৰ দ্বাৰাই মাধ্য বেছি প্ৰভাৱান্বিত নহয়।

অসুবিধা ঃ

1. তথ্যখিনিত লঘুমান আৰু গুৰুমান বেছি সংখ্যক হ'লে মাধ্য বেছি প্ৰভাৱান্বিত হয়।
2. বিভাগৰ নিম্ন বা উচ্চ সীমা মুক্ত ধৰণৰ হ'লে মাধ্য গণনা কৰিবলৈ টান হয়।
3. নিৰীক্ষণ পদ্ধতিত মাধ্যৰ গণনা সম্ভৱ নহয়।
4. কোনো শ্ৰেণীৰ মাধ্যৰ মান কেতিয়াবা অস্বাভাৱিক ধৰণৰ হ'ব পাৰে।

5. গুণধৰ্মী তথ্যৰ ক্ষেত্ৰত মাধ্য ব্যৱহাৰ কৰিব নোৱাৰি।
6. অসমমিত বা বৈষম্য থকা বিভাজনৰ ক্ষেত্ৰত মাধ্যই বিভাজনটোক প্ৰতিনিধিত্ব নকৰিবও পাৰে।
7. লেখৰ দ্বাৰাই মাধ্য নিৰ্ণয় অসম্ভৱ।
8. অবিচ্ছিন্ন শ্ৰেণীৰ ক্ষেত্ৰত বিভাগৰ মধ্যমানক বিভাগটোৰ প্ৰতিনিধিত্বমূলক মান বিবেচনা কৰা হয়। আৰু এই কথাষাৰ সকলো ক্ষেত্ৰত ফলপ্ৰসূ নহ'বও পাৰে।

2. মধ্যমা (নিৰ্দিষ্ট মানৰ শ্ৰেণীৰ ক্ষেত্ৰত) ঃ কোনো নিৰ্দিষ্ট মানৰ শ্ৰেণীৰ মানবোৰ মানৰ উৰ্ধ্বক্ৰম বা অধঃক্ৰম অনুসৰি সজাই লোৱাৰ পিছত যিটো মান শ্ৰেণীটোৰ মানবোৰৰ সোঁমাজত অৱস্থান কৰে তাকেই মধ্যমা বুলি কোৱা হয়। মধ্যমাই বিভাজনটোক সমান দুটা ভাগত বিভক্ত কৰে আৰু সমান সংখ্যক মান ইয়াতকৈ ডাঙৰ অথবা সমান আৰু সৰু অথবা সমান হ'ব। অৱশ্যে এই কথাষাৰ শ্ৰেণীটোত অযুগ্ম সংখ্যক মান থাকিলেহে প্ৰযোজ্য হ'ব। যদি যুগ্ম সংখ্যক মান থাকে তেনেহ'লে শ্ৰেণীটোৰ মাজতে দুটা মান পোৱা যায়। তেনেস্থলত মাজৰ মান দুটাৰ গাণিতিক গড় হ'ব মধ্যমাৰ মান। এইটো মধ্যমা নিৰ্ণয়ৰ এটা প্ৰচলিত পদ্ধতি (conventional method)।

টোকা ঃ

(1) শ্ৰেণীটোত অযুগ্ম সংখ্যক n টা মান থাকিলে মধ্যমা হ'ব $\left(\frac{n+1}{2}\right)$ তম মান।

(2) শ্ৰেণীটোত যুগ্ম সংখ্যক n টা মান থাকিলে মধ্যমা হ'ব $\left(\frac{n}{2}\right)$তম মান আৰু $\left(\frac{n}{2}+1\right)$ তম মানৰ গণিতিক গড়, 'n' হ'ল মুঠ আৰেক্ষণৰ সংখ্যা।

মধ্যমাৰ ওপৰৰ সংজ্ঞাটো নিৰ্দিষ্ট মানৰ শ্ৰেণীৰ ক্ষেত্ৰত প্ৰযোজ্য।

উদাহৰণ 1 ঃ তলৰ শ্ৰেণী দুটাৰ মধ্যমা নিৰ্ণয় কৰা ঃ

(a) 78, 82, 36, 38, 50, 72, 68, 64, 70
(b) 69, 75, 72, 70, 71, 73, 74, 76, 75, 78

সমাধান ঃ

(a) শ্ৰেণীটোৰ মানকেইটা উৰ্ধ্বক্ৰমত সজাই ল'লে পাওঁ—

36, 38, 50, 64, 68, 70, 72, 78, 82 (অযুগ্ম সংখ্যক মান অৰ্থাৎ 9 টা n=9)

$\therefore$ মধ্যমা হ'ব $=\left(\frac{n+1}{2}\right)$ তম মান $=\left(\frac{9+1}{2}\right)$তম মান = 5-ম মান = 68

(b) শ্ৰেণীটোৰ মানকেইটা উৰ্ধ্বক্ৰমত সজাই ল'লে পাওঁ—

69,70, 71, 72, 73, 74, 75, 75, 76, 78 (যুগ্ম সংখ্যক মান অৰ্থাৎ 10 টা, n=10)

$\therefore$ মধ্যমা হ'ব $=\frac{n}{2}$ তম আৰু $\left(\frac{n}{2}+1\right)$ তম মানৰ গাণিতিক গড়

= পঞ্চম আৰু ষষ্ঠ মানৰ গাণিতিক গড় $=\frac{73+74}{2}=\frac{147}{2}=73.5$

মধ্যমা (বিচ্ছিন্ন শ্ৰেণীৰ ক্ষেত্ৰত) ঃ

বিচ্ছিন্ন শ্ৰেণীৰ ক্ষেত্ৰত মধ্যমা নিৰ্ণয় কৰাৰ বিভিন্ন ধাপবোৰ এনেধৰণৰ ঃ

1. প্ৰথমতে চলকৰ মানৰ (কম) পদ্ধতি সঞ্চয়ী বাৰংবাৰতা নিৰ্ণয় কৰা হ'লে মানবোৰ মানৰ ঊৰ্ধ্বক্ৰমত সজোৱা হ'ব।
2. এতিয়া মুঠ বাৰংবাৰতাৰ $\frac{n}{2}$(যুগ্ম হ'লে) অথবা $\left(\frac{n+1}{2}\right)$ অযুগ্ম হ'লে)ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা হ'ব।
3. $\frac{n}{2}$ অথবা $\frac{n+1}{2}$ৰ মান কোনটো সঞ্চয়ী বাৰংবাৰতাত অন্তৰ্ভুক্ত হৈছে স্থিৰ কৰা আৰু সেই সঞ্চয়ী বাৰংবাৰতাৰ বিপৰীতে চলকৰ মান কিমান নিৰ্ণয় কৰা আৰু নিৰ্ণয় কৰা চলকৰ মানটোৱেই হ'ব নিৰ্ণেয় মধ্যমাৰ মান।

এটা উদাহৰণ দিয়া হ'ল—

উদাহৰণ 2 ঃ তলৰ তথ্যখিনিৰ পৰা মধ্যমা নিৰ্ণয় কৰা।

উচ্চতা (ইঞ্চি) ঃ	60	50	57	61	56
মানুহ ঃ	4	8	7	3	5

সমাধান ঃ

প্ৰথমতে তথ্যখিনি তলত দিয়া ধৰণে মানৰ ঊৰ্ধ্বক্ৰমত সজোৱা হ'ল আৰু সঞ্চয়ী বাৰংবাৰতা তালিকাখনত দেখুওৱা হ'ল—

উচ্চতা (ইং)	বাৰংবাৰতা (f)	সঞ্চয়ী বাৰংবাৰতা (cf)
50	8	8
56	5	13
57	7	20
60	4	24
61	3	27
মুঠ	27 = n	

এতিয়া,

মধ্যমা $\frac{n+1}{2}$-তম মানুহজনৰ উচ্চতা

$= \frac{27+1}{2} = 14$ তম মানুহজনৰ উচ্চতা

14-তম মানুহজন 20 সঞ্চয়ী বাৰংবাৰতাত অন্তৰ্ভুক্ত হৈছে আৰু ইয়াৰ বিপৰীতে উচ্চতাৰ মান 57 ইঞ্চি

$\therefore$ নিৰ্ণেয় মধ্যমা = 57 ইঞ্চি।

মধ্যমা (অবিচ্ছিন্ন শ্ৰেণীৰ ক্ষেত্ৰত) ঃ

অবিচ্ছিন্ন শ্ৰেণীৰ ক্ষেত্ৰত প্ৰথমতে সঞ্চয়ী বাৰংবাৰতা (বিচ্ছিন্ন শ্ৰেণীৰ ক্ষেত্ৰত যিধৰণে কৰা হৈছে) উলিওৱা হ'ব আৰু $\frac{n}{2}$-তম মান ($\frac{n+1}{2}$তম নহয়) কোনটো সঞ্চয়ী বাৰংবাৰতাত অন্তৰ্ভুক্ত হৈছে আৰু সেই সঞ্চয়ী বাৰংবাৰতাৰ বিপৰীতে বিভাগটো হ'ল মধ্যমাই অৱস্থান কৰা বিভাগ। মধ্যমা বিভাগটো নিৰ্ধাৰণ কৰি মধ্যমা নিৰ্ণয়ৰ ক্ষেত্ৰত তলত দিয়া সূত্ৰটো প্ৰয়োগ কৰা হ'ব—

$$\text{মধ্যমা (Me)} = L + \frac{\frac{n}{2} - cf}{f} \times c$$

যʼত L = মধ্যমা বিভাগৰ নিম্ন সীমা
n = মুঠ বাৰংবাৰতা
cf = মধ্যমা বিভাগৰ ঠিক আগৰ (পূৰ্ব্বৰতী) বিভাগৰ সঞ্চয়ী বাৰংবাৰতা
f = মধ্যমা বিভাগৰ বাৰংবাৰতা।
c = মধ্যমা বিভাগৰ অন্তৰাল।

টোকা ঃ

(1) প্ৰদত্ত বিভাগবোৰ বহিৰ্ভুক্ত পদ্ধতিত থাকিলে বিভাগৰ নিম্নসীমাৰ কোনো পৰিৱৰ্তন নহয়।

(2) আনহাতে, বিভাগবোৰ অন্তৰ্ভুক্ত পদ্ধতিত থাকিলে এটা বিভাগৰ নিম্নসীমা 0.5 কম হ'ব আৰু উচ্চসীমা 0.5 বেছি হ'ব।

ওপৰৰ টোকা দুটাৰ ব্যৱহাৰ উদাহৰণেৰে বুজোৱা হ'ব।

উদাহৰণ 3 ঃ তলৰ তথ্যখিনিৰ মধ্যমা নিৰ্ণয় কৰা।

(a)

বিভাগ ঃ	65-75	55-65	45-55	35-45	25-35	15-25
পৰিসংখ্যা ঃ	2	0	14	19	11	4

(b)

নম্বৰ ঃ	30-39	40-49	50-59	60-69	70-79	80-89	90–99
পৰিসংখ্যা ঃ	1	4	14	20	22	12	2

সমাধান ঃ প্ৰথমতে বিভাগবোৰ মানৰ ঊৰ্ধ্বক্ৰম অনুসৰি সজোৱা হ'ব

বিভাগ	পৰিসংখ্যা(f)	সঞ্চয়ী বাৰংবাৰতা (cf)
15-25	4	4
25-35	11	15
35-45	19	34
45-55	14	48
55-65	0	48
65-75	2	50
মুঠ	50 = n	

এতিয়া মধ্যমা বিভাগ নিৰ্ণয় কৰা হ'ব—

মধ্যমা $= \frac{n}{2}$ তম চলকৰ মান $= \frac{50}{2}$ তম চলকৰ মান = 25-তম চলকৰ মান 25-তম চলকৰ মান 34-সঞ্চয়ী বাৰংবাৰতাত অন্তৰ্ভুক্ত হৈছে আৰু ইয়াৰ বিপৰীতে বিভাগটো হ'ল (35–45) সেয়েহে মধ্যমা বিভাগ = 35-45

মধ্যমাৰ সূত্ৰৰ পৰা পাওঁ—

$$Me = L + \frac{\frac{n}{2} - cf}{f} \times c$$

ইয়াত L = 35, n = 50, cf = 15, f = 19, c = 10

$$\therefore Me = 35 + \frac{25 - 15}{19} \times 10$$

$$= 35 + \frac{100}{19} = 40.26$$

অৰ্থাৎ, নিৰ্ণেয় মধ্যমা $= 40.26$

(b) প্ৰদত্ত তথ্যখিনিৰ বিভাগবোৰ অন্তৰ্ভুক্ত পদ্ধতিত দিয়া হৈছে— সেয়েহে বিভাগবোৰৰ প্ৰকৃত নিম্ন আৰু উচ্চসীমা দেখুৱাই সঞ্চয়ী বাৰংবাৰতা তালিকা প্ৰস্তুত কৰা হ'ব।

বিভাগৰ সীমা (নম্বৰ)	f	cf
29.5–39.5	1	1
39.5–49.5	4	5
49.5–59.5	14	19
59.5–69.5	20	39
69.5–79.5	22	61
79.5–89.5	12	73
89.5–99.5	2	75=n
মুঠ	75	

মধ্যমা $= \frac{n}{2}$–তম চলকৰ মান

$= \frac{75}{2}$–তম চলকৰ মান

= 37.5–তম চলকৰ মান

= 38–তম চলকৰ মান

আগৰ দৰে, মধ্যমা বিভাগ = 59.5–69.5

এতিয়া, $Me = L + \frac{\frac{n}{2} - cf}{f} \times i$

ইয়াত L = 59.5, cf = 19, f = 20, c = 10

$= 59.5 + \frac{37.5 - 19}{20} \times 10$

$= 59.5 + \frac{18.5}{2}$

$= 59.5 + 9.25 = 68.75$

∴ নিৰ্ণেয় নম্বৰ মধ্যমা= 68.75

উদাহৰণ 4 ঃ তলৰ তথ্যবোৰৰ পৰা মধ্যমা নিৰ্ণয় কৰা ঃ

(a)

নম্বৰ	**ছাত্ৰ সংখ্যা**
10-ৰ কম	3
20-ৰ কম	8
30-ৰ কম	17
40-ৰ কম	20
50-ৰ কম	22

(b)

মজুৰি (টকাত)	**বনুৱাৰ সংখ্যা**
0 আৰু ওপৰত	50
20 আৰু ওপৰত	45
40 আৰু ওপৰত	34
60 আৰু ওপৰত	16
80 আৰু ওপৰত	6
100 আৰু ওপৰত	0

(c)

বিভাগ ঃ	0–10	10–30	30–60	60–70	70–90
পৰিসংখ্যা ঃ	15	25	30	4	10

(d) তলৰ বিভাজনটোৰ লুপ্ত পৰিসংখ্যা নিৰ্ণয় কৰা ঃ

x :	10–20	20–30	30–40	40–50	50–60
f :	3	5	–––	3	1

(বিভাজনটোৰ মধ্যমা = 32.5)

(a) **সমাধান ঃ** প্ৰদত্ত তথ্যখিনি সঞ্চয়ী বাৰংবাৰতা বিভাজনত দিয়া হৈছে। সেয়েহে তথ্যখিনিৰ বাৰংবাৰতা বিভাজন প্ৰস্তুত কৰা হ'ব।

নম্বৰ	f	cf
0–10	3	3
10–20	5 (=8-3)	8
20–30	9 (=17–8)	17
30–40	3 (=20–17)	20
40–50	2 (=22–20)	22=n

মধ্যমা $= \frac{n}{2}$ তম ছাত্ৰৰ নম্বৰ

$= \frac{22}{2}$ তম ছাত্ৰৰ নম্বৰ

$= 11$ তম ছাত্ৰৰ নম্বৰ

$\therefore$ মধ্যমা বিভাগ = 20–30

সূত্ৰ প্ৰয়োগ কৰি সমাধান কৰা।

উত্তৰ ঃ 23.33 নম্বৰ

(b) প্ৰদত্ত তথ্যখিনি সঞ্চয়ী বাৰংবাৰতা বিভাজনত দেখুউৱা হৈছে। তথ্য বাৰংবাৰতা বিভাজন তলত দিয়া ধৰণে কৰা হ'ব।

বিভাগ মজুৰী টকা	f (বনুৱাৰ সংখ্যা)	cf
0–20	5 = (50–45)	5
20–40	11 = (45–38)	16
40–60	18 = (34–16)	34
60–80	10 = (16–6)	44
80–100	6 = (6–0)	50=n

মধ্যমা $= \frac{n}{2}$ তম মজুৰৰ মজুৰি

$= \frac{50}{2}$ তম মজুৰৰ মজুৰি

$= 11$ তম মজুৰৰ মজুৰি

$\therefore$ মধ্যমা বিভাগ = 40–60

ইয়াৰ পিছত নিজে চেষ্টা কৰা

উত্তৰ ঃ মধ্যমা 50 টকা

(c)

বিভাগ	f	cf
0–10	15	15
10–30	25	40
30–60	30	70
60–70	4	74
70–90	10	84 = n

মধ্যমা $= \frac{n}{2}$ তম চলকৰ মান

$= 42$ তম চলকৰ মান

$\therefore$ মধ্যমা বিভাগ = 30–60

(নিজে চেষ্টা কৰা)

উত্তৰ ঃ 32

টোকা ঃ

বিভাগবোৰৰ অন্তৰাল সমান কৰি ল'লেও মধ্যমাৰ মান একেই পোৱা যায়।

প্ৰত্যেক বিভাগৰ অন্তৰাল 10 কৰা হ'লে প্ৰদত্ত তথ্যখিনি এনে ধৰণৰ হ'ব—

বিভাগ ঃ	0–10	10–20	20–30	30–40	40–50	50–60	60–70	70–80	80–90
f :	15	12.5	12.5	10	10	10	4	5	5

পৰিসংখ্যা 12. 5 গড় হিচাপে পোৱা গৈছে।

(d) ইয়াত বিভাজনটোৰ মধ্যমা 32.5 নম্বৰ। ধৰা হ'ল, লুপ্ত পৰিসংখ্যা = f_3

নম্বৰ	f	c.f
10–20	3	3
20–30	5	8
30–40	f_3	$8+f_3$
40–50	3	$11+f_3$
50–60	1	$12+f_3=n$

$\because$ মধ্যমা = 32.5

$\therefore$ মধ্যমা বিভাগটো = 30–40

এতিয়া $$Me = L + \frac{\frac{n}{2} - cf}{f} \times c$$

$$\Rightarrow 32.5 = 30 + \frac{\frac{12+f_3}{2} - 8}{f_3} \times 10$$

সৰল কৰাৰ পিছত, $f_3 = 8$

$\therefore$ নিৰ্ণেয় লুপ্ত পৰিসংখ্যা = 8

মধ্যমাৰ সুবিধা আৰু অসুবিধাসমূহ ঃ

সুবিধা ঃ

1. নিৰ্দিষ্ট মানৰ শ্ৰেণীটোত কিছুমান লঘু বা গুৰু মান থাকিলেও মধ্যমা প্ৰভাৱান্বিত নহয়, কিয়নো এইবোৰ মান শ্ৰেণীটোৰ সীমামূৰীয়া মান। মধ্যমাৰ মান বিভাজনটোৰ সোঁমাজত থকা কোনো এটা মানহে।
2. গুণধৰ্মী তথ্যৰ ক্ষেত্ৰত মধ্যমা নিৰ্ণয় সম্ভৱ। কাৰণ অভিজ্ঞতা আৰু জ্ঞানৰ ওপৰত ভিত্তি কৰি তথ্যখিনিক গুণগত বৈশিষ্ট্যৰ আধাৰত সজোৱা সম্ভৱ, সেয়েহে মধ্যমা নিৰ্ণয় কৰা সম্ভৱ।
3. সীমামুক্ত বিভাজনৰ ক্ষেত্ৰত মধ্যমা নিৰ্ণয় সম্ভৱ। কিয়নো মধ্যমা হ'ল বিভাজনটোৰ মাজতে থকা কোনো মান আৰু সীমা নিৰ্দেশ কৰা প্ৰথম আৰু শেষ বিভাগ দুটাই ইয়াৰ ওপৰত প্ৰভাৱ বিস্তাৰ নকৰে।
4. মধ্যমাৰ পৰা আৰেক্ষণবোৰৰ মানৰ পাৰ্থক্যৰ যোগফল অইন কোনো মানৰ পৰা পাৰ্থক্যৰ যোগফলতকৈ ন্যূনতম।
5. নিৰীক্ষণ পদ্ধতিত মধ্যমা নিৰ্ণয় সম্ভৱ আৰু লেখৰ সহায়তো মধ্যমাৰ মান উলিয়াব পাৰি।
6. মধ্যমা হ'ল অৱস্থানমূলক গড় আৰু সেয়েহে লঘুমান অথবা গুৰুমানৰ দ্বাৰা প্ৰভাৱান্বিত নহয়।
7. বিভাগৰ অন্তৰাল বিভিন্ন হ'লেও মধ্যমাৰ মান প্ৰভাৱান্বিত নহয়।

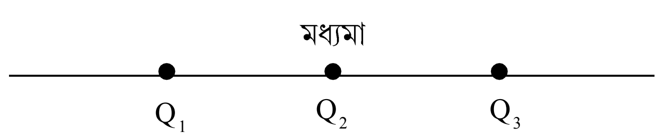
অসুবিধা ঃ

1. যুগ্ম সংখ্যক আৰেক্ষণৰ ক্ষেত্ৰত সঠিকভাৱে মধ্যমা নিৰ্ণয় কৰা সম্ভৱ নহয়।
2. মধ্যমা বিভাজনটোৰ অৱস্থানমূলক পৰিমাপ হোৱাৰ বাবে আটাইকেইটা আৰেক্ষণক অন্তৰ্ভুক্ত নকৰে।
3. বীজগণিতীয় সম্প্ৰসাৰণ অসম্ভৱ।
4. প্ৰতিদৰ্শজ তাৰতম্যৰ দ্বাৰাই মধ্যমা প্ৰভাৱান্বিত হয়।
5. বিভাজনটোৰ মানবোৰৰ পাৰ্থক্য বেছি হ'লে মধ্যমা প্ৰতিনিধিত্বমূলক নহয়।
6. মধ্যমা × আৰেক্ষণৰ সংখ্যা ≠ আৰেক্ষণবোৰৰ যোগফল।

অৱস্থানমূলক পৰিমাপবোৰ (Positional measures or Partition values) ঃ

এটা শ্ৰেণীক কেইবাটাও সমান ভাগত ভাগ কৰিলে প্ৰত্যেকটো অংশই এটা মান নিৰ্দেশ কৰে আৰু এই মানবোৰক অৱস্থানমূলক মান বা পৰিমাপ বুলি কোৱা হয়। মধ্যমাই শ্ৰেণীটোক সমান দুটা ভাগত ভাগ কৰাৰ বাবে ইয়াক এটা অৱস্থানমূলক পৰিমাপ বোলা হয়।

আনহাতে এটা শ্ৰেণীক চাৰিটা সমান ভাগত ভাগ কৰিলে আমি তিনিটা অৱস্থানমূলক মান যেনে— প্ৰথম চতুৰাংশ (Q_1), দ্বিতীয় চতুৰাংশ (মধ্যমা Q_2) আৰু তৃতীয় চতুৰাংশ (Q_3) পাওঁ।



ইয়াত $Q_1 < Q_2 < Q_3$

প্ৰথম বা নিম্ন চতুৰাংশই (Q_1) বিভাজনটোক এনেদৰে ভাগ কৰে যে বিভাজনৰ 25% আৰেক্ষণৰ মান Q_1 তকৈ কম হয় আৰু 75% আৰেক্ষণৰ মান Q_1 তকৈ বেছি হয়।

তৃতীয় চতুৰাংশই (Q_3) বিভাজনটোক এনেদৰে ভাগ কৰে যে বিভাজনৰ 75% আৰেক্ষণৰ মান Q_3 তকৈ কম হয় আৰু 25% আৰেক্ষণৰ মান Q_3 তকৈ বেছি হয়।

এইদৰে বিভাজনটোক দশটা সমান ভাগত ভাগ কৰি আমি 9 টা দশমাংশ পাওঁ আৰু বিভাজনটোৰ এশটা সমান ভাগত ভাগ কৰিলে 99 টা শতাংশ পাওঁ।

দশমাংশ কেইটাক $D_1, D_2 \ldots\ldots\ldots\ldots D_9$ আখৰেৰে চিহ্নিত কৰা হয়।

শতাংশ কেইটাক $P_1, P_2 \ldots\ldots\ldots\ldots P_{99}$ আখৰেৰে চিহ্নিত কৰা হয়।

এতেকে দেখা গ'ল—

$Q_1 = \frac{n}{4}$-তম চলকৰ মান $D_1 = \frac{n}{10}$-তম চলকৰ মান $P_1 = \frac{n}{100}$-তম চলকৰ মান

$Q_3 = \frac{3n}{4}$-তম চলকৰ মান $D_2 = \frac{2n}{10}$-তম চলকৰ মান $P_2 = \frac{2n}{100}$-তম চলকৰ মান

....

$D_9 = \frac{9n}{10}$-তম চলকৰ মান $P_{99} = \frac{99n}{100}$-তম চলকৰ মান

টোকা ঃ

অৱস্থানমূলক পৰিমাপ নিৰ্ণয় কৰাৰ সময়ত মানবোৰ ঊৰ্ধ্বক্ৰমত সজাই ল'ব লাগে।

উদাহৰণ 5 ঃ তলৰ তথ্যখিনিৰ পৰা Q_1, Q_3, D_6, P_{30}-ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা

(a) 6, 4, 10, 13, 9

(b)

দৈনিক মজুৰি (টকা) ঃ	100	110	120	130	140	150	160
বনুৱাৰ সংখ্যা ঃ	8	10	12	16	20	25	15

(c)

ওজন (কিলো) ঃ	30–40	40–50	50–60	60–70	70–80
পৰিসংখ্যা ঃ	18	37	45	27	10

সমাধান ঃ

(a) ইয়াত, n=5, তথ্যখিনি ঊৰ্ধ্বক্ৰমত সজাই লোৱা হ'ল— 4, 6, 9, 10, 13

$Q_1 = \frac{n}{4}$-তম চলকৰ মান $= \frac{5}{4}$ তম চলকৰ মান

$= 1.25$ তম চলকৰ মান

$=$ দ্বিতীয় মান $= 6.$

$Q_3 = \frac{3n}{4}$ তম চলকৰ মান= $\frac{3 \times 5}{4}$ তম চলকৰ মান

= 3.75 তম চলকৰ মান

= চতুৰ্থ মান = 10.

$P_{30} = \frac{30n}{100}$ তম চলকৰ মান= $\frac{30 \times 5}{100}$ তম চলকৰ মান

= 1.5 তম চলকৰ মান

= দ্বিতীয় মান = 6

(b) তথ্যখিনি মানৰ ঊৰ্দ্ধক্ৰমত সজাই ল'লে তলত দিয়া ধৰণে পোৱা যাব—

দৈনিক মজুৰি (টকাত) ঃ	100	110	120	130	140	150	160
সঞ্চয়ী বাৰংবাৰতা ঃ	8	18	30	46	66	91	106=n

$Q_1 = \frac{n}{4}$ তম চলকৰ মান = $\frac{106}{4}$ তম চলকৰ মান = 26.5 তম চলকৰ মান

= 27 তম চলকৰ মান

27 তম চলকৰ মান 30 সঞ্চয়ী বাৰংবাৰতাত অন্তৰ্ভুক্ত আৰু ইয়াৰ বিপৰীতে চলকৰ মান 120 টকা। সেয়েহে প্ৰথম চতুৰাংশ অৰ্থাৎ Q_1 ৰ মান = 120 টকা

$Q_3 = \frac{3n}{4}$ তম চলকৰ মান

= $\frac{3 \times 106}{4}$ তম চলকৰ মান

= 79.5 তম চলকৰ মান

= 80 তম চলকৰ মান

80 তম চলকৰ মান 91 সঞ্চয়ী বাৰংবাৰতাৰ অন্তৰ্ভুক্ত আৰু ইয়াৰ বিপৰীতে চলকৰ মান 150 টকা। সেয়েহে তৃতীয় চতুৰাংশ অৰ্থাৎ Q_3ৰ মান = 150 টকা

$P_{30} = \frac{30n}{100}$ তম চলকৰ মান

= $\frac{30 \times 106}{100}$ তম চলকৰ মান

= 31.8 তম চলকৰ মান

= 32 তম চলকৰ মান

32 তম চলকৰ মান সঞ্চয়ী বাৰংবাৰতা 46ত অন্তৰ্ভুক্ত আৰু ইয়াৰ বিপৰীতে চলকৰ মান 130 টকা। সেয়েহে 30 তম শতাংশ অৰ্থাৎ P_{30}ৰ মান = 130 টকা

D_6= চলকৰ $\frac{6n}{10}$ তম মান = চলকৰ 64 তম মান

$\therefore\ D_6 = 140$

(c) তথ্যখিনিৰ সঞ্চয়ী পৰিসংখ্যা (ঊৰ্দ্ধক্ৰমত) এনে ধৰণৰ হ'ব—

ওজন ঃ	30–40	40–50	50–60	60–70	70–80
পৰিসংখ্যা ঃ	18	37	45	27	10
সঞ্চয়ী পৰিসংখ্যা ঃ	18	55	100	127	137

এতিয়া, $Q_1 = \frac{n}{4}$তম চলকৰ মান $= \frac{137}{4}$তম চলকৰ মান = 34.25 তম চলকৰ মান

= চলকৰ 35 তম মান

চলকৰ 35 তম মান সঞ্চয়ী পৰিসংখ্যাত অন্তৰ্ভুক্ত আৰু ইয়াৰ বিপৰীতে বিভাগ হ'ল 40–50

$\therefore$ Q_1 ৰ মান (40–50) বিভাগত অন্তৰ্ভুক্ত।

Q_3 = চলকৰ $\frac{3n}{4}$ তম মান

= চলকৰ $\frac{3 \times 137}{4}$ তম মান

= চলকৰ 102.75 তম মান

= চলকৰ 103 তম মান

$\therefore$ Q_3 ৰ মান 60–70 বিভাগত অন্তৰ্ভুক্ত (আগৰ দৰে)

D_6 = চলকৰ $\frac{6n}{10}$ তম মান

= চলকৰ $\frac{6 \times 137}{10}$ তম মান

= চলকৰ 82.2 তম মান

= চলকৰ 83 তম মান

$\therefore$ D_6 ৰ মান 50–60 বিভাগত অন্তৰ্ভুক্ত

P_{30} = চলকৰ $\frac{30n}{100}$ তম মান

= চলকৰ $\frac{30 \times 137}{100}$ তম মান

= চলকৰ 42 তম মান

$\therefore$ P_{30} ৰ মান 40–50 বিভাগত অন্তৰ্ভুক্ত

এতিয়া সূত্ৰ প্ৰয়োগ কৰি পাওঁ—

$$Q_1 = L + \frac{\frac{n}{4} - cf}{f} \times c$$

$$= 40 + \frac{34.25 - 18}{37} \times 10$$

$$= 40 + \frac{162.5}{37}$$

$$\simeq 40 + 4.4$$

$$\simeq 44.4$$

$$Q_2 = L + \frac{\frac{3n}{4} - cf}{f} \times c$$

$$= 60 + \frac{102.75 - 100}{27} \times 10$$

$$= 60 + \frac{27.5}{27}$$

$$= 61.02$$

$$D_6 = L + \frac{\frac{6n}{10} - cf}{f} \times 10$$

$$= 50 + \frac{82.2 - 55}{37} \times 10$$

$$= 50 + \frac{272}{37}$$

$$\simeq 50 + 7.4$$

$$= 57.4$$

$$P_{30} = L + \frac{\frac{30n}{100} - cf}{f} \times c$$

$$= 40 + \frac{41.1 - 18}{37} \times 10$$

$$= 40 + \frac{231}{37}$$

$$\simeq 40 + 6.3$$

$$\simeq 46.3$$

অৱস্থানমূলক পৰিমাপবোৰৰ সুবিধা আৰু প্ৰয়োজনীয়তা ঃ

সুবিধা ঃ

1. লেখচিত্ৰ অৰ্থাৎ তোৰণৰ সহায়েৰে পৰিমাপবোৰ নিৰ্ণয় কৰিব পাৰি।
2. বিভাগৰ নিম্ন বা উচ্চসীমা মুক্ত ধৰণৰ হ'লেও অৱস্থানমূলক পৰিমাপবোৰ নিৰ্ণয় কৰা সম্ভৱ।
3. বিভাজনটোত লঘুমান বা গুৰুমান থাকিলেও পৰিমাপবোৰ প্ৰভাৱান্বিত নহয়।
4. সম্পূৰ্ণ তথ্যৰ অবিহনে অৱস্থানমূলক পৰিমাপ নিৰ্ণয় কৰা সম্ভৱ।
5. এটা বিভাজনৰ আংশিকভাৱে অধ্যয়ন কৰিলে বিভাজনটোৰ গতিবিধি বা ধাৰা সম্বন্ধে থুলমূলকৈ হ'লেও আভাস এটা পাব পাৰি। ফলত এই বিষয়ে ভৱিষ্যৎ আঁচনি যুগুতোৱা সম্ভৱ।

অসুবিধা ঃ

1. তথ্যখিনি মানৰ ক্ৰম অনুসৰি সজাব লাগে।
2. অৱস্থানমূলক পৰিমাপবোৰ সকলো আৰেক্ষণক অন্তৰ্ভুক্ত নকৰে।
3. বীজ গণিতীয় সম্প্ৰসাৰণ সম্ভৱ নহয় কিয়নো বিভিন্ন বিভাজনৰ আৰেক্ষণৰ সংখ্যা বা পৰিসংখ্যা সমান নাথাকে। এনেকুৱা বিভাজনবোৰৰ অৱস্থানমূলক পৰিমাপবোৰ বিভিন্ন হোৱাটো স্বাভাৱিক।

প্ৰয়োজনীয়তা ঃ বিভিন্ন কাৰণত এটা বিভাজনৰ সম্পূৰ্ণ তথ্য সংগ্ৰহ কৰা সম্ভৱ নহয়। এই ক্ষেত্ৰত অৱস্থানমূলক পৰিমাপবোৰ কাৰ্যকৰী।

অৱস্থামূলক পৰিমাপৰ বিশেষকৈ শতাংশ পৰিমাপটোৱে মনস্তাত্বিক নাইবা শিক্ষামূলক পৰিসংখ্যাৰ ক্ষেত্ৰত বিশেষ ফলপ্ৰসূ।

অৱস্থানমূলক পৰিমাপৰ বিশেষকৈ চতুৰাংশ পৰিমাণটো অৰ্থনৈতিক বা ব্যৱসায়িক সমস্যাবোৰৰ ক্ষেত্ৰত বিশেষ ভূমিকা লয়।

কোনো কোনো সমস্যাৰ ক্ষেত্ৰত সম্পূৰ্ণ বিভাজন সম্বন্ধে জ্ঞান লাভৰ প্ৰয়োজন নাই। বিভাজনটোৰ আংশিক তথ্যই যথেষ্ট। এনেস্থলত অৱস্থানতমূলক পৰিমাপবোৰে বিভাজনটোৰ গতিবিধি বা ধাৰা সম্বন্ধে আলোকপাত কৰে। ফলত ভৱিষ্যৎ আঁচনি যুগুতোৱাত সুবিধা হয়।

3. ম'ড বা বহুলক ঃ

বিভাজন এটাৰ চলকৰ মানবোৰৰ ভিতৰত যিটো মানৰ পৰিসংখ্যা আটাইতকৈ বেছি তাকেই ম'ড বা বহুলক বুলি কোৱা হয় আৰু ইয়াৰ ওচৰা-উচৰিকৈ থকা আৰেক্ষণবোৰৰ ঘনত্ব বেছি। সেয়েহে কোনো কোনো ক্ষেত্ৰত বহুলকক অইন গড়বোৰৰ তুলনাত বেছি গুৰুত্বপূৰ্ণ বুলি বিবেচনা কৰা হয়।

তলত কেইটামান উদাহৰণ দিয়া হ'ল—

ভাৰতৰ মানুহৰ গড় উচ্চতা 1.68 মিঃ, বৃত্তিমূলক কলেজ এখনত ছাত্ৰ এজনৰ মাহিলী খৰচ 3000 টকা, যোৱা মাহত বাটাৰ জোতাৰ দোকানত 7নং জোতাযোৰৰ বিক্ৰী বেছি। ইত্যাদি।

ওপৰৰ কথাখিনিত বহুলকৰ কথা কোৱা হৈছে।

এটা বিভাজনৰ বহুলক কেইবাটাও হ'ব পাৰে। সেইবোৰ বিভাজনক দ্বিবহুলক, ত্ৰিবহুলক ইত্যাদি বিভাজন বোলা হয়।

এনেস্থলত বহুলক নিৰ্ণয় কৰা টান হয়। সেয়েহে, বহুলক নিৰ্ণয়ৰ ক্ষেত্ৰত তলত দিয়া সূত্ৰ ব্যৱহাৰ কৰা হয়।

সূত্ৰটো হ'ল— মাধ্য–বহুলক ≡ 3 (মাধ্য–মধ্যমা)

বিচ্ছিন্ন শ্ৰেণীৰ ক্ষেত্ৰত চলকৰ যিটো মানৰ পৰিসংখ্যা আটাইতকৈ বেছি সেই মানটোৱেই বহুলকৰ মান। বিভাজনটো দ্বিবহুলক বা ত্ৰিবহুলক ইত্যাদি থকা হ'লে ওপৰৰ সূত্ৰটো প্ৰয়োগ কৰি বহুলক নিৰ্ণয় কৰা হয়।

অবিচ্ছিন্ন শ্ৰেণীৰ ক্ষেত্ৰত তলত দিয়া সূত্ৰটো ব্যৱহাৰ কৰা হয়। সূত্ৰটো হ'ল—

$$\text{ম'ড বা বহুলক} = L + \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \times c$$

য'ত— L = বহুলক বিভাগৰ নিম্নসীমা

f_1 = বহুলক বিভাগৰ পৰিসংখ্যা

f_0 = বহুলক বিভাগৰ ঠিক পূৰ্ব্ববৰ্তী (আগৰ) বিভাগৰ পৰিসংখ্যা।

f_2 = বহুলক বিভাগৰ ঠিক পিছৰ বিভাগৰ পৰিসংখ্যা।

C = বহুলক বিভাগৰ অন্তৰাল।

টোকা ঃ

(1) যিটো বিভাগৰ পৰিসংখ্যা আটাইতকৈ বেছি সেই বিভাগটো হ'ল বহুলকৰ মান থকা বিভাগ।

(2) বহুলক নিৰ্ণয় কৰাৰ ওপৰ সূত্ৰটোৰ ব্যৱহাৰ কেইটামান অভিধাৰণাৰ ওপৰত নিৰ্ভৰশীল।

অভিধাৰণা ঃ

(a) বিভাগবোৰ অবিচ্ছিন্ন ধৰণৰ হ'ব লাগে। বিভাগবোৰ অবিচ্ছিন্ন ধৰণৰ নহ'লে অবিচ্ছিন্ন ধৰণৰ কৰি ল'ব লাগে।

(b) বিভাগবোৰৰ অন্তৰাল সমান হ'ব লাগে।

নিৰ্দিষ্ট মানৰ শ্ৰেণী আৰু বিচ্ছিন্ন শ্ৰেণীৰ ক্ষেত্ৰত বহুলক নিৰীক্ষণ পদ্ধতিত নিৰ্ণয় কৰিব পাৰি।

অবিচ্ছিন্ন শ্ৰেণীৰ ক্ষেত্ৰত বহুলক নিৰ্ণয়

উদাহৰণ 1 ঃ তলৰ তথ্যৰ পৰা ম'ড নিৰ্ণয় কৰা ঃ

(a)

নম্বৰ ঃ	10–20	20–30	30–40	40–50	50-60	60–70
ছাত্ৰসংখ্যা ঃ	5	8	12	16	10	8

(b)

নম্বৰ (ওপৰত)	10	20	30	40	50	60	70
ছাত্ৰসংখ্যা ঃ	59	54	46	34	18	8	0

(c)

মজুৰি ঃ	50–59	60–69	70–79	80–89	90–99	100-109
বনুৱাৰ সংখ্যা ঃ	5	20	40	50	30	6

(d) 12, 17, 8, 13, 17, 20

সমাধান ঃ (a) ইয়াত বহুলক থকা বিভাগ হ'ল (40–50)

সূত্ৰ প্ৰয়োগ কৰি পাওঁ ঃ

$$\text{বহুলক} = L + \frac{f_1 - f_2}{2f_1 - f_0 - f_2} \times c$$

$$= 40 + \frac{16 - 12}{2 \times 16 - 12 - 10} \times 10$$

$$= 44 \text{ নম্বৰ}$$

ইয়াত $f_1 = 16$, $f_0 = 12$, $f_2 = 10$, $C = 10$

(b) প্ৰদত্ত বিভাজনটো সঞ্চয়ী বাৰংবাৰতা বিভাজন। ইয়াক এটা সাধাৰণ বাৰংবাৰতা বিভাজনত তলত দিয়া ধৰণে দেখুউৱা হ'ল।

নম্বৰ ঃ	10–20	20–30	30–40	40–50	50–60	60–70
ছাত্ৰসংখ্যা ঃ	5	8	12	16	10	8

(সমাধান (a) অংশৰ দৰে)

(c) ইয়াত বিভাগবোৰ বিচ্ছিন্ন ধৰণৰ। সেয়েহে বিভাগবোৰ অবিচ্ছিন্ন ধৰণত প্ৰকাশ কৰি তলত দেখুউৱা হ'ল।

বিভাগ সীমা ঃ	49.5–59.5	59.5–69.5	69.5–79.5	79.5–89.5	89.5–99.5	99.5–109.5
পৰিসংখ্যা ঃ	5	20	40	50	30	6

ইয়াত, বহুলক বিভাগ হ'ল 78.5–59.5 (কিয়নো বিভাগটোৰ পৰিসংখ্যা 50 আটাইতকৈ বেছি)

সূত্ৰ প্ৰয়োগ কৰি পাওঁ ঃ

$$\text{বহুলক} = L + \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \times c$$

$$= 79.5 + \frac{50 - 40}{100 - 40 - 30} \times 10 = 82.83 \text{ টকা}$$

টোকা ঃ

বিভাগৰ মধ্যমান আৰু পৰিসংখ্যা দিয়া থাকিলে, প্ৰথমতে বিভাগবোৰ নিৰ্ণয় কৰিব লাগিব আৰু তাৰ পিছত মধ্যমা, মাধ্য, বহুল ইত্যাতি নিৰ্ণয় কৰিব লাগে। বিভাগবোৰ নিৰ্ণয় কৰাৰ পদ্ধতি আগতে আলোচনা কৰা হৈছে।

(d) ইয়াত 17 মানটো আটাইতকৈ বেছি বাৰ অৰ্থাৎ 2 বাৰ (অইন মানকেইটাৰ তুলনাত) অন্তৰ্ভুক্ত হৈছে অৰ্থাৎ 17-ৰ পৰিসংখ্যা আটাইতকৈ বেছি, সেয়েহে বহুলকৰ মান 17 হ'ব।

টোকা ঃ

যদি প্ৰত্যেকটো মান এবাৰকৈ সংঘটিত হয় তেনেহ'লে তথ্যখিনিৰ কোনো বহুলক নাথাকে।

বহুলকৰ সুবিধা, অসুবিধা আৰু ব্যৱহাৰ ঃ

সুবিধা ঃ

1. নিৰীক্ষণ পদ্ধতিত বহুলক নিৰ্ণয় কৰিব পাৰি (নিৰ্দিষ্ট মানৰ শ্ৰেণী আৰু বিচ্ছিন্ন শ্ৰেণীৰ ক্ষেত্ৰত)
2. বিভাজনত থকা লঘুমান বা গুৰুমানৰ দ্বাৰা বহুলক প্ৰভাৱান্বিত নহয়।
3. সীমাযুক্ত বিভাজনৰ ক্ষেত্ৰত বহুলক নিৰ্ণয় কৰা সম্ভৱ।
4. লেখ পদ্ধতিত বহুলক নিৰ্ণয় কৰিব পাৰি।

অসুবিধা ঃ

1. বীজগণিতীয় সম্প্ৰসাৰণ সম্ভৱ নহয়।
2. আৰেক্ষণৰ সংখ্যা কম হ'লে বহুলক বিভাজনটোত নাথাকিবও পাৰে।
3. প্ৰতিটো আৰেক্ষণৰ মান, বহুলক নিৰ্ণয়ত অন্তৰ্ভুক্ত নহয়।
4. বহুলকৰ সংজ্ঞা সঠিক নহয়।
5. প্ৰতিদৰ্শজ তাৰতম্যৰ দ্বাৰাই বহুলক প্ৰভাৱান্বিত হয়।

ব্যৱহাৰ ঃ

আৰ্থ-সামাজিক আৰু ব্যৱসায়িক সমস্যাবোৰৰ ক্ষেত্ৰত অইন গড়বোৰৰ তুলনাত বহুলকেই বেছি ফলপ্ৰসূ কিয়নো এইবোৰ সমস্যাৰ ক্ষেত্ৰত সৰহসংখ্যক মানুহৰ ৰুচি, ব্যৱহাৰ, চাহিদা ইত্যাদি কথাখিনিৰ ওপৰত গুৰুত্ব দিয়া হয়।

কোনো সমস্যাৰ ক্ষেত্ৰত উপযুক্ত গড় নিৰ্বাচনঃ

বিভিন্ন গড়ৰ বিভিন্ন বৈশিষ্ট্য আছে। সকলো সমস্যাৰ ক্ষেত্ৰত কোনো এটা গড় আদৰ্শ হ'ব নোৱাৰে। এতেকে উপযুক্ত গড় নিৰ্বাচনৰ সময়ত তলৰ কথাখিনিৰ ওপৰত গুৰুত্ব দিব লাগে।

উন্নত ধৰণৰ সাংখ্যিকীয় বিশ্লেষণৰ বাবে উপযুক্ত গড় নিৰ্বাচন নিৰ্ভৰ কৰে তলৰ কথাখিনিৰ ওপৰত

(i) অনুসন্ধানৰ উদ্দেশ্য, প্ৰকৃতি, পৰিসৰৰ ওপৰত পোৱা সংগৃহীত তথা

(ii) সংশ্লিষ্ট চলকৰ প্ৰকৃতি

(iii) শ্ৰেণী বিন্যাসৰ পদ্ধতি

ইয়াৰ বাহিৰেও প্ৰত্যেক গড়ৰ ব্যৱহাৰ সম্বন্ধে জ্ঞান লাভ প্ৰয়োজন। প্ৰত্যেক গড়ৰ ব্যৱহাৰ তলত উল্লেখ কৰা হ'ল—

মাধ্য ঃ (1) শ্ৰেণীৰ প্ৰতিটো আৱেক্ষণৰ গুৰুত্ব সমান হ'লে
(2) শ্ৰেণীটোত লঘুমান বা গুৰুমান সংখ্যা কম থাকিলে।

গুণোত্তৰ মাধ্য ঃ (1) অনুপাত, হাৰ, শতাংশৰ গড় নিৰ্ণয়ত।
(2) সূচকাংকৰ গড় নিৰ্ণয়ত
(3) শ্ৰেণীটোৱেই গুণোত্তৰ শ্ৰেণী গঠন কৰিলে

প্ৰসংৱাদী মাধ্য ঃ সমান দূৰত্বৰ বাবে আৰু বিভিন্ন গতিবেগ থাকিলে।

মধ্যমা ঃ (1) সীমামুক্ত বিভাজনৰ ক্ষেত্ৰত
(2) অসমান অন্তৰালত বিভক্ত থকা বিভাগ

বহুলক ঃ (i) ডাঙৰ পৰিসংখ্যা বিভাজনৰ ক্ষেত্ৰত
(ii) আৰ্থ-সামাজিক আৰু ব্যৱসায়িক সমস্যাবোৰৰ ক্ষেত্ৰত।

এই প্ৰসংগত উল্লেখ কৰিব পাৰি যে মাধ্যক প্ৰায় সকলো ধৰণৰ বিভাজনৰ ক্ষেত্ৰত ব্যৱহাৰ কৰিব পাৰি। কিয়নো ই আদৰ্শ গড়ৰ প্ৰায় আটাইকেইটা বৈশিষ্ট্য সিদ্ধ কৰে।

(4) **গুণোত্তৰ মাধ্য (নিৰ্দিষ্ট মানৰ শ্ৰেণীৰ ক্ষেত্ৰত) ঃ**

দুটা সংখ্যা x_1 আৰু x_2-ৰ গুণোত্তৰ মাধ্য হ'ব সংখ্যা দুটাৰ গুণফলৰ ধনাত্মক বৰ্গমূল। অৰ্থাৎ, গুণোত্তৰ মাধ্য $= +\sqrt{x_1 \times x_2}$

এটা চলক x-ৰ n-সংখ্যক মান যেনে $x_1, x_2, x_3, \ldots\ldots, x_n$ হ'লে, মান কেইটাৰ গুণোত্তৰ মাধ্য হ'ব—

$$\text{গুণোত্তৰ মাধ্য (GM)} = \sqrt[n]{x_1 \times x_2 \times x_3 \times \ldots\ldots \times x_n}$$

$$= (x_1 \times x_2 \times x_3 \times \ldots\ldots \times x_n)^{\frac{1}{n}}$$

উভয়পক্ষ লগ লৈ পাওঁ—

$$\text{Log GM} = \frac{1}{n}\log(x_1 \times x_2 \times \ldots\ldots \times x_n)$$

$$= \frac{1}{n}(\log x_1 + \log x_2 + \ldots\ldots + \log x_n)$$

$$= \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\log x_i$$

$$\boxed{\therefore \text{ GM} = \text{anti}\log\frac{1}{n}\sum\log x} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$, n হ'ল মুঠ আৱেক্ষণৰ সংখ্যা

(1) নং সূত্ৰটো নিৰ্দিষ্ট মানৰ শ্ৰেণীৰ ক্ষেত্ৰত প্ৰযোজ্য।

বিচ্ছিন্ন আৰু অবিচ্ছিন্ন শ্ৰেণীৰ ক্ষেত্ৰত গুণোত্তৰ মাধ্য ঃ

গুণোত্তৰ মাধ্যৰ সূত্ৰটো তলত দিয়া ধৰণে পোৱা যাব—

$$GM = \text{antilog}\frac{1}{n}\sum f.\log x.................(2)$$

ইয়াত n = মুঠ পৰিসংখ্যা

টোকা ঃ

(1) বিচ্ছিন্ন শ্ৰেণীৰ ক্ষেত্ৰত x-বোৰ চলকৰ মান

(2) অবিচ্ছিন্ন শ্ৰেণীৰ ক্ষেত্ৰত x-বোৰ বিভাগৰ মধ্যমান।

গুণোত্তৰ মাধ্যৰ সুবিধা, অসুবিধা আৰু ইয়াৰ ব্যৱহাৰ ঃ

সুবিধা ঃ

1. ইয়াৰ সংজ্ঞা সঠিক বা সুদৃঢ়।
2. ই আটাইবোৰ আৰেক্ষণক অন্তৰ্ভুক্ত কৰে।
3. বীজগণিতীয় সম্প্ৰসাৰণ সম্ভৱ।
4. মাধ্যৰ তুলনাত ই লঘুমান বা গুৰুমানৰ দ্বাৰা প্ৰভাৱান্বিত নহয়।
5. প্ৰতিদৰ্শজ তাৰতম্যৰ দ্বাৰাই গুণোত্তৰ মাধ্য প্ৰভাৱান্বিত নহয়।

অসুবিধা ঃ

1. ই বুজিবলৈ আৰু গণনা কৰিবলৈ সহজ নহয়।
2. এটা আৰেক্ষণৰ মান 0 অথবা ঋণাত্মক হ'লে গুণোত্তৰ মাধ্য গণনা কৰিব নোৱাৰি।

ব্যৱহাৰ ঃ

1. বিক্ৰী, উৎপাদন বৃদ্ধিৰ শতাংশৰ গড়, হাৰ আৰু জনসংখ্যাৰ পৰিৱৰ্তনৰ শতাংশৰ গড় হাৰ নিৰ্ণয়ৰ ক্ষেত্ৰত গুণোত্তৰ গড় ব্যৱহাৰ হয়।
2. সূচকাংকৰ নিৰ্ণয়ৰ ক্ষেত্ৰত গুণোত্তৰ গড় বেছি ফলপ্ৰসূ।
3. অৰ্থনৈতিক আৰু সামাজিক বিজ্ঞানৰ কিছুমান সমস্যাৰ ক্ষেত্ৰত য'ত লঘুমানৰ মানবোৰক বেছি গুৰুত্ব আৰু গুৰু মানবোৰক কম গুৰুত্ব দিয়া হয়। গুণোত্তৰ গড় বেছি কাৰ্যকৰী।

গুণোত্তৰ গড়ৰ ধৰ্ম ঃ

1. এটা চলকৰ n-সংখ্যক মানৰ গুণফল = সিহঁতৰ গুণোত্তৰ মাধ্যৰ n-তম ঘাত

   অৰ্থাৎ, $x_1 \times x_2 \times .... \times x_n = (GM)^n$

2. n-সংখ্যক আৰেক্ষণৰ গুণোত্তৰ মাধ্যৰ ঘাতাংক মান = সিহঁতৰ ঘাতাংকৰ মাধ্য।

3. প্ৰত্যেক আৰেক্ষণ আৰু গুণোত্তৰ মাধ্যৰ অনুপাতৰ গুণফল 1 হ'ব। অৰ্থাৎ

$$\frac{x_1}{GM}\times\frac{x_2}{GM}\times\frac{x_3}{GM}\times\ldots\ldots\times\frac{x_n}{GM}=1$$ হ'ব—

কিয়নো— $GM=\sqrt[n]{x_1\times x_2\times\ldots\ldots\times x_n}$

$\therefore\ (GM)^n= x_1\times x_2\times\ldots\ldots\ldots\times x_n$

$$\Rightarrow \frac{x_1}{GM}\times\frac{x_2}{GM}\times\ldots\ldots\times\frac{x_n}{GM}$$

$$\Rightarrow \frac{(GM)^n}{GM.GM.GM\ldots\ldots\ n \text{ সংখ্যক বাৰ}}=\frac{(GM)^n}{(GM)^n}=1$$

4. $n_1, n_2,\ldots\ldots n_k$ আৰেক্ষণ থকা k সংখ্যক শ্ৰেণী থাকিলে আৰু শ্ৰেণীকেইটাৰ গুণোত্তৰ গড় ক্ৰমে $G_1, G_2,\ldots\ldots G_k$ হ'লে শ্ৰেণীকেইটাৰ যুগ্ম গুণোত্তৰ গড় হ'ব—

$$\log\ G=\frac{n_1\log G_1+n_2\log G_2+\ldots+n_k\log G_k}{n_1+n_2+\ldots\ldots+n_k}$$

উদাহৰণ 1 ঃ তলৰ তথ্যৰ গুণোত্তৰ গড় নিৰ্ণয় কৰা ঃ

1. 111, 171, 191, 212

2.

x:	111	171	191	212
f :	3	2	4	5

3.

বিভাগ :	0–10	10–20	20–30	30–40
পৰিসংখ্যা :	8	10	5	2

সমাধান ঃ (1)

x	log x
111	2.0453
171	2.2330
191	2.2810
212	2.3263
মুঠ	8.8856

ইয়াত, n=4

এতিয়া,

GM = এণ্টিলগ $\frac{1}{n}\sum\log x$ (গুণোত্তৰ মাধ্য)

= এণ্টিলগ $\frac{1}{4}\times 8.8856$

= এণ্টিলগ 2.2214

$\therefore$ GM = 166.5

(2)

x	f	log x	f log x
111	3	2.0453	6.1359
171	2	2.2330	4.4660
191	4	2.2810	9.1240
212	5	2.3263	11.6315
মুঠ	14=n		31.3574

এতিয়া,

$$GM = \text{anti}\log\frac{1}{2}\sum f\log x$$
$$= \text{anti}\log\frac{1}{14}\times 31.3574$$
$$= \text{anti}\log 2.2391$$
$$= 173.4$$

3. **সংকেত ঃ** ইয়াৰ বিভাগৰ মধ্যমানবোৰক x-ৰ মান বুলি ধৰা এতিয়া (2) নং প্ৰশ্নৰ দৰে চেষ্টা কৰা।

হৰাত্মক গড় (প্ৰসংবাদী মাধ্য) (Harmonic Mean) ঃ

নিৰ্দিষ্ট মানৰ শ্ৰেণীৰ ক্ষেত্ৰত

সংজ্ঞা ঃ X-চলকৰ n- সংখ্যক মান $x_1, x_2, x_3, \ldots\ldots x_n$-ৰ প্ৰসংবাদী হ'ল মানকেইটাৰ অনোন্যকবোৰৰ মাধ্যৰ অনোন্যক অৰ্থাৎ

$$\text{প্ৰসংবাদী মাধ্য} = \frac{1}{\frac{1}{n}\left(\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\ldots\ldots+\frac{1}{x_n}\right)}$$

$$= \frac{n}{\sum f.\frac{1}{x}}$$, n-হ'ল আৰেক্ষণৰ সংখ্যা।

বিচ্ছিন্ন আৰু অবিচ্ছিন্ন শ্ৰেণীৰ ক্ষেত্ৰত

$$\text{প্ৰসংবাদী মাধ্য} = \frac{n}{\sum f.\frac{1}{x}}$$, n হ'ল মুঠ পৰিসংখ্যা

টোকা ঃ

(1) বিচ্ছিন্ন শ্ৰেণীৰ ক্ষেত্ৰত x-বোৰ হ'ল চলকমান।

(2) অবিচ্ছিন্ন শ্ৰেণীৰ ক্ষেত্ৰত x-বোৰ হ'ল বিভাগৰ মধ্যমান।

(3) বিভিন্ন গতিবেগত একেই দূৰত্ব অতিক্ৰম কৰিলে গড়, গতিবেগ নিৰ্ণয়ৰ ক্ষেত্ৰত প্ৰসংবাদী মাধ্য উলিওৱা হয়। আনহাতে যদি বিভিন্ন গতিবেগত বিভিন্ন দূৰত্ব অতিক্ৰম কৰাৰ সমান সময় দিয়া থাকে, তেন্তে গড় গতিবেগ নিৰ্ণয়ৰ ক্ষেত্ৰত মাধ্য উলিওৱা হয়।

(কথাখিনি পিছত উদাহৰণেৰে ব্যাখ্যা কৰা হ'ব।)

গুণোত্তৰ মাধ্য আৰু প্ৰসংবাদী মাধ্যৰ কেইটামান উদাহৰণ ঃ

উদাহৰণ 1 ঃ মটৰ গাড়ী এখনে 50 মাইল দৈৰ্ঘ্যৰ বৰ্গক্ষেত্ৰ এটাৰ বাহুকেইটা যথাক্ৰমে প্ৰতি ঘণ্টাত 50 মাইল বেগত, 20 মাইল বেগত, 40 মাইল বেগত আৰু 25 মাইল বেগত অতিক্ৰম কৰিলে। গাড়ীখনৰ গড় গতিবেগ কিমান?

সমাধান ঃ যিহেতু বৰ্গক্ষেত্ৰৰ বাহু চাৰিটা প্ৰত্যেকটোৰ দৈৰ্ঘ্য 50 মাইল (অৰ্থাৎ সমান দৈৰ্ঘ্যৰ দূৰত্ব) আৰু গতিবেগবোৰ বিভিন্ন, সেয়েহে নিৰ্ণেয় গড় গতিবেগ উলিওৱাত প্ৰসংবাদী মাধ্য ব্যৱহাৰ হ'ব।

$\therefore$ নিৰ্ণেয় গড় গতিবেগ (প্ৰসংবাদী মাধ্য) $= \dfrac{4}{\frac{1}{50}+\frac{1}{20}+\frac{1}{40}+\frac{1}{25}}$

= 30 মাইল (প্ৰায়) প্ৰতি ঘণ্টাত

ইয়াত, $x_1=50,\ x_2=20,\ x_3=40,\ x_4=25,\ n=4$

উদাহৰণ 2 ঃ এজন মানুহে প্ৰথম দিনত প্ৰতি ঘণ্টাত 45 কি. মি. বেগত 10 ঘণ্টা বাইক চলালে, দ্বিতীয় দিনত প্ৰতি ঘণ্টাত 40 কি. মি. বেগত 10 ঘণ্টা বাইক চলালে আৰু তৃতীয় দিনত প্ৰতিঘণ্টাত 38 কি. মি. বেগত 10 ঘণ্টা বাইক চলালে। প্ৰতিঘণ্টাত গড় গতিবেগ কিমান?

সমাধান ঃ যিহেতু প্ৰতিদিনৰ বাইক চলোৱা সময় সমান আৰু প্ৰতিদিনৰ গতিবেগ বিভিন্ন আৰু প্ৰতিদিনৰ অতিক্ৰম কৰা দূৰত্ব সমান নহয়, সেয়েহে এইক্ষেত্ৰত গড় গতিবেগ নিৰ্ণয় কৰিবলৈ মাধ্য উলিওৱা হ'ব।

তিনি দিনত অতিক্ৰম কৰাৰ মুঠ দূৰত্ব = (450+400+380) কি. মি.

= 1230 কি. মি.

মুঠ সময় = 30 ঘণ্টা

$\therefore$ গড় গতিবেগ $= \dfrac{1230}{30} = 41$ কি. মি. প্ৰতিঘণ্টা।

উদাহৰণ 3 ঃ কোনো বস্তুৰ মূল্য 2005 চনৰ পৰা 2006 চনৰ ভিতৰত 5%, 2006 চনৰ পৰা 2007 চনৰ ভিতৰত 8% আৰু 2007 চনৰ পৰা 2008 চনৰ ভিতৰত 77% বৃদ্ধি পায়। 2006 চনৰ পৰা 2008 চনৰ ভিতৰত মূল্যৰ গড় বৃদ্ধি কিমান?

সমাধান ঃ 5, 8 আৰু 77 ৰ মাধ্য 30। 30% প্ৰকৃত গড় বৃদ্ধি নহয়। কাৰণ 5% আৰু 8% ৰ তুলনাত 77% বৃদ্ধিক কম গুৰুত্ব দিয়া হ'ব। সেয়েহে গুণোত্তৰ গড় নিৰ্ণয় কৰা হ'ব।

বৃদ্ধিৰ শতকৰা হাৰ	পূৰ্বৱৰ্তী বছৰক 100 ধৰি পৰৱৰ্তী বছৰৰ শেষত মূল্য ‘x’	log x
5	105	2.0212
8	108	2.0334
77	177	2.2480
মুঠ		6.3026

$$GM = \text{anti} \ \log \frac{1}{n}\Sigma \log x = \text{Anti} \log \frac{1}{3} \times 6.3026$$

$$= \text{Anti} \ \log \ 2.1009$$

$$= 126.2$$

এতেকে 2006 চনৰ পৰা 2008 চনৰ ভিতৰত মূল্যৰ গড় বৃদ্ধি

$= 126.2–100 = 26.2\% = 26\%$ (প্ৰায়)

উদাহৰণ 4 ঃ যোৱা পাঁচ বছৰত অৰ্থনৈতিক বছৰেকীয়া উন্নতিৰ হাৰ ক্ৰমে 1.5, 2.7, 3.0, 4.5 আৰু 6.2 (শতকৰা হাৰত) এই কালছোৱাত অৰ্থনৈতিক উন্নতিৰ বছৰেকীয়া গড় হাৰ কিমান?

সমাধান ঃ ইয়াত গুণোত্তৰ গড় ব্যৱহাৰ হ’ব।

বছৰেকীয়া উন্নতিৰ হাৰ	**বছৰ শেষত আপেক্ষিক উন্নতি**	log x
1.5	101.5	2.0064
2.7	102.7	2.0016
3.0	103	2.0128
4.5	104.5	2.0191
6.2	106.2	2.0261
মুঠ		10.076

$$GM = \text{anti} \log \frac{1}{n}\Sigma \log x = \text{anti} \log \frac{1}{5} \times 10.076$$

$$= \text{anti} \ \log \ 2.0152$$

$$= 103.5$$

এতিয়া উক্ত কালছোৱাত অৰ্থনৈতিক উন্নতিৰ গড় হাৰ $= (103.5–100)\%$

$= 3.5\%$

প্ৰসংবাদী মাধ্যৰ সুবিধা, অসুবিধা আৰু ব্যৱহাৰ

সুবিধা ঃ

1. প্ৰসংবাদী মাধ্যই আটাইকেইটা আৱেক্ষণক গণনা কাৰ্যত অন্তৰ্ভুক্ত কৰে।
2. বীজগণিতীয় সম্প্ৰসাৰণ সম্ভৱ।
3. সময়, দূৰত্ব, হাৰ সম্বন্ধীয় সমস্যাৰ ক্ষেত্ৰত ফলপ্ৰসূ।
4. সৰু মানবোৰক বেছি গুৰুত্ব দিয়া হ'লে এই গড় কাৰ্যকৰী।

অসুবিধা ঃ

1. ই বুজিবলৈ আৰু গণনা কৰিবলৈ টান।
2. সৰু মানবোৰক বেছি গুৰুত্ব দিয়াত ইয়াৰ ব্যৱহাৰ সীমাবদ্ধ।
3. তথ্যখিনিত ঋণাত্মক মান বা কোনো মান '0' হ'লে প্ৰসংবাদী মাধ্য গণনা কৰিব নোৱাৰি।
4. বিশেষ ধৰণৰ সমস্যাৰ কাৰণে ব্যৱহাৰ হোৱা বাবে ইয়াৰ ব্যৱহাৰ সীমাবদ্ধ।

ব্যৱহাৰ ঃ

সমান দূৰত্ব আৰু বিভিন্ন গতিবেগ থাকিলে গড় গতিবেগ নিৰ্ণয়ত প্ৰসংবাদী মাধ্য ব্যৱহাৰ হয়।

মাধ্য, গুণোত্তৰ গড় আৰু প্ৰসংবাদী মাধ্য সম্বন্ধ ঃ

সম্বন্ধকেইটা হ'ল—

[1) মাধ্য ≥ গুণোত্তৰ গড় ≥ প্ৰসংবাদী মাধ্য

(2) গুণোত্তৰ গড় $=\sqrt{\text{মাধ্য} \times \text{প্ৰসংবাদী মাধ্য}}$

(1) **নং সম্বন্ধৰ প্ৰমাণ ঃ**

ধৰা হ'ল, x_1 আৰু x_2 দুটা ধনাত্মক সংখ্যা ($x_1 > 0$, $x_2 > 0$) তেন্তে মাধ্য $=\frac{x_1+x_2}{2}$, গুণোত্তৰ গড় $=\sqrt{x_1x_2}$, প্ৰসংবাদী মাধ্য $=\frac{2x_1x_2}{x_1+x_2}$

এতিয়া, মাধ্য— গুণোত্তৰ গড় $=\frac{x_1+x_2}{2}-\sqrt{x_1x_2}$

$$=\frac{x_1+x_2-2\sqrt{x_1x_2}}{2}$$

$$=\frac{1}{2}\left(\sqrt{x_1}-\sqrt{x_2}\right)^2$$

$\because \left(\sqrt{x_1}-\sqrt{x_2}\right)^2$ এটি বৰ্গৰাশি, সেয়েহে ই সদায় ধনাত্মক

এতেকে, $\left(\sqrt{x_1}-\sqrt{x_2}\right)^2 \geq 0$

$$\therefore \frac{1}{2}\left(\sqrt{x_1}-\sqrt{x_2}\right)^2 \geq 0 \Rightarrow \left(\sqrt{x_1}-\sqrt{x_2}\right)^2 \geq 0$$

অৰ্থাৎ, মাধ্য— গুণোত্তৰ মাধ্য ≥ 0

$\Rightarrow$ মাধ্য $\geq$ গুণোত্তৰ মাধ্য

মাধ্য $=$ গুণোত্তৰ মাধ্য হ'ব যদিহে $\sqrt{x_1}=\sqrt{x_2}$ হয়

অৰ্থাৎ $x_1 = x_2$ হয়

আকৌ, গুণোত্তৰ মাধ্য— প্ৰসংবাদী মাধ্য $=\sqrt{x_1x_2}-\frac{2x_1x_2}{x_1+x_2}$

$$=\sqrt{x_1x_2}\left(1-\frac{2\sqrt{x_1x_2}}{x_1+x_2}\right)$$

$$=\sqrt{x_1x_2}\left(\frac{x_1+x_2-2\sqrt{x_1x_2}}{x_1+x_2}\right)$$

$$=\sqrt{x_1x_2}\cdot\frac{\left(\sqrt{x_1}-\sqrt{x_2}\right)^2}{x_1+x_2}$$

আগৰ দৰে, $\because x_1>0,\ x_2>0,\ \sqrt{x_1x_2}\times\frac{\left(\sqrt{x_1}-\sqrt{x_2}\right)^2}{x_1+x_2} \geq 0$

$\therefore$ গুণোত্তৰ মাধ্য — প্ৰসংবাদী মাধ্য ≥ 0

$\Rightarrow$ গুণোত্তৰ মাধ্য $\geq$ প্ৰসংবাদী মাধ্য

যদি $x_1 = x_2$ হয়, তেনেহ'লে গুণোত্তৰ মাধ্য $=$ প্ৰসংবাদী মাধ্য

(2) **প্ৰমাণ ঃ**

আগৰ দৰে, মাধ্য $\times$ প্ৰসংবাদী মাধ্য $=\frac{x_1+x_2}{2}\times\frac{2x_1x_2}{x_1+x_2}$

$= x_1x_2$

$\therefore \sqrt{\text{মাধ্য} \times \text{প্ৰসংবাদী মাধ্য}}=\sqrt{x_1x_2}=$ গুণোত্তৰ মাধ্য

উদাহৰণ 5 ঃ দুটা ধনাত্মক সংখ্যাৰ মাধ্য আৰু গুণোত্তৰ গড় ক্ৰমে 5 আৰু 4 হ'লে সংখ্যা দুটাৰ মান আৰু প্ৰসংবাদী মাধ্যৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

সমাধান ঃ ধৰা হ'ল, সংখ্যা দুটা x_1 আৰু x_2 $(x_1>0, x_2>0)$

এতিয়া, মাধ্য $=\frac{x_1+x_2}{2}=5$ $\therefore$ $x_1+x_2=10$........(1)

গুণোত্তৰ মাধ্য $=\sqrt{x_1x_2}=4$ $\therefore$ $x_1+x_2=16$........(2) [বৰ্গ কৰি]

(1) নং সমীকৰণৰ পৰা পাওঁ ঃ $x_2 = 10-x_1$

(2) নং সমীকৰণৰ পৰা পাওঁ ঃ $x_1 = (10-x_1)=16$

$\Rightarrow x_1^2-10x_1+16=0$

$\Rightarrow x_1^2-2x_1+8x_1+16=0$

$\Rightarrow x_1(x_1-2)-8(x_1-2)=0$

$\therefore x_1= 2$ অথবা 8

এতিয়া (1) নং সমীকৰণৰ পৰা পাওঁ ঃ $x_2=10-2$ অথবা $10-8$

$= 8$ অথবা 2

$\therefore$ সংখ্যা দুটা হ'ল 2 আৰু 8

আৰু প্ৰসংবাদী মাধ্য $=\frac{2x_1x_2}{x_1+x_2}=\frac{2.2.8}{2+8}=\frac{32}{10}=3.2$

অনুশীলনী

1. সাংখ্যিকীয় গড় বুলিলে কি বুজা? গড়বোৰক কিয় কেন্দ্ৰীয় প্ৰবৃত্তিৰ পৰিমাপ বোলা হয়? আদৰ্শ গড়ৰ বৈশিষ্ট্যবোৰ কি কি?
2. মাধ্যক কিয় আদৰ্শ গড় বুলি বিবেচনা কৰা হয়? আদৰ্শ গড়ৰ বৈশিষ্ট্যৰ ওপৰত ভিত্তি কৰি আলোচনা কৰা।
3. গড়বোৰে কি উদ্দেশ্য সিদ্ধ কৰে?
4. মাধ্যৰ ধৰ্মবোৰ কি কি?
5. অৱস্থানমূলক পৰিমাপ সম্বন্ধে টোকা লিখা।
6. তিনিবিধ গড়ৰ সংজ্ঞা লিখি সিহঁতৰ সুবিধা-অসুবিধাসমূহ আলচ কৰা।
7. প্ৰত্যেক গড়ৰ ব্যৱহাৰ আলচ কৰা।
8. মধ্যমা আৰু বহুলকৰ সংজ্ঞা লিখা আৰু সুবিধা-অসুবিধাসমূহ আলচ কৰা।
9. কোনো এটা সমস্যাৰ বাবে গড় বাছনি কৰাৰ চৰ্ত কি আৰু মাধ্য, মধ্যমা আৰু বহুলক কি ধৰণৰ পৰিস্থিতিত ব্যৱহাৰ হয়— বহলাই আলোচনা কৰা।
10. খালী ঠাই পূৰ কৰা ঃ
    (i) লঘুমান বা উচ্চমানৰ দ্বাৰাই —— প্ৰভাৱান্বিত নহয়। (মধ্যমা)
    (ii) লঘুমান বা উচ্চমানৰ দ্বাৰাই —— প্ৰভাৱান্বিত হয়। (মাধ্য)
    (iii) এটা বিভাজনৰ বহুলকৰ মান দুটা হ'লে সেই বিভাজনক —— বিভাজন বোলা হয়। (দ্বিবহুলক)
    (iv) সীমামুক্ত বিভাজনৰ ক্ষেত্ৰত —— নিৰ্ণয় কৰিব নোৱাৰি। (মাধ্য)
    (v) —— গণনাৰ ক্ষেত্ৰত সকলো আৰেক্ষণ অন্তৰ্ভুক্ত কৰা হয়। (মাধ্য)
    (vi) —— বিভাগৰ ক্ষেত্ৰত মধ্যমা বেছি উপযোগী। (সীমামুক্ত)
    (vii) গুণধৰ্মী তথ্যৰ ক্ষেত্ৰত —— বেছি উপযোগী। (মধ্যমা)
    (viii) Me, Q_1, আৰু Q_3 ৰ সম্পৰ্কটো হ'ল——। $\left(Me=\frac{Q_3-Q_1}{2}\right)$
    (ix) D_5, P_{80}, Me, আৰু P_{50}-ৰ সম্বন্ধ হ'ল —— ($D_5=Me=P_{50}$)
    (x) D_4, P_{60}, P_{75} আৰু Q_3-ৰ সম্বন্ধ হ'ল —— ($P_{75}=Q_3$, $P_{60}=D_4$)
    (xi) $\overline{x}$, Me আৰু M_0-ৰ সম্বন্ধ হ'ল —— $(\overline{x}-M_0)=3(\overline{x}-Me)$
    (xii) আৰেক্ষণবোৰৰ 25% 80-ৰ ওপৰত, 40% 50-ৰ তলত আৰু 70% 40-ৰ বেছি তেন্তে ——— = 80; ——— = 50; ——— = 40 (P_4, D_4, D_7)
    (xiii) 10 টা আৰেক্ষণৰ মাধ্য 10 আৰু মধ্যমা 12। প্ৰত্যেকে আৰেক্ষণৰ লগত 5 যোগ-বিয়োগ কৰিলে

নতুন মাধ্য =———— আৰু নতুন মধ্যমা ———— (15,17)

নতুন মাধ্য =———— আৰু নতুন মধ্যমা ———— (5,7)

(xiv) 10 টা আৰেক্ষণৰ মাধ্য 10 আৰু মধ্যমা 121 প্ৰত্যেক আৰেক্ষণক 5 ৰে গুণ/ভাগ কৰিলে নতুন মাধ্য, নতুন মাধ্য; নতুন মধ্যমা , নতুন মধ্যমা = –, –, –, –,। (50, 2; 60, 2.4)

(xv) 10 টা সংখ্যাৰ মাধ্য 10। পিছত দুটা সংখ্যা 12 আৰু 8 লোৰা হ'ল। 12 টা সংখ্যাৰ নতুন মাধ্য ——। (10)

(xvi) কোনটো গড়ৰ মান এটাতকৈ বেছি হ'ব পাৰে? গড়টোৰ নাম কি? (বহুলক)

(xvii) —— অৱস্থানমূলক গড়। (মধ্যমা)

(xviii) 7, 12, 10, 2x, 8, –x আৰু 5ৰ গড় 7 হ'লে x= ———— (7)

(xix) সূচকাংক নিৰ্ণয়ৰ ক্ষেত্ৰত —— গড় ব্যৱহাৰ হয়। (গুণোত্তৰ)

(xx) বিভিন্ন গতিত একেই দূৰত্ব অতিক্ৰম কৰিলে —— গড় ব্যৱহাৰ হয়। (প্ৰসংবাদী মাধ্য)

(xxi) $Me—Q_1$ = ... – Me (সমমিত বিভাজনৰ ক্ষেত্ৰত) (Q_3)

(xxii) মাধ্যৰ পৰা আৰেক্ষণবোৰৰ পাৰ্থক্যৰ যোগফল——। (0)

(xxiii) গড়ে এটা শ্ৰেণীক —— কৰে। (প্ৰতিনিধিত্ব)

(xxiv) 6, 8, 10, 6, 12, 10, 8, 8ৰ বহুলক =——— (8)

(xxv) গড় বুলিলে সাধাৰণতে —— বুজায়। (মাধ্যক)

(xxvi) $D_2 <$ ——— (Q_1)

(xxvii) $Q_3 >$ ——— (P_{60})

(xxviii) দুটা বিভাগৰ যুগ্ম গড় সূত্ৰটো হ'ল —— $\left(\frac{n_1\bar{x}_1 + n_2\bar{x}_2}{n_1 + n_2}\right)$

(xxix) $GM = \sqrt{_____ \times _____}$ ...(AM×HM)

(xxx) GM ≥ AM ≤ HM (উক্তিটো শুদ্ধ কৰা) (AM ≥ GM ≥ HM)

(xxxi) মাধ্য = · · (3 মধ্যমা –($\frac{1}{2}$) বহুলক)

(xxxii) বহুলক = –মধ্যমা–2...) Ans : (3 মধ্যমা –2 মাধ্য)

(xxxiii) মাধ্যৰ পৰা আৰেক্ষণবোৰৰ পাৰ্থক্যৰ যোগফল —— (0)

(xxxiv) —— পৰা আৰেক্ষণবোৰৰ পাৰ্থক্যৰ বৰ্গৰ যোগফল ন্যূনতম। (মাধ্য)

(xxxv) বিভিন্ন চহৰৰ জনমূৰি আয় নিৰ্ণয়ৰ ক্ষেত্ৰত —— গড় প্ৰযোজ্য। (গুণোত্তৰ গড়)

(xxxvi) ঔদ্যোগিক প্ৰতিষ্ঠান এটাৰ কৰ্মচাৰীসকল গড় মজুৰি নিৰ্ণয়ৰ ক্ষেত্ৰ (ভাৰিত) —— গড় প্ৰযোজ্য।

(xxxvii) মধ্যমা = ———— চতুৰাংশ। (দ্বিতীয়)

(xxxviii) গুণোত্তৰ মাধ্যৰ বৰ্গ = ——— × ——— (মাধ্য × প্ৰসংবাদী মাধ্য)

(xxxix) —— চৰ্তত, মাধ্য = মধ্যমা = বহুলক হয়। (আবেক্ষণবোৰ মান সমান হ'লে)

(xxxx) —— লেখ চিত্ৰৰ পৰা মধ্যমা নিৰ্ণয় কৰা হয়

আৰু —— লেখচিত্ৰৰ পৰা বহুলক নিৰ্ণয় কৰা হয়। (অ'গিভ, আয়তলেখ)

11. (a) গুণোত্তৰ মাধ্য ব্যৱহাৰ কৰাৰ ক্ষেত্ৰত দুটা উদাহৰণ দিয়া।
(b) প্ৰসংবাদী মাধ্য ব্যৱহাৰ কৰাৰ ক্ষেত্ৰত দুটা উদাহৰণ দিয়া।
(c) মধ্যমা ব্যৱহাৰ কৰাৰ ক্ষেত্ৰত দুটা উদাহৰণ দিয়া।

12. তলৰ তথ্যৰ পৰা মাধ্য, মধ্যমা আৰু বহুলক, নিৰ্ণয় কৰা—
1, 3, 9, 7, 11, 11, 10, 16, 14, 13, 4

(উত্তৰ ঃ মাধ্য=9, মধ্যমা=10, বহুলক=11)

13. তলৰ তথ্যৰ পৰা মাধ্য, মধ্যমা আৰু বহুলক নিৰ্ণয় কৰা

x :	0	1	2	3	4	5	6	7	8
f :	5	22	31	43	51	40	35	15	3

(উত্তৰ ঃ মাধ্য=9 (প্ৰায়), মধ্যমা=বহুলক=4)

14. **তলৰ তথ্যৰ পৰা মাধ্য নিৰ্ণয় কৰা ঃ**

(a)

ওজন ঃ	95–105	105–115	115–125	125–135
ছাত্ৰসংখ্যা ঃ	20	26	38	16

(উত্তৰ ঃ 115)

(b)

ওজন কে.জি. ঃ	60–62	63–65	66–68	69–71	72–74
পৰিসংখ্যা ঃ	15	54	126	81	24

(উত্তৰ ঃ 67.45 কেজি)

(c)

মজুৰি (টকাত) ঃ (তলত)	10	20	30	40	50	60	70	80
বনুৱাৰ সংখ্যা ঃ	15	35	60	84	96	127	198	250

(উত্তৰঃ 50.40 টকাত)

(d)

নমৰ	ছাত্ৰ সংখ্যা
0 আৰু ওপৰত	40
10 আৰু ওপৰত	37
20 আৰু ওপৰত	30
30 আৰু ওপৰত	20
40 আৰু ওপৰত	7
50 আৰু ওপৰত	3

(উত্তৰ ঃ 29.25 নম্বৰ)

15. তলৰ তথ্যৰ পৰা মধ্যমা, বহুলক আৰু Q_1 আৰু Q_3 নিৰ্ণয় কৰা।

বয়স (বছৰত) ঃ	20–25	25–30	30–35	35–40	40–45	45–50	50–55	55–60
মানুহৰ সংখ্যা ঃ	50	70	100	180	150	120	70	60

(উত্তৰ ঃ মধ্যমা = 35 বছৰ, বহুলক = 38.64 বছৰ, Q_1=34 বছৰ, Q_3= 47.08 বছৰ)

16. তলৰ তথ্যৰ পৰা মধ্যমা আৰু বহুলক নিৰ্ণয় কৰা ঃ

(a)

নম্বৰ (তলত) ঃ	10	20	30	40	50
ছাত্ৰ সংখ্যা ঃ	5	9	15	18	20

(উত্তৰ ঃ 21.67, 24 নম্বৰ)

(b)

মজুৰি (টকাত)	বনুৱাৰ সংখ্যা
0 আৰু ওপৰত	50
20 আৰু ওপৰত	45
40 আৰু ওপৰত	34
60 আৰু ওপৰত	16
80 আৰু ওপৰত	6
100 আৰু ওপৰত	0

(উত্তৰ ঃ 50 টকা, 49.33 টকা)

17. তলৰ তথ্যৰ পৰা D_4 আৰু P_{68} ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা ঃ

বয়স ঃ	25ৰ তলত	25–29	30–34	35–44	45–54	55–64	65–74	75 আৰু ওপৰত
পৰিসংখ্যা (মিলিয়নত) ঃ	2.22	4.05	5.08	10.45	9.47	6.63	4.16	1.66

(উত্তৰ D_4 = 40.38, P_{68}=52.87)

18. তলৰ তথ্যৰ পৰা Q_1, Q_3, D_4 আৰু P_{60} ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা ঃ

(a) 19, 27, 24, 39, 57, 44, 56, 50, 59, 67
62, 42, 47, 60, 26, 34, 57, 51, 59, 45

(উত্তৰ ঃ Q_1 = 35.25, Q_3=58.50, D_4= 44.4, P_{60} = 54)

(b)

x :	40	42	45	50	51	54	56	59	60	62	64
f :	2	6	8	10	6	14	12	8	14	12	6

(উত্তৰ ঃ Q_1=50, Q_3=60, D_4=54, P_{60}=59)

(c)

ওজন (কে.জি.) ঃ	20–24	24–28	28–32	32–36	36–40	40–44	44–48	48–52	52–56	56–60	60–64
পৰিসংখ্যা ঃ	2	3	5	10	8	6	16	12	10	7	5

(উত্তৰ ঃ Q_1 =36.5 কে.জি., Q_3=52.4 কে.জি., D_4=43.7 কে.জি., P_{60}=49.3 কে.জি.)

19. (a) যদি প্ৰত্যেকটো আৰেক্ষণৰ লগত এটা ধ্ৰুৱক সংখ্যা যোগ/বিয়োগ কৰা হয় তেন্তে দেখুউৱা যে নতুন মাধ্যৰ মান ধ্ৰুৱকত আগৰ মাধ্য ± ধ্ৰুৱক সংখ্যাটো।

(b) তলৰ বিভাজনটোৰ মধ্যমা আৰু বহুলক ক্ৰমে 27 আৰু 26 হ'লে a আৰু b ৰ মান নিৰ্ণয় কৰাঃ

বিভাগ ঃ	0–10	10–20	20–30	30–40	40–50
পৰিসংখ্যা ঃ	3	a	20	12	b

(উত্তৰ ঃ a=8, b=7)

(c) দুটা অসমান ধনাত্মক বাস্তৱ সংখ্যা a আৰু b (a>b)ৰ মাধ্য সিহঁতৰ গুণোত্তৰ মাধ্যৰ দুগুণ হ'লে প্ৰমাণ কৰা যে ঃ $a : b = (2 + \sqrt{3}) : (2 - \sqrt{3})$

(d) 2, 4, 6 আৰু 8 ৰ হুৰাত্মক গড় নিৰ্ণয় কৰা। (উত্তৰ ঃ 3.84)

(e) 4, 16, 64, 256ৰ গুণোত্তৰ গড় নিৰ্ণয় কৰা। (উত্তৰ ঃ 32)

(f) 7, x–2 আৰু x+3ৰ মাধ্য 9 হ'লে, x-ৰ মান কিমান? (উত্তৰ ঃ 9)

(g) $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \ldots\ldots\ldots \frac{1}{n}$ ৰ হৰাত্মক গড় কিমান? (উত্তৰ ঃ $\frac{2}{n+1}$)

20\. (a) কোনো এটা প্ৰতিষ্ঠানত প্ৰথম, দ্বিতীয় আৰু তৃতীয় বছৰত উৎপাদন ক্ৰমে 3%, 4% আৰু 5% বৃদ্ধি পায়। উৎপাদনৰ বছৰি গড় বৃদ্ধিৰ পৰিমাণ কিমান?

(সংকেত ঃ G.M-ৰ সূত্ৰ ব্যৱহাৰ কৰা) (উত্তৰ ঃ 4%)

(b) এজন মানুহে কোনো এখন ঠাইলৈ বাইকত যাওঁতে প্ৰতি ঘণ্টাত 50 কিঃ মিঃ বেগত যায় আৰু উভতি আহোঁতে প্ৰতিঘণ্টাত 40 কিঃ মিঃ বেগত আহে। অহা-যোৱা কৰাৰ গড় গতিবেগ কিমান?

(সংকেত ঃ H.M-ৰ সূত্ৰ ব্যৱহাৰ কৰা) (উত্তৰ ঃ 37.5 কি. মি.)

(c) কোনো এটা ব্যৱসায়িক প্ৰতিষ্ঠানত তিনিটা ক্ৰমিক বছৰত টকা-পইচাৰ লেনদেন ক্ৰমে 2, 3 আৰু 4 গুণ বৃদ্ধি পায়। বছৰি গড় বৃদ্ধি কিমান?

(সংকেত ঃ GM ব্যৱহাৰ কৰা) (উত্তৰ ঃ বছৰি বৃদ্ধি 2.885)

(d) কাৰণ দেখুৱাই তলৰ তথ্যৰ উপযুক্ত গড় নিৰ্ণয় কৰা ঃ

মান	পৰিসংখ্যা
100-ৰ তলত	40
100–200	89
200–300	148
300–400	64
400 আৰু ওপৰত	39

(সংকেত ঃ মধ্যমা ব্যৱহাৰ কৰা।) (উত্তৰ ঃ 241.22)

(e) 25 টা আৰেক্ষণৰ মাধ্যৰ মান 68 পোৱা গ'ল। পিছত দেখা গ'ল যে দুটা আৰেক্ষণৰ মান 57 আৰু 35 ৰ পৰিৱৰ্তে 75 আৰু 53 লোৱা হৈছে। শুদ্ধ মাধ্যৰ মান কিমান?

(উত্তৰ ঃ 66.56)

(f) তলৰ বিভাজনটোৰ বহুলকৰ মান 24 আৰু বিভাজনটোৰ মুঠ পৰিসংখ্যা 100 হ'লে f_1 আৰু f_2ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

বিভাগ ঃ	0–10	10–20	20–30	30–40	40–50
পৰিসংখ্যা ঃ	14	f_1	27	f_2	15

(উত্তৰ ঃ f_1 = 21, f_2 = 23)

21. তলৰ বিভাজনৰ মাধ্য 56.47 আৰু মুঠ পৰিসংখ্যা 150 হ'লে f_3 আৰু f_5-ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

চলক ঃ	45	50	55	60	65	70	75
পৰিসংখ্যা ঃ	5	48	f_3	30	f_5	8	6

(সংকেত ঃ প্ৰত্যক্ষ প্ৰদ্ধতি অৱলম্বন কৰা) (উত্তৰ ঃ 41, 12)

22. এটা কোম্পানীত 35 জন কৰ্মচাৰী আছে। তাৰে 17 জনৰ প্ৰতিজনে বছৰি 3000 টকা, 11 জনৰ প্ৰতিজনে 4000 টকা, 4 জনৰ প্ৰতিজনে 6000 টকা, 2 জনৰ প্ৰতিজনে 7000 টকা আৰু বাকী থকা কৰ্মচাৰীজনে বছৰি 10,000 টকা দৰমহা পায়। কোম্পানীটোৰ কৰ্মচাৰীসকল গড় বছৰেকীয়া দৰমহা আৰু মধ্যমা দৰমহা নিৰ্ণয় কৰা।

(উত্তৰ ঃ 4085.71 টকা আৰু 4000 টকা)

23. তলৰ তথ্যৰ পৰা মাধ্য, মধ্যমা নিৰ্ণয় কৰি মাধ্য, মধ্যমা আৰু বহুলকৰ সম্বন্ধটো ব্যৱহাৰ কৰি বহুলক নিৰ্ণয় কৰা।

দৰমহা (টকাত)ঃ	260–269	270–279	280–289	290–299	300–309	310–319	320–32
মানুহৰ সংখ্যা ঃ	6	14	29	23	16	10	2

(উত্তৰ ঃ 291.20, 289.93 আৰু 287.39 টকা)

24. যদি প্ৰত্যেক আৰেক্ষণৰ পৰিসংখ্যা সমান থাকে, তেন্তে প্ৰমাণ কৰা — সাধাৰণ মাধ্য = ভাৰিত মাধ্য।

25. এটা প্ৰতিষ্ঠানত দুটা বিভাগ আছে আৰু তাতে ক্ৰমে 100 আৰু 80 জন কৰ্মচাৰী আছে। বিভাগ দুটাৰ কৰ্মচাৰীসকলৰ গড় মাহিলী দৰমহা 275 টকা আৰু 225 টকা হ'লে, আটাইকেইজন কৰ্মচাৰীৰ গড় দৰমহা কিমান?

(উত্তৰ ঃ 252.78 টকা)

* * *