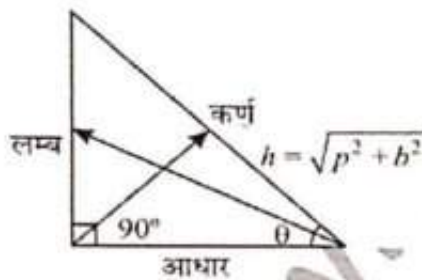
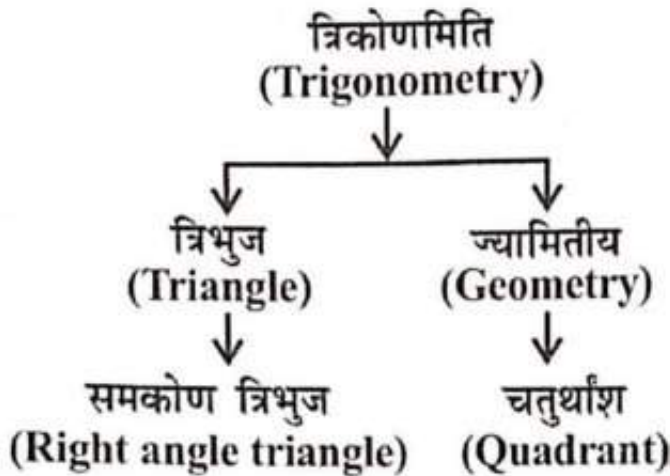


त्रिकोणमिति (Trigonometry)



$$h > p, b$$

कुछ अवधारणाएँ

$$\text{ज्या अनुपात} = \sin \theta = \frac{p}{h} \leftrightarrow \text{cosec } \theta = \frac{h}{p} \geq 1$$

$$\text{कोज्या अनुपात} = \cos \theta = \frac{b}{h} \leftrightarrow \sec \theta = \frac{h}{b} \geq 1$$

$$\text{स्पर्शज्या अनुपात} = \tan \theta = \frac{p}{b} \leftrightarrow \cot \theta = \frac{b}{p}$$

$$\Rightarrow \sin \theta \cdot \text{cosec } \theta = 1$$

$$\Rightarrow \cos \theta \cdot \sec \theta = 1$$

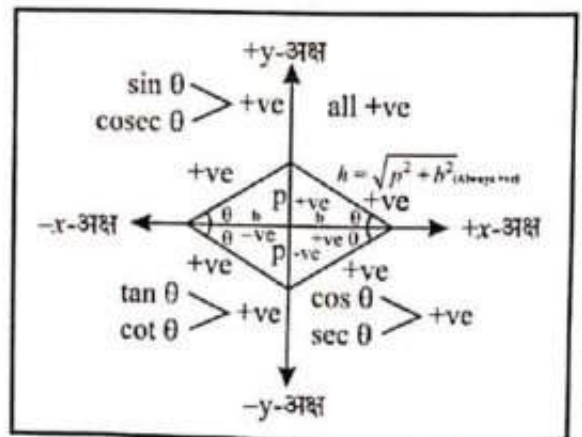
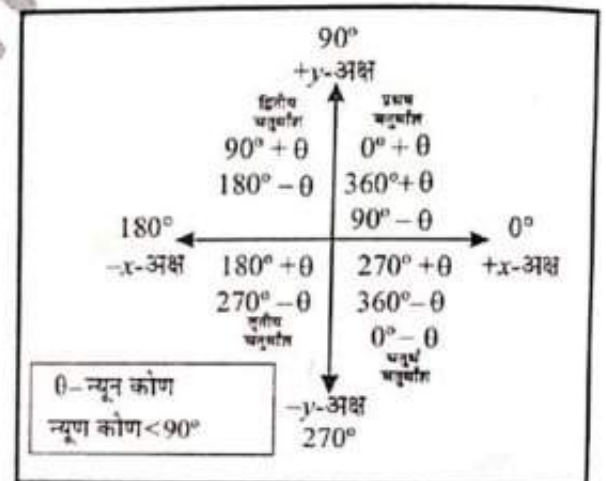
$$\Rightarrow \tan \theta \cdot \cot \theta = 1$$

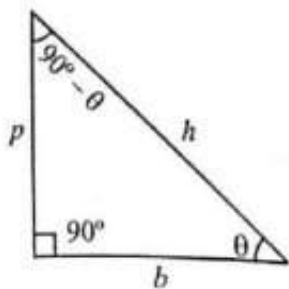
$$\sin \theta = \frac{1}{\text{cosec } \theta} \Rightarrow \text{cosec } \theta = \frac{1}{\sin \theta}$$

$$\cos \theta = \frac{1}{\sec \theta} \Rightarrow \sec \theta = \frac{1}{\cos \theta}$$

$$\tan \theta = \frac{1}{\cot \theta} \Rightarrow \cot \theta = \frac{1}{\tan \theta}$$

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \Rightarrow \cot \theta = \frac{\cos \theta}{\sin \theta}$$





ऊपर दिये गये त्रिभुज $\sin \theta = \frac{p}{h}$ व $\cos(90^\circ - \theta) = \sin \theta$

हम यहाँ देखते हैं कि 90° से कोण को घटाया जा रहा है, कोज्या व ज्या में परिवर्तित हुआ है, क्योंकि कोण $(90^\circ - \theta)$ के लिए आधार, लम्ब में परिवर्तित होगा

यदि हम दोबारा 90° जोड़ते हैं, तो यह बदलेगा होगा तथा अपने स्वयं के रूप में परिवर्तित होगा अतः हम कहते सकते हैं।

$\Rightarrow 90^\circ, 270^\circ \dots \dots \dots (90^\circ$ के विषम गुणांक) परिवर्तित होंगे

$\Rightarrow 0^\circ, 180^\circ, 360^\circ \dots \dots \dots (90^\circ$ के सम गुणांक) परिवर्तित नहीं होंगे।

परिवर्तन इस प्रकार होगा।

$$\sin \theta \rightarrow \cos \theta \text{ व } \cos \theta \rightarrow \sin \theta$$

$$\tan \theta \rightarrow \cot \theta \text{ व } \cot \theta \rightarrow \tan \theta$$

$$\sec \theta \rightarrow \csc \theta \text{ व } \csc \theta \rightarrow \sec \theta$$

e.g. (i) $\sin(-\theta) = \sin(0 - \theta) = -\sin \theta$

$(\because (0^\circ - \theta)$ IV चतुर्थांश में है, और IV में $\sin$ -ve होता है।

(ii) $\cos(-\theta) = \cos(0 - \theta) = \cos \theta$

$(\because (0^\circ - \theta)$ IV चतुर्थांश में है और IV में $\cos$ +ve होता है

(iii) $\tan(-\theta) = \tan(0 - \theta) = -\tan \theta$

$(\because (0^\circ - \theta)$ IV चतुर्थांश में है और IV में $\tan$ -ve होता है।

इसी प्रकार $\csc(-\theta) = -\csc \theta$

$$\sec(-\theta) = \sec \theta$$

$$\cot(-\theta) = -\cot \theta$$

$$\sin(90^\circ - \theta) = \cos \theta \text{ व } \cos(90^\circ - \theta) = \sin \theta$$

$$\tan(90^\circ - \theta) = \cot \theta \text{ व } \cot(90^\circ - \theta) = \tan \theta$$

$$\sec(90^\circ - \theta) = \csc \theta \text{ व } \csc(90^\circ - \theta) = \sec \theta$$

$$\sin(90^\circ + \theta) = \cos \theta \text{ व } \cos(90^\circ + \theta) = -\sin \theta$$

$$\tan(90^\circ + \theta) = -\cot \theta \text{ व } \cot(90^\circ + \theta) = -\tan \theta$$

$$\sec(90^\circ + \theta) = -\csc \theta \text{ व } \csc(90^\circ + \theta) = \sec \theta$$

$$\sin(180^\circ - \theta) = \sin \theta \text{ व } \cos(180^\circ - \theta) = -\cos \theta$$

$$\tan(180^\circ - \theta) = -\tan \theta \text{ व } \cot(180^\circ - \theta) = -\cot \theta$$

$$\sec(180^\circ - \theta) = -\sec \theta \text{ व } \csc(180^\circ - \theta) = \csc \theta$$

$$\sin(180^\circ + \theta) = -\sin \theta \text{ व } \cos(180^\circ + \theta) = -\cos \theta$$

$$\tan(180^\circ + \theta) = \tan \theta \text{ व } \cot(180^\circ + \theta) = \cot \theta$$

$$\sec(180^\circ + \theta) = -\sec \theta \text{ व } \csc(180^\circ + \theta) = -\csc \theta$$

$$\sin(270^\circ - \theta) = -\cos \theta \text{ व } \cos(270^\circ - \theta) = -\sin \theta$$

$$\tan(270^\circ - \theta) = +\cot \theta \text{ व } \cot(270^\circ - \theta) = +\tan \theta$$

$$\csc(270^\circ - \theta) = -\sec \theta \text{ व } \sec(270^\circ - \theta) = -\csc \theta$$

$$\sin(270^\circ + \theta) = -\cos \theta \text{ व } \cos(270^\circ + \theta) = +\sin \theta$$

$$\tan(270^\circ + \theta) = -\cot \theta \text{ व } \cot(270^\circ + \theta) = -\tan \theta$$

$$\csc(270^\circ + \theta) = -\sec \theta \text{ व } \sec(270^\circ + \theta) = +\csc \theta$$

$$\sin(360^\circ - \theta) = -\sin \theta \text{ व } \cos(360^\circ - \theta) = \cos \theta$$

$$\tan(360^\circ - \theta) = -\tan \theta \text{ व } \cot(360^\circ - \theta) = -\cot \theta$$

$$\csc(360^\circ - \theta) = -\csc \theta \text{ व } \sec(360^\circ - \theta) = \sec \theta$$

$$\sin(360^\circ + \theta) = \sin \theta \text{ व } \cos(360^\circ + \theta) = \cos \theta$$

$$\tan(360^\circ + \theta) = \tan \theta \text{ व } \cot(360^\circ + \theta) = \cot \theta$$

$$\csc(360^\circ + \theta) = \csc \theta \text{ व } \sec(360^\circ + \theta) = \sec \theta$$

θ	0°	30°	45°	60°	90°
sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0
tan	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	∞
cot	∞	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0
sec	1	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{2}$	2	∞
cosec	∞	2	$\sqrt{2}$	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	1

Ex 1. $\frac{\sin(270^\circ + \theta) \cdot \cos(360^\circ + \theta) \cdot \tan(170^\circ + \theta)}{\cos(180^\circ + \theta) \cdot \sin(270^\circ - \theta) \cdot \cot(260^\circ + \theta)} = ?$

Solⁿ $= \frac{-\cos\theta \cdot \cos\theta \cdot \tan(180^\circ + \theta - 10^\circ)}{-\cos\theta \cdot -\cos\theta \cdot \cot(270^\circ + \theta - 10^\circ)}$
 $= \frac{(-1)\tan(\theta - 10^\circ)}{-\tan(\theta - 10^\circ)} = 1$

Ex 2. $\sin 1125^\circ = \sin(3 \times 360^\circ + 45^\circ)$

$= \sin 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}$

Ex 3. $\cot 780^\circ = \cot(2 \times 360^\circ + 60^\circ)$

$= \cot 60^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$

Ex 4. $\tan 225^\circ = \tan(180^\circ + 45^\circ)$

$= \tan 45^\circ = 1$

Ex 5. $\cos 120^\circ = \cos(90^\circ + 30^\circ)$

$= -\sin 30^\circ = -\frac{1}{2}$

Ex 6. $\operatorname{cosec}(1020^\circ) = \operatorname{cosec}(3 \times 360^\circ - 60^\circ)$

$= -\operatorname{cosec} 60^\circ = -\frac{2}{\sqrt{3}}$

$0^\circ \quad 30^\circ \quad 45^\circ \quad 60^\circ \quad 90^\circ$

sin 0 बढ़ेगा 1

cos 1 घटेगा 0

α, β - न्यून कोण है,

(1) यदि $\alpha > \beta$

$\sin \alpha > \sin \beta$

व $\cos \alpha < \cos \beta$

(2) यदि $\alpha < \beta$

$\sin \alpha < \sin \beta$

व $\cos \alpha > \cos \beta$

(3) $0 \leq \theta < 45^\circ$

व $0 \leq \theta \leq 45^\circ$

तब $\cos \theta > \sin \theta$

तब $\cos \theta \geq \sin \theta$

(4) $45^\circ < \theta \leq 90^\circ$

व $45^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$

तब $\cos \theta < \sin \theta$

तब $\cos \theta \leq \sin \theta$

Ex 7. $\cos 10^\circ - \sin 10^\circ$

(i) +ve

(ii) -ve

(iii) 0

(iv) 1

Solⁿ 10° की रेंज $0^\circ \leq \theta < 45^\circ$ तब

$\cos \theta > \sin \theta \Rightarrow \cos 10^\circ > \sin 10^\circ$

$\Rightarrow \cos 10^\circ - \sin 10^\circ > 0$

अतः, $\cos 10^\circ - \sin 10^\circ$ का मान धनात्मक होगा

Ex 8. यदि α, β अधिकतम है, तथा $\alpha > \beta$.

$(90^\circ < (\alpha \text{ व } \beta) < 180^\circ)$ तो कौन-सा विकल्प सत्य है.

(a) $\sin \alpha > \sin \beta$

(b) $\sin \alpha < \sin \beta$

(c) $\cos \alpha > \cos \beta$

(d) $\cos \alpha < \cos \beta$

Solⁿ माना $\alpha = 90^\circ + \theta_1$ व $\beta = 90^\circ + \theta_2$

$\therefore \alpha > \beta$

$\therefore 90^\circ + \theta_1 > 90^\circ + \theta_2$

$\theta_1 > \theta_2$

$\cos \theta_1 < \cos \theta_2$

$\cos(\alpha - 90^\circ) < \cos(\beta - 90^\circ)$

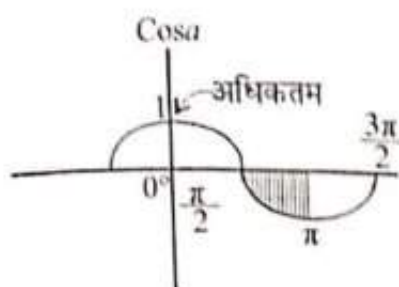
$\sin \alpha < \sin \beta$

अब,

$$\begin{aligned} \theta_1 &> \theta_2 \\ \sin \theta_1 &> \sin \theta_2 \\ \sin(\alpha - 90^\circ) &> \sin(\beta - 90^\circ) \\ -\cos \alpha &> -\cos \beta \quad (\because -x > -y \Rightarrow x < y) \\ \cos \alpha &< \cos \beta \end{aligned}$$

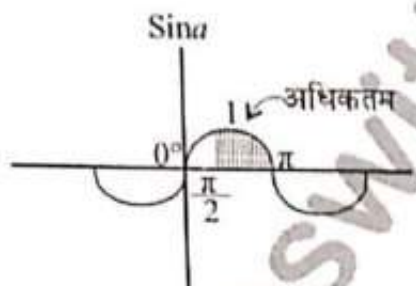
(b) व (d) विकल्प सत्य है।

वेन आरेख से



$$\alpha > \beta \left(\frac{\pi}{2} < \alpha, \beta < \pi \right)$$

तब, $\cos \alpha < \cos \beta$



$$\alpha > \beta \left(\frac{\pi}{2} < \alpha, \beta < \pi \right)$$

तब, $\sin \alpha < \sin \beta$

Type - 1

1. यदि $\tan \alpha \cdot \tan \beta = 1$ है, तब $\alpha + \beta = 90^\circ$
2. यदि $\sin \alpha \cdot \sec \beta = 1$ है, तब $\alpha + \beta = 90^\circ$
3. यदि $\cos \alpha \cdot \csc \beta = 1$ है, तब $\alpha + \beta = 90^\circ$
4. यदि $\cot \alpha \cdot \cot \beta = 1$ है, तब $\alpha + \beta = 90^\circ$
5. यदि $\sin \alpha \cdot \csc \beta = 1$ है, तब $\alpha + \beta = 180^\circ$

सिद्ध: 1. $\tan \alpha \cdot \tan \beta = 1$

$$\Rightarrow \tan \alpha = \frac{1}{\tan \beta} \Rightarrow \tan \alpha = \cot \beta$$

$$\Rightarrow \tan \alpha = \tan(90^\circ - \beta)$$

$$\Rightarrow \alpha = 90^\circ - \beta \Rightarrow \alpha + \beta = 90^\circ$$

Ex 9. यदि $\tan 20^\circ \cdot \tan 40^\circ = 1$ है, तब $\sin 20^\circ + \cos 40^\circ$ का मान क्या होगा?

$$\text{Sol}^n \Rightarrow 20 + 40 = 90^\circ$$

$$\Rightarrow 60 = 90^\circ$$

$$\Rightarrow 0 = 15^\circ$$

$$\sin 20^\circ + \cos 40^\circ = \sin 30^\circ + \cos 60^\circ = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

Ex 10. यदि $\sin(x+y) \cdot \sec(x-y) = 1$ है, तब $\tan^2 x + \sin^2 x + \sec^2 x$ का मान क्या होगा?

$$\text{Sol}^n \Rightarrow x + y + x - y = 90^\circ$$

$$\Rightarrow 2x = 90^\circ$$

$$\Rightarrow x = 45^\circ$$

$$\tan^2 x + \sin^2 x + \sec^2 x = \tan^2 45^\circ + \sin^2 45^\circ + \sec^2 45^\circ$$

$$= 1 + \frac{1}{2} + 2 = \frac{7}{2}$$

Ex 11. यदि $\cos(2\alpha + 10^\circ) \cdot \csc(\alpha - 40^\circ) = 1$ है, तब α का मान क्या होगा?

$$\text{Sol}^n \Rightarrow 2\alpha + 10^\circ + \alpha - 40^\circ = 90^\circ$$

$$\Rightarrow 3\alpha = 90^\circ + 30^\circ$$

$$\Rightarrow \alpha = 40^\circ$$

Ex 12. $\tan 15^\circ \cdot \tan 25^\circ \cdot \tan 45^\circ \cdot \tan 65^\circ \cdot \tan 75^\circ$ का मान ज्ञात कीजिए।

$$\begin{aligned} \text{Sol}^n \quad & \frac{1}{\tan 15^\circ \cdot \tan 25^\circ \cdot \tan 45^\circ \cdot \tan 65^\circ \cdot \tan 75^\circ} \\ &= \tan 45^\circ = 1 \end{aligned}$$

Ex 13. $\tan 1^\circ \cdot \tan 2^\circ \cdot \dots \cdot \tan 89^\circ = ?$

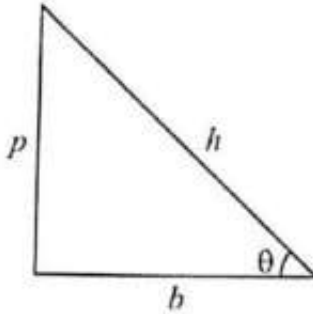
$$\text{Sol}^n \Rightarrow \tan 1^\circ \cdot \tan 89^\circ = 1$$

$\Rightarrow \tan 2^\circ \cdot \tan 88^\circ = 1$ इसी प्रकार, सभी जोड़े 1 के

बराबर होगा और मध्य में $\tan 45^\circ = 1$

अतः $\tan 1^\circ, \tan 2^\circ, \dots, \tan 89^\circ = 1$

मूल सर्वसमिकाएँ (Basic Identity):



सर्वसमिका सिद्धीकरण 1: पाइथागोरस प्रमेय से

$$\Rightarrow h^2 = p^2 + b^2 \text{ (दोनों पक्षों में } h^2 \text{ से भाग देने पर)}$$

$$\Rightarrow \frac{h^2}{h^2} = \frac{p^2}{h^2} + \frac{b^2}{h^2}$$

$$\Rightarrow 1 = \sin^2 \theta + \cos^2 \theta$$

सर्वसमिका सिद्धीकरण 2: पाइथागोरस प्रमेय से

$$\Rightarrow h^2 = p^2 + b^2 \text{ (दोनों पक्षों में } b^2 \text{ से भाग देने पर)}$$

$$\Rightarrow \frac{h^2}{b^2} = \frac{p^2}{b^2} + \frac{b^2}{b^2}$$

$$\Rightarrow \sec^2 \theta = \tan^2 \theta + 1$$

सर्वसमिका सिद्धीकरण 3: पाइथागोरस प्रमेय से

$$\Rightarrow h^2 = p^2 + b^2 \text{ (दोनों पक्षों में } p^2 \text{ से भाग देने पर)}$$

$$\Rightarrow \frac{h^2}{p^2} = \frac{p^2}{p^2} + \frac{b^2}{p^2}$$

$$\Rightarrow \operatorname{cosec}^2 \theta = 1 + \cot^2 \theta$$

$$(1). \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

$$\sin^2 \theta = 1 - \cos^2 \theta \text{ और } \cos^2 \theta = 1 - \sin^2 \theta$$

$$(2). \sec^2 \theta - \tan^2 \theta = 1$$

$$\sec^2 \theta = 1 + \tan^2 \theta \text{ और } \tan^2 \theta = \sec^2 \theta - 1$$

$$(3). \operatorname{cosec}^2 \theta - \cot^2 \theta = 1$$

$$\operatorname{cosec}^2 \theta = 1 + \cot^2 \theta \text{ और } \cot^2 \theta = \operatorname{cosec}^2 \theta - 1$$

सर्वसमिका 1 पर आधारित प्रश्न: $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ (A).

Ex.14. यदि $\sin \theta + \cos \theta = \frac{7}{5}$ है, तब $\sin \theta \cdot \cos \theta$ का मान ज्ञात कीजिए।

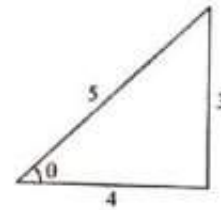
Solⁿ $\sin \theta + \cos \theta = \frac{7}{5}$ (दोनों पक्षों का वर्ग करने पर)

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta + 2\sin \theta \cdot \cos \theta = \frac{49}{25}$$

$$2\sin \theta \cdot \cos \theta = \frac{49}{25} - 1 = \frac{24}{25}$$

$$\sin \theta \cdot \cos \theta = \frac{12}{25}$$

या



हम समकोण त्रिभुज में देख सकते हैं यहाँ कर्ण 5, तथा आधार व लम्ब क्रमशः 4 व 3 है।

$$\text{जाँच करने पर } \Rightarrow \sin \theta + \cos \theta = \frac{3}{5} + \frac{4}{5} = \frac{7}{5}$$

$$\text{अतः } \sin \theta \cdot \cos \theta = \frac{3}{5} \times \frac{4}{5} = \frac{12}{25}$$

Ex 15. यदि $\sin \theta + \cos \theta = \frac{17}{13}$ है, तब $\sin \theta \cdot \cos \theta$ का मान क्या होगा?

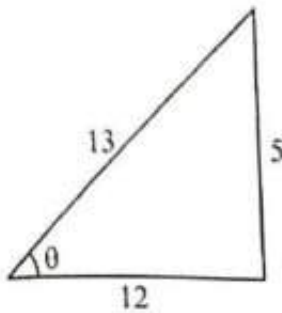
Solⁿ $\sin \theta + \cos \theta = \frac{17}{13}$ (दोनों पक्षों का वर्ग करने पर)

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta + 2\sin \theta \cdot \cos \theta = \frac{289}{169}$$

$$2\sin\theta.\cos\theta = \frac{289}{169} - 1 = \frac{120}{169}$$

$$\sin\theta.\cos\theta = \frac{60}{169}$$

या



हम समकोण त्रिभुज में देख सकते हैं, जिसमें कर्ण 13, आधार 12 व लम्ब 5 है।

$$\text{तब, } \Rightarrow \sin\theta + \cos\theta = \frac{5}{13} + \frac{12}{13} = \frac{17}{13}$$

$$\text{अतः } \sin\theta . \cos\theta = \frac{5}{13} \times \frac{12}{13} = \frac{60}{169}$$

Ex 16. यदि $\cos^4\theta - \sin^4\theta = \frac{2}{13}$ है, तब $\cos^2\theta - \sin^2\theta + 1$ का मान क्या होगा?

$$\text{Sol}^n \because \cos^4\theta - \sin^4\theta = \frac{2}{13}$$

$$(\cos^2\theta - \sin^2\theta).(\cos^2\theta + \sin^2\theta) = \frac{2}{13}$$

$$\cos^2\theta - \sin^2\theta = \frac{2}{13} \quad (\text{दोनों पक्षों में 1 जोड़ने पर})$$

$$\cos^2\theta - \sin^2\theta + 1 = \frac{15}{13}$$

Ex 17. यदि $k = (1 - \sin\alpha).(1 - \sin\beta).(1 - \sin\gamma) = (1 + \sin\alpha).(1 + \sin\beta).(1 + \sin\gamma)$ तब $k = ?$

$$\text{Sol}^n \quad k = (1 - \sin\alpha).(1 - \sin\beta).(1 - \sin\gamma) \quad \dots(i)$$

$$k = (1 + \sin\alpha).(1 + \sin\beta).(1 + \sin\gamma) \quad \dots(ii)$$

समी. (i) और समी. (ii) को गुणा करने पर

$$k^2 = [(1 - \sin\alpha)(1 + \sin\alpha)].[(1 - \sin\beta)(1 + \sin\beta)][(1 - \sin\gamma)(1 + \sin\gamma)]$$

$$k^2 = (1 - \sin^2\alpha)(1 - \sin^2\beta)(1 - \sin^2\gamma)$$

$$k^2 = \cos^2\alpha.\cos^2\beta.\cos^2\gamma$$

$$k = \pm \cos\alpha.\cos\beta.\cos\gamma$$

यदि α, β, γ न्यून कोण है या $\alpha, \beta, \gamma < 90^\circ$ या α, β, γ प्रथम चतुर्थांश में है।

$$\text{तब, } k = (+ve) \cos\alpha.\cos\beta.\cos\gamma$$

Ex 18. यदि $\frac{\cos\alpha}{\cos\beta} = m$ और $\frac{\cos\alpha}{\sin\beta} = n$ है, तब $(m^2 + n^2)\cos^2\beta$

का मान क्या होगा?

$$\text{Sol}^n \Rightarrow \cos\alpha = m \cos\beta \quad \dots(i)$$

$$\Rightarrow \cos\alpha = n \sin\beta \quad \dots(ii)$$

समीकरण (i) और (ii) से

$$m \cos\beta = n \sin\beta$$

दोनों पक्षों का वर्ग करने पर

$$m^2 \cos^2\beta = n^2 \sin^2\beta$$

$$m^2 \cos^2\beta = n^2 (1 - \cos^2\beta)$$

$$(m^2 + n^2) \cos^2\beta = n^2$$

Ex 19. यदि $\frac{\cos\alpha}{\cos\beta} = m$ तथा $\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n$ है, तब $(m^2 - n^2)\cos^2\beta$

का मान क्या होगा?

$$\text{Sol}^n \cos\alpha = m \cos\beta \quad \dots(i)$$

$$\sin\alpha = n \sin\beta \quad \dots(ii)$$

समी. (i) और समी. (ii) का वर्ग करके जोड़ने पर

$$\cos^2\alpha + \sin^2\alpha = m^2 \cos^2\beta + n^2 \sin^2\beta$$

$$1 = m^2 \cos^2\beta + n^2 (1 - \cos^2\beta)$$

$$1 = m^2 \cos^2\beta + n^2 - n^2 \cos^2\beta$$

$$(m^2 - n^2) \cos^2\beta = 1 - n^2$$

Ex 20. यदि $\tan\alpha = n \tan\beta$ और $\sin\alpha = m \sin\beta$ है, तब $\cos^2\alpha$ का मान क्या होगा?

$$\text{Sol}^n \because \tan\alpha = n \tan\beta$$

$$\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = n \frac{\sin\beta}{\cos\beta} \quad (\sin\alpha = m \sin\beta \text{ रखने पर})$$

$$\Rightarrow \frac{m \sin \beta}{\cos \alpha} = \frac{n \sin \beta}{\cos \beta}$$

$$m \cos \beta = n \cos \alpha \quad \dots (i)$$

$$\text{दिया है, } \therefore m \sin \beta = n \sin \alpha \quad \dots (ii)$$

समी. (i) व (ii) का वर्ग करके जोड़ने पर

$$m^2 \cos^2 \beta + m^2 \sin^2 \beta = n^2 \cos^2 \alpha + n^2 \sin^2 \alpha$$

$$m^2 (\cos^2 \beta + \sin^2 \beta) = n^2 \cos^2 \alpha + (1 - \cos^2 \alpha)$$

$$m^2 = n^2 \cos^2 \alpha + 1 - \cos^2 \alpha$$

$$m^2 - 1 = \cos^2 \alpha (n^2 - 1)$$

$$\cos^2 \alpha = \frac{m^2 - 1}{n^2 - 1}$$

Ex 21. यदि $\frac{\sin A}{\sin B} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ और $\frac{\cos A}{\cos B} = \frac{\sqrt{5}}{2}$

है, तब $5 \tan^2 A + \tan^2 B$ का मान क्या होगा?

Solⁿ $\frac{\sin A}{\sin B} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow 2 \sin A = \sqrt{3} \sin B \quad \dots (i)$

$$\frac{\cos A}{\cos B} = \frac{\sqrt{5}}{2} \Rightarrow 2 \cos A = \sqrt{5} \cos B \quad \dots (ii)$$

समी. (i) व (ii) का वर्ग करके जोड़ने पर

$$4 \sin^2 A + 4 \cos^2 A = 3 \sin^2 B + 5 \cos^2 B$$

$$4(\sin^2 A + \cos^2 A) = 3 \sin^2 B + 5(1 - \sin^2 B)$$

$$4 = 3 \sin^2 B + 5 - 5 \sin^2 B$$

$$4 = 5 - 2 \sin^2 B$$

$$2 \sin^2 B = 1$$

$$\sin B = \frac{1}{\sqrt{2}} = \sin 45^\circ$$

$$B = 45^\circ$$

$$\frac{\tan A}{\tan B} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}} \quad (\text{समीकरण (i) व (ii) को भाग देने पर})$$

$$\frac{\tan A}{\tan 45^\circ} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}} \Rightarrow \tan A = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$$

$$\therefore 5 \tan^2 A + \tan^2 B = 5 \left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}} \right)^2 + 1 = 5 \times \frac{3}{5} + 1 = 4$$

(B). $a \sin \theta + b \cos \theta = c$

$$\frac{b \sin \theta - a \cos \theta = d}{a^2 + b^2 = c^2 + d^2} \quad \text{or} \quad \frac{a \cos \theta - b \sin \theta = d}{(a^2 + b^2 = c^2 + d^2)} \quad (\text{वर्ग करके जोड़ने पर})$$

सिद्ध:

$$a^2 \sin^2 \theta + b^2 \cos^2 \theta + 2ab \sin \theta \cos \theta + b^2 \sin^2 \theta + a^2 \cos^2 \theta - 2ab \sin \theta \cos \theta = c^2 + d^2$$

$$\Rightarrow a^2 (\sin^2 \theta + \cos^2 \theta) + b^2 (\sin^2 \theta + \cos^2 \theta) = c^2 + d^2$$

$$\Rightarrow a^2 + b^2 = c^2 + d^2$$

Ex 22. यदि $a \sin \theta + b \cos \theta = c$ है, तब $a \cos \theta - b \sin \theta = ?$

(i) $\pm \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$

(ii) $\pm \sqrt{a^2 - b^2 + c^2}$

(iii) $\pm \sqrt{a^2 + b^2 - c^2}$

(iv) इनमें से कोई नहीं

Solⁿ $a \sin \theta + b \cos \theta = c \quad \dots (i)$

$$a \cos \theta - b \sin \theta = d \quad (\text{माना}) \quad \dots (ii)$$

समी. (i) व (ii) का वर्ग करके जोड़ने पर, हम पाते हैं कि

$$\Rightarrow a^2 + b^2 = c^2 + d^2$$

$$\Rightarrow a^2 + b^2 - c^2 = d^2$$

$$\Rightarrow d = \pm \sqrt{a^2 + b^2 - c^2}$$

Ex 23. यदि $p \sin \theta + q \cos \theta = 3$ और $q \sin \theta - p \cos \theta = 2$, तब $p^2 + q^2$ का मान क्या होगा?

Solⁿ $p \sin \theta + q \cos \theta = 3$

$$q \sin \theta - p \cos \theta = 2$$

ऊपर दी गई सर्वसमिका से

$$\Rightarrow p^2 + q^2 = 3^2 + 2^2$$

$$\Rightarrow p^2 + q^2 = 13$$

Ex 24. यदि $3 \sin \theta + 5 \cos \theta = 3$ है, तब $5 \sin \theta - 3 \cos \theta$ का मान क्या होगा?

(a) ± 5

(b) ± 3

(c) ± 4

(d) ± 16

Solⁿ $3\sin\theta + 5\cos\theta = 3$
 $5\sin\theta - 3\cos\theta = x$

ऊपर दी गई सर्वसमिका से

$$\Rightarrow 3^2 + 5^2 = 3^2 + x^2 \Rightarrow x^2 = 5^2 = 25$$

$$\Rightarrow x = \pm 5$$

(C) $\sin\theta + \cos\theta = x$

$$\sin\theta - \cos\theta = y$$

$$2 = x^2 + y^2 \quad (\text{वर्ग करने के बाद जोड़ने पर})$$

Ex 25. यदि $\sin\theta + \cos\theta = x$ है, तब $\sin\theta - \cos\theta$ का मान क्या होगा?

(a) $\pm \sqrt{2-x^2}$

(b) $\pm \sqrt{2+x^2}$

(c) $\pm \sqrt{4-x^2}$

(d) $\pm \sqrt{4+x^2}$

Solⁿ $\sin\theta + \cos\theta = x$

$$\sin\theta - \cos\theta = y \text{ (माना)}$$

ऊपर दी गई सर्वसमिका से

$$\Rightarrow 2 = x^2 + y^2$$

$$\Rightarrow 2 - x^2 = y^2$$

$$\Rightarrow y = \pm \sqrt{2-x^2}$$

Ex 26. यदि $\sin\theta + \cos\theta = \sqrt{2} \sin\theta$ है, तब $\sin\theta - \cos\theta$ का मान क्या होगा?

Solⁿ $\sin\theta + \cos\theta = \sqrt{2} \sin\theta$

$$\sin\theta - \cos\theta = x \text{ (माना)}$$

ऊपर दी गई सर्वसमिका से

$$2 = (\sqrt{2} \sin\theta)^2 + y^2$$

$$2 = 2\sin^2\theta + y^2$$

$$2 - 2\sin^2\theta = y^2$$

$$y^2 = 2(1 - \sin^2\theta)$$

$$y^2 = 2\cos^2\theta$$

$$y = \pm \sqrt{2} \cos\theta$$

Ex 27. यदि $\sin\theta + \cos\theta = \frac{17}{13}$ है, तब $\sin\theta - \cos\theta$ का मान

क्या होगा?

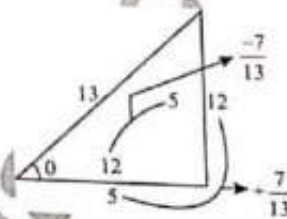
Solⁿ विधि 1: सर्वसमिका द्वारा

$$\Rightarrow 2 = \left(\frac{17}{13}\right)^2 + y^2$$

$$\Rightarrow 2 - \frac{289}{169} = y^2$$

$$\Rightarrow y^2 = \frac{49}{169} \Rightarrow y = \pm \frac{7}{13}$$

विधि 2:

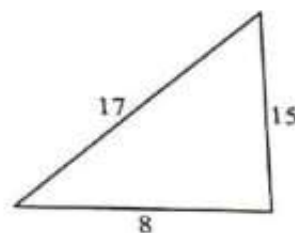


$$\Rightarrow \sin\theta - \cos\theta = \frac{5}{13} - \frac{12}{13} \text{ or } \frac{12}{13} - \frac{5}{13} = \pm \frac{7}{13}$$

(यदि प्रश्न में (-) पूछा गया है, तो दो उत्तर $\pm$ संभव हैं, इसलिए हम चित्र में लम्ब व आधार क्रमशः 5 व 12 तथा 12 व 5 लेते हैं,

Ex 28. यदि $\sin\theta - \cos\theta = \frac{7}{17}$ है, तब $\sin\theta + \cos\theta$ का मान क्या होगा?

Solⁿ



$$\therefore \sin\theta + \cos\theta = \frac{15}{17} + \frac{8}{17} = \frac{23}{17}$$

(यहाँ (+) पूछा गया है, तो केवल 1 ही उत्तर संभव है, 15, 8 या 8, 15 को लेकर मानों में कोई अन्तर नहीं होगा।)

Ex 29. यदि $x \sin\theta + y \cos\theta = 2$ और $x \sin\theta - y \cos\theta = 0$ है, तब निम्न में से कौन सा सही है?

(i) $x^2 + y^2 = 4$

(ii) $x^2 + y^2 = 1$

(iii) $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} = 1$

(iv) $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} = 4$

Solⁿ $x \sin \theta - y \cos \theta = 0 \Rightarrow x \sin \theta = y \cos \theta$
 $x \sin \theta + x \sin \theta = 2$

$$2x \sin \theta = 2 \Rightarrow x \sin \theta = 1 \Rightarrow \sin \theta = \frac{1}{x} \dots (i)$$

$$y \cos \theta = x \sin \theta = 1 \Rightarrow \cos \theta = \frac{1}{y} \dots (ii)$$

समी. (i) व (ii) का वर्ग करके जोड़ने पर

$$\Rightarrow \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} = 1$$

विकल्प (iii) सही है।

Ex 30. यदि $x \sin^3 \theta + y \cos^3 \theta = \sin \theta \cdot \cos \theta$

और $x \sin \theta - y \cos \theta = 0$ है, तब $x^2 + y^2 = ?$

Solⁿ. $x \sin \theta - y \cos \theta = 0$

$$x \sin \theta = y \cos \theta \dots (i)$$

$$x \sin \theta \cdot \sin^2 \theta + y \cos^3 \theta = \sin \theta \cdot \cos \theta \dots (ii)$$

$x \sin \theta = y \cos \theta$ समीकरण (ii) में रखने पर

$$y \cos \theta \cdot \sin^2 \theta + y \cos^3 \theta = \sin \theta \cdot \cos \theta$$

$$y \cos \theta [\sin^2 \theta + \cos^2 \theta] = \sin \theta \cdot \cos \theta$$

$$y \cos \theta = \sin \theta \cos \theta$$

$$y = \sin \theta$$

[समीकरण (i) में रखने पर]

$$\text{तब, } x = \cos \theta$$

$$\therefore x^2 + y^2 = \cos^2 \theta + \sin^2 \theta$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 = 1$$

Ex 31. यदि $\frac{\sin \theta}{x} = \frac{\cos \theta}{y}$ है, तब $\sin \theta - \cos \theta$ का मान क्या होगा?

(i) $x - y$

(ii) $x + y$

(iii) $\frac{x - y}{\sqrt{x^2 + y^2}}$

(iv) $\frac{x - y}{\sqrt{x^2 - y^2}}$

Solⁿ. $\Rightarrow \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{x}{y}$

माना $\sin \theta = kx$

...(i)

और $\cos \theta = ky$

...(ii)

वर्ग करके दोनों समीकरण (i) व (ii) को जोड़ने पर

$$\Rightarrow \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = k^2 x^2 + k^2 y^2$$

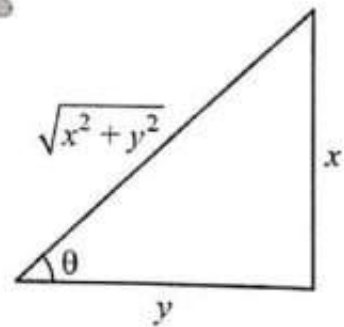
$$\Rightarrow 1 = k^2 (x^2 + y^2)$$

$$\Rightarrow k = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

तब, $\sin \theta - \cos \theta = k(x - y) = \frac{x - y}{\sqrt{x^2 + y^2}}$

या

$$\Rightarrow \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{x}{y} \Rightarrow \tan \theta = \frac{x}{y}$$



$$\sin \theta - \cos \theta = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} - \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} = \frac{x - y}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

Ex 32. यदि $10 \sin^4 \alpha + 15 \cos^4 \alpha = 6$ है, तब $27 \operatorname{cosec}^6 \alpha + 8 \sec^6 \alpha$ का मान क्या होगा?

Solⁿ. $10 \sin^4 \alpha + 15 \cos^4 \alpha = 6$

दोनों पक्षों को $\cos^4 \alpha$ से भाग देने पर

$$10 \tan^4 \alpha + 15 = 6 \sec^4 \alpha$$

$$10 \tan^4 \alpha + 15 = 6(1 + \tan^2 \alpha)^2$$

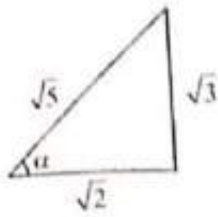
$$10 \tan^4 \alpha + 15 = 6 + 12 \tan^2 \alpha + 6 \tan^4 \alpha$$

$$4 \tan^4 \alpha - 12 \tan^2 \alpha + 9 = 0$$

$$(2 \tan^2 \alpha - 3)^2 = 0$$

$$\Rightarrow 2 \tan^2 \alpha = 3$$

$$\Rightarrow \tan \alpha = \sqrt{\frac{3}{2}}$$



$$\operatorname{cosec} \alpha = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}} \Rightarrow \operatorname{cosec}^2 \alpha = \frac{5}{2}$$

$$\sec \alpha = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}} \Rightarrow \sec^2 \alpha = \frac{5}{2}$$

$$\text{अब, } 27(\operatorname{cosec}^2 \alpha)^3 + 8(\sec^2 \alpha)^3$$

$$= 27 \times \left(\frac{5}{2}\right)^3 + 8 \times \left(\frac{5}{2}\right)^3 = 27 \times \frac{125}{8} + 8 \times \frac{125}{8}$$

$$= 125 + 125 = 250$$

द्वितीय विधि :

$\because \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ हम प्रश्न को इस सर्वसमिका के रूप में दिखा सकते हैं।

$$\Rightarrow 10 \sin^4 \alpha + 15 \cos^4 \alpha = 6$$

$$\Rightarrow \frac{10}{6} \sin^4 \alpha + \frac{15}{6} \cos^4 \alpha = 1$$

$$\Rightarrow \left(\frac{5}{3} \sin^2 \alpha\right) \cdot \sin^2 \alpha + \left(\frac{5}{2} \cos^2 \alpha\right) \cdot \cos^2 \alpha = 1$$

$$\Downarrow \quad \quad \Downarrow$$

$$1 \quad \quad 1$$

यदि दोनों मान 1 हो जाए तो सर्वसमिका $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ प्राप्त होगी।

इसके लिए $\sin^2 \alpha$ का मान $\frac{3}{5}$ व $\cos^2 \alpha$ का मान

$\frac{2}{5}$ होना चाहिए।

$$\sin^2 \alpha = \frac{3}{5} \text{ व } \cos^2 \alpha = \frac{2}{5}$$

इस मानों से हम देख सकते हैं $\sin^2 \alpha$ व $\cos^2 \alpha$ का योग 1 होगा।

$$\text{अब, } 27 \operatorname{cosec}^6 \alpha + 8 \sec^6 \alpha = 27(\operatorname{cosec}^2 \alpha)^3 + 8(\sec^2 \alpha)^3$$

$$= 27 \left(\frac{5}{2}\right)^3 + 8 \left(\frac{5}{2}\right)^3 = 27 \times \frac{125}{8} + 8 \times \frac{125}{8}$$

$$= 125 + 125 = 250$$

Ex 33. यदि $15 \sin^3 \alpha + 20 \cos^3 \alpha = 12$ है, तब $10 \sin \alpha + 15 \cos \alpha$ का मान क्या होगा?

$$\text{Sol}^n. 15 \sin^3 \alpha + 20 \cos^3 \alpha = 12$$

$$\Rightarrow \frac{15}{12} \sin^3 \alpha + \frac{20}{12} \cos^3 \alpha = 1$$

$$\left(\frac{5}{4} \sin \alpha\right) \sin^2 \alpha + \left(\frac{5}{3} \cos \alpha\right) \cos^2 \alpha = 1$$

$$\Downarrow \quad \quad \Downarrow$$

$$1 \quad \quad 1$$

यदि ये दोनों मान 1 हो जायें तो सर्वसमिका $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ प्राप्त होगी।

इसके लिए $\sin \alpha$ का मान $\frac{4}{5}$ व $\cos \alpha$ का मान

$\frac{3}{5}$ होना चाहिए।

$$\Rightarrow \sin^2 \alpha = \frac{16}{25} \text{ व } \cos^2 \alpha = \frac{9}{25}$$

इन मानों से हम देख सकते हैं कि $\sin^2 \alpha$ व $\cos^2 \alpha$ का योग 1 होगा।

$$\text{अतः } \sin \alpha = \frac{4}{5} \text{ और } \cos \alpha = \frac{3}{5}$$

$$10 \sin \alpha + 15 \cos \alpha = 10 \times \frac{4}{5} + 15 \times \frac{3}{5}$$

$$= 8 + 9 = 17$$

Ex 34. यदि $\sin \theta + \sin^2 \theta = 1$ है, तब $\cos^{12} \theta + 3 \cos^{10} \theta + 3 \cos^8 \theta + \cos^6 \theta + 4$ का मान क्या होगा?

Solⁿ. $\sin\theta + \sin^2\theta = 1 \Rightarrow \sin\theta = 1 - \sin^2\theta$

$\Rightarrow \sin\theta = \cos^2\theta$ (समीकरण में रखने पर)

$$\begin{aligned} &= \cos^{12}\theta + 3\cos^{10}\theta + 3\cos^8\theta + \cos^6\theta + 4 \\ &= (\cos^2\theta)^6 + 3(\cos^2\theta)^5 + 3(\cos^2\theta)^4 + (\cos^2\theta)^3 + 4 \\ &= \sin^6\theta + 3\sin^5\theta + 3\sin^4\theta + \sin^3\theta + 4 \\ &= \sin^6\theta + 3\sin^2\theta \cdot \sin\theta(\sin^2\theta + \sin\theta) + \sin^3\theta + 4 \\ &= (\sin^2\theta + \sin\theta)^3 + 4 \\ &= 1 + 4 = 5 \end{aligned}$$

Ex 35. यदि $\sin\theta + \sin^2\theta + \sin^3\theta = 1$ है, तब $\cos^6\theta - 4\cos^4\theta + 8\cos^2\theta$ का मान ज्ञात कीजिए।

Solⁿ. $\sin\theta + \sin^2\theta + \sin^3\theta = 1$

$\sin\theta + \sin^3\theta = 1 - \sin^2\theta$

$\sin\theta (1 + \sin^2\theta) = \cos^2\theta$

$\sin\theta (1 + 1 - \cos^2\theta) = \cos^2\theta$

$\sin\theta (2 - \cos^2\theta) = \cos^2\theta$

दोनों पक्षों का वर्ग करने पर

$\sin^2\theta (2 - \cos^2\theta)^2 = \cos^4\theta$

$\sin^2\theta (4 + \cos^4\theta - 4\cos^2\theta) = \cos^4\theta$

$(1 - \cos^2\theta) (4 + \cos^4\theta - 4\cos^2\theta) = \cos^4\theta$

$4 + \cos^4\theta - 4\cos^2\theta - 4\cos^2\theta - \cos^6\theta + 4\cos^4\theta = \cos^4\theta$

$4 - 8\cos^2\theta - \cos^6\theta + 4\cos^4\theta = 0$

$\cos^6\theta - 4\cos^4\theta + 8\cos^2\theta = 4$

सर्वसमिका 2 पर आधारित प्रश्न: $\sec^2\theta = 1 + \tan^2\theta$
(A).

Ex 36. यदि $\sec^2\theta + \tan^2\theta = 7$ है, तब $\sin\theta$, $\cos\theta$ और $\tan\theta$ का मान क्या होगा? (0 प्रथम चतुर्थांश में है).

Solⁿ. $\sec^2\theta + \tan^2\theta = 7$... (i)

$\sec^2\theta - \tan^2\theta = 1$ (सर्वसमिका से) ... (ii)

समी. (i) व (ii) को जोड़ने पर

$2\sec^2\theta = 8 \Rightarrow \sec^2\theta = 4 \Rightarrow \sec\theta = 2 = \sec 60^\circ$
 $\theta = 60^\circ$

$\cos\theta = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$

$\sin\theta = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\tan\theta = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$

Ex 37. यदि $2\sec^2\theta + \tan^2\theta = 17$ है, तब $\cot\theta$ का मान क्या होगा?

Sol. $2\sec^2\theta + \tan^2\theta = 17$

$2(1 + \tan^2\theta) + \tan^2\theta = 17$

$3\tan^2\theta = 17 - 2 = 15$

$\tan^2\theta = 5$

$\tan\theta = \sqrt{5}$

$\cot\theta = \frac{1}{\tan\theta} = \frac{1}{\sqrt{5}}$

Ex 38. यदि $\tan^2\alpha = 1 + 2\tan^2\beta$ है, तब $\sqrt{2}\cos\alpha - \cos\beta$ का मान क्या होगा?

Solⁿ. $\tan^2\alpha = 1 + 2\tan^2\beta$ (सर्वसमिका द्वारा)

$\sec^2\alpha - 1 = 1 + 2(\sec^2\beta - 1)$

$\sec^2\alpha - 1 = 1 + 2\sec^2\beta - 2$

$\sec^2\alpha - 1 = 2\sec^2\beta - 1$

$\sec^2\alpha = 2\sec^2\beta$

$\sec\alpha = \sqrt{2}\sec\beta$

$\frac{1}{\cos\alpha} = \sqrt{2} \left(\frac{1}{\cos\beta} \right)$

$\cos\beta = \sqrt{2}\cos\alpha$

$\sqrt{2}\cos\alpha - \cos\beta = 0$

द्वितीय विधि :

$\alpha = 45^\circ$ और $\beta = 0^\circ$, $\tan^2\alpha = 1 + 2\tan^2\beta$ को संतुष्ट करता है, इसलिए

$\alpha = 45^\circ$ और $\beta = 0^\circ$, समी. $\sqrt{2}\cos\alpha - \cos\beta$ में रखें पर

$= \sqrt{2}\cos 45^\circ - \cos 0^\circ = 1 - 1 = 0$

Ex 39. यदि $\tan^2\theta + \cot^2\theta = 14$ है, तब $\sec\theta \cdot \operatorname{cosec}\theta$ का मान क्या होगा?

Sol. $\tan^2\theta + \cot^2\theta = 14$ (दोनों पक्षों में 2 जोड़ने पर)

$\tan^2\theta + \cot^2\theta + 2 = 16$

$(\tan\theta + \cot\theta)^2 = 16$

$$\tan \theta + \cot \theta = 4$$

$$\frac{\sin \theta}{\cos \theta} + \frac{\cos \theta}{\sin \theta} = 4 \Rightarrow \frac{\sin^2 \theta + \cos^2 \theta}{\sin \theta \cdot \cos \theta} = 4$$

$$\frac{1}{\sin \theta \cdot \cos \theta} = 4 \Rightarrow \sec \theta \cdot \csc \theta = 4$$

द्वितीय विधि :

$$\tan^2 \theta + \cot^2 \theta = 14$$

$$\sec^2 \theta - 1 + \csc^2 \theta - 1 = 14$$

$$\sec^2 \theta + \csc^2 \theta = 16$$

$$\frac{1}{\cos^2 \theta} + \frac{1}{\sin^2 \theta} = 16$$

$$\frac{\sin^2 \theta + \cos^2 \theta}{\sin^2 \theta \cos^2 \theta} = 16$$

$$\frac{1}{\sin^2 \theta \cos^2 \theta} = 16$$

$$\frac{1}{\sin \theta \cos \theta} = 4$$

$$\sec \theta \cdot \csc \theta = 4$$

(B). $\sec^2 \theta - \tan^2 \theta = 1$

$$(\sec \theta + \tan \theta)(\sec \theta - \tan \theta) = 1$$

$$\sec \theta + \tan \theta = \frac{1}{\sec \theta - \tan \theta} \text{ or}$$

$$\sec \theta - \tan \theta = \frac{1}{\sec \theta + \tan \theta}$$

$$\sec \theta + \tan \theta = x, \text{ तब } \sec \theta - \tan \theta = \frac{1}{x}$$

जोड़ने पर

घटाने पर

$$2 \sec \theta = x + \frac{1}{x} \quad \text{व} \quad \Rightarrow \quad 2 \tan \theta = x - \frac{1}{x}$$

$$\sec \theta = \frac{x^2 + 1}{2x} \quad \text{व} \quad \Rightarrow \quad \tan \theta = \frac{x^2 - 1}{2x}$$

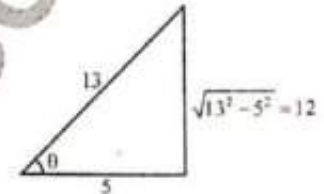
Ex 40. यदि $\sec \theta + \tan \theta = 5$ है, तब $\sin \theta$ का मान क्या होगा?

Solⁿ. $\therefore \sec \theta + \tan \theta = 5$

$$\therefore \sec \theta - \tan \theta = \frac{1}{5}$$

$$2 \sec \theta = \frac{26}{5} \Rightarrow \sec \theta = \frac{13}{5}$$

$$\text{अतः } \sin \theta = \frac{12}{13}$$



Ex 41. यदि $\tan^2 \theta = 1 - e^2$ है, तब $\sec \theta + \tan^3 \theta \cdot \csc \theta$ का मान क्या होगा?

(a) $(1 - e^2)^{3/2}$

(b) $(1 - e^2)^{1/2}$

(c) $(2 - e^2)^{3/2}$

(d) $(2 + e^2)^{1/2}$

Solⁿ. $\tan^2 \theta = 1 - e^2$

$$\Rightarrow \sec \theta + \tan^3 \theta \cdot \csc \theta = \sec \theta + \frac{\sin^3 \theta}{\cos^3 \theta} \cdot \csc \theta$$

$$= \sec \theta + \frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta} \cdot \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \cdot \csc \theta$$

$$= \sec \theta + \tan^2 \theta \cdot \sec \theta \quad (\because \sin \theta \cdot \csc \theta = 1)$$

$$= \sec \theta [1 + \tan^2 \theta]$$

$$= \sqrt{1 + \tan^2 \theta} \cdot [1 + \tan^2 \theta]$$

$$= (1 + \tan^2 \theta)^{3/2}$$

$$= (1 + 1 - e^2)^{3/2}$$

$$= (2 - e^2)^{3/2}$$

(C). $a \sec \theta + b \tan \theta = c$

$$b \sec \theta + a \tan \theta = d$$

$$a^2 - b^2 = c^2 - d^2 \quad (\text{वर्ग करके घटाने पर})$$

या

$$a \sec \theta - b \tan \theta = c$$

$$b \sec \theta - a \tan \theta = d \quad \text{या } a \tan \theta - b \sec \theta = d$$

$$a^2 - b^2 = c^2 - d^2 \quad (\text{वर्ग करके घटाने पर})$$

सिद्ध:

$$\begin{aligned}
 & a^2 \sec^2 \theta + b^2 \tan^2 \theta + 2ab \sec \theta \cdot \tan \theta - b^2 \sec^2 \theta - \\
 & a^2 \tan^2 \theta - 2ab \sec \theta \cdot \tan \theta = c^2 - d^2 \\
 \Rightarrow & a^2 (\sec^2 \theta - \tan^2 \theta) - b^2 (\sec^2 \theta - \tan^2 \theta) = c^2 - d^2 \\
 \Rightarrow & a^2 - b^2 = c^2 - d^2
 \end{aligned}$$

Ex 42. यदि $p \sec \theta - q \tan \theta = 10$ और $p \tan \theta - q \sec \theta = 8$ है, तब $p^2 - q^2 + 4$ का मान क्या है?

Solⁿ. $p \sec \theta - q \tan \theta = 10$

$$p \tan \theta - q \sec \theta = 8$$

(ऊपर वाली सर्वसमिका के प्रयोग से)

$$p^2 - q^2 = 10^2 - 8^2$$

$$p^2 - q^2 = 36 \quad (\text{दोनों पक्षों में 4 जोड़ने पर})$$

$$p^2 - q^2 + 4 = 40$$

Ex 43. यदि $\sec \theta = a + \frac{1}{4a}$ है, तब $\frac{1}{\cos \theta} + \tan \theta$ का मान

क्या होगा?

(i) a

(ii) $2a$

(iii) $3a$

(iv) $4a$

Solⁿ. $\sec \theta = a + \frac{1}{4a}$

$$\Rightarrow \tan \theta = \sqrt{\sec^2 \theta - 1} = \sqrt{\left(a + \frac{1}{4a}\right)^2 - 1}$$

$$= \sqrt{\left(a^2 + \frac{1}{16a^2} + \frac{1}{2}\right) - 1} = \sqrt{a^2 + \frac{1}{16a^2} - \frac{1}{2}}$$

$$= \sqrt{\left(a - \frac{1}{4a}\right)^2} = a - \frac{1}{4a}$$

$$\Rightarrow \sec \theta + \tan \theta = a + \frac{1}{4a} + a - \frac{1}{4a} = 2a$$

द्वितीय विधि :

$$a = 1 \text{ रखने पर तो, } \sec \theta = 1 + \frac{1}{4} = \frac{5}{4}$$

$$\sec \theta + \tan \theta = \frac{5}{4} + \frac{3}{4} = \frac{8}{4} = 2$$

$a = 1$ सभी विकल्पों में रखने पर

अतः विकल्प (ii) सही है।

Ex 44. $\frac{\tan A - \sec A + 1}{\tan A + \sec A - 1} = ?$

(i) $\frac{1 + \sin A}{\cos A}$

(ii) $\frac{1 - \sin A}{\cos A}$

(iii) $\frac{1 + \cos A}{\sin A}$

(iv) $\frac{1 - \cos A}{\sin A}$

Solⁿ.

$$\frac{\tan A - \sec A + 1}{\tan A + \sec A - 1} = \frac{\tan A - \sec A + (\sec^2 A - \tan^2 A)}{\tan A + \sec A - 1}$$

$$= \frac{(\tan A - \sec A) + (\sec A + \tan A)(\sec A - \tan A)}{\tan A + \sec A - 1}$$

$$= \frac{(\sec A - \tan A)(\sec A + \tan A - 1)}{\tan A + \sec A - 1} = \sec A - \tan A$$

$$= \frac{1}{\cos A} - \frac{\sin A}{\cos A} = \frac{1 - \sin A}{\cos A}$$

सर्वसमिका 3 पर आधारित प्रश्न: $\operatorname{cosec}^2 \theta = \cot^2 \theta + 1$

(सर्वसमिका 2 की तरह)

(A).

Ex 45. यदि $\operatorname{cosec}^2 \theta + \cot^2 \theta = 7$

तब $\sin \theta$ व $\cos \theta$ का मान ज्ञात कीजिए।

Solⁿ. $\operatorname{cosec}^2 \theta + \cot^2 \theta = 7$ (दिया है)

$$\operatorname{cosec}^2 \theta - \cot^2 \theta = 1 \quad (\text{सर्वसमिका 3 से})$$

$$2 \operatorname{cosec}^2 \theta = 8$$

$$\operatorname{cosec}^2 \theta = 4$$

$$\operatorname{cosec} \theta = 2 \quad \text{तब, } \theta = 30^\circ$$

$$\Rightarrow \sin 30^\circ = \frac{1}{2} \text{ व } \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Ex 46. यदि $\operatorname{cosec}^4 \alpha = 17 + \cot^4 \alpha$ है, तब $\sin \alpha$ व $\cos \alpha$ का मान क्या होगा?

$$\begin{aligned} \text{Sol}^n. \operatorname{cosec}^4 \alpha &= 17 + \cot^4 \alpha \Rightarrow \operatorname{cosec}^4 \alpha - \cot^4 \alpha = 17 \\ &\Rightarrow (\operatorname{cosec}^2 \alpha + \cot^2 \alpha)(\operatorname{cosec}^2 \alpha - \cot^2 \alpha) = 17 \\ \operatorname{cosec}^2 \alpha + \cot^2 \alpha &= 17 \quad \dots(i) \\ \operatorname{cosec}^2 \alpha - \cot^2 \alpha &= 1 \quad \dots(ii) \\ \hline 2\operatorname{cosec}^2 \alpha &= 18 \Rightarrow \operatorname{cosec}^2 \alpha = 9 \end{aligned}$$

$$\sin^2 \alpha = \frac{1}{9} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{1}{3}$$

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \sqrt{1 - \frac{1}{9}} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$\begin{aligned} \text{(B). } \operatorname{cosec}^2 \theta - \cot^2 \theta &= 1 \\ \Rightarrow (\operatorname{cosec} \theta + \cot \theta)(\operatorname{cosec} \theta - \cot \theta) &= 1 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \operatorname{cosec} \theta - \cot \theta = \frac{1}{\operatorname{cosec} \theta + \cot \theta}$$

$$\text{यदि } \operatorname{cosec} \theta + \cot \theta = x$$

$$\text{तब } \operatorname{cosec} \theta - \cot \theta = \frac{1}{x}$$

जोड़ने पर

घटाने पर

$$2\operatorname{cosec} \theta = x + \frac{1}{x} \quad \text{व} \quad 2\cot \theta = x - \frac{1}{x}$$

$$\Rightarrow \operatorname{cosec} \theta = \frac{x^2 + 1}{2x} \quad \text{व} \quad \Rightarrow \cot \theta = \frac{x^2 - 1}{2x}$$

Ex 47. यदि $\operatorname{cosec} \theta + \cot \theta = 7$ है, तब $\tan \theta$ का मान क्या होगा?

$$\text{Sol}^n. \therefore \operatorname{cosec} \theta + \cot \theta = 7$$

$$\therefore \operatorname{cosec} \theta - \cot \theta = \frac{1}{7}$$

$$\Rightarrow 2\cot \theta = 7 - \frac{1}{7} \quad (\text{घटाने पर})$$

$$\Rightarrow 2\cot \theta = \frac{48}{7}$$

$$\Rightarrow \cot \theta = \frac{24}{7} \Rightarrow \tan \theta = \frac{7}{24}$$

$$\begin{aligned} \text{(C). } a \operatorname{cosec} \theta + b \cot \theta &= c \\ b \operatorname{cosec} \theta + a \cot \theta &= d \\ \hline a^2 - b^2 &= c^2 - d^2 \quad (\text{वर्ग करके घटाने पर}) \end{aligned}$$

या

$$a \operatorname{cosec} \theta - b \cot \theta = c$$

$$\begin{aligned} a \cot \theta - b \operatorname{cosec} \theta &= d \quad \text{या } b \operatorname{cosec} \theta - a \cot \theta = d \\ \hline a^2 - b^2 &= c^2 - d^2 \quad (\text{वर्ग करके घटाने पर}) \end{aligned}$$

सिद्ध:

$$\begin{aligned} a^2 \operatorname{cosec}^2 \theta + b^2 \cot^2 \theta + 2ab \operatorname{cosec} \theta \cot \theta - b^2 \operatorname{cosec}^2 \theta \\ a^2 \cot^2 \theta - 2ab \operatorname{cosec} \theta \cot \theta &= c^2 - d^2 \\ \Rightarrow a^2 (\operatorname{cosec}^2 \theta - \cot^2 \theta) - b^2 (\operatorname{cosec}^2 \theta - \cot^2 \theta) &= c^2 - d^2 \\ \Rightarrow a^2 - b^2 &= c^2 - d^2 \end{aligned}$$

Ex 48. यदि $3\operatorname{cosec} \theta - 7\cot \theta = 3$ है, तब $3\cot \theta - 7\operatorname{cosec} \theta$ का मान क्या होगा?

$$\text{Sol}^n. 3\operatorname{cosec} \theta - 7\cot \theta = 3$$

$$3\cot \theta - 7\operatorname{cosec} \theta = d \quad (\text{माना})$$

$$\text{पिछली सर्वसमिका द्वारा } (a^2 - b^2 = c^2 - d^2)$$

$$3^2 - 7^2 = 3^2 - d^2$$

$$d^2 = 7^2 = 49$$

$$d = \pm 7$$

Type - 2

(A)

$$1. \sin^2 \alpha + \sin^2 \beta = 2 \quad \text{या} \quad \sin \alpha + \sin \beta = 2$$

$$\begin{array}{c} \text{ } \end{array} \rightarrow \alpha = \beta = 90^\circ \leftarrow \text{ } \begin{array}{c} \text{ } \end{array}$$

$$2. \sin^2 \alpha + \cos^2 \beta = 2 \quad \text{या} \quad \sin \alpha + \cos \beta = 2$$

$$\begin{array}{c} \text{ } \end{array} \rightarrow \alpha = 90^\circ \text{ और } \beta = 0^\circ \leftarrow \text{ } \begin{array}{c} \text{ } \end{array}$$

$$3. \cos^2 \alpha + \cos^2 \beta = 2 \quad \text{या} \quad \cos \alpha + \cos \beta = 2$$

$$\begin{array}{c} \text{ } \end{array} \rightarrow \alpha = \beta = 0^\circ \leftarrow \text{ } \begin{array}{c} \text{ } \end{array}$$

- (B) 1. $\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta = 0$ जब $\alpha = \beta = 0^\circ$
 2. $\sin^2 \alpha + \cos^2 \beta = 0$ जब $\alpha = 0^\circ$ & $\beta = 90^\circ$
 3. $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta = 0$ जब $\alpha = \beta = 90^\circ$

Ex 49. $\sin^2 \alpha + \cos^2 \beta = 2$ तब $\tan\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right) = ?$

Solⁿ. $\sin^2 \alpha + \cos^2 \beta = 2 \Rightarrow \alpha = 90^\circ, \beta = 0^\circ$

$$\tan\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right) = \tan\left(\frac{90^\circ}{2}\right) = \tan 45^\circ = 1$$

Ex 50. यदि $\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta + \cos^2 \gamma = 3$

है, तब $\tan\left(\frac{\alpha + \beta + \gamma}{4}\right) + \cot\left(\frac{\alpha + \beta + \gamma}{4}\right)$ का मान क्या होगा?

Solⁿ. $\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta + \cos^2 \gamma = 3$

सभी $\sin \alpha, \sin \beta$ व $\cos \gamma$ 1 होना चाहिए इसलिए
 $\alpha = \beta = 90^\circ$ & $\gamma = 0^\circ$

$$\tan\left(\frac{\alpha + \beta + \gamma}{4}\right) + \cot\left(\frac{\alpha + \beta + \gamma}{4}\right)$$

$$= \tan\left(\frac{180^\circ}{4}\right) + \cot\left(\frac{180^\circ}{4}\right)$$

$$= \tan 45^\circ + \cot 45^\circ$$

$$= 1 + 1 = 2$$

Ex 51. यदि $\sin^2 \alpha + \cos^2 \beta = 2$ है, तब $\sin\left(\frac{2\alpha + \beta}{3}\right)$ का

मान क्या होगा?

(a) $\sin \frac{\alpha}{3}$

(b) $\cos \frac{2\alpha}{3}$

(c) $\cos \frac{\alpha}{3}$

(d) इनमें से कोई नहीं

Solⁿ. $\sin^2 \alpha + \cos^2 \beta = 2 \Rightarrow \alpha = 90^\circ$ व $\beta = 0^\circ$

$$\Rightarrow \sin\left(\frac{2\alpha + \beta}{3}\right) = \sin\left(\frac{180^\circ}{3}\right) = \sin 60^\circ$$

$$\sin 60^\circ = \cos 30^\circ = \cos \frac{\alpha}{3}$$

सूत्र:

1. $\sin(A + B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B$

2. $\sin(A - B) = \sin A \cos B - \cos A \sin B$

3. $\cos(A + B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B$

4. $\cos(A - B) = \cos A \cos B + \sin A \sin B$

5. $\tan(A + B) = \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B}$

6. $\tan(A - B) = \frac{\tan A - \tan B}{1 + \tan A \tan B}$

A = B क्रमशः सूत्र 1, 3 व 5 में रखने पर

7. $\sin 2A = 2 \sin A \cos A$

$$= \frac{2 \sin A}{\cos A} \cdot \cos^2 A = \frac{2 \tan A}{\sec^2 A}$$

$$= \frac{2 \tan A}{1 + \tan^2 A}$$

8. $\cos 2A = \cos^2 A - \sin^2 A$

$$= 2 \cos^2 A - 1 = 1 - 2 \sin^2 A$$

$$= \cos^2 A \left(1 - \frac{\sin^2 A}{\cos^2 A}\right) = \frac{1 - \tan^2 A}{1 + \tan^2 A}$$

9. $\tan 2A = \frac{2 \tan A}{1 - \tan^2 A}$

सूत्र (1) व (2) और (3) व (4) को जोड़ने तथा घटाने पर

10. $2 \sin A \cos B = \sin(A + B) + \sin(A - B)$

11. $2 \cos A \sin B = \sin(A + B) - \sin(A - B)$

12. $2 \cos A \cos B = \cos(A + B) + \cos(A - B)$

13. $2 \sin A \sin B = \cos(A - B) - \cos(A + B)$

माना $A + B = C$ और $A - B = D$

तब, $A = \frac{C+D}{2}$ और $B = \frac{C-D}{2}$ इन मानों को सूत्र (10)

(11), (12) और (13) में रखने पर

$$14. \sin C + \sin D = 2 \sin \frac{C+D}{2} \cdot \cos \frac{C-D}{2}$$

$$15. \sin C - \sin D = 2 \cos \frac{C+D}{2} \cdot \sin \frac{C-D}{2}$$

$$16. \cos C + \cos D = 2 \cos \frac{C+D}{2} \cdot \cos \frac{C-D}{2}$$

$$17. \cos C - \cos D = 2 \sin \frac{C+D}{2} \cdot \sin \frac{D-C}{2}$$

$$18. \sin^2 A - \sin^2 B = \sin(A+B) \cdot \sin(A-B)$$

$$19. \cos^2 A - \cos^2 B = \cos(A+B) \cdot \cos(A-B)$$

$$20. \sin 3A = 3 \sin A - 4 \sin^3 A$$

$$21. \cos 3A = 4 \cos^3 A - 3 \cos A$$

$$22. \tan 3A = \frac{3 \tan A - \tan^3 A}{1 - 3 \tan^2 A}$$

सूत्रों पर आधारित प्रश्न :-

$$\text{Ex 52. } \frac{1}{\sin 10^\circ} - \frac{\sqrt{3}}{\cos 10^\circ} = ?$$

$$\text{Sol}^n. \frac{1}{\sin 10^\circ} - \frac{\sqrt{3}}{\cos 10^\circ} = \frac{\cos 10^\circ - \sqrt{3} \sin 10^\circ}{\sin 10^\circ \cos 10^\circ}$$

$$= \frac{2 \left(\frac{1}{2} \cos 10^\circ - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 10^\circ \right)}{\sin 10^\circ \cos 10^\circ}$$

$$= \frac{2 [\sin 30^\circ \cos 10^\circ - \cos 30^\circ \sin 10^\circ]}{\sin 10^\circ \cos 10^\circ}$$

$$= \frac{2.2 \sin(30^\circ - 10^\circ)}{2 \sin 10^\circ \cos 10^\circ} = \frac{4 \sin 20^\circ}{\sin 20^\circ} = 4$$

$$\text{Ex 53. यदि } \cos x = \frac{2 \cos y - 1}{2 - \cos y} \text{ है, तब } \tan \frac{x}{2} \cdot \cot \frac{y}{2} = ?$$

$$\text{Sol}^n. \Rightarrow \frac{\cos x}{1} = \frac{2 \cos y - 1}{2 - \cos y}$$

योगान्तरानुपात नियम द्वारा

$$\frac{\cos x + 1}{\cos x - 1} = \frac{2 \cos y - 1 + 2 - \cos y}{2 \cos y - 1 - 2 + \cos y}$$

$$\frac{\cos x + 1}{\cos x - 1} = \frac{1 + \cos y}{3(\cos y - 1)}$$

$$\frac{2 \cos^2 \frac{x}{2} - 1 + 1}{1 - 2 \sin^2 \frac{x}{2} - 1} = \frac{1 + 2 \cos^2 \frac{y}{2} - 1}{3(1 - 2 \sin^2 \frac{y}{2} - 1)}$$

$$\frac{2 \cos^2 \frac{x}{2}}{-2 \sin^2 \frac{x}{2}} = \frac{2 \cos^2 \frac{y}{2}}{3(-2 \sin^2 \frac{y}{2})}$$

$$\cot^2 \frac{x}{2} = \frac{1}{3} \cot^2 \frac{y}{2}$$

$$3 = \tan^2 \frac{x}{2} \cdot \cot^2 \frac{y}{2}$$

$$\tan \frac{x}{2} \cdot \cot \frac{y}{2} = \sqrt{3}$$

विधि-2

$$\cos x = \frac{2 \cos y - 1}{2 - \cos y}$$

$y = 90^\circ$ रखने पर

$$\cos x = \frac{2 \times 0 - 1}{2 - 0} = \frac{-1}{2} = \cos 120^\circ$$

$$x = 120^\circ$$

अतः,

$$\tan \frac{x}{2} \cdot \cot \frac{y}{2} = \tan 60^\circ \cdot \cot 45^\circ$$

$$= \sqrt{3} \cdot 1$$

$$= \sqrt{3}$$

Ex 54. $\frac{1}{2} \operatorname{cosec} 10^\circ - 2 \sin 70^\circ = ?$

Solⁿ. $\frac{1}{2} \operatorname{cosec} 10^\circ - 2 \sin 70^\circ = \frac{1}{2 \sin 10^\circ} - 2 \sin 70^\circ$
 $= \frac{1 - 2 \cdot 2 \sin 70^\circ \sin 10^\circ}{2 \sin 10^\circ} = \frac{1 - 2 [\cos 60^\circ - \cos 80^\circ]}{2 \sin 10^\circ}$

सूत्र द्वारा: $[2 \sin A \cdot \sin B = \cos(A - B) - \cos(A + B)]$

$$= \frac{1 - 2 \left(\frac{1}{2} - \cos 80^\circ \right)}{2 \sin(90^\circ - 80^\circ)} = \frac{1 - 1 + 2 \cos 80^\circ}{2 \cos 80^\circ}$$

$$= \frac{2 \cos 80^\circ}{2 \cos 80^\circ} = 1$$

Ex 55. $\cot 70^\circ + 4 \cos 70^\circ = ?$

Solⁿ. $\cot 70^\circ + 4 \cos 70^\circ = \tan 20^\circ + 4 \sin 20^\circ$

$$= \frac{\sin 20^\circ}{\cos 20^\circ} + 4 \sin 20^\circ$$

$$= \frac{\sin 20^\circ + 4 \sin 20^\circ \cdot \cos 20^\circ}{\cos 20^\circ} = \frac{\sin 20^\circ + 2 \sin 40^\circ}{\cos 20^\circ}$$

$$= \frac{\sin 20^\circ + 2 \sin(60^\circ - 20^\circ)}{\cos 20^\circ}$$

$$= \frac{\sin 20^\circ + 2 [\sin 60^\circ \cdot \cos 20^\circ - \cos 60^\circ \cdot \sin 20^\circ]}{\cos 20^\circ}$$

$$= \frac{\sin 20^\circ + \sqrt{3} \cos 20^\circ - \sin 20^\circ}{\cos 20^\circ} = \sqrt{3}$$

Ex 56. $4 \cos 20^\circ - \sqrt{3} \cot 20^\circ$ का मान क्या होगा?

Solⁿ. $4 \cos 20^\circ - \sqrt{3} \cot 20^\circ = 4 \cos 20^\circ - \sqrt{3} \cdot \frac{\cos 20^\circ}{\sin 20^\circ}$

$$= \frac{4 \sin 20^\circ \cos 20^\circ - \sqrt{3} \cos 20^\circ}{\sin 20^\circ}$$

$$= \frac{2 \cdot 2 \sin 20^\circ \cos 20^\circ - \sqrt{3} \cos 20^\circ}{\sin 20^\circ}$$

$$= \frac{2 \sin 40^\circ - \sqrt{3} \cos 20^\circ}{\sin 20^\circ}$$

$$= \frac{2 \sin(60^\circ - 20^\circ) - \sqrt{3} \cos 20^\circ}{\sin 20^\circ}$$

$$= \frac{2 [\sin 60^\circ \cdot \cos 20^\circ - \cos 60^\circ \cdot \sin 20^\circ] - \sqrt{3} \cos 20^\circ}{\sin 20^\circ}$$

$$= \frac{\sqrt{3} \cos 20^\circ - \sin 20^\circ - \sqrt{3} \cos 20^\circ}{\sin 20^\circ} = -1$$

Type - 3

अग्रिम सर्वसमिकाएँ : (Advanced Identity)

(A). If $A + B + C = 180^\circ$ or π (या ABC एक त्रिभुज है)
 $A + B = 180^\circ - C$ (दोनों पक्षों में $\tan$ लेने पर)
 $\tan(A + B) = \tan(180^\circ - C)$

$$\frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \cdot \tan B} = -\tan C$$

$$\tan A + \tan B = -\tan C + \tan A \cdot \tan B \cdot \tan C$$

1. $\tan A + \tan B + \tan C = \tan A \cdot \tan B \cdot \tan C$

$$\frac{1}{\cot A} + \frac{1}{\cot B} + \frac{1}{\cot C} = \frac{1}{\cot A \cdot \cot B \cdot \cot C}$$

$$= \frac{\cot B \cdot \cot C + \cot C \cdot \cot A + \cot A \cdot \cot B}{\cot A \cdot \cot B \cdot \cot C} = \frac{1}{\cot A \cdot \cot B \cdot \cot C}$$

2. $\cot A \cdot \cot B + \cot B \cdot \cot C + \cot C \cdot \cot A = 1$

Ex 57. $\tan 20^\circ + \tan 72^\circ + \tan 88^\circ = ?$

Solⁿ. कोणों का योग $= 20^\circ + 72^\circ + 88^\circ = 180^\circ$

So, $\tan 20^\circ + \tan 72^\circ + \tan 88^\circ$
 $= \tan 20^\circ \cdot \tan 72^\circ \cdot \tan 88^\circ$

Ex 58. $\tan(2x - y) + \tan(y - x) + \tan(\pi - x) = ?$

Solⁿ. कोणों का योग $= 2x - y + y - x + \pi - x = \pi$

तब, $\tan(2x - y) + \tan(y - x) + \tan(\pi - x)$
 $= \tan(2x - y) \cdot \tan(y - x) \cdot \tan(\pi - x)$

Ex 59. त्रिभुज ABC में, $\tan A + \tan B + \tan C = 6$ और $\tan A$

$\tan B = 3$ तो कोण की प्रकृति ज्ञात कीजिए.

Solⁿ. $\tan A + \tan B + \tan C = 6 = \tan A \cdot \tan B \cdot \tan C$

$$\Rightarrow 6 = 3 \cdot \tan C \Rightarrow \tan C = 2$$

$\therefore \tan C$ धनात्मक है, इसलिए कोण Ist चतुर्थांश या IIIrd चतुर्थांश में होगा। IIIrd चतुर्थांश में कोई भी कोण 180° से बड़ा होगा इसलिए कोण C पहले चतुर्थांश में होगा। तथा न्यून कोण होगा। ($\angle C < 90^\circ$).

इसी प्रकार $\angle A$ और $\angle B$

$$\Rightarrow \tan A \cdot \tan B = 3$$

(-ve) व (-ve)

या (+ve) व (+ve)

इस स्थिति में $\tan A$ व $\tan B$ दोनों धनात्मक या ऋणात्मक होंगे।

लेकिन जब दोनों ऋणात्मक है इसका मतलब $\angle A$ व $\angle B$ दोनों IInd चतुर्थांश में होंगे या IVth चतुर्थांश में होंगे जो त्रिभुज में सम्भव नहीं है।

अतः दोनों $\tan A$ व $\tan B$ धनात्मक होंगे तथा प्रथम चतुर्थांश में होंगे ($\angle A$ व $\angle B < 90^\circ$)

$\Rightarrow \angle A, \angle B, \angle C$ न्यूनकोण है, इसलिए त्रिभुज न्यून कोण त्रिभुज होगा।

(B). यदि $A + B + C = 90^\circ$

$$1. \cot A + \cot B + \cot C = \cot A \cdot \cot B \cdot \cot C$$

$$2. \tan A \tan B + \tan B \tan C + \tan C \tan A = 1$$

Ex 60. एक चतुर्भुज में $\angle D = 270^\circ$

तो $\tan A \cdot \tan B + \tan B \cdot \tan C + \tan C \cdot \tan A = ?$

Solⁿ. चतुर्भुज में $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360^\circ$

$$\angle A + \angle B + \angle C = 360^\circ - 270^\circ$$

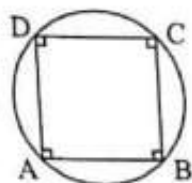
$$\angle A + \angle B + \angle C = 90^\circ$$

$$\text{तब } \tan A \cdot \tan B + \tan B \cdot \tan C + \tan C \cdot \tan A = 1$$

Ex 61. एक चक्रीय चतुर्भुज ABCD में,

तो $\cos A + \cos B + \cos C + \cos D = ?$

Solⁿ. चक्रीय चतुर्भुज में



$$\angle A + \angle C = 180^\circ$$

$$\angle B + \angle D = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \cos A + \cos B + \cos(180^\circ - A) + \cos(180^\circ - B) \\ = \cos A + \cos B - \cos A - \cos B = 0$$

Ex 62. त्रिभुज ABC में

$$\tan \frac{A}{2} \cdot \tan \frac{B}{2} + \tan \frac{B}{2} \cdot \tan \frac{C}{2} + \tan \frac{C}{2} \cdot \tan \frac{A}{2} = ?$$

Solⁿ. $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$

$$\Rightarrow \frac{\angle A}{2} + \frac{\angle B}{2} + \frac{\angle C}{2} = \frac{180^\circ}{2} = 90^\circ$$

[सर्वसमिका B.(2) द्वारा]

$$\Rightarrow \tan \frac{A}{2} \cdot \tan \frac{B}{2} + \tan \frac{B}{2} \cdot \tan \frac{C}{2} + \tan \frac{C}{2} \cdot \tan \frac{A}{2} = 1$$

(C). यदि $A + B = 45^\circ$ or 225°

दोनों पक्षों में $\tan$ लेने पर

$$\tan(A + B) = \tan 45^\circ$$

$$\frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \cdot \tan B} = 1$$

$$\tan A + \tan B = 1 - \tan A \cdot \tan B$$

$$\tan A + \tan B + \tan A \cdot \tan B = 1$$

दोनों पक्षों में 1 जोड़ने पर

$$(1 + \tan A) + \tan B(1 + \tan A) = 1 + 1$$

$$(1 + \tan A) \cdot (1 + \tan B) = 2$$

इसी प्रकार हम सिद्ध कर सकते हैं,

$$(1 - \cot A) \cdot (1 - \cot B) = 2$$

$$(1). (1 + \tan A)(1 + \tan B) = 2$$

$$(2). (1 - \cot A)(1 - \cot B) = 2$$

or

$$(\cot A - 1)(\cot B - 1) = 2$$

Ex 63. ज्ञात करो $(1 + \tan 2^\circ)(1 + \tan 43^\circ) = ?$

Solⁿ. $\angle A + \angle B = 2^\circ + 43^\circ = 45^\circ$

$$\text{अतः } (1 + \tan 2^\circ)(1 + \tan 43^\circ) = 2$$

Ex 64. $(1 + \tan 1^\circ)(1 + \tan 2^\circ) \dots (1 + \tan 45^\circ) = 2^n$

है, तब n का मान क्या होगा?

Solⁿ. $(1 + \tan 1^\circ)(1 + \tan 2^\circ) + \dots (1 + \tan 44^\circ)(1 + \tan 45^\circ) = 2^n$

$$(1 + \tan 1^\circ)(1 + \tan 44^\circ) = 2$$

$$(1 + \tan 2^\circ)(1 + \tan 43^\circ) = 2$$

इसी प्रकार 44° तक कुल 44 पद होंगे और दो पदों का गुणनफल 2 होगा तथा कुल पदों के इस प्रकार जोड़े 22 होंगे।

अन्तिम पद $(1 + \tan 45^\circ)$ भी 2 होगा इसलिए

$$(1 + \tan 1^\circ)(1 + \tan 2^\circ) + \dots (1 + \tan 44^\circ)(1 + \tan 45^\circ) = 2^{22} \cdot 2 = 2^{23} = 2^n$$

घातों की तुलना करने पर $\Rightarrow n = 23$

Ex 65. $\left[1 + \tan \left(22\frac{1}{2}^\circ + x - y \right) \right] \left[1 + \tan \left(22\frac{1}{2}^\circ + y - x \right) \right] = ?$

Solⁿ. $\angle A + \angle B = 22\frac{1}{2}^\circ + x - y + 22\frac{1}{2}^\circ + y - x = 45^\circ$

$$\Rightarrow \left[1 + \tan \left(22\frac{1}{2}^\circ + x - y \right) \right] \left[1 + \tan \left(22\frac{1}{2}^\circ + y - x \right) \right] = 2$$

Ex 66. यदि $A + B = 45^\circ$ है, तब $\frac{\tan A}{1 - \tan A} \cdot \frac{\tan B}{1 - \tan B}$ का मान क्या होगा?

Solⁿ. $\frac{\tan A}{1 - \tan A} \cdot \frac{\tan B}{1 - \tan B} = \frac{\frac{1}{\cot A}}{1 - \frac{1}{\cot A}} \cdot \frac{\frac{1}{\cot B}}{1 - \frac{1}{\cot B}}$

$$= \frac{1}{\cot A - 1} \cdot \frac{1}{\cot B - 1}$$

$$= \frac{1}{(\cot A - 1)(\cot B - 1)} = \frac{1}{2}$$

(D). यदि $A - B = 45^\circ$ or 225°

यदि हम पिछली सर्वसमिका में $B = -B$ रखते हैं तो हम प्राप्त करते हैं

$$1. \boxed{(1 + \tan A)(1 - \tan B) = 2}$$

$$2. \boxed{(1 - \cot A)(1 + \cot B) = 2}$$

(E). सर्वसमिका

$$(1). \sin \theta \cdot \sin(60^\circ - \theta) \cdot \sin(60^\circ + \theta) = \frac{1}{4} \sin 3\theta$$

$$(2). \cos \theta \cdot \cos(60^\circ - \theta) \cdot \cos(60^\circ + \theta) = \frac{1}{4} \cos 3\theta$$

$$(3). \tan \theta \cdot \tan(60^\circ - \theta) \cdot \tan(60^\circ + \theta) = \tan 3\theta$$

$$(4). \cot \theta \cdot \cot(60^\circ - \theta) \cdot \cot(60^\circ + \theta) = \cot 3\theta$$

(1) का सिद्धीकरण:

$$\Rightarrow \sin \theta \cdot \sin(60^\circ - \theta) \cdot \sin(60^\circ + \theta)$$

$$= \frac{1}{2} (2 \sin \theta \cdot \sin(60^\circ + \theta) \cdot \sin(60^\circ - \theta))$$

$$= \frac{1}{2} \sin \theta [\cos(60^\circ + \theta - 60^\circ + \theta) - \cos(60^\circ + \theta + 60^\circ - \theta)]$$

$$= \frac{1}{2} \sin \theta (\cos 2\theta - \cos 120^\circ)$$

$$= \frac{1}{2} \sin \theta \left(1 - 2 \sin^2 \theta + \frac{1}{2} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \sin \theta \left(\frac{3}{2} - 2 \sin^2 \theta \right) = \frac{1}{2} \sin \theta \left(\frac{3 - 4 \sin^2 \theta}{2} \right)$$

$$= \frac{1}{4} (3 \sin \theta - 4 \sin^3 \theta) = \frac{1}{4} \sin 3\theta$$

ऊपर दी गई 4 सर्वसमिकाओं पर आधारित प्रश्न

Ex 67. $\sin 20^\circ \sin 40^\circ \sin 60^\circ \sin 80^\circ = ?$

Solⁿ. $\theta = 20^\circ$ सर्वसमिका 1 में रखने पर

$$\Rightarrow \sin \theta \cdot \sin(60^\circ - \theta) \cdot \sin(60^\circ + \theta) = \frac{1}{4} \sin 3\theta$$

$$= \sin 20^\circ \cdot \sin(60^\circ - 20^\circ) \cdot \sin(60^\circ + 20^\circ) = \frac{1}{4} \sin 3 \times 20^\circ$$

$$= \sin 20^\circ \cdot \sin 40^\circ \cdot \sin 80^\circ = \frac{1}{4} \sin 60^\circ$$

अतः $\sin 60^\circ \cdot \sin 20^\circ \sin 40^\circ \sin 80^\circ$

$$= \sin 60^\circ \left(\frac{1}{4} \sin 60^\circ \right)$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{4} \times \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{4} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3}{16}$$

Ex 68. $1 - \sin 10^\circ \sin 50^\circ \sin 70^\circ = ?$

Solⁿ. $1 - \sin 10^\circ \sin 50^\circ \sin 70^\circ$

$$= 1 - \left(\frac{1}{4} \sin 3 \times 10^\circ \right)$$

$$= 1 - \frac{1}{4} \times \sin 30^\circ = 1 - \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{7}{8}$$

Ex 69. $\sin 12^\circ \sin 48^\circ \sin 54^\circ = ?$

Solⁿ. $\frac{\sin 12^\circ \sin 48^\circ \sin 72^\circ}{\sin 72^\circ} \cdot \left(\frac{\sin 54^\circ}{\sin 72^\circ} \right)$

$$= \left(\frac{1}{4} \times \sin 3 \times 12^\circ \right) \times \frac{\cos 36^\circ}{2 \sin 36^\circ \cos 36^\circ}$$

$$= \frac{1}{4} \times \sin 36^\circ \times \frac{1}{2 \sin 36^\circ} = \frac{1}{8}$$

Ex 70. $\sin 6^\circ \sin 42^\circ \sin 66^\circ \sin 78^\circ = ?$

Solⁿ. $\frac{\sin 6^\circ \sin 54^\circ \sin 66^\circ}{\sin 54^\circ} \cdot \frac{\sin 42^\circ \sin 78^\circ}{\sin 54^\circ}$

$$= \frac{\left(\frac{1}{4} \sin 18^\circ \right) \cdot \sin 42^\circ \cdot \sin 78^\circ}{\sin 54^\circ}$$

$$= \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \sin 54^\circ \cdot \frac{1}{\sin 54^\circ} = \frac{1}{16}$$

त्रिकोणमिति अनुपातों का अधिकतम व न्यूनतम मान:

(Maximum & Minimum Value of Trigonometric)

	अधिकतम	न्यूनतम
$\sin \theta$ या $\cos \theta$	1	-1
$\sin^2 \theta$ या $\cos^2 \theta$	1	0
$\sin^3 \theta$ या $\cos^3 \theta$	1	-1
$\tan \theta$ या $\cot \theta$	∞	$-\infty$
$\tan^2 \theta$ या $\cot^2 \theta$	∞	0
$\tan^3 \theta$ या $\cot^3 \theta$	∞	$-\infty$
$\sec \theta$ या $\csc \theta$	∞	$-\infty$

$$\sec^2 \theta \text{ या } \csc^2 \theta \quad \infty \quad 1$$

$$\sec^3 \theta \text{ या } \csc^3 \theta \quad \infty \quad -\infty$$

नोट: $\sec \theta$ व $\csc \theta$ का मान $-\infty$ से ∞ तक कुछ भी हो सकता है। लेकिन $\sec \theta$ व $\csc \theta$ का मान -1 व 1 के बीच में नहीं हो सकता लेकिन यह -1 व 1 हो सकता है।

Ex 71. निम्न में से कौन-सा गलत है?

(a) $\sin \theta = \frac{3}{4}$

(b) $\cos \theta = \frac{3}{4}$

(c) $\sec \theta = \frac{1}{2}$

(d) $\tan \theta = 9$

Solⁿ. (c) $\sec \theta = \frac{1}{2}$ (यह -1 व 1 के बीच नहीं हो सकता)

Type - I

Ex 72. $10 + \sin \alpha$ का अधिकतम व न्यूनतम मान क्या होगा?

Solⁿ. अधिकतम मान $= 10 + 1 = 11$

न्यूनतम मान $= 10 - 1 = 9$

Ex 73. $10 + \sin \alpha + \cos \beta$ का अधिकतम मान व न्यूनतम मान ज्ञात करो।

Solⁿ. अधिकतम मान $= 10 + 1 + 1 = 12$

न्यूनतम मान $= 10 - 1 - 1 = 8$

(α और β एक दूसरे पर निर्भर नहीं हैं।)

Ex 74. $10 + \sin^2 \alpha$ का अधिकतम व न्यूनतम मान ज्ञात कीजिए।

Solⁿ. अधिकतम मान $= 10 + 1 = 11$

न्यूनतम मान $= 10 + 0 = 10$

Ex 75. $10 + \tan^2 \alpha$ का अधिकतम व न्यूनतम मान क्या होगा?

Solⁿ. अधिकतम मान नहीं पूछेगा तथा ∞ के बराबर होगा।

न्यूनतम मान $= 10 + 0 = 10$

Ex 76. $11 + \sec^2 \alpha$ का अधिकतम और न्यूनतम मान क्या होगा?

Solⁿ. अधिकतम मान नहीं पूछेगा क्योंकि वह ∞ होगा।

न्यूनतम मान $= 11 + 1 = 12$

Ex 77. $10 \sin^2 \alpha + 12 \cos^2 \alpha$ का अधिकतम व न्यूनतम मान क्या होगा?

Solⁿ. यहाँ पर कोण बराबर हैं इसलिए $\sin^2 \alpha$ व $\cos^2 \alpha$ का मान सीधे नहीं रख सकते।

नोट: यदि $a \sin^2 \alpha + b \cos^2 \alpha$ दिया हुआ है तब a और b का अधिक मान व्यंजक का अधिकतम मान होगा और कम मान व्यंजक का न्यूनतम मान होगा।

$$\begin{aligned} & 10 \sin^2 \alpha + 12 \cos^2 \alpha \\ &= 10 \sin^2 \alpha + 10 \cos^2 \alpha + 2 \cos^2 \alpha \\ &= 10(\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) + 2 \cos^2 \alpha \\ &= 10 + 2 \cos^2 \alpha \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \text{अधिकतम मान} = 10 + 2(1) = 12$$

$$\Rightarrow \text{न्यूनतम मान} = 10 + 0 = 10$$

eg. यदि $a > b$	यदि $a < b$
अधिकतम = a	अधिकतम = b
न्यूनतम = b	न्यूनतम = a

Ex 78. $32 \sin^2 \alpha + 43 \cos^2 \alpha$ का अधिकतम व न्यूनतम मान क्या होगा?

Solⁿ. अधिकतम मान = 43
न्यूनतम मान = 32

Ex 79. $10 \sin^2 \alpha - 23 \cos^2 \alpha$ का अधिकतम व न्यूनतम मान क्या होगा?

Solⁿ. अधिकतम मान = 10
न्यूनतम मान = -23

Ex 80. $-11 \sin^2 \alpha - 3 \cos^2 \alpha$ का अधिकतम व न्यूनतम मान क्या होगा?

Solⁿ. अधिकतम मान = -3
न्यूनतम मान = -11

Ex 81. $10 \sin^2 \alpha + 101 \cos^2 \beta$ का अधिकतम व न्यूनतम मान क्या होगा?

Solⁿ. कोण अलग-अलग व एक-दूसरे पर निर्भर नहीं है तो $\sin^2 \alpha$ व $\cos^2 \beta$ का अलग-अलग न्यूनतम व अधिकतम मान रख सकते हैं।

$$\text{अधिकतम मान} = 10 \times 1 + 101 \times 1 = 111$$

$$\text{न्यूनतम मान} = 10 \times 0 + 101 \times 0 = 0$$

Ex 82. $23 \sec^2 \theta + 20 \tan^2 \theta$ का अधिकतम व न्यूनतम मान क्या होगा?

Solⁿ. अधिकतम मान नहीं पूछा जायेगा व ∞ होगा।

$$\begin{aligned} \Rightarrow & 23 \sec^2 \theta + 20 \tan^2 \theta \\ &= 23(1 + \tan^2 \theta) + 20 \tan^2 \theta \\ &= 23 + 43 \tan^2 \theta \end{aligned}$$

$$\text{न्यूनतम मान} = 23 + 0 = 23$$

या

$$\begin{aligned} \Rightarrow & 23 \sec^2 \theta + 20 (\sec^2 \theta - 1) \\ &= 43 \sec^2 \theta - 20 \end{aligned}$$

$$\text{न्यूनतम मान} = 43 - 20 = 23$$

नोट: यदि $a \sec^2 \alpha + b \tan^2 \alpha$ दिया गया है, तो $\sec^2 \alpha$ का गुणांक न्यूनतम व a के बराबर होगा।

Ex 83. $17 \sec^2 \theta + 15 \tan^2 \theta$ का अधिकतम और न्यूनतम मान क्या होगा?

Solⁿ. न्यूनतम मान = 17

Type - 2

$$a \sin \theta + b \cos \theta$$

$$\text{अधिकतम मान} = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\text{न्यूनतम मान} = -\sqrt{a^2 + b^2}$$

सिद्ध:

$$a \sin \theta + b \cos \theta$$

$$= \sqrt{a^2 + b^2} \left[\frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} \sin \theta + \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \cos \theta \right]$$

$$= \sqrt{a^2 + b^2} [\sin(\alpha + \theta)] = \pm \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\left(\text{माना, } \cos \alpha = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} \text{ तब } \sin \alpha = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right)$$

Ex 84. $8 \sin \theta + 15 \cos \theta$ का अधिकतम और न्यूनतम मान क्या होगा?

$$\text{Solⁿ. अधिकतम मान} = \sqrt{8^2 + 15^2} = 17$$

$$\text{न्यूनतम मान} = -\sqrt{8^2 + 15^2} = -17$$

Ex 85. $27^{\sin x} \cdot 81^{\cos x}$ का अधिकतम मान और न्यूनतम मान क्या होगा?

Solⁿ. $27^{\sin x} \cdot 81^{\cos x}$

$$= (3^3)^{\sin x} \cdot (3^4)^{\cos x}$$

$$= 3^{3\sin x} \cdot 3^{4\cos x}$$

$$= 3^{3\sin x + 4\cos x}$$

$3\sin x + 4\cos x$ का अधिकतम और न्यूनतम मान

$$= \pm \sqrt{a^2 + b^2} = \pm \sqrt{3^2 + 4^2} = \pm 5$$

$$27^{\sin x} \cdot 81^{\cos x} \text{ का अधिकतम मान} = 3^5 = 243$$

$$27^{\sin x} \cdot 81^{\cos x} \text{ का न्यूनतम मान} = 3^{-5} = \frac{1}{3^5} = \frac{1}{243}$$

Ex 86. $5\cos\theta + 3\cos\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right) + 3$ का अधिकतम और न्यूनतम मान क्या होगा?

$$\text{Sol}^n. 5\cos\theta + 3\left(\cos\theta \cdot \cos\frac{\pi}{3} - \sin\theta \cdot \sin\frac{\pi}{3}\right) + 3$$

$$= 5\cos\theta + \frac{3}{2}\cos\theta - \frac{3\sqrt{3}}{2}\sin\theta + 3$$

$$= \frac{13}{2}\cos\theta - \frac{3\sqrt{3}}{2}\sin\theta + 3$$

अधिकतम व न्यूनतम मान

$$= \pm \sqrt{\left(\frac{13}{2}\right)^2 + \left(\frac{-3\sqrt{3}}{2}\right)^2}$$

$$= \pm \sqrt{\frac{169}{4} + \frac{27}{4}} = \pm \sqrt{49} = \pm 7$$

$$\text{अधिकतम मान} = +7 + 3 = 10$$

$$\text{न्यूनतम मान} = -7 + 3 = -4$$

Ex 87. $10\cos^2 x - 6\sin x \cdot \cos x + 2\sin^2 x$ का अधिकतम व न्यूनतम मान ज्ञात करें।

Solⁿ. प्रथम-विधि :

$$9\cos^2 x - 6\sin x \cdot \cos x + \sin^2 x + (\sin^2 x + \cos^2 x)$$

$$\Downarrow$$

$$1$$

$$= (3\cos x - \sin x)^2 + 1$$

$$\Downarrow$$

$$0 \quad [\because 10 + x^2 = 10 \text{ का न्यूनतम मान}]$$

$$\text{तब न्यूनतम मान} = 1$$

$$3\cos x - \sin x \text{ का अधिकतम मान} = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10}$$

$$\text{तब अधिकतम मान} = (\sqrt{10})^2 + 1 = 10 + 1 = 11$$

द्वितीय विधि :

$$10\cos^2 x - 6\sin x \cdot \cos x + 2\sin^2 x$$

$$= 8\cos^2 x - 6\sin x \cdot \cos x + 2(\sin^2 x + \cos^2 x)$$

$$= 8\cos^2 x - 6\sin x \cdot \cos x + 2$$

$$= 8 \cdot \left(\frac{\cos 2x + 1}{2}\right) - 3 \cdot 2 \sin x \cos x + 2$$

$$= 4\cos 2x - 3\sin 2x + 6 \quad \left[\because \cos^2 x = \frac{\cos 2x + 1}{2}\right]$$

$4\cos 2x - 3\sin 2x$ का अधिकतम और न्यूनतम मान

$$= \pm \sqrt{4^2 + (-3)^2} = \pm 5$$

$$\Rightarrow \text{अधिकतम मान} = +5 + 6 = 11$$

$$\Rightarrow \text{न्यूनतम मान} = -5 + 6 = 1$$

Type - 3

$\sin^n \theta \cdot \cos^n \theta$ का अधिकतम व न्यूनतम मान :-

$$\Rightarrow (\sin \theta \cdot \cos \theta)^n$$

$$= \left(\frac{2\sin \theta \cdot \cos \theta}{2}\right)^n = \left(\frac{\sin 2\theta}{2}\right)^n = \frac{\sin^n 2\theta}{2^n}$$

$$\Rightarrow \text{अधिकतम मान} = \frac{1^n}{2^n} = \frac{1}{2^n}$$

$[\because \sin 2\theta \text{ का अधिकतम मान} = 1]$

$$\Rightarrow \text{न्यूनतम मान} = \frac{(-1)^n}{2^n} \begin{cases} \frac{-1}{2^n} & (n-\text{विषम}) \\ 0 & (n-\text{सम}) \end{cases}$$

$[\because \sin^n 2\theta \text{ का न्यूनतम मान } 0 \text{ है यदि } n \text{ सम है व } -1 \text{ होगा यदि } n \text{ विषम है}]$

Ex 88. $\sin^4 \theta \cdot \cos^4 \theta$ का अधिकतम व न्यूनतम मान ज्ञात करें।

Solⁿ. अधिकतम मान $= \frac{1}{2^n} = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{16}$

व न्यूनतम मान $= 0$

Ex 89. $\sin^3 \theta \cdot \cos^3 \theta$ का अधिकतम और न्यूनतम मान क्या होगा?

Solⁿ. अधिकतम मान $= \frac{1}{2^n} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$

न्यूनतम मान $= \frac{-1}{2^n} = \frac{-1}{2^3} = \frac{-1}{8}$

Type - 4

$\sin^{2m} \theta \leq \dots \sin^6 \theta \leq \sin^4 \theta \leq \sin^2 \theta \dots$ (i)

$\cos^{2n} \theta \leq \dots \cos^6 \theta \leq \cos^4 \theta \leq \cos^2 \theta \dots$ (ii)

ऊपर दिये गये दोनों समीकरणों को जोड़ने पर

$\Rightarrow \sin^{2m} \theta + \cos^{2n} \theta \leq \sin^2 \theta + \cos^2 \theta$

$\Rightarrow \sin^{2m} \theta + \cos^{2n} \theta \leq 1$

$\sin^{2m} \theta + \cos^{2n} \theta$ का अधिकतम मान 1 होगा।

इस स्थिति में $\sin$ व $\cos$ की घात सम होनी चाहिए।

Ex 90. $\sin^8 \theta + \cos^{14} \theta$ का अधिकतम मान ज्ञात करो।

Solⁿ. अधिकतम मान $= 1$

Ex 91. $\sin^6 \theta + \cos^6 \theta$ का अधिकतम व न्यूनतम मान ज्ञात करें।

Solⁿ. अधिकतम मान $= 1$

$(\because \sin^6 \theta + \cos^6 \theta = 1 - 3 \sin^2 \theta \cos^2 \theta)$

$\Rightarrow \sin^6 \theta + \cos^6 \theta = 1 - 3 \sin^2 \theta \cos^2 \theta$ का मान न्यूनतम होना चाहिए जब $\sin^2 \theta \cdot \cos^2 \theta$ का मान अधिकतम है।

$\Rightarrow$ न्यूनतम मान $= 1 - 3 \left(\frac{1}{2^2} \right) = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$

Ex 92. $\sin^4 \theta + \cos^4 \theta$ का अधिकतम व न्यूनतम मान होगा।

Solⁿ. अधिकतम मान $= 1$

$(\because \sin^4 \theta + \cos^4 \theta = 1 - 2 \sin^2 \theta \cdot \cos^2 \theta)$

$\Rightarrow \sin^4 \theta + \cos^4 \theta = 1 - 2 \sin^2 \theta \cdot \cos^2 \theta$ का मान न्यूनतम

होना चाहिए जब $\sin^2 \theta \cdot \cos^2 \theta$ का मान अधिकतम हो

$\Rightarrow$ न्यूनतम मान $= 1 - 2 \left(\frac{1}{2^2} \right) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

Ex 93. $\sin^2 \theta + \cos^4 \theta$ का अधिकतम व न्यूनतम मान ज्ञात करो।

Solⁿ. अधिकतम मान $= 1$

$\because \sin^2 \theta + \cos^4 \theta = 1 - \cos^2 \theta + \cos^4 \theta$

$= 1 - \cos^2 \theta \cdot (1 - \cos^2 \theta) = 1 - \cos^2 \theta \cdot \sin^2 \theta$

$\Rightarrow \sin^2 \theta + \cos^4 \theta = 1 - \cos^2 \theta \cdot \sin^2 \theta$ का मान न्यूनतम होना चाहिए जब $\sin^2 \theta \cdot \cos^2 \theta$ का मान अधिकतम हो

$\Rightarrow$ न्यूनतम मान $= 1 - \left(\frac{1}{2^2} \right) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

Ex 94. $\cos^2 \theta + \sin^4 \theta$ का अधिकतम व न्यूनतम मान ज्ञात करें

Solⁿ. अधिकतम मान $= 1$

$\because \cos^2 \theta + \sin^4 \theta = 1 - \sin^2 \theta + \sin^4 \theta$

$= 1 - \sin^2 \theta \cdot (1 - \sin^2 \theta) = 1 - \sin^2 \theta \cdot \cos^2 \theta$

$\cos^2 \theta + \sin^4 \theta = 1 - \sin^2 \theta \cdot \cos^2 \theta$ का मान न्यूनतम होना चाहिए जब $\sin^2 \theta \cdot \cos^2 \theta$ का मान अधिकतम हो

न्यूनतम मान $= 1 - \left(\frac{1}{2^2} \right) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

Ex 95. $\sin^{88} \theta + \cos^{114} \theta$ का अधिकतम मान बताओ

Solⁿ. अधिकतम मान $= 1$ (88 व 114 घात सम संख्या है)

Ex 96. $\sin^2 \theta + \cos \theta$ अधिकतम व न्यूनतम मान बताओ।

Solⁿ. $\sin^2 \theta + \cos \theta = 1 - \cos^2 \theta + \cos \theta$

$= 1 - \left(\cos^2 \theta - \cos \theta + \frac{1}{4} - \frac{1}{4} \right)$

$= 1 - \left(\cos \theta - \frac{1}{2} \right)^2 + \frac{1}{4}$

$= \frac{5}{4} - \left(\cos \theta - \frac{1}{2} \right)^2$

अधिकतम मान $= \frac{5}{4}$ [$\because 10 - x^2$ का अधिकतम मान $= 10$]

$$\Rightarrow \sin^2 \theta + \cos \theta = \frac{5}{4} - \left(\cos \theta - \frac{1}{2} \right)^2 \text{ का मान न्यूनतम}$$

होना चाहिए जब $\left(\cos \theta - \frac{1}{2} \right)^2$ का अधिकतम हो

$$\Rightarrow \text{न्यूनतम मान} = \frac{5}{4} - \left(-1 - \frac{1}{2} \right)^2 = \frac{5}{4} - \left(-\frac{3}{2} \right)^2$$

$$= \frac{5}{4} - \frac{9}{4} = -1$$

Ex 97. $\cos^2 \theta + \sin \theta$ का अधिकतम व न्यूनतम मान बताओ
Solⁿ. $\cos^2 \theta + \sin \theta = 1 - \sin^2 \theta + \sin \theta$

$$= 1 - \left(\sin^2 \theta - \sin \theta + \frac{1}{4} - \frac{1}{4} \right) = 1 - \left(\sin \theta - \frac{1}{2} \right)^2 + \frac{1}{4}$$

$$= \frac{5}{4} - \left(\sin \theta - \frac{1}{2} \right)^2$$

अधिकतम मान = $\frac{5}{4}$ $[\because 10 - x^2$ का न्यूनतम मान = 10]

$$\Rightarrow \cos^2 \theta + \sin \theta = \frac{5}{4} - \left(\sin \theta - \frac{1}{2} \right)^2 \text{ का न्यूनतम होना}$$

चाहिए जब $\left(\sin \theta - \frac{1}{2} \right)^2$ का मान अधिकतम हो

$$\Rightarrow \text{न्यूनतम मान} = \frac{5}{4} - \left(-1 - \frac{1}{2} \right)^2 = \frac{5}{4} - \left(-\frac{3}{2} \right)^2$$

$$= \frac{5}{4} - \frac{9}{4} = -1$$

Type - 5

(इस प्रकार के प्रश्नों में न्यूनतम मान पूछा जायेगा क्योंकि अधिकतम मान ∞ होगा)

(A) $a \tan^2 \theta + b \cot^2 \theta$

$$= (\sqrt{a} \tan \theta)^2 + (\sqrt{b} \cot \theta)^2 - 2\sqrt{a} \tan \theta \cdot \sqrt{b} \cot \theta + 2\sqrt{a} \tan \theta \cdot \sqrt{b} \cot \theta$$

$$= (\sqrt{a} \tan \theta - \sqrt{b} \cot \theta)^2 + 2\sqrt{a} \tan \theta \cdot \sqrt{b} \cot \theta$$

$$= (\sqrt{a} \tan \theta - \sqrt{b} \cot \theta)^2 + 2\sqrt{ab}$$

न्यूनतम मान $2\sqrt{ab}$ जब $\sqrt{a} \tan \theta - \sqrt{b} \cot \theta = 0$ है,

$$\text{न्यूनतम मान} = 2\sqrt{ab} \Rightarrow \tan^2 \theta = \sqrt{\frac{b}{a}}$$

$[\because 10 + x^2 = 10$ का न्यूनतम मान जब $x = 0$]

(B) $a \sin^2 \theta + b \operatorname{cosec}^2 \theta$

पिछले सिद्धीकरण के आधार पर हम कह सकते हैं, न्यूनतम

$$\text{मान} = 2\sqrt{ab} \text{ जब } \Rightarrow \sin^2 \theta = \sqrt{\frac{b}{a}}$$

लेकिन यहाँ यह आवश्यक है $b \leq a$ अन्यथा $\sin^2 \theta$ का मान 1 से बड़ा होगा जो संभव नहीं है यदि $b \geq a$ तो $a \sin^2 \theta + b \operatorname{cosec}^2 \theta$ का न्यूनतम मान $a + b$ होगा।

(B) इसी प्रकार $a \cos^2 \theta + b \sec^2 \theta$

निष्कर्ष: (i) $a \tan^2 \theta + b \cot^2 \theta$

$$\Rightarrow \text{न्यूनतम मान} = 2\sqrt{ab}$$

(ii) $a \sin^2 \theta + b \operatorname{cosec}^2 \theta$

$$\Rightarrow \text{न्यूनतम मान} = 2\sqrt{ab} \text{ जब } b \leq a$$

$$= a + b \text{ जब } b \geq a$$

(iii) $a \cos^2 \theta + b \sec^2 \theta$

$$\Rightarrow \text{न्यूनतम मान} = 2\sqrt{ab} \text{ जब } b \leq a$$

$$= a + b \text{ जब } b \geq a$$

(B) $a \sec^2 \theta + b \operatorname{cosec}^2 \theta$

$$\text{न्यूनतम मान} = (\sqrt{a} + \sqrt{b})^2$$

$$\text{सिद्ध: } a \sec^2 \theta + b \operatorname{cosec}^2 \theta$$

$$= a(1 + \tan^2 \theta) + b(1 + \cot^2 \theta)$$

$$= a + b + (a \tan^2 \theta + b \cot^2 \theta)$$

$$\Rightarrow \text{न्यूनतम मान} = a + b + 2\sqrt{ab}$$

$$= (\sqrt{a} + \sqrt{b})^2$$

Ex 98. $9 \tan^2 \theta + 4 \cot^2 \theta$ का न्यूनतम मान ज्ञात करें।

$$\text{Sol}^n. \text{ न्यूनतम मान} = 2\sqrt{ab} = 2\sqrt{9 \times 4} = 12$$

Ex 99. $4 \cos^2 \theta + 9 \sec^2 \theta$ का न्यूनतम मान ज्ञात करें।

$$\text{Sol}^n. \text{ न्यूनतम मान} = a + b \text{ जब } b \geq a$$

$$= 4 + 9 = 13$$

Ex 100. $4 \sec^2 \theta + 9 \operatorname{cosec}^2 \theta$ का न्यूनतम मान ज्ञात करें।

$$\text{Sol}^n. \text{ न्यूनतम मान} = (\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 = (\sqrt{4} + \sqrt{9})^2 = 25$$

Ex 101. $2 \sin^2 \theta + 32 \cot^2 \theta$ का न्यूनतम मान ज्ञात करें।

$$\text{Sol}^n. = 2 \sin^2 \theta + 32 \cot^2 \theta$$

$$= 2 \sin^2 \theta + 32(\operatorname{cosec}^2 \theta - 1)$$

$$= 2 \sin^2 \theta + 32 \operatorname{cosec}^2 \theta - 32$$

$$\Rightarrow \text{न्यूनतम मान} = a + b \text{ जब } b \geq a$$

$$= (2 + 32) - 32 = 2$$

Ex 102. $32 \cos^2 \theta + 2 \tan^2 \theta$ का न्यूनतम मान ज्ञात कीजिए।

$$\text{Sol}^n. = 32 \cos^2 \theta + 2 \tan^2 \theta$$

$$= 32 \cos^2 \theta + 2(\sec^2 \theta - 1)$$

$$= 32 \cos^2 \theta + 2 \sec^2 \theta - 2$$

$$\Rightarrow \text{न्यूनतम मान} = 2\sqrt{ab} - 2 = 2\sqrt{32 \times 2} - 2 = 14$$

Ex 103.

$$\sin^2 \theta + \operatorname{cosec}^2 \theta + \cos^2 \theta + \sec^2 \theta + \tan^2 \theta + \cot^2 \theta$$

का न्यूनतम मान ज्ञात करें।

Solⁿ.

$$\sin^2 \theta + \operatorname{cosec}^2 \theta + \cos^2 \theta + \sec^2 \theta + \tan^2 \theta + \cot^2 \theta$$

$$= \sin^2 \theta + \cos^2 \theta + 1 + \tan^2 \theta + 1 + \cot^2 \theta + \tan^2 \theta + \cot^2 \theta$$

$$= 3 + 2 \tan^2 \theta + 2 \cot^2 \theta$$

$$\Rightarrow \text{न्यूनतम मान} = 3 + 2\sqrt{ab} = 3 + 2\sqrt{2 \times 2} = 7$$

Ex 104.

$$\sin^2 \alpha + \operatorname{cosec}^2 \alpha + \cos^2 \beta + \sec^2 \beta + \tan^2 \gamma + \cot^2 \gamma$$

का न्यूनतम मान ज्ञात करें

Solⁿ.

$$\sin^2 \alpha + \operatorname{cosec}^2 \alpha + \cos^2 \beta + \sec^2 \beta + \tan^2 \gamma + \cot^2 \gamma$$

$$\Rightarrow \text{न्यूनतम मान}$$

$$= 2\sqrt{ab} + 2\sqrt{ab} + 2\sqrt{ab} = 2\sqrt{1 \times 1} + 2\sqrt{1 \times 1} + 2\sqrt{1 \times 1} = 6$$

प्रश्नावली-(मूल सर्वसमिकाएँ)

1. $\frac{\sin 43^\circ}{\cos 47^\circ}$ का मान ज्ञात कीजिए।
 (a) 0 (b) 1
 (c) $\sin 43^\circ$ (d) $\cos 47^\circ$
2. यदि $\sin \theta + \operatorname{cosec} \theta = 2$ है, तब $\sin^5 \theta + \operatorname{cosec}^5 \theta$ का मान क्या होगा?
 (a) $\frac{1}{2}$ (b) 1
 (c) 0 (d) 2
3. यदि $\tan \theta + \cot \theta = 2$ है, तब $\tan^2 \theta + \cot^2 \theta$ का मान क्या होगा?
 (a) 2 (b) 1
 (c) $\sqrt{2}$ (d) 0
4. यदि $\cos \theta + \sec \theta = 2$ है, तब $\sin^{100} \theta + \sec^{100} \theta$ का मान क्या होगा?
 (a) 1 (b) 2
 (c) 3 (d) 100
5. यदि $\frac{\sin \theta + \cos \theta}{\sin \theta - \cos \theta} = \frac{5}{4}$ है, तब $\frac{\tan^2 \theta + 1}{\tan^2 \theta - 1}$ का मान क्या होगा?
 (a) $\frac{25}{16}$ (b) $\frac{41}{40}$
 (c) $\frac{9}{41}$ (d) $\frac{40}{41}$
6. $\frac{\tan \theta}{1 - \cot \theta} + \frac{\cot \theta}{1 - \tan \theta}$ का मान ज्ञात करो।
 (a) $1 - \tan \theta - \cot \theta$ (b) $1 + \tan \theta - \cot \theta$
 (c) $1 - \tan \theta + \cot \theta$ (d) $1 + \tan \theta + \cot \theta$
7. यदि $\tan \theta + \cot \theta = 2$ है, तब $\tan^n \theta + \cot^n \theta$ ($0^\circ < \theta < 90^\circ$, n एक पूर्णांक है) का मान क्या होगा?
 (a) 2 (b) 2^n
 (c) $2n$ (d) 2^{n+1}
8. यदि $\frac{\sec \theta + \tan \theta}{\sec \theta - \tan \theta} = \frac{5}{3}$ है, तब $\sin \theta$ का मान क्या होगा?
 (a) $\frac{1}{4}$ (b) $\frac{1}{3}$
 (c) $\frac{2}{3}$ (d) $\frac{3}{4}$
9. यदि $\cos^4 \theta - \sin^4 \theta = \frac{2}{3}$ है, तब $1 - 2 \sin^2 \theta$ का मान होगा—
 (a) $\frac{4}{3}$ (b) 0
 (c) $\frac{2}{3}$ (d) $\frac{1}{3}$
10. $\tan 46^\circ - \cot 44^\circ = ?$
 (a) 0 (b) 1
 (c) $\tan 46^\circ$ (d) $\cot 44^\circ$
11. $\cos 51^\circ - \sin 39^\circ + \sin 37^\circ - \cos 53^\circ = ?$
 (a) 0 (b) 1
 (c) $\cos 104^\circ$ (d) $\sin 39^\circ$
12. यदि $x + \frac{1}{x} = 2 \cos \theta$ है, तब $x^3 + \frac{1}{x^3}$ का मान क्या होगा?
 (a) $2 \cos 3\theta$ (b) $2 \sin 3\theta$
 (c) $\sin 3\theta$ (d) $\cos 3\theta$
13. यदि $\sec \theta + \tan \theta = 3$ है, तब $\sec \theta$ का मान क्या होगा?
 (a) $\frac{3}{4}$ (b) $\frac{5}{3}$
 (c) $\frac{1}{6}$ (d) 9
14. यदि $\cos \theta = \frac{5}{13}$ है, तब $\tan^2 \theta + \sec^2 \theta$ का मान क्या होगा?
 (a) $\frac{39}{23}$ (b) $\frac{39}{25}$
 (c) $\frac{313}{25}$ (d) $\frac{329}{21}$

15. यदि $0^\circ < \theta < 90^\circ$ और

$\tan \theta = \sqrt{6 + \sqrt{6 + \sqrt{6 + \dots \infty}}}$ है, तब $\sec^2 \theta$ का मान क्या होगा?

- (a) 10 (b) 12
(c) 8 (d) 6

16. यदि $\alpha + \beta = 90^\circ$, $\alpha = 2\beta$ है, तब $\cos^2 \alpha + \sin^2 \beta$ का मान क्या होगा?

- (a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{3}{4}$
(c) $\frac{3}{2}$ (d) $\frac{4}{3}$

17. $\frac{1 - \tan^2 22\frac{1}{2}^\circ}{1 + \tan^2 22\frac{1}{2}^\circ}$ का मान ज्ञात कीजिए।

- (a) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (b) 1
(c) $\frac{1}{2}$ (d) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

18. $\sin^2 88^\circ + \cos^2 88^\circ = ?$

- (a) $\frac{1}{2}$ (b) $\sqrt{3}$
(c) 1 (d) $\frac{1}{3}$

19. यदि $\tan \theta = \frac{1}{2}$ और $\tan \phi = \frac{1}{3}$ है, तब $\theta + \phi = ?$

- (a) $\frac{\pi}{6}$ (b) 0
(c) $\frac{\pi}{4}$ (d) π

20. $(\tan A + \sec A - 1) \cos A$ का मान क्या होगा?

- (a) $1 + \sin A$
(b) $(1 + \sin A)(\tan A - \sec A + 1)$
(c) $1 - \sin A$
(d) इनमें से कोई नहीं

21. यदि $2 \cos \theta = x + \frac{1}{x}$ है, तब $2 \cos^2 \theta$ का मान क्या होगा?

- (a) $\frac{1}{2} \left(x^2 + \frac{1}{x^2} \right) + 1$ (b) $\left(x^2 + \frac{1}{x^2} \right) - 1$
(c) $\frac{3}{x^3}$ (d) 1

22. $\frac{1 - \cos A}{1 + \cos A}$ का मान ज्ञात कीजिए।

- (a) $\left(\frac{1 - \cos A}{\sin A} \right)^2$ (b) $\frac{1 - \cos A}{2 \sin A}$
(c) $\left(\frac{\sin A}{1 - \cos A} \right)^2$ (d) $\frac{\sin A}{1 + \cos A}$

23. $\sqrt{\frac{1 - \sin \theta}{1 + \sin \theta}}$ का मान ज्ञात कीजिए।

- (a) $\sec \theta - \tan \theta$ (b) $\cos \theta - \cot \theta$
(c) $\sin \theta - \operatorname{cosec} \theta$ (d) $\operatorname{cosec} \theta - \cot \theta$

24. $\sqrt{\frac{1 + \cos \theta}{1 - \cos \theta}} + \sqrt{\frac{1 - \cos \theta}{1 + \cos \theta}}$ का मान ज्ञात कीजिए।

- (a) $2 \sec \theta$ (b) $\sec \theta$
(c) $2 \operatorname{cosec} \theta$ (d) इनमें से कोई नहीं

25. $\sqrt{\frac{1 - \sin \theta}{1 + \sin \theta}} + \sqrt{\frac{1 + \sin \theta}{1 - \sin \theta}}$ का मान ज्ञात कीजिए।

- (a) $-2 \sec \theta$ (b) $2 \sec \theta$
(c) $2 \operatorname{cosec} \theta$ (d) $2 \tan \theta$

26. यदि $\sec \theta = A$, $\operatorname{cosec} \theta = B$ है, तब-

- (a) $A^2 + B^2 = AB$
(b) $A^2 + B^2 = A^2 B^2$
(c) $A^2 - B^2 = A^2 B^2$
(d) $A^2 + B^2 = -A^2 B^2$

27. $\sin^6 A + \cos^6 A$ बराबर है—

- (a) $1 - 3\sin^2 A \cos^2 A$
 (b) $3\sin^2 A \cos^2 A - 1$
 (c) $1 + 3\sin^2 A \cos^2 A$
 (d) 1

28. $\sin \theta$ का $\sec \theta$ के पद में मान ज्ञात करो।

- (a) $\frac{1}{\sqrt{\sec^2 \theta - 1}}$ (b) $\frac{\sec^2 \theta}{\sqrt{\sec^2 \theta - 1}}$
 (c) $\frac{\sqrt{\sec^2 \theta - 1}}{\sec \theta}$ (d) $\sqrt{\sec^2 \theta - 1}$

29. यदि $\sin \alpha \sec(30^\circ + \alpha) = 1$ ($0^\circ < \alpha < 60^\circ$) है, तब $\sin \alpha + \cos 2\alpha$ का मान क्या होगा?

- (a) 1 (b) $\frac{2 + \sqrt{3}}{2\sqrt{3}}$
 (c) 0 (d) $\sqrt{2}$

30. $(\sec \theta - \cos \theta)^2 + (\csc \theta - \sin \theta)^2 - (\cot \theta - \tan \theta)^2$ का मान क्या होगा?

- (a) 0 (b) $\frac{1}{2}$
 (c) 1 (d) 2

31. यदि $\frac{\sin \theta + \cos \theta}{\sin \theta - \cos \theta} = 3$ है, तब $\sin^4 \theta - \cos^4 \theta$ का मान क्या होगा?

- (a) $\frac{1}{5}$ (b) $\frac{2}{5}$
 (c) $\frac{3}{5}$ (d) $\frac{4}{5}$

32. यदि $\sin 17^\circ = \frac{x}{y}$ है, तब $\sec 17^\circ - \sin 73^\circ$ का मान क्या होगा?

- (a) $\frac{y^2 - x^2}{xy}$ (b) $\frac{x^2}{\sqrt{y^2 - x^2}}$
 (c) $\frac{x^2}{y\sqrt{y^2 + x^2}}$ (d) $\frac{x^2}{y\sqrt{y^2 - x^2}}$

33. यदि $\cos 43^\circ = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}$ है, तब $\tan 47^\circ$ का मान ज्ञात कीजिए।

- (a) $\frac{y}{x}$ (b) $\frac{x}{y}$
 (c) $\frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}$ (d) x

34. यदि $\tan \theta = \frac{x}{y}$ है, तब $\frac{x \sin \theta + y \cos \theta}{x \sin \theta - y \cos \theta}$ का मान क्या होगा?

- (a) $\frac{x^2 + y^2}{x^2 - y^2}$ (b) $\frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}$
 (c) $\frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}$ (d) $\frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}$

35. $\left(\frac{1}{\cos \theta} + \frac{1}{\cot \theta}\right) \left(\frac{1}{\cos \theta} - \frac{1}{\cot \theta}\right)$ का मान क्या होगा?

- (a) 0 (b) -1
 (c) 1 (d) 2

36. यदि $\sin 61^\circ = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ है, तब $\tan 61^\circ + \tan 29^\circ$ का मान क्या होगा?

- (a) $\frac{a}{b}$ (b) $\frac{(a+b)^2}{ab}$
(c) $\frac{a}{b} + 1$ (d) $\frac{a}{b} + \frac{b}{a}$

37. यदि $\frac{\cos^2 \theta}{\cot^2 \theta - \cos^2 \theta} = 3$ और $0^\circ < \theta < 90^\circ$ है, तब θ का मान क्या होगा?

- (a) 30° (b) 45°
(c) 60° (d) None of these

38.
$$\frac{2 \sin 68^\circ}{\cos 22^\circ} - \frac{2 \cot 15^\circ}{5 \tan 75^\circ} - \frac{3 \tan 45^\circ \cdot \tan 20^\circ \cdot \tan 40^\circ \cdot \tan 50^\circ \cdot \tan 70^\circ}{5}$$
 का मान क्या होगा?

- (a) -1 (b) 0
(c) 1 (d) 2

39. यदि $\operatorname{cosec} 39^\circ = x$ है, तब

$$\frac{1}{\operatorname{cosec}^2 51^\circ} + \sin^2 39^\circ + \tan^2 51^\circ - \frac{1}{\sin^2 51^\circ \sec^2 39^\circ}$$
 का मान क्या होगा?

- (a) $\sqrt{x^2 - 1}$ (b) $\sqrt{1 - x^2}$
(c) $x^2 - 1$ (d) $1 - x^2$

40.
$$\frac{\sin 39^\circ}{\cos 51^\circ} + 2 \tan 11^\circ \tan 31^\circ \tan 45^\circ \tan 59^\circ \tan 79^\circ - 3(\sin^2 21^\circ + \sin^2 69^\circ) = ?$$

- (a) 2 (b) -1
(c) 1 (d) 0

41.
$$\frac{1}{(1 + \tan^2 \theta)} + \frac{1}{(1 + \cot^2 \theta)}$$
 का मान ज्ञात कीजिए।

- (a) 2 (b) $\frac{1}{2}$
(c) $\frac{1}{4}$ (d) 1

42.
$$\frac{\cos^3 20^\circ - \cos^3 70^\circ}{\sin^3 70^\circ - \sin^3 20^\circ}$$
 का मान क्या होगा?

- (a) 5 (b) 7
(c) 1 (d) 3

43.
$$\frac{\cos^2 38^\circ - \cot^2 52^\circ}{\sin^2 52^\circ - \tan^2 38^\circ}$$
 का मान क्या होगा?

- (a) 5 (b) 7
(c) 1 (d) 3

44.
$$\frac{\cot^2 29^\circ - \cot^2 61^\circ}{\tan^2 61^\circ - \tan^2 29^\circ}$$
 का मान क्या होगा?

- (a) 5 (b) 7
(c) 1 (d) 3

45. यदि $x = \tan 15^\circ$ है, तब $x^2 + \frac{1}{x^2}$ का मान क्या होगा?

- (a) 16 (b) 15
(c) 14 (d) 18

46. यदि $x = \cot 75^\circ$ है, तब $\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}$ का मान क्या होगा?

- (a) $\sqrt{6}$ (b) $\sqrt{7}$
(c) $\sqrt{5}$ (d) $\sqrt{3}$

47. यदि $\tan(A+B) = \frac{1}{2}$, $\tan(A-B) = \frac{1}{3}$ है, तब $\tan 2A$ का मान क्या होगा?

- (a) 5 (b) 7
(c) 1 (d) 3

48. यदि $\tan(A+2B) = \frac{1}{2}$, $\tan 2(A-B) = \frac{1}{3}$ है, तब $\angle A$ का मान क्या होगा?

- (a) 45° (b) 30°
(c) 60° (d) 15°

49. यदि $\cos(A-B) = \frac{1}{2}$ और $\sin(A+B) = \frac{1}{2}$ है, तब $\angle A$ का न्यूनतम धनात्मक मान ज्ञात करें।

- (a) 135° (b) 60°
(c) 30° (d) 45°

50. यदि $\sin(x+y) = 1$ और $\tan(x-y) = \frac{1}{\sqrt{3}}$ है, तब $\sin x + \tan y$ ($0^\circ < x, y < 90^\circ$) का मान क्या होगा?

- (a) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (b) $\frac{5}{2\sqrt{3}}$
(c) $\frac{4}{\sqrt{3}}$ (d) $\frac{\sqrt{3}}{4}$

51. यदि $\sin A + \cos A = \frac{3}{5}$ है, तब $\sin A - \cos A$ का मान क्या होगा?

- (a) $\frac{\sqrt{41}}{5}$ (b) $\frac{9}{4}$
(c) $\frac{5}{\sqrt{41}}$ (d) $\frac{7}{\sqrt{41}}$

52. यदि $\sec^2 \theta + \tan^2 \theta = \frac{7}{12}$ है, तब

$$\sec^4 \theta - \tan^4 \theta = ?$$

- (a) $\frac{7}{12}$ (b) $\frac{1}{2}$
(c) $\frac{5}{12}$ (d) 1

53. यदि $\operatorname{cosec}^2 \theta + \cot^2 \theta = \frac{5}{7}$ है, तब

$$\operatorname{cosec}^4 \theta - \cot^4 \theta \text{ का मान क्या होगा?}$$

- (a) $\frac{5}{7}$ (b) $\frac{7}{5}$
(c) $\frac{1}{7}$ (d) इनमें से कोई नहीं

54. यदि $\sec x + \tan x = a$ है, तब $\sin x$ का मान क्या होगा?

- (a) $\frac{a^2 - 1}{a^2 + 1}$ (b) $\frac{a^2 + 1}{a^2 - 1}$
(c) $\frac{a - 1}{a^2 + 1}$ (d) $\frac{a^2 - 1}{a + 1}$

55. यदि $\operatorname{cosec} x - \cot x = a$ है, तब $\cos x$ का मान क्या होगा?

- (a) $\frac{1 - a^2}{1 + a^2}$ (b) $\frac{a^2 - 1}{a^2 + 1}$
(c) $\frac{a - 1}{a^2 + 1}$ (d) $\frac{a^2 - 1}{a + 1}$

56. $(\sin x + \operatorname{cosec} x)^2 + (\cos x + \sec x)^2 - (\tan^2 x + \cot^2 x)$ का मान ज्ञात कीजिए।

- (a) 8 (b) 7
(c) 9 (d) 10

57. $(\sin x + \operatorname{cosec} x)^2 + (\cos x + \sec x)^2 - (\tan x + \cot x)^2$ का मान ज्ञात कीजिए।

- (a) 7 (b) 5
(c) 9 (d) 4

58. $(\sin x - \operatorname{cosec} x)^2 + (\cos x - \sec x)^2 - (\tan x - \cot x)^2$ का मान ज्ञात कीजिए।

- (a) -7 (b) 5
(c) 1 (d) 4

59. $2(\sin^6 \theta + \cos^6 \theta) - 3(\sin^4 \theta + \cos^4 \theta)$ का मान ज्ञात कीजिए।

- (a) 1 (b) 5
(c) 9 (d) -1

60. $2(\sin^6 \theta + \cos^6 \theta) - 3(\sin^4 \theta + \cos^4 \theta) - (\sin^2 \theta + \cos^2 \theta)^2$ का मान ज्ञात कीजिए।

- (a) 2 (b) 5
(c) 0 (d) -2

61. यदि $u_n = \cos^n \delta + \sin^n \delta$ है, तब $2u_6 - 3u_4 + 2$ का मान क्या होगा?

- (a) 1 (b) 5
(c) 0 (d) -1

62. यदि $\frac{\sec \theta + \tan \theta}{\sec \theta - \tan \theta} = 2\frac{51}{79}$ है, तब $\sin \theta$ का मान क्या होगा?

- (a) $\frac{35}{72}$ (b) $\frac{65}{144}$
(c) $\frac{91}{144}$ (d) $\frac{39}{72}$

63. यदि $\sin \theta + \sin^2 \theta = 1$ है, तब $\cos^2 \theta + \cos^4 \theta$ का मान क्या होगा?

- (a) 1 (b) 5
(c) 0 (d) -1

64. यदि $\cos\theta + \cos^2\theta = 1$ है, तब $\sin^4\theta + \sin^2\theta$ का मान क्या होगा?
 (a) -1 (b) 5
 (c) 0 (d) 1
65. यदि $\cos A + \cos^2 A = 1$ है, तब $\sin^8 A + 2 \sin^6 A + \sin^4 A$ का मान क्या होगा?
 (a) -1 (b) 5
 (c) 0 (d) 1
66. यदि $\cos A + \cos^2 A = 1$ है, तब $\sin^{12} A + 3 \sin^{10} A + 3 \sin^8 A + \sin^6 A + \sin^4 A + \sin^2 A$ का मान क्या होगा?
 (a) -1 (b) 5
 (c) 2 (d) 1
67. यदि $\sin A + \sin^2 A = 1$ है, तब $\cos^{12} A + 3 \cos^{10} A + 3 \cos^8 A + \cos^6 A + \cos^4 A + \cos^2 A$ का मान क्या होगा?
 (a) -1 (b) 5
 (c) 2 (d) 1
68. यदि $\cos^2 x + \cos^4 x = 1$ है, तब $\tan^2 x + \tan^4 x$ का मान क्या होगा?
 (a) 0 (b) 3
 (c) 1 (d) 4
69. यदि $3 \sin x + 4 \cos x = 2$ है, तब $3 \cos x - 4 \sin x$ का मान क्या होगा?
 (a) $\sqrt{21}$ (b) 5
 (c) 0 (d) $\sqrt{29}$
70. यदि $\cos\theta - \sin\theta = \sqrt{2} \cos\theta$ है तब $\cos\theta + \sin\theta$ का मान क्या होगा?
 (a) $\sqrt{2} \cos\theta$ (b) $\sqrt{2} \sin\theta$
 (c) $2 \sin\theta$ (d) $\sqrt{2} \tan\theta$
71. यदि $\sin\theta + \cos\theta = \sqrt{2}$ है, तब $\sin\theta - \cos\theta$ का मान क्या होगा?
 (a) $\sqrt{2}$ (b) 0
 (c) $2\sqrt{2}$ (d) 2
72. यदि $\sin\theta + \cos\theta = p$ और $\sec\theta + \operatorname{cosec}\theta = q$ है, तब $q(p^2 - 1) = ?$
 (a) p (b) $2p$
 (c) $3p$ (d) $2p^2$
73. यदि $T_n = \sin^n\theta + \cos^n\theta$ है, तब $\frac{T_3 - T_5}{T_1} = ?$
 (a) $\sin\theta \cdot \cos\theta$ (b) $\sin^2\theta \cdot \cos^2\theta$
 (c) $\sin^2\theta \cdot \cos\theta$ (d) $\sin\theta \cdot \cos^2\theta$
74. यदि $x = a \cos^3\theta$, $y = b \sin^3\theta$ है, तो $\left(\frac{x}{a}\right)^{\frac{2}{3}} + \left(\frac{y}{b}\right)^{\frac{2}{3}} = ?$
 (a) 1 (b) 0
 (c) 2 (d) 4
75. यदि $x = a \sec^n\theta$ और $y = b \tan^n\theta$ है, तब θ का मान क्या होगा?
 (a) $\left(\frac{x}{a}\right)^{\frac{1}{n}} - \left(\frac{y}{b}\right)^{\frac{1}{n}} = 1$
 (b) $\left(\frac{x}{a}\right)^{\frac{2}{n}} - \left(\frac{y}{b}\right)^{\frac{2}{n}} = 1$
 (c) $\left(\frac{x}{a}\right)^2 - \left(\frac{y}{b}\right)^2 = 1$
 (d) इनमें से कोई नहीं
76. यदि $\tan^5\theta \tan^5 5\theta = 1$ है, तब $\tan^n 3\theta$ का मान क्या होगा?
 (a) 5 (b) -1
 (c) 1 (d) 3
77. यदि $\tan\theta \cdot \tan 2\theta = 1$ है, तब $\sin^2 2\theta + \tan^2 2\theta$ का मान क्या होगा?
 (a) $\frac{3}{4}$ (b) $\frac{10}{3}$
 (c) $3\frac{3}{4}$ (d) 3

78. यदि $\cos \theta \operatorname{cosec} 23^\circ = 1$ है, तब θ का मान क्या होगा?

- (a) 23° (b) 37°
(c) 63° (d) 67°

79. यदि $\sin(x+y) = \cos(x-y)$ है, तब $\cos^2 x$ का मान क्या होगा?

- (a) 5 (b) $-\frac{1}{2}$
(c) $\frac{1}{2}$ (d) 3

80. यदि x, y घनात्मक न्यून कोण है, $x+y < 90^\circ$ और $\sin(2x-20^\circ) = \cos(2y+20^\circ)$, तब $\sec(x+y)$ का मान क्या होगा?

- (a) 5 (b) $\sqrt{2}$
(c) 2 (d) 3

81. यदि A और B पूरक कोण है, तब

$$\sqrt{\frac{\tan A \tan B + \cot A \cot B}{\sin A \sec B} - \frac{\sin^2 B}{\cos^2 A}} \text{ का मान क्या होगा?}$$

- (a) 5 (b) $\sqrt{2}$
(c) 1 (d) 3

82. A और B पूरक कोण है, तब $\sin A \cos B + \cos A \sin B + 2 \tan A \tan B - \sec^2 A + \cot^2 B$ का मान क्या होगा?

- (a) 5 (b) $\sqrt{2}$
(c) 2 (d) 3

83. यदि θ एक न्यून कोण है और $\sin \theta = \cos \theta$ है, तब $2 \tan^2 \theta + \sin^2 \theta - 1$ का मान क्या होगा?

- (a) $1\frac{1}{2}$ (b) -7
(c) 1 (d) 3

84. यदि $\sin(x+y) = \cos[3(x+y)]$ है, तब $\tan[2(x+y)]$ का मान क्या होगा?

- (a) 5 (b) 7
(c) 1 (d) 3

85. यदि $\sec(50-50^\circ) = \operatorname{cosec}(\theta+32^\circ)$ है, तब θ ($0^\circ < \theta < 90^\circ$) का मान क्या होगा?

- (a) $33\frac{1}{3}^\circ$ (b) 18°

- (c) $3\frac{1}{3}^\circ$ (d) 30°

86. यदि $x = a \sin \theta$ और $y = b \tan \theta$ है, तब $\frac{a^2}{x^2} - \frac{b^2}{y^2}$ का मान क्या होगा?

- (a) 5 (b) -1
(c) 1 (d) 3

87. यदि $x = a \cos \theta$ और $y = b \cot \theta$ है, तब $\frac{a^2}{x^2} - \frac{b^2}{y^2}$ का मान क्या होगा?

- (a) 5 (b) -1
(c) 1 (d) 3

88. यदि $x = a \sec \theta \cos \theta$, $y = b \sec \theta \sin \theta$ और $z = c \tan \theta$ है, तब $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2}$ का मान क्या होगा?

- (a) 1 (b) -10
(c) 0 (d) 2

89. $3 \sin 20^\circ - 4 \sin^3 20^\circ$ का मान क्या होगा?

- (a) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (b) $\frac{1}{2}$
(c) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (d) $\frac{2}{\sqrt{3}}$

90. $3 \cos 20^\circ - 4 \cos^3 20^\circ$ का मान क्या होगा?

- (a) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (b) $-\frac{1}{2}$
(c) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (d) $\frac{2}{\sqrt{3}}$

91. यदि $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta = 2$ है, तो $\tan^3 \alpha + \sin^3 \beta$ का मान क्या होगा?

- (a) 0 (b) 1
(c) -1 (d) $\frac{1}{\sqrt{3}}$

92. $\tan 1^\circ \tan 2^\circ \tan 3^\circ \dots \tan 88^\circ \tan 89^\circ = ?$
 (a) 0 (b) 3
 (c) 1 (d) 4
93. $\tan^n 1^\circ \tan^n 2^\circ \tan^n 3^\circ \dots \tan^n 88^\circ \tan^n 89^\circ$
 का मान क्या होगा?
 (a) 0 (b) 3
 (c) 1 (d) 4
94. $\cos 1^\circ \cos 2^\circ \cos 3^\circ \cos 4^\circ \dots \cos 100^\circ$ का मान क्या होगा?
 (a) -1 (b) $\frac{1}{4}$
 (c) 1 (d) 0
95. $\cos 1^\circ \cos 2^\circ \cos 3^\circ \dots \cos 90^\circ$ का मान ज्ञात कीजिए।
 (a) -1 (b) 0
 (c) 1 (d) α
96. $\sin 1^\circ \sin 2^\circ \sin 3^\circ \dots \sin 180^\circ$ का मान ज्ञात कीजिए।
 (a) -1 (b) 0
 (c) 1 (d) α
97. $\sin^2 1^\circ + \sin^2 2^\circ + \sin^2 3^\circ + \dots + \sin^2 87^\circ + \sin^2 88^\circ + \sin^2 89^\circ + \sin^2 90^\circ$ का मान क्या होगा?
 (a) $44\frac{1}{2}$ (b) 44
 (c) $45\frac{1}{2}$ (d) इनमें से कोई नहीं
98. $\cos^2 1^\circ + \cos^2 2^\circ + \cos^2 3^\circ + \dots + \cos^2 87^\circ + \cos^2 88^\circ + \cos^2 89^\circ + \cos^2 90^\circ$ का मान क्या होगा?
 (a) $44\frac{1}{2}$ (b) 44
 (c) $45\frac{1}{2}$ (d) इनमें से कोई नहीं
99. $\sin^2 5^\circ + \sin^2 10^\circ + \sin^2 15^\circ + \dots + \sin^2 85^\circ + \sin^2 90^\circ$ का मान क्या होगा?
 (a) $7\frac{1}{2}$ (b) $8\frac{1}{2}$
 (c) 9 (d) $9\frac{1}{2}$
100. $\sin 10^\circ \sin 30^\circ \sin 50^\circ \sin 70^\circ$ का मान क्या होगा?
 (a) 8 (b) $\frac{1}{16}$
 (c) 16 (d) $\frac{1}{2}$
101. $\tan 4^\circ \tan 43^\circ \tan 47^\circ \tan 86^\circ$ का मान क्या होगा?
 (a) 0 (b) 1
 (c) $\sqrt{3}$ (d) $\frac{1}{\sqrt{3}}$
102. $\cot 10^\circ \cot 20^\circ \cot 60^\circ \cot 70^\circ \cot 80^\circ$ का मान क्या होगा?
 (a) 1 (b) -1
 (c) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (d) $\sqrt{3}$
103. $\tan 10^\circ \tan 15^\circ \tan 75^\circ \tan 80^\circ$ का मान क्या होगा?
 (a) 0 (b) 1
 (c) -1 (d) 2
104. $\tan \frac{\pi}{8} \tan \frac{\pi}{12} \tan \frac{3\pi}{8} \tan \frac{5\pi}{12} - \sin^2 \frac{\pi}{6} = ?$
 (a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{2-\sqrt{3}}{2}$
 (c) $\frac{1}{4}$ (d) $\frac{3}{4}$
105. $\cot \frac{\pi}{20} \cot \frac{3\pi}{20} \cot \frac{5\pi}{20} \cot \frac{7\pi}{20} \cot \frac{9\pi}{20} = ?$
 (a) -1 (b) 1
 (c) $\frac{1}{2}$ (d) 0

106. $\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+2\cos 160}}}}$ सरल करो।

- (a) $2\cos \theta$ (b) $\sqrt{2}\cos \theta$
(c) $2\sin \theta$ (d) $\sqrt{2}\sin \theta$

107. $\tan 70^\circ$ का मान क्या होगा?

- (a) $\tan 50^\circ + \tan 20^\circ$
(b) $\tan 50^\circ + 2\tan 20^\circ$
(c) $2\tan 50^\circ + \tan 20^\circ$
(d) $2\tan 50^\circ + 2\tan 20^\circ$

108. 80° का मान क्या होगा?

- (a) $\tan 70^\circ + \tan 10^\circ$
(b) $\tan 70^\circ + 2\tan 10^\circ$
(c) $2\tan 70^\circ + \tan 10^\circ$
(d) $2\tan 70^\circ + 2\tan 10^\circ$

109. यदि $\tan\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\theta}{2}\right) = \sqrt{3}$ है, तो $\cos \theta$ का मान क्या होगा?

- (a) 0 (b) $\frac{1}{\sqrt{2}}$
(c) $\frac{1}{2}$ (d) 1

110. यदि A, B और C एक त्रिभुज के कोण हैं, तो निम्नलिखित में से कौन सा सम्बन्ध गलत है?

- (a) $\sin\left(\frac{A+B}{2}\right) = \cos \frac{C}{2}$
(b) $\cos\left(\frac{A+B}{2}\right) = \sin \frac{C}{2}$
(c) $\tan\left(\frac{A+B}{2}\right) = \sec \frac{C}{2}$
(d) $\cot\left(\frac{A+B}{2}\right) = \tan \frac{C}{2}$

111. यदि $\operatorname{cosec} A = 2$, तब $\frac{1}{\tan A} + \frac{\sin A}{1 + \cos A} = ?$

- (a) 2 (b) 3
(c) 1 (d) 4

112. यदि $\tan A = \sqrt{2} - 1$ है, तो $\sin 2A = ?$

- (a) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (b) $\sqrt{2}$
(c) 2 (d) $2\sqrt{2}$

113. $\frac{5\sin^2 30^\circ + \cos^2 45^\circ - 4\tan^2 30^\circ}{2\sin 30^\circ \cdot \cos 30^\circ + \tan 45^\circ} = ?$

- (a) $\frac{5}{6}(2 - \sqrt{3})$ (b) $\frac{5}{6}(2 + \sqrt{3})$
(c) $2 - \sqrt{3}$ (d) $\frac{1}{6}(2 - \sqrt{3})$

114. $\frac{\cos(90^\circ - \theta) \cdot \sec(90^\circ - \theta) \cdot \tan \theta}{\operatorname{cosec}(90^\circ - \theta) \cdot \sin(90^\circ - \theta) \cdot \cot(90^\circ - \theta)} = ?$

- (a) 1 (b) 2
(c) 3 (d) -1

115. यदि $\tan^2 \alpha = \frac{8}{7}$, α प्रथम चतुर्थांश में है, तब

$\frac{(1 + \sin \alpha)(1 - \sin \alpha)}{(1 + \cos \alpha)(1 - \cos \alpha)}$ का मान क्या होगा?

- (a) $\frac{7}{8}$ (b) $\frac{8}{7}$
(c) $\frac{7}{4}$ (d) $\frac{64}{49}$

116. $\frac{k \operatorname{cosec}^2 30^\circ \cdot \sec^2 45^\circ}{8\cos^2 45^\circ \cdot \sin^2 60^\circ} = \tan^2 60^\circ - \tan^2 30^\circ$ है, तब

k का मान क्या होगा?

- (a) 1 (b) -1
(c) 2 (d) 0

117. यदि α प्रथम चतुर्थांश में है और $\sec^2 \alpha = 3$ है, तब

$\frac{\tan^2 \alpha - \operatorname{cosec}^2 \alpha}{\tan^2 \alpha + \operatorname{cosec}^2 \alpha}$ का मान क्या होगा?

- (a) $\frac{4}{7}$ (b) $\frac{3}{7}$
(c) $\frac{2}{7}$ (d) $\frac{1}{7}$

118. यदि 5α और 4α प्रथम चतुर्थांश में हैं $\sin 5\alpha = \cos 4\alpha$ है, तब $2\sin 3\alpha - \sqrt{3}\tan 3\alpha$ का मान क्या होगा?
 (a) 1 (b) 0
 (c) -1 (d) $1 + \sqrt{3}$
119. यदि $(\sin \theta + \operatorname{cosec} \theta)^2 + (\cos \theta + \sec \theta)^2 = K + \tan^2 \theta + \cot^2 \theta$, तब K का मान क्या होगा?
 (a) 6 (b) 3
 (c) 0 (d) 7
120. $(\sin \alpha + \sec \alpha)^2 + (\cos \alpha + \operatorname{cosec} \alpha)^2 = (K + \sec \alpha \operatorname{cosec} \alpha)^2$ है, तब K का मान क्या होगा?
 (a) 1 (b) 2
 (c) 3 (d) 4
121. $\frac{\sin \theta}{\cot \theta + \operatorname{cosec} \theta} - \frac{\sin \theta}{\cot \theta - \operatorname{cosec} \theta}$ का मान क्या होगा?
 (a) 1 (b) 2
 (c) 3 (d) 0
122. यदि $\frac{\tan A}{1 - \cot A} + \frac{\cot A}{1 - \tan A} = K + \tan A + \cot A$ है, तब K का मान क्या होगा?
 (a) 1 (b) 2
 (c) 0 (d) 3
123. यदि $\frac{\cos^2 \theta}{1 - \tan \theta} + \frac{\sin^3 \theta}{\sin \theta - \cos \theta} = K + \sin \theta \cos \theta$ है, तब K का मान क्या होगा?
 (a) 1 (b) 2
 (c) 3 (d) 4
124. $\frac{(1 - \sin \theta + \cos \theta)^2}{(1 + \cos \theta)(1 - \sin \theta)}$ का मान क्या होगा?
 (a) 2 (b) 1
 (c) 3 (d) 0
125. $\sec^6 \theta - \tan^6 \theta - 3\tan^2 \theta \cdot \sec^2 \theta$ का मान क्या होगा?
 (a) 1 (b) 3
 (c) 2 (d) -1
126. $\operatorname{cosec}^6 \theta - \cot^6 \theta - 3\cot^2 \theta \cdot \operatorname{cosec}^2 \theta$ का मान क्या होगा?
 (a) 2 (b) -1
 (c) 1 (d) 4
127. $\frac{(\operatorname{cosec} \theta - \sec \theta)(\cot \theta - \tan \theta)}{(\operatorname{cosec} \theta + \sec \theta)(\sec \theta \operatorname{cosec} \theta - 2)}$ का मान क्या होगा?
 (a) 2 (b) 1
 (c) 3 (d) -1
128. $\sec^4 \alpha (1 - \sin^4 \alpha) - 2\tan^2 \alpha$ का मान क्या होगा?
 (a) 1 (b) 2
 (c) 3 (d) 0
129. यदि $\sin \theta + \cos \theta = \sqrt{2} \sin(90^\circ - \theta)$ है, तब $\cot \theta$ का मान क्या होगा?
 (a) $\sqrt{2} - 1$ (b) $\sqrt{2} + 1$
 (c) $\sqrt{2}$ (d) 1
130. यदि $\cot \alpha = \frac{15}{8}$ है, तब $\frac{(2 + 2\sin \alpha)(1 - \sin \alpha)}{(1 + \cos \alpha)(2 - 2\cos \alpha)}$ का मान क्या होगा?
 (a) $\frac{125}{8}$ (b) $\frac{225}{64}$
 (c) $\frac{64}{225}$ (d) $\frac{8}{125}$
131. यदि $x = a \sin \alpha$ और $y = b \cos \alpha$ है, तब $b^2 x^2 + a^2 y^2$ का मान क्या होगा?
 (a) 1 (b) 2
 (c) $a^2 b^2$ (d) $a^2 + b^2$
132. $\frac{\cot \theta}{\cot \theta - \cot 3\theta} + \frac{\tan \theta}{\tan \theta - \tan 3\theta}$ का मान क्या होगा?
 (a) 1 (b) -1
 (c) 2 (d) 0

133. यदि $\tan \theta - \cot \theta = \frac{119}{60}$, $0^\circ < \theta < \pi/2$ है, तब $\sin \theta + \cos \theta$ का मान क्या होगा?

- (a) $\frac{17}{13}$ (b) $\frac{21}{13}$
(c) $\frac{19}{13}$ (d) $\frac{23}{13}$

134. यदि $x = 2\tan \alpha$, $y = 2\cot \alpha$ है, तब $16\left(\frac{1}{4+x^2} + \frac{1}{4+y^2}\right)$ का मान क्या होगा?

- (a) 1 (b) 2
(c) 4 (d) 8

135. $\cos^2 \frac{\pi}{16} + \cos^2 \frac{3\pi}{16} + \cos^2 \frac{5\pi}{16} + \cos^2 \frac{7\pi}{16} = ?$

- (a) 0 (b) 1
(c) 2 (d) 3

136. $\cos^2(A-B) + \cos^2 B - 2\cos(A-B) \cdot \cos A \cdot \cos B = ?$

- (a) $\cos^2 A$ (b) $\sin^2 A$
(c) $\tan^2 A$ (d) $\cot^2 A$

137. $\frac{\cot^2 \frac{\theta}{2} - \tan^2 \frac{\theta}{2}}{\cot \theta \cdot \operatorname{cosec} \theta} = ?$

- (a) 1 (b) -4
(c) 4 (d) 1

138. $\cos^2 \theta + \cos^2(\alpha + \theta) - 2\cos \alpha \cdot \cos \theta \cdot \cos(\theta + \alpha) = ?$

- (a) $\sin^2 \alpha$ (b) $\cos^2 \alpha$
(c) $\tan^2 \alpha$ (d) $\sec^2 \alpha$

139. यदि $\sin \theta = 3\sin(\theta + 2\alpha)$ है, तब $\tan(\theta + \alpha) + 2\tan \alpha = ?$

- (a) 1 (b) -1
(c) 0 (d) 2

140. यदि $\tan x + \sec x = 2\cot(90^\circ + x)$ है, तब $\operatorname{cosec} x = ?$

- (a) -1 (b) -3
(c) -5 (d) -9

141. यदि $\frac{1}{\operatorname{cosec} \theta + \cot \theta} - \operatorname{cosec} \theta - \tan \theta = 3k \sec \theta \operatorname{cosec} \theta$ है, तो k का मान क्या होगा?

- (a) $\frac{1}{3}$ (b) $-\frac{1}{2}$
(c) $-\frac{1}{3}$ (d) $\frac{1}{2}$

142. यदि $\tan \theta = \frac{11}{13}$ है, तो $\frac{5\sin \theta - 3\cos \theta}{5\sin \theta + 2\cos \theta}$ का मान क्या होगा?

- (a) $\frac{81}{16}$ (b) $\frac{9}{4}$
(c) $\frac{16}{81}$ (d) $\frac{4}{9}$

143. यदि $7\sin^2 \theta + 3\cos^2 \theta = 4$ है, तो $\tan \theta$ का मान क्या होगा?

- (a) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (b) $\sqrt{3}$

- (c) $2\sqrt{3}$ (d) $\frac{1}{2\sqrt{3}}$

144. $(1 + \cot \theta - \operatorname{cosec} \theta)(1 + \tan \theta + \sec \theta) = ?$

- (a) 1 (b) 2
(c) 0 (d) -1

145. $(\operatorname{cosec} x - \sin x)(\sec x - \cos x)(\tan x + \cot x) = ?$

- (a) 0 (b) -1
(c) 1 (d) 2

146. $\left(\frac{\cot \theta}{\cot \theta - \cot 30} + \frac{\tan \theta}{\tan \theta - \tan 30}\right) = ?$

- (a) 0 (b) 1
(c) 2 (d) 4

147. $\frac{\cot A + \operatorname{cosec} A - 1}{\cot A - \operatorname{cosec} A + 1} = ?$

- (a) $\frac{\sin A}{1 + \cos A}$ (b) $\frac{1 + \cos A}{\sin A}$
(c) $2\cot A$ (d) $\frac{1 + \operatorname{cosec} A}{\cos A}$

148. $\frac{\sin \theta + \sin 2\theta}{1 + \cos \theta + \cos 2\theta} = ?$

- (a) $\tan \theta$ (b) $\sin \theta$
(c) $\cos \theta$ (d) $\tan^2 \theta$

149. x का कौन सा मान 0 और 2π के बीच में है, तब $2 \operatorname{cosec} 2x \cot x - \cot^2 x = 1$ सही है।

- (a) 0 (b) 2
(c) 1 (d) x के सभी मान के लिए

150. निम्नलिखित में से कौन सा सही नहीं है?

- (a) $\sin \theta = -\frac{1}{5}$ (b) $\cos \theta = 1$
(c) $\sec \theta = \frac{1}{2}$ (d) $\tan \theta = 20$

151. यदि $\sin A = \frac{1}{\sqrt{10}}$ और $\sin B = \frac{1}{\sqrt{5}}$ है, जहाँ A और B धनात्मक न्यून कोण है, तब $A + B$ का मान क्या होगा?

- (a) π (b) $\frac{\pi}{2}$
(c) $\frac{\pi}{4}$ (d) $\frac{\pi}{3}$

152. $\sqrt{\frac{1 - \sin 2A}{1 + \sin 2A}} = ?$

- (a) $\sec A + \tan A$ (b) $\tan \left(\frac{\pi}{4} - A \right)$
(c) $\tan \left(\frac{\pi}{4} + \frac{A}{2} \right)$ (d) $\tan \left(\frac{\pi}{4} - \frac{A}{2} \right)$

153. यदि $\tan \theta = \frac{4}{3}$ है, तो $\sin \theta$ का मान क्या होगा?

- (a) $-\frac{4}{5}$, लेकिन $\frac{4}{5}$ नहीं (b) $-\frac{4}{5}$ या $\frac{4}{5}$
(c) $\frac{4}{5}$, लेकिन $-\frac{4}{5}$ नहीं (d) $\frac{4}{5}$

154. $\frac{\tan A + \sec A - 1}{\tan A - \sec A + 1} = ?$

- (a) $\frac{1 + \cos A}{\sin A}$ (b) $\frac{1 + \sin A}{\cos A}$
(c) $\frac{1 - \cos A}{1 + \cos A}$ (d) $\frac{1 + \sin A}{1 - \sin A}$

155. यदि $x = \sec \theta - \tan \theta$ और $y = \operatorname{cosec} \theta + \cot \theta$, तब-

- (a) $xy + 1 = x - y$ (b) $xy + 1 = x - 2y$
(c) $xy + 1 = x + y$ (d) $xy + 1 = y - x$

156. यदि $\frac{x}{a} \cos \theta + \frac{y}{b} \sin \theta = 1$ और

$\frac{x}{a} \sin \theta - \frac{y}{b} \cos \theta = 1$ तब-

- (a) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 0$ (b) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$
(c) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = -1$ (d) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 2$

157. यदि x और y कोई वास्तविक संख्या है,

$\sec^2 \theta = \frac{4xy}{(x+y)^2}$ संभव है, जब-

- (a) $x = y$ (b) $x \neq y$
(c) $x > 2y$ (d) $2x < y$

158. $(\operatorname{cosec} \theta - \sin \theta) (\sec \theta - \cos \theta) (\tan \theta + \cot \theta) = ?$

- (a) -1 (b) 1
(c) 2 (d) 0

159. यदि $\operatorname{cosec} \theta - \cot \theta = q$ है, तब $\operatorname{cosec} \theta$ का मान क्या होगा?

- (a) $\frac{1}{q}$ (b) $q + \frac{1}{q}$
(c) $\frac{1}{2q}$ (d) $\frac{1}{2} \left(q + \frac{1}{q} \right)$

160. यदि $\sin \theta = \frac{m^2 - n^2}{m^2 + n^2}$ है, तब $\tan \theta = ?$

- (a) $\frac{m^2 + n^2}{2mn}$ (b) $\frac{m^2 - n^2}{2mn}$
(c) $\frac{m^2 + n^2}{m^2 - n^2}$ (d) $\frac{m^2 - n^2}{m^2 + n^2}$

161. यदि $\sec \theta + \tan \theta = p$ है, तब $\sec \theta$ का मान क्या होगा?

- (a) $\frac{1}{2} \left(p + \frac{1}{p} \right)$ (b) $p - \frac{1}{p}$
(c) $2 \left(p + \frac{1}{p} \right)$ (d) $-p + \frac{1}{p}$

162. यदि $\tan \theta = \frac{p}{q}$ है, तब $\frac{p \sin \theta - q \cos \theta}{p \sin \theta + q \cos \theta}$ का मान क्या होगा?

- (a) $\frac{p^2 - q^2}{p^2 + q^2}$ (b) $\frac{p^2 + q^2}{2p}$
(c) $\frac{p^2 + q^2}{2q}$ (d) $\frac{p^2 + q^2}{p^2 - q^2}$

163. $\cos 15^\circ = ?$

- (a) $\sqrt{\frac{1 + \cos 30^\circ}{2}}$ (b) $\sqrt{\frac{1 - \cos 30^\circ}{2}}$
(c) $\pm \sqrt{\frac{1 + \cos 30^\circ}{2}}$ (d) $\pm \sqrt{\frac{1 - \cos 30^\circ}{2}}$

164. यदि $\sin A = \sin B$ और $\cos A = \cos B$, तब-

- (a) $\sin \left(\frac{A - B}{2} \right) = 0$
(b) $\sin \left(\frac{A + B}{2} \right) = 0$

(c) $\cos \left(\frac{A - B}{2} \right) = 0$

(d) $\cos \left(\frac{A + B}{2} \right) = 0$

165. $\tan 3A - \tan 2A - \tan A = ?$

- (a) $\tan 3A \tan 2A \tan A$
(b) $-\tan 3A \tan 2A \tan A$
(c) $\tan A \tan 2A - \tan 2A \tan 3A - \tan 3A \tan A$
(d) इनमें से कोई नहीं

166. $\frac{1 + \sin A - \cos A}{1 + \sin A + \cos A} = ?$

- (a) $\tan \frac{A}{2}$ (b) $\cot \frac{A}{2}$
(c) $\sin \frac{A}{2}$ (d) $\cos \frac{A}{2}$

167. $\frac{1 + \cos \theta}{\sin \theta} = ?$

- (a) $\tan \frac{\theta}{2}$ (b) $\cot \frac{\theta}{2}$
(c) $\tan \theta$ (d) $\cot \theta$

168. $\cot x - \tan x = ?$

- (a) $\cot 2x$ (b) $2 \cot^2 x$
(c) $2 \cot 2x$ (d) $\cot^2 2x$

169. $\sin 50^\circ - \sin 70^\circ + \sin 10^\circ = ?$

- (a) 1 (b) 0
(c) $\frac{1}{2}$ (d) 2

170. $\sin 75^\circ = ?$

- (a) $\frac{2 - \sqrt{3}}{2}$ (b) $\frac{\sqrt{3} + 1}{2\sqrt{2}}$
(c) $\frac{\sqrt{3} - 1}{-2\sqrt{2}}$ (d) $\frac{\sqrt{3} - 1}{2\sqrt{2}}$

171. $\cos^2 A (3 - 4\cos^2 A)^2 + \sin^2 A (3 - 4\sin^2 A)^2 = ?$
 (a) 1 (b) $\sin 4A$
 (c) $\cos 4A$ (d) 0
172. यदि $\tan A = \frac{3}{2}$ है, तब $\frac{1 + \cot A}{1 - \cot A}$ का मान क्या होगा?
 (a) -5 (b) 5
 (c) $\frac{9}{4}$ (d) $\frac{4}{9}$
173. $\tan 75^\circ - \cot 75^\circ = ?$
 (a) $2\sqrt{3}$ (b) $2 + \sqrt{3}$
 (c) $2 - \sqrt{3}$ (d) $-2 + \sqrt{3}$
174. यदि $\tan \alpha = \frac{m}{m+1}$ और $\tan \beta = \frac{1}{2m+1}$ है, तो $(\alpha + \beta)$ का मान क्या होगा?
 (a) $\frac{\pi}{3}$ (b) $\frac{\pi}{4}$
 (c) $\frac{\pi}{6}$ (d) $\frac{\pi}{2}$
175. $\tan 20^\circ \tan 40^\circ \tan 60^\circ \tan 80^\circ = ?$
 (a) 1 (b) 2
 (c) 3 (d) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
176. यदि $A = \frac{5\pi}{4}$ तब, $\cos A - \sin A$ का मान क्या होगा?
 (a) $\sqrt{2}$ (b) $\frac{1}{\sqrt{2}}$
 (c) 0 (d) 1
177. यदि $a \tan \theta = b$ है, तो $a \cos 2\theta + b \sin 2\theta$ का मान क्या होगा?
 (a) a (b) b
 (c) $-a$ (d) $-b$
178. $\cos A + \sin(270^\circ + A) - \sin(270^\circ - A) + \cos(180^\circ + A) = ?$
 (a) -1 (b) 0
 (c) 1 (d) $\frac{1}{2}$
179. $\sin 15^\circ + \cos 105^\circ = ?$
 (a) 0
 (b) $2 \sin 15^\circ$
 (c) $\cos 15^\circ + \sin 15^\circ$
 (d) $\sin 15^\circ - \cos 15^\circ$
180. $\cos 105^\circ + \sin 105^\circ$ का मान क्या होगा?
 (a) $\frac{1}{2}$ (b) 1
 (c) $\sqrt{2}$ (d) $\frac{1}{\sqrt{2}}$
181. $\cos 15^\circ - \sin 15^\circ$ का मान क्या होगा?
 (a) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (b) $\frac{1}{2}$
 (c) $-\frac{1}{\sqrt{2}}$ (d) 0
182. यदि $x \cos \theta - \sin \theta = 1$ है, तब $x^2 + (1 + x^2) \sin \theta$ का मान क्या होगा?
 (a) -1 (b) 0
 (c) 1 (d) 2
183. $\triangle ABC$ में, $\operatorname{cosec} A (\sin B \cos C + \cos B \sin C) = ?$
 (a) $\frac{c}{a}$ (b) $\frac{a}{c}$
 (c) 1 (d) -1
184. x के वास्तविक मान के लिए यदि $\cos \theta = x + \frac{1}{x}$ है, तब
 (a) θ न्यून कोण है
 (b) θ समकोण है
 (c) θ अधिक कोण है
 (d) θ का मान संभव नहीं है।

185. यदि $\cos A = \frac{3}{4}$ है, तब $32 \sin \frac{A}{2} \cos \frac{5A}{2}$ का मान क्या होगा?

- (a) $\sqrt{7}$ (b) $-\sqrt{7}$
(c) 7 (d) -7

186. यदि $\sin \theta_1 + \sin \theta_2 + \sin \theta_3 = 3$ है, तब $\cos \theta_1 + \cos \theta_2 + \cos \theta_3$ का मान क्या होगा?

- (a) 3 (b) 2
(c) 1 (d) 0

187. यदि $\sin \theta = \frac{24}{25}$, θ द्वितीय चतुर्थांश है, तो $\sec \theta + \tan \theta$ का मान क्या होगा?

- (a) -3 (b) -5
(c) -7 (d) -9

188. $\frac{\cos 17^\circ + \sin 17^\circ}{\cos 17^\circ - \sin 17^\circ} = ?$

- (a) $\tan 62^\circ$ (b) $\tan 56^\circ$
(c) $\tan 54^\circ$ (d) $\tan 73^\circ$

189. यदि $\sin \alpha = \frac{-3}{5}$ है और $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ है, तब

$\cos \frac{\alpha}{2}$ का मान क्या होगा?

- (a) $-\frac{1}{\sqrt{10}}$ (b) $\frac{1}{\sqrt{10}}$
(c) $\frac{3}{\sqrt{10}}$ (d) $-\frac{3}{\sqrt{10}}$

190. $\sqrt{3} \sin x + \cos x$ का अधिकतम मान क्या होगा?

- (a) 4 (b) 2
(c) 1 (d) $\sqrt{3}$

191. $\cos \theta (\tan \theta + 2) (2 \tan \theta + 1) = ?$

- (a) 0 (b) 1
(c) $2 \sec \theta + 5 \sin \theta$ (d) $5 \sec \theta + 2 \sin \theta$

192. यदि x और y कोण द्वितीय चतुर्थांश में है और $x < y$ है, तब निम्नलिखित में कौन सही होगा?

- (a) $\sin x = \sin y$ (b) $\sin x < \sin y$
(c) $\sin x > \sin y$ (d) इनमें से कोई नहीं

193. यदि $0^\circ < \theta < 90^\circ$ है, तो

$\left(\frac{5 \cos \theta - 4}{3 - 5 \sin \theta} - \frac{3 + 5 \sin \theta}{4 + 5 \cos \theta} \right)$ का मान क्या होगा?

- (a) 0 (b) 1
(c) $\frac{1}{2}$ (d) $\frac{1}{4}$

194. यदि α एक धनात्मक न्यून कोण है और $2 \sin \alpha + 15 \cos^2 \alpha = 7$ है, तब $\cot \alpha$ का मान क्या होगा?

- (a) $\frac{3}{4}$ (b) $\frac{2}{3}$
(c) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ (d) $\frac{2}{\sqrt{5}}$

195. यदि $3 \tan \theta + 4 = 0$ जहाँ $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ है, तब $2 \cot \theta - 5 \cos \theta - \sin \theta$ का मान क्या होगा?

- (a) $-\frac{53}{10}$ (b) $\frac{7}{10}$
(c) $\frac{23}{10}$ (d) $\frac{37}{10}$

196. यदि $\sec^2 \theta = 3$, $0^\circ < \theta < \frac{\pi}{2}$ है, तब $\frac{\tan^2 \theta - \operatorname{cosec}^2 \theta}{\tan^2 \theta + \operatorname{cosec}^2 \theta}$ का मान क्या होगा?

- (a) $\frac{4}{7}$ (b) $\frac{2}{7}$
(c) $\frac{1}{7}$ (d) $\frac{3}{7}$

197. यदि $3 \cos \theta - 2 \sin \theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $(0^\circ < \theta < 90^\circ)$ है, तब

$3 \sin \theta + 2 \cos \theta$ का मान क्या होगा?

- (a) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (b) $\sqrt{2}$
(c) $\frac{3}{\sqrt{2}}$ (d) $\frac{5}{\sqrt{2}}$

198. यदि $\tan \theta - \cot \theta = 0$ $(0^\circ < \theta < 90^\circ)$ है, तब $\sin \theta - \cos \theta$ का मान क्या होगा?

- (a) 1 (b) 2
(c) -2 (d) 0

199. यदि $\sin A + \operatorname{cosec} A = 3$ है, तब $\frac{\sin^4 A + 1}{\sin^2 A}$ का मान

क्या होगा?

- (a) 1 (b) 0
(c) 7 (d) 11

200. $\cos 7^\circ \cos 23^\circ \cos 45^\circ \operatorname{cosec} 83^\circ \operatorname{cosec} 67^\circ = ?$

- (a) 0 (b) 1
(c) $\frac{1}{2}$ (d) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

201. यदि $\frac{\tan \theta + \cot \theta}{\tan \theta - \cot \theta} = 2$, $(0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ)$ है, तब $\sin \theta$

का मान क्या होगा?

- (a) $\frac{2}{\sqrt{3}}$ (b) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
(c) $\frac{1}{2}$ (d) 1

202. यदि $\sin x + \cos x = c$ है, तब $\sin^6 x + \cos^6 x$ का मान क्या होगा?

- (a) $\frac{1+6c^2-3c^4}{16}$ (b) $\frac{1+6c^2-3c^4}{4}$
(c) $\frac{1+6c^2+3c^4}{16}$ (d) $\frac{1+6c^2+3c^4}{4}$

203. $\frac{1 - \sin A \cos A}{\cos A (\sec A - \operatorname{cosec} A)} \cdot \frac{\sin^2 A - \cos^2 A}{\sin^3 A + \cos^3 A} = ?$

- (a) $\sin A$ (b) $\cos A$
(c) $\tan A$ (d) $\operatorname{cosec} A$

204. $12 \sin^2 \theta + 23 \cos^2 \theta$ का न्यूनतम मान बताओ।

- (a) 0 (b) 23
(c) 12 (d) 1

205. $(\sin \theta + \operatorname{cosec} \theta)^2 + (\cos \theta + \sec \theta)^2$ का न्यूनतम मान बताओ।

- (a) 8 (b) 7
(c) 9 (d) 4

206. $4 \tan^2 \theta + 9 \cos^2 \theta$ का न्यूनतम और अधिकतम मान बताओ।

- (a) 8 (b) 6
(c) 13 (d) 12

207. $7 \cos \alpha + 24 \sin \beta$ का न्यूनतम और अधिकतम मान बताओ।

- (a) -7 और 7 (b) -25 और 25
(c) -24 और 24 (d) -31 और 31

208. $5 \sin^2 \theta + 10 \cos^2 \theta + 12 \sin \theta \cos \theta$ का न्यूनतम और अधिकतम मान बताओ।

- (a) (1, 12) (b) (0, 14)
(c) (1, 14) (d) (-1, 14)

209. यदि $A - B = \frac{\pi}{4}$ है, तब $(1 + \tan A)(1 - \tan B)$ का मान क्या होगा?

- (a) 1 (b) -1
(c) -2 (d) 2

210. यदि $A + B = 135^\circ$ है, तब $(1 + \cot A)(1 + \cot B)$ का मान क्या होगा?

- (a) 1 (b) 2
(c) 3 (d) 4

211. यदि $\sec \theta = x + \frac{1}{4x}$ है, तब $\sec \theta + \tan \theta$ का मान क्या होगा?

- (a) x (b) $2x$
(c) $4x$ (d) $5x$

212. यदि $\operatorname{cosec} \theta = x + \frac{1}{4x}$ है, तब $\operatorname{cosec} \theta + \cot \theta$ का मान क्या होगा?

- (a) x (b) $2x$
(c) $4x$ (d) $5x$

213. यदि $\tan \theta + \sin \theta = m$ और $\tan \theta - \sin \theta = n$ है, तब $m^2 - n^2$ का मान क्या होगा?

- (a) $\sqrt{mn}$ (b) $2\sqrt{mn}$
(c) $3\sqrt{mn}$ (d) $4\sqrt{mn}$

214. यदि $\cot \theta + \cos \theta = m$ और $\cot \theta - \cos \theta = n$ है, तब $m^2 - n^2$ का मान क्या होगा?

- (a) $\sqrt{mn}$ (b) $2\sqrt{mn}$
(c) $3\sqrt{mn}$ (d) $4\sqrt{mn}$

215. यदि $\tan \theta + \sin \theta = m$ और $\tan \theta - \sin \theta = n$ है, तब $\sqrt{mn}$ का मान क्या होगा?

- (a) $\frac{1}{2}(m^2 - n^2)$ (b) $2(m^2 - n^2)$
(c) $\frac{1}{4}(m^2 - n^2)$ (d) $\frac{1}{4}(m^2 + n^2)$

216. यदि $\operatorname{cosec} \theta - \sin \theta = l$

और $\sec \theta - \cos \theta = m$

है, तब $l^2 m^2 (l^2 + m^2 + 3)$ का मान क्या होगा?

- (a) 1 (b) -1
(c) 2 (d) 4

217. यदि $\operatorname{cosec} \theta - \sin \theta = m$ और $\sec \theta - \cos \theta = n$

तब $(m^2 n)^{\frac{2}{3}} + (mn^2)^{\frac{2}{3}}$ का मान क्या होगा?

- (a) 1 (b) 2
(c) 3 (d) 4

218. यदि $\cot \theta + \tan \theta = x$ और $\sec \theta - \cos \theta = y$ है, तब

$(x^2 y)^{\frac{2}{3}} - (xy^2)^{\frac{2}{3}}$ का मान क्या होगा?

- (a) 4 (b) 3
(c) 2 (d) 1

219. यदि $\sin \theta + \sin^2 \theta + \sin^3 \theta = 1$ है, तो

$\cos^6 \theta - 4 \cos^4 \theta + 8 \cos^2 \theta$ का मान क्या होगा?

- (a) 0 (b) 3
(c) 1 (d) 4

220. $\frac{\sin^8 \theta - \cos^8 \theta}{\cos 2\theta (1 + \cos^2 2\theta)} = ?$

- (a) 1 (b) $-\frac{1}{2}$
(c) -1 (d) 2

221. यदि $(\sec \alpha + \tan \alpha)(\sec \beta + \tan \beta)(\sec \gamma + \tan \gamma) = (\sec \alpha - \tan \alpha)(\sec \beta - \tan \beta)(\sec \gamma - \tan \gamma)$

$\tan \gamma$), है, तब प्रत्येक भुजा बराबर है—

- (a) ± 1 (b) -1
(c) +1 (d) 4

222. यदि $a \sec \theta + b \tan \theta + c = 0$ और $p \sec \theta + q \tan \theta + r = 0$, तब $(br - qc)^2 - (pc - ar)^2 = ?$

- (a) $(bp - aq)$ (b) $(aq - bp)^2$
(c) $(aq + bp)^2$ (d) इनमें से कोई नहीं

223. यदि $P = a \cos^3 x + 3a \cos x \sin^2 x$ और $Q = a \sin^3 x + 3a \cos^2 x \sin x$ है, तब $(P + Q)^{2/3} + (P - Q)^{2/3}$ का मान क्या होगा?

- (a) $2a^{2/3}$ (b) $a^{2/3}$
(c) $2a^{1/3}$ (d) $a^{1/3}$

224. यदि $\sin A + \sin B = -\frac{21}{65}$, $\cos A + \cos B = -\frac{27}{65}$

और $\pi < (A - B) < 3\pi$ है, तब $\cos\left(\frac{A - B}{2}\right)$ का मान क्या होगा?

- (a) $-\frac{3}{\sqrt{130}}$ (b) $\frac{3}{\sqrt{130}}$
(c) $\frac{6}{65}$ (d) $-\frac{6}{65}$

225. यदि $8 \cos^2 \theta + 8 \sec^2 \theta = 65$ और $0^\circ < \theta < \frac{\pi}{2}$ है, तब $4 \cos 2\theta$ का मान क्या होगा?

- (a) 3 (b) -3
(c) $-\frac{31}{8}$ (d) $-\frac{33}{32}$

226. $\cos^4 \frac{\pi}{8} + \cos^4 \frac{3\pi}{8} + \cos^4 \frac{5\pi}{8} + \cos^4 \frac{7\pi}{8}$ का मान क्या होगा?

- (a) $\frac{3}{2}$ (b) $-\frac{2}{3}$
(c) 1 (d) -1

227. $\cos \frac{\pi}{15} \cdot \cos \frac{2\pi}{15} \cdot \cos \frac{4\pi}{15} \cdot \cos \frac{8\pi}{15}$ का मान क्या होगा?

- (a) $-\frac{1}{16}$ (b) $\frac{1}{16}$

(c) 1 (d) 0

$$228. \left(1 + \cos \frac{\pi}{8}\right) \left(1 + \cos \frac{3\pi}{8}\right) \left(1 + \cos \frac{5\pi}{8}\right) \left(1 + \cos \frac{7\pi}{8}\right) = ?$$

(a) $\frac{1}{4}$ (b) $\frac{1}{2}$ (c) $\frac{1}{6}$ (d) $\frac{1}{8}$

$$229. \text{ यदि } x = y \cos \frac{2\pi}{3} = z \cos \frac{4\pi}{3} \text{ है, तब } xy + yz + zx \text{ का मान क्या होगा?}$$

(a) -1 (b) 1
(c) 0 (d) 2

$$230. \text{ यदि } A, B \in (0, \pi/2), \sin A = \frac{4}{5} \text{ and } \cos(A+B) = -\frac{12}{13}, \text{ है, तब } \sin B \text{ का मान क्या होगा?}$$

(a) $\frac{61}{65}$ (b) $\frac{8}{65}$
(c) $\frac{63}{65}$ (d) $\frac{5}{13}$

$$231. \text{ यदि } \cos(\theta - A) = a, \cos(\theta - B) = b, \text{ है, तब } \sin^2(A - B) + 2ab \cos(A - B) \text{ का मान क्या होगा?}$$

(a) $a^2 - b^2$ (b) $a^2 + b^2$
(c) $b^2 - a^2$ (d) $2ab$

$$232. \sin^4 \frac{\pi}{8} + \sin^4 \frac{3\pi}{8} + \sin^4 \frac{5\pi}{8} + \sin^4 \frac{7\pi}{8} = ?$$

(a) $\frac{3}{2}$ (b) 1
(c) $\frac{1}{2}$ (d) 0

$$233. \text{ यदि } \alpha \text{ एक न्यून कोण है और } 2\sin^2 \alpha + 15\cos^2 \alpha = 7 \text{ है, तब } \cot \alpha \text{ का मान क्या होगा?}$$

(a) $\frac{4}{3}$ (b) $\frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{2}}$
(c) $\frac{2}{\sqrt{5}}$ (d) $\frac{3}{4}$

$$234. \text{ यदि } 3x \sin \theta + 2y \cos \theta = 4 \text{ और } 2x \sin \theta - 3y \cos \theta = 2 \text{ है, तब } x \text{ और } y \text{ के बीच में क्या सम्बन्ध है?}$$

$$(a) \frac{81}{x^2} + \frac{49}{y^2} = 144$$

$$(b) \frac{36}{x^2} + \frac{64}{y^2} = 121$$

$$(c) \frac{289}{x^2} + \frac{4}{y^2} = 16$$

$$(d) \frac{256}{x^2} + \frac{4}{y^2} = 169$$

$$235. \text{ यदि } \sin \theta + \cos \theta = a \text{ और } \sec \theta + \operatorname{cosec} \theta = b \text{ है, तब } b(a^2 - 1) \text{ का मान क्या होगा?}$$

(a) $2a$ (b) $3a$
(c) 0 (d) $2ab$

$$236. \text{ यदि } a \sec \theta + b \tan \theta = 1 \text{ और } a^2 \sec^2 \theta - b^2 \tan^2 \theta = 5 \text{ है, तब } a^2 b^2 + 4a^2 \text{ का मान क्या होगा?}$$

(a) $9b^2$ (b) $\frac{9}{a^2}$
(c) $\frac{-2}{b}$ (d) 9

$$237. \text{ यदि } \frac{\sec^4 \alpha}{\sec^2 \beta} - \frac{\tan^4 \alpha}{\tan^2 \beta} = 1 \text{ जहाँ } \alpha, \beta \neq \frac{\pi}{2} \text{ है, तब}$$

 $\frac{\sec^4 \beta}{\sec^2 \alpha} - \frac{\tan^4 \beta}{\tan^2 \alpha}$ का मान क्या होगा?
(a) -1 (b) 0
(c) 1 (d) 2

$$238. \text{ यदि } \frac{\cos^4 \alpha}{\cos^2 \beta} + \frac{\sin^4 \alpha}{\sin^2 \beta} = 1 \text{ है, तब}$$

 $\frac{\cos^4 \beta}{\cos^2 \alpha} + \frac{\sin^4 \beta}{\sin^2 \alpha}$ का मान क्या होगा?
(a) 4 (b) 0
(c) $\frac{1}{8}$ (d) 1

$$239. 7 \cos \theta + 24 \sec \theta = 25 \cos \theta \sec \theta \text{ है, तब } \cot \theta \text{ का मान क्या होगा?}$$

(a) $\frac{5}{24}$ (b) $\frac{7}{24}$

- (c) $\frac{11}{24}$ (d) $\frac{13}{24}$
240. यदि $8\sec\theta + 6\operatorname{cosec}\theta = 20$ है, तब $\cot\theta$ का मान क्या होगा?
- (a) $\frac{3}{4}$ (b) $\frac{4}{3}$
- (c) इनमें से कोई नहीं
(d) ज्ञात नहीं किया जा सकता
241. $\cos\frac{2\pi}{7} + \cos\frac{4\pi}{7} + \cos\frac{6\pi}{7}$ का मान क्या होगा?
- (a) $\frac{1}{2}$ (b) 0
(c) $-\frac{1}{2}$ (d) 1
242. $\cos 15^\circ \cos 7\frac{1}{2}^\circ \cos 82\frac{1}{2}^\circ = ?$
- (a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{1}{8}$
(c) $\frac{1}{4}$ (d) $\frac{1}{16}$
243. $\tan^2\theta = 1 - e^2$ है, तब $\sec\theta + \tan^3\theta \cdot \operatorname{cosec}\theta$ का मान क्या होगा?
- (a) $(e^2 - 1)^{3/2}$ (b) $1 - e$
(c) $(2 - e^2)^{3/2}$ (d) $(e^2 - 2)^{1/2}$
244. $3\tan\theta \tan\phi = 1$ है, तब $\frac{\cos(\theta - \phi)}{\cos(\theta + \phi)}$ का मान क्या होगा?
- (a) $\frac{1}{2}$ (b) 2
(c) $\frac{1}{3}$ (d) 3
245. $\tan 20^\circ + \tan 40^\circ + \sqrt{3} \tan 20^\circ \tan 40^\circ$ का मान क्या होगा?
- (a) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ (b) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
(c) $\sqrt{3}$ (d) 1

246. $\sin 36^\circ \cdot \sin 72^\circ \cdot \sin 108^\circ \cdot \sin 144^\circ = ?$

- (a) $\frac{5}{16}$ (b) $\frac{16}{5}$
(c) $\frac{13}{5}$ (d) $\frac{13}{16}$

247. $\frac{2\cos 40^\circ - \cos 20^\circ}{\sin 20^\circ} = ?$

- (a) 0 (b) $\sqrt{3}$
(c) -1 (d) 2

248. $2\sqrt{2} \sin 10^\circ \left(\frac{\sec 5^\circ}{2} + \frac{\cos 40^\circ}{\sin 5^\circ} - 2\sin 35^\circ \right) = ?$

- (a) 1 (b) 4
(c) $\sqrt{2}$ (d) -1

249. $\frac{\cos x}{\cos y} = n, \frac{\sin x}{\sin y} = m$ है, तब

$(m^2 - n^2) \sin^2 y$ का मान क्या होगा?

- (a) $1 - n^2$ (b) $1 + n^2$
(c) m^2 (d) n^2

250. यदि $x \cos \theta + y \sin \theta = 4$ व $x \cos \theta - y \sin \theta = 0$ है, तब इनमें से कौन सा सत्य है?

- (a) $x^2 + y^2 = 4$ (b) $x^2 + y^2 = 16$
(c) $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} = \frac{1}{4}$ (d) $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} = 4$

251. यदि $\tan^2\theta + \cot^2\theta = 14$, है, तब $\sec\theta \cdot \operatorname{cosec}\theta$ का मान क्या होगा?

- (a) 7 (b) 4
(c) $\sqrt{7}$ (d) 3

252. यदि $\cos(\alpha + \beta) = \frac{4}{5}$ और $\sin(\alpha - \beta) = \frac{5}{13}$ जहाँ

α, β 0 और $\frac{\pi}{4}$ के बीच है, तब $\tan 2\alpha$ का मान क्या होगा?

- (a) $\frac{56}{33}$ (b) $\frac{36}{33}$
(c) $\frac{33}{56}$ (d) $\frac{49}{36}$

253. यदि $\tan \theta - \tan \phi = x$ और $\cot \phi - \cot \theta = y$ है, तब $\cot(\theta - \phi)$ का मान क्या होगा?

- (a) $\frac{1}{x} - \frac{1}{y}$ (b) $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$
(c) $x + y$ (d) $\frac{1}{y} - \frac{1}{x}$

254. यदि $3 \cos \theta = 5 \sin \theta$ है, तब

$\left(\frac{5 \sin \theta - 2 \sec^3 \theta + 2 \cos \theta}{5 \sin \theta + 2 \sec^3 \theta - 2 \cos \theta} \right)$ का मान क्या होगा?

- (a) $\frac{371}{799}$ (b) $\frac{171}{979}$
(c) $\frac{271}{979}$ (d) $\frac{979}{271}$

255. यदि $\sec \theta + \tan \theta = 2 + \sqrt{5}$ है, तब $\sin \theta$ का मान क्या होगा?

- (a) $\frac{1}{\sqrt{5}}$ (b) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
(c) $\frac{4}{5}$ (d) $\frac{2}{\sqrt{5}}$

256. यदि $3 \tan \theta + 4 = 0$, $\left(\frac{\pi}{2} < \theta < \pi \right)$ है, तब

$2 \cot \theta - 5 \cos \theta - \sin \theta$ का मान क्या होगा?

- (a) $-\frac{53}{10}$ (b) $\frac{7}{10}$
(c) $\frac{23}{10}$ (d) $\frac{37}{10}$

257. यदि $\frac{1 + \sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{1 + \sin x} = 4$ है, तब x का मान क्या होगा?

- (a) 60° (b) 30°
(c) 0° (d) 90°

258. $\cos \theta (\tan \theta + 2)(2 \tan \theta + 1) = ?$

- (a) $2 \sec \theta + 5 \sin \theta$ (b) $3 \sec \theta + 4 \sin \theta$
(c) $\sec \theta + \sin \theta$ (d) $4 \sec \theta + 5 \sin \theta$

259. $\cos \frac{\pi}{7} + \cos \frac{2\pi}{7} + \cos \frac{3\pi}{7} + \dots + \cos \frac{6\pi}{7}$
(a) 0 (b) 1
(c) -1 (d) 2

260. $\tan 9^\circ - \tan 27^\circ - \tan 63^\circ + \tan 81^\circ = ?$
(a) 1 (b) 2
(c) 3 (d) 4

261. यदि $2 \cos x + \sin x = 1$ है, तब $7 \cos x + 6 \sin x$ का मान क्या होगा?

- (a) 6 (b) 2
(c) 7 (d) 1

262. यदि $\operatorname{cosec} \theta - \sin \theta = a^3$ व $\sec \theta - \cos \theta = b^3$ है, तब $a^2 b^2 (a^2 + b^2)$ का मान क्या होगा?

- (a) 1 (b) -1
(c) -2 (d) 2

263. यदि $\sin A + \sin B = C$, & $\cos A + \cos B = D$ है, तब $\sin(A+B)$ का मान क्या होगा?

- (a) CD (b) $\frac{CD}{C^2 + D^2}$
(c) $\frac{C^2 + D^2}{2CD}$ (d) $\frac{2CD}{C^2 + D^2}$

264. यदि $\cos \theta = \frac{3}{5}$ और $\cos \phi = \frac{4}{5}$, जहाँ θ और ϕ

धनात्मक न्यून कोण है, तब $\cos\left(\frac{\theta - \phi}{2}\right)$ का मान क्या होगा?

- (a) $\frac{7}{\sqrt{2}}$ (b) $\frac{7}{5\sqrt{2}}$
(c) $\frac{7}{\sqrt{5}}$ (d) $\frac{7}{2\sqrt{5}}$

265. $\cos^2 48^\circ - \sin^2 12^\circ = ?$

- (a) $\frac{\sqrt{5}-1}{4}$ (b) $\frac{\sqrt{5}+1}{8}$

(c) $\frac{\sqrt{3}-1}{4}$ (d) $\frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}$

266. $\sin\left(\frac{\pi}{10}\right)\sin\left(\frac{3\pi}{10}\right) = ?$

(a) $\frac{1}{2}$ (b) $-\frac{1}{2}$

(c) $\frac{1}{4}$ (d) 1

267. यदि $\tan A - \tan B = x$ और $\cot B - \cot A = y$ है, तब $\cot(A-B)$ का मान क्या होगा?

(a) $\frac{1}{x} + y$ (b) $\frac{1}{xy}$

(c) $\frac{1}{x} - \frac{1}{y}$ (d) $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$

268. $\tan\left(\frac{\pi}{4} + \theta\right) - \tan\left(\frac{\pi}{4} - \theta\right) = ?$

(a) $2 \tan 2\theta$ (b) $2 \cot 2\theta$
(c) $\tan 2\theta$ (d) $\cot 2\theta$

269. $\cot\left(\frac{\pi}{4} + \theta\right) - \cot\left(\frac{\pi}{4} - \theta\right) = ?$

(a) -1 (b) 1
(c) 0 (d) ∞

270. यदि $\sin(\alpha - \beta) = \frac{1}{2}$ और $\cos(\alpha + \beta) = \frac{1}{2}$

जहाँ α, β धनात्मक न्यून कोण है, तब α और β का मान क्या होगा?

(a) 45° and 15° (b) 60° and 15°
(c) 15° and 45° (d) 45° and 60°

271. यदि $\alpha + \beta - \gamma = \pi$ है, तब

$\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta - \sin^2 \gamma$ का मान क्या होगा?

(a) $2 \sin \alpha \sin \beta \cos \gamma$
(b) $2 \cos \alpha \cos \beta \cos \gamma$
(c) $2 \sin \alpha \sin \beta \sin \gamma$
(d) $2 \cos \alpha \sin \beta \sin \gamma$

272. $1 + \cos 2x + \cos 4x + \cos 6x = ?$

(a) $2 \cos x \cos 2x \cos 3x$
(b) $4 \sin x \cos 2x \cos 3x$
(c) $4 \cos x \cos 2x \cos 3x$
(d) $\cos x \cos 2x \cos 3x$

273. $\sin 12^\circ \sin 48^\circ \sin 54^\circ = ?$

(a) $\frac{1}{16}$ (b) $\frac{1}{8}$
(c) $\frac{1}{4}$ (d) $\frac{1}{32}$

274. $\frac{1}{4} [\sqrt{3} \cos 23^\circ - \sin 23^\circ] = ?$

(a) $\cos 43^\circ$ (b) $\cos 7^\circ$
(c) $\cos 53^\circ$ (d) $\frac{1}{2} \cos 53^\circ$

275. $2 \cos x - \cos 3x - \cos 5x = ?$

(a) $16 \cos^3 x \sin^2 x$ (b) $\sin^3 x \cos^2 x$
(c) $4 \cos^3 x \sin^2 x$ (d) $4 \sin^3 x \cos^2 x$

276. $\sqrt{3} \operatorname{cosec} 20^\circ - \sec 20^\circ = ?$

(a) 2 (b) $\frac{2 \sin 20^\circ}{\sin 40^\circ}$
(c) 4 (d) $\frac{4 \sin 20^\circ}{\sin 40^\circ}$

277. $\frac{\cos 12^\circ - \sin 12^\circ}{\cos 12^\circ + \sin 12^\circ} + \frac{\sin 147^\circ}{\cos 147^\circ} = ?$

(a) 1 (b) -1
(c) 0 (d) $\frac{1}{2}$

278. $\cos 24^\circ + \cos 55^\circ + \cos 125^\circ + \cos 204^\circ + \cos 300^\circ = ?$

(a) 2 (b) $-\frac{1}{2}$
(c) 1 (d) $\frac{1}{2}$

279. $\frac{2 \sin \theta \tan \theta (1 - \tan \theta) + 2 \sin \theta \sec^2 \theta}{(1 + \tan \theta)^2} = ?$

(a) $\frac{\sin \theta}{1 + \tan \theta}$ (b) $\frac{2 \sin \theta}{1 + \tan \theta}$
(c) $\frac{2 \sin \theta}{(1 + \tan \theta)^2}$ (d) $\frac{2 \sin \theta}{(1 - \tan \theta)^2}$

280. यदि $m \tan(0-30^\circ) = n \tan(0+120^\circ)$ है, तब

$\frac{m+n}{m-n}$ का मान क्या होगा?

- (a) $2 \cos 2\theta$ (b) $\cos 2\theta$
(c) $2 \sin 2\theta$ (d) $\sin 2\theta$

281. $\cos A + \cos(240^\circ + A) + \cos(240^\circ - A) = ?$

- (a) $\cos A$ (b) 0
(c) $\sqrt{3} \sin A$ (d) $\sqrt{3} \cos A$

282. $1 + \cos 56^\circ + \cos 58^\circ - \cos 66^\circ = ?$

- (a) $2 \cos 28^\circ \cos 29^\circ \sin 33^\circ$
(b) $4 \cos 28^\circ \cos 29^\circ \cos 33^\circ$
(c) $4 \cos 28^\circ \cos 29^\circ \sin 33^\circ$
(d) $2 \cos 28^\circ \cos 29^\circ \cos 33^\circ$

283. यदि $A+B=225^\circ$ है, तब $\frac{\tan A}{1-\tan A} \cdot \frac{\tan B}{1-\tan B}$ का

मान क्या होगा?

- (a) 1 (b) -1
(c) 0 (d) $\frac{1}{2}$

284. $\frac{\sin(B+A) + \cos(B-A)}{\sin(B-A) + \cos(B+A)} = ?$

- (a) $\frac{\cos B + \sin B}{\cos B - \sin B}$ (b) $\frac{\cos A + \sin A}{\cos A - \sin A}$
(c) $\frac{\cos A - \sin A}{\cos A + \sin A}$ (d) $\frac{\cos B - \sin B}{\cos B + \sin B}$

285. यदि $\tan \theta = \frac{x \sin \phi}{1-x \cos \phi}$ व $\tan \phi = \frac{y \sin \theta}{1-y \cos \theta}$

है, तब $\frac{x}{y}$ का मान क्या होगा?

- (a) $\frac{\sin \theta}{\sin \phi}$ (b) $\frac{\sin \phi}{\sin \theta}$
(c) $\frac{\sin \phi}{1-\cos \theta}$ (d) $\frac{\sin \theta}{1-\cos \phi}$

286. यदि $\tan x = \frac{b}{a}$ है, तब $\sqrt{\frac{a+b}{a-b}} + \sqrt{\frac{a-b}{a+b}}$ का मान क्या होगा?

(a) $\frac{2 \sin x}{\sqrt{\sin 2x}}$

(b) $\frac{2 \cos x}{\sqrt{\cos 2x}}$

(c) $\frac{2 \cos x}{\sqrt{\sin 2x}}$

(d) $\frac{2 \cos x}{\sqrt{\cos 2x}}$

287. यदि $\cos(A+B) = \alpha \cos A \cos B + \beta \sin A \sin B$ है, तब (α, β) का मान क्या होगा?

- (a) $(-1, -1)$ (b) $(1, -1)$
(c) $(-1, 1)$ (d) $(1, 1)$

288. $\tan \alpha + 2 \tan 2\alpha + 4 \tan 4\alpha + 8 \cot 8\alpha = ?$

- (a) $\tan \alpha$ (b) $\tan 2\alpha$
(c) $\cot \alpha$ (d) $\cot 2\alpha$

289. $\cos^2\left(\frac{\pi}{3} - x\right) - \cos^2\left(\frac{\pi}{3} + x\right)$ का अधिकतम मान क्या होगा?

- (a) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ (b) $\frac{1}{2}$
(c) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (d) $\frac{3}{2}$

290. $\frac{\sqrt{1+\sin x} + \sqrt{1-\sin x}}{\sqrt{1+\sin x} - \sqrt{1-\sin x}} = ?$ (x चौथे चतुर्थांश में)

- (a) $\frac{x}{2}$ (b) $\tan \frac{x}{2}$
(c) $\sec \frac{x}{2}$ (d) $\operatorname{cosec} \frac{x}{2}$

291. यदि $\sin A = n \sin B$ है, तब $\left(\frac{n-1}{n+1}\right) \tan\left(\frac{A+B}{2}\right)$ का मान क्या होगा?

- (a) $\sin\left(\frac{A-B}{2}\right)$ (b) $\tan\left(\frac{A-B}{2}\right)$
(c) $\cot\left(\frac{A-B}{2}\right)$ (d) $\tan\left(\frac{A+B}{2}\right)$

292. $\frac{\sin^2 A - \sin^2 B}{\sin A \cos A - \sin B \cos B} = ?$

- (a) $\tan(A-B)$ (b) $\tan(A+B)$
(c) $\cot(A-B)$ (d) $\cot(A+B)$

293. यदि $\cos A = m \cos B$ है, तब-

(a) $\cot \frac{A+B}{2} = \frac{m+1}{m-1} \tan \frac{B-A}{2}$

(b) $\tan \frac{A+B}{2} = \frac{m+1}{m-1} \cot \frac{B-A}{2}$

(c) $\cot \frac{A+B}{2} = \frac{m+1}{m-1} \tan \frac{A-B}{2}$

(d) $\cot \frac{A+B}{2} = \frac{m-1}{m+1} \tan \frac{A-B}{2}$

294. यदि $x \cos \theta = y \cos \left(\theta + \frac{2\pi}{3} \right) = z \cos \left(\theta + \frac{4\pi}{3} \right)$

है, तब $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}$ इसका मान क्या होगा?

(a) 1

(b) 2

(c) 0

(d) $3 \cos \theta$

295. $2 \sin A \cos^3 A - 2 \sin^3 A \cos A = ?$

(a) $\sin 4A$

(b) $\frac{1}{2} \sin 4A$

(c) $\frac{1}{4} \sin 4A$

(d) $\frac{1}{8} \sin 4A$

296. $\tan A + \tan(180^\circ + A) + \cot(90^\circ + A) + \cot(360^\circ - A) = ?$

(a) 0

(b) $2 \tan A$

(c) $2 \cot A$

(d) $\tan A - \cot A$

297. $\frac{\sin 3\theta + \sin 5\theta + \sin 7\theta + \sin 9\theta}{\cos 3\theta + \cos 5\theta + \cos 7\theta + \cos 9\theta} = ?$

(a) $\cot 6\theta$

(b) $\tan 6\theta$

(c) $\cot 3\theta$

(d) $\tan 3\theta$

298. यदि ABCD एक चक्रीय चतुर्भुज है, तब $\cos A + \cos B + \cos C + \cos D = ?$

(a) $2(\cos A + \cos C)$

(b) $2(\cos A + \cos B)$

(c) $2(\cos A + \cos D)$

(d) 0

299. यदि $\frac{2 \sin \alpha}{1 + \cos \alpha + \sin \alpha} = y$ है, तब

$\frac{1 - \cos \alpha + \sin \alpha}{1 + \sin \alpha}$ का मान क्या होगा?

(a) y

(b) $1/y$

(c) $1+y$

(d) $\frac{1}{1+y}$

300. $1 - \frac{\sin^2 y}{1 + \cos y} + \frac{1 + \cos y}{\sin y} - \frac{\sin y}{1 - \cos y} = ?$

(a) 0

(b) 1

(c) $\sin y$

(d) $\cos y$

301. $\frac{\sin 70^\circ + \cos 40^\circ}{\cos 70^\circ + \sin 40^\circ} = ?$

(a) 1

(b) $\frac{1}{\sqrt{3}}$

(c) $\sqrt{3}$

(d) $-\sqrt{3}$

302. यदि $x = \sec \phi - \tan \phi$ और $y = \operatorname{cosec} \phi + \cot \phi$ है, तब-

(a) $x = \frac{y+1}{y-1}$

(b) $y = \frac{1-x}{1+x}$

(c) $x = \frac{y-1}{y+1}$

(d) $y = \frac{1+x}{1-x}$

303. यदि $\frac{\sin^4 A}{a} + \frac{\cos^4 A}{b} = \frac{1}{a+b}$ है, तब

$\frac{\sin^8 A}{a^3} + \frac{\cos^8 A}{b^3}$ का मान क्या होगा?

(a) $\frac{1}{(a+b)^3}$

(b) $\frac{a^2 b^2}{(a+b)^2}$

(c) $\frac{a^3 b^3}{(a+b)^3}$

(d) $\frac{ab}{a+b}$

304. यदि $2y \cos \theta = x \sin \theta$ और

$2x \sec \theta - y \operatorname{cosec} \theta = 3$ है, तब $x^2 + 4y^2$ का मान क्या होगा?

(a) 4

(b) -4

(c) ± 4

(d) 0

305. यदि $\tan \theta - \cot \theta = a$ और $\cos \theta + \sin \theta = b$ है, तब

$(b^2 - 1)^2 (a^2 + 4)$ का मान क्या होगा?

(a) 2

(b) -4

(c) ± 4

(d) 4

306. यदि $\tan \theta = \frac{\sin \alpha - \cos \alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha}$ है, तब $\sin \alpha + \cos \alpha$

और $\sin \alpha - \cos \alpha$ का मान क्या होगा?

- (a) $\sqrt{2} \cos \theta, \sqrt{2} \sin \theta$
 (b) $\sqrt{2} \sin \theta, \sqrt{2} \cos \theta$
 (c) $\sqrt{2} \sin \theta, \sqrt{2} \sin \theta$
 (d) $\sqrt{2} \cos \theta, \sqrt{2} \cos \theta$

307. यदि $\sin \theta + \sin \phi = a$ और $\cos \theta + \cos \phi = b$ है,

तब $\tan\left(\frac{\theta - \phi}{2}\right)$ का मान क्या होगा?

- (a) $\sqrt{\frac{a^2 + b^2}{4 - a^2 - b^2}}$ (b) $\sqrt{\frac{4 - a^2 - b^2}{a^2 + b^2}}$
 (c) $\sqrt{\frac{a^2 + b^2}{4 + a^2 + b^2}}$ (d) $\sqrt{\frac{4 + a^2 + b^2}{a^2 + b^2}}$

308. $\cos^2 \alpha + \cos^2(\alpha + 120^\circ) + \cos^2(\alpha - 120^\circ) = ?$

- (a) $\frac{3}{2}$ (b) 1
 (c) $\frac{1}{2}$ (d) 0

309. $\sin \frac{\pi}{14} \cdot \sin \frac{3\pi}{14} \cdot \sin \frac{5\pi}{14} \cdot \sin \frac{7\pi}{14}$

$\sin \frac{9\pi}{14} \cdot \sin \frac{11\pi}{14} \cdot \sin \frac{13\pi}{14}$ का मान क्या होगा?

- (a) $\frac{1}{8}$ (b) $\frac{1}{16}$
 (c) $\frac{1}{32}$ (d) $\frac{1}{64}$

310. यदि $\tan A = \frac{1 - \cos B}{\sin B}$ है, तब $\tan 2A$ का मान

$\tan B$ के पद में ज्ञात करो।

- (a) $\tan 2A = \tan B$
 (b) $\tan 2A = \tan^2 B$
 (c) $\tan 2A = \tan^2 A + \tan^2 B$

(d) $\tan 2A = \tan^2 A - \tan^2 B$

311. $\sin 600^\circ \cos 330^\circ + \cos 120^\circ \sin 150^\circ$ का मान क्या होगा?

- (a) 1 (b) -1
 (c) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (d) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

312. यदि $\tan(A + B) = p$ और $\tan(A - B) = q$ है, तब $\tan 2A$ का मान क्या होगा?

- (a) $\frac{p + q}{p - q}$ (b) $\frac{p - q}{1 + pq}$
 (c) $\frac{p + q}{1 - pq}$ (d) $\frac{1 + pq}{p - q}$

313. $\frac{\sec 8A - 1}{\sec 4A - 1} = ?$

- (a) $\frac{\tan 2A}{\tan 8A}$ (b) $\frac{\tan 8A}{\tan 2A}$
 (c) $\frac{\cot 8A}{\cot 2A}$ (d) $\frac{\cot 2A}{\cot 8A}$

314. $\triangle ABC$ में $\angle C = 90^\circ$ है, तब वह समीकरण ज्ञात करो जिसके मूल $\tan A$ और $\tan B$ हैं-

- (a) $abx^2 + c^2x + ab = 0$
 (b) $abx^2 + c^2x - ab = 0$
 (c) $abx^2 - c^2x - ab = 0$
 (d) $abx^2 - c^2x + ab = 0$

315. यदि $\sin A + \sin 2A = x$ और $\cos A + \cos 2A = y$ है, तब $(x^2 + y^2)(x^2 + y^2 - 3)$ का मान क्या होगा?

- (a) $2y$ (b) $3y$
 (c) $3y$ (d) $4y$

316. यदि $\cos(A - B) = \frac{3}{5}$ और $\tan A \tan B = 2$ है, तब-

- (a) $\cos A \cos B = \frac{2}{5}$
 (b) $\sin A \sin B = \frac{2}{5}$

- (c) $\cos A \cos B = -\frac{1}{5}$
- (d) $\sin A \sin B = -\frac{1}{5}$
317. $\frac{\cos 9^\circ + \sin 9^\circ}{\cos 9^\circ - \sin 9^\circ} = ?$
- (a) $\tan 54^\circ$ (b) $\tan 36^\circ$
(c) $\tan 18^\circ$ (d) $\cot 18^\circ$
318. यदि $\tan \alpha = \frac{1}{7}$ और $\tan \beta = \frac{1}{3}$ है, तब $\cos 2\alpha = ?$
- (a) $\sin 2\beta$ (b) $\sin 4\beta$
(c) $\sin 3\beta$ (d) $\cos 3\beta$
319. यदि $A = 130^\circ$ और $x = \sin A + \cos A$ है, तब—
- (a) $x > 0$ (b) $x < 0$
(c) $x = 0$ (d) $x \leq 0$
320. यदि $\tan A = \frac{1}{2}$, $\tan B = \frac{1}{3}$ है, तब $\cos 2A$ का मान क्या होगा?
- (a) $\sin B$ (b) $\sin 2B$
(c) $\sin 3B$ (d) $\cos 3B$
321. यदि $\sin(120^\circ - A) = \sin(120^\circ - B)$, $0^\circ < A, B < \pi$, है, तब A और B का मान क्या होगा?
- (a) $A = B$
(b) $A = B$ or $A + B = \frac{\pi}{3}$
(c) $A + B = 0$, $A + B = \frac{\pi}{3}$
(d) इनमें से कोई नहीं
322. $2\sin^2 \beta + 4\cos(\alpha + \beta)\sin \alpha \sin \beta + \cos 2(\alpha + \beta) = ?$
- (a) $\sin 2\alpha$ (b) $\cos 2\beta$
(c) $\cos 2\alpha$ (d) $\sin 2\beta$

323. $\cos 12^\circ + \cos 84^\circ + \cos 156^\circ + \cos 132^\circ$ का मान क्या होगा?
- (a) $\frac{1}{2}$ (b) 1
(c) $-\frac{1}{2}$ (d) $\frac{1}{8}$
324. यदि $A + C = B$ है, तब $\tan A \tan B \tan C$ का मान क्या होगा?
- (a) $\tan A \tan B - \tan C$
(b) $\tan B - \tan C - \tan A$
(c) $\tan A + \tan B - \tan C$
(d) $-\tan A \tan B + \tan C$
325. $\tan \theta \sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = ?$
- (a) 1 (b) 0
(c) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (d) $\sin^2 \theta$
326. यदि $x = \cos 10^\circ \cos 20^\circ \cos 40^\circ$ है, तब x का मान क्या होगा?
- (a) $\frac{1}{4} \tan 10^\circ$ (b) $\frac{1}{8} \tan 10^\circ$
(c) $\frac{1}{4} \cot 10^\circ$ (d) $\frac{1}{8} \cot 10^\circ$
327. $\sin 12^\circ \sin 24^\circ \sin 48^\circ \sin 84^\circ = ?$
- (a) $\cos 20^\circ \cos 40^\circ \cos 60^\circ \cos 80^\circ$
(b) $\sin 20^\circ \sin 40^\circ \sin 60^\circ \sin 80^\circ$
(c) $\frac{3}{16}$ (d) $\frac{1}{16}$
328. $\tan 5x \tan 3x \tan 2x = ?$
- (a) $\tan 5x - \tan 3x - \tan 2x$
(b) 0
(c) $\frac{\sin 6x - \sin 3x - \sin 2x}{\cos 5x - \cos 3x - \cos 2x}$
(d) $\tan 9x$

329. यदि $\cos \alpha + \cos \beta = 0 = \sin \alpha + \sin \beta$ है, तब $\cos 2\alpha + \cos 2\beta$ का मान क्या होगा?
 (a) $-2 \sin(\alpha + \beta)$
 (b) $2 \cos(\alpha + \beta)$
 (c) $2 \sin(\alpha + \beta)$
 (d) $-2 \cos(\alpha + \beta)$
330. यदि $A + B + C = 180^\circ$ है, तब $\frac{\tan A + \tan B + \tan C}{\tan A \tan B \tan C}$ का मान क्या होगा?
 (a) 0 (b) 2
 (c) 1 (d) -1
331. यदि $\cos A = a \cos B$ और $\sin A = b \sin B$ है, तब $(b^2 - a^2) \sin^2 B$ का मान क्या होगा?
 (a) $1 + a^2$ (b) $2 + a^2$
 (c) $1 - a^2$ (d) $2 - a^2$
332. यदि $A + B + C = \pi$ है, तब $\cos 2A + \cos 2B + \cos 2C$ का मान क्या होगा?
 (a) $1 + 4 \cos A \cos B \cos C$
 (b) $-1 + 4 \sin A \sin B \cos C$
 (c) $-1 - 4 \cos A \cos B \cos C$
 (d) $1 + 4 \sin A \sin B \sin C$
333. यदि A, B, C एक त्रिभुज के कोण हैं, तब $\sin^2 A + \sin^2 B + \sin^2 C - 2 \cos A \cos B \cos C$ का मान क्या होगा?
 (a) 1 (b) 2
 (c) 3 (d) 4
334. यदि $A + B + C = 180^\circ$ है, तब $\sin 2A + \sin 2B + \sin 2C$ का मान क्या होगा?
 (a) $4 \sin A \sin B \cos C$
 (b) $4 \cos A \cos B \cos C$
 (c) $4 \sin A \sin B \sin C$
 (d) $8 \sin A \sin B \sin C$
335. $\cos 52^\circ + \cos 68^\circ + \cos 172^\circ = ?$
 (a) 0 (b) 1
- (c) 2 (d) $\frac{3}{2}$
336. यदि $\cos 2B = \frac{\cos(A+C)}{\cos(A-C)}$ है, तब $\tan A, \tan B, \tan C$ किसमें हैं?
 (a) समांतर श्रेणी (b) गुणोत्तर श्रेणी
 (c) हरात्मक श्रेणी (d) इनमें से कोई नहीं
337. यह समीकरण $(a+b)^2 = 4ab \sin^2 \theta$ तभी सही होगा जब—
 (a) $2a = b$ (b) $a = b$
 (c) $a = 2b$ (d) $a > b$
338. यदि $\frac{\sin A - \sin C}{\cos C - \cos A} = \cot B$ है, तब A, B, C किसमें हैं?
 (a) समांतर श्रेणी (b) गुणोत्तर श्रेणी
 (c) हरात्मक श्रेणी (d) इनमें से कोई नहीं
339. यदि $b \sin \alpha = a \sin(\alpha + 2\beta)$ है, तब $\frac{a+b}{a-b}$ का मान क्या होगा?
 (a) $\frac{\tan \beta}{\tan(\alpha + \beta)}$ (b) $\frac{\cot \beta}{\cot(\alpha - \beta)}$
 (c) $-\frac{\cot \beta}{\cot(\alpha + \beta)}$ (d) $\frac{\tan \beta}{\tan(\alpha - \beta)}$
340. $\tan 10^\circ - \tan 50^\circ + \tan 70^\circ = ?$
 (a) 0 (b) 1
 (c) $\sqrt{3}$ (d) 3
341. $\cos^3 10^\circ + \cos^3 110^\circ + \cos^3 130^\circ = ?$

(a) $\frac{3}{4}$

(b) $\frac{3}{8}$

(c) $\frac{3\sqrt{3}}{8}$

(d) $\frac{3\sqrt{3}}{4}$

342. α के किस मान के लिए यह समीकरण $4\cos\alpha + 3\cos 2\alpha - 2\sin 3\alpha + \cos 4\alpha = 2\sqrt{3} - 1$ सही है?

(a) $\frac{\pi}{6}$

(b) $\frac{\pi}{3}$

(c) $\frac{\pi}{4}$

(d) $\frac{\pi}{2}$

343. यदि $(\sin A + \sin B + \sin C)^2 = \sin^2 A + \sin^2 B + \sin^2 C$ है, तब इनमें से कौन सा सही है?

(a) $\sin A + \sin B + \sin C = 0$

(b) $\cos A + \cos B + \cos C = 0$

(c) $\frac{1}{\sin A} + \frac{1}{\sin B} + \frac{1}{\sin C} = 0$

(d) इनमें से कोई नहीं

344. यदि $\frac{\sin x}{\sin y} = p$ और $\frac{\cos x}{\cos y} = q$ है, तब $\tan x = ?$

(a) $\frac{p}{q} \sqrt{\frac{q^2 - 2}{1 - p^2}}$

(b) $\frac{p}{q} \sqrt{\frac{q^2 - 1}{1 - p^2}}$

(c) $\frac{p}{q} \sqrt{\frac{1 - q^2}{1 - p^2}}$

(d) $\frac{p}{q} \sqrt{\frac{q^2 - 1}{1 - p^2}}$

345. यदि $\cos A = \tan B$, $\cos B = \tan C$ और $\cos C = \tan A$ है, तब $\sin A$ का मान क्या होगा?

(a) $\frac{\sqrt{5} - 1}{4}$

(b) $\frac{\sqrt{5} - 1}{2}$

(c) $\frac{\sqrt{3} - 1}{4}$

(d) $\frac{\sqrt{3} - 1}{2}$

346. यदि $\frac{3 - \tan^2 A}{1 - 3 \tan^2 A} = k$, जहाँ k एक वास्तविक संख्या है,

तब $\operatorname{cosec} A (3 \sin A - 4 \sin^3 A)$ का मान क्या होगा?

(a) $\frac{2k}{k-1}$, जहाँ $k \geq \frac{1}{3}$ या $k \geq 3$

(b) $\frac{2k}{k-1}$, जहाँ $\frac{1}{3} \leq k \leq 3$

(c) $\frac{2k}{k-1}$, जहाँ $k < \frac{1}{3}$ या $k > 3$

(d) $\frac{2k}{k+1}$

347. यदि $a \cos^3 \alpha + 3 \cos \alpha \sin^2 \alpha = m$ और

$a \sin^3 \alpha + 3 \cos^2 \alpha \sin \alpha = n$ है, तब

$(m+n)^{2/3} + (m-n)^{2/3} = ?$

(a) a

(b) $2a$

(c) $2a^2$

(d) $2a^{2/3}$

348. यदि $y = a \cos^2 x + 2b \sin x \cos x + c \sin^2 x$ और

$z = a \sin^2 x - 2b \sin x \cos x + c \cos^2 x$ है, तब-

(a) $y+z = a+c$

(b) $y+z = a+b$

(c) $y+a = x+b$

(d) इसमें से कोई नहीं

349. यदि $A+B+C = \pi$ है, तब-

$\frac{\cos A}{\sin B \sin C} + \frac{\cos B}{\sin C \sin A} + \frac{\cos C}{\sin A \sin B} = ?$

(a) 0

(b) 1

(c) 2

(d) 3

350. यदि $\sin A$, $\cos A$ और $\tan A$ गुणोत्तर श्रेणी में है, तब

$\cos^3 A + \cos^2 A = ?$

(a) 1

(b) 2

(c) 3

(d) 4

351. यदि $\cos(\theta - \alpha), \cos \theta, \cos(\theta + \alpha)$ हरात्मक श्रेणी में

है, तब $\cos \theta \sec \frac{\alpha}{2} = ?$

- (a) 0 (b) ± 1
(c) 2 (d) $\pm \sqrt{2}$

352. यदि $A + B = C, \tan A = k \tan B$ और $A - B = \phi$ है, तब $\sin C = ?$

- (a) 0 (b) 1
(c) $\frac{k+1}{k-1}$ (d) $\frac{k+1}{k-1} \sin \phi$

353. यदि $\tan \alpha$ और $\tan \beta$, इस समीकरण $x^2 + px + q = 0$ ($p \neq q$) के मूल हैं, तब $\tan(\alpha + \beta) = ?$

- (a) $p-1$ (b) $\frac{p}{q-1}$
(c) $2q-p$ (d) इनमें से कोई नहीं

354. यदि $A + B + C = \frac{3\pi}{2}$ है, तब $\cos 2A + \cos 2B + \cos 2C = ?$

- (a) $1 - 4 \sin A \sin B \sin C$
(b) $1 - \sin A \sin B \sin C$
(c) $1 - 2 \sin A \sin B \sin C$
(d) इनमें से कोई नहीं

355. यदि $A + B + C = \pi$ और A, B, C धनात्मक न्यून कोण हैं, और $\cot A \cot B \cot C = k$, तब—

- (a) $k < 1$ (b) $k > \frac{1}{\sqrt{3}}$
(c) $k = \frac{1}{2\sqrt{3}}$ (d) $k \leq \frac{1}{3\sqrt{3}}$

356. यदि $\frac{\sin(x+y)}{\sin(x-y)} = \frac{a+b}{a-b}$ तब $\frac{\tan x}{\tan y} = ?$

- (a) a (b) b
(c) a/b (d) b/a

357. $\tan \frac{2\pi}{5} \tan \frac{\pi}{15} \sqrt{3} \tan \frac{2\pi}{5} \tan \frac{\pi}{15} = ?$

- (a) 0 (b) 1
(c) $\sqrt{2}$ (d) $\sqrt{3}$

358. यदि $\sin A + \cos A = x$ है,

$$\sin^6 A + \cos^6 A = \frac{1}{4} [4 - 3(x^2 - 1)^2]$$

होगा, यदि $x^2 = ?$

- (a) < 0 (b) < 1
(c) ≤ -2 (d) ≤ 2

359. $\cos^2 10^\circ + \cos^2 50^\circ + \cos^2 70^\circ = ?$

- (a) $\frac{1}{2}$ (b) 1
(c) $\frac{3}{2}$ (d) 2

360. यदि $A + B + C = 180^\circ$ है, तब

$$\tan^2 \frac{A}{2} + \tan^2 \frac{B}{2} + \tan^2 \frac{C}{2} \text{ का मान क्या होगा?}$$

- (a) 1 (b) 3
(c) 2 (d) 0

361. $\frac{\cot^2 15^\circ - 1}{\cot^2 15^\circ + 1} = ?$

- (a) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (b) $\frac{2}{\sqrt{3}}$
(c) 1 (d) 0

उत्तरमाला

1. (b) 2. (d) 3. (a) 4. (a) 5. (b) 6. (d) 7. (a) 8. (a) 9. (c)
 10. (a) 11. (a) 12. (a) 13. (b) 14. (c) 15. (a) 16. (a) 17. (a) 18. (c)
 19. (c) 20. (b) 21. (a) 22. (a) 23. (a) 24. (c) 25. (b) 26. (b) 27. (a)
 28. (c) 29. (a) 30. (c) 31. (c) 32. (d) 33. (b) 34. (a) 35. (c) 36. (d)
 37. (c) 38. (c) 39. (c) 40. (d) 41. (d) 42. (c) 43. (c) 44. (c) 45. (c)
 46. (a) 47. (c) 48. (d) 49. (d) 50. (b) 51. (a) 52. (a) 53. (a) 54. (a)
 55. (b) 56. (b) 57. (b) 58. (c) 59. (d) 60. (d) 61. (a) 62. (b) 63. (a)
 64. (d) 65. (d) 66. (c) 67. (c) 68. (c) 69. (a) 70. (b) 71. (b) 72. (b)
 73. (b) 74. (a) 75. (b) 76. (c) 77. (c) 78. (d) 79. (c) 80. (b) 81. (c)
 82. (c) 83. (a) 84. (c) 85. (b) 86. (c) 87. (c) 88. (a) 89. (a) 90. (b)
 91. (a) 92. (c) 93. (c) 94. (d) 95. (b) 96. (b) 97. (c) 98. (a) 99. (d)
 100. (b) 101. (b) 102. (c) 103. (b) 104. (d) 105. (b) 106. (a) 107. (c) 108. (c)
 109. (c) 110. (c) 111. (a) 112. (a) 113. (a) 114. (a) 115. (a) 116. (a) 117. (d)
 118. (b) 119. (d) 120. (a) 121. (b) 122. (a) 123. (a) 124. (a) 125. (a) 126. (c)
 127. (b) 128. (a) 129. (b) 130. (b) 131. (c) 132. (a) 133. (a) 134. (c) 135. (c)
 136. (b) 137. (c) 138. (a) 139. (c) 140. (b) 141. (c) 142. (c) 143. (a) 144. (b)
 145. (c) 146. (b) 147. (b) 148. (a) 149. (d) 150. (c) 151. (c) 152. (b) 153. (b)
 154. (b) 155. (d) 156. (d) 157. (a) 158. (b) 159. (d) 160. (b) 161. (a) 162. (a)
 163. (a) 164. (a) 165. (a) 166. (a) 167. (b) 168. (c) 169. (b) 170. (b) 171. (a)
 172. (b) 173. (a) 174. (b) 175. (c) 176. (c) 177. (a) 178. (b) 179. (a) 180. (d)
 181. (a) 182. (c) 183. (c) 184. (d) 185. (b) 186. (d) 187. (c) 188. (a) 189. (a)
 190. (b) 191. (c) 192. (b) 193. (a) 194. (a) 195. (b) 196. (c) 197. (d) 198. (d)
 199. (c) 200. (d) 201. (b) 202. (b) 203. (a) 204. (c) 205. (c) 206. (a) 207. (d)
 208. (c) 209. (d) 210. (b) 211. (b) 212. (b) 213. (d) 214. (d) 215. (c) 216. (a)
 217. (a) 218. (d) 219. (d) 220. (b) 221. (a) 222. (b) 223. (a) 224. (b) 225. (b)
 226. (a) 227. (a) 228. (d) 229. (c) 230. (c) 231. (b) 232. (a) 233. (b) 234. (d)
 235. (a) 236. (a) 237. (c) 238. (d) 239. (b) 240. (b) 241. (c) 242. (b) 243. (c)
 244. (b) 245. (c) 246. (a) 247. (b) 248. (b) 249. (a) 250. (c) 251. (b) 252. (a)

- 253.(b) 254. (c) 255. (d) 256. (b) 257. (a) 258. (a) 259. (a) 260. (d) 261. (a)
 262. (a) 263. (d) 264. (d) 265. (b) 266. (c) 267. (d) 268. (a) 269. (b) 270. (a)
 271.(a) 272. (c) 273. (b) 274. (d) 275. (a) 276. (c) 277. (c) 278. (d) 279. (b)
 280.(a) 281. (b) 282. (c) 283. (d) 284. (b) 285. (a) 286. (d) 287. (b) 288. (c)
 289.(c) 290. (b) 291. (b) 292. (b) 293. (a) 294. (c) 295. (b) 296. (d) 297. (b)
 298.(d) 299. (a) 300. (d) 301. (c) 302. (c) 303. (a) 304. (a) 305. (d) 306. (a)
 307.(b) 308. (a) 309. (d) 310. (a) 311. (b) 312. (c) 313. (b) 314. (d) 315. (a)
 316.(b) 317. (a) 318. (b) 319. (a) 320. (b) 321. (a) 322. (c) 323. (c) 324. (b)
 325.(d) 326. (d) 327. (d) 328. (a) 329. (d) 330. (c) 331. (c) 332. (c) 333. (b)
 334.(c) 335. (a) 336. (b) 337. (b) 338. (a) 339. (c) 340. (c) 341. (c) 342. (a)
 343.(a) 344. (b) 345. (b) 346. (a) 347. (d) 348. (a) 349. (c) 350. (a) 351. (d)
 352.(d) 353. (b) 354. (a) 355. (d) 356. (c) 357. (d) 358. (d) 359. (c) 360. (a)
 361.(a)

mathswitha

संकेत एवं हल

$$\text{Sol}^n 1. \sin 43^\circ = \sin(90^\circ - 47^\circ) = \cos 47^\circ [\because \sin(90^\circ - \theta) = \cos \theta]$$

$$\Rightarrow \frac{\sin 43^\circ}{\cos 47^\circ} = 1$$

$$\text{Sol}^n 2. \sin \theta + \frac{1}{\sin \theta} = 2$$

$$\sin^2 \theta - 2 \sin \theta + 1 = 0$$

$$(\sin \theta - 1)^2 = 0$$

$$\sin \theta = 1 \Rightarrow \csc \theta = 1$$

$$\sin^5 \theta + \csc^5 \theta = (1)^5 + (1)^5 = 2$$

$$\text{Sol}^n 3. \tan \theta + \frac{1}{\tan \theta} = 2$$

$$(\tan \theta - 1)^2 = 0$$

$$\tan \theta = 1 \Rightarrow \cot \theta = 1$$

$$\tan^2 \theta + \cot^2 \theta = (1)^2 + (1)^2 = 2$$

$$\text{Sol}^n 4. \cos \theta + \frac{1}{\cos \theta} = 2$$

$$(\cos \theta - 1)^2 = 0$$

$$\cos \theta = 1 \Rightarrow \theta = 0^\circ$$

$$\sin^{100} \theta + \sec^{100} \theta = (0)^{100} + (1)^{100} = 1$$

$$\text{Sol}^n 5. \frac{\sin \theta + \cos \theta}{\sin \theta - \cos \theta} = \frac{5}{4}$$

(योगान्तरानुपात नियम को दोनों पक्षों में लागू करने पर)

$$\frac{\sin \theta + \cos \theta + \sin \theta - \cos \theta}{\sin \theta + \cos \theta - \sin \theta + \cos \theta} = \frac{5+4}{5-4}$$

$$\frac{2 \sin \theta}{2 \cos \theta} = \frac{9}{1} \Rightarrow \tan \theta = 9$$

$$\frac{\tan^2 \theta + 1}{\tan^2 \theta - 1} = \frac{(9)^2 + 1}{(9)^2 - 1} = \frac{81+1}{81-1} = \frac{82}{80} = \frac{41}{40}$$

$$\text{Sol}^n 6. \frac{\tan \theta}{1 - \cot \theta} + \frac{\cot \theta}{1 - \tan \theta}$$

$$= \frac{\tan \theta}{1 - \frac{1}{\tan \theta}} + \frac{1}{\tan \theta(1 - \tan \theta)} (\because \cot \theta = \frac{1}{\tan \theta})$$

$$= \frac{\tan^2 \theta}{\tan \theta - 1} + \frac{1}{\tan \theta(1 - \tan \theta)}$$

$$= \frac{\tan^2 \theta}{\tan \theta - 1} - \frac{1}{\tan \theta(\tan \theta - 1)}$$

$$= \frac{\tan^2 \theta - 1}{\tan \theta(\tan \theta - 1)} [\because a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)]$$

$$= \frac{(\tan \theta - 1)(\tan^2 \theta + \tan \theta + 1)}{\tan \theta(\tan \theta - 1)}$$

$$\Rightarrow \frac{\tan^2 \theta + \tan \theta + 1}{\tan \theta}$$

$$= 1 + \tan \theta + \cot \theta$$

$$\text{Sol}^n 7. \tan \theta + \cot \theta = 2$$

$$\tan \theta + \frac{1}{\tan \theta} = 2$$

$$\tan^2 \theta - 2 \tan \theta + 1 = 0$$

$$(\tan \theta - 1)^2 = 0$$

$$\tan \theta = 1 \Rightarrow \cot \theta = 1 (\because \theta \text{ प्रथम चतुर्थांश में है, अतः})$$

$$\tan \theta \text{ और } \cot \theta \text{ धनात्मक होंगे।}$$

$$\tan^n \theta + \cot^n \theta$$

$$\Rightarrow (1)^n + (1)^n = 2$$

$$\text{Sol}^n 8. \frac{\sec \theta + \tan \theta}{\sec \theta - \tan \theta} = \frac{5}{3}$$

(योगान्तरानुपात नियम को दोनों पक्षों में लागू करने पर)

$$\frac{\sec \theta + \tan \theta + \sec \theta - \tan \theta}{\sec \theta + \tan \theta - \sec \theta + \tan \theta} = \frac{5+3}{5-3}$$

$$\frac{2 \sec \theta}{2 \tan \theta} = \frac{8}{2} \Rightarrow \frac{1}{\cos \theta} \times \frac{\cos \theta}{\sin \theta} = 4 \Rightarrow \sin \theta = \frac{1}{4}$$

$$\text{Sol}^n 9. \cos^4 \theta - \sin^4 \theta = \frac{2}{3} \quad [\because a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)]$$

$$(\cos^2 \theta + \sin^2 \theta)(\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) = \frac{2}{3}$$

$$\cos^2 \theta - \sin^2 \theta = \frac{2}{3} \quad (\because \cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1)$$

$$1 - \sin^2 \theta - \sin^2 \theta = \frac{2}{3}$$

$$1 - 2 \sin^2 \theta = \frac{2}{3}$$

$$\text{Sol}^n 10. \tan 46^\circ - \cot 44^\circ$$

$$= \tan 46^\circ - \cot(90^\circ - 46^\circ) \quad (\because \cot(90^\circ - \theta) = \tan \theta)$$

$$= \tan 46^\circ - \tan 46^\circ = 0$$

$$\text{Sol}^n 11. \cos 51^\circ - \sin 39^\circ + \sin 37^\circ - \cos 53^\circ$$

$$\cos(90^\circ - 39^\circ) - \sin 39^\circ + \sin 37^\circ - \cos(90^\circ - 37^\circ)$$

$$\therefore [\cos(90^\circ - \theta) = \sin \theta]$$

$$\sin 39^\circ - \sin 39^\circ + \sin 37^\circ - \sin 37^\circ = 0$$

$$\text{Sol}^n 12. x + \frac{1}{x} = 2 \cos \theta$$

$$x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3\left(x + \frac{1}{x}\right)$$

$$= (2 \cos \theta)^3 - 3(2 \cos \theta)$$

$$\Rightarrow 8 \cos^3 \theta - 6 \cos \theta$$

$$= 2(4 \cos^3 \theta - 3 \cos \theta) = 2 \cos 3\theta$$

$$\text{Sol}^n 13. \sec \theta + \tan \theta = 3$$

$$\text{सर्वसमिका: } \sec^2 \theta - \tan^2 \theta = 1$$

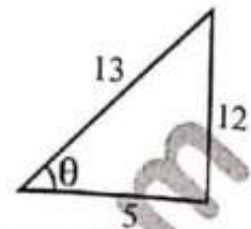
$$(\sec \theta + \tan \theta)(\sec \theta - \tan \theta) = 1$$

$$3(\sec \theta - \tan \theta) = 1 \Rightarrow \sec \theta - \tan \theta = \frac{1}{3} \quad \dots(ii)$$

समी. (i) और (ii) को जोड़ने पर

$$2 \sec \theta = 3 + \frac{1}{3} = \frac{10}{3} \Rightarrow \sec \theta = \frac{5}{3}$$

$$\text{Sol}^n 14. \cos \theta = \frac{5}{13} \Rightarrow \tan \theta = \frac{12}{5}, \sec \theta = \frac{13}{5}$$



($\tan \theta$ और $\sec \theta$ के मान रखने पर)

$$\tan^2 \theta + \sec^2 \theta = \frac{144}{25} + \frac{169}{25} = \frac{313}{25}$$

$$\text{Sol}^n 15. \tan \theta = \sqrt{6 + \sqrt{6 + \sqrt{6 + \dots \infty}}}$$

$$\tan \theta = \sqrt{6 + \tan \theta} \quad (\text{दोनों पक्षों का वर्ग करने पर})$$

$$\tan^2 \theta = 6 + \tan \theta \Rightarrow \tan^2 \theta - \tan \theta - 6 = 0$$

$$(\tan \theta + 2)(\tan \theta - 3) = 0 \Rightarrow \tan \theta = 3$$

($\therefore \tan \theta = -2$ संभव नहीं है जैसा कि θ पहले चतुर्थांश में है)

$$\text{अब, } \sec^2 \theta = \tan^2 \theta + 1$$

$\tan \theta$ का मान रखने पर, हम पाते हैं।

$$\sec^2 \theta = (3)^2 + 1 \Rightarrow 9 + 1 = 10$$

$$\text{Sol}^n 16. \alpha + \beta = 90^\circ, \alpha = 2\beta \Rightarrow 2\beta + \beta = 90^\circ$$

$$3\beta = 90^\circ \Rightarrow \beta = 30^\circ \text{ और } \alpha = 60^\circ$$

$$\cos^2 60^\circ + \sin^2 30^\circ = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\text{Sol}^n 17. \frac{1 - \tan^2 22\frac{1}{2}^\circ}{1 + \tan^2 22\frac{1}{2}^\circ}$$

$$(\cos 2\theta = \frac{1 - \tan^2 \theta}{1 + \tan^2 \theta}, \text{ यहाँ } \theta = 22\frac{1}{2}^\circ)$$

$$\Rightarrow \cos 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Solⁿ 18. $\sin^2 88^\circ + \cos^2 88^\circ = 1$

($\therefore \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$, θ के किसी भी मान के लिए)

Solⁿ 19. $\tan(\theta + \phi) = \frac{\tan \theta + \tan \phi}{1 - \tan \theta \tan \phi}$

$\tan \theta$ व $\tan \phi$ का मान रखने पर

$$\tan(\theta + \phi) = \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{2} \times \frac{1}{3}} = \frac{\frac{5}{6}}{\frac{5}{6}} = 1 = \tan 45^\circ$$

$$\theta + \phi = 45^\circ = \frac{\pi}{4}$$

Solⁿ 20. $(\tan A + \sec A - 1) \cos A$

$$= [\tan A + \sec A - (\sec^2 A - \tan^2 A)] \cos A$$

$$(\because \sec^2 \theta - \tan^2 \theta = 1)$$

$$= [\tan A + \sec A - (\sec A + \tan A)(\sec A - \tan A)] \cos A$$

($\tan A + \sec A$) को बाहर लेने पर

$$= (\tan A + \sec A)(1 - \sec A + \tan A) \cos A$$

$$= \left(\frac{\sin A}{\cos A} + \frac{1}{\cos A} \right) (\tan A - \sec A + 1) \cos A$$

$$= \frac{(\sin A + 1)}{\cos A} (\tan A - \sec A + 1) \cos A$$

$$= (1 + \sin A)(\tan A - \sec A + 1)$$

Solⁿ 21. $2 \cos \theta = x + \frac{1}{x}$

दोनों पक्षों का वर्ग करने पर

$$4 \cos^2 \theta = x^2 + \frac{1}{x^2} + 2$$

$$2 \cos^2 \theta = \frac{1}{2} \left(x^2 + \frac{1}{x^2} \right) + 1$$

Solⁿ 22. $\frac{1 - \cos A}{1 + \cos A}$

(परिमेयकरण करने पर)

$$= \frac{(1 - \cos A)}{(1 + \cos A)} \times \frac{(1 - \cos A)}{(1 - \cos A)} = \frac{(1 - \cos A)^2}{(1 - \cos^2 A)} = \left(\frac{1 - \cos A}{\sin A} \right)^2$$

Solⁿ 23. $\sqrt{\frac{1 - \sin \theta}{1 + \sin \theta}}$

(परिमेयकरण करने पर)

$$= \sqrt{\frac{(1 - \sin \theta)}{(1 + \sin \theta)} \times \frac{(1 - \sin \theta)}{(1 - \sin \theta)}} = \sqrt{\frac{(1 - \sin \theta)^2}{1 - \sin^2 \theta}}$$

$$= \sqrt{\frac{(1 - \sin \theta)^2}{\cos^2 \theta}} = \frac{1 - \sin \theta}{\cos \theta} = \sec \theta - \tan \theta$$

Solⁿ 24. $\sqrt{\frac{1 + \cos \theta}{1 - \cos \theta}} + \sqrt{\frac{1 - \cos \theta}{1 + \cos \theta}}$

$$= \frac{\sqrt{1 + \cos \theta}}{\sqrt{1 - \cos \theta}} + \frac{\sqrt{1 - \cos \theta}}{\sqrt{1 + \cos \theta}}$$

$$= \frac{(\sqrt{1 + \cos \theta})^2 + (\sqrt{1 - \cos \theta})^2}{\sqrt{1 - \cos \theta} \sqrt{1 + \cos \theta}}$$

$$= \frac{1 + \cos \theta + 1 - \cos \theta}{\sqrt{1 - \cos^2 \theta}} = \frac{2}{\sin \theta} = 2 \operatorname{cosec} \theta$$

Solⁿ 25. $\frac{\sqrt{1 - \sin \theta}}{\sqrt{1 + \sin \theta}} + \frac{\sqrt{1 + \sin \theta}}{\sqrt{1 - \sin \theta}}$

$$= \frac{1 - \sin \theta + 1 + \sin \theta}{\sqrt{1 + \sin \theta} \sqrt{1 - \sin \theta}} = \frac{2}{\sqrt{1 - \sin^2 \theta}}$$

$$= \frac{2}{\cos \theta} = 2 \sec \theta$$

Solⁿ 26. $\sec \theta = A \Rightarrow \cos \theta = \frac{1}{A}$

$$\operatorname{cosec} \theta = B \Rightarrow \sin \theta = \frac{1}{B}$$

$$(\because \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1)$$

$$\frac{1}{A^2} + \frac{1}{B^2} = 1 \Rightarrow \frac{A^2 + B^2}{A^2 B^2} = 1$$

$$\Rightarrow A^2 + B^2 = A^2 B^2$$

Solⁿ 27. $\sin^6 A + \cos^6 A$

$$[\because a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)]$$

$$= (\sin^2 A + \cos^2 A)(\sin^4 A - \sin^2 A \cos^2 A + \cos^4 A)$$

$$= (\sin^2 A + \cos^2 A)[\sin^4 A + 2\sin^2 A \cos^2 A + \cos^4 A - 3\sin^2 A \cos^2 A]$$

$$(\because \sin^2 A + \cos^2 A = 1)$$

$$= \left[(\sin^2 A + \cos^2 A)^2 - 3\sin^2 A \cos^2 A \right]$$

$$= 1 - 3\sin^2 A \cos^2 A$$

Solⁿ 28. $\sin \theta = \sqrt{1 - \cos^2 \theta} = \sqrt{1 - \frac{1}{\sec^2 \theta}}$

$$[\because \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1]$$

$$= \frac{\sqrt{\sec^2 \theta - 1}}{\sec \theta}$$

Solⁿ 29. $\sin \alpha = \frac{1}{\sec(30^\circ + \alpha)} = \cos(30^\circ + \alpha)$

$$\cos(90^\circ - \alpha) = \cos(30^\circ + \alpha)$$

$$[\because \cos(90^\circ - \theta) = \sin \theta]$$

$$90^\circ - \alpha = 30^\circ + \alpha$$

$$\alpha = 30^\circ$$

$$\sin 30^\circ + \cos 60^\circ = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

Solⁿ 30.

$$\sec^2 \theta + \cos^2 \theta - 2\sec \theta \cos \theta + \operatorname{cosec}^2 \theta + \sin^2 \theta$$

$$- 2\sin \theta \operatorname{cosec} \theta - \tan^2 \theta - \cot^2 \theta + 2\tan \theta \cot \theta$$

$$\Rightarrow (\sec^2 \theta - \tan^2 \theta) + (\cos^2 \theta + \sin^2 \theta) + (\operatorname{cosec}^2 \theta - \cot^2 \theta) - 2(\sec \theta \cos \theta + \sin \theta \operatorname{cosec} \theta - \tan \theta \cot \theta)$$

$$\Rightarrow 1 + 1 + 1 - 2(1 + 1 - 1) = 3 - 2 = 1$$

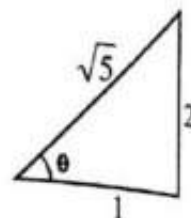
द्वितीय विधि :

$$\theta = 45^\circ \text{ रखने पर}$$

$$= \left(\sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2}} \right)^2 + \left(\sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2}} \right)^2 - (1-1)^2$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

Solⁿ 31. $\frac{\sin \theta + \cos \theta}{\sin \theta - \cos \theta} = \frac{3}{1}$



$$\sin \theta + \cos \theta = 3 \sin \theta - 3 \cos \theta$$

$$2 \sin \theta = 4 \cos \theta$$

$$\frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{4}{2} = 2$$

$$\tan \theta = 2$$

(समकोण त्रिभुज से)

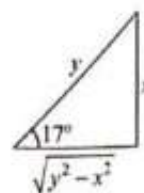
$$\sin \theta = \frac{2}{\sqrt{5}}, \quad \cos \theta = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$\sin^4 \theta - \cos^4 \theta = (\sin^2 \theta + \cos^2 \theta)(\sin^2 \theta - \cos^2 \theta)$$

$$(\because \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1)$$

$$\sin^2 \theta - \cos^2 \theta = \frac{4}{5} - \frac{1}{5} = \frac{3}{5}$$

Solⁿ 32. $\sin 17^\circ = \frac{x}{y}$



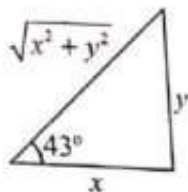
$$\sec 17^\circ = \frac{y}{\sqrt{y^2 - x^2}}$$

$$\sin 73^\circ = \cos 17^\circ = \frac{\sqrt{y^2 - x^2}}{y}$$

$$\sec 17^\circ - \sin 73^\circ = \frac{y}{\sqrt{y^2 - x^2}} - \frac{\sqrt{y^2 - x^2}}{y}$$

$$= \frac{y^2 - y^2 + x^2}{y\sqrt{y^2 - x^2}} = \frac{x^2}{y\sqrt{y^2 - x^2}}$$

$$\text{Sol}^n 33. \cos 43^\circ = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$



$$\tan 47^\circ = \cot 43^\circ = \frac{x}{y} \quad [\because \tan(90^\circ - \theta) = \cot \theta]$$

$$\text{Sol}^n 34. \tan \theta = \frac{x}{y} = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$$

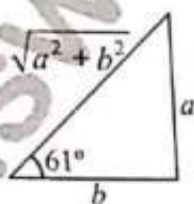
हम यहाँ $\sin \theta = x$ व $\cos \theta = y$ रख सकते हैं

$$\frac{x \sin \theta + y \cos \theta}{x \sin \theta - y \cos \theta} = \frac{x \cdot x + y \cdot y}{x \cdot x - y \cdot y} = \frac{x^2 + y^2}{x^2 - y^2}$$

$$\text{Sol}^n 35. (\sec \theta + \tan \theta)(\sec \theta - \tan \theta)$$

$$\sec^2 \theta - \tan^2 \theta = 1$$

$$\text{Sol}^n 36. \sin 61^\circ = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$



$$\tan 61^\circ = \frac{a}{b} \Rightarrow \tan 29^\circ = \cot 61^\circ = \frac{b}{a}$$

$$(\because \tan(90^\circ - \theta) = \cot \theta)$$

$$\tan 61^\circ + \tan 29^\circ = \frac{a}{b} + \frac{b}{a}$$

$$\text{Sol}^n 37. \frac{\cos^2 \theta}{\frac{\cos^2 \theta}{\sin^2 \theta} - \cos^2 \theta} = 3 \Rightarrow \frac{\cos^2 \theta}{\cos^2 \theta \left(\frac{1}{\sin^2 \theta} - 1 \right)} = 3$$

$$\frac{1}{\operatorname{cosec}^2 \theta - 1} = 3 \quad (\because \operatorname{cosec}^2 \theta - 1 = \cot^2 \theta)$$

$$\frac{1}{\cot^2 \theta} = 3 \Rightarrow \tan^2 \theta = 3$$

$$\tan \theta = \sqrt{3} \Rightarrow \theta = 60^\circ$$

$$\text{Sol}^n 38. \frac{2 \sin 68^\circ}{\cos 22^\circ} - \frac{2 \cot 15^\circ}{5 \tan 75^\circ} - \frac{3 \tan 45^\circ \tan 20^\circ \tan 40^\circ \tan 50^\circ \tan 70^\circ}{5}$$

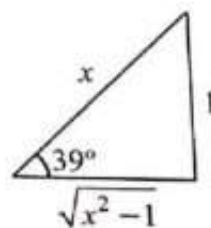
$$= \frac{2 \cos 22^\circ}{\cos 22^\circ} - \frac{2 \tan 75^\circ}{5 \tan 75^\circ} - \frac{3}{5}$$

$$= 2 - \frac{2}{5} - \frac{3}{5} \Rightarrow 2 - \frac{5}{5} = 2 - 1 = 1$$

$$\left[\begin{array}{l} \because \sin(90^\circ - \theta) = \cos \theta \\ \cot(90^\circ - \theta) = \tan \theta \\ \tan 20^\circ \cdot \tan 70^\circ = 1 \text{ as } (20^\circ + 70^\circ) = 90^\circ \\ \tan 40^\circ \cdot \tan 50^\circ = 1 \text{ as } (40^\circ + 50^\circ) = 90^\circ \end{array} \right]$$

$$\text{Sol}^n 39. \operatorname{cosec} 39^\circ = x \Rightarrow \sin 39^\circ = \frac{1}{x}$$

$$\Rightarrow \cos 39^\circ = \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x} = \sin 51^\circ$$



$$\Rightarrow \cot 39^\circ = \sqrt{x^2 - 1} = \tan 51^\circ$$

$$\sin^2 51^\circ + \sin^2 39^\circ + \tan^2 51^\circ - \frac{1}{\sin^2 51^\circ \cdot \operatorname{cosec}^2 51^\circ}$$

$$= \frac{x^2 - 1}{x^2} + \frac{1}{x^2} + x^2 - 1 - 1$$

$$= 1 - \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^2} + x^2 - 1 - 1 \Rightarrow x^2 - 1$$

$$\text{Sol}^n 40. \frac{\sin 39^\circ}{\sin 39^\circ} + 2 \tan 11^\circ \tan 79^\circ \tan 31^\circ \tan 59^\circ$$

$$\tan 45^\circ - 3(\sin^2 21^\circ + \cos^2 21^\circ)$$

$$= 1 + 2 - 3 = 0$$

$$\left(\begin{array}{l} \therefore \tan 11^\circ \tan 79^\circ = 1 \\ \tan 31^\circ \tan 59^\circ = 1 \end{array} \right)$$

$$\text{Sol}^n 41. \frac{1}{1 + \tan^2 \theta} + \frac{1}{1 + \frac{1}{\tan^2 \theta}} \Rightarrow \frac{1}{1 + \tan^2 \theta} + \frac{\tan^2 \theta}{\tan^2 \theta + 1}$$

$$\frac{1 + \tan^2 \theta}{1 + \tan^2 \theta} = 1$$

$$\text{Sol}^n 42. \frac{\cos^3 20^\circ - \cos^3 70^\circ}{\sin^3 70^\circ - \sin^3 20^\circ} \Rightarrow \frac{\sin^3 70^\circ - \sin^3 20^\circ}{\sin^3 70^\circ - \sin^3 20^\circ} = 1$$

$$\left(\begin{array}{l} \therefore \cos 20^\circ = \sin 70^\circ \\ \cos 70^\circ = \sin 20^\circ \end{array} \right)$$

$$\text{Sol}^n 43. \frac{\cos^n 38^\circ - \cot^n 52^\circ}{\sin^n 52^\circ - \tan^n 38^\circ}$$

$$= \frac{\cos^n (90^\circ - 52^\circ) - \cot^n (90^\circ - 38^\circ)}{\sin^n 52^\circ - \tan^n 38^\circ}$$

$$= \frac{\sin^n 52^\circ - \tan^n 38^\circ}{\sin^n 52^\circ - \tan^n 38^\circ} = 1$$

$$\text{Sol}^n 44. \frac{\cot^n 29^\circ - \cot^n 61^\circ}{\tan^n 61^\circ - \tan^n 29^\circ}$$

$$(\because \cot^n 29^\circ = \cot^n (90^\circ - 61^\circ) = \tan^n 61^\circ)$$

$$\text{इसी प्रकार } \cot^n 61^\circ = \tan^n 29^\circ$$

$$= \frac{\tan^n 61^\circ - \tan^n 29^\circ}{\tan^n 61^\circ - \tan^n 29^\circ} = 1$$

$$\text{Sol}^n 45. x = \tan 15^\circ$$

$$\tan 15^\circ = \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} + 1}$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x} \right)^2 - 2$$

$$= \left(\frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} + 1} + \frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{3} - 1} \right)^2 - 2$$

$$= \left(\frac{(\sqrt{3} - 1)^2 + (\sqrt{3} + 1)^2}{(\sqrt{3} + 1)(\sqrt{3} - 1)} \right)^2 - 2$$

$$= \left(\frac{3 + 1 - 2\sqrt{3} + 3 + 1 + 2\sqrt{3}}{3 - 1} \right)^2 - 2$$

$$= \left(\frac{8}{2} \right)^2 - 2 \Rightarrow (4)^2 - 2 \Rightarrow 16 - 2 = 14$$

$$\text{Sol}^n 46. x = \cot 75^\circ = \tan 15^\circ = \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} + 1}$$

$$\left(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} \right)^2 = x + \frac{1}{x} + 2$$

$$= \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} + 1} + \frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{3} - 1} + 2 = \frac{(\sqrt{3} - 1)^2 + (\sqrt{3} + 1)^2}{(\sqrt{3} + 1)(\sqrt{3} - 1)} + 2$$

$$= \frac{3 + 1 - 2\sqrt{3} + 3 + 1 + 2\sqrt{3}}{3 - 1} + 2 = \frac{8}{2} + 2 = 6$$

$$\therefore \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} = \sqrt{6}$$

$$\text{Sol}^n 47. \tan(A + B) = \frac{1}{2}, \tan(A - B) = \frac{1}{3}$$

$$\tan 2A = \tan(A + B + A - B)$$

$$\frac{\tan(A + B) + \tan(A - B)}{1 - \tan(A + B)\tan(A - B)} = \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}} = \frac{\frac{5}{6}}{\frac{5}{6}} = 1$$

$$\text{Sol}^n 48. \text{प्रश्न 47 की तरह}$$

$$\text{Sol}^n 49. \cos(A - B) = \frac{1}{2} \text{ व } \sin(A + B) = \frac{1}{2}$$

त्रिकोणमिति

$$A - B = \cos^{-1} \frac{1}{2}$$

$$A + B = \sin^{-1} \frac{1}{2}$$

$$A - B = 60^\circ \dots (i)$$

$$A + B = 30^\circ \dots (ii)$$

अब समीकरण (i) व (ii) को जोड़ने पर

$$\angle A = \frac{60^\circ + 30^\circ}{2} = 45^\circ$$

$$\text{Sol}^n 50. \sin(x+y) = 1 \text{ और } \tan(x-y) = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$x+y = \sin^{-1} 1 \text{ और } (x-y) = \tan^{-1} \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$x+y = 90^\circ$$

... (i)

$$x-y = 30^\circ$$

... (ii)

समी. (i) व (ii) को जोड़ने पर

$$2x = 120^\circ$$

$$x = 60^\circ, y = 30^\circ$$

$$\sin x + \tan y = \sin 60^\circ + \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$= \frac{3+2}{2\sqrt{3}} = \frac{5}{2\sqrt{3}}$$

$$\text{Sol}^n 51. \sin A + \cos A = \frac{3}{5}$$

दोनों पक्षों का वर्ग करने पर

$$\sin^2 A + \cos^2 A + 2\sin A \cos A = \frac{9}{25}$$

$$1 + 2\sin A \cos A = \frac{9}{25}$$

$$2\sin A \cos A = \frac{9}{25} - 1 = \frac{-16}{25}$$

अब, $(\sin A - \cos A)^2 = \sin^2 A + \cos^2 A - 2\sin A \cos A$ का मान ज्ञात करने पर

$$= 1 - \left(\frac{-16}{25} \right) = 1 + \frac{16}{25} = \frac{41}{25}$$

$$\sin A - \cos A = \frac{\sqrt{41}}{5}$$

$$\text{Sol}^n 52. \sec^2 \theta + \tan^2 \theta = \frac{7}{12} \dots (i)$$

$$\text{सर्वसमिका, } \sec^2 \theta - \tan^2 \theta = 1 \dots (ii)$$

समी. (i) व (ii) की गुणा करने पर

$$(\sec^2 \theta + \tan^2 \theta) \cdot (\sec^2 \theta - \tan^2 \theta) = \frac{7}{12}$$

$$\sec^4 \theta - \tan^4 \theta = \frac{7}{12}$$

$$\text{Sol}^n 53. \operatorname{cosec}^2 \theta + \cot^2 \theta = \frac{5}{7} \dots (i)$$

$$\text{सर्वसमिका, } \operatorname{cosec}^2 \theta - \cot^2 \theta = 1 \dots (ii)$$

समी. (i) व (ii) की गुणा करने पर

$$(\operatorname{cosec}^2 \theta + \cot^2 \theta) \cdot (\operatorname{cosec}^2 \theta - \cot^2 \theta) = \frac{5}{7}$$

$$\operatorname{cosec}^4 \theta - \cot^4 \theta = \frac{5}{7}$$

$$\text{Sol}^n 54. \sec x + \tan x = a \dots (1)$$

$$\text{सर्वसमिका } \sec^2 x - \tan^2 x = 1$$

$$(\sec x + \tan x)(\sec x - \tan x) = 1$$

$$\sec x - \tan x = \frac{1}{a} \dots (ii)$$

समी. (i) व (ii) को जोड़ने पर

$$2 \sec x = a + \frac{1}{a}$$

$$\sec x = \frac{a^2 + 1}{2a}$$

$$\sin x = \frac{a^2 - 1}{a^2 + 1}$$

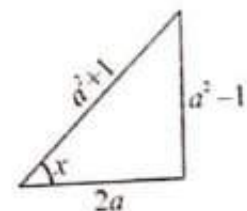
$$\text{Sol}^n 55. \operatorname{cosec} x - \cot x = a \dots (i)$$

$$\text{सर्वसमिका, } \operatorname{cosec}^2 x - \cot^2 x = 1$$

$$(\operatorname{cosec} x + \cot x)(\operatorname{cosec} x - \cot x) = 1$$

$$(\operatorname{cosec} x + \cot x) = \frac{1}{a} \dots (ii)$$

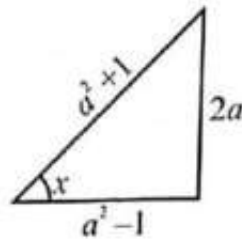
समी. (i) व (ii) को जोड़ने पर



$$2 \operatorname{cosec} x = a + \frac{1}{a}$$

$$\operatorname{cosec} x = \frac{a^2 + 1}{2a}$$

$$\cos x = \frac{a^2 - 1}{a^2 + 1}$$



Solⁿ 56. $\sin^2 x + \operatorname{cosec}^2 x + 2 \sin x \operatorname{cosec} x + \cos^2 x + \sec^2 x + 2 \cos x \sec x - \tan^2 x - \cot^2 x$
 $(\therefore \sin^2 x + \cos^2 x = 1, \sec^2 x - \tan^2 x = 1, \operatorname{cosec}^2 x - \cot^2 x = 1)$
 $1 + 1 + 1 + 2 + 2 = 7$

Solⁿ 57. $\sin^2 x + \operatorname{cosec}^2 x + 2 \sin x \operatorname{cosec} x + \cos^2 x + \sec^2 x + 2 \cos x \sec x - \tan^2 x - \cot^2 x - 2 \tan x \cot x$
 $1 + 1 + 1 + 2 + 2 - 2 = 5$

Solⁿ 58. $\sin^2 x + \operatorname{cosec}^2 x - 2 \sin x \operatorname{cosec} x + \cos^2 x + \sec^2 x - 2 \cos x \sec x - \tan^2 x - \cot^2 x + 2 \tan x \cot x$
 $1 + 1 + 1 - 2 - 2 + 2 = 1$

Solⁿ 59. $2(\sin^6 \theta + \cos^6 \theta) - 3(\sin^4 \theta + \cos^4 \theta)$
 $= 2(1 - 3\sin^2 \theta \cos^2 \theta) - 3(-2\sin^2 \theta \cos^2 \theta + 1)$
 $= 2 - 6\sin^2 \theta \cos^2 \theta + 6\sin^2 \theta \cos^2 \theta - 3$
 $= -1$

या उत्तर θ पर निर्भर नहीं है

θ का कोई भी मान रखने पर

माना $\theta = 0^\circ$

$$2(\sin^6 \theta + \cos^6 \theta) - 3(\sin^4 \theta + \cos^4 \theta)$$

$$2(0 + 1) - 3(0 + 1)$$

$$2 - 3 = -1$$

Solⁿ 60. $2(\sin^6 \theta + \cos^6 \theta) - 3(\sin^4 \theta + \cos^4 \theta) - (\sin^2 \theta + \cos^2 \theta)^2$

जैसा कि उत्तर θ पर निर्भर नहीं है।

अतः θ का कोई भी मान रखने पर

माना $\theta = 0^\circ$

$$= 2(\sin^6 0 + \cos^6 0) - 3(\sin^4 0 + \cos^4 0) - (\sin^2 0 + \cos^2 0)^2$$

$$= 2 - 3 - 1$$

$$= -2$$

Solⁿ 61. $u_n = \cos^n \delta + \sin^n \delta$

$$2u_6 - 3u_4 + 2 = 2(\cos^6 \delta + \sin^6 \delta) - 3(\cos^4 \delta + \sin^4 \delta) + 2$$

माना $\delta = 0^\circ$

$$2 - 3 + 2 = 1$$

Solⁿ 62. $\frac{\sec \theta + \tan \theta}{\sec \theta - \tan \theta} = 2 \frac{51}{79} = \frac{209}{79}$

योगान्तरानुपात नियम द्वारा

$$\frac{2 \sec \theta}{2 \tan \theta} = \frac{288}{130}$$

$$\frac{\sec \theta}{\tan \theta} = \frac{144}{65}$$

$$\frac{1}{\cos \theta} \cdot \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{144}{65}$$

$$\frac{1}{\sin \theta} = \frac{144}{65} \Rightarrow \sin \theta = \frac{65}{144}$$

Solⁿ 63. $\sin \theta + \sin^2 \theta = 1$

$$\sin \theta = 1 - \sin^2 \theta = \cos^2 \theta$$

$$\cos^2 \theta = \sin \theta \text{ रखने पर}$$

$$\cos^2 \theta + \cos^4 \theta = \sin \theta + \sin^2 \theta = 1$$

Solⁿ 64. $\cos \theta + \cos^2 \theta = 1$

$$\cos \theta = 1 - \cos^2 \theta = \sin^2 \theta$$

$$\sin^2 \theta = \cos \theta \text{ रखने पर}$$

$$\sin^4 \theta + \sin \theta = \cos^2 \theta + \cos \theta = 1$$

Solⁿ 65. $\cos A + \cos^2 A = 1$

$$\cos A = 1 - \cos^2 A = \sin^2 A$$

$$\sin^2 A = \cos A \text{ रखने पर}$$

$$\sin^8 A + 2\sin^6 A + \sin^4 A = \cos^4 A + 2\cos^3 A + \cos^2 A = (\cos^2 A + \cos A)^2 = 1$$

Solⁿ 66. $\cos A + \cos^2 A = 1$

$$\cos A = 1 - \cos^2 A = \sin^2 A$$

$$\sin^{12} A + 3\sin^{10} A + 3\sin^8 A + \sin^6 A + \sin^4 A + \sin^2 A = 1$$

$$\sin^2 A = \cos A \text{ रखने पर}$$

$$= \cos^6 A + 3\cos^5 A + 3\cos^4 A + \cos^3 A + \cos^2 A + \cos A = 1$$

त्रिकोणमिति

$$\begin{aligned} &= (\cos^2 A + \cos A)^2 + \cos^2 A + \cos A \\ &= 1 + 1 \\ &= 2 \end{aligned}$$

Solⁿ 67. $\sin A + \sin^2 A = 1$

$$\sin A = 1 - \sin^2 A = \cos^2 A$$

$$\cos^{12} A + 3\cos^{10} A + 3\cos^8 A + \cos^6 A + \cos^4 A + \cos^2 A$$

$$\cos^2 A = \sin A \text{ रखने पर}$$

$$= \sin^6 A + 3\sin^4 A + 3\sin^2 A + \sin^2 A + \sin^2 A + \sin A$$

$$= (\sin^2 A + \sin A)^3 + \sin^2 A + \sin A$$

$$= 1 + 1$$

$$= 2$$

Solⁿ 68. $\cos^4 x = 1 - \cos^2 x = \sin^2 x$

$$\cos^4 x = \sin^2 x$$

$$\tan^2 x + \tan^4 x = \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} + \frac{\sin^4 x}{\cos^4 x}$$

$$= \frac{\sin^2 x}{\sin x} + \frac{\sin^4 x}{\sin^2 x}$$

$$= \sin x + \sin^2 x$$

$$= \cos^2 x + \cos^4 x = 1$$

Solⁿ 69. $3\sin x + 4\cos x = 2$

$$3\cos x - 4\sin x = t$$

वर्ग करके समी. (i) व (ii) को जोड़ने पर

$$= 9\sin^2 x + 16\cos^2 x + 24\sin x \cos x + 9\cos^2 x +$$

$$16\sin^2 x - 24\sin x \cos x = 4 + t^2$$

$$= 9(\sin^2 x + \cos^2 x) + 16(\sin^2 x + \cos^2 x) = 4 + t^2$$

$$9 + 16 = 4 + t^2$$

$$25 = 4 + t^2$$

$$\sqrt{21} = t$$

Solⁿ 70. $\cos \theta - \sin \theta = \sqrt{2} \cos \theta$

$$\cos \theta + \sin \theta = x$$

वर्ग करके समी. (i) व (ii) को जोड़ने पर

$$1 + 1 = 2 \cos^2 \theta + x^2$$

$$x^2 = 2(1 - \cos^2 \theta) = 2 \sin^2 \theta$$

$$x = \sqrt{2} \sin \theta$$

Solⁿ 71. $\sin \theta + \cos \theta = \sqrt{2}$

... (i)

$$\sin \theta - \cos \theta = x$$

... (ii)

वर्ग करके समी. (i) व (ii) को जोड़ने पर

$$1 + 1 = 2 + x^2$$

$$x^2 = 0$$

$$x = 0$$

Solⁿ 72. $\sin \theta + \cos \theta = p$ व $\frac{1}{\sin \theta} + \frac{1}{\cos \theta} = q$

$$\frac{\sin \theta + \cos \theta}{\sin \theta \cos \theta} = q$$

$$\sin \theta \cos \theta = \frac{p}{q}$$

$$q(p^2 - 1) = \frac{\sin \theta + \cos \theta}{\sin \theta \cos \theta} (\sin^2 \theta + \cos^2 \theta + 2 \sin \theta \cos \theta - 1)$$

$$= q(2 \sin \theta \cos \theta + 1 - 1) = q \left(2 \times \frac{p}{q} \right)$$

$$= 2p$$

Solⁿ 73. $\frac{T_3 - T_5}{T_1} = \frac{\sin^3 \theta + \cos^3 \theta - \sin^5 \theta - \cos^5 \theta}{\sin \theta + \cos \theta}$

$$= \frac{\sin^3 \theta (1 - \sin^2 \theta) + \cos^3 \theta (1 - \cos^2 \theta)}{\sin \theta + \cos \theta}$$

$$= \frac{\sin^3 \theta \cos^2 \theta + \cos^3 \theta \sin^2 \theta}{\sin \theta + \cos \theta}$$

$$= \frac{\sin^2 \theta \cos^2 \theta (\sin \theta + \cos \theta)}{\sin \theta + \cos \theta}$$

$$= \sin^2 \theta \cos^2 \theta$$

Solⁿ 74. $\frac{x}{a} = \cos^3 \theta$, $\frac{y}{b} = \sin^3 \theta$

$$= (\cos^3 \theta)^{2/3} + (\sin^3 \theta)^{2/3}$$

$$= \cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$$

Solⁿ 75. $\left(\frac{x}{a} \right)^{1/n} = \sec \theta$, $\left(\frac{y}{b} \right)^{1/n} = \tan \theta$

सर्वसमिका, $\sec^2 \theta - \tan^2 \theta = 1$

$$\left(\frac{x}{a}\right)^{2/n} - \left(\frac{y}{b}\right)^{2/n} = 1$$

Solⁿ 76. $\tan^5 \theta \cdot \tan^5 5\theta = 1$

$$(\tan \theta \cdot \tan 5\theta)^5 = 1$$

$$\tan \theta \cdot \tan 5\theta = 1$$

$$\theta + 5\theta = 90^\circ$$

$$6\theta = 90^\circ$$

$$3\theta = 45^\circ$$

$$\tan^n 45^\circ = 1$$

Solⁿ 77. $\tan \theta \cdot \tan 2\theta = 1$

$$\tan \theta \cdot \tan 2\theta = 1 \Rightarrow \theta = 30^\circ$$

$$\sin^2 60^\circ + \tan^2 60^\circ = \frac{3}{4} + 3 = \frac{15}{4} = 3\frac{3}{4}$$

Solⁿ 78. $\cos \theta \cdot \operatorname{cosec} 23^\circ = 1$

$$\theta + 23^\circ = 90^\circ$$

$$\theta = 67^\circ$$

Solⁿ 79. $\sin(x + y) = \cos(x - y)$

$$\sin(x + y) = \sin\{90^\circ - (x - y)\}$$

$$x + y = 90^\circ - x + y$$

$$x = 45^\circ$$

$$\cos^2 x = \cos^2 45^\circ = \frac{1}{2}$$

Solⁿ 80. $\sin(2x - 20^\circ) = \sin(90^\circ - 2y - 20^\circ)$

$$2x - 20^\circ = 90^\circ - 2y - 20^\circ (\because \sin 90^\circ - \theta = \cos \theta)$$

$$x + y = 45^\circ$$

$$\sec(x + y) = \sec 45^\circ = \sqrt{2}$$

Solⁿ 81. $A + B = 90^\circ$

तब,

$$\tan A \cdot \tan B = 1$$

$$\cot A \cdot \cot B = 1$$

$$\sin A \cdot \sec B = 1$$

अब, $B = 90^\circ - A$

$$\sin B = \sin(\sin 90^\circ - A) = \cos A$$

$$= \sqrt{\frac{\tan A \tan B + \cot A \cot B}{\sin A \cdot \sec B} - \frac{\cos^2 A}{\cos^2 A}}$$

$$= \sqrt{\frac{2}{1} - 1}$$

$$= 1$$

Solⁿ 82. $A + B = 90^\circ$

$$\cos B = \sin A, \sin B = \cos A, \tan A \cdot \tan B = 1$$

$$= \sin A \cdot \sin A + \cos A \cdot \cos A + 2 \tan A \tan B - (\sec^2 A - \tan^2 A)$$

$$= \sin^2 A + \cos^2 A + 2 \tan A \tan B - (\sec^2 A - \tan^2 A)$$

$$= 1 + 2 - 1 = 2$$

Solⁿ 83. $\sin \theta = \cos \theta$

$$\therefore \theta = 45^\circ$$

$$2 \tan^2 \theta + \sin^2 \theta - 1 = 2 \tan^2 45^\circ + \sin^2 45^\circ - 1$$

$$= 2 + \frac{1}{2} - 1 = 1\frac{1}{2}$$

Solⁿ 84. $\sin(x + y) = \sin(90^\circ - 3x - 3y)$

$$x + y = 90^\circ - 3x - 3y$$

$$4(x + y) = 90^\circ$$

$$2(x + y) = 45^\circ$$

$$\tan\{2(x + y)\} = \tan 45^\circ = 1$$

Solⁿ 85. $\sec(5\theta - 50^\circ) = \sec(90^\circ - \theta - 32^\circ)$

$$5\theta - 50^\circ = 90^\circ - \theta - 32^\circ$$

$$6\theta = 108^\circ$$

$$\theta = 18^\circ$$

Solⁿ 86. $\frac{a}{x} = \operatorname{cosec} \theta, \frac{b}{y} = \cot \theta$

$$\frac{a^2}{x^2} - \frac{b^2}{y^2} = \operatorname{cosec}^2 \theta - \cot^2 \theta = 1$$

Solⁿ 87. $\frac{a}{x} = \sec \theta, \frac{b}{y} = \tan \theta$

$$\frac{a^2}{x^2} - \frac{b^2}{y^2} = \sec^2 \theta - \tan^2 \theta = 1$$

Solⁿ 88. $\frac{x}{a} = \sec \theta \cos \theta, \frac{y}{b} = \sec \theta \sin \theta, \frac{z}{c} = \tan \theta$

विकीमिति

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = \sec^2 \theta \cos^2 \theta + \sec^2 \theta \sin^2 \theta - \tan^2 \theta$$

$$= \sec^2 \theta (\cos^2 \theta + \sin^2 \theta) - \tan^2 \theta$$

$$= \sec^2 \theta - \tan^2 \theta = 1$$

Solⁿ 89. $3 \sin \theta - 4 \sin^3 \theta = \sin 3\theta$

$$3 \sin 20^\circ - 4 \sin^3 20^\circ = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Solⁿ 90. प्रश्न 89 की तरह

Solⁿ 91. $\alpha = 0^\circ, \beta = 0^\circ$

$$\tan^3 0^\circ + \sin^5 0^\circ = 0$$

Solⁿ 92. $\tan 1^\circ \tan 2^\circ \tan 3^\circ \dots \tan 88^\circ \tan 89^\circ$

$$= 1 \quad [\tan \alpha \tan \beta = 1, \text{ यदि } \alpha + \beta = 90^\circ]$$

Solⁿ 93. $\tan 1^\circ \tan 2^\circ \tan 3^\circ \dots \tan 88^\circ \tan 89^\circ$

$$= 1 \quad [\tan \alpha \tan \beta = 1, \text{ यदि } \alpha + \beta = 90^\circ]$$

Solⁿ 94. $\cos 1^\circ \cos 2^\circ \dots \cos 90^\circ \cos 100^\circ = 0 (\because \cos 90^\circ = 0)$

Solⁿ 95. $\cos 1^\circ \cos 2^\circ \dots \cos 90^\circ = 0 (\because \cos 90^\circ = 0)$

Solⁿ 96. $\sin 1^\circ \sin 2^\circ \dots \sin 180^\circ = 0 (\because \sin 180^\circ = 0)$

Solⁿ 97. $\sin^2 1^\circ + \sin^2 2^\circ + \sin^2 3^\circ + \dots + \sin^2 45^\circ + \cos^2 44^\circ + \cos^2 43^\circ + \dots + \cos^2 1^\circ + \sin^2 90^\circ$

$$= 1 + 1 + \dots + 44 \text{ बार } + \frac{1}{2} + 1$$

$$= 45 \frac{1}{2}$$

Solⁿ 98. $\cos^2 1^\circ + \cos^2 2^\circ + \cos^2 3^\circ + \dots + \cos^2 45^\circ + \sin^2 44^\circ + \sin^2 43^\circ + \sin^2 1^\circ + \cos^2 90^\circ$

$$= 1 + 1 + \dots + 44 \text{ बार } + \frac{1}{2}$$

$$= 44 \frac{1}{2}$$

Solⁿ 99. $\sin^2 5^\circ + \sin^2 10^\circ + \dots + \sin^2 45^\circ + \cos^2 40^\circ + \dots + \cos^2 5^\circ + \sin^2 90^\circ$

$$= 1 + 1 + \dots + 8 \text{ बार } + \frac{1}{2} + 1$$

$$= 9 \frac{1}{2}$$

Solⁿ 100. $\sin 10^\circ \sin 50^\circ \sin 70^\circ \sin 30^\circ$

$$\left(\because \sin \theta \sin (60^\circ - \theta) \sin (60^\circ + \theta) = \frac{1}{4} \sin 3\theta \right)$$

$$\therefore \theta = 10^\circ$$

$$= \frac{1}{4} \sin 30^\circ \sin 30^\circ$$

$$= \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{16}$$

Solⁿ 101. $\tan 4^\circ \tan 86^\circ \tan 43^\circ \tan 47^\circ = 1$

$$[\because \tan \theta (\tan (90^\circ - \theta)) = 1]$$

Solⁿ 102. $\cot 10^\circ \cot 80^\circ \cot 20^\circ \cot 70^\circ \cot 60^\circ$

$$= 1 \times \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$[\because \cot \theta (\cot (90^\circ - \theta)) = 1]$$

Solⁿ 103. $\tan 10^\circ \tan 80^\circ \tan 15^\circ \tan 75^\circ = 1$

$$[\tan \alpha \tan \beta = 1, \text{ यदि } \alpha + \beta = 90^\circ]$$

Solⁿ 104. $\tan \frac{\pi}{8} \tan \frac{3\pi}{8} \tan \frac{\pi}{12} \tan \frac{5\pi}{12} - \sin^2 \frac{\pi}{6}$

$$= 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

$$(\because \tan \frac{\pi}{8} \tan \frac{3\pi}{8} = 1, \therefore \frac{\pi}{8} + \frac{3\pi}{8} = \frac{\pi}{2})$$

$$(\because \tan \frac{\pi}{12} \tan \frac{5\pi}{12} = 1, \therefore \frac{\pi}{12} + \frac{5\pi}{12} = \frac{\pi}{2})$$

Solⁿ 105. $\cot \frac{\pi}{20} \cot \frac{9\pi}{20} \cot \frac{3\pi}{20} \cot \frac{7\pi}{20} \cot \frac{5\pi}{20}$

$$= 1.1. \cot \frac{\pi}{4} = 1$$

Solⁿ 106. $\sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2(1 + \cos 160^\circ)}}}}$

$$= \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2.2 \cos^2 80^\circ}}}}$$

$$(\because 2 \cos^2 \theta = \cos 2\theta + 1)$$

$$\cot\left(\frac{A+B}{2}\right) = \cot\left(90^\circ - \frac{C}{2}\right) = \tan\frac{C}{2}$$

विकल्प (c) गलत है।

Solⁿ 111. $\operatorname{cosec} A = 2 \Rightarrow A = 30^\circ$

$$\frac{1}{\tan A} + \frac{\sin A}{1 + \cos A} = \frac{1}{\tan 30^\circ} + \frac{\sin 30^\circ}{1 + \cos 30^\circ}$$

$$= \sqrt{3} + \frac{1}{2\left(1 + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)} = \sqrt{3} + \frac{1}{2 + \sqrt{3}}$$

$$= \sqrt{3} + \frac{(2 - \sqrt{3})}{(2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3})} = \sqrt{3} + 2 - \sqrt{3} = 2$$

Solⁿ 112. $\tan A = \sqrt{2} - 1$

$$\sin 2A = \frac{2 \tan A}{1 + \tan^2 A} = \frac{2(\sqrt{2} - 1)}{1 + 2 + 1 - 2\sqrt{2}} = \frac{2(\sqrt{2} - 1)}{2(2 - \sqrt{2})}$$

$$= \frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2}(\sqrt{2} - 1)} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$5 \times \frac{1}{4} + \frac{1}{2} - 4 \times \frac{1}{3} = \frac{5}{4} + \frac{1}{2} - \frac{4}{3}$$

त्रिकोणमिति

$$\cot^2 \alpha = \frac{1}{\tan^2 \alpha} = \frac{7}{8}$$

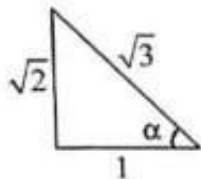
$$\text{Sol}^n 116. \frac{k \operatorname{cosec}^2 30^\circ \cdot \sec^2 45^\circ}{8 \cos^2 45^\circ \cdot \sin^2 60^\circ} = \tan^2 60^\circ - \tan^2 30^\circ$$

$$\frac{4 \cdot k \cdot 2}{8 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4}} = 3 - \frac{1}{3} \Rightarrow k = 1$$

$$\text{Sol}^n 117. \sec^2 \alpha = 3 \Rightarrow \sec \alpha = \pm \sqrt{3}$$

लेकिन $\sec \alpha = +\sqrt{3}$ ($\because \alpha$ पहले चतुर्थांश में है)

$$\frac{\tan^2 \alpha - \operatorname{cosec}^2 \alpha}{\tan^2 \alpha + \operatorname{cosec}^2 \alpha} = \frac{2 - \frac{3}{2}}{2 + \frac{3}{2}}$$



$$= \frac{1}{2} \times \frac{2}{7} = \frac{1}{7}$$

$$\text{Sol}^n 118. 5\alpha + 4\alpha = 90^\circ$$

$$\alpha = 10^\circ$$

$$2 \sin 30^\circ - \sqrt{3} \tan 30^\circ = 2 \times \frac{1}{2} - \sqrt{3} \times \frac{1}{\sqrt{3}} = 0$$

$$\text{Sol}^n 119. \sin^2 \theta + \operatorname{cosec}^2 \theta + 2 \sin \theta \operatorname{cosec} \theta + \cos^2 \theta + \sec^2 \theta + 2 \cos \theta \sec \theta = K + \tan^2 \theta + \cot^2 \theta$$

$$2 \cos \theta \sec \theta = K + \tan^2 \theta + \cot^2 \theta$$

$$\Rightarrow 1 + 2 + 2 + \operatorname{cosec}^2 \theta - \cot^2 \theta + \sec^2 \theta - \tan^2 \theta = K$$

$$\Rightarrow 5 + 1 + 1 = K$$

$$K = 7$$

$$\text{Sol}^n 120. \sin^2 \alpha + \sec^2 \alpha + 2 \sin \alpha \sec \alpha + \cos^2 \alpha + \operatorname{cosec}^2 \alpha + 2 \cos \alpha \operatorname{cosec} \alpha = K^2 + \sec^2 \alpha \operatorname{cosec}^2 \alpha + 2K \sec \alpha \operatorname{cosec} \alpha$$

$$2 \cos \alpha \operatorname{cosec} \alpha = K^2 + \sec^2 \alpha \operatorname{cosec}^2 \alpha + 2K \sec \alpha \operatorname{cosec} \alpha$$

$$\Rightarrow 1 + \frac{1}{\sin^2 \alpha} + \frac{1}{\cos^2 \alpha} + \frac{2 \sin \alpha}{\cos \alpha} + \frac{2 \cos \alpha}{\sin \alpha} = K^2$$

$$+ \sec^2 \alpha \operatorname{cosec}^2 \alpha + 2K \sec \alpha \operatorname{cosec} \alpha$$

$$\Rightarrow 1 + \frac{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha} + \frac{2(\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)}{\sin \alpha \cos \alpha} = K^2$$

$$+ \sec^2 \alpha \operatorname{cosec}^2 \alpha + 2K \sec \alpha \operatorname{cosec} \alpha$$

$$\Rightarrow 1 + \sec^2 \alpha \operatorname{cosec}^2 \alpha + 2 \sec \alpha \operatorname{cosec} \alpha = K^2$$

$$+ \sec^2 \alpha \operatorname{cosec}^2 \alpha + 2K \sec \alpha \operatorname{cosec} \alpha$$

दोनों पक्षों की तुलना करने पर हम पाते हैं $\Rightarrow K = 1$

$$\text{Sol}^n 121. \frac{\sin \theta \cot \theta - 1 - \sin \theta \cot \theta}{(\cot \theta + \operatorname{cosec} \theta)(\cot \theta - \operatorname{cosec} \theta)} = 1$$

$$= \frac{-2}{\cot^2 \theta - \operatorname{cosec}^2 \theta} = \frac{-2}{-1} = 2$$

$$\text{Sol}^n 122. \frac{\tan A}{1 - \frac{1}{\tan A}} + \frac{1}{\tan A(1 - \tan A)} = K + \tan A + \cot A$$

$$\frac{\tan^2 A}{(1 - \tan A)} + \frac{1}{\tan A(1 - \tan A)} = K + \tan A + \cot A$$

$$\frac{1 - \tan^3 A}{\tan A(1 - \tan A)} = K + \tan A + \cot A$$

$$\frac{(1 - \tan A)(1 + \tan^2 A + \tan A)}{\tan A(1 - \tan A)} = K + \tan A + \cot A$$

$$1 + \tan A + \cot A = K + \tan A + \cot A \Rightarrow K = 1$$

$$\text{Sol}^n 123. \frac{\cos^2 \theta}{1 - \frac{\sin \theta}{\cos \theta}} + \frac{\sin^3 \theta}{\sin \theta - \cos \theta} = K + \sin \theta \cos \theta$$

$$\frac{\cos^3 \theta}{\cos \theta - \sin \theta} - \frac{\sin^3 \theta}{\cos \theta - \sin \theta} = K + \sin \theta \cos \theta$$

$$\frac{\cos^3 \theta - \sin^3 \theta}{\cos \theta - \sin \theta} = K + \sin \theta \cos \theta$$

$$\frac{(\cos \theta - \sin \theta)(\cos^2 \theta + \sin^2 \theta + \sin \theta \cos \theta)}{\cos \theta - \sin \theta} = K + \sin \theta \cos \theta$$

$$1 + \sin \theta \cos \theta = K + \sin \theta \cos \theta$$

दोनों पक्षों की तुलना करने पर, हम पाते हैं $K = 1$

$$\text{Sol}^n 124. \theta = 0^\circ \text{ रखने पर}$$

$$= \frac{(1 - 0 + 1)^2}{(1 + 1)(1 - 0)} = \frac{4}{2} = 2$$

Solⁿ 125. $(\sec^2 \theta - \tan^2 \theta)^3 = (1)^3 = 1$

Solⁿ 126. $(\operatorname{cosec}^2 \theta - \cot^2 \theta)^3 = (1)^3 = 1$

Solⁿ 127.
$$\frac{\left(\frac{1}{\sin \theta} - \frac{1}{\cos \theta}\right)\left(\frac{\cos \theta}{\sin \theta} - \frac{\sin \theta}{\cos \theta}\right)}{\left(\frac{1}{\sin \theta} + \frac{1}{\cos \theta}\right)\left(\frac{1}{\cos \theta} \cdot \frac{1}{\sin \theta} - 2\right)}$$
$$= \frac{(\cos \theta - \sin \theta)(\cos^2 \theta - \sin^2 \theta)}{(\cos \theta + \sin \theta)(1 - 2 \cos \theta \sin \theta)}$$
$$= \frac{(\cos \theta - \sin \theta)(\cos \theta + \sin \theta)(\cos \theta - \sin \theta)}{(\cos \theta + \sin \theta)(\cos^2 \theta + \sin^2 \theta - 2 \cos \theta \sin \theta)}$$
$$= \frac{(\cos \theta - \sin \theta)^2}{(\cos \theta - \sin \theta)^2} = 1$$

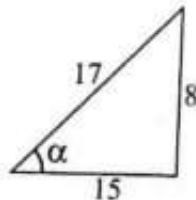
Solⁿ 128. $\sec^4 \alpha - \sec^4 \alpha \cdot \sin^4 \alpha - 2 \tan^2 \alpha$
$$= \sec^4 \alpha - \tan^4 \alpha - 2 \tan^2 \alpha$$
$$= [(\sec^2 \alpha)^2 - (\tan^2 \alpha)^2] - 2 \tan^2 \alpha$$
$$= [(\sec^2 \alpha + \tan^2 \alpha)(\sec^2 \alpha - \tan^2 \alpha)] - 2 \tan^2 \alpha$$
$$= \sec^2 \alpha + \tan^2 \alpha - 2 \tan^2 \alpha \quad (\because \sec^2 \alpha - \tan^2 \alpha = 1)$$
$$= \sec^2 \alpha - \tan^2 \alpha = 1$$

Solⁿ 129. $\sin \theta + \cos \theta = \sqrt{2} \cos \theta$

$\sin \theta = (\sqrt{2} - 1) \cos \theta$

$\cot \theta = \frac{1}{\sqrt{2} - 1} = \sqrt{2} + 1$

Solⁿ 130. $\cot \alpha = \frac{15}{8}$



$$\frac{(2 + 2 \sin \alpha)(1 - \sin \alpha)}{(1 + \cos \alpha)(2 - 2 \cos \alpha)} = \frac{\left(2 + 2 \times \frac{8}{17}\right)\left(1 - \frac{8}{17}\right)}{\left(1 + \frac{15}{17}\right)\left(2 - 2 \times \frac{15}{17}\right)}$$

$$= \frac{\frac{50}{17} \times \frac{9}{17}}{\frac{32}{17} \times \frac{4}{17}} = \frac{50 \times 9}{32 \times 4} = \frac{225}{64}$$

Solⁿ 131. $\frac{x^2}{a^2} = \sin^2 \alpha, \quad \frac{y^2}{b^2} = \cos^2 \alpha$

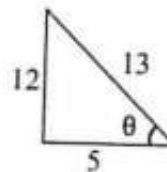
$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

$b^2 x^2 + a^2 y^2 = a^2 b^2$

Solⁿ 132. $\theta = 45^\circ$ रखने पर

$$= \frac{\cot 45^\circ}{\cot 45^\circ - \cot 135^\circ} + \frac{\tan 45^\circ}{\tan 45^\circ - \tan 135^\circ}$$
$$= \frac{1}{1 - (-1)} + \frac{1}{1 - (-1)} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

Solⁿ 133. $\tan \theta - \cot \theta = \frac{119}{60}$



$\sin \theta + \cos \theta = \frac{12}{13} + \frac{5}{13} = \frac{17}{13}$

Solⁿ 134. $16 \left(\frac{1}{4 + 4 \tan^2 \alpha} + \frac{1}{4 + 4 \cot^2 \alpha} \right)$

$$\frac{16}{4} \left(\frac{1}{\sec^2 \alpha} + \frac{1}{\operatorname{cosec}^2 \alpha} \right) = 4(\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)$$
$$= 4$$

Solⁿ 135. $\cos^2 \frac{\pi}{16} + \cos^2 \frac{3\pi}{16} + \cos^2 \frac{5\pi}{16} + \cos^2 \frac{7\pi}{16}$

$$= \cos^2 \frac{\pi}{16} + \cos^2 \frac{3\pi}{16} + \cos^2 \left(\frac{\pi}{2} - \frac{3\pi}{16} \right) + \cos^2 \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{16} \right)$$

$$= \cos^2 \frac{\pi}{16} + \cos^2 \frac{3\pi}{16} + \sin^2 \frac{3\pi}{16} + \sin^2 \frac{\pi}{16} = 1 + 1 = 2$$

Solⁿ 136. $\cos^2(A - B) + \cos^2 B - 2 \cos(A - B) \cos A \cos B$

$A = 60^\circ$ व $B = 30^\circ$ रखने पर

$$= \cos^2 30^\circ + \cos^2 30^\circ - 2 \cos 30^\circ \cdot \cos 60^\circ \cdot \cos 30^\circ$$

विकीर्णमित

$$= \frac{3}{4} + \frac{3}{4} - 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3}{4} + \frac{3}{4} - \frac{3}{4}$$

$$= \frac{3}{4} = \cos^2 30^\circ = \sin^2 60^\circ = \sin^2 A$$

Solⁿ 137.

$$\frac{\cot^2 \frac{\theta}{2} - \tan^2 \frac{\theta}{2}}{\cot \theta \cdot \operatorname{cosec} \theta} \Rightarrow \theta = 60^\circ \text{ रखने पर}$$

$$= \frac{\cot^2 30^\circ - \tan^2 30^\circ}{\cot 60^\circ \cdot \operatorname{cosec} 60^\circ}$$

$$= \frac{3 - \frac{1}{3}}{\frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \sqrt{3}} = \frac{8}{3} \times \frac{3}{2} = 4$$

Solⁿ 138. उत्तर θ पर निर्भर नहीं है, अतः हम θ का कोई भी मान रख सकते हैं $\theta = 0^\circ$ रखने पर

$$= \cos^2 \theta + \cos^2 (\alpha + \theta) - 2 \cos \alpha \cdot \cos \theta \cdot \cos (\theta + \alpha)$$

$$= \cos^2 0^\circ + \cos^2 \alpha - 2 \cos \alpha \cdot \cos 0^\circ \cdot \cos \alpha$$

$$= 1 + \cos^2 \alpha - 2 \cos^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha = \sin^2 \alpha$$

Solⁿ 139. $\sin \theta = 3 \sin (\theta + 2\alpha)$

$$\frac{\sin \theta}{\sin (\theta + 2\alpha)} = \frac{3}{1}$$

योगान्तरानुपात नियम द्वारा

$$\frac{\sin \theta + \sin (\theta + 2\alpha)}{\sin \theta - \sin (\theta + 2\alpha)} = \frac{3+1}{3-1} = 2$$

$$\frac{2 \sin \left(\frac{\theta + \theta + 2\alpha}{2} \right) \cdot \cos \left(\frac{\theta - \theta - 2\alpha}{2} \right)}{2 \cos \left(\frac{\theta + \theta + 2\alpha}{2} \right) \cdot \sin \left(\frac{\theta - \theta - 2\alpha}{2} \right)} = 2$$

$$\frac{\sin (\theta + \alpha) \cdot \cos (-\alpha)}{\cos (\theta + \alpha) \cdot \sin (-\alpha)} = 2$$

$$\tan (\theta + \alpha) = -2 \tan \alpha$$

$$\tan (\theta + \alpha) + 2 \tan \alpha = 0$$

Solⁿ 140. $\tan x + \sec x = -2 \tan x$

$$\sec x = -3 \tan x \Rightarrow \frac{1}{\cos x} = \frac{-3 \sin x}{\cos x}$$

$$\operatorname{cosec} x = -3$$

Solⁿ 141.

$$\frac{\operatorname{cosec} \theta - \cot \theta}{(\operatorname{cosec} \theta + \cot \theta)(\operatorname{cosec} \theta - \cot \theta)} - \operatorname{cosec} \theta - \tan \theta = 3k \sec \theta \operatorname{cosec} \theta$$

$$\frac{\operatorname{cosec} \theta - \cot \theta}{\operatorname{cosec}^2 \theta - \cot^2 \theta} - \operatorname{cosec} \theta - \tan \theta = 3k \sec \theta \operatorname{cosec} \theta$$

$$\operatorname{cosec} \theta - \cot \theta - \operatorname{cosec} \theta - \tan \theta = 3k \sec \theta \operatorname{cosec} \theta$$

$$-\left(\frac{\sin \theta}{\cos \theta} + \frac{\cos \theta}{\sin \theta} \right) = 3k \sec \theta \operatorname{cosec} \theta$$

$$-\frac{(\sin^2 \theta + \cos^2 \theta)}{\sin \theta \cos \theta} = 3k \sec \theta \operatorname{cosec} \theta$$

$$-\sec \theta \operatorname{cosec} \theta = 3k \sec \theta \operatorname{cosec} \theta \Rightarrow k = -\frac{1}{3}$$

Solⁿ 142. $\tan \theta = \frac{11}{13}$

$$\frac{5 \tan \theta - 3}{5 \tan \theta + 2} = \frac{\frac{55}{13} - 3}{\frac{55}{13} + 2} = \frac{55 - 39}{55 + 26} = \frac{16}{81}$$

Solⁿ 143. $4 \sin^2 \theta + 3(\sin^2 \theta + \cos^2 \theta) = 4$

$$4 \sin^2 \theta = 4 - 3 \Rightarrow \sin \theta = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta = 30^\circ$$

$$\tan \theta = \tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

Solⁿ 144. $(1 + \cot \theta - \operatorname{cosec} \theta)(1 + \tan \theta + \sec \theta)$

$$\theta = 45^\circ \text{ रखने पर}$$

$$= (1 + 1 - \sqrt{2})(1 + 1 + \sqrt{2})$$

$$= (2 - \sqrt{2})(2 + \sqrt{2}) = 2$$

Solⁿ 145. $(\operatorname{cosec} x - \sin x)(\sec x - \cos x)(\tan x + \cot x)$

$x = 45^\circ$ रखने पर

$$= \left(\sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2}} \right) \left(\sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2}} \right) (1+1)$$

$$= \frac{(2-1)}{\sqrt{2}} \times \frac{(2-1)}{\sqrt{2}} \times 2 = 1$$

Solⁿ 146. $\frac{\frac{\cos \theta}{\sin \theta}}{\frac{\cos \theta}{\sin \theta} - \frac{\cos 3\theta}{\sin 3\theta}} + \frac{\frac{\sin \theta}{\cos \theta}}{\frac{\sin \theta}{\cos \theta} - \frac{\sin 3\theta}{\cos 3\theta}}$

$$\Rightarrow \frac{\cos \theta}{\sin \theta} \times \frac{\sin \theta \sin 3\theta}{\sin 3\theta \cos \theta - \sin \theta \cos 3\theta} +$$

$$\frac{\sin \theta}{\cos \theta} \times \frac{\cos \theta \cos 3\theta}{\sin \theta \cos 3\theta - \cos \theta \sin 3\theta}$$

$$\Rightarrow \frac{\cos \theta \cdot \sin 3\theta}{\sin(3\theta - \theta)} + \frac{\sin \theta \cos 3\theta}{-\sin 2\theta}$$

$$\Rightarrow \frac{\cos \theta \cdot \sin 3\theta}{\sin 2\theta} - \frac{\sin \theta \cos 3\theta}{2 \sin \theta \cos \theta}$$

$$\Rightarrow \frac{\sin 3\theta}{2 \sin \theta} - \frac{\cos 3\theta}{2 \cos \theta}$$

$$\Rightarrow \frac{3 \sin \theta - 4 \sin^3 \theta}{2 \sin \theta} - \frac{4 \cos^3 \theta - 3 \cos \theta}{2 \cos \theta}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{2} - 2 \sin^2 \theta - 2 \cos^2 \theta + \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow 3 - 2(\sin^2 \theta + \cos^2 \theta) \Rightarrow 3 - 2 = 1$$

Solⁿ 147. $\frac{\cot A + \operatorname{cosec} A - 1}{\cot A - \operatorname{cosec} A + 1}$

$$= \frac{\cot A + \operatorname{cosec} A - (\operatorname{cosec}^2 A - \cot^2 A)}{\cot A - \operatorname{cosec} A + 1}$$

$$= \frac{(\cot A + \operatorname{cosec} A) - (\cot A + \operatorname{cosec} A)(-\cot A + \operatorname{cosec} A)}{\cot A - \operatorname{cosec} A + 1}$$

$$= \frac{(\cot A + \operatorname{cosec} A)(1 - \operatorname{cosec} A + \cot A)}{(1 - \operatorname{cosec} A + \cot A)}$$

$$= \cot A + \operatorname{cosec} A = \frac{\cos A + 1}{\sin A}$$

Solⁿ 148. $\frac{\sin \theta + 2 \sin \theta \cos \theta}{1 + \cos \theta + 2 \cos^2 \theta - 1}$

$$= \frac{\sin \theta(1 + 2 \cos \theta)}{\cos \theta(1 + 2 \cos \theta)} = \tan \theta$$

Solⁿ 149. $2 \operatorname{cosec} 2x, \cot x - \cot^2 x = 1$

L.H.S. लेने पर

$$= \frac{2}{\sin 2x} \cdot \cot x - \cot^2 x$$

$$= \frac{2}{2 \sin x \cos x} \cdot \frac{\cos x}{\sin x} - \cot^2 x$$

$$= \frac{1}{\sin^2 x} - \cot^2 x$$

$$= \operatorname{cosec}^2 x - \cot^2 x$$

$$= 1 \text{ (सर्वसमिका से).}$$

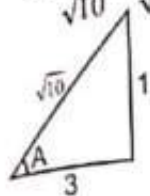
L.H.S. = R.H.S. x के सभी मानों के लिए

त्रिकोणमिति

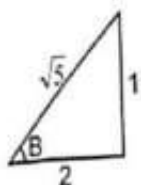
Solⁿ 150. $\sec \theta = \frac{1}{2}$ संभव नहीं है
अतः $\cos \theta = 2$ जो संभव नहीं है

Solⁿ 151. $\sin(A+B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B$

$$= \frac{1}{\sqrt{10}} \times \frac{2}{\sqrt{5}} + \frac{3}{\sqrt{10}} \times \frac{1}{\sqrt{5}}$$



$$= \frac{2}{\sqrt{50}} + \frac{3}{\sqrt{50}} = \frac{5}{\sqrt{50}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$



$$A+B = \sin^{-1} \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\pi}{4}$$

Solⁿ 152.

$$\frac{1-\sin 2A}{1+\sin 2A} = \frac{\sin^2 A + \cos^2 A - 2 \sin A \cos A}{\sin^2 A + \cos^2 A + 2 \sin A \cos A}$$

$$= \frac{-\sin A + \cos A}{\sin A + \cos A} = \frac{-\tan A + 1}{\tan A + 1}$$

$$= \tan\left(\frac{\pi}{4} - A\right)$$

Solⁿ 153. $\tan \theta = \frac{4}{3}$ (θ , 1st व 3rd चतुर्थांश में है)

$$\sin \theta = \frac{4}{5} \text{ (1st चतुर्थांश)}$$

$$= -\frac{4}{5} \text{ (3rd चतुर्थांश)}$$

Solⁿ 154. $\frac{\tan A + \sec A - (\sec^2 A - \tan^2 A)}{\tan A - \sec A + 1}$

$$= \frac{\tan A + \sec A - (\sec A - \tan A)(\sec A + \tan A)}{\tan A - \sec A + 1}$$

$$= \frac{(\sec A + \tan A)(1 - \sec A + \tan A)}{(1 - \sec A + \tan A)}$$

$$= \frac{1}{\cos A} + \frac{\sin A}{\cos A} = \frac{1 + \sin A}{\cos A}$$

Solⁿ 155. $x = \sec \theta - \tan \theta$, $y = \operatorname{cosec} \theta + \cot \theta$

$\theta = 45^\circ$ रखने पर

$$x = \sqrt{2} - 1, \quad y = \sqrt{2} + 1$$

$$xy = (\sqrt{2} - 1)(\sqrt{2} + 1) = 1$$

$$y - x = \sqrt{2} + 1 - \sqrt{2} + 1 = 2$$

$$\text{अतः, } xy + 1 = y - x$$

$$\text{Solⁿ 156. } \frac{x}{a} \cos \theta + \frac{y}{b} \sin \theta = 1 \quad \dots(i)$$

$$\frac{x}{a} \sin \theta - \frac{y}{b} \cos \theta = 1 \quad \dots(ii)$$

वर्ग करने के बाद दोनों समी. को जोड़ने पर

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 + 1 = 2$$

$$\text{Solⁿ 157. } \sec^2 \theta = \frac{4xy}{(x+y)^2}$$

$$\text{या, } \cos^2 \theta = \frac{(x+y)^2}{4xy}$$

$$0 \leq \cos^2 \theta \leq 1$$

$$\frac{(x+y)^2}{4xy} \leq 1$$

$$(x+y)^2 \leq 4xy \Rightarrow x^2 + y^2 + 2xy - 4xy \leq 0$$

$$(x-y)^2 \leq 0$$

किसी भी पद का वर्ग करने पर वह 0 से छोटा नहीं हो सकता है।

184

इसलिए, $(x-r)^2 = 0$

$x = r$

Solⁿ 158.

$(\operatorname{cosec} \theta - \sin \theta)(\sec \theta - \cos \theta)(\tan \theta + \cot \theta)$

$\theta = 45^\circ$ रखने पर

$= \left(\sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2}} \right) \left(\sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2}} \right) (1+1)$

$= \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot 2 = 1$

Solⁿ 159. $\operatorname{cosec} \theta - \cot \theta = q$

... (i)

$\operatorname{cosec} \theta + \cot \theta = \frac{1}{q}$

... (ii)

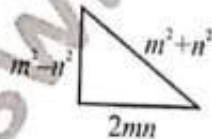
दोनों समी. को जोड़ने पर

$2 \operatorname{cosec} \theta = q + \frac{1}{q}$

$\operatorname{cosec} \theta = \frac{1}{2} \left(q + \frac{1}{q} \right)$

Solⁿ 160. $\sin \theta = \frac{m^2 - n^2}{m^2 + n^2}$

$\tan \theta = \frac{m^2 - n^2}{2mn}$



Solⁿ 161. $\sec \theta + \tan \theta = p$

... (i)

$\sec \theta - \tan \theta = \frac{1}{p}$

... (ii)

दोनों समी. को जोड़ने पर

$2 \sec \theta = p + \frac{1}{p}$

$\Rightarrow \sec \theta = \frac{1}{2} \left(p + \frac{1}{p} \right)$

Solⁿ 162. $\tan \theta = \frac{p}{q}$

$\frac{p \sin \theta - q \cos \theta}{p \sin \theta + q \cos \theta} = \frac{p \tan \theta - q}{p \tan \theta + q}$

$= \frac{p \cdot \frac{p}{q} - q}{p \cdot \frac{p}{q} + q} = \frac{\frac{p^2 - q^2}{q}}{\frac{p^2 + q^2}{q}} = \frac{p^2 - q^2}{p^2 + q^2}$

Solⁿ 163. $\cos 15^\circ = \sqrt{\frac{1 + \cos 30^\circ}{2}}$

$(\because \cos 2\theta = 2 \cos^2 \theta - 1)$

$\sqrt{\frac{\cos 2\theta + 1}{2}} = \cos \theta$

Solⁿ 164. $\sin A = \sin B, \cos A = \cos B$

$A = B$

$\sin \left(\frac{A - B}{2} \right) = 0$

Solⁿ 165. $\tan 3A = \frac{\tan A + \tan 2A}{1 - \tan A \tan 2A}$

$\tan 3A - \tan 2A - \tan A = \tan 3A \tan 2A \tan A$

Solⁿ 166. $\frac{1 + 2 \sin \frac{A}{2} \cos \frac{A}{2} - 1 + 2 \sin^2 \frac{A}{2}}{1 + 2 \sin \frac{A}{2} \cos \frac{A}{2} + 2 \cos^2 \frac{A}{2} - 1}$

$= \frac{\sin \frac{A}{2} \left(\cos \frac{A}{2} + \sin \frac{A}{2} \right)}{\cos \frac{A}{2} \left(\cos \frac{A}{2} + \sin \frac{A}{2} \right)}$

$= \frac{\sin \frac{A}{2}}{\cos \frac{A}{2}} = \tan \frac{A}{2}$

त्रिकोणमिति

$$\text{Sol}^{\circ} 167. \frac{1+\cos \theta}{\sin \theta} = \frac{1+\frac{1-\tan^2 \frac{\theta}{2}}{1+\tan^2 \frac{\theta}{2}}}{\frac{2 \tan \frac{\theta}{2}}{1+\tan^2 \frac{\theta}{2}}}$$

$$= \frac{1+\tan^2 \frac{\theta}{2} + 1 - \tan^2 \frac{\theta}{2}}{2 \tan \frac{\theta}{2}}$$

$$= \frac{2}{2 \tan \frac{\theta}{2}} = \cot \frac{\theta}{2}$$

$$\text{Sol}^{\circ} 168. \cot x - \tan x = \frac{\cos x}{\sin x} - \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$= \frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\sin x \cos x}$$

$$= \frac{2 \cos 2x}{2 \sin x \cos x}$$

$$= 2 \times \frac{\cos 2x}{\sin 2x} = 2 \cot 2x$$

$$\text{Sol}^{\circ} 169. (\sin 50^\circ + \sin 10^\circ) - \sin 70^\circ$$

$$2 \sin 30^\circ \cdot \cos 20^\circ - \sin 70^\circ$$

$$\cos 20^\circ - \sin 70^\circ$$

$$\sin 70^\circ - \sin 70^\circ = 0$$

$$\text{Sol}^{\circ} 170. \sin 75^\circ = \sin(45^\circ + 30^\circ)$$

$$= \sin 45^\circ \cdot \cos 30^\circ + \cos 45^\circ \sin 30^\circ$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}$$

$$\text{Sol}^{\circ} 171.$$

$$\cos^2 A (3 - 4 \cos^2 A)^2 + \sin^2 A (3 - 4 \sin^2 A)^2$$

$$= (3 \cos A - 4 \cos^3 A)^2 + (3 \sin A - 4 \sin^3 A)^2$$

$$= (4 \cos^3 A - 3 \cos A)^2 + (3 \sin A - 4 \sin^3 A)^2$$

$$= (\cos 3A)^2 + (\sin 3A)^2$$

$$= \cos^2 3A + \sin^2 3A = 1 \quad (\because \cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1)$$

$$\text{Sol}^{\circ} 172. \tan A = \frac{3}{2} \Rightarrow \cot A = \frac{2}{3}$$

$$\frac{1 + \cot A}{1 - \cot A} = \frac{1 + \frac{2}{3}}{1 - \frac{2}{3}} = \frac{\frac{5}{3}}{\frac{1}{3}} = 5$$

$$\text{Sol}^{\circ} 173. \tan 75^\circ - \cot 75^\circ = \tan 75^\circ - \tan 15^\circ$$

$$= \frac{1 + \frac{1}{\sqrt{3}}}{1 - \frac{1}{\sqrt{3}}} - \frac{1 - \frac{1}{\sqrt{3}}}{1 + \frac{1}{\sqrt{3}}} = \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1} - \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}$$

$$= \frac{3+1+2\sqrt{3}-3-1+2\sqrt{3}}{3-1} = \frac{4\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$$

$$\text{Sol}^{\circ} 174. \tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$$

$$= \frac{\frac{m}{m+1} + \frac{1}{2m+1}}{1 - \frac{m}{m+1} \cdot \frac{1}{2m+1}}$$

$$= \frac{2m^2 + m + m + 1}{(m+1)(2m+1)} \times \frac{(m+1)(2m+1)}{2m^2 + 3m + 1 - m}$$

$$= \frac{(2m^2 + 2m + 1)}{(m+1)(2m+1)} \times \frac{(m+1)(2m+1)}{(2m^2 + 2m + 1)} = 1$$

$$\Rightarrow \alpha + \beta = \tan^{-1} 1 = \frac{\pi}{4}$$

$$\text{Sol}^{\circ} 175. \tan 20^\circ \tan 40^\circ \tan 80^\circ \tan 60^\circ$$

$$\{\because \tan \theta \tan(60^\circ - \theta) \tan(60^\circ + \theta) = \tan 3\theta\}$$

$$\text{अतः, } \theta = 20^\circ$$

$$= \tan 60^\circ \cdot \tan 60^\circ$$

$$= \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 3$$

Solⁿ 176. $\cos \frac{5\pi}{4} - \sin \frac{5\pi}{4}$

$= \cos 225^\circ - \sin 225^\circ$

$= \cos(180^\circ + 45^\circ) - \sin(180^\circ + 45^\circ)$

$= -\cos 45^\circ - (-\sin 45^\circ)$

$= -\cos 45^\circ + \sin 45^\circ = -\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} = 0$

Solⁿ 177. $\tan \theta = \frac{b}{a}$

$a \cos 2\theta + b \sin 2\theta = a \left(\frac{1 - \tan^2 \theta}{1 + \tan^2 \theta} \right) + b \left(\frac{2 \tan \theta}{1 + \tan^2 \theta} \right)$

$= \frac{a \left(1 - \frac{b^2}{a^2} \right) + b \times \frac{2b}{a}}{1 + \frac{b^2}{a^2}} = \frac{\left(\frac{a^2 - b^2}{a} \right) + \frac{2b^2}{a}}{\frac{a^2 + b^2}{a^2}}$

$= \frac{(a^2 + b^2)}{a} \times \frac{a^2}{(a^2 + b^2)} = a$

Solⁿ 178. $\cos A - \cos A + \cos A - \cos A = 0$

$\left(\begin{array}{l} \because \sin(270^\circ - \theta) = -\cos \theta \\ \cos(180^\circ + \theta) = -\cos \theta \end{array} \right)$

Solⁿ 179. $\sin 15^\circ + \cos 105^\circ$

$\sin 15^\circ - \sin 15^\circ = 0$

$(\because \cos 105^\circ = \cos(90^\circ + 15^\circ) = -\sin 15^\circ)$

Solⁿ 180. $\cos 105^\circ + \sin 105^\circ$

$\cos 105^\circ + \cos 15^\circ = 2 \cos 60^\circ \cdot \cos 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}$

Solⁿ 181. $\cos 15^\circ - \sin 15^\circ$

$\sin 75^\circ - \sin 15^\circ = 2 \cos 45^\circ \sin 30^\circ$

$= 2 \times \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

Solⁿ 182. विकल्प θ पर निर्भर नहीं है, अतः हम θ का कोई भी मान रख सकते हैं

$\theta = 0^\circ$ रखने पर, तब $x = 1$

$x^2 + (1 + x^2) \sin \theta = 1 + 2 \sin 0^\circ = 1$

Solⁿ 183. $\operatorname{cosec} A \cdot \sin(B + C)$

$= \operatorname{cosec} A \cdot \sin(180^\circ - A)$

$= \operatorname{cosec} A \cdot \sin A = 1$

Solⁿ 184. $\cos \theta = x + \frac{1}{x}$, x के सभी वास्तविक मानों के लिए

$x + \frac{1}{x}$ कभी भी -2 व 2 के बीच नहीं हो सकता

$x + \frac{1}{x} \geq 2$ व $x + \frac{1}{x} \leq -2$

लेकिन $\cos \theta$, -1 व 1 के बीच में होगा।

अतः θ का मान सम्भव नहीं है।

Solⁿ 185. $\cos A = \frac{3}{4} \Rightarrow \sin A = \frac{\sqrt{7}}{4}$

$32 \sin \frac{A}{2} \cdot \cos \frac{5A}{2} = 16 \cdot 2 \sin \frac{A}{2} \cdot \cos \frac{5A}{2}$



$= 16 \left[\sin \left(\frac{A}{2} + \frac{5A}{2} \right) + \sin \left(\frac{A - 5A}{2} \right) \right]$

$= 16 (\sin 3A - \sin 2A)$

$= 16 (3 \sin A - 4 \sin^3 A - 2 \sin A \cdot \cos A)$

$= 16 \sin A (3 - 4 \sin^2 A - 2 \cos A)$

$= 16 \times \frac{\sqrt{7}}{4} \left(3 - 4 \times \frac{7}{16} - 2 \times \frac{3}{4} \right)$

$= 4\sqrt{7} \left(3 - \frac{7}{4} - \frac{6}{4} \right)$

$= \sqrt{7} (12 - 7 - 6)$

$= -\sqrt{7}$

Solⁿ 186. $\sin \theta_1 + \sin \theta_2 + \sin \theta_3 = 3$

$\theta_1 = \theta_2 = \theta_3 = 90^\circ$

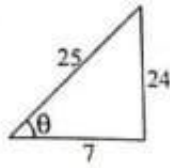
$\cos \theta_1 + \cos \theta_2 + \cos \theta_3 = 0$

प्रमाणित

Solⁿ 187. $\sin \theta = \frac{24}{25}$

$$\sec \theta + \tan \theta = \frac{25}{-7} + \frac{24}{-7}$$

$$= \frac{-49}{7} = -7$$



Solⁿ 188. $\frac{\cos 17^\circ + \sin 17^\circ}{\cos 17^\circ - \sin 17^\circ} = \frac{1 + \tan 17^\circ}{1 - \tan 17^\circ}$

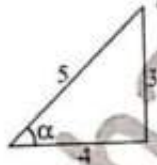
$$= \frac{\tan 45^\circ + \tan 17^\circ}{1 - \tan 45^\circ \cdot \tan 17^\circ}$$

$$= \tan(45^\circ + 17^\circ)$$

$$= \tan 62^\circ$$

Solⁿ 189. $\sin \alpha = \frac{-3}{5}$

$$\cos \alpha = \frac{-4}{5}$$



$$2\cos^2 \frac{\alpha}{2} - 1 = \cos \alpha$$

$$2\cos^2 \frac{\alpha}{2} = 1 + \cos \alpha$$

$$= 1 - \frac{4}{5} = \frac{1}{5}$$

$$\cos^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1}{10} \Rightarrow \cos \frac{\alpha}{2} = \pm \frac{1}{\sqrt{10}}$$

$$\cos \frac{\alpha}{2} = \frac{-1}{\sqrt{10}}$$

$(\cos \frac{\alpha}{2})$ ऋणात्मक होगा क्योंकि α तीसरे चतुर्थांश में

हैं अतः $\frac{\alpha}{2}$ दूसरे चतुर्थांश में होगा।)

Solⁿ 190. $\sqrt{3} \sin x + \cos x$ का अधिकतम मान

$$= \sqrt{(\sqrt{3})^2 + (1)^2} = \sqrt{3+1} = 2$$

Solⁿ 191. $\cos \theta (\tan \theta + 2) (2 \tan \theta + 1)$

$$= \cos \theta (2 \tan^2 \theta + \tan \theta + 4 \tan \theta + 2)$$

$$= \cos \theta [2(1 + \tan^2 \theta) + 5 \tan \theta]$$

$$= \cos \theta (2 \sec^2 \theta + 5 \tan \theta)$$

$$= 2 \sec^2 \theta \cos \theta + \frac{5 \sin \theta}{\cos \theta} \cdot \cos \theta$$

$$= 2 \sec \theta + 5 \sin \theta$$

Solⁿ 192. उदाहरण को पुस्तक में देखें

Solⁿ 193. उत्तर 0 पर निर्भर नहीं है, अतः, हम 0 का कोई भी मान रख सकते हैं अतः $\theta = 0^\circ$ रखने पर

$$\frac{5 \cos \theta - 4}{3 - 5 \sin \theta} - \frac{3 + 5 \sin \theta}{4 + 5 \cos \theta} = \frac{1}{3} - \frac{3}{9} = 0$$

Solⁿ 194. $2 \sin \alpha + 15 \cos^2 \alpha = 7$

$$2 \sin \alpha + 15(1 - \sin^2 \alpha) = 7$$

$$15 \sin^2 \alpha - 2 \sin \alpha - 8 = 0$$

$$15 \sin^2 \alpha - 12 \sin \alpha + 10 \sin \alpha - 8 = 0$$

$$5 \sin \alpha (3 \sin \alpha + 2) - 4 (3 \sin \alpha + 2) = 0$$

$$(3 \sin \alpha + 2) (5 \sin \alpha - 4) = 0$$

यहाँ, $\sin \alpha = \frac{4}{5}, \frac{-2}{3}$ लेकिन α , एक धनात्मक न्यून कोण है

इसलिए, $\sin \alpha = \frac{4}{5}$ तब, $\cot \alpha = \frac{3}{4}$

Solⁿ 195. $3 \tan \theta + 4 = 0 \Rightarrow \tan \theta = \frac{-4}{3}$

θ , 2nd चतुर्थांश में होगा।

तब, $\cot \theta = \frac{-3}{4}$, $\cos \theta = \frac{-3}{5}$ व $\sin \theta = \frac{4}{5}$

188

$$2 \cot \theta - 5 \cos \theta - \sin \theta = 2 \left(\frac{-3}{4} \right) - 5 \left(\frac{-3}{5} \right) - \frac{4}{5}$$

$$= \frac{-3}{2} + 3 - \frac{4}{5} = \frac{7}{10}$$

Solⁿ 196. $\sec^2 \theta = 3 \Rightarrow \tan^2 \theta = \sec^2 \theta - 1 = 2$

$$\sin^2 \theta = 1 - \cos^2 \theta = 1 - \frac{1}{\sec^2 \theta} = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

$$\operatorname{cosec}^2 \theta = \frac{3}{2}$$

$$\frac{\tan^2 \theta - \operatorname{cosec}^2 \theta}{\tan^2 \theta + \operatorname{cosec}^2 \theta} = \frac{2 - \frac{3}{2}}{2 + \frac{3}{2}} = \frac{1}{7}$$

Solⁿ 197. $3 \cos \theta - 2 \sin \theta = \frac{1}{\sqrt{2}} = 3 \times \frac{1}{\sqrt{2}} - 2 \times \frac{1}{\sqrt{2}}$

यहाँ, $\theta = 45^\circ$ संतुष्ट करता है।

तब, $3 \sin \theta + 2 \cos \theta = \frac{3}{\sqrt{2}} + \frac{2}{\sqrt{2}} = \frac{5}{\sqrt{2}}$

Solⁿ 198. $\tan \theta = \cot \theta \Rightarrow \theta = 45^\circ$

तब, $\sin \theta - \cos \theta = \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}} = 0$

Solⁿ 199. $\sin A + \operatorname{cosec} A = 3$

$$\sin A + \frac{1}{\sin A} = 3$$

दोनों पक्षों का वर्ग करने पर

$$\sin^2 A + \frac{1}{\sin^2 A} + 2 = 9$$

$$\frac{\sin^4 A + 1}{\sin^2 A} = 9 - 2 = 7$$

Solⁿ 200. $\cos \alpha \operatorname{cosec} \beta = 1$ यदि $\alpha + \beta = 90^\circ$

$$\cos 7^\circ \cos 23^\circ \cos 45^\circ \operatorname{cosec} 83^\circ \operatorname{cosec} 67^\circ$$

$$= (\cos 7^\circ \operatorname{cosec} 83^\circ) (\cos 23^\circ \operatorname{cosec} 67^\circ) \cos 45^\circ$$

$$= 1 \times 1 \times \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Solⁿ 201. $\frac{\tan \theta + \cot \theta}{\tan \theta - \cot \theta} = 2$

$$\tan \theta + \cot \theta = 2 \tan \theta - 2 \cot \theta$$

$$3 \cot \theta = \tan \theta$$

$$\frac{3}{\tan \theta} = \tan \theta$$

$$\tan^2 \theta = 3 \Rightarrow \tan \theta = \sqrt{3} \text{ or } \theta = 60^\circ$$

$$\sin \theta = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Solⁿ 202. $\sin x + \cos x = c$

दोनों पक्षों का वर्ग करने पर

$$\sin^2 x + \cos^2 x + 2 \sin x \cos x = c^2$$

$$\sin x \cos x = \frac{c^2 - 1}{2}$$

हमें ज्ञात है कि

$$\sin^6 x + \cos^6 x = 1 - 3 \sin^2 x \cos^2 x$$

$$= 1 - 3 \left(\frac{c^2 - 1}{2} \right)^2$$

$$= 1 - 3 \left(\frac{c^4 + 1 - 2c^2}{4} \right)$$

$$= \frac{1 + 6c^2 - 3c^4}{4}$$

द्वितीय विधि :

$x = 0$ रखने पर

तब, $c = 1$

सभी विकल्पों में $c = 1$ रखने पर

विकल्प (a) $= \frac{1}{4}$

विकल्प (b) $= 1$

त्रिकोणमिति

$$\text{विकल्प (c)} = \frac{5}{8}$$

$$\text{विकल्प (d)} = \frac{5}{2}$$

$$\text{अतः } \sin^6 x + \cos^6 x = 1$$

विकल्प (b) सही है।

$$\text{Sol}^n 203. \frac{1 - \sin A \cos A}{\cos A (\sec A - \operatorname{cosec} A)} \cdot \frac{\sin^2 A - \cos^2 A}{\sin^3 A + \cos^3 A}$$

$$= \frac{(1 - \sin A \cos A)}{\cos A \left(\frac{\sin A - \cos A}{\sin A \cos A} \right)} \cdot \frac{(\sin A + \cos A)(\sin A - \cos A)}{(\sin A + \cos A)(\sin^2 A + \cos^2 A - \sin A \cos A)}$$

$$= \frac{\sin A (1 - \sin A \cos A)}{(1 - \sin A \cos A)} = \sin A$$

Solⁿ 204. उदाहरण 77 देखें

$$\text{Sol}^n 205. (\sin \theta + \operatorname{cosec} \theta)^2 + (\cos \theta + \sec \theta)^2$$

$$= \sin^2 \theta + \operatorname{cosec}^2 \theta + 2 + \cos^2 \theta + \sec^2 \theta + 2$$

$$= 5 + \operatorname{cosec}^2 \theta + \sec^2 \theta$$

$$= 7 + \tan^2 \theta + \cot^2 \theta$$

$$= 7 + 2\sqrt{1 \times 1} = 9$$

$$\text{Sol}^n 206. 4 \tan^2 \theta + 9 \cos^2 \theta$$

$$= 4(\sec^2 \theta - 1) + 9 \cos^2 \theta$$

$$= 9 \cos^2 \theta + 4 \sec^2 \theta - 4$$

$$\text{न्यूनतम मान} = 2\sqrt{9 \times 4} - 4 = 8$$

Solⁿ 207. $\cos \alpha$ और $\sin \beta$ का अधिकतम और न्यूनतम मान 1 और -1 होगा (α, β स्वतन्त्र हैं।)

$$7 \cos \alpha + 24 \sin \beta \text{ का अधिकतम मान}$$

$$= 7 \times 1 + 24 \times 1 = 31$$

$$7 \cos \alpha + 24 \sin \beta \text{ का न्यूनतम मान}$$

$$= 7 \times (-1) + 24 \times (-1) = -31$$

$$\text{Sol}^n 208. 5 \sin^2 \theta + 10 \cos^2 \theta + 12 \sin \theta \cos \theta$$

$$(\sin^2 \theta + \cos^2 \theta) + [(2 \sin \theta)^2 + (3 \cos \theta)^2 + 2 \times 2 \sin \theta \cdot 3 \cos \theta]$$

$$= 1 + (2 \sin \theta + 3 \cos \theta)^2$$

तब, न्यूनतम मान = 1

$$\text{अधिकतम मान} = 1 + (\sqrt{4+9})^2 = 14$$

$$\text{Sol}^n 209. A - B = \frac{\pi}{4}$$

$$\tan(A - B) = \tan \frac{\pi}{4}$$

$$\frac{\tan A - \tan B}{1 + \tan A \tan B} = 1$$

$$\tan A - \tan B = 1 + \tan A \tan B$$

$$\tan A - \tan B - \tan A \tan B = 1$$

Adding 1 to both sides

$$1 + \tan A - \tan B - \tan A \tan B = 2$$

$$(1 + \tan A) - \tan B (1 + \tan A) = 2$$

$$(1 + \tan A)(1 - \tan B) = 2$$

$$\text{Sol}^n 210. A + B = 135^\circ$$

$$\tan(A + B) = \tan 135^\circ = -1$$

$$\frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B} = -1$$

$$\tan A + \tan B = -1 + \tan A \tan B$$

$$\frac{1}{\cot A} + \frac{1}{\cot B} = \frac{1}{\cot A \cot B} - 1$$

$$\frac{\cot B + \cot A}{\cot A \cot B} = \frac{1 - \cot A \cot B}{\cot A \cot B}$$

$$\cot A + \cot B + \cot A \cot B = 1$$

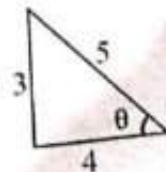
दोनों पक्षों में 1 जोड़ने पर

$$(1 + \cot A) + \cot B (1 + \cot A) = 1 + 1$$

$$(1 + \cot A)(1 + \cot B) = 2$$

$$\text{Sol}^n 211. x = 1 \text{ रखने पर}$$

$$\text{तब, } \sec \theta = 1 + \frac{1}{4} = \frac{5}{4}$$



$$\text{तब, } \sec \theta + \tan \theta = \frac{5}{4} + \frac{3}{4} = 2$$

सभी विकल्पों में $x = 1$ रखने पर, तब विकल्प (b), 2 के समान है, अतः विकल्प (b) सही है।

विधि -2

$$\sec \theta = x + \frac{1}{4x}$$

$$2 \sec \theta = 2x + \frac{1}{2x} \quad \dots(i)$$

$$(\because \sec^2 \theta - \tan^2 \theta = 1)$$

$$2 \tan \theta = 2x - \frac{1}{2x} \quad \dots(ii)$$

दोनों समीकरण को जोड़ने पर

$$2(\sec \theta + \tan \theta) = 4x$$

$$\sec \theta + \tan \theta = 2x$$

Solⁿ 212. संकेत: प्रश्न 211 की तरह

Solⁿ 213.

$$mn = (\tan \theta + \sin \theta)(\tan \theta - \sin \theta) = \tan^2 \theta - \sin^2 \theta$$

$$= \frac{\sin^2 \theta (1 - \cos^2 \theta)}{\cos^2 \theta}$$

$$mn = \tan^2 \theta \cdot \sin^2 \theta \Rightarrow \sqrt{mn} = \tan \theta \cdot \sin \theta$$

$$m^2 - n^2 = (m+n)(m-n) = 2 \tan \theta \cdot 2 \sin \theta$$

$$m^2 - n^2 = 4 \tan \theta \sin \theta$$

$$m^2 - n^2 = 4 \tan \theta \sin \theta = 4 \sqrt{mn}$$

Solⁿ 214. $mn = \cot^2 \theta - \cos^2 \theta$

$$= \frac{\cos^2 \theta (1 - \sin^2 \theta)}{\sin^2 \theta}$$

$$mn = \cot^2 \theta \cdot \cos^2 \theta \Rightarrow \sqrt{mn} = \cot \theta \cdot \cos \theta$$

$$m^2 - n^2 = (m+n)(m-n) = 2 \cot \theta \cdot 2 \cos \theta$$

$$= 4 \cot \theta \cos \theta = 4 \sqrt{mn}$$

Solⁿ 215. $mn = (\tan \theta + \sin \theta)(\tan \theta - \sin \theta)$

$$= \tan^2 \theta - \sin^2 \theta = \frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta} - \sin^2 \theta$$

$$= \frac{\sin^2 \theta (1 - \cos^2 \theta)}{\cos^2 \theta}$$

$$= \tan^2 \theta \sin^2 \theta$$

$$\sqrt{mn} = \tan \theta \cdot \sin \theta$$

$$(m^2 - n^2) = (m+n)(m-n) = 4 \tan \theta \sin \theta$$

$$\sqrt{mn} = \tan \theta \sin \theta = \frac{1}{4}(m^2 - n^2)$$

Solⁿ 216. $\operatorname{cosec} \theta - \sin \theta = 1$ व $\sec \theta - \cos \theta = m$
 $\theta = 45^\circ$ रखने पर

$$\sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2}} = 1,$$

$$\sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2}} = m$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = 1,$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = m$$

$$\Rightarrow l^2 m^2 (l^2 + m^2 + 3) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + 3 \right) = \frac{1}{4} (4) = 1$$

Solⁿ 217.

$$\operatorname{cosec} \theta - \sin \theta = m \quad \text{व} \quad \sec \theta - \cos \theta = n$$

$\theta = 45^\circ$ रखने पर

$$m = \frac{1}{\sqrt{2}}, \quad n = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$(m^2 n)^{2/3} + (mn^2)^{2/3} = \left(\frac{1}{2\sqrt{2}} \right)^{2/3} + \left(\frac{1}{2\sqrt{2}} \right)^{2/3}$$

$$= \left(\frac{1}{8} \right)^{1/3} + \left(\frac{1}{8} \right)^{1/3}$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

Solⁿ 218. $x = \cot \theta + \tan \theta = \frac{\cos \theta}{\sin \theta} + \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$

$$= \frac{\sin^2 \theta + \cos^2 \theta}{\sin \theta \cos \theta} = \frac{1}{\sin \theta \cos \theta}$$

$$y = \sec \theta - \cos \theta = \frac{1 - \cos^2 \theta}{\cos \theta} = \frac{\sin^2 \theta}{\cos \theta}$$

द्विकोणमिति

$$(x^2y)^{2/3} = \left(\frac{1}{\sin^2 \theta \cdot \cos^2 \theta} \cdot \frac{\sin^2 \theta}{\cos \theta} \right)^{2/3} = \frac{1}{\cos^2 \theta}$$

$$(xy^2)^{2/3} = \left(\frac{1}{\sin \theta \cdot \cos \theta} \cdot \frac{\sin^4 \theta}{\cos^2 \theta} \right)^{2/3} = \frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta}$$

$$(x^2y)^{2/3} - (xy^2)^{2/3} = \frac{1}{\cos^2 \theta} - \frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta} = \frac{\cos^2 \theta}{\cos^2 \theta} = 1$$

द्वितीय विधि:-

$\theta = 45^\circ$ रखने पर

$$x = \cot 45^\circ + \tan 45^\circ = 2$$

$$y = \sec 45^\circ - \cos 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$(x^2y)^{2/3} - (xy^2)^{2/3} = \left(\frac{4}{\sqrt{2}} \right)^{2/3} - \left(\frac{2}{2} \right)^{2/3} = 2 - 1 = 1$$

Solⁿ 219. $\sin \theta + \sin^2 \theta + \sin^3 \theta = 1$

$$\sin \theta + \sin^3 \theta = 1 - \sin^2 \theta$$

$$\sin \theta + \sin^3 \theta = \cos^2 \theta$$

$$\sin \theta (1 + \sin^2 \theta) = \cos^2 \theta$$

$$\sin \theta (2 - \cos^2 \theta) = \cos^2 \theta$$

दोनों पक्षों का वर्ग करने पर

$$\sin^2 \theta (2 - \cos^2 \theta)^2 = \cos^4 \theta$$

$$(1 - \cos^2 \theta)(4 + \cos^4 \theta - 4\cos^2 \theta) = \cos^4 \theta$$

हल करने पर

$$\cos^6 \theta - 4\cos^4 \theta + 8\cos^2 \theta = 4$$

Solⁿ 220. $\frac{\sin^8 \theta - \cos^8 \theta}{\cos 2\theta (1 + \cos^2 2\theta)}$

$$= \frac{(\sin^4 \theta + \cos^4 \theta)(\sin^2 \theta - \cos^2 \theta)(\sin^2 \theta + \cos^2 \theta)}{(\cos^2 \theta - \sin^2 \theta)(1 + (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta)^2)}$$

$$= - \frac{(\sin^4 \theta + \cos^4 \theta)}{(1 + \cos^4 \theta + \sin^4 \theta - 2\sin^2 \theta \cdot \cos^2 \theta)}$$

$$= - \frac{(1 - 2\sin^2 \theta \cdot \cos^2 \theta)}{(1 + 1 - 2\sin^2 \theta \cdot \cos^2 \theta - 2\sin^2 \theta \cdot \cos^2 \theta)}$$

$$= - \frac{1}{2}$$

द्वितीय विधि:-

इसका उत्तर θ पर निर्भर नहीं करता ,

$\theta = 90^\circ$ रखने पर

$$\frac{\sin^8 90^\circ - \cos^8 90^\circ}{\cos 180^\circ (1 + \cos^2 180^\circ)} = \frac{1 - 0}{-1(1 + 1)} = - \frac{1}{2}$$

Solⁿ 221.

$$k = (\sec \alpha + \tan \alpha)(\sec \beta + \tan \beta)(\sec \gamma + \tan \gamma) \dots (i)$$

$$k = (\sec \alpha - \tan \alpha)(\sec \beta - \tan \beta)(\sec \gamma - \tan \gamma) \dots (ii)$$

समी. (i) और (ii) को गुणा करने पर

$$k^2 = (\sec^2 \alpha - \tan^2 \alpha)(\sec^2 \beta - \tan^2 \beta)(\sec^2 \gamma - \tan^2 \gamma)$$

$$k^2 = 1 \Rightarrow k = \pm 1$$

Solⁿ 222. $a \sec \theta + b \tan \theta + c = 0$

$$p \sec \theta + q \tan \theta + r = 0$$

क्रॉस गुणन द्वारा समीकरण को हल करे

$$\frac{\sec \theta}{br - qc} = \frac{\tan \theta}{pc - ar} = \frac{1}{aq - bp}$$

$$\sec \theta = \frac{br - qc}{aq - bp} \text{ व } \tan \theta = \frac{pc - ar}{aq - bp}$$

$$\sec^2 \theta - \tan^2 \theta = 1$$

$$\left(\frac{br - qc}{aq - bp} \right)^2 - \left(\frac{pc - ar}{aq - bp} \right)^2 = 1$$

$$\text{तब, } (br - qc)^2 - (pc - ar)^2 = (aq - bp)^2$$

Solⁿ 223. $P = a \cos^3 x + 3a \cos x \sin^2 x$

$$Q = a \sin^3 x + 3a \cos^2 x \sin x$$

$x = 45^\circ$ का मान रखने पर

$$P = \frac{a}{2\sqrt{2}} + \frac{3a}{2\sqrt{2}}$$

$$Q = \frac{a}{2\sqrt{2}} + \frac{3a}{2\sqrt{2}}$$

$$P = \frac{4a}{2\sqrt{2}} = \sqrt{2}a, \quad Q = \sqrt{2}a$$

$$(P+Q)^{2/3} + (P-Q)^{2/3} = (\sqrt{2}a + \sqrt{2}a)^{2/3} + 0$$

$$= (2\sqrt{2}a)^{2/3} = 2a^{2/3}$$

Solⁿ 224. $\sin A + \sin B = -\frac{21}{65} \quad \dots(i)$

$$\cos A + \cos B = -\frac{27}{65} \quad \dots(ii)$$

समी. को वर्ग करने के बाद जोड़ने पर

$$\Rightarrow \sin^2 A + \sin^2 B + 2\sin A \sin B + \cos^2 A + \cos^2 B +$$

$$2\cos A \cos B = \left(-\frac{21}{65}\right)^2 + \left(-\frac{27}{65}\right)^2$$

$$= \frac{21^2 + 27^2}{65^2} = \frac{3^2(7^2 + 9^2)}{65^2}$$

$$= \frac{9(49+81)}{65 \times 65} = \frac{9 \times 130}{65 \times 65} = \frac{18}{65}$$

$$2 + 2(\sin A \sin B + \cos A \cos B) = \frac{18}{65}$$

$$1 + \sin A \sin B + \cos A \cos B = \frac{9}{65}$$

$$\cos(A-B) = -\frac{56}{65}$$

$$2\cos^2\left(\frac{A-B}{2}\right) - 1 = -\frac{56}{65}$$

$$2\cos^2\left(\frac{A-B}{2}\right) = -\frac{56}{65} + 1 = \frac{9}{65}$$

$$\cos^2\left(\frac{A-B}{2}\right) = \frac{9}{130} \Rightarrow \cos\left(\frac{A-B}{2}\right) = \frac{3}{\sqrt{130}}$$

Solⁿ 225. $8\cos^2 \theta + 8\sec^2 \theta = 65$ और $0^\circ < \theta < \frac{\pi}{2}$

$$8\cos^2 \theta + \frac{8}{\cos^2 \theta} = 65$$

$$8\cos^4 \theta + 8 = 65\cos^2 \theta$$

$$8\cos^4 \theta - 64\cos^2 \theta - \cos^2 \theta + 8 = 0$$

$$8\cos^2 \theta [\cos^2 \theta - 8] - 1(\cos^2 \theta - 8) = 0$$

$$\cos^2 \theta = \frac{1}{8}, \quad \cos^2 \theta = 8 \text{ (संभव नहीं है)}$$

$$\cos 2\theta = 2 \times \frac{1}{8} - 1 \quad (\because \cos 2\theta = 2\cos^2 \theta - 1)$$

$$= -\frac{3}{4}$$

$$4\cos 2\theta = 4 \times \left(-\frac{3}{4}\right) = -3$$

Solⁿ 226. $\cos^4 \frac{\pi}{8} + \cos^4 \frac{3\pi}{8} + \cos^4 \frac{5\pi}{8} + \cos^4 \frac{7\pi}{8}$

$$\cos^4 \frac{\pi}{8} + \cos^4 \frac{3\pi}{8} + \cos^4 \left(\pi - \frac{3\pi}{8}\right) + \cos^4 \left(\pi - \frac{\pi}{8}\right)$$

$$= \cos^4 \frac{\pi}{8} + \cos^4 \frac{3\pi}{8} + \cos^4 \frac{3\pi}{8} + \cos^4 \frac{\pi}{8}$$

$$= 2 \left(\cos^4 \frac{\pi}{8} + \cos^4 \frac{3\pi}{8} \right)$$

$$= 2 \left(\cos^4 \frac{\pi}{8} + \cos^4 \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{8} \right) \right)$$

$$= 2 \left(\cos^4 \frac{\pi}{8} + \sin^4 \frac{\pi}{8} \right)$$

$$= 2 \left(1 - 2\sin^2 \frac{\pi}{8} \cos^2 \frac{\pi}{8} \right)$$

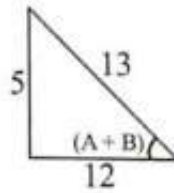
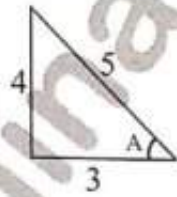
Solⁿ 229. $x = y \cos \frac{2\pi}{3} = z \cos \frac{4\pi}{3}$

$$\left(\because \cos \frac{2\pi}{3} = -\frac{1}{2}, \cos \frac{4\pi}{3} = -\frac{1}{2} \right)$$

$$x = \frac{-y}{2} = \frac{-z}{2}$$

$$\begin{aligned} xy + yz + zx &= \left(\frac{-y}{2} \right) \cdot y + y \cdot y + \left(\frac{-y}{2} \right) \cdot y \\ &= \frac{-y^2}{2} + y^2 - \frac{y^2}{2} = 0 \end{aligned}$$

Solⁿ 230. $\sin A = \frac{4}{5}$ व $\cos A = \frac{3}{5}$



$$\cos(A+B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B = -\frac{12}{13}$$

$$= \frac{3}{5} \cos B - \frac{4}{5} \sin B = -\frac{12}{13}$$

$$= 4 \sin B - 3 \cos B = \frac{60}{13} \quad \dots(i)$$

$$\sin(A+B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B = \frac{5}{13}$$

$$= \frac{4}{5} \cos B + \frac{3}{5} \sin B = \frac{5}{13}$$

$$= 3 \sin B + 4 \cos B = \frac{25}{13} \quad \dots(ii)$$

समीकरण (i) और (ii) हल करने पर हमें प्राप्त होता है।

$$\sin B = \frac{63}{65}$$

Solⁿ 231. $\cos(\theta - A) = a$, $\cos(\theta - B) = b$

माना $\theta = 90^\circ$

$$a = \cos(90^\circ - A) = \sin A,$$

$$b = \cos(90^\circ - B) = \sin B$$

$$\cos A = \sqrt{1-a^2}, \quad \cos B = \sqrt{1-b^2}$$

$$\Rightarrow \sin^2(A-B) + 2ab \cos(A-B)$$

$$= (\sin A \cos B - \cos A \sin B)^2 + 2ab(\cos A \cos B + \sin A \sin B)$$

$$= (a\sqrt{1-b^2} - b\sqrt{1-a^2})^2$$

$$+ 2ab(\sqrt{1-a^2} \cdot \sqrt{1-b^2} + ab)$$

$$= a^2(1-b^2) + b^2(1-a^2) - 2ab\sqrt{1-a^2} \cdot \sqrt{1-b^2}$$

$$+ 2ab\sqrt{1-a^2} \cdot \sqrt{1-b^2} + 2a^2b^2$$

$$= a^2 - a^2b^2 + b^2 - a^2b^2 + 2a^2b^2$$

$$= a^2 + b^2$$

$$\text{Sol}^n 232. \sin^4 \frac{\pi}{8} + \sin^4 \frac{3\pi}{8} + \sin^4 \frac{5\pi}{8} + \sin^4 \frac{7\pi}{8}$$

$$= 2\left(\sin^4 \frac{\pi}{8} + \sin^4 \frac{3\pi}{8}\right)$$

$$= 2\left(\sin^4 \frac{\pi}{8} + \cos^4 \frac{\pi}{8}\right)$$

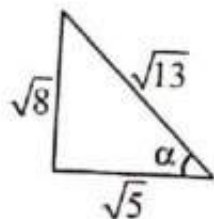
$$\left(\because \sin \frac{3\pi}{8} = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{8}\right) = \cos \frac{\pi}{8}\right)$$

$$= 2\left(\left(\sin^2 \frac{\pi}{8} + \cos^2 \frac{\pi}{8}\right)^2 - 2\sin^2 \frac{\pi}{8} \cdot \cos^2 \frac{\pi}{8}\right)$$

$$= 2\left(1 - \frac{1}{2}\left(\sin \frac{\pi}{4}\right)^2\right) = 2\left(1 - \frac{1}{4}\right) = \frac{3}{2}$$

$$\text{Sol}^n 233. 2\sin^2 \alpha + 15\cos^2 \alpha = 7$$

$$2 + 13\cos^2 \alpha = 7$$



$$\cos^2 \alpha = \frac{5}{13} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{13}}$$

$$\cot \alpha = \frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{2}}$$

$$\text{Sol}^n 234. 3x \sin \theta + 2y \cos \theta = 4$$

$$2x \sin \theta - 3y \cos \theta = 2$$

समी. (i) को 3 और समी. (ii) को 2 से गुणा करने के बाद जोड़ने पर

$$9x \sin \theta + 6y \cos \theta + 4x \sin \theta - 6y \cos \theta = 12 + 4$$

$$13x \sin \theta = 16 \Rightarrow 13 \sin \theta = \frac{16}{x}$$

$$\text{उसी प्रकार, } 13y \cos \theta = 2 \Rightarrow 13 \cos \theta = \frac{2}{y}$$

वर्ग करने के बाद जोड़ने पर

$$169 \sin^2 \theta + 169 \cos^2 \theta = \frac{256}{x^2} + \frac{4}{y^2}$$

$$\Rightarrow \frac{256}{x^2} + \frac{4}{y^2} = 169$$

$$\text{Sol}^n 235. \sin \theta + \cos \theta = a, \sec \theta + \operatorname{cosec} \theta = b$$

$$b(a^2 - 1) = \left(\frac{\sin \theta + \cos \theta}{\sin \theta \cos \theta}\right)(\sin^2 \theta + \cos^2 \theta + 2 \sin \theta \cos \theta - 1)$$

$$= \frac{(\sin \theta + \cos \theta)}{\sin \theta \cos \theta} \times 2 \sin \theta \cos \theta = 2a$$

$$\text{Sol}^n 236. (a \sec \theta + b \tan \theta)(a \sec \theta - b \tan \theta) = 5$$

$$(a \sec \theta + b \tan \theta) = 1 \quad \dots (1)$$

$$(a \sec \theta - b \tan \theta) = 5 \quad \dots (2)$$

समीकरण (i) और (ii) से

$$a \sec \theta = 3, \quad b \tan \theta = -2$$

$$a^2 b^2 + 4a^2 = \frac{9}{\sec^2 \theta} \times \frac{4}{\tan^2 \theta} + 4 \times \frac{9}{\sec^2 \theta}$$

$$= \frac{36(1 + \tan^2 \theta)}{\sec^2 \theta \tan^2 \theta} = \frac{36 \sec^2 \theta}{\sec^2 \theta \tan^2 \theta}$$

$$\text{Sol}^n 241. \left(\cos \frac{2\pi}{7} + \cos \frac{4\pi}{7} + \cos \frac{6\pi}{7} \right)$$

$$[2\sin A \cos B = \sin(A+B) + \sin(A-B)]$$

$$= \frac{1}{2\sin \frac{\pi}{7}} \left(\sin \frac{3\pi}{7} - \sin \frac{\pi}{7} + \sin \frac{5\pi}{7} - \sin \frac{3\pi}{7} + \sin \frac{7\pi}{7} - \sin \frac{5\pi}{7} \right)$$

$$= \frac{1}{2\sin \frac{\pi}{7}} \left(\sin \pi - \sin \frac{\pi}{7} \right) = -\frac{1}{2}$$

$$\text{Sol}^n 242. \frac{1}{2} \left(\cos 15^\circ \cdot \cos 7\frac{1}{2}^\circ \cdot \cos 82\frac{1}{2}^\circ \right) \times 2$$

$$\frac{1}{2} \cos 15^\circ \cdot \sin 15^\circ = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$

$$\text{Sol}^n 243. \tan^2 \theta = 1 - e^2$$

$$\tan^2 \theta + 1 = \sec^2 \theta = 2 - e^2$$

$$\sec \theta + \tan^2 \theta \cdot \tan \theta \operatorname{cosec} \theta = \sec \theta + \tan^2 \theta \cdot \sec \theta$$

$$= \sec \theta (1 + \tan^2 \theta)$$

$$= (2 - e^2)^{1/2} \cdot (2 - e^2)$$

$$= (2 - e^2)^{3/2}$$

$$\text{Sol}^n 244. 3 \tan \theta \tan \phi = 1$$

$$\theta = \phi = 30^\circ$$

$$\frac{\cos(30^\circ - 30^\circ)}{\cos(30^\circ + 30^\circ)} = \frac{\cos 0^\circ}{\cos 60^\circ} = 2$$

$$\text{Sol}^n 245. \tan 60^\circ = \frac{\tan 20^\circ + \tan 40^\circ}{1 - \tan 20^\circ \tan 40^\circ}$$

$$\tan 20^\circ + \tan 40^\circ = \sqrt{3} - \sqrt{3} \tan 20^\circ \cdot \tan 40^\circ$$

$$\tan 20^\circ + \tan 40^\circ + \sqrt{3} \tan 20^\circ \cdot \tan 40^\circ = \sqrt{3}$$

$$\text{Sol}^n 246. \sin 36^\circ \cdot \sin 72^\circ \cdot \sin 72^\circ \cdot \sin 36^\circ$$

$$= (\sin 36^\circ \cdot \sin 72^\circ)^2$$

$$\begin{aligned}
 &= (\sin 36^\circ \cdot \cos 18^\circ)^2 \\
 &= \left(\frac{1}{4} \sqrt{10-2\sqrt{5}} \cdot \frac{1}{4} \sqrt{10+2\sqrt{5}} \right)^2 \\
 &= \left(\frac{1}{16} \times \sqrt{80} \right)^2 = \frac{80}{16 \times 16} = \frac{5}{16}
 \end{aligned}$$

Solⁿ 247.

$$\begin{aligned}
 \frac{2 \cos 40^\circ - \cos 20^\circ}{\sin 20^\circ} &= \frac{\cos 40^\circ - \cos 20^\circ + \cos 40^\circ}{\sin 20^\circ} \\
 &= \frac{-2 \sin 30^\circ \cdot \sin 10^\circ + \cos 40^\circ}{\sin 20^\circ} \\
 &= \frac{-\sin 10^\circ + \sin 50^\circ}{\sin 20^\circ} = \frac{2 \sin 20^\circ \cdot \cos 30^\circ}{\sin 20^\circ} \\
 &= 2 \cos 30^\circ = \sqrt{3}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Sol}^n 248. \quad &2\sqrt{2} \sin 10^\circ \left(\frac{1}{2 \cos 5^\circ} + \frac{\cos 40^\circ}{\sin 5^\circ} - 2 \sin 35^\circ \right) \\
 &= 2\sqrt{2} \sin 10^\circ \left(\frac{\sin 5^\circ + 2 \cos 5^\circ \cos 40^\circ - 2 \sin 35^\circ \cdot 2 \sin 5^\circ \cos 5^\circ}{2 \sin 5^\circ \cos 5^\circ} \right) \\
 &= 2\sqrt{2} \sin 10^\circ \left(\frac{\sin 5^\circ + \cos 45^\circ + \cos 35^\circ - 2 \sin 35^\circ \cdot \sin 10^\circ}{\sin 10^\circ} \right) \\
 &= 2\sqrt{2} (\sin 5^\circ + \cos 45^\circ + \cos 35^\circ - 2 \sin 35^\circ \cdot \sin 10^\circ) \\
 &= 2\sqrt{2} \left[\sin 5^\circ + \frac{1}{\sqrt{2}} + \cos 35^\circ - (\cos 25^\circ - \cos 45^\circ) \right] \\
 &= 2\sqrt{2} \left[\sin 5^\circ + \frac{1}{\sqrt{2}} + \cos 35^\circ - \cos 25^\circ + \frac{1}{\sqrt{2}} \right] \\
 &= 2\sqrt{2} \left[\sin 5^\circ + \cos 35^\circ - \cos 25^\circ + \frac{2}{\sqrt{2}} \right] \\
 &= 2\sqrt{2} \left[\sin 5^\circ - 2 \sin 30^\circ \cdot \sin 5^\circ + \frac{2}{\sqrt{2}} \right] \\
 &= 2\sqrt{2} [\sin 5^\circ - \sin 5^\circ + \sqrt{2}] = 4
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Sol}^n 249. \quad &\cos x = n \cos y, \sin x = m \sin y \\
 &\cos^2 x + \sin^2 x = n^2 \cos^2 y + m^2 \sin^2 y \\
 &1 = n^2 (1 - \sin^2 y) + m^2 \sin^2 y \\
 &1 = n^2 + \sin^2 y (m^2 - n^2) \\
 &1 - n^2 = (m^2 - n^2) \sin^2 y
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Sol}^n 250. \quad &x \cos \theta + y \sin \theta = 4 \Rightarrow x \cos \theta = 4 - y \sin \theta \\
 &y \sin \theta = 2 = x \cos \theta \Rightarrow \sin \theta = \frac{2}{y}, \cos \theta = \frac{2}{x}
 \end{aligned}$$

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = \frac{4}{y^2} + \frac{4}{x^2} = 1$$

$$\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} = \frac{1}{4}$$

$$\text{Sol}^n 251. \quad (\sec^2 \theta - 1) + (\operatorname{cosec}^2 \theta - 1) = 14$$

$$\sec^2 \theta + \operatorname{cosec}^2 \theta = 16$$

$$\frac{1}{\cos^2 \theta} + \frac{1}{\sin^2 \theta} = 16$$

$$\frac{\sin^2 \theta + \cos^2 \theta}{\cos^2 \theta \sin^2 \theta} = 16$$

$$\frac{1}{\cos^2 \theta \sin^2 \theta} = 16$$

$$\sec^2 \theta \cdot \operatorname{cosec}^2 \theta = 16 \quad \sec \theta \cdot \operatorname{cosec} \theta = 4$$

$$\text{Sol}^n 252. \quad \cos(\alpha + \beta) = \frac{4}{5} \quad \begin{array}{c} 5 \\ \triangle \\ 4 \end{array} \Rightarrow \tan(\alpha + \beta) = \frac{3}{4}$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \frac{5}{13} \quad \begin{array}{c} 5 \\ \triangle \\ 12 \end{array} \Rightarrow \tan(\alpha - \beta) = \frac{5}{12}$$

$$\Rightarrow \tan 2\alpha = \tan(\alpha + \beta + \alpha - \beta) = \frac{\tan(\alpha + \beta) + \tan(\alpha - \beta)}{1 - \tan(\alpha + \beta) \tan(\alpha - \beta)}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{\frac{3}{4} + \frac{5}{12}}{1 - \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{12}} = \frac{14}{12} \times \frac{48}{48 - 15} = \frac{56}{33}
 \end{aligned}$$

$$= 2 \left(\frac{-5}{4} \right) - 5 \left(\frac{-5}{5} \right) - \left(\frac{4}{5} \right)$$

$$= \frac{-5}{2} + \frac{15}{5} - \frac{4}{5} = \frac{-15 + 30 - 8}{10} = \frac{7}{10}$$

Solⁿ 257. $\frac{1 + \sin x}{\cos x} = \frac{\cos x(2 - \sin x)}{\cos^2 x} = 2$

$$\frac{1 + \sin x}{\cos x} = \frac{2 - \sin x}{\cos x} = \frac{2}{\cos x} = 2$$

$$\sec x = 2 \Rightarrow x = 60^\circ$$

Solⁿ 258. $\cos \theta \cdot \frac{(\sin \theta + 2 \cos \theta)}{\cos \theta} = \frac{(2 \sin \theta + \cos \theta)}{\cos \theta}$

$$= \frac{2 \sin^2 \theta + 2 \sin \theta \cos \theta + 2 \cos^2 \theta}{\cos \theta}$$

$$= \frac{2 + 2 \sin \theta \cos \theta}{\cos \theta} = 2 \sec \theta + 2 \sin \theta$$

Solⁿ 259.

$$\cos \frac{\pi}{7} - \cos \frac{2\pi}{7} + \cos \frac{3\pi}{7} - \cos \frac{4\pi}{7} + \cos \frac{5\pi}{7} - \cos \frac{6\pi}{7}$$

$$= \cos \frac{\pi}{7} + \cos \frac{2\pi}{7} + \cos \frac{3\pi}{7} + \cos \left(\pi - \frac{3\pi}{7} \right) +$$

$$\cos \left(\pi - \frac{2\pi}{7} \right) + \cos \left(\pi - \frac{\pi}{7} \right)$$

$$= \cos \frac{\pi}{7} + \cos \frac{2\pi}{7} + \cos \frac{3\pi}{7} - \cos \frac{3\pi}{7} - \cos \frac{2\pi}{7} - \cos \frac{\pi}{7} = 0$$

Solⁿ 260. $\tan 9^\circ + \cot 9^\circ - (\tan 27^\circ + \cot 27^\circ)$

$$= \frac{\sin 9^\circ}{\cos 9^\circ} + \frac{\cos 9^\circ}{\sin 9^\circ} - \left(\frac{\sin 27^\circ}{\cos 27^\circ} + \frac{\cos 27^\circ}{\sin 27^\circ} \right)$$

$$= \frac{1}{\sin 9^\circ \cos 9^\circ} - \frac{1}{\sin 27^\circ \cos 27^\circ}$$

$$= \frac{2}{\sin 18^\circ} - \frac{2}{\sin 54^\circ} = \frac{2(\sin 54^\circ - \sin 18^\circ)}{\sin 18^\circ \sin 54^\circ}$$

$$= \frac{2(2 \sin 18^\circ \cos 36^\circ)}{\sin 18^\circ \cos 36^\circ} = 4$$

Solⁿ 261. $\sin x + 2 \cos x = 1$

$x = 90^\circ$ रखने पर

$$7 \cos x + 6 \sin x = 7 \cos 90^\circ + 6 \sin 90^\circ$$

$$= 6$$

$$\text{Sol}^n 266. \quad \frac{1}{2} \left[2 \sin \left(\frac{\pi}{10} \right) \sin \frac{3\pi}{10} \right]$$

$$= \frac{1}{2} \left[\cos \frac{2\pi}{10} - \cos \frac{7\pi}{10} \right] = \frac{1}{2} (\cos 36^\circ - \cos 72^\circ)$$

$$= \frac{1}{2} (\cos 36^\circ - \sin 18^\circ)$$

($\cos 36^\circ$ और $\sin 18^\circ$ का मान रखने पर)

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{\sqrt{5}-1}{4} - \frac{\sqrt{5}-1}{4} \right) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$$\text{Sol}^n 267. \quad \tan A - B = \frac{1}{\tan A - B} = \frac{1 - \tan A \tan B}{\tan A - \tan B} = \frac{1 - \frac{1}{2}}{\frac{1}{2} - \frac{1}{3}}$$

$$= \frac{1}{2} \div \frac{1}{3}$$

$$(\tan B - \tan A) = \frac{\tan A - \tan B}{\tan A \tan B} = \tan A \tan B = \frac{2}{3}$$

$$\text{Sol}^n 268. \quad \tan \left(\frac{\pi}{4} + \theta \right) - \tan \left(\frac{\pi}{4} - \theta \right)$$

$$= \frac{1 - \tan \theta}{1 + \tan \theta} - \frac{1 - \tan \theta}{1 - \tan \theta}$$

$$= \frac{1 - \tan^2 \theta - 2 \tan \theta - 1 - \tan^2 \theta - 2 \tan \theta}{1 - \tan^2 \theta}$$

$$= \frac{2 \tan \theta}{1 - \tan^2 \theta} = 2 \tan 2\theta$$

$$\text{Sol}^n 269. \quad \frac{1}{\tan \left(\frac{\pi}{4} + \theta \right)} - \frac{1}{\tan \left(\frac{\pi}{4} - \theta \right)}$$

$$\frac{(1 - \tan \theta)(1 - \tan \theta)}{(1 - \tan \theta)(1 - \tan \theta)} = 1$$

विशेषमिति
Solⁿ 270.

$$\sin(\alpha - \beta) = \cos(\alpha + \beta) = \sin(90^\circ - \alpha - \beta)$$

$$\alpha - \beta = 90 - \alpha - \beta$$

$$\alpha = 45^\circ, \beta = 15^\circ$$

$$\text{Sol}^n 271. \alpha + \beta = \pi + \gamma$$

$$\Rightarrow \sin(\alpha + \beta) = \sin(\pi + \gamma)$$

$$\Rightarrow \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta = -\sin \gamma$$

दोनों पक्षों का वर्ग करने पर

$$\Rightarrow \sin^2 \alpha (1 - \sin^2 \beta) + \sin^2 \beta (1 - \sin^2 \alpha) + 2 \sin \alpha \cos \beta \cdot \cos \alpha \sin \beta = \sin^2 \gamma$$

$$\Rightarrow \sin^2 \alpha - \sin^2 \alpha \sin^2 \beta + \sin^2 \beta - \sin^2 \alpha \sin^2 \beta + 2 \sin \alpha \cos \beta \cdot \cos \alpha \sin \beta = \sin^2 \gamma$$

$$\Rightarrow \sin^2 \alpha + \sin^2 \beta - \sin^2 \gamma$$

$$= 2 \sin \alpha \sin \beta (\sin \alpha \sin \beta - \cos \alpha \cos \beta)$$

$$= -2 \sin \alpha \sin \beta \cos(\alpha + \beta)$$

$$= -2 \sin \alpha \sin \beta \cos(180^\circ + \gamma)$$

$$= 2 \sin \alpha \sin \beta \cos \gamma$$

$$\text{Sol}^n 272. 1 + \cos 2x + \cos 4x + \cos 6x$$

$$1 + 2 \cos^2 x - 1 + 2 \cos \left(\frac{4x + 6x}{2} \right) \cos \left(\frac{6x - 4x}{2} \right)$$

$$= 2 \cos^2 x + 2 \cos 5x \cdot \cos x$$

$$= 2 \cos x (\cos x + \cos 5x)$$

$$= 2 \cos x \left[2 \cos \left(\frac{5x + x}{2} \right) \cos \left(\frac{5x - x}{2} \right) \right]$$

$$= 2 \cos x \cdot 2 \cos 3x \cdot \cos 2x$$

$$= 4 \cos x \cos 2x \cos 3x$$

द्वितीय विधि

$\theta = 0^\circ$ का मान हम सभी विकल्पों और प्रश्नों में रख सकते हैं।

$$1 + \cos 2x + \cos 4x + \cos 6x = 1 + \cos 0^\circ + \cos 0^\circ + \cos 0^\circ = 4$$

$$\text{विकल्प (a)} \quad 2 \cos x \cos 2x \cos 3x = 2$$

$$\text{विकल्प (b)} \quad 4 \sin x \cos 2x \cos 3x = 0$$

$$\text{विकल्प (c)} \quad 4 \cos x \cos 2x \cos 3x = 4$$

$$\text{विकल्प (d)} \quad \cos x \cos 2x \cos 3x = 1$$

अतः विकल्प (c) सही है।

$$\text{Sol}^n 273. \frac{\sin 12^\circ \cdot \sin 48^\circ \cdot \sin 72^\circ \cdot \sin 54^\circ}{\sin 72^\circ}$$

$$= \frac{1}{4} \cdot \frac{\sin 36^\circ \cdot \sin 54^\circ}{2 \sin 36^\circ \cdot \cos 36^\circ}$$

$$= \frac{1}{8} \cdot \frac{\sin 54^\circ}{\sin 54^\circ} = \frac{1}{8}$$

$$\text{Sol}^n 274. \frac{1}{2} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \cos 23^\circ - \frac{1}{2} \sin 23^\circ \right)$$

$$= \frac{1}{2} (\cos 30^\circ \cdot \cos 23^\circ - \sin 30^\circ \sin 23^\circ)$$

$$= \frac{1}{2} (\cos 53^\circ)$$

Solⁿ 275. प्रथम-विधि

$$= 2 \cos x - (\cos 3x + \cos 5x)$$

$$= 2 \cos x - \left[2 \cos \left(\frac{3x + 5x}{2} \right) \cos \left(\frac{5x - 3x}{2} \right) \right]$$

$$= 2 \cos x - 2 \cos 4x \cos x$$

$$= 2 \cos x (1 - \cos 4x)$$

$$= 2 \cos x (1 - 1 + 2 \sin^2 2x)$$

$$= 4 \cos x \sin^2 2x$$

$$= 4 \cos x (2 \sin x \cdot \cos x)^2$$

$$= 16 \cos^3 x \cdot \sin^2 x$$

द्वितीय-विधि

$x = 45^\circ$ सभी प्रश्नों और सभी विकल्पों में रखने पर

$$2 \cos 45^\circ - \cos 135^\circ - \cos 225^\circ$$

$$= \frac{2}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{4}{\sqrt{2}}$$

$$\text{जब } x = 45^\circ, (\sin x = \cos x)$$

$$\text{विकल्प (a)} \quad 16 \cos^5 x = 16 \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right)^5 = \frac{16}{4\sqrt{2}} = \frac{4}{\sqrt{2}}$$

$$\text{विकल्प (b)} \quad \sin^5 x = \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right)^5 = \frac{1}{4\sqrt{2}}$$

$$\text{विकल्प (c)} \quad 4 \cos^5 x = 4 \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right)^5 = \frac{4}{4\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\text{विकल्प (d)} \quad 4 \cos^5 x = 4 \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right)^5 = \frac{4}{4\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

अतः विकल्प (a) सही है।

$$\text{Sol}^n 276. \quad \frac{\sqrt{3}}{\sin 20^\circ} - \frac{1}{\cos 20^\circ}$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{3} \cos 20^\circ - \sin 20^\circ}{\sin 20^\circ \cdot \cos 20^\circ} = \frac{2 \left[\frac{\sqrt{3}}{2} \cos 20^\circ - \frac{1}{2} \sin 20^\circ \right]}{\sin 20^\circ \cdot \cos 20^\circ}$$

$$= \frac{2 \cdot 2 [\sin 60^\circ \cos 20^\circ - \cos 60^\circ \sin 20^\circ]}{2 \cdot \sin 20^\circ \cdot \cos 20^\circ}$$

$$= \frac{4 \sin 40^\circ}{\sin 40^\circ} = 4$$

$$\text{Sol}^n 277. \quad \frac{\sin 78^\circ - \sin 12^\circ}{\sin 78^\circ + \sin 12^\circ} + \frac{\sin 147^\circ}{\cos 147^\circ}$$

$$\frac{2 \cos 45^\circ \cdot \sin 33^\circ}{2 \sin 45^\circ \cdot \cos 33^\circ} - \frac{\sin 33^\circ}{\cos 33^\circ} = 0$$

$$\text{Sol}^n 278. \quad \cos 24^\circ + \cos 55^\circ + \cos 125^\circ + \cos 204^\circ + \cos 300^\circ$$

$$\cos 24^\circ + \cos(90^\circ - 35^\circ) + \cos(90^\circ + 35^\circ) + \cos(180^\circ + 24^\circ) + \cos(360^\circ - 60^\circ)$$

$$= \cos 24^\circ + \sin 35^\circ - \sin 35^\circ - \cos 24^\circ + \cos 60^\circ$$

$$= \frac{1}{2}$$

$$\text{Sol}^n 279. \quad \frac{2 \sin \theta \tan \theta - 2 \sin \theta \tan^2 \theta + 2 \sin \theta \sec^2 \theta}{(1 + \tan \theta)^2}$$

$$= \frac{2 \sin \theta \tan \theta + 2 \sin \theta (\sec^2 \theta - \tan^2 \theta)}{(1 + \tan \theta)^2}$$

$$= \frac{2 \sin \theta \tan \theta + 2 \sin \theta}{(1 + \tan \theta)^2} = \frac{2 \sin \theta (1 + \tan \theta)}{1 + \tan \theta^2}$$

$$= \frac{2 \sin \theta}{1 + \tan \theta}$$

$$\text{Sol}^n 280. \quad m \tan(\theta - 30^\circ) = -n \cot(\theta + 30^\circ)$$

$$\tan(\theta - 30^\circ) \cdot \tan(\theta + 30^\circ) = \frac{-n}{m}$$

$$\frac{\sqrt{3} \tan \theta - 1}{\sqrt{3} + \tan \theta} \cdot \frac{\sqrt{3} \tan \theta + 1}{\sqrt{3} - \tan \theta} = \frac{-n}{m}$$

$$\frac{3 \tan^2 \theta - 1}{3 - \tan^2 \theta} = \frac{-n}{m}$$

$$\frac{m}{n} = \frac{3 - \tan^2 \theta}{1 - 3 \tan^2 \theta}$$

$$\frac{m+n}{m-n} = \frac{4 - 4 \tan^2 \theta}{2 + 2 \tan^2 \theta}$$

$$= \frac{4(1 - \tan^2 \theta)}{2(1 + \tan^2 \theta)} = 2 \cos 2\theta$$

Solⁿ 281. प्रथम-विधि:

$$\cos A + 2 \cos \left(\frac{240^\circ + A + 240^\circ - A}{2} \right)$$

$$\cos \left(\frac{240^\circ + A - 240^\circ + A}{2} \right)$$

$$= \cos A + 2 \cos 240^\circ \cdot \cos A$$

$$= \cos A \left[1 + 2 \left(\frac{-1}{2} \right) \right] = 0$$

दिए गए विधि:

$$\cos A + \cos(240^\circ + A) + \cos(240^\circ - A)$$

हम $A = 240^\circ$ का मान रख सकते हैं, तब

$$= \cos 240^\circ + \cos(480^\circ) + \cos 0^\circ$$

$$= \frac{1}{2} - \frac{1}{2} + 1 = 0$$

Solⁿ 282. $1 + \cos 56^\circ + \cos 58^\circ - \cos 66^\circ$

$$1 + 2\cos 28^\circ - 1 + 2\sin\left(\frac{58^\circ + 66^\circ}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{66^\circ - 58^\circ}{2}\right)$$

$$= 2\cos 28^\circ + 2\sin 62^\circ \sin 4^\circ$$

$$= 2\cos 28^\circ + 2\cos 28^\circ \cos 86^\circ$$

$$= 2\cos 28^\circ (\cos 28^\circ + \cos 86^\circ)$$

$$= 2\cos 28^\circ (2\cos 57^\circ \cos 29^\circ)$$

$$= 4\cos 28^\circ \cos 29^\circ \sin 33^\circ$$

$$\left[\because \cos C + \cos D = 2\cos\left(\frac{C+D}{2}\right)\cos\left(\frac{C-D}{2}\right) \right]$$

Solⁿ 283. $\frac{\tan A}{1 - \tan A} \cdot \frac{\tan B}{1 - \tan B}$

$$= \frac{\frac{1}{\cot A}}{1 - \frac{1}{\cot A}} \cdot \frac{\frac{1}{\cot B}}{1 - \frac{1}{\cot B}}$$

$$= \frac{1}{(\cot A - 1)} \cdot \frac{1}{(\cot B - 1)} = \frac{1}{2}$$

$$\left(\because \text{यदि } A + B = 225^\circ \right. \\ \left. \text{तब } (\cot A - 1) \cdot (\cot B - 1) = 2 \right)$$

Solⁿ 284. $\frac{\sin(B+A) + \cos(B-A)}{\sin(B-A) + \cos(B+A)}$

$$= \frac{\sin B \cos A + \cos B \sin A + \cos A \cos B + \sin A \sin B}{\sin B \cos A - \cos B \sin A + \cos A \cos B - \sin A \sin B}$$

$$= \frac{(\cos A + \sin A)(\cos B + \sin B)}{(\cos A - \sin A)(\cos B + \sin B)}$$

$$= \frac{\cos A + \sin A}{\cos A - \sin A}$$

Solⁿ 285. $\tan \theta = \frac{x \sin \phi}{1 - \cos \phi}$

$$\Rightarrow \frac{1}{\tan \theta} = \frac{1}{x \sin \phi} - \cot \phi$$

$$\frac{1}{\tan \theta} + \cot \phi = \frac{1}{x \sin \phi}$$

$$\Rightarrow \cot \theta + \cot \phi = \frac{1}{x \sin \phi} \quad \dots (i)$$

$$\tan \phi = \frac{y \sin \theta}{1 - y \cos \theta}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\tan \phi} = \frac{1}{y \sin \theta} - \cot \theta$$

$$\frac{1}{\tan \phi} + \cot \theta = \frac{1}{y \sin \theta}$$

$$\Rightarrow \cot \phi + \cot \theta = \frac{1}{y \sin \theta} \quad \dots (ii)$$

समीकरण (i) और (ii) से

$$\frac{1}{x \sin \phi} = \frac{1}{y \sin \theta} \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{\sin \theta}{\sin \phi}$$

Solⁿ 286. $\tan x = \frac{b}{a}$

$$= \sqrt{\frac{1 + \frac{b}{a}}{1 - \frac{b}{a}}} + \sqrt{\frac{1 - \frac{b}{a}}{1 + \frac{b}{a}}}$$

$$= \sqrt{\frac{1 + \tan x}{1 - \tan x}} + \sqrt{\frac{1 - \tan x}{1 + \tan x}}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{(1 + \tan x) + (1 - \tan x)}{\sqrt{1 - \tan^2 x}} \\
 &= \frac{2}{\sqrt{1 - \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}}} = \frac{2}{\sqrt{\frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\cos^2 x}}} \\
 &= \frac{2 \cos x}{\sqrt{\cos 2x}}
 \end{aligned}$$

Solⁿ 287. $\cos(A + B) = \alpha \cos A \cos B + \beta \sin A \sin B$

$\alpha = 1, \quad \beta = -1$

Solⁿ 288. $\tan \alpha + 2 \tan 2\alpha + 4 \tan 4\alpha + \frac{8(1 - \tan^2 4\alpha)}{2 \tan 4\alpha}$

$\left(\because \cot 2\theta = \frac{1 - \tan^2 \theta}{2 \tan \theta} \right)$

$= \tan \alpha + 2 \tan 2\alpha + \frac{8 \tan^2 4\alpha + 8 - 8 \tan^2 \alpha}{2 \tan 4\alpha}$

$= \tan \alpha + 2 \tan 2\alpha + \frac{4}{\tan 4\alpha}$

$= \tan \alpha + 2 \tan 2\alpha + \frac{4(1 - \tan^2 2\alpha)}{2 \tan 2\alpha}$

$= \tan \alpha + \frac{2}{\tan 2\alpha} = \tan \alpha + \frac{2(1 - \tan^2 \alpha)}{2 \tan \alpha} = \frac{1}{\tan \alpha}$

$= \cot \alpha$

Solⁿ 289 $\left(\cos\left(\frac{\pi}{3} - x\right) + \cos\left(\frac{\pi}{3} + x\right) \right) \left(\cos\left(\frac{\pi}{3} - x\right) - \cos\left(\frac{\pi}{3} + x\right) \right)$

$\left[\cos \frac{\pi}{3} \cos x + \sin \frac{\pi}{3} \sin x + \cos \frac{\pi}{3} \cos x - \sin \frac{\pi}{3} \sin x \right] \times$

$\left[\cos \frac{\pi}{3} \cos x + \sin \frac{\pi}{3} \sin x - \cos \frac{\pi}{3} \cos x + \sin \frac{\pi}{3} \sin x \right]$

$= \left[2 \cos \frac{\pi}{3} \cos x \right] \left[2 \sin \frac{\pi}{3} \sin x \right]$

$= (\cos x)(\sqrt{3} \sin x)$

$= \frac{\sqrt{3}}{2} (2 \sin x \cos x)$

$= \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 2x$ ($\sin 2x$ का अधिकतम मान 1 है)

$= \frac{\sqrt{3}}{2}$

Solⁿ 290. $\frac{(\sqrt{1 + \sin x} + \sqrt{1 - \sin x})}{(\sqrt{1 + \sin x} - \sqrt{1 - \sin x})} \times \frac{(\sqrt{1 + \sin x} + \sqrt{1 - \sin x})}{(\sqrt{1 + \sin x} + \sqrt{1 - \sin x})}$

$= \frac{1 + \sin x + 1 - \sin x + 2\sqrt{1 - \sin^2 x}}{1 + \sin x - 1 + \sin x}$

$= \frac{2(1 - \cos x)}{2 \sin x}$, here $\sqrt{\cos^2 x} = -\cos x$

(x, IV चतुर्थांश)

$= \frac{1 - 1 + 2 \sin^2 \frac{x}{2}}{2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2}} = \tan \frac{x}{2}$

Solⁿ 291. प्रथम-विधि

$\sin A = n \sin B$

$\frac{\sin A}{\sin B} = \frac{n}{1}$

योगान्तरानुपात नियम द्वारा

$\frac{\sin A + \sin B}{\sin A - \sin B} = \frac{n + 1}{n - 1}$

$\frac{2 \sin\left(\frac{A+B}{2}\right) \cos\left(\frac{A-B}{2}\right)}{2 \cos\left(\frac{A+B}{2}\right) \sin\left(\frac{A-B}{2}\right)} = \frac{n+1}{n-1}$

$\frac{\tan\left(\frac{A+B}{2}\right)}{\tan\left(\frac{A-B}{2}\right)} = \frac{n+1}{n-1}$

$\frac{\tan\left(\frac{A+B}{2}\right)}{\tan\left(\frac{A-B}{2}\right)} = \frac{n+1}{n-1}$

त्रिकोणमिति

$$\left(\frac{n-1}{n+1}\right) \tan\left(\frac{A+B}{2}\right) = \tan\left(\frac{A-B}{2}\right)$$

द्वितीय-विधि:

$$\sin A = n \sin B$$

$A = 90^\circ$ और $B = 30^\circ$ मान रखने पर

तब, $n = 2$

$$\left(\frac{n-1}{n+1}\right) \tan 60^\circ = \frac{1}{3} \times \sqrt{3} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

यह मान सभी विकल्पों में रखने पर

$$\text{विकल्प (a)} \quad \sin\left(\frac{A-B}{2}\right) = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\text{विकल्प (b)} \quad \tan\left(\frac{A-B}{2}\right) = \tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\text{विकल्प (c)} \quad \cot\left(\frac{A-B}{2}\right) = \cot 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\text{विकल्प (d)} \quad \tan\left(\frac{A+B}{2}\right) = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$$

अतः विकल्प (b) सही है।

$$\text{Sol}^n 292. \quad \frac{\sin^2 A - \sin^2 B}{\sin A \cos A - \sin B \cos B}$$

$$= \frac{\sin(A+B) \cdot \sin(A-B)}{\frac{1}{2}(2 \sin A \cos A - 2 \sin B \cos B)}$$

$$= \frac{\sin(A+B) \cdot \sin(A-B)}{\frac{1}{2}(2 \sin 2A - 2 \sin 2B)}$$

$$= \frac{\sin(A+B) \cdot \sin(A-B)}{\frac{1}{2} \cdot 2 \cos(A+B) \cdot \sin(A-B)}$$

$$= \frac{\sin(A+B) \sin(A-B)}{\cos(A+B) \sin(A-B)} = \tan(A+B)$$

$$\text{Sol}^n 293. \quad \cos A = m \cos B$$

$$\frac{\cos A}{\cos B} = \frac{m}{1}$$

$$\frac{\cos A + \cos B}{\cos A - \cos B} = \frac{m+1}{m-1}$$

$$\frac{2 \cos \frac{A+B}{2} \cdot \cos \frac{A-B}{2}}{2 \sin \frac{A+B}{2} \cdot \sin \frac{B-A}{2}} = \frac{m+1}{m-1}$$

$$\cot \frac{A+B}{2} \cdot \cot \frac{B-A}{2} = \frac{m+1}{m-1}$$

$$\cot \frac{A+B}{2} = \frac{m+1}{m-1} \tan \frac{B-A}{2}$$

$$\text{Sol}^n 294.$$

$$x \cos \theta = y \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) = z \cos\left(\theta + \frac{4\pi}{3}\right) = k \quad (\text{let})$$

$$\frac{k}{x} + \frac{k}{y} + \frac{k}{z} = \cos \theta + \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) + \cos\left(\theta + \frac{4\pi}{3}\right)$$

$$= \cos \theta + \cos \theta \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) - \sin \theta \sin\left(\frac{2\pi}{3}\right) + \cos \theta \cos\left(\frac{4\pi}{3}\right) - \sin \theta \sin\left(\frac{4\pi}{3}\right)$$

$$= \cos \theta - \frac{\cos \theta}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \theta + \frac{1}{2} \cos \theta + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \theta$$

$$= \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 0$$

$$\text{Sol}^n 295. \quad 2 \sin A \cos^3 A - 2 \sin^3 A \cos A$$

$$2 \sin A \cos A (\cos^2 A - \sin^2 A)$$

$$\frac{1}{2} (2 \sin 2A \cdot \cos 2A) = \frac{1}{2} \sin 4A$$

$$\text{Sol}^n 296. \quad \tan A + \cot A - \tan A - \cot A$$

$$= \tan A - \cot A$$

$$\text{Sol}^n 297. \frac{(\sin 30 + \sin 50) + (\sin 70 + \sin 90)}{(\cos 30 + \cos 50) + (\cos 70 + \cos 90)}$$

$$= \frac{2 \sin 40 \cdot \cos 0 + 2 \sin 80 \cdot \cos 0}{2 \cos 40 \cos 0 + 2 \cos 80 \cdot \cos 0}$$

$$= \frac{\sin 40 + \sin 80}{\cos 40 + \cos 80} = \frac{2 \sin 60 \cdot \cos 20}{2 \cos 60 \cdot \cos 20}$$

$$= \tan 60$$

Solⁿ 298. A, B, C, D चतुर्भुज के कोण हैं।

$$\angle A + \angle C = 180^\circ, \quad \angle B + \angle D = 180^\circ$$

$$\cos A + \cos B + \cos(180^\circ - A) + \cos(180^\circ - B)$$

$$\cos A + \cos B - \cos A - \cos B = 0$$

$$\text{Sol}^n 299. \frac{2 \sin \alpha}{1 + \cos \alpha + \sin \alpha} = y$$

$\alpha = 45^\circ$ रखने पर

$$\Rightarrow \frac{2}{1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}} = y$$

$$\Rightarrow y = \frac{2}{2 + \sqrt{2}} = 2 - \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow \frac{1 - \cos \alpha + \sin \alpha}{1 + \sin \alpha} = \frac{1 - \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}}{1 + \frac{1}{\sqrt{2}}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} + 1}$$

$$= \frac{\sqrt{2}(\sqrt{2} - 1)}{1} = 2 - \sqrt{2} = y$$

$$\text{Sol}^n 300. 1 - \frac{\sin^2 y}{1 + \cos y} + \frac{1 + \cos y}{\sin y} - \frac{\sin y}{1 - \cos y}$$

$$= 1 - \frac{1 - \cos^2 y}{1 + \cos y} + \frac{1 + \cos y}{\sin y} - \frac{\sin y}{1 - \cos y}$$

$$= 1 - \frac{(1 + \cos y)(1 - \cos y)}{1 + \cos y} + \frac{(1 - \cos^2 y) - \sin^2 y}{\sin y(1 - \cos y)}$$

$$= \frac{\sin^3 y \cos y}{\sin^3 y} = \cos y$$

$$\text{Sol}^n 301. \frac{\sin 70^\circ + \cos 40^\circ}{\cos 70^\circ + \sin 40^\circ} = \frac{\cos 20^\circ + \cos 40^\circ}{\sin 20^\circ + \sin 40^\circ}$$

$$= \frac{2 \cos 30^\circ \cdot \cos 10^\circ}{2 \sin 30^\circ \cdot \cos 10^\circ} = \cot 30^\circ = \sqrt{3}$$

$$\text{Sol}^n 302. x = \sec \phi - \tan \phi, \quad y = \operatorname{cosec} \phi + \cot \phi$$

$$x = \frac{1 - \sin \phi}{\cos \phi}, \quad y = \frac{1 + \cos \phi}{\sin \phi}$$

$\phi = 45^\circ$ रखने पर

$$x = \sqrt{2} - 1, \quad y = \sqrt{2} + 1$$

$$\frac{y-1}{y+1} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}+2} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}(\sqrt{2}+1)} = \sqrt{2}-1$$

अतः विकल्प (c) सही है।

$$\text{Sol}^n 303. \frac{\sin^4 A}{a} + \frac{\cos^4 A}{b} = \frac{1}{a+b}$$

$$\left(\frac{a+b}{a}\right) \sin^4 A + \left(\frac{a+b}{b}\right) \cos^4 A = 1$$

$$\left(\frac{a+b}{a} \sin^2 A\right) \sin^2 A + \left(\frac{a+b}{b} \cos^2 A\right) \cos^2 A = 1$$

$$\left(\because \frac{a+b}{a} \sin^2 A = 1 \text{ व } \frac{a+b}{b} \cos^2 A = 1\right)$$

$$\sin^2 A = \frac{a}{a+b} \quad \text{व} \quad \cos^2 A = \frac{b}{a+b}$$

$$\frac{\sin^8 A}{a^3} + \frac{\cos^8 A}{b^3} = \frac{a^4}{(a+b)^4 a^3} + \frac{b^4}{(a+b)^4 b^3}$$

$$= \frac{a+b}{(a+b)^4} = \frac{1}{(a+b)^3}$$

विकल्पमिति

Sol* 304. $2y \cos \theta = x \sin \theta \Rightarrow 2y \operatorname{cosec} \theta = x \sec \theta$

$x \sec \theta$ का मान रखने पर

$$2x \sec \theta - y \operatorname{cosec} \theta = 3$$

$$2.2y \operatorname{cosec} \theta - y \operatorname{cosec} \theta = 3$$

$$4y \operatorname{cosec} \theta - y \operatorname{cosec} \theta = 3$$

$$3y \operatorname{cosec} \theta = 3 \Rightarrow y \operatorname{cosec} \theta = 1$$

or $\sin \theta = y$

तब, $2y \cos \theta = xy \Rightarrow 2 \cos \theta = x$

अतः $x^2 + 4y^2 = 4 \cos^2 \theta + 4 \sin^2 \theta$
 $= 4$

द्वितीय-विधि:

$\theta = 45^\circ$ रखने पर

$$2y \cos 45^\circ = x \sin 45^\circ \Rightarrow x = 2y$$

$$2x \sec 45^\circ - y \operatorname{cosec} 45^\circ = 3$$

$$\sqrt{2}(2x - y) = 3 \Rightarrow \sqrt{2}(4y - y) = 3$$

$$y = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$x = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$

$$x^2 + 4y^2 = 2 + 4 \times \frac{1}{2} = 4$$

Sol* 305. $\tan \theta - \cot \theta = a$ और $\cos \theta + \sin \theta = b$

$\theta = 45^\circ$ रखने पर

$$\tan 45^\circ - \cot 45^\circ = a,$$

$$\cos 45^\circ + \sin 45^\circ = b$$

$$a = 0, \quad \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} = b$$

$$\frac{1+1}{\sqrt{2}} = b \Rightarrow b = \sqrt{2}$$

$$(b^2 - 1)^2 (a^2 + 4) = [(\sqrt{2})^2 - 1]^2 (0 + 4)$$

$$= (2 - 1)^2 (4)$$

$$= 4$$

Sol* 306. $\tan \theta = \frac{\sin \alpha - \cos \alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha}$

$$\frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{\sin \alpha - \cos \alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha}$$

माना, $\sin \alpha - \cos \alpha = k \sin \theta$

$$\sin \alpha + \cos \alpha = k \cos \theta$$

समी. को वर्ग करने के बाद जोड़ने पर

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha - 2 \sin \alpha \cos \alpha + \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha + 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$= k^2 (\sin^2 \theta + \cos^2 \theta)$$

$$2 = k^2$$

$$k = \sqrt{2}$$

अतः $\sin \alpha - \cos \alpha = \sqrt{2} \sin \theta$

$$\sin \alpha + \cos \alpha = \sqrt{2} \cos \theta$$

Sol* 307. $\sin \theta + \sin \phi = a, \quad \cos \theta + \cos \phi = b$

$\theta = 90^\circ$ और $\phi = 30^\circ$ का मान रखने पर

$$a = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}, \quad b = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\tan \left(\frac{\theta - \phi}{2} \right) = \tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

विकल्प (b) $\Rightarrow \sqrt{\frac{4 - a^2 - b^2}{a^2 + b^2}} = \sqrt{\frac{4 - \frac{9}{4} - \frac{3}{4}}{\frac{9}{4} + \frac{3}{4}}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

अतः विकल्प (b) सही है।

Sol* 308. उत्तर पर निर्भर नहीं करता इसलिए $\alpha = 0^\circ$ रखने पर

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 (\alpha + 120^\circ) + \cos^2 (\alpha - 120^\circ)$$

$$= \cos^2 0^\circ + \cos^2 120^\circ + \cos^2 (-120^\circ)$$

$$= 1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{2}$$

206

$$\begin{aligned}
 \text{Sol}^n 309. & \sin \frac{3\pi}{14} \sin \frac{5\pi}{14} \sin \frac{7\pi}{14} \sin \frac{9\pi}{14} \sin \frac{11\pi}{14} \sin \frac{13\pi}{14} \\
 &= \sin \frac{\pi}{14} \cdot \sin \frac{3\pi}{14} \cdot \sin \frac{5\pi}{14} \cdot \sin \left(\pi - \frac{5\pi}{14} \right) \cdot \sin \left(\pi - \frac{3\pi}{14} \right) \cdot \sin \left(\pi - \frac{\pi}{14} \right) \\
 &= \sin \frac{\pi}{14} \cdot \sin \frac{3\pi}{14} \cdot \sin \frac{5\pi}{14} \cdot \sin \frac{5\pi}{14} \cdot \sin \frac{3\pi}{14} \cdot \sin \frac{\pi}{14} \\
 &= \sin^2 \frac{\pi}{14} \cdot \sin^2 \frac{3\pi}{14} \cdot \sin^2 \frac{5\pi}{14} \\
 &= \left(\sin \frac{\pi}{14} \cdot \sin \frac{3\pi}{14} \cdot \sin \frac{5\pi}{14} \right)^2 \\
 &= \left(\sin \left(\frac{\pi}{2} - \frac{6\pi}{14} \right) \cdot \sin \left(\frac{\pi}{2} - \frac{4\pi}{14} \right) \cdot \sin \left(\frac{\pi}{2} - \frac{2\pi}{14} \right) \right)^2 \\
 &= \left(\cos \left(\frac{6\pi}{14} \right) \cdot \cos \left(\frac{4\pi}{14} \right) \cdot \cos \left(\frac{2\pi}{14} \right) \right)^2 \\
 &= \left(\cos \left(\frac{3\pi}{7} \right) \cdot \cos \left(\frac{2\pi}{7} \right) \cdot \cos \left(\frac{\pi}{7} \right) \right)^2 \\
 &= \left(\frac{\cos \left(\frac{3\pi}{7} \right) \cdot \cos \left(\frac{2\pi}{7} \right) \cdot 2 \sin \left(\frac{\pi}{7} \right) \cdot \cos \left(\frac{\pi}{7} \right)}{2 \sin \left(\frac{\pi}{7} \right)} \right)^2 \\
 &= \left(\frac{\cos \left(\frac{3\pi}{7} \right) \cdot \cos \left(\frac{2\pi}{7} \right) \cdot 2 \sin \left(\frac{2\pi}{7} \right)}{2.2 \sin \left(\frac{\pi}{7} \right)} \right)^2 \\
 &= \left(\frac{\cos \left(\pi - \frac{4\pi}{7} \right) \cdot \sin \left(\frac{4\pi}{7} \right)}{2.2 \sin \left(\frac{\pi}{7} \right)} \right)^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \left(\frac{-\cos \left(\frac{4\pi}{7} \right) \cdot 2 \sin \left(\frac{4\pi}{7} \right)}{2.2.2 \sin \left(\frac{\pi}{7} \right)} \right)^2 \\
 &= \left(\frac{-\sin \left(\frac{8\pi}{7} \right)}{8 \sin \left(\frac{\pi}{7} \right)} \right)^2 \\
 &= \left(\frac{-\sin \left(\pi + \frac{\pi}{7} \right)}{8 \sin \left(\frac{\pi}{7} \right)} \right)^2 \\
 &= \left(\frac{\sin \left(\frac{\pi}{7} \right)}{8 \sin \left(\frac{\pi}{7} \right)} \right)^2 = \left(\frac{1}{8} \right)^2 = \frac{1}{64}
 \end{aligned}$$

$$\text{Sol}^n 310. \tan A = \frac{1 - \cos B}{\sin B} = \frac{1 - 1 + 2 \sin^2 \frac{B}{2}}{2 \sin \frac{B}{2} \cos \frac{B}{2}} = \tan \frac{B}{2}$$

$$A = \frac{B}{2} \Rightarrow B = 2A$$

$$\tan 2A = \tan B$$

$$\begin{aligned}
 \text{Sol}^n 311. & \sin 600^\circ \cos 330^\circ + \cos 120^\circ \sin 150^\circ \\
 &= \sin(2 \times 360^\circ - 120^\circ) \cdot \cos(360^\circ - 30^\circ) + \cos(90^\circ + 30^\circ) \cdot \sin(180^\circ - 30^\circ) \\
 &= (-\sin 120^\circ) \cdot (\cos 30^\circ) + (-\sin 30^\circ) \cdot (\sin 30^\circ) \\
 &= -\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = -\frac{3}{4} - \frac{1}{4} = -1
 \end{aligned}$$

Solⁿ 312.

$$\tan 2A = \tan(A + B + A - B) = \frac{\tan(A + B) + \tan(A - B)}{1 - \tan(A + B) \tan(A - B)}$$

त्रिकोणमिति

Solⁿ 313.

$$\begin{aligned}
 & \frac{\sec 8A}{\sec 4A} \\
 &= \frac{2 \sin \frac{A}{2}}{2} \\
 &= \frac{\sin 8A}{\cos 8A} \\
 &= \tan 8A
 \end{aligned}$$

Solⁿ 314.

$$\alpha \beta =$$

तब स

$$x^2 -$$

$$x^2 -$$

abx

abx

Solⁿ 315.

तब

$$(x^2 -$$

मिकाणमिति

$$= \frac{p+q}{1-pq}$$

Solⁿ 313.

$$\frac{\sec 8A - 1}{\sec 4A - 1} = \frac{1 - \cos 8A}{1 - \cos 4A} \times \frac{\cos 4A}{\cos 8A} = \frac{2 \sin^2 4A}{2 \sin^2 2A} \times \frac{\cos 4A}{\cos 8A}$$

$$= \frac{2 \sin 4A \cos 4A \cdot \sin 4A}{2 \sin^2 2A \cdot \cos 8A}$$

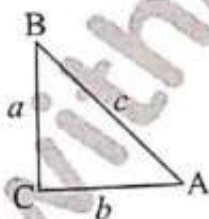
$$= \frac{\sin 8A \times 2 \sin 2A \cos 2A}{\cos 8A \times 2 \sin^2 2A}$$

$$= \tan 8A \cdot \frac{\cos 2A}{\sin 2A}$$

$$= \frac{\tan 8A}{\tan 2A}$$

Solⁿ 314. $\alpha + \beta = \tan A + \tan B = \frac{a}{b} + \frac{b}{a} = \frac{a^2 + b^2}{ab}$

$$\alpha \beta = \tan A \cdot \tan B = \frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} = 1$$



तब समीकरण

$$x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta = 0$$

$$x^2 - \left(\frac{a^2 + b^2}{ab}\right)x + 1 = 0$$

$$abx^2 - (a^2 + b^2)x + ab = 0$$

$$abx^2 - c^2x + ab = 0 \quad (\because a^2 + b^2 = c^2)$$

Solⁿ 315. $\sin A + \sin 2A = x$ और $\cos A + \cos 2A = y$

A = 0 रखने पर

तब, $x = 0$, $y = 2$

$$(x^2 + y^2)(x^2 + y^2 - 3) = 4(4 - 3)$$

$$= 4 = 2y$$

Solⁿ 316. $\cos(A - B) = \frac{3}{5}$ व $\frac{\sin A \sin B}{\cos A \cos B} = 2$

$$\cos A \cos B + \sin A \sin B = \frac{3}{5}$$

$$3 \cos A \cos B = \frac{3}{5}$$

$$\cos A \cos B = \frac{1}{5}$$

$$\sin A \sin B = \frac{2}{5}$$

Solⁿ 317. $\frac{\cos 9^\circ + \sin 9^\circ}{\cos 9^\circ - \sin 9^\circ} = \frac{\sin 81^\circ + \sin 9^\circ}{\sin 81^\circ - \sin 9^\circ}$

$$= \frac{2 \sin 45^\circ \cdot \cos 36^\circ}{2 \cos 45^\circ \cdot \sin 36^\circ} = \cot 36^\circ = \tan 54^\circ$$

Solⁿ 318. $\tan \alpha = \frac{1}{7}$, $\tan \beta = \frac{1}{3}$

$$\cos 2\alpha = \frac{1 - \tan^2 \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} = \frac{1 - \frac{1}{49}}{1 + \frac{1}{49}} = \frac{48}{50} = \frac{24}{25}$$

$$\sin 2\beta = \frac{2 \tan \beta}{1 + \tan^2 \beta} = \frac{\frac{2}{3}}{1 + \frac{1}{9}} = \frac{2}{3} \times \frac{9}{10} = \frac{3}{5}$$

$$\cos 2\beta = \frac{4}{5}$$

$$\sin 4\beta = 2 \sin 2\beta \cos 2\beta = 2 \times \frac{3}{5} \times \frac{4}{5} = \frac{24}{25}$$

अतः $\cos 2\alpha = \sin 4\beta$

Solⁿ 319. दिया है, $A = 130^\circ$

$$x = \sin A + \cos A$$

$$x = \sin 130^\circ + \cos 130^\circ$$

$$= \cos 40^\circ - \sin 40^\circ$$

($0 = 0^\circ$ to 45° $\cos \theta > \sin \theta$)

$$x = +ve$$

$$x > 0$$

Solⁿ 320. $\tan A = \frac{1}{2}, \quad \tan B = \frac{1}{3}$

$$\cos 2A = \frac{1 - \tan^2 A}{1 + \tan^2 A} = \frac{1 - \frac{1}{4}}{1 + \frac{1}{4}} = \frac{3}{5}$$

$$\sin 2B = \frac{2 \tan B}{1 + \tan^2 B} = \frac{\frac{2}{3}}{1 + \frac{1}{9}} = \frac{2}{3} \times \frac{9}{10} = \frac{3}{5}$$

अतः $\cos 2A = \sin 2B$

Solⁿ 321. $\sin(120^\circ - A) = \sin(120^\circ - B)$

$$\Rightarrow 120^\circ - A = 120^\circ - B$$

$$\Rightarrow A = B$$

Solⁿ 322. $\beta = 0^\circ$ रखने पर कोई भी विकल्प बराबर नहीं है।

(हम $\alpha = 0^\circ$ भी रख सकते हैं।)

$$2 \sin^2 \beta + 4 \cos(\alpha + \beta) \cdot \sin \alpha \cdot \sin \beta + \cos 2(\alpha + \beta)$$

$$= 0 + 0 + \cos 2\alpha$$

$$= \cos 2\alpha$$

विकल्प (c) सही है।

Solⁿ 323. $\cos 12^\circ + \cos 84^\circ - \cos 24^\circ - \cos 48^\circ$

$$= 2 \cos \frac{(12^\circ + 84^\circ)}{2} \cos \frac{(84^\circ - 12^\circ)}{2} - \left[2 \cos \frac{(48^\circ + 24^\circ)}{2} \cos \frac{(48^\circ - 24^\circ)}{2} \right]$$

$$= 2 \cos 48^\circ \cdot \cos 36^\circ - 2 \cos 36^\circ \cos 12^\circ$$

$$= 2 \cos 36^\circ (\cos 48^\circ - \cos 12^\circ)$$

$$= 2 \cos 36^\circ (-2 \sin 30^\circ \sin 18^\circ)$$

$$= -2 \cos 36^\circ \sin 18^\circ$$

$$= -2 \left(\frac{\sqrt{5} + 1}{4} \right) \left(\frac{\sqrt{5} - 1}{4} \right)$$

$$= -2 \times \frac{4}{4 \times 4} = -\frac{1}{2}$$

Solⁿ 324. $A + C = B$

$$\tan(A + C) = \tan B$$

$$\frac{\tan A + \tan C}{1 - \tan A \tan C} = \tan B$$

$$\tan A + \tan C = \tan B - \tan A \tan B \tan C$$

$$\tan A \tan B \tan C = \tan B - \tan C - \tan A$$

Solⁿ 325. $\tan \theta \sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$

$$\tan \theta \cdot \cos \theta \cdot \sin \theta = \sin^2 \theta$$

Solⁿ 326. $x = \frac{\cos 10^\circ \cdot \cos 20^\circ \cdot \cos 40^\circ \cdot \cos 80^\circ}{\cos 80^\circ}$

$$x = \frac{1}{4} \cdot \frac{\cos 10^\circ \cdot \cos 60^\circ}{\cos 80^\circ}$$

$$x = \frac{1}{4} \cdot \frac{\sin 80^\circ}{\cos 80^\circ} \times \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{1}{8} \cdot \tan 80^\circ = \frac{1}{8} \cot 10^\circ$$

Solⁿ 327.

$$\frac{(\sin 12^\circ \cdot \sin 48^\circ \cdot \sin 72^\circ) \cdot (\sin 24^\circ \cdot \sin 36^\circ \cdot \sin 84^\circ)}{\sin 72^\circ \cdot \sin 36^\circ}$$

$$= \frac{1}{4} \sin 36^\circ \times \frac{1}{4} \sin 72^\circ \times \frac{1}{\sin 72^\circ \sin 36^\circ}$$

$$= \frac{1}{16}$$

Solⁿ 328. $\tan 5x = \frac{\tan 3x - \tan 2x}{1 - \tan 3x \tan 2x}$

$$= \tan 5x - \tan 5x \tan 3x \tan 2x = \tan 3x + \tan 2x$$

$$= \tan 5x \tan 3x \tan 2x = \tan 5x - \tan 3x - \tan 2x$$

Solⁿ 329. $\cos \alpha + \cos \beta = \sin \alpha + \sin \beta$

दोनों पक्षों का वर्ग करने पर

$$\Rightarrow \cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + 2 \cos \alpha \cos \beta = \sin^2 \alpha + \sin^2 \beta + 2 \sin \alpha \sin \beta$$

$$(\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) + (\cos^2 \beta - \sin^2 \beta) + 2(\cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta) = 0$$

$$\cos 2\alpha + \cos 2\beta + 2 \cos(\alpha + \beta) = 0$$

$$\cos 2\alpha + \cos 2\beta = -2 \cos(\alpha + \beta)$$

विशेष प्रति

Solⁿ 330. $A + B + C = 180^\circ$
 $A + B = 180^\circ - C$

$$\tan(A + B) = \tan(180^\circ - C) = -\tan C$$

$$\frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B} = -\tan C$$

$$\tan A + \tan B = -\tan C + \tan A \tan B \tan C$$

$$\frac{\tan A + \tan B + \tan C}{\tan A \tan B \tan C} = 1$$

Solⁿ 331. $\cos A = a \cos B \Rightarrow \cos^2 A = a^2 \cos^2 B = a^2 (1 - \sin^2 B)$... (i)

$$\sin A = b \sin B \Rightarrow \sin^2 A = b^2 \sin^2 B$$
 ... (ii)

दोनों समीकरणों को जोड़ने पर

$$\cos^2 A + \sin^2 A = a^2 - a^2 \sin^2 B + b^2 \sin^2 B$$

$$1 = a^2 + \sin^2 B (b^2 - a^2)$$

$$(b^2 - a^2) \sin^2 B = 1 - a^2$$

Solⁿ 332. $A = 90^\circ, B = 60^\circ, C = 30^\circ$ मान रखने पर

$$(\because A + B + C = \pi)$$

$$\text{हव, } \cos 2A + \cos 2B + \cos 2C$$

$$= \cos 180^\circ + \cos 120^\circ + \cos 60^\circ$$

$$= -1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = -1$$

$A = 90^\circ, B = 60^\circ, C = 30^\circ$ यह मान सभी विकल्पों में रखने पर

$$\text{विकल्प (a)} = 1 + 4 \cos A \cdot \cos B \cdot \cos C = 1$$

$$\text{विकल्प (b)} = -1 + 4 \sin A \sin B \cdot \cos C$$

$$= 1 + 4 \times 1 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= -1 + 3 = 2$$

$$\text{विकल्प (c)} = -1 - 4 \cos A \cos B \cdot \cos C$$

$$= -1 - 0 = -1$$

$$\text{विकल्प (d)} = 1 + 4 \sin A \sin B \cdot \sin C$$

$$= 1 + 4 \times 1 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= 1 + 3 = 4$$

अतः विकल्प (c) सही है।

Solⁿ 333. माना $A = B = 45^\circ$ और $C = 90^\circ$

$$\sin^2 A + \sin^2 B + \sin^2 C - 2 \cos A \cdot \cos B \cdot \cos C$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + 1 - 2 \times \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{\sqrt{2}} \times 0$$

$$= 2$$

Solⁿ 334. प्रथम-विधि

$$A + B + C = 180^\circ$$

$A = B = 45^\circ$ और $C = 90^\circ$ का मान समीकरण और विकल्पों में रखने पर

$$\sin 2A + \sin 2B + \sin 2C = \sin 90^\circ + \sin 90^\circ +$$

$$\sin 180^\circ = 1 + 1 + 0 = 2$$

$$\text{विकल्प (a)} = 0$$

$$\text{विकल्प (b)} = 0$$

$$\text{विकल्प (c)} = 4 \times \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot 1 = 2$$

$$\text{विकल्प (d)} = 8 \times \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot 1 = 4$$

विकल्प (c) सही है।

द्वितीय विधि

$$\sin 2A + \sin 2B + \sin 2C$$

$$= 2 \sin(A + B) \cdot \cos(A - B) + 2 \sin C \cdot \cos C$$

$$= 2 \sin(180^\circ - C) \cdot \cos(A - B) + 2 \sin C \cdot \cos C$$

$$= 2 \sin C [\cos(A - B) + \cos C]$$

$$= 2 \sin C [\cos(A - B) + \cos(A + B)]$$

$$= 2 \sin C (2 \sin A \cdot \sin B) = 4 \sin A \sin B \sin C$$

Solⁿ 335. $\cos 52^\circ + \cos 68^\circ + \cos(180^\circ - 8^\circ)$

$$= 2 \cos 60^\circ \cos 8^\circ - \cos 8^\circ$$

$$= \cos 8^\circ - \cos 8^\circ = 0$$

Solⁿ 336. $\cos 2B = \frac{\cos(A + C)}{\cos(A - C)}$

$$\frac{\cos^2 B - \sin^2 B}{1} = \frac{\cos A \cos C - \sin A \sin C}{\cos A \cos C + \sin A \sin C} = \frac{\cos^2 B - \sin^2 B}{\cos^2 B + \sin^2 B}$$

योगान्तरानुपात नियम द्वारा

$$\frac{2 \cos A \cos C}{2 \sin A \sin C} = \frac{2 \cos^2 B}{2 \sin^2 B}$$

$$\frac{1}{\tan A \cdot \tan C} = \frac{1}{\tan^2 B}$$

$$\tan A \cdot \tan C = \tan^2 B$$

$\tan A, \tan B, \tan C$ गुणोत्तर श्रेणी में हैं।

Solⁿ 337. $(a+b)^2 = 4ab \sin^2 \theta$

$2a = b$ के लिए

$$(3a)^2 = 4a \cdot 2a \sin^2 \theta$$

$$9a^2 = 8a^2 \sin^2 \theta$$

$$\sin^2 \theta = \frac{9}{8} > 1 \text{ यह संभव नहीं है।}$$

दिया हुआ समीकरण सत्य है यदि और केवल यदि $a = b$ हो।

$$(2a)^2 = 4a \cdot a \sin^2 \theta$$

$$\sin^2 \theta = 1 \Rightarrow a = b$$

Solⁿ 338. $\frac{\sin A - \sin C}{\cos C - \cos A} = \cot B$

$$\frac{2 \cos \frac{A+C}{2} \cdot \sin \frac{A-C}{2}}{2 \sin \frac{A+C}{2} \cdot \sin \frac{A-C}{2}} = \cot B$$

$$\cot \left(\frac{A+C}{2} \right) = \cot B$$

$$\frac{A+C}{2} = B$$

तब A, B, C समांतर श्रेणी में हैं।

Solⁿ 339. $b \sin \alpha = a \sin(\alpha + 2\beta)$

$$\frac{\sin \alpha}{\sin(\alpha + 2\beta)} = \frac{a}{b}$$

(योगान्तरानुपात नियम द्वारा)

$$\frac{\sin \alpha + \sin(\alpha + 2\beta)}{\sin \alpha - \sin(\alpha + 2\beta)} = \frac{a+b}{a-b}$$

$$\frac{2 \sin(\alpha + \beta) \cdot \cos(\beta)}{2 \cos(\alpha + \beta) \cdot \sin(-\beta)} = \frac{a+b}{a-b}$$

$$\frac{a+b}{a-b} = -\frac{\cot \beta}{\cot(\alpha + \beta)}$$

Solⁿ 340. $\tan 10^\circ - \tan 50^\circ + \tan 70^\circ$

$$\tan 10^\circ + \frac{\tan 60^\circ + \tan 10^\circ}{1 - \tan 60^\circ \cdot \tan 10^\circ} - \frac{\tan 60^\circ - \tan 10^\circ}{1 + \tan 60^\circ \cdot \tan 10^\circ}$$

$$\tan 10^\circ + \frac{\sqrt{3} + \tan 10^\circ}{1 - \sqrt{3} \tan 10^\circ} - \frac{\sqrt{3} - \tan 10^\circ}{1 + \sqrt{3} \tan 10^\circ}$$

$$\tan 10^\circ + \frac{\sqrt{3} + \tan 10^\circ + 3 \tan 10^\circ + \sqrt{3} + \tan^2 10^\circ - \sqrt{3} + 3 \tan 10^\circ + \tan 10^\circ - \sqrt{3} + \tan^2 10^\circ}{1 - 3 \tan^2 10^\circ}$$

$$\tan 10^\circ + \frac{8 \tan 10^\circ}{1 - 3 \tan^2 10^\circ}$$

$$= \frac{9 \tan 10^\circ - 3 \tan^3 10^\circ}{1 - 3 \tan^2 10^\circ}$$

$$= \frac{3(\tan 10^\circ - \tan^3 10^\circ)}{1 - 3 \tan^2 10^\circ} = 3 \tan 30^\circ$$

$$= \sqrt{3}$$

Solⁿ 341. नोट : यदि $\alpha = 60^\circ$ or 120° or 240° or 300°

$$\text{तब, } \cos^3 \theta + \cos^3(\alpha + \theta) + \cos^3(\alpha - \theta) = \frac{3}{4} \cos 3\theta$$

$$\text{तब, } \cos^3 10^\circ + \cos^3 110^\circ + \cos^3 130^\circ$$

$$= \frac{3}{4} \cos 3 \times 10^\circ = \frac{3}{4} \cos 30^\circ = \frac{3}{4} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{8}$$

Solⁿ 342. विकल्प द्वारा हल करें।

$$\alpha = \frac{\pi}{6} \text{ रखने पर}$$

$$4 \cos \frac{\pi}{6} + 3 \cos \frac{\pi}{3} - 2 \sin \frac{\pi}{2} + \cos \frac{2\pi}{3}$$

त्रिकोणमिति

$$= 4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{3}{2} - 2 - \frac{1}{2}$$

$$= \frac{4\sqrt{3}}{2} - 1 = 2\sqrt{3} - 1$$

अतः विकल्प (a) सही है।

Solⁿ 343.

$$(\sin A + \sin B + \sin C)^2 = \sin^2 A + \sin^2 B + \sin^2 C$$

$$\therefore 2(\sin A \sin B + \sin B \sin C + \sin C \sin A) = 0$$

$$\Rightarrow \sin A \sin B + \sin B \sin C + \sin C \sin A = 0$$

ऊपर दी हुई शर्त तब सत्य है जब

$$A = B = C = 0$$

$$\therefore \sin A + \sin B + \sin C = 0$$

Solⁿ 344. $\frac{\sin x}{\sin y} = p$ व $\frac{\cos x}{\cos y} = q$

$$\frac{\sin x}{p} = \sin y \Rightarrow \frac{\sin^2 x}{p^2} = \sin^2 y$$

$$\frac{\cos x}{q} = \cos y \Rightarrow \frac{\cos^2 x}{q^2} = \cos^2 y$$

दोनों समीकरणों को जोड़ने पर

$$\frac{\sin^2 x}{p^2} + \frac{\cos^2 x}{q^2} = \sin^2 y + \cos^2 y = 1$$

$\cos^2 x$ द्वारा भाग देने पर

$$\frac{\tan^2 x}{p^2} + \frac{1}{q^2} = \frac{1}{\cos^2 x} = \sec^2 x = 1 + \tan^2 x$$

$$\tan^2 x \left(\frac{1}{p^2} - 1 \right) = 1 - \frac{1}{q^2}$$

$$\tan^2 x = \frac{\frac{q^2 - 1}{q^2}}{\frac{1 - p^2}{p^2}}$$

$$\tan x = \frac{p}{q} \sqrt{\frac{q^2 - 1}{1 - p^2}}$$

Solⁿ 345. यदि $\cos A = \tan B$, $\cos B = \tan C$ और $\cos C = \tan A$ तब, $\sin A = \sin B = \sin C = 2 \sin 18^\circ =$

$$2 \times \frac{\sqrt{5} - 1}{4} = \frac{\sqrt{5} - 1}{2}$$

समीकरण को हल करने पर हमें $A = B = C$ प्राप्त होता है, तब

$$\cos A = \tan A$$

$$\Rightarrow \cos A = \frac{\sin A}{\cos A} \Rightarrow \cos^2 A = \sin A$$

$$\Rightarrow 1 - \sin^2 A = \sin A$$

$$\Rightarrow \sin^2 A + \sin A - 1 = 0$$

$$\text{तब, } \sin A = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2} = \frac{\sqrt{5} - 1}{2}$$

Solⁿ 346. $\frac{3 - \tan^2 A}{1 - 3 \tan^2 A} = k \Rightarrow \tan^2 A = \frac{k - 3}{3k - 1}$

$$\operatorname{cosec} A (3 \sin A - 4 \sin^3 A) = (3 - 4 \sin^2 A)$$

$$= 3 - \frac{4}{\operatorname{cosec}^2 A} = 3 - \frac{4}{1 + \cot^2 A}$$

$$= 3 - \frac{4}{1 + \frac{3k - 1}{k - 3}} = \frac{2k}{k - 1}$$

$$\Rightarrow \sin^2 A = \frac{1}{\operatorname{cosec}^2 A} = \frac{1}{1 + \cot^2 A} = \frac{k - 3}{4(k - 1)}$$

$$0 \leq \sin^2 A \leq 1$$

$$0 \leq \frac{k - 3}{4(k - 1)} \leq 1 \Rightarrow k \geq \frac{1}{3} \text{ or } k \geq 3$$

Solⁿ 347. $m + n = a(\cos \alpha + \sin \alpha)(\cos^2 \alpha - \cos \alpha \sin \alpha + \sin^2 \alpha)$

$$+ 3 \cos \alpha \sin \alpha (2 \cos \alpha + \sin \alpha)$$

$$= a(\cos \alpha + \sin \alpha)(1 + 2 \sin \alpha \cos \alpha)$$

$$= a(\cos \alpha + \sin \alpha)^3$$

$$\begin{aligned}
 m - n &= a(\cos \alpha - \sin \alpha)(\cos \alpha + \cos \alpha \sin \alpha + \sin^2 \alpha) \\
 &\quad - 3 \cos \alpha \sin \alpha (\cos \alpha - \sin \alpha) \\
 &= a(\cos \alpha - \sin \alpha)(1 - 2 \sin \alpha \cos \alpha) \\
 &= a(\cos \alpha - \sin \alpha)^3 \\
 (m + n)^{2/3} + (m - n)^{2/3} \\
 &= a^{2/3}(1 + 2 \sin \alpha \cos \alpha) + a^{2/3}(1 - 2 \sin \alpha \cos \alpha) \\
 &= 2a^{2/3}
 \end{aligned}$$

Solⁿ 348. $y = a \cos^2 x + 2b \sin x \cos x + c \sin^2 x$
 $z = a \sin^2 x - 2b \sin x \cos x + c \cos^2 x$
 $y + z = a(\sin^2 x + \cos^2 x) + c(\sin^2 x + \cos^2 x)$
 $y + z = a + c$

Solⁿ 349. $A + B + C = \pi$
 उत्तर A, B व C पर निर्भर नहीं करता।
 $A = B = C = 60^\circ$ रखने पर

$$\begin{aligned}
 &= \frac{\cos A}{\sin B \sin C} + \frac{\cos B}{\sin C \sin A} + \frac{\cos C}{\sin A \sin B} \\
 &= \frac{\cos 60^\circ}{\sin 60^\circ \cdot \sin 60^\circ} + \frac{\cos 60^\circ}{\sin 60^\circ \cdot \sin 60^\circ} + \frac{\cos 60^\circ}{\sin 60^\circ \cdot \sin 60^\circ} \\
 &= 3 \times \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} = 3 \cdot \frac{1}{\frac{3}{2}} = 2
 \end{aligned}$$

Solⁿ 350. $\sin A$, $\cos A$ और $\tan A$ गुणोत्तर श्रेणी में है।

तब, $\cos^2 A = \sin A \cdot \tan A$
 $\cos^2 A = \frac{\sin A \cdot \sin A}{\cos A}$
 $\cos^3 A = \sin^2 A = 1 - \cos^2 A$
 $\cos^3 A + \cos^2 A = 1$

Solⁿ 351. $\cos(\theta - \alpha)$, $\cos \theta$, $\cos(\theta + \alpha)$ हरात्मक श्रेणी में है। तब,

$$\begin{aligned}
 \cos \theta &= \frac{2 \cos(\theta - \alpha) \cdot \cos(\theta + \alpha)}{\cos(\theta - \alpha) + \cos(\theta + \alpha)} \\
 \cos \theta &= \frac{\cos 2\theta + \cos 2\alpha}{2 \cos \theta \cdot \cos \alpha}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2 \cos^2 \theta \cdot \cos \alpha &= 2 \cos^2 \theta - 1 + \cos 2\alpha \\
 2 \cos^2 \theta (\cos \alpha - 1) &= -1 + 1 - 2 \sin^2 \alpha
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2 \cos^2 \theta \left[1 - 2 \sin^2 \frac{\alpha}{2} - 1 \right] &= -2 \sin^2 \alpha \\
 2 \cos^2 \theta \left(-2 \sin^2 \frac{\alpha}{2} \right) &= -2 \cdot 4 \sin^2 \frac{\alpha}{2} \cdot \cos^2 \frac{\alpha}{2} \\
 \cos^2 \theta &= 2 \cos^2 \frac{\alpha}{2} \\
 \cos^2 \theta \cdot \sec^2 \frac{\alpha}{2} &= 2 \\
 \cos \theta \cdot \sec \frac{\alpha}{2} &= \pm \sqrt{2}
 \end{aligned}$$

Solⁿ 352. $A + B = C$, $\tan A = k \tan B$ और $A - B = \phi$

$$\begin{aligned}
 \frac{\sin A}{\cos A} &= \frac{k \sin B}{\cos B} \\
 \frac{\sin A \cos B}{\cos A \sin B} &= \frac{k}{1}
 \end{aligned}$$

योगान्तरानुपात नियम द्वारा

$$\frac{\sin A \cos B + \cos A \sin B}{\sin A \cos B - \cos A \sin B} = \frac{k + 1}{k - 1}$$

$$\frac{\sin(A + B)}{\sin(A - B)} = \frac{k + 1}{k - 1}$$

$$\frac{\sin C}{\sin \phi} = \frac{k + 1}{k - 1}$$

$$\sin C = \frac{k + 1}{k - 1} \sin \phi$$

Solⁿ 353. समी. $x^2 + px + q = 0$ के मूल $\tan \alpha$ व $\tan \beta$ हैं।

$$\tan \alpha + \tan \beta = -p$$

$$\tan \alpha \cdot \tan \beta = q$$

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \cdot \tan \beta}$$

$$= \frac{-p}{1 - q} = \frac{p}{q - 1}$$

Solⁿ 354. $A + B + C = \frac{3\pi}{2}$

$A = B = C = \frac{\pi}{2}$ का मान समीकरण और सभी विकल्प

में रखने पर

$$\cos 2A + \cos 2B + \cos 2C = \cos \pi + \cos \pi + \cos \pi = -3$$

विकल्प

$$(a) = 1 - 4 \sin \frac{\pi}{2} \cdot \sin \frac{\pi}{2} \cdot \sin \frac{\pi}{2} = 1 - 4 = -3$$

विकल्प (a) सही है।

द्वितीय-विधि:

$$\begin{aligned}
 & (\cos 2A + \cos 2B) + \cos 2C \\
 &= 2\cos(A+B) \cdot \cos(A-B) + 1 - 2\sin^2 C \\
 &= 2\cos\left(\frac{3\pi}{2} - C\right) \cdot \cos(A-B) - 2\sin^2 C + 1 \\
 &= -2\sin C \cdot \cos(A-B) - 2\sin^2 C + 1 \\
 &= -2\sin C [\cos(A-B) + \sin C] \\
 &= -2\sin C [\cos(A-B) + \cos(A+B)] \\
 &= -2\sin C \cdot 2\sin A \sin B \\
 &= -4\sin A \sin B \sin C
 \end{aligned}$$

Solⁿ 355. $\cot A \cdot \cot B \cdot \cot C$ का अधिकतम मान संभव है, जब $\cot A = \cot B = \cot C$ हो।

$$A = B = C = \frac{\pi}{3}$$

$$k \leq \cot \frac{\pi}{3} \cdot \cot \frac{\pi}{3} \cdot \cot \frac{\pi}{3}$$

$$k \leq \frac{1}{3\sqrt{3}}$$

Solⁿ 356.

$$\frac{\sin(x+y)}{\sin(x-y)} = \frac{a+b}{a-b}$$

$$\frac{\sin x \cos y + \cos x \sin y}{\sin x \cos y - \cos x \sin y} = \frac{a+b}{a-b}$$

योगान्तरानुपात नियम लगाने पर

$$\frac{2\sin x \cos y}{2\cos x \sin y} = \frac{2a}{2b}$$

$$\frac{\tan x}{\tan y} = \frac{a}{b}$$

$$\text{Sol}^n 357. \tan \frac{\pi}{3} = \tan \left(\frac{2\pi}{5} - \frac{\pi}{15} \right)$$

$$\tan \frac{\pi}{3} = \frac{\tan \frac{2\pi}{5} - \tan \frac{\pi}{15}}{1 + \tan \frac{2\pi}{5} \tan \frac{\pi}{15}}$$

$$\Rightarrow \tan \frac{\pi}{3} + \tan \frac{\pi}{3} \tan \frac{2\pi}{5} \tan \frac{\pi}{15} = \tan \frac{2\pi}{5} - \tan \frac{\pi}{15}$$

$$\Rightarrow \tan \frac{2\pi}{5} - \tan \frac{\pi}{15} - \sqrt{3} \tan \frac{2\pi}{5} \tan \frac{\pi}{15} = \sqrt{3}$$

Solⁿ 358. $\sin A + \cos A = x$

$$\sin^2 A + \cos^2 A + 2\sin A \cos A = x^2$$

$$2\sin A \cos A = x^2 - 1$$

हम जानते हैं कि

$$\sin^6 A + \cos^6 A = 1 - 3\sin^2 A \cos^2 A$$

$$\frac{1}{4} \left(4 - 3(x^2 - 1)^2 \right) = 1 - 3 \left(\frac{x^2 - 1}{2} \right)^2$$

$$1 - \frac{3}{4}(x^2 - 1)^2 = 1 - \frac{3}{4}(x^2 - 1)^2$$

$$\text{L.H.S.} = \text{R.H.S.}$$

अतः यह x के सभी मानों के लिए सत्य है।

$$\text{लेकिन, } \sin A + \cos A = x$$

$$\text{इसलिए } -\sqrt{2} \leq x \leq \sqrt{2} \Rightarrow x^2 \leq 2$$

Solⁿ 359. नोट: तब $\alpha = 60^\circ, 120^\circ, 240^\circ$ या 300°

$$\text{तब } \cos^2 \theta + \cos^2(\alpha - \theta) + \cos^2(\alpha + \theta) = \frac{3}{2}$$

$$\text{अतः } \cos^2 10^\circ + \cos^2 50^\circ + \cos^2 70^\circ = \frac{3}{2}$$

Solⁿ 360. उत्तर A, B व C पर निर्भर नहीं है और

$$A + B + C = 180^\circ$$

$$A = B = C = 60^\circ \text{ रखने पर}$$

$$\tan^2 \frac{A}{2} + \tan^2 \frac{B}{2} + \tan^2 \frac{C}{2} = \tan^2 30^\circ + \tan^2 30^\circ + \tan^2 30^\circ$$

$$= \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = 1$$

$$\text{Sol}^n 361. \frac{\cot^2 15^\circ - 1}{\cot^2 15^\circ + 1} = \frac{\cos^2 15^\circ - \sin^2 15^\circ}{\cos^2 15^\circ + \sin^2 15^\circ}$$

$$= \frac{\cos 30^\circ}{1} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$