

अध्याय-19

क्षेत्रमिति-2

MENSURATION-2



भूमिका (Introduction)

शाला के सामने रेत पड़ी हुई थी। बच्चे उस पर खेल रहे थे। आशु भी अपने मित्रों के साथ रेत के पास पहुँची और उसने अपने मित्रों से कहा, “चलो हम सब एक-एक घमेला रेत लेकर कुछ बनाते हैं।” रहीम ने कहा, “ठीक है, परन्तु ये घर वगैरह मुझे बनाना नहीं आता, चलो हम सभी रेत से एक-एक चौकोर चबूतरा बनाएँ।”

सभी ने एक-एक घमेला रेत लिया और चबूतरा बनाने लग गए। थोड़ी देर में ही सबके चबूतरे बन गए। परन्तु सभी के चबूतरे अलग-अलग माप के थे। अनु ने पूछा, ऐसा क्यों? हमने तो रेत समान माप की ली थी तो फिर चबूतरे अलग-अलग माप के क्यों बने? रहीम ने ध्यान से सभी चबूतरों को देखा और फिर बोला, एक बात तो मुझे समझ में आ रही है कि जो चबूतरे ज़मीन में ज्यादा जगह घेर रहे हैं उनकी ऊँचाई



चित्र 19.1

कम है तथा प्रत्येक चबूतरे की लम्बाई, चौड़ाई और ऊँचाई का रेत के माप से कोई ना कोई सम्बन्ध है। तभी आशु ने कहा, “हमने पिछली कक्षाओं में पढ़ा है कि आयतन = लम्बाई × चौड़ाई × ऊँचाई होती है अतः हमने जो रेत ली थी उस रेत का आयतन तो बराबर है परन्तु उस रेत द्वारा बनाए गए चबूतरों की लम्बाई, चौड़ाई और ऊँचाई बदल रही है। चलो, हम अपने-अपने चबूतरे की लम्बाई, चौड़ाई और ऊँचाई मापकर देखें।”

सभी ने अपने चबूतरे की लम्बाई, चौड़ाई और ऊँचाई का माप लिया और लम्बाई × चौड़ाई × ऊँचाई के सूत्र से आयतन निकाल कर देखा तथा पाया कि सभी चबूतरों का आयतन समान है।

इसके बाद तीनों ने अपने-अपने रेत को नया आकार दे दिया। क्या उनके द्वारा बनाए गए नए आकारों का आयतन भी वही है जो चबूतरों का था? यदि आयतन वही है तो क्यों? अपनी कॉपी में लिखिए।

क्या धारिता ही आयतन है? (Is Capacity also the Volume?)

ऊपर बच्चों ने घमेला में भरे हुए रेत का आयतन उसी रेत का चबूतरा बनाकर ज्ञात कर लिया। घमेला में जितनी रेत समा सकती है, वह घमेला की धारिता है। उसी प्रकार किसी बाल्टी में जितना पानी या किसी कमरे में जितनी हवा समा सकती है, वह क्रमशः उस बाल्टी और कमरे की धारिता है। इस प्रकार किसी खाली स्थान में जितने आयतन का पदार्थ समा सकता है वह उस खाली स्थान की धारिता कहलाती है। आप जिस गिलास से पानी पीते हैं तथा जिस बाल्टी में पानी भरकर नहाते हैं, क्या उसकी धारिता बता सकते हैं? नहीं बता सकते क्योंकि धारिता बताने के लिए आपको यह जानना होगा कि उस गिलास या बाल्टी में कितनी आयतन का पानी समा सकता है।

धारिता क्या है इसे तो आप समझ ही चुके हैं, परन्तु किसी वस्तु का आयतन क्या है, इसे अपने अनुभव के आधार पर आप कैसे समझाएंगे? सोचकर अपनी कॉपी में लिखिए तथा अपने साथियों के उत्तरों की जाँचकर यह पता लगाइए कि आपकी सोच और उनकी सोच में क्या समानता या अंतर है।

क्षेत्रफल के बारे में आपने कक्षा छठवीं में पढ़ा है कि यह किसी आकृति द्वारा किसी तल पर घेरी गई जगह की माप है। उसी प्रकार आयतन भी किसी वस्तु द्वारा घेरे गये स्थान की माप है। आइए सोचें कि किसी वस्तु का आयतन या इसके द्वारा घेरे गये स्थान की माप कैसे प्राप्त करते हैं।

घनाभ (Cuboid)

आयतन ज्ञात करने के लिए उस वस्तु के आकार को जानना जरूरी है। आइए सबसे पहले उस आकार की विशेषताओं को जानें जिसका आयतन ज्ञात करना है। अपने आसपास की कुछ वस्तुओं को देखें जैसे कॉपी, किताब, माचिस का डिब्बा, चॉक का डिब्बा, ईंट। इन सभी वस्तुओं के आकार में आप क्या विशेषता देखते हैं?

इन सभी आकारों में विशेषता यह है कि इनकी प्रत्येक सतह आयताकार है तथा प्रत्येक सतह और उसके ठीक सामने वाली सतह का क्षेत्रफल समान है। इस तरह के आकार वाली वस्तु को घनाभ कहते हैं।



चित्र-19.2



क्रियाकलाप-1 (Activity 1)

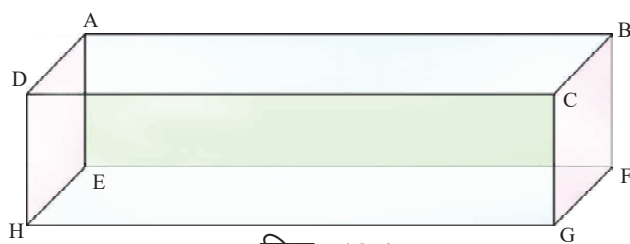
आप अपने आसपास पाए जाने वाली कोई पाँच घनाभ के आकार वाली वस्तुओं की सूची बनाइए व यह जाँच कीजिये कि इन वस्तुओं के आमने-सामने की सतहों का क्षेत्रफल समान है अथवा नहीं तथा यह भी जाँच कीजिए कि किसी घनाभ की प्रत्येक संलग्न कोरें एक-दूसरे के साथ 90° का कोण बनाती हैं अथवा नहीं?

चूँकि घनाभ की प्रत्येक संलग्न कोरें 90° का कोण बनाती हैं, अतः इसकी प्रत्येक सतह आयताकार होगी इसलिए घनाभ को आयताकार ठोस भी कहते हैं।

अपनी किसी कॉपी या पुस्तक को लीजिए जो निम्न चित्रानुसार दिखती है:-



चित्र -19.3



चित्र-19.4

आपके हाथ की वस्तु घनाभाकार है। इस वस्तु के कई बिन्दुओं पर तीन-तीन कोरें मिल रही हैं। उनकी संख्या लिखिए।

ऊपर चित्र में जैसा आप देख रहे हैं कि A, B, C, D, E, F, G, H घनाभ पर 8 बिन्दु हैं इन बिन्दुओं को घनाभ का शीर्ष

कहते हैं। प्रत्येक बिन्दु पर तीन कोरें मिल रही हैं।

आपके पास उपलब्ध घनाभाकार वस्तु की कुल सतहों को गिनिए तथा लिखिए।

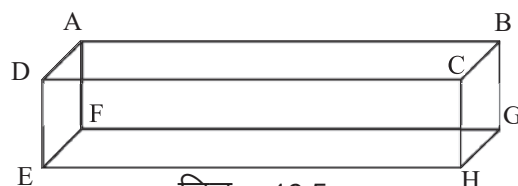
आपने अनुभव किया होगा कि घनाभ की कुल 6 सतहें हैं। जैसे ABCD तथा इसके सामने वाली सतह EFGH, इसी प्रकार सतह AEFB व उसके सामने की सतह DCGH तथा इसी प्रकार AEHD तथा इसके सामने की सतह BFGC। इस प्रकार किसी घनाभ की कुल छः सतहें होती हैं और इन सतहों को घनाभ की फलक कहते हैं।

इसी प्रकार AB, BC, CD, DA, EF, FG, GH, HE, DH, AE, BF, CG कुल 12 कोर (किनारे) हैं।

क्रियाकलाप-2 (Activity 2)

आपकी गणित की किताब की सभी कोरों को मापिए उनके मापों को लिखिए और नीचे दिए गए प्रश्नों के उत्तर दीजिए:-

1. क्या सभी कोरें अलग-अलग माप की हैं?
2. कितनी कोरें एक ही माप की हैं?
3. कितने तरह की माप की कोरें प्राप्त हुई हैं?



चित्र -19.5

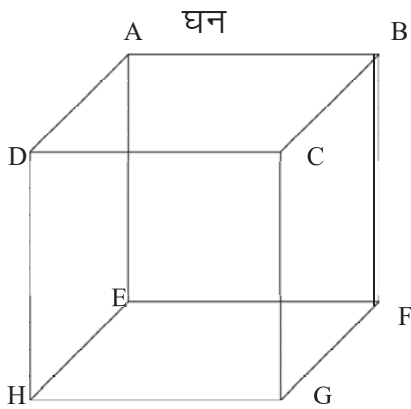
चित्र 19.5 में आप देख रहे हैं कि $DC = AB = FG = EH$ तथा $AD = FE = GH = BC$ उसी प्रकार $AF = BG = ED = HC$ इत्यादि। प्रत्येक घनाभ की चार-चार कोरें आपस में समान होती हैं तथा इनमें से किसी एक कोर को लम्बाई, दूसरे को चौड़ाई तथा तीसरे को ऊँचाई मान सकते हैं।

घनाभ की लम्बाई AB, चौड़ाई AD और ऊँचाई AF है। इनकी माप अलग-अलग है परन्तु घनाभ की लम्बाई, चौड़ाई एवं ऊँचाई बराबर हो तो वह ठोस कैसा होगा? क्या आपने कभी इस आकार का ठोस देखा है?

घन (Cube)

चित्र 19.6 को ध्यान से देखिए। इसकी लम्बाई, चौड़ाई और ऊँचाई को मापिए।

इनकी लम्बाई, चौड़ाई और ऊँचाई में क्या समानता है? इस प्रकार की आकृति को क्या कहेंगे।



चित्र-19.6

“वह आयताकार ठोस जिसकी लंबाई, चौड़ाई एवं ऊँचाई बराबर हो, घन कहलाती है।”

जिन घनाभों की लम्बाई, चौड़ाई एवं ऊँचाई ज्ञात हो, उनका आयतन ज्ञात किया जा सकता है।

यदि घनाभ की लंबाई, चौड़ाई व ऊँचाई ज्ञात हो तो

घनाभ का आयतन = लंबाई × चौड़ाई × ऊँचाई

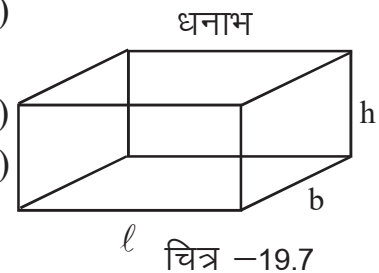
या $V = \ell \times b \times h$ [चित्र 20.7 में]

V – घनाभ का आयतन (Volume)

ℓ – घनाभ की लंबाई (Length)

b – घनाभ की चौड़ाई (Breadth)

h – घनाभ की ऊँचाई है (Height)



चित्र -19.7

हमने पिछली कक्षा में पढ़ा है कि

आयत का क्षेत्रफल = लम्बाई × चौड़ाई होता है और

घनाभ का आयतन = लम्बाई × चौड़ाई × ऊँचाई होता है,

तो इसे हम ऐसे भी लिख सकते हैं—

घनाभ का आयतन = आधार का क्षेत्रफल × ऊँचाई

घन में लम्बाई, चौड़ाई एवं ऊँचाई आपस में बराबर होती है, अतः $\ell=b=h$

घन का आयतन = भुजा × भुजा × भुजा = $(\text{भुजा})^3 = S^3$

$$V = S^3$$

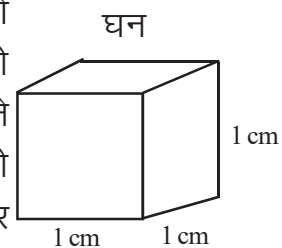
(S = Side)

आयतन का मात्रक (Unit of volume)

जिस प्रकार लम्बाई का मानक मात्रक मीटर है, क्षेत्रफल का मानक मात्रक वर्ग मीटर या मीटर² है, उसी प्रकार आयतन के लिए भी एक मानक मात्रक की आवश्यकता होगी। क्योंकि यदि प्रत्येक व्यक्ति धारिता या आयतन को मापने के लिए अलग-अलग मात्रकों का प्रयोग करेंगे तो उसका मान भिन्न-भिन्न आयेगा। जैसे कोई टंकी छोटी बाल्टी से 50 बार में भर जाती है तो छोटी बाल्टी को मात्रक मानने पर टंकी का आयतन 50 मात्रक या 50 बाल्टी होगा। किंतु यदि वही टंकी बड़ी बाल्टी से 10 बार में भर जाती है तो बड़ी बाल्टी को मात्रक मानने पर टंकी का आयतन 10 मात्रक या 10 बाल्टी होगा।

अतः आयतन के लिए ऐसे मानक मात्रक की आवश्यकता है जिसका मान सभी स्थानों पर एक समान हो।

आयतन का मात्रक 1 घन सेमी है, जो 1 सेमी लम्बे, 1 सेमी चौड़े और 1 सेमी ऊँचे घन के आयतन के बराबर होता है। उसे 1 सेमी³ भी लिखते हैं।



चित्र 19.8

इसी प्रकार आयतन का मात्रक घनमीटर भी है जो 1 मीटर लम्बे, 1 मीटर चौड़े और 1 मीटर ऊँचे घन के आयतन के बराबर होता है। इसे 1मीटर³ भी लिखते हैं। यही आयतन का मानक मात्रक है।

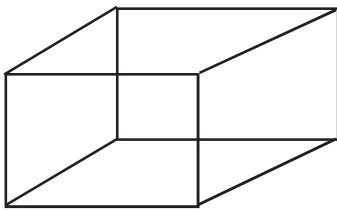
मीटर³ एवं सेमी³ में सम्बंध (Relation between m³ and cm³)

$$\begin{aligned} 1 \text{ मीटर}^3 &= 1 \text{ मीटर} \times 1 \text{ मीटर} \times 1 \text{ मीटर} \\ &= 100 \text{ सेमी} \times 100 \text{ सेमी} \times 100 \text{ सेमी} \\ &= 100 \times 100 \times 100 \text{ सेमी}^3 \\ &= 1000000 \text{ सेमी}^3 \\ &= 10^6 \text{ सेमी}^3 \end{aligned}$$

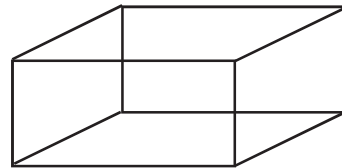
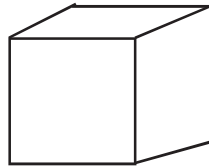


क्रियाकलाप-3

नीचे दिए गए घनाभ की कोरों को माप कर आयतन ज्ञात कीजिए।

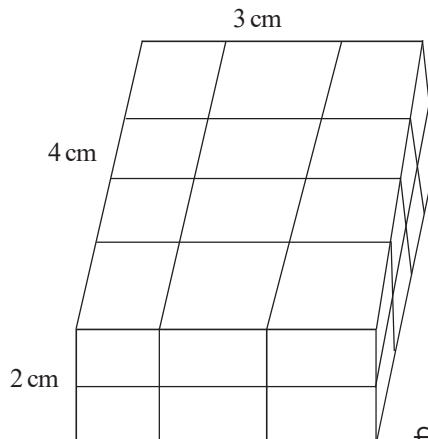


चित्र-19.9



उदाहरण 1. एक घनाभ की लम्बाई 4 सेमी, चौड़ाई 3 सेमी एवं ऊँचाई 2 सेमी है तो घनाभ का आयतन ज्ञात कीजिए।

हल दिया गया है— घनाभ की लम्बाई (ℓ) = 4 सेमी, चौड़ाई (b) = 3 सेमी, ऊँचाई (h) = 2 सेमी



चित्र-19.10

यहां 1 सेमी³ आयतन वाले घनों की दो परतें हैं। प्रत्येक परत में 12 घन हैं। इस प्रकार कुल घनों की संख्या 24 है। इसलिए घनाभ का आयतन = 24 सेमी³ है।

$$\begin{aligned} \therefore \text{घनाभ का आयतन } V &= \ell \times b \times h \\ &= 4 \times 3 \times 2 \text{ सेमी}^3 = 24 \text{ सेमी}^3 \text{ या घन सेमी} \end{aligned}$$

उदाहरण 2. घन की एक भुजा 5 सेमी है। उस घन का आयतन ज्ञात कीजिए।

हल दिया है — घन की एक भुजा की लंबाई (S) = 5 सेमी

$$\begin{aligned} \therefore \text{घन का आयतन } V &= S^3 \\ &= (5)^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125 \text{ सेमी}^3 \end{aligned}$$

उदाहरण 3. किसी घन की एक भुजा 6 सेमी है। उसमें 2 सेमी लंबाई के कितने घन काटे जा सकते हैं?

हल दिया है घन की एक भुजा $S = 6$ सेमी

$$\begin{aligned}\text{तो घन का आयतन} &= (\text{भुजा})^3 \\ &= (6)^3 = 6 \times 6 \times 6 = 216 \text{ सेमी}^3\end{aligned}$$

$$\text{काटे जाने वाले घन की एक भुजा} = 2 \text{ सेमी}$$

$$\therefore \text{घन का आयतन} = (\text{भुजा})^3 = (2)^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8 \text{ सेमी}^3$$

$$\begin{aligned}\text{अतः काटे जाने वाले घनों की संख्या} &= \frac{\text{बड़े घन का आयतन}}{\text{काटे जाने वाले घन का आयतन}} \\ &= \frac{216 \text{ सेमी}^3}{8 \text{ सेमी}^3} \\ &= 27\end{aligned}$$

अर्थात् वांछित घनों की संख्या 27 है।

उदाहरण 4. एक घनाभ आकार के लकड़ी के टुकड़े का आयतन 36 सेमी^3 है। यदि उसकी लम्बाई 4 सेमी एवं चौड़ाई 3 सेमी हो, तो उसकी ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

हल दिया है, घनाभ आकार के टुकड़े का आयतन $= 36 \text{ सेमी}^3$

$$\text{लम्बाई} = 4 \text{ सेमी}$$

$$\text{चौड़ाई} = 3 \text{ सेमी}$$

$$\text{घनाभाकार टुकड़े का आयतन} = \text{लम्बाई} \times \text{चौड़ाई} \times \text{ऊँचाई}$$

$$\begin{aligned}\therefore \text{ऊँचाई} &= \frac{\text{घनाभाकार टुकड़े का आयतन}}{\text{लम्बाई} \times \text{चौड़ाई}} \\ &= \frac{36}{4 \times 3} = 3 \text{ सेमी.}\end{aligned}$$

अतः उसकी ऊँचाई 3 सेमी है।

घनाभाकार वस्तुओं की लंबाई, चौड़ाई तथा ऊँचाई ज्ञात करने के लिए निम्नांकित सूत्र का प्रयोग करते हैं।

1. लम्बाई $= \frac{\text{आयतन}}{\text{चौड़ाई} \times \text{ऊँचाई}}$	चूँकि $v = l \times b \times h$
2. चौड़ाई $= \frac{\text{आयतन}}{\text{लम्बाई} \times \text{ऊँचाई}}$	$l = \frac{v}{b \times h}$
3. ऊँचाई $= \frac{\text{आयतन}}{\text{चौड़ाई} \times \text{लम्बाई}}$	$b = \frac{v}{l \times h}$
	$h = \frac{v}{l \times b}$

उदाहरण 5. एक घनाभ की लंबाई 1 मीटर, चौड़ाई 50 सेमी और ऊँचाई 20 सेमी है। उसका आयतन ज्ञात कीजिए।

हल यहां लम्बाई, चौड़ाई एवं ऊँचाई के अलग-अलग मात्रक हैं। प्रश्न हल करने के पूर्व इनके मात्रकों को समान करना आवश्यक है।

दिया है घनाभ की लंबाई = 1 मीटर = 100 सेमी

चौड़ाई = 50 सेमी

ऊँचाई = 20 सेमी

$$\begin{aligned}\therefore \text{घनाभ का आयतन} &= \text{लम्बाई} \times \text{चौड़ाई} \times \text{ऊँचाई} \\ &= 100 \times 50 \times 20 = 100000 \text{ सेमी}^3 = 10^5 \text{ सेमी}^3\end{aligned}$$

उदाहरण 6. यदि घन के प्रत्येक कोर को चौगुना कर दिया जाय तो घन का आयतन कितना गुना हो जायेगा?

हल माना कि पहले घन की कोर = S

तो पहले घन का आयतन = S^3

कोर चार गुनी करने पर, दूसरे घन की कोर = $4 \times S = 4S$

$$\begin{aligned}\text{तो दूसरे घन का आयतन} &= (\text{भुजा})^3 \\ &= (4S)^3 \\ &= 4S \times 4S \times 4S \\ &= 64 S^3\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore \frac{\text{दूसरे घन का आयतन}}{\text{पहले घन का आयतन}} &= \frac{64S^3}{S^3} \\ &= \frac{64}{1} \\ &= 64\end{aligned}$$

अतः दूसरे घन का आयतन पहले घन से 64 गुना हो जायेगा।

प्रश्नावली 19.1 (Exercise 19.1)



1. रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए :-

(i) किसी घनाभ में कुलफलक होती हैं।

(ii) घनाभ की लंबाई = $\frac{\text{घनाभ का आयतन}}{\text{चौड़ाई} \times \dots\dots}$

(iii) 1 घन मीटर = घन सेमी

2. पानी की एक टंकी 3 मी. लम्बी, 2 मी. चौड़ी और 1 मीटर गहरी है। उसमें कितना लीटर पानी आयेगा? यदि 1 घन मीटर = 1000 लीटर।

3. चाय के एक डिब्बे की लम्बाई 10 सेमी, चौड़ाई 7 सेमी और ऊँचाई 4 सेमी हो तो डिब्बे का आयतन ज्ञात कीजिए।

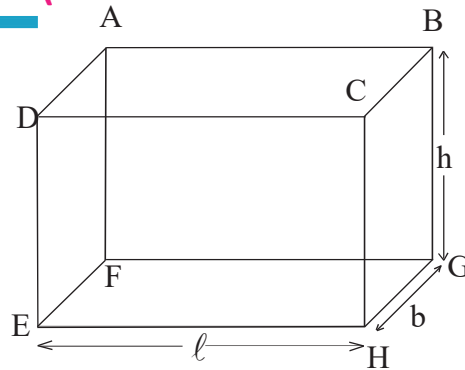
4. चॉक की एक छोटी पेटी की लम्बाई 15 सेमी, चौड़ाई 10 सेमी और ऊँचाई 8 सेमी हो तो उसका आयतन ज्ञात कीजिए।

5. घनाभाकार आकृति के निम्नलिखित माप से आयतन ज्ञात कीजिए :-

क्र.सं.	लम्बाई	चौड़ाई	ऊँचाई
(i)	10 सेमी	5 सेमी	3 सेमी
(ii)	15 सेमी	6 सेमी	4 सेमी
(iii)	8 मी	4 मीटर	2 मीटर
(iv)	5 मीटर	3 मीटर	1.5 मीटर
(v)	40 मिमी	35 मिमी	25 मिमी
(vi)	50 मिमी	40 मिमी	20 मिमी
(vii)	60 मिमी	5 सेमी	4 सेमी
(viii)	12 सेमी	70 मिमी	20 मिमी
(ix)	1 मीटर	25 सेमी	150 मिमी
(x)	3 सेमी	15 मिमी	25 मिमी

6. एक घनाभाकार लकड़ी का आयतन 480 घन सेमी. है। यदि उसकी लम्बाई 10 सेमी चौड़ाई 6 सेमी हो तो ऊँचाई ज्ञात कीजिए।
7. एक घनाकार टुकड़े की एक भुजा 25 सेमी है। उसमें 5 सेमी लम्बाई के कितने घनाकार टुकड़े काटे जा सकते हैं।
8. एक कमरे की लम्बाई, चौड़ाई और ऊँचाई क्रमशः 5 मी., 4.5 मी. एवं 3 मीटर है। इसमें भरी हुई हवा का आयतन ज्ञात कीजिए।
9. डीजल की एक आयताकार टंकी 2 मी. लम्बी, 2 मीटर चौड़ी और 40 सेमी गहरी है। इसमें कितने लीटर डीजल आ सकता है
10. तैरने का एक तालाब 25 मी. लम्बा, 13 मी. चौड़ा है। इसमें 325 घन मीटर पानी छोड़ा गया। इसमें पानी कितना ऊँचा चढ़ जायेगा।
11. किसी आयताकार कमरे की लम्बाई 20 फीट चौड़ाई 18 फीट एवं ऊँचाई 12 फीट है तो उसमें भरी हवा का आयतन कितना होगा?
12. एक घनाकार पासे का किनारा 1.2 सेमी है तो उसका आयतन ज्ञात कीजिये।
13. एक बावड़ी 8 मी. लम्बी, 6 मी. चौड़ी और 9 मीटर गहरी है। उसमें 6 मीटर ऊँचाई तक पानी भरा है तो बावड़ी की धारिता और उसमें भरे पानी का आयतन ज्ञात कीजिये।
14. एक हौज 5 मीटर लम्बा, 4 मीटर चौड़ा और 3 मीटर गहरा है तो हौज की धारिता ज्ञात कीजिए। यदि उस हौज में पानी भरा हो तो पानी का आयतन कितना होगा।
15. एक ईंट की लम्बाई 20 सेमी, चौड़ाई 10 सेमी तथा ऊँचाई 6 सेमी है तो 60 मीटर लम्बा, 0.25 मीटर चौड़ी और 2 मीटर ऊँची दीवार बनाने में कितनी ईंटें लगेंगी।

घनाभ का पृष्ठीय क्षेत्रफल (Surface Area of a Cuboid)



चित्र-19.11

पूर्व में हमने देखा है कि घनाभ में 6 आयताकार फलक होते हैं। इन छः फलकों में सम्मुख फलकों के तीन जोड़े बनते हैं। सम्मुख फलकों के क्षेत्रफल बराबर होते हैं। पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात करने के लिए इन्हीं गुणों का प्रयोग करते हैं।

यदि घनाभ की लम्बाई ℓ , चौड़ाई b , और ऊँचाई h है, तो

1. ऊपर और नीचे के आधार के फलकों

$$\begin{aligned} (\text{ABCD एवं EFGH}) \text{ का क्षेत्रफल} &= \ell \times b + \ell \times b \\ &= \ell b + \ell b = 2\ell b \end{aligned}$$

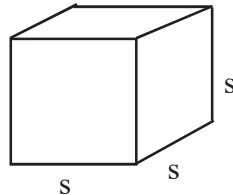
2. दायीं ओर एवं बायीं ओर के फलकों = $b \times h + b \times h$
(BCHG एवं AFED) का क्षेत्रफल = $bh + bh = 2bh$

3. सामने एवं पीछे वाले फलकों = $h \times \ell + h \times \ell$
(CDEH व ABGF) का क्षेत्रफल = $h\ell + h\ell = 2h\ell$

$$\begin{aligned} \text{अतः घनाभ का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल} &= \text{घनाभ की सभी 6 फलकों के क्षेत्रफलों का योग} \\ &= 2\ell b + 2bh + 2h\ell \\ &= 2(\ell b + bh + h\ell) \end{aligned}$$

घन का पृष्ठीय क्षेत्रफल (Surface Area of a Cube)

घनाभ का पृष्ठीय क्षेत्रफल = $2(\ell b + bh + h\ell)$ किन्तु हम जानते हैं कि घन एक विशेष प्रकार का घनाभ है जिसमें लम्बाई, चौड़ाई एवं ऊँचाई बराबर होती है अर्थात् $\ell=b=h$



चित्र-19.12

$$\begin{aligned} \text{अतः घन का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल} &= 2(S.S + S.S + S.S) \\ &= 2.3S^2 \\ &= 6S^2 \end{aligned}$$

उदाहरण 7. उस घनाभ का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसकी लम्बाई 9 सेमी., चौड़ाई 6 सेमी और ऊँचाई 2 सेमी है।

हल: दिया गया है कि घनाभ की लंबाई (ℓ) = 9 सेमी
चौड़ाई (b) = 6 सेमी
ऊँचाई (h) = 2 सेमी

$$\begin{aligned}\therefore \text{घनाभ का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल} &= 2(\ell b + bh + h\ell) \\ &= 2(9 \times 6 + 6 \times 2 + 2 \times 9) \\ &= 2(54 + 12 + 18) = 2(84) = 168 \text{ सेमी}^2\end{aligned}$$

उदाहरण 8. एक घन की कोर की लम्बाई 5.5 सेमी है। घन का पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

हल: दिया गया है कि घन की कोर (S) = 5.5 सेमी

$$\begin{aligned}\therefore \text{घन का पृष्ठीय क्षेत्रफल} &= 6.S^2 = 6(5.5)^2 = 6(5.5 \times 5.5) \\ &= 6(30.25) = 181.50 \text{ सेमी}^2\end{aligned}$$

उदाहरण 9. एक चॉक के डिब्बे की लम्बाई 10 सेमी., चौड़ाई 7 सेमी एवं ऊँचाई 6 सेमी है। गत्ते की सीट की मोटाई पर ध्यान न देते हुये चॉक के डिब्बे बनाने में प्रयुक्त गत्ते का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

हल: चूंकि चॉक का डिब्बा घनाभाकार होता है इसलिए डिब्बा बनाने में प्रयुक्त गत्ते का क्षेत्रफल घनाभ के पृष्ठीय क्षेत्रफल के बराबर होगा।

हल दिया गया है कि डिब्बे की घनाभ की लंबाई (ℓ) = 10 सेमी
चौड़ाई (b) = 7 सेमी
ऊँचाई (h) = 6 सेमी

$$\begin{aligned}\therefore \text{प्रयुक्त गत्ते का क्षेत्रफल} &= \text{घनाभ का पृष्ठीय क्षेत्रफल} \\ &= 2(\ell b + bh + h\ell) \\ &= 2(10 \times 7 + 7 \times 6 + 6 \times 10) \\ &= 2(70 + 42 + 60) = 2(172) = 344 \text{ सेमी}^2\end{aligned}$$

प्रश्नावली 19.2

- रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए :-
(i) 3 सेमी. लम्बी भुजा वाले घन का सम्पूर्ण पृष्ठ = सेमी²
(ii) घनाभ के सम्मुख फलकों का क्षेत्रफल होते हैं।
(iii) घनाभ जिसकी लम्बाई, चौड़ाई और ऊँचाई समान हो, वह कहलाता है।
- उस घनाभ का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए, जिसकी लंबाई, चौड़ाई व ऊँचाई क्रमशः 6.5 सेमी., 4.5 सेमी एवं 2 सेमी है।
- एक घनाभ की लंबाई 15 फुट, चौड़ाई 12 फुट एवं ऊँचाई 9 फुट है। उसका सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
- उस घनाभ का पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसकी लम्बाई 0.5 मीटर, चौड़ाई 25 सेमी और ऊँचाई 15 सेमी है।
- 3.4 सेमी लम्बी कोर वाले घन का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
- उस घन के कोर की लम्बाई ज्ञात कीजिए जिसका संपूर्ण पृष्ठ 216 सेमी² है।

7. एक कमरे के दीवारों, फर्श एवं छत पर सीमेंट का पलस्तर कराया जाना है। यदि कमरे की लम्बाई, चौड़ाई एवं ऊँचाई क्रमशः 4.5 मीटर, 3 मीटर एवं 3.5 मीटर हो तो पलस्तर किये जाने वाले स्थान का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
8. एक तेल का घनाभकार डिब्बा 30 सेमी, 40 सेमी, 50 सेमी माप का है। टिन की चादर का मूल्य यदि 10 रु. प्रति वर्ग मीटर है तो ऐसे 20 डिब्बों को बनाने में लगी टिन का मूल्य ज्ञात कीजिए।
9. दो घनों की कोरें क्रमशः 8 सेमी व 4 सेमी हैं। उनके पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात ज्ञात कीजिए।



हमने सीखा (We have learnt)

1. आयताकार ठोस जिसमें लम्बाई, चौड़ाई एवं ऊँचाई (तीन विमायें) होती हैं, घनाभ कहलाता है।
2. घनाभ में 6 आयताकार फलक, 12 कोरें और 8 शीर्ष होते हैं।
3. जिस घनाभ की लम्बाई, चौड़ाई और ऊँचाई बराबर हो उसे घन कहते हैं।
4. घनाभ का आयतन ज्ञात करने के लिये उसकी लम्बाई ℓ , चौड़ाई b एवं ऊँचाई h का आपस में गुणा करते हैं, अर्थात् $V = \ell b h$
5. घन का आयतन $V = S^3$ (जहाँ S घन का कोर या भुजा है)
6. आयतन का मात्रक घन इकाई है जो 1 इकाई लम्बे, 1 इकाई चौड़े और 1 इकाई ऊँचे घन के आयतन के बराबर होता है।
7. घनाभ के सभी आयताकार फलकों के क्षेत्रफल के योगफल का उसका सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल कहते हैं तथा घनाभ का $\text{संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्र} = 2(\ell b + b h + h \ell)$
8. $\text{घन का सम्पूर्ण पृष्ठ} = 6S^2$
9. $1 \text{ मीटर}^3 = 10^6 \text{ सेमी}^3$