তৃতীয় অধ্যায়

স্থানাংক জ্যামিতি (Coordinate Geometry)

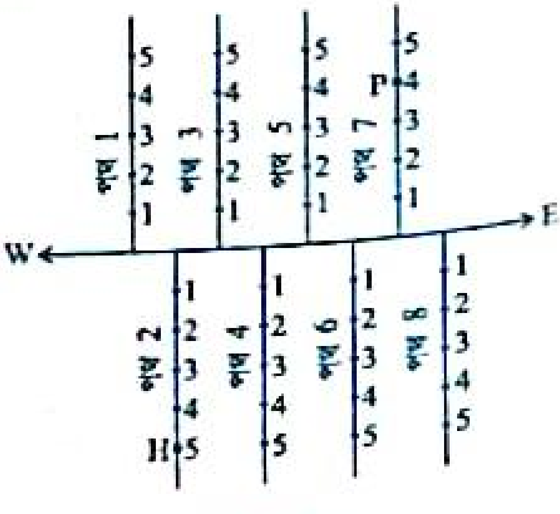
What's the good of Mercator's North Poles and Equators, Tropics, Zones and Meridian Lines?' So the Bellman would cry; and crew would reply 'They are merely conventional signs!'

LEWIS CARROL, *The Hunting of the Snark*

3.1 অৱতাৰণা (Introduction) :

তোমালোকে সংখ্যাৰেখাত বিন্দু এটাৰ অৱস্থান কেনেকৈ নিৰ্ণয় কৰিব পাৰি সেই বিষয়ে ইতিমধ্যে শিকি আহিছা। তদুপৰি তোমালোকে ৰেখাডালত বিন্দু এটাৰ স্থান কেনেকৈ বৰ্ণনা কৰিব পাৰি সেয়াও জনা। এনে বহু ধৰণৰ পৰিবেশ আছে যি বিলাকত এটা বিন্দু উলিয়াবলৈ তাৰ অৱস্থান এডালতকৈ বেছি ৰেখাৰ সাপেক্ষে বৃত্তাৱলগীয়া হয়। উদাহৰণ স্বৰূপে তলৰ অৱস্থাটোলৈ মন কৰা।

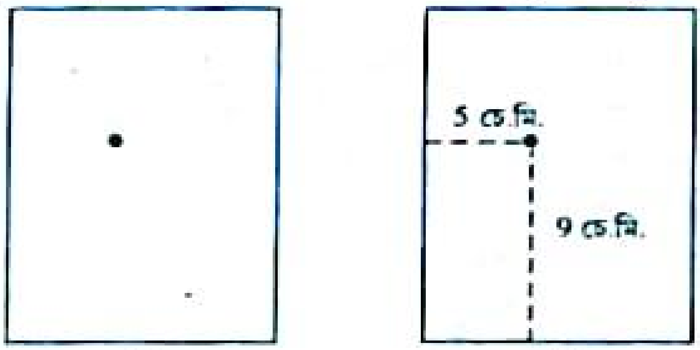
I. চিত্ৰ 3.1 ত মূল পথটো পুব-পশ্চিম দিশত আছে আৰু উপপথবোৰ পশ্চিমৰ পৰা পুবলৈ নম্বৰ অনুসৰি আছে। তদুপৰি প্ৰতিটো উপপথত থকা ঘৰবোৰৰ নম্বৰ দিয়া আছে। ইয়াত এজন বন্ধুৰ ঘৰ উলিয়াবলৈ এটাই মাত্ৰ প্ৰসংগ বিন্দু জানিলেই যথেষ্ট হ'বনে? উদাহৰণ স্বৰূপে, যদি আমি মাত্ৰ জানো যে তেওঁ 2 নং উপপথত থাকে, আমি তেওঁৰ ঘৰ সহজে উলিয়াব পাৰিমনে? ঘৰটোৰ দুটা তথ্য, যেনে— ঘৰটো কোনটো উপপথত আৰু ঘৰৰ নম্বৰ কিমান, এই দুটা নজনাকৈ ইমান সহজে ঘৰটো উলিয়াব পৰা



চিত্ৰ 3.1

নাযাব। যদি আমি 2 নং উপপথৰ 5 নং ঘৰটোলৈ যাব বিচাৰো, তেনেহ'লে প্ৰথমে আমি 2 নং উপপথটো উলিয়াই লৈ সেই পথত থকা 5 নং ঘৰটো উলিয়াব লাগিব। চিত্ৰ 3.1 অত H বিন্দুৱে ঘৰটোৰ অৱস্থান দেখুৱাইছে। সেইদৰে P বিন্দুটোৱে 7 নং উপপথৰ 4 নং ঘৰটো দেখুৱাইছে।

II. ধৰা তুমি এখিলা কাগজৰ এঠাইত এটা ফুট (বিন্দু) দি চিহ্নিত কৰিছা [চিত্ৰ 3.2 (a)]। যদি তোমাক কাগজখিলাত বিন্দুটোৰ অৱস্থান কি সোধা হয় তেন্তে তুমি এইটো কেনেকৈ ক'বা? সম্ভৱতঃ তুমি যিদৰে যত্ন কৰিবা সেয়া হ'ল : 'বিন্দুটো কাগজখিলাৰ ওপৰৰ অৰ্ধত আছে' বা 'বিন্দুটো কাগজখিলাৰ বাওঁ দাঁতিৰ সমীপত আছে' বা বিন্দুটো কাগজখিলাৰ বাঁওফালে ওপৰৰ পিনে থকা চুকটোৰ অতি ওচৰত আছে'। এই উক্তিবিলাকৰ কোনোবাটোৱে বিন্দুটোৰ অৱস্থান সঠিককৈ দিব পাৰিছেনে? দিব পৰা নাই। কিন্তু তুমি যদি কোৱা যে 'বিন্দুটো বাওঁ দাঁতিৰ পৰা প্ৰায় 5 ছেমি. আঁতৰত আছে' তেন্তে ইয়াৰপৰা কিছু আভাস পালেও কিন্তু বিন্দুটোৰ অৱস্থান সম্পূৰ্ণকৈ জনা নেযায়। অলপমান ভাবি চালেই ক'ব পাৰিবা যে বিন্দুটো তলৰ ৰেখাডালৰ পৰাও 9 ছেমি. ওপৰত আছে। এতিয়া আমি বিন্দুটো ক'ত আছে সঠিককৈ ক'ব পাৰিম। এইক্ষেত্ৰত, বিন্দুটোৰ অৱস্থান নিৰ্ধাৰণৰ বাবে দুডাল নিৰ্দিষ্ট ৰেখাৰপৰা ইয়াৰ দূৰত্ব উল্লেখ কৰিব লাগিব। এই ৰেখা দুডালৰ এডাল হ'ল কাগজখিলাৰ বাওঁ দাঁতিটো আৰু আনডাল কাগজখিলাৰ নিম্ন ৰেখাডাল [চিত্ৰ 3.2 (b)] এই কথাখিনি অন্য ধৰণেৰে ক'বলৈ হ'লে বিন্দুটোৰ অৱস্থান জানিবলৈ আমাক দুটা স্বতন্ত্ৰ তথ্যৰ প্ৰয়োজন হয়।



(a) (b)

চিত্ৰ 3.1

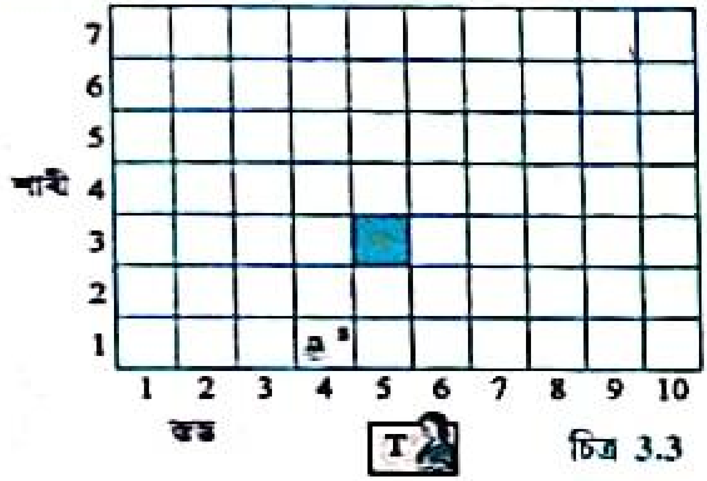
'আসনৰ নক্সা' (Seating plan) নামেৰে জনাজাত কাৰ্যটো শ্ৰেণীকোঠাত কৰি চোৱা।

প্ৰথম কাৰ্য (Activity-1) 'আসনৰ নক্সা' : তোমালোকৰ শ্ৰেণীকোঠাৰ সকলো ডেস্ক একেলগে থৈ বহা স্থানৰ এটা নক্সা আঁকিব লাগে। প্ৰতিখন ডেস্কক এটা বৰ্গৰে সূচিত কৰা। এতিয়া নিৰ্দিষ্ট ডেস্ক এখনত যিজন শিক্ষাৰ্থী বহে তেওঁৰ নামটো সেই ডেস্কক প্ৰতিনিধিত্ব কৰা বৰ্গটোত লিখা। শ্ৰেণী কোঠাত প্ৰতিজন শিক্ষাৰ্থীৰ স্থান দুটা স্বতন্ত্ৰ তথ্যৰ সহায়ত যথোচিত ৰূপে বৰ্ণনা কৰিব পাৰি :

(i) শিক্ষাৰ্থীজন কোনটো স্তম্ভত বহে,

(ii) তেওঁ কোনটো শাৰীত বহে।

যদি তুমি পঞ্চম স্তম্ভ আৰু তৃতীয় শাৰীত থকা ডেস্কত বহি আছা (চিত্ৰ 3.3 ৰ ৰং দিয়া বৰ্গটো) তেন্তে তোমাৰ স্থানটো (5,3) ৰে বুজাব পাৰি। ইয়াৰে প্ৰথম সংখ্যাটোৱে স্তম্ভৰ সংখ্যা আৰু দ্বিতীয়টোৱে শাৰীৰ সংখ্যা বুজাইছে। এই স্থানটো (3,5) ৰ সৈতে একে নে? এই পদ্ধতিৰে শ্ৰেণীটোৰ অন্য শিক্ষাৰ্থীবিলাকৰ নাম আৰু স্থানসমূহ লিখা। উদাহৰণ হিচাপে, যদি ছোৱালী চতুৰ্থ স্তম্ভ আৰু প্ৰথম শাৰীত বহি আছে তেনেহ'লে S(4,1) বুলি লিখা। শিক্ষকজনৰ স্থান তোমাৰ 'আসনৰ নক্সা'ৰ অংশ নহয়। আমি শিক্ষকগৰাকীক মাত্ৰ পৰ্যবেক্ষক হিচাপেহে ধৰিছো।



চিত্ৰ 3.3

ওপৰৰ আলোচনাত লক্ষ্য কৰিছা যে এখন সমতলত থকা যিকোনো এটা বস্তুৰ অৱস্থান দুডাল পৰস্পৰ লম্বৰেখাৰ সহায়ত প্ৰকাশ কৰিব পাৰি। ওপৰৰ 'বিন্দু' বা 'ফুট'টোৰ ক্ষেত্ৰত তলৰ ৰেখাডালৰপৰা বিন্দুটোৰ দূৰত্ব আৰু বাওঁ দাঁতিৰপৰা বিন্দুটোৰ দূৰত্ব আমাক লাগিব। 'আসনৰ নক্সা'ৰ ক্ষেত্ৰত স্তম্ভৰ সংখ্যা আৰু শাৰীৰ সংখ্যা আমাৰ বাবে প্ৰয়োজনীয়। এই সৰল ধাৰণাটোৰ সুদূৰপ্ৰসাৰী প্ৰভাৱ আছে আৰু এই ধাৰণাই 'স্থানাংক জ্যামিতি' নামৰ গণিতৰ এটা গুৰুত্বপূৰ্ণ শাখাৰ সৃষ্টি কৰিলে। এই অধ্যায়ত স্থানাংক জ্যামিতিৰ কিছুমান প্ৰাথমিক ধাৰণা পৰিচিত কৰোৱাই আমাৰ লক্ষ্য। এই শাখাৰ বিষয়ে ওপৰ শ্ৰেণীত বেছিকৈ পঢ়িবলৈ পাবা। এই শাখাটোৰ পোনতে বিকাশ ঘটাইছিল ৰেণে ডেকাৰ্টে নামৰ ফৰাচী দাৰ্শনিক আৰু গণিতজ্ঞ এজনে।

সোতৰ শতিকাৰ মহান ফৰাচী গণিতজ্ঞ ৰেনে ডেকাৰ্টে বিছনাত বাগৰি থাকি ভাবিবলৈ ভাল পাইছিল। এদিন তেওঁ বিছনাত বাগৰ দি জিৰণি লৈ থাকোতে এখন সমতলত এটা বিন্দুৰ অৱস্থান নিৰ্ণয় কৰাৰ সমস্যাটোৰ সমাধান উলিয়াব পাৰিছিল। তেওঁৰ পদ্ধতিটো আছিল অক্ষাংশ আৰু দ্ৰাঘিমাংশৰ পুৰণি ধাৰণাটোৰ বিকশিত ৰূপ। ডেকাৰ্টেৰ সম্মানত সমতলত বিন্দুৰ স্থান নিৰ্ণয়ৰ পদ্ধতিটো কাৰ্টীয় বা কাৰ্টেছীয় পদ্ধতি (Cartesian System) বুলিও জনা যায়।

ৰেনে ডেকাৰ্টে (1596-1650)

চিত্ৰ 3.4

অনুশীলনী 3.1

1. তোমাৰ পঢ়া টেবুলৰ ওপৰত থকা টেবুল লেম্পটোৰ অৱস্থান আন এজনক কেনেকৈ বৰ্ণনা কৰিবা?

2. **(পথৰ নক্সা) :** এখন মহানগৰৰ দুটা প্ৰধান পথ আছে যি দুটা মহানগৰখনৰ কেন্দ্ৰস্থলত এটাৰ ওপৰেৰে আনটো পাৰ হৈ গৈছে। ৰাস্তা দুটাৰ এটা উত্তৰ-দক্ষিণ দিশত আৰু আনটো পূব-পশ্চিম দিশত আছে। মহানগৰখনৰ আন পথবোৰ এই ৰাস্তা দুটাৰ সমান্তৰালকৈ আছে আৰু এটাৰ পৰা আনটোৰ দূৰত্ব 200 মিটাৰ। প্ৰতিটো দিশত 5 টাকৈ পথ আছে। এতিয়া 1 ছে.মি.=200 মিটাৰ বুলি ধৰি তোমাৰ বহীত মহানগৰখনৰ এটা মডেল অংকন কৰা। প্ৰধান পথ আৰু আন পথবোৰ একোডাল সৰলৰেখাৰে দেখুৱাবা।

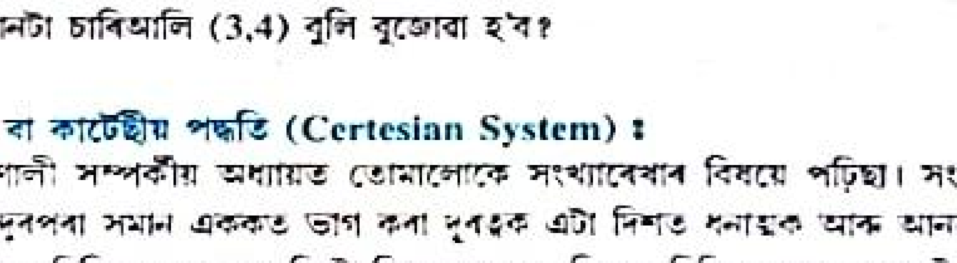
তোমাৰ মডেলটোত চাৰিআলি বহুতো থাকিব। এটা নিৰ্দিষ্ট চাৰিআলি— এটা উত্তৰ-দক্ষিণ দিশে আৰু আনটো পূব-পশ্চিম দিশে যোৱা দুটা পথে সৃষ্টি কৰিছে। প্ৰতিটো চাৰিআলি তলত দিয়া ধৰণেৰে বুজোৱা হ'ব : যদি উত্তৰ-দক্ষিণমুৱাকৈ থকা 2 নং পথটো আৰু পূব-পশ্চিমমুৱাকৈ থকা 5 নং পথটো কোনো ঠাইত পৰস্পৰক ছেদ কৰে তেনেহ'লে এই চাৰিআলিটোক (2,5) ৰে বুজোৱা হ'ব। এই প্ৰথা অনুসৰণ কৰি তলত দিয়া কেইটা উলিওৱা :

(i) কিমানটা চাৰিআলি (4.3) বুলি বুজোৱা হ'ব?

(ii) কিমানটা চাৰিআলি (3,4) বুলি বুজোৱা হ'ব?

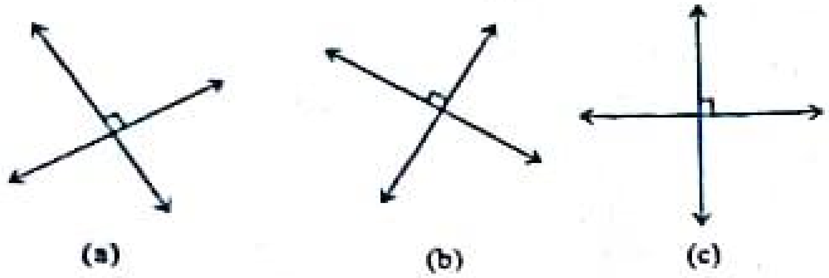
3.2 কাৰ্টীয় বা কাৰ্টেছীয় পদ্ধতি (Certesian System) :

সংখ্যা প্ৰণালী সম্পৰ্কীয় অধ্যায়ত তোমালোকে সংখ্যাৰেখাৰ বিষয়ে পঢ়িছা। সংখ্যাৰেখাত এটা স্থিৰ বিন্দুৰপৰা সমান এককত ভাগ কৰা দূৰত্বক এটা দিশত ধনাত্মক আৰু আনটো দিশত ঋণাত্মক হিচাপে চিহ্নিত কৰা হয়। যিটো বিন্দুৰপৰা দূৰত্ববিলাক চিহ্নিত কৰা হয় সেই বিন্দুটোক মূলবিন্দু (Origin) বুলি কোৱা হয়। এডাল সৰলৰেখাত সমান দূৰত্বত থকা বিন্দুবিলাকেৰে সংখ্যা নিৰ্দেশ কৰিবলৈ সংখ্যাৰেখা ব্যৱহাৰ কৰা হয়। 'O' বিন্দুটো মূলবিন্দু হ'লে যদি এক একক দূৰত্বই 1 সংখ্যাটো বুজায়, তেন্তে তিনি একক দূৰত্বই 3 সংখ্যাটো বুজাব। মূলবিন্দুৰ পৰা ধনাত্মক দিশে r একক দূৰত্বত থকা বিন্দুটোৱে r সংখ্যাটো বুজায়। মূলবিন্দুৰ পৰা ঋণাত্মক দিশে r একক দূৰত্বত থকা বিন্দুটোৱে '$-r$' সংখ্যাটো নিৰ্দেশ কৰে। সংখ্যাৰেখাত থকা বিভিন্ন সংখ্যাৰ অৱস্থান চিত্ৰ 3.5 ৰ সহায়ত দেখুওৱা হৈছে।



চিত্ৰ 3.5

সমতলত পৰস্পৰ লম্বভাৱে এনেধৰণৰ দুডাল ৰেখা সংস্থাপন কৰি সেই দুডালৰ সাপেক্ষে সমতলৰ বিন্দুবোৰৰ অৱস্থান বুজোৱাৰ ধাৰণাটো ডেকাৰ্টে আৱিষ্কাৰ কৰিছিল। চিত্ৰ 3.6 ত দিয়াৰ দৰে এই লম্বৰেখা দুডাল যিকোনো দিশে ল'ব পাৰি। কিন্তু এই অধ্যায়ত সমতলত এটা বিন্দুৰ অৱস্থান নিৰ্ণয়ৰ বাবে যেতিয়া এই ৰেখাদুডাল লোৱা হ'ব তেতিয়া চিত্ৰ 3.6(c)ত দিয়াৰ দৰে অনুভূমিকভাৱে আৰু আনডাল উলম্বভাৱে লোৱা হ'ব।

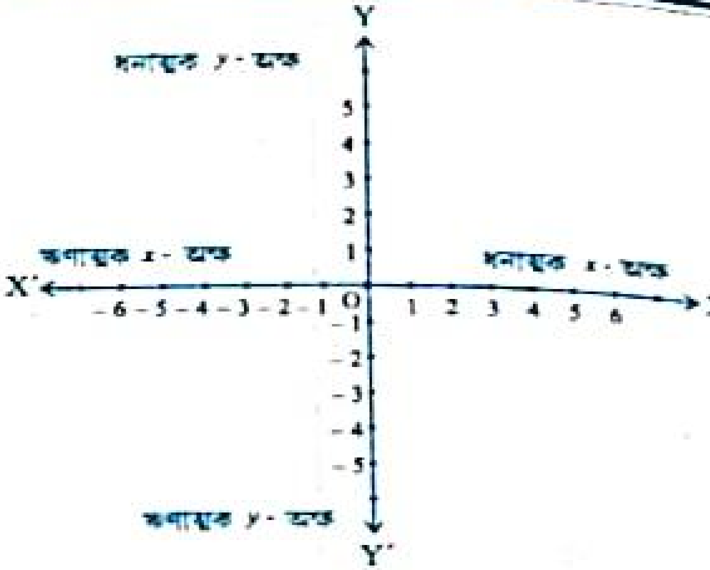


চিত্ৰ 3.6

এই ৰেখা দুডাল প্ৰকৃততে তলত দিয়াৰ দৰে পোৱা যায় — দুডাল সংখ্যাৰেখা লোৱা আৰু ইহঁতক $X'X$ আৰু $Y'Y$ বুলি নাম দিয়া। চিত্ৰ 3.7(a)ত দেখুওৱাৰ দৰে $X'X$ক অনুভূমিকভাৱে লোৱা আৰু সংখ্যাৰেখাত লিখাৰ দৰে ইয়াত সংখ্যাবোৰ লিখা। একেদৰেই $Y'Y$ ও লোৱা হয়, মাত্ৰ ইয়াত $Y'Y$ ক অনুভূমিকভাৱে নাৰাখি উলম্বভাৱে ৰখা হয় [চিত্ৰ 3.7(b)]।

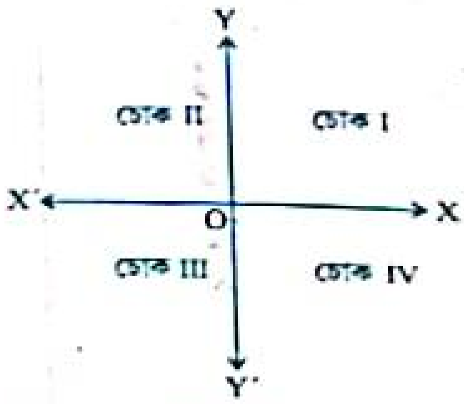
চিত্ৰ 3.7

এতিয়া ৰেখা দুডাল এনেদৰে একেলগ কৰা যাতে এডাল আনডালৰ শূন্য বা মূলবিন্দুৰে পাৰ হৈ যায় (চিত্ৰ 3.8)। অনুভূমিকভাৱে থকা $X'X$ ক x-অক্ষ আৰু উলম্বভাৱে থকা $Y'Y$ক y-অক্ষ বুলি কোৱা হয়। $X'X$ আৰু $Y'Y$ যি বিন্দুত মিলিত হয় সেই বিন্দুটোক মূলবিন্দু (Origin) বুলি কোৱা হয় আৰু ইয়াক O ৰে বুজোৱা হয়। যিহেতু ধনাত্মক সংখ্যাবোৰ OX আৰু OY ৰ দিশত থাকে, গতিকে OX আৰু OY ক ক্ৰমে x-অক্ষ আৰু y-অক্ষৰ ধনাত্মক দিশ বোলা হয়। সেইদৰে OX' আৰু OY' ক ক্ৰমে x-অক্ষ আৰু y-অক্ষৰ ঋণাত্মক দিশ বোলা হয়।



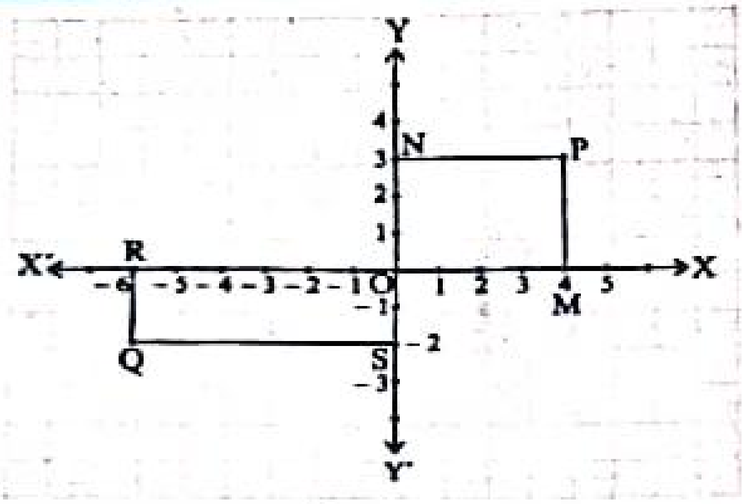
চিত্ৰ 3.8

তোমালোকে লক্ষ্য কৰিছা যে অক্ষ কেইডালে সমতলখনক চাৰিটা ভাগত বিভক্ত কৰিছে। এই ভাগবিলাকৰ প্ৰতিটোকে পাদ বা চোক বোলে। (ইংৰাজীত Quadrant বোলে যাৰ অৰ্থ চাৰি ভাগৰ এভাগ)। OX ৰ পৰা ঘড়ীৰ কাঁটাৰ বিপৰীত দিশত চোকবোৰক I, II, III, IV সংখ্যাৰে সূচিত কৰা হয় (চিত্ৰ 3.9 চোৱা)। গতিকে অক্ষকেইডাল আৰু চোককেইটাৰে সমতলখনক কাৰ্টীয় সমতল, বা স্থানাংক সমতল বা xy-সমতল বুলি কওঁ। অক্ষ দুডালক স্থানাংক অক্ষ বোলা হয়।



চিত্ৰ 3.9

এতিয়া আমি গণিত বিষয়টোত এই প্ৰণালী কিয় এটি বুনিয়াদী ধাৰণা আৰু প্ৰয়োজনীয় সেইটো মন কৰিম। লেখ কাগজত অক্ষ কেইডাল আঁকি দেখুওৱা তলৰ চিনটোলৈ চোৱা। অক্ষ কেইডালৰ পৰা P আৰু Q ৰ দূৰত্ব কিমান হ'ব চোৱা যাওঁক। ইয়াৰ বাবে, x-অক্ষৰ ওপৰত PM আৰু y-অক্ষৰ ওপৰত PN লম্ব টনা হ'ল। একেদৰে, চিত্ৰ 3.10 ত দিয়াৰ দৰে QR আৰু QS লম্ব টনা হ'ল।



চিত্ৰ 3.10

তোমালোকে পাবা যে

(i) y-অক্ষৰপৰা P বিন্দুৰ x-অক্ষৰ ধনাত্মক দিশে লোৱা লম্ব দূৰত্ব হ'ল

PN = OM = 4 একক

(ii) x-অক্ষৰপৰা P বিন্দুৰ y-অক্ষৰ ধনাত্মক দিশে লোৱা লম্ব দূৰত্ব হ'ল

PM = ON = 3 একক

(iii) y-অক্ষৰপৰা Q বিন্দুৰ x-অক্ষৰ ধনাত্মক দিশে লোৱা লম্ব দূৰত্ব হ'ল

OR = SQ = 6 একক

(iv) x-অক্ষৰপৰা Q বিন্দুৰ y-অক্ষৰ ঋণাত্মক দিশে লোৱা লম্ব দূৰত্ব হ'ল

OS = RQ = 2 একক

এতিয়া এই দূৰত্বসমূহৰ সহায়ত বিভ্ৰান্তি নোহোৱাকৈ বিন্দুকেইটা কেনেকৈ বৰ্ণনা কৰিবা? তলত উল্লেখ কৰা প্ৰথা অনুসৰি আমি এটা বিন্দুৰ স্থানাংক এইদৰে লিখো—

(i) এটা বিন্দুৰ x-স্থানাংক হ'ল x-অক্ষৰ দিশে জোখা y-অক্ষৰ পৰা বিন্দুটোৰ লম্ব দূৰত্ব (x-অক্ষৰ ধনাত্মক দিশত হ'লে ধনাত্মক আৰু x-অক্ষৰ ঋণাত্মক দিশত হ'লে ঋণাত্মক)। P বিন্দুৰ ক্ষেত্ৰত এইটো হ'ল +4 আৰু Q ৰ ক্ষেত্ৰত হ'ল –6। x-স্থানাংকক ভুজ (abscissa) বুলিও কোৱা হয়।

(ii) এটা বিন্দুৰ y-স্থানাংক হ'ল y-অক্ষৰ দিশে জোখা x-অক্ষৰ পৰা বিন্দুটোৰ লম্ব দূৰত্ব (y-অক্ষৰ ধনাত্মক দিশত হ'লে ধনাত্মক আৰু y-অক্ষৰ ঋণাত্মক দিশত হ'লে ঋণাত্মক)। P-বিন্দুৰ ক্ষেত্ৰত এইটো হ'ল +3 আৰু Q ৰ ক্ষেত্ৰত হ'ল –2। y-স্থানংকক কোটি (ordinate) বুলিও কোৱা হয়।

(iii) স্থানাংক তলত এটা বিন্দুৰ স্থানাংক লিখোতে x-স্থানাংক প্ৰথমে আৰু তাৰ পিছত y-

স্থানাংক লিখা হয়। স্থানাংক দুটা বন্ধনীৰ ভিতৰত লিখা হয়। সেইবাবে P ৰ স্থানাংক (4,3) আৰু Q ৰ স্থানাংক (–6,–2)।

মন কৰিবা যে এটা বিন্দুৰ স্থানাংকই বিন্দুটোক স্থানাংক তলত অদ্বিতীয় ৰূপে সূচিত কৰে। গতিকে (4,3) আৰু (3,4) একে নহয়।

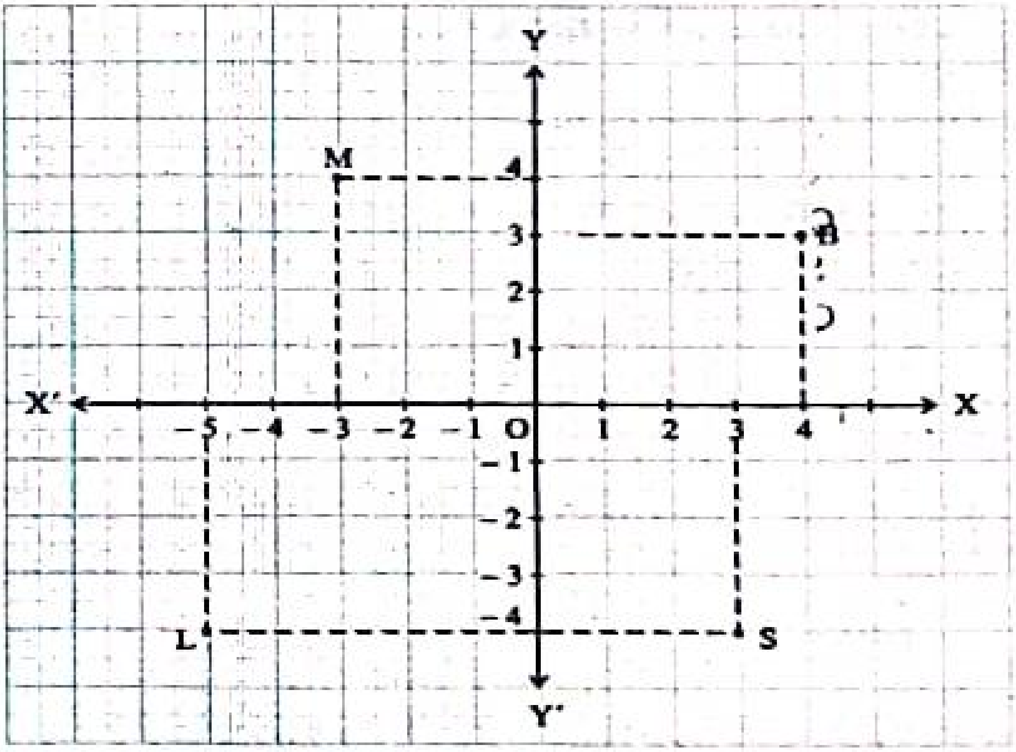
উদাহৰণ 1 : চিত্ৰ 3.11 চোৱা আৰু তলৰ উক্তিবোৰ সম্পূৰ্ণ কৰা :

(i) B বিন্দুটোৰ ভুজ আৰু কোটি ক্ৰমে ______ আৰু ______ ।

(ii) M বিন্দুটোৰ x-স্থানাংক আৰু y-স্থানাংক ক্ৰমে ______ আৰু ______। সেয়ে M-বিন্দুটৰ স্থানাংক হ'ল (______,______)।

(iii) L বিন্দুটোৰ x-স্থানাংক আৰু y-স্থানাংক ক্ৰমে ______ আৰু ______। সেয়ে L-বিন্দুটোৰ স্থানাংক হ'ল (______,______)।

(iv) S বিন্দুটোৰ x-স্থানাংক আৰু y-স্থানাংক ক্ৰমে ______ আৰু ______। সেয়ে S-ৰ স্থানাংক হ'ল (______,______)।



চিত্ৰ 3.11

সমাধান : (i) যিহেতু y-অক্ষৰ পৰা B বিন্দুটোৰ দূৰত্ব 4 একক, গতিকে B বিন্দুৰ x-স্থানাংক বা ভুজ 4 । x-অক্ষৰ পৰা B বিন্দুটোৰ দূৰত্ব 3 একক, সেইবাবে B বিন্দুৰ y-স্থানাংক অৰ্থাৎ কোটি

3। গতিকে B বিন্দুটোৰ স্থানাংক (4,3)।

(ii) ওপৰৰ (i) ত পোৱাৰ দৰেই M বিন্দুটোৰ x-স্থানাংক আৰু y-স্থানাংক ক্ৰমে –3 আৰু 4। গতিকে M বিন্দুৰ স্থানাংক (–3,4)।

(iii) L বিন্দুটোৰ x-স্থানাংক আৰু y-স্থানাংক ক্ৰমে –5 আৰু –4। গতিকে L বিন্দুৰ স্থানাংক (–5,–4)।

(iv) S বিন্দুটোৰ x-স্থানাংক আৰু y-স্থানাংক ক্ৰমে 3 আৰু –4। গতিকে S বিন্দুৰ স্থানাংক (3,–4)।

উদাহৰণ 2 : চিত্ৰ 3.12 ৰ অক্ষকেইডালত চিহ্নিত কৰা বিন্দুকেইটাৰ স্থানাংক লিখা।

সমাধান : তোমালোকে দেখা পাইছা যে

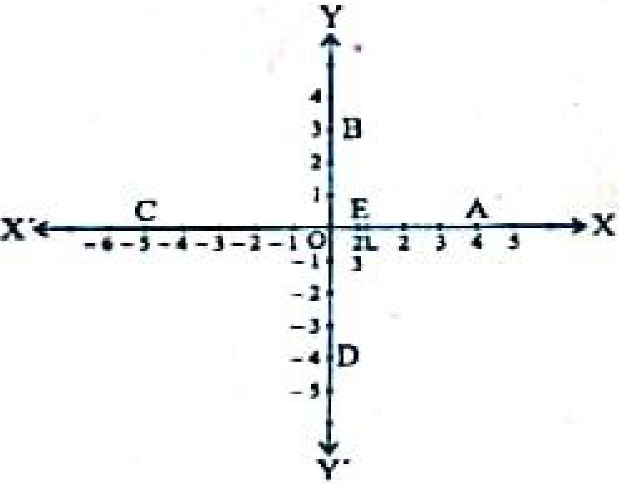
(i) A বিন্দুটো y-অক্ষৰ পৰা 4 একক দূৰত্বত আছে আৰু x-অক্ষৰ পৰা শূন্য দূৰত্বত আছে।
গতিকে A বিন্দুৰ x-স্থানাংক 4 আৰু y-স্থানাংক 0। গতিকে A বিন্দুৰ স্থানাংক (4,0)।

(ii) B বিন্দুৰ স্থানাংক (0,3)। কিয়?

(iii) C বিন্দুৰ স্থানাংক (–5,0)। কিয়?

(iv) D বিন্দুৰ স্থানাংক (0,–4)। কিয়?

(v) E বিন্দুৰ স্থানাংক $(\frac{2}{3},3)$। কিয়?



চিত্ৰ 3.12

যিহেতু x-অক্ষৰ ওপৰত থকা সকলো বিন্দুৰেই x-অক্ষৰ পৰা দূৰত্ব নাই (অৰ্থাৎ শূন্য দূৰত্বত থাকে), গতিকে x-অক্ষৰ ওপৰত থকা সকলো বিন্দুৰেই y-স্থানাংক সদায় শূন্য। সেয়ে, x-অক্ষৰ ওপৰত থকা কোনো বিন্দুৰ স্থানাংক $(x,0)$ ধৰণৰ হয় য'ত x হ'ল y-অক্ষৰপৰা বিন্দুটোৰ দূৰত্ব। একেদৰে, y-অক্ষৰ ওপৰত থকা কোনো বিন্দুৰ স্থানাংক $(0,y)$ আৰ্হিৰ হয় য'ত y হ'ল x-অক্ষৰ পৰা বিন্দুটোৰ দূৰত্ব। কিয়?

মূলবিন্দু 'O' ৰ স্থানাংক কি? দুয়োডাল অক্ষৰ পৰাই ইয়াৰ দূৰত্ব শূন্য, গতিকে ইয়াৰ ভুজ আৰু কোটি দুয়োটাই শূন্য। সেই কাৰণে মূলবিন্দুৰ স্থানাংক (0,0)।

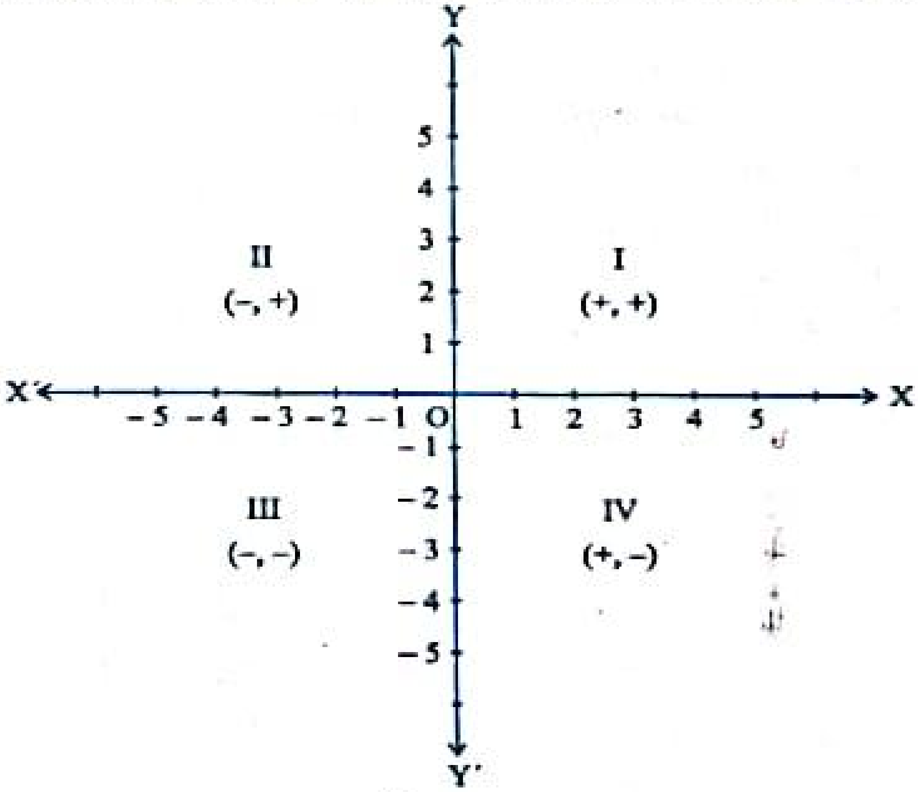
ওপৰৰ উদাহৰণবিলাকৰপৰা তোমালোকে এটা বিন্দুৰ স্থানাংক দুটাৰ চিন আৰু বিন্দুটো থকা চোকটোৰ মাজত থকা তলত উল্লেখ কৰা সম্পৰ্ক বিলাক নিশ্চয় মন কৰিছা।

(i) যদি এটা বিন্দু প্ৰথম চোকত থাকে তেনেহ'লে বিন্দুটোৰ স্থানাংকৰ আৰ্হি হ'ব (+,+)। কাৰণ প্ৰথম চোকটো ধনাত্মক x-অক্ষ আৰু ধনাত্মক y-অক্ষই আৱৰি আছে।

(ii) যদি এটা বিন্দু দ্বিতীয় চোকত থাকে তেনেহ'লে বিন্দুটোৰ স্থানাংকৰ আৰ্হি হ'ব (–, +)। কাৰণ দ্বিতীয় চোকটো ঋণাত্মক x-অক্ষ আৰু ধনাত্মক y-অক্ষই আৱৰি আছে।

(iii) যদি এটা বিন্দু তৃতীয় চোকত থাকে তেনেহ'লে বিন্দুটোৰ স্থানাংকৰ আৰ্হি হ'ব (–,–)। কাৰণ তৃতীয় চোকটো ঋণাত্মক x-অক্ষ আৰু ঋণাত্মক y-অক্ষই আবৰি আছে।

(iv) যদি এটা বিন্দু চতুৰ্থ চোকত থাকে তেনেহ'লে বিন্দুটোৰ স্থানাংকৰ আৰ্হি হ'ব (+,–)। কাৰণ চতুৰ্থ চোকটো ধনাত্মক x-অক্ষ আৰু ঋণাত্মক y-অক্ষই আবৰি আছে। (চিত্ৰ 3.13 চোৱা)



চিত্ৰ 3.13

মন্তব্য : এখন সমতলৰ বিন্দু এটাৰ বিৱৰণ দিবৰ কাৰণে ওপৰত আলোচনা কৰা পদ্ধতিটো এটা মাথোন প্ৰচলিত প্ৰথা যিটো গোটেই বিশ্ব ব্যাপি গ্ৰহণ কৰা হৈছে। পদ্ধতিটো অন্য ধৰণেৰেও, যেনে— প্ৰথমে কোটি আৰু দ্বিতীয়টো ভুজ লৈ, হ'ব পাৰে। সেয়ে হ'লেও বিষয়টো বিভ্ৰান্তিকৰ নহ'বৰ কাৰণে গোটেই পৃথিৱীয়ে ওপৰত বৰ্ণনা কৰা পদ্ধতিটোহে গ্ৰহণ কৰিছে।

অনুশীলনী 3.2

1. তলৰ প্ৰতিটো প্ৰশ্নৰ উত্তৰ দিয়া—

   (i) কাৰ্টীয় সমতলত থকা বিন্দু এটাৰ অৱস্থান নিৰ্ণয় কৰিবলৈ অনুভূমিক আৰু উলম্বভাৱে অংকন কৰা ৰেখা দুডালৰ নাম কি?

(ii) এই ৰেখা দুডালে সমতলখনত সৃষ্টি কৰা প্ৰতিটো অংশৰ নাম কি?

(iii) এই ৰেখা দুডালে পৰস্পৰক যিটো বিন্দুত ছেদ কৰে সেই বিন্দুটোৰ নাম লিখা।

2. চিত্ৰ 3.14 চোৱা আৰু তলত দিয়া কেইটা লিখা—

(i) B বিন্দুৰ স্থানাংক

(ii) C বিন্দুৰ স্থানাংক

(iii) (–3,–5) স্থানাংকৰে চিনাক্ত কৰিব পৰা বিন্দুটো

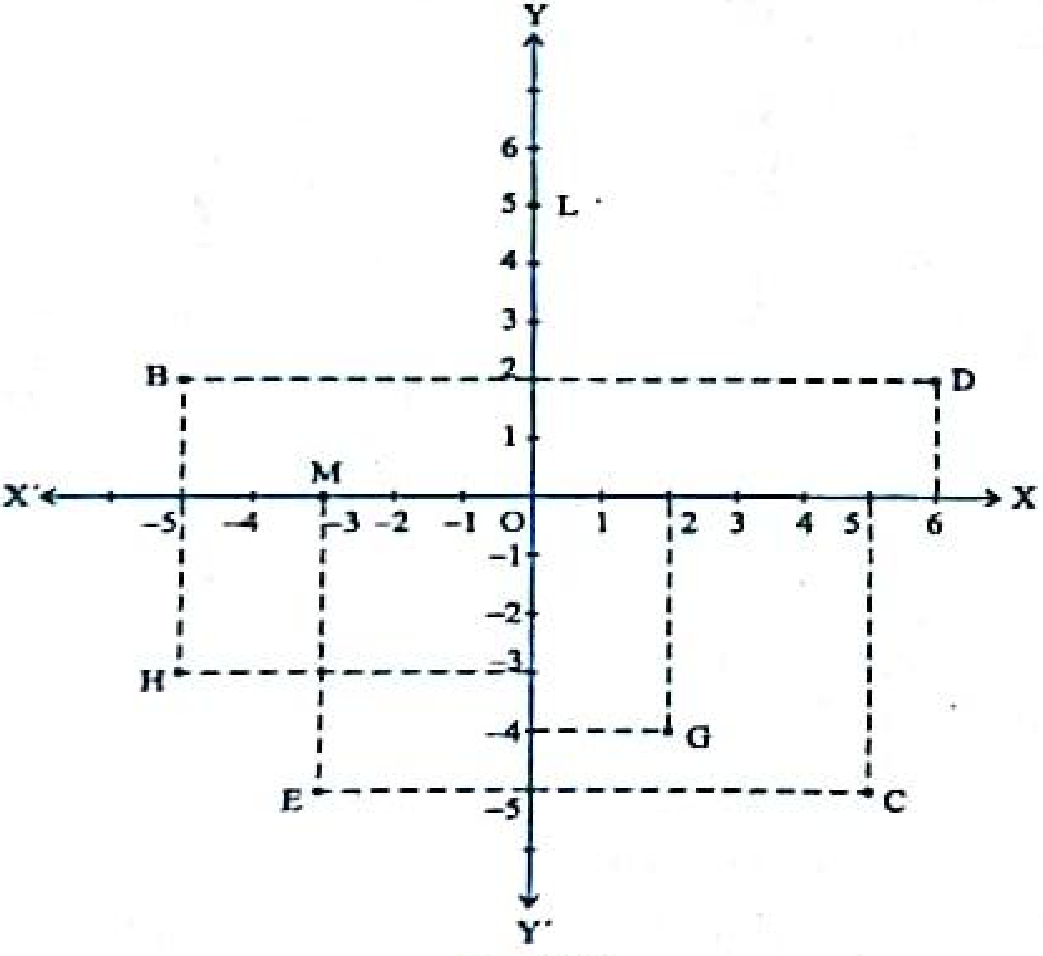
(iv) (2,–4) স্থানাংকেৰে চিনাক্ত কৰিব পৰা বিন্দুটো

(v) D বিন্দুটোৰ ভুজ

(vi) H বিন্দুটোৰ কোটি

(vii) L বিন্দুটোৰ স্থানাংক

(viii) M বিন্দুটোৰ স্থানাংক

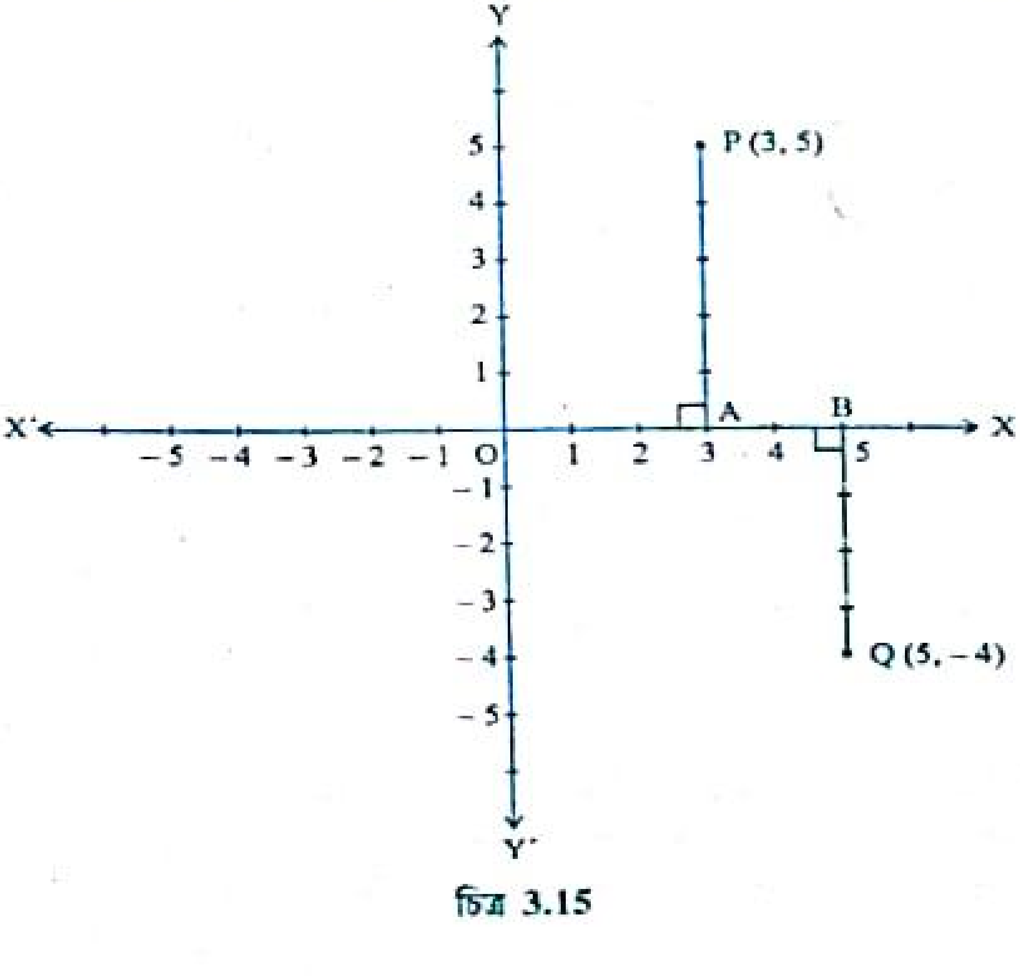


চিত্ৰ 3.14

3.3 স্থানাংক উল্লেখ থকা বিন্দু এটা সমতলত সংস্থাপন (Plotting a Point in the Plane if its Coordinate are Given) :

আমি এতিয়ালৈকে তোমালোকৰ বাবে কিছুমান বিন্দুৰ স্থান অংকন কৰি সেইবিলাকৰ স্থানাংক কি হ'ব তোমালোকক উলিয়াবলৈ দিছো। এতিয়া আমি যিবিলাক বিন্দুৰ স্থানাংক জানো, সেইবিলাক সমতলত কেনেকৈ স্থাপন কৰিব লাগে তাকে তোমালোকক দেখুবাম। এই পদ্ধতিটোকে আমি 'বিন্দুৰ সংস্থাপন' বুলি কওঁ।

ধৰা, এটা বিন্দুৰ স্থানাংক(3,5)। এই বিন্দুটো আমি স্থানাংক সমতলত সংস্থাপন কৰিব বিচাৰিছো। আমি অক্ষ দুডাল আঁকিলো আৰু দুয়োডাল অক্ষৰ বাবে এক চেণ্টিমিটাৰক এক একক হিচাপে লৈ আমাৰ একক নিৰ্ধাৰণ কৰিলো। বিন্দুটোৰ স্থানাংক (3,5) এ বুজায় যে ধনাত্মক x-অক্ষৰ দিশত y-অক্ষৰ পৰা বিন্দুটোৰ দুৰত্ব 3 একক আৰু ধনাত্মক y-অক্ষৰ দিশত x-অক্ষৰ পৰা বিন্দুটোৰ দুৰত্ব 5 একক। মূলবিন্দু O ৰ পৰা আৰম্ভ কৰি ধনাত্মক x-অক্ষত 3 একক হিচাপ কৰি সেই স্থানক A বুলি চিহ্নিত কৰিছো। এতিয়া, A ৰপৰা আৰম্ভ কৰি y-অক্ষৰ ধনাত্মক দিশে গৈ

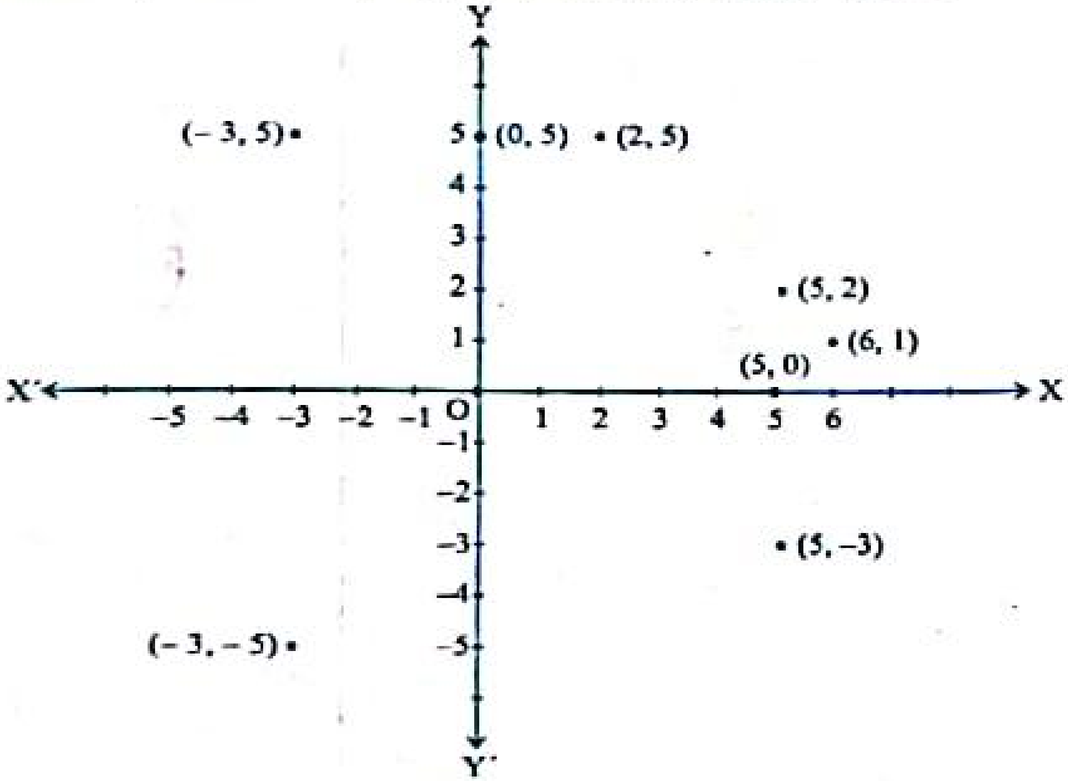


চিত্ৰ 3.15

5 একক হিচাপ কৰি সেই স্থানক P বিন্দুৰে চিহ্নিত কৰিছো (চিত্ৰ 3.15 চোৱা)। তোমালোকে দেখিছা যে P বিন্দুৰ দূৰত্ব y-অক্ষৰ পৰা 3 একক আৰু x-অক্ষৰ পৰা 5 একক। গতিকে P য়েই হ'ল বিন্দুটোৰ স্থান। মন কৰা যে P বিন্দুটো প্ৰথম চোকত আছে, কাৰণ P ৰ দুয়োটা স্থানাংকই ধনাত্মক। একেদৰে তোমালোকে Q(5,–4) বিন্দুটো সমতলত সংস্থাপন কৰিব পাৰিবা। x-অক্ষৰ পৰা Q বিন্দুটোৰ দূৰত্ব ঋণাত্মক y-অক্ষৰ দিশত 4 একক, সেয়ে ইয়াৰ স্থানাংক হ'ল –4। (চিত্ৰ 3.15 চোৱা) Q বিন্দুটো চতুৰ্থ চোকত আছে। কিয়?

উদাহৰণ 3 : কাৰ্টীয় সমতলত (5,0), (0,5), (2,5), (5,2), (-3,5), (-3,-5), (5,-3) আৰু (6,1) বিন্দুকেইটাৰ অৱস্থান দেখুওৱা।

সমাধান : 1 ছেমি = 1 একক ধৰি x-অক্ষ আৰু y-অক্ষ অংকন কৰা হ'ল। চিত্ৰ 3.16 অত বিন্দুবিলাকৰ অৱস্থান একোটাকৈ ফুট (dot) বা দাগৰ সহায়ত দেখুওৱা হৈছে।



চিত্ৰ 3.16

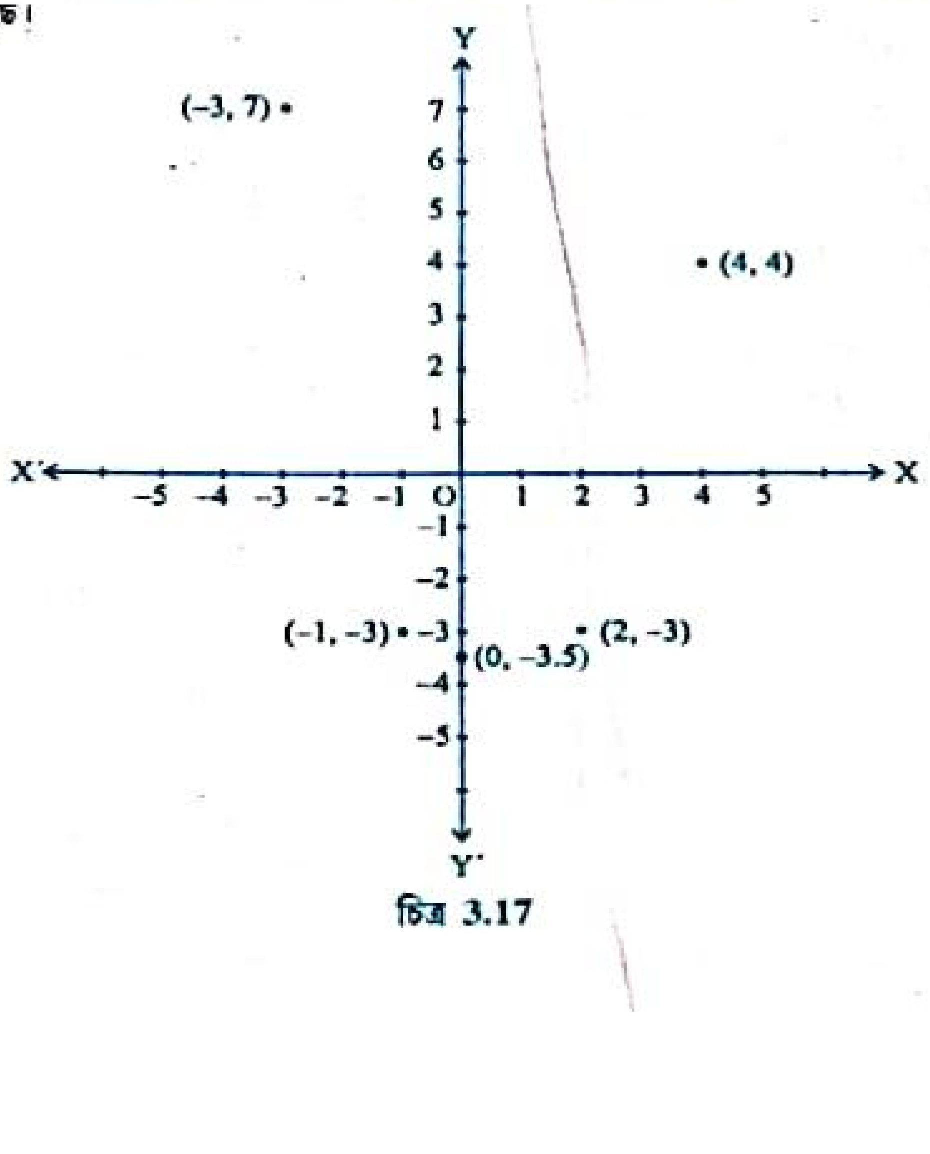
টোকা : ওপৰৰ উদাহৰণৰ পৰা তোমালোকে দেখিছা যে (5,0) আৰু (0,5) ৰ অৱস্থান একে নহয়। সেইদৰে (5,2) আৰু (2,5) ৰ অৱস্থান বেলেগ। তদুপৰি (–3,5) আৰু (5,–3) বেলেগ স্থানত আছে। এনেধৰণৰ বহুতো উদাহৰণৰ সহায়ত জানিব পাৰিবা যে যদি $x \neq y$, তেনেহ'লে কাৰ্টীয় সমতলত (x,y) ৰ স্থান (y,x) ৰ স্থানৰ সৈতে একে নহয়। সেয়েহে যদি x আৰু y-স্থানাংক

পৰস্পৰ সালসলনি কৰা হয়, তেন্তে (y,x) ৰ স্থান আৰু (x,y) ৰ স্থান বেলেগ বেলেগ হ'ব। ইয়াৰ অৰ্থ হ'ল, (x,y)ত x আৰু y ৰ ক্ৰম (order) গুৰুত্বপূৰ্ণ। সেইবাবে (x,y) ক ক্ৰমিক যুগল বুলি কোৱা হয়। ক্ৰমিক যুগল $(x,y) \neq$ ক্ৰমিক যুগল (y,x), যদিহে $x \neq y$। তদুপৰি $(x,y) = (y,x)$ হ'ব যদিহে $x = y$ হয়।

উদাহৰণ 4 : তলত দিয়া সংখ্যাৰ ক্ৰমিক যুগল (x,y)ক কাৰ্টীয় সমতলত বিন্দু হিচাপে সংস্থাপিত কৰা। অক্ষ দুডালত 1 ছেমি. = 1 একক স্কেল ব্যৱহাৰ কৰা।

x	–3	0	–1	4	2
y	7	–3.5	–3	4	–3

সমাধান : তালিকাত দিয়া সংখ্যাৰ যোৰবিলাক (–3, 7), (0, –3.5), (–1, –3), (4, 4) আৰু (2, –3) এই বিন্দুকেইটাৰে বুজাব পাৰি। এই বিন্দুকেইটাৰ অৱস্থান চিত্ৰ 3.17ত ফুট চিহ্নৰে দেখুওৱা হৈছে।



চিত্ৰ 3.17

দ্বিতীয় কাৰ্য (Activity-2) : ***দুজন ব্যক্তিৰ মাজৰ খেল :*** লাগতিয়াল সামগ্ৰী— দুটা কাউন্টাৰ বা মুদ্ৰা, লেখ কাগজ, দুটা বেলেগ ৰঙৰ পাশাগুটি বা dice (ধৰা এটা ৰঙা আনটো সেউজীয়া) :

দুয়োটা কাউন্টাৰ (0, 0)ত একেলগে ৰাখা। প্ৰতিজন খেলুৱৈয়েই একোবাৰকৈ দুয়োটা পাশাগুটিকে একেলগে দলিয়াব। ধৰা হ'ল, প্ৰথমজনে দলিয়াওতে ৰঙা পাশাগুটিটোত 3 আৰু সেউজীয়াটোত 1 পোৱা গ'ল। তেতিয়া সেইজনৰ কাউন্টাৰটো (3, 1) লৈ নিয়া হ'ল। সেইদৰে দ্বিতীয়জনে দলিয়াওতে যদি ৰঙা পাশাগুটিটোত 2 আৰু সেউজীয়টোত 4 পোৱা যায় তেনেহ'লে তেওঁৰ কাউন্টাৰটো (2, 4) লৈ নিব লাগিব। প্ৰথম খেলুৱৈজনে দ্বিতীয়বাৰ পাশাগুটি দুটা দলিয়াওতে ৰঙাটোত 1 আৰু সেউজীয়াটোত 4 পালে তেওঁৰ কাউন্টাৰটো (3, 1)ৰ পৰা (3 + 1, 1 + 4) লৈ নিব লাগিব। অৰ্থাৎ (3, 1)ৰ x স্থানাংকৰ লগত 1 আৰু y স্থানাংকৰ 4 যোগ দিব লাগিব।

এই খেলটোৰ লক্ষ্য হ'ল 'মাত্ৰাধিক্য' (over shooting) নোহোৱাকৈ অৰ্থাৎ ভুজ আৰু কোটিৰ কোনোটোৰ মান 10তকৈ বেছি নোহোৱাকৈ কোনজন খেলুৱৈ প্ৰথমে গৈ (10, 10)অত উপনীত হ'ব পাৰে। তদুপৰি এটা কাউন্টাৰ গৈ আনটো কাউন্টাৰে দখল কৰি থকা স্থানত ওপৰা ওপৰিকৈ থাকিব নোৱাৰে। উদাহৰণ স্বৰূপে, যদি প্ৰথমজনৰ কাউন্টাৰটো দ্বিতীয়জনৰ কাউন্টাৰটোৱে ইতিমধ্যে দখল কৰি থকা বিন্দুটো পায়গৈ তেনেহ'লে দ্বিতীয়জনৰ কাউন্টাৰটো (0, 0) লৈ আহিব। আকৌ যদি 'মাত্ৰাধিক্য' নঘটাকৈ কাউন্টাৰটো নিয়া সম্ভৱ নহয় তেনেহ'লে খেলুৱৈজনে সেইবাৰৰ তেওঁৰ সুবিধা হেৰুৱাব। তোমালোকে এই খেলটো কেইবাজনো বন্ধুৰ লগত খেলিব পাৰিবা।

মন্তব্য : কাৰ্টীয় সমতলত বিন্দু সংস্থাপন কৰা কামটো কিছু পৰিমাণে বেলেগ বেলেগ অৱস্থাত লেখ অংকন কৰাৰ লগত তুলনা কৰিব পাৰি। উদাহৰণ স্বৰূপে, তোমালোকে আগৰ শ্ৰেণীত পাই অহা সময়-দূৰত্বৰ লেখ, বাহু-পৰিসীমাৰ লেখ আদি। এইবিলাক অৱস্থাত অক্ষবিলাকক x-অক্ষ আৰু y-অক্ষৰ ঠাইত t-অক্ষ, d-অক্ষ, s-অক্ষ, বা p-অক্ষ বুলি ক'ব পাৰি।

অনুশীলনী 3.3

1. (–2, 4), (3, –1), (–1, 0), (1, 2) আৰু (–3, –5) এই প্ৰতিটো বিন্দু কোনটো চোক বা কোনডাল অক্ষত আছে? কাৰ্টীয় সমতলত সংস্থাপন কৰি তোমাৰ উত্তৰৰ যথাৰ্থতা পৰীক্ষা কৰা।

2. তলৰ তালিকাখনৰপৰা (x, y) বিন্দুকেইটা দূৰত্বৰ উপযুক্ত একক লৈ সমতলত সংস্থাপন কৰা।

x	–2	–1	0	1	3
y	8	7	–1.25	3	–1

3.4 সাৰাংশ (Summary) :

এই অধ্যায়ত তোমালোকে তলত দিয়া কথাখিনি পঢ়িলা—

1. এটা লক্ষ্যবস্তু বা বিন্দু সমতলত সংস্থাপন কৰিবলৈ আমাক দুডাল পৰস্পৰ লম্ব ৰেখাৰ প্ৰয়োজন। ইয়াৰে এডাল অনুভূমিক আৰু আনডাল উলম্ব।
2. সমতলখনক কাৰ্টীয় বা কাৰ্টেজীয় সমতল বা স্থানাংক সমতল আৰু ৰেখা দুডালক স্থানাংক অক্ষ বোলা হয়।
3. অনুভূমিক ৰেখাডালক x-অক্ষ আৰু উলম্ব ৰেখাডালক y-অক্ষ বোলা হয়।
4. স্থানাংক অক্ষ দুডালে সমতলখনক চাৰিভাগত বিভক্ত কৰে আৰু ইয়াৰে একোটা ভাগক চোক বা পাদ বোলে।
5. অক্ষ দুডালে পৰস্পৰক ছেদ কৰা বিন্দুটোক মূলবিন্দু বোলে।
6. এটা বিন্দুৰ y-অক্ষৰপৰা দূৰত্বক x-স্থানাংক বা ভুজ বোলে। বিন্দুটোৰ x-অক্ষৰপৰা দূৰত্বক y-স্থানাংক বা কোটি বোলে।
7. যদি এটা বিন্দুৰ ভুজ x আৰু কোটি y, তেনেহ'লে বিন্দুটোৰ স্থানাংক হ'ব (x, y)।
8. x-অক্ষৰ ওপৰত থকা কোনো বিন্দুৰ স্থানাংকৰ আৰ্হি হ'ল $(x, 0)$। সেইদৰে y-অক্ষৰ ওপৰত থকা কোনো বিন্দুৰ স্থানাংকৰ আৰ্হি হ'ল $(0, y)$।
9. মূলবিন্দুৰ স্থানাংক $(0, 0)$।
10. এটা বিন্দুৰ স্থানাংকৰ আৰ্হি প্ৰথম চোকত থাকিলে $(+, +)$, আৰু দ্বিতীয় চোকত থাকিলে $(-, +)$, তৃতীয় চোকত থাকিলে $(-, -)$ আৰু চতুৰ্থ চোকত থাকিলে $(+, -)$ ধৰণৰ হয়। ইয়াত $+$ আৰু $-$ চিনে ক্ৰমে ধনাত্মক বাস্তৱ সংখ্যা আৰু ঋণাত্মক বাস্তৱ সংখ্যা বুজাইছে।
11. যদি $x \neq y$ তেনেহ'লে $(x, y) \neq (y, x)$। কিন্তু $(x, y) = (y, x)$ হ'ব যদিহে $x = y$।