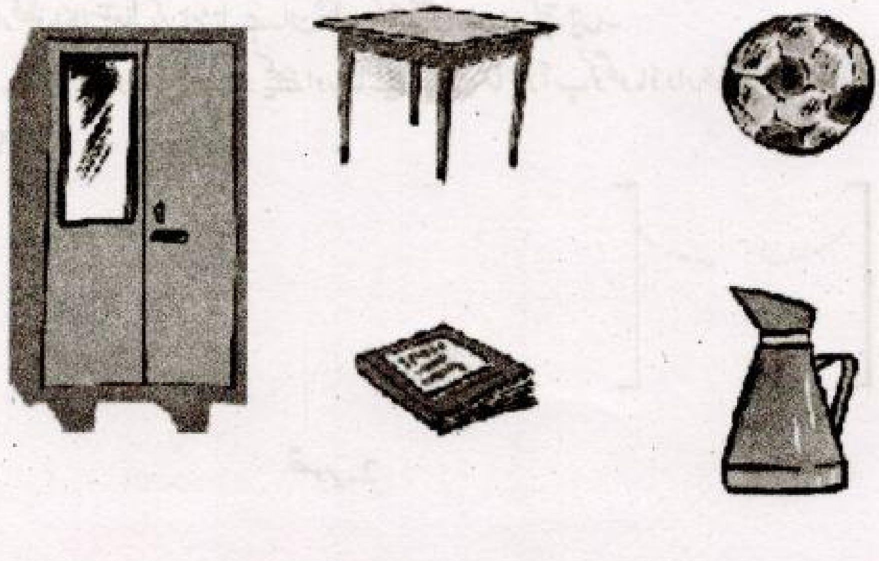
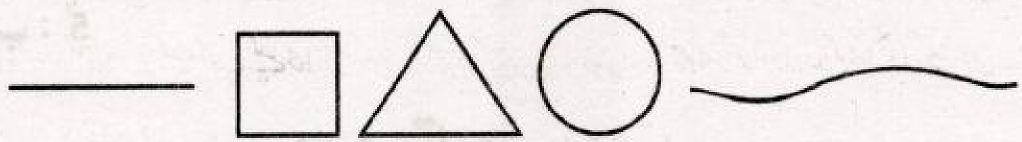
باب : 5

بنیادی اقلیدسی جانکاریاں

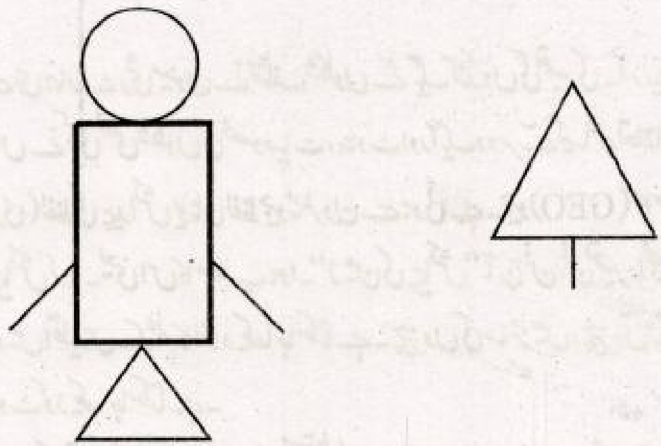
قدیم زمانے سے ہی ہمارے رِشی مینوں نے مختلف شکلوں کے یگ کنڈوں کی تعمیر کی۔ آریہ بھٹ، یوکلیڈ اور عمر خیام وغیرہ ماہر ریاضی داں نے بھی خطی شکلوں کی خصوصیات، بناوٹ اور ایک دوسرے کیساتھ تعلقات کا گہرا مطالعہ کیا ہے۔ اقلیدس (جیومیٹری) لفظ کی پیدائش یونانی لفظ جیومیٹرون سے ہوئی ہے۔ جیو(GEO) کا مطلب ہے زمین اور بیٹرون کا مطلب ہے پیمائش کرنا۔ یعنی اس کا مطلب ہوا۔ ''زمین کی پیمائش'' آج فن، فن تعمیر، انجینئرنگ، پیمائش، کپڑوں کے ڈیزائن وغیرہ میں اقلیدس کے علم کا اثر دیکھا جاسکتا ہے۔ چیزوں کی سائز میں، چیزوں کے ڈیزائن میں او رڈھانچوں میں اقلیدس بناوٹ کو دیکھا جاسکتا ہے۔

نیچے دی گئی چیزوں کی تصویر کو دیکھئے، ان میں مستطیل، مربع، دائرہ، مثلث وغیرہ جیسے اقلیدسی شکلوں کو دیکھئے۔



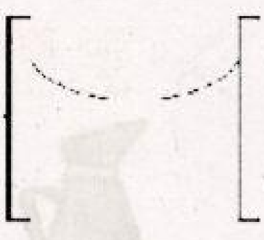


ان شکلوں کی مدد سے کچھ تصاویر بنائیے جیسے:



شکل میں دکھائی دینے والی مختلف طرح کی چیزوں کا جب ہم خطی تصویر بناتے ہیں تو اس میں ہمیں سیدھے اور گھوماؤ دار خطوط کا استعمال کرنا پڑتا ہے۔ ان شکلوں کو ہم خطی بناوٹ کہتے ہیں۔

نیچے کی شکل کو دھیان سے دیکھئے اور بتایئے کہ کون سا خط آپ کو گھوماؤ دار خط لگتا ہے۔ اور کونسا سیدھا خط ہے۔؟



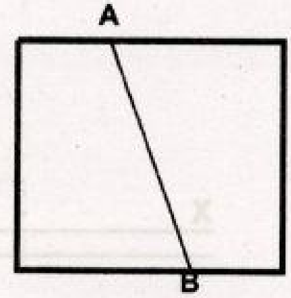
تصویر۔1

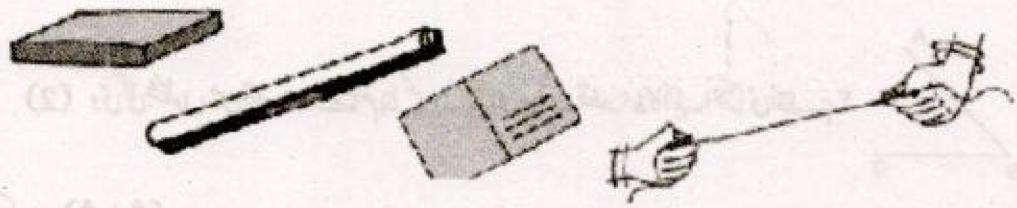
تصویر۔2

اگر آپ کو دائرہ و چوکور خطی تصویر کھینچنے کو کہا جائے تو آپ دائرہ کیسے خط سے بنائیں گے؟ اس طرح ایک چوکور یا مربع بنانے کیلئے آپ کیسے خط کا استعمال کریں گے۔ سیدھا خط کو خط مستقیم اور گھماؤ دار خط کو خط منحنی کہتے ہیں۔

5.1 قطعہ خط

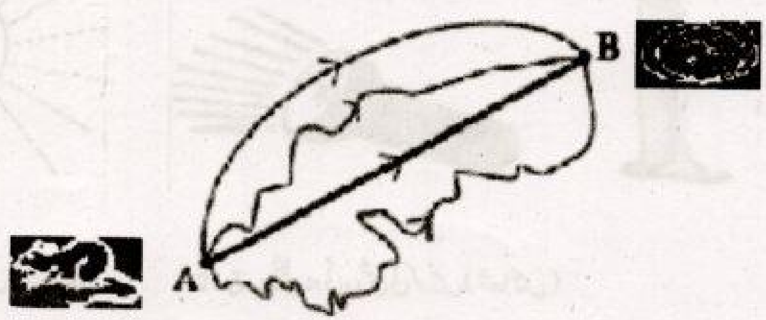
اپنی کاپی کا غذ لیجئے اور اس کو موڑیے اور پھر اسے کھول لیجئے۔ آپ کو اس ٹکڑے پر جو نشان دکھائی دیتا ہے وہ آپ کو ایک خط کا احساس کراتا ہے۔ اس کے دو آخری نقطے A اور B ہیں۔ اسی طرح کتاب کا ایک کنارہ قطعہ خط کو ظاہر کرتا ہے۔ قطعہ خط کے چند مثال ان شکلوں میں ہیں۔





خود کیجئے:

1. آپ اپنے آس پاس کے قطعہ خط کی کچھ مثالیں تلاش کیجئے اور ان کے نام لکھئے۔
2. تصویر کو غور سے دیکھئے۔ نقطہ A پر ایک چوہا ہے اور نقطہ B پر روٹی کا ایک ٹکڑا۔ چوہا چار راستوں سے اس روٹی تک پہنچ سکتا ہے۔ آپ کو یہ بتانا ہے کہ چوہا کس راستے سے سب سے پہلے روٹی تک پہنچے گا؟ اور کیوں؟



آپ نے دیکھا تیسرے راستے سے چوہا سب سے پہلے روٹی تک پہنچے گا، A اور B کے بیچ کی سب سے چھوٹی دوری ہے ہم کہہ سکتے ہیں کہ دو نقطے A اور B کے بیچ سب سے کم دوری AB کو قطعہ خط کو ظاہر کرتا ہے۔ اسے AB یا BA سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ نقطہ A اور B اس قطعہ خط کے اختتامی نقطہ ہیں۔

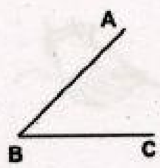
کچھ کریں:

قطعہ کے خط کا نام لکھیں

کچھ کریں

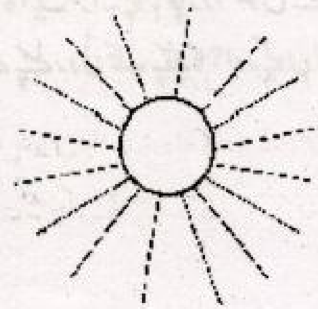
(1)

(2) دی گئی شکلوں میں قطعہ خط کے نام بتائیں۔ کیا 'A' ہر ایک قطعہ خط کا ایک اختتامی نقطہ ہے؟



کرن (شعاع)

تصور کیجئے کہ AB قطعہ خط کو B نقطہ سے آگے ایک سمت میں بغیر ختم کئے ہوئے آگے بڑھایا گیا ہے، یہ ایک شعاع کرن ہے۔ کرن کے کچھ مثال ذیل ہو سکتے ہیں۔

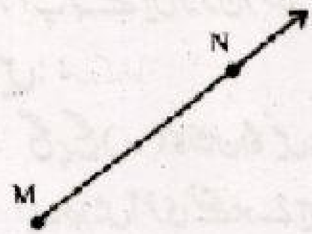


سورج کی کرنیں (شعاعیں)

ٹارچ سے نکلی ہوئی روشنی کی کرنیں (شعاعیں)

کرن ایک نقطے سے شروع ہوتی ہے اور ایک ہی سمت میں بغیر ختم ہوئے بڑھتی جاتی ہے۔ کرن جس نقطہ سے شروع ہوتی ہے وہ اس کی ابتدائی نقطہ کہلاتا ہے۔

بائیں جانب کرن کی شکل دی ہوئی ہے۔ اس کا ابتدائی نقطہ 'M' ہے۔ 'N' اس کرن پر واقع کوئی دوسرا نقطہ ہے۔ اس کرن کو ہم MN سے ظاہر کرتے ہیں۔



غور کریں اور بتائیں۔

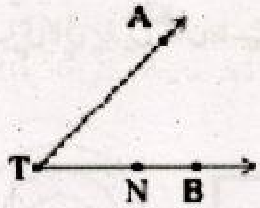
اگر 'AB' ایک کرن ہے تو

(الف) اس کی ابتدائی نقطہ کیا ہے؟

(ب) کیا نقطہ B اسی کرن پر واقع ہے؟

(پ) کیا ہم کہہ سکتے ہیں کہ B اس کرن کا ابتدائی نقطہ ہے؟

کچھ کریں۔



(1) شکل میں دی گئی کرنوں کے نام لکھیے۔

(2) کیا T ابتدائی نقطہ ہے؟

(3) کیا N ابتدائی نقطہ ہے؟

خط:

جب قطعہ خط MN کو ایک سمت میں 'N' سے آگے اور دوسری طرف 'M' سے آگے بغیر کسی اختتام کے لگاتار بڑھاتے جائیں تو کیا ہوگا؟

ایسا کرنے پر شکل کا نہ تو شروع ہوگا نہ اختتام۔ اس سے ہمیں ایک خط کی مثال حاصل ہوگی خط کا نہ تو کوئی ابتدائی نقطہ ہوتا ہے اور نہ کوئی انتہائی نقطہ۔ اس پر لاتعداد نقطے ہوتے ہیں۔ لیکن خط کی حالت اور جھکاؤ کا تعین کرنے کیلئے ہمیں کم سے کم دو نقطوں کا تعین کرنا پڑتا ہے۔ جو اس خط کے راہ کی سمت تعین کرتے ہیں۔ خط کو انگریزی میں چھوٹے حرف سے بھی ظاہر کرتے ہیں۔ جیسے MN کو 1 سے ظاہر کیا جاسکتا ہے۔

MN - MN خط ہے جو دونوں سمت بڑھتا ہے۔

MN - MN خط ہے جو N کی سمت میں بڑھتا ہے۔

$\overline{MN}$ - MN قطعہ خط ہے جس کا ایک سرا 'M' اور دوسرا، سرا 'N' ہے۔

آپ کہہ سکتے ہیں کہ کرن (شعاع) خط کا ہی ایک حصہ ہے۔

کچھ کریں:

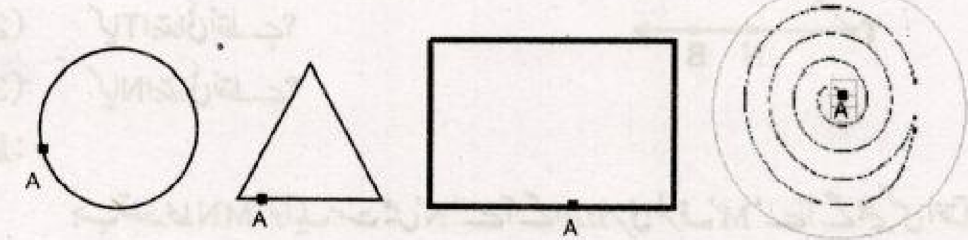
صحیح پر صحیح (✓) کا نشان لگائیں:

ایک خط میں آخری نقطے ہوتے ہیں۔ ایک/دو/ کوئی نہیں۔

ایک قطعہ خط میں آخری نقطے ہوتے ہیں۔ ایک/دو/ کوئی نہیں۔

ایک کرن میں آخری نقطے ہوتے ہیں۔ ایک/دو/ کوئی نہیں۔

آپ اپنی کاپی پر ذیل شکلیں بنائیے۔

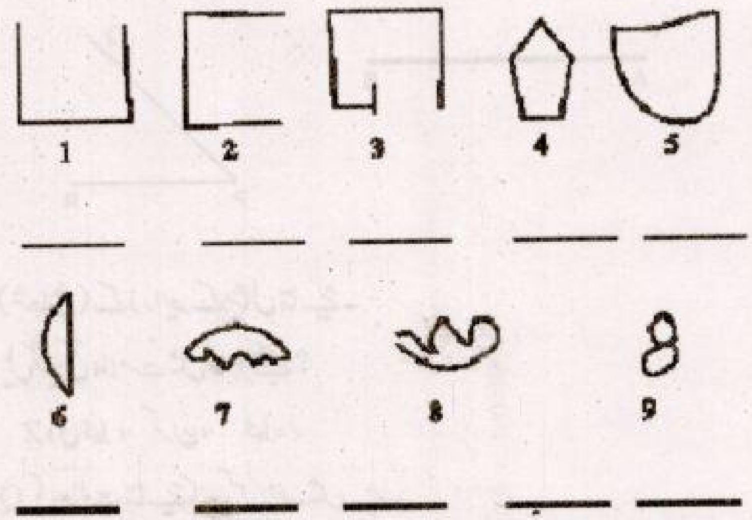


مستطیل۔ مثلث دائرہ

اوپر دی ہوئی شکلوں میں نقطہ A پر اپنی پنسل رکھ شکل کے خط کے سہارے چلنا شروع کریں جن شکلوں میں جس نقطہ سے شروع کیا پھر اسی نقطہ پر پہونچ جائیں ۔ایسی شکلیں بند شکلیں ہیں، جن شکلوں کو بناتے وقت شروعاتی نقطہ واختتامی نقطہ الگ تھے وہ شکلیں کھلی شکلیں کہلاتی ہیں۔ جیسے پہلی تین شکلوں میں کسی بھی نقطہ سے ابتدا کرنے پر آخیر میں اسی نقطہ پر پہنچ جاتے ہیں آپ کسی بھی نقطہ پر دوبارہ چلیں تو کیا پھر ابتدائی نقطہ پر پہنچ جاتے ہیں؟اس کی جانچ کیجیے۔

غور کریں اور بتائیں:

کون سی بناوٹ بند اور کون سی کھلی۔

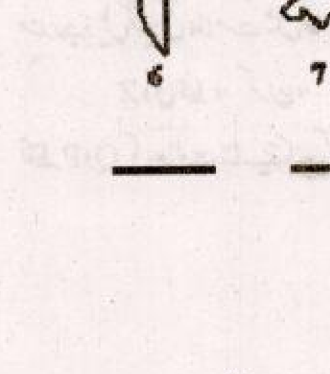


5.5 ایک شکل میں حالتیں

عملیات:1

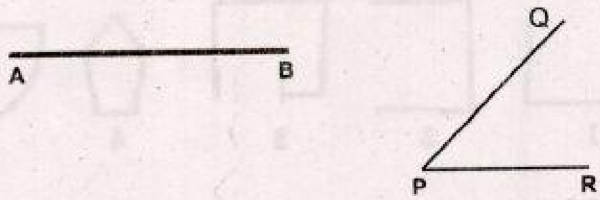
خط منحنی کی مدد سے ایک بند شکل بنائیں اور اس شکل کے اندر ایک نقطہ 'A' خط منحنی کی چوحدی پر پر ایک نقطہ 'B' اور بند شکل کے باہر ایک نقطہ 'C' لیں۔

آپ کے ذریعہ بنائی گئی شکل کا ایک نمونہ بائیں جانب دکھایا گیا ہے۔ یہاں نقطہ 'A' خط منحنی کے اندر کے حصے میں ہے۔ نقطہ 'B' منحنی کی چوحدی یعنی منحنی سطح پر ہے اور نقطہ 'C' منحنی کے باہر کے حصے میں واقع ہے۔ منحنی کا اندرونی حصہ اور اس کی چوحدی کو منحنی سطح کا رقبہ کہا جاتا ہے۔



سوالات 5.1

(1) نیچے دئے گئے قطعہ خطوط کے نام بتائیے۔

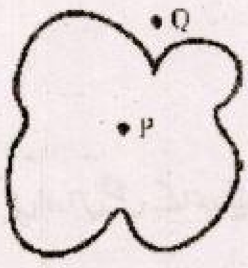


(2) کرنوں (شعاع) کے ذرایعہ کے مثال بتائیے۔

(3) مندرجہ ذیل کو حرفی علامت میں ظاہر کیجیے؟

جزوی خط ، کرن ، خط ،

(4) نقطہ P و Q کی حالت بتائیے کہ یہ کس حصہ میں ہے۔



5.6 زاویہ

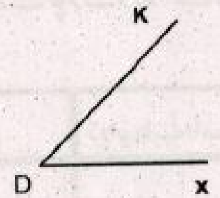
جب دو خط مستقیم یا کرنیں ایک نقطہ پر ملتی ہیں یا کاٹتی ہیں تو ان خطوط کے بیچ کے گھماؤ یا جھکاؤ کو زاویہ کہتے ہیں۔

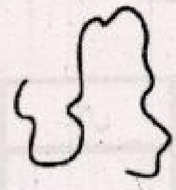
مثال کے لئے ہم گھڑی کے گھنٹہ اور منٹ کی سوئیوں کو دو کرن AB اور AC مانیں تو ہم دیکھتے ہیں کہ ان دونوں کرنوں میں ایک مشترک نقطہ A ہے اور کرن AB اور AC ایک زوائیہ بنا رہی ہے۔ A اس زاویہ کا ابتدائی نقطہ ہے جسے ہم زوایہ کا راس کہتے ہیں و AB و AC اس زاویہ کو بنانے والے اضلاع ہیں۔ اس طرح ایک ابتدائی نقطہ سے کھینچی

گئی دو کرنوں سے بننے والی شکل زاویہ ہے۔

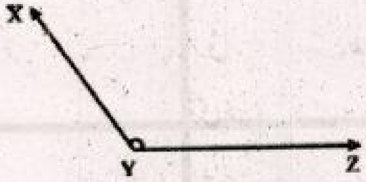
کچھ کریں۔

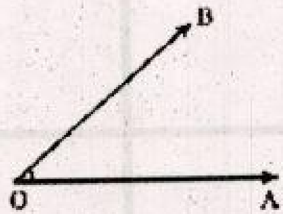
(1) بتائیے کہ تصویر میں کس زاویہ دیکھ رہے ہیں۔



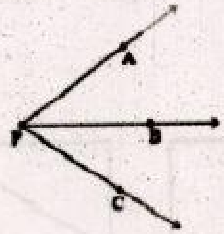


(2) تصویر دیکھ کر نام بتایئے۔





زاویوں کو ہم ان کے نام سے پڑھتے نقطہ راس ٹھیک بیچ میں رکھتے ہیں رکھتے ہیں، یہاں دئے گئے زاویئے کا نام زاویہAOB یازاویہBOA ہے۔دونوں ناموں میں راس 'O' بیچ میں ہے۔ اس میں 'OA' کی سمت سے 'OB' کی سمت جانے میں کتنا گھماؤ یا جھکاؤ ہوا ہے۔ یہ زاویہ AOB بتاتا ہے، زاویہ کو علامت میں لکھتے ہیں ۔جب صرف ایک ہی زاویہ ہو تب AOB> یا BOA> کے لئے متعلقہ 0> بھی استعمال میں لایا جاسکتا ہے۔ یعنی صرف راس کے ذریعہ بھی ظاہر کیا جاسکتا ہے۔ متعلقہ شکل کو دیکھئے۔اس زوایہ کا کیا نام ہے؟ کیا ہم اسے P> کہیں گے P> سے ہمارا کیا مطلب ہوگا؟ اسے P> کہنے سے کیا دھوکا ہوسکتا ہے۔



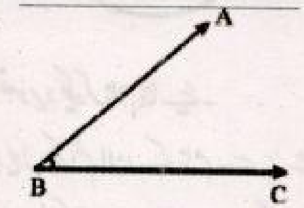
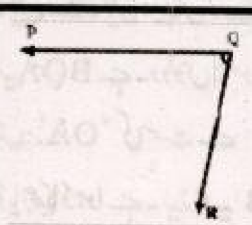
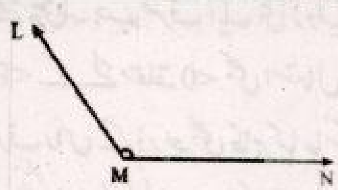
کیا یہاں پر ہر ایک زوایہ کو صرف اس کے راس کے ذریعہ نامزد کرنا معاون ہوگا؟

P> کا مطلب یہاں APB> یا CPB> یا APC> ہوسکتا ہے -اس لئے یہاں اور زیادہ سمجھ کی ضرورت ہے۔ دھیان دیجئے کہ زاویہ

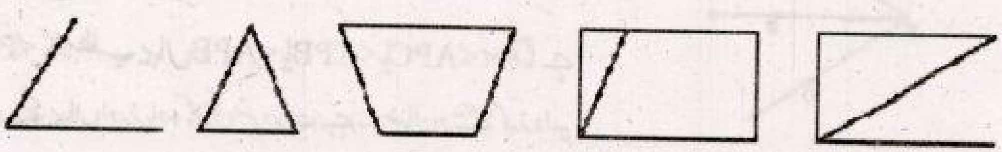
کو لکھتے وقت اس کے راس کے حروف کو ہمیشہ بیچ میں لکھا جاتا ہے۔

سوالنامہ: 5.2

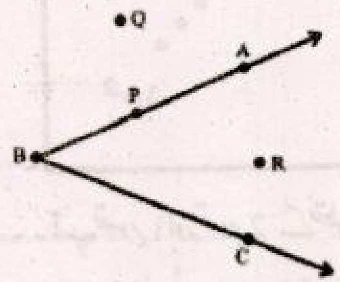
1 - نیچے دیئے گئے چارٹ کو پورا کیجئے۔

زاویہ کا نام	زاویہ بنانے والے اضلاع	راس	زاویہ
			
			
			

2 - نیچے کی شکلوں میں بننے والے زاویوں کی تعداد بتایئے:



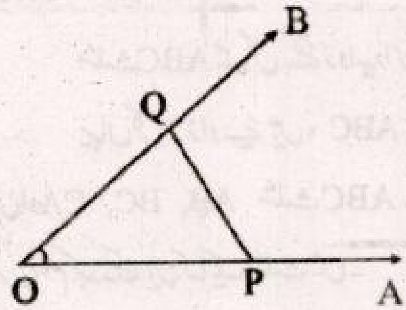
3 - تصویر دیکھ کر بتائیے کہ نقطہ R،P,0 زاویہ کے کس حصہ میں واقع ہے۔



5.7 مثلث:

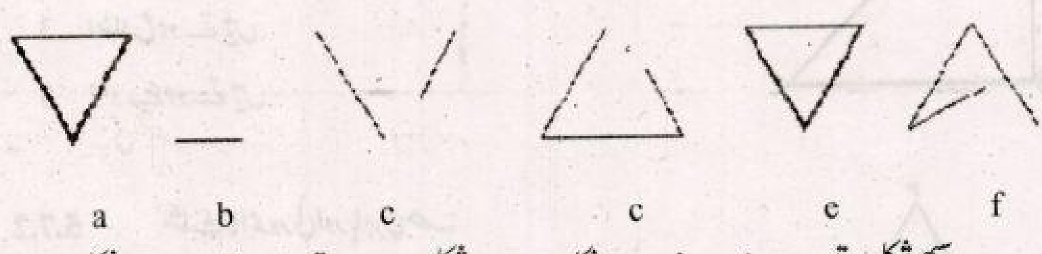
عملیات:2

ایک زوایہ کی بناوٹ کیجئے ۔ اب اس زوایہ کو بنانے والے ضلع OA پر ایک دسرا ضلع OB پر پر ایک نقطہ O لیجئے ۔ نقطہ P کو اسکیل سے ملایئے بتایئے کہ بننے والی شکل بند شکل ہیں یا کھلی؟ اس شکل میں کل کتنے اضلاع ہیں۔



ظاہر ہے۔ آپ کا جواب ہوگا بننے والی شکل OPQ ایک بند شکل ہے اور اس میں کل تین اضلاع PQ،OP اور QO ہیں۔

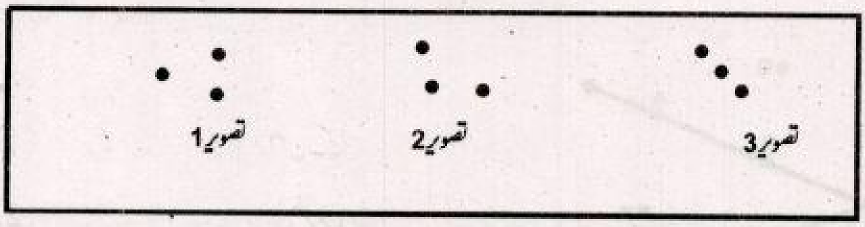
آیئے کچھ شکلوں پر غور کریں۔



یہ سبھی شکلیں تین اضلاع سے بنی ہیں اور شکل a اور c بند شکلیں ہیں۔ یہ تین قطعہ خطوں سے بند شکلیں ہیں۔ یعنی انہیں مثلث کہتے ہیں۔

عملیات 3 : نیچے ہر ایک تصویر میں تین تین نقطہ دئے گئے ہیں ۔ کیا ان تین نقطوں کو جزو خط کے ذریعہ ملا کر آپ

مثلث بناسکتے ہیں۔؟

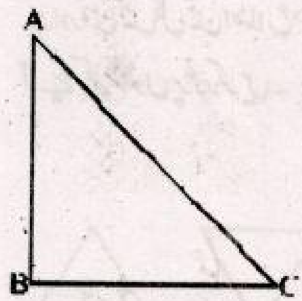


آپ تصویر1 اور تصویر2 کے نقطوں کوآپس میں ملا کرمثلث تو بنالیتے ہیں۔لیکن تصویر3 میں تینوں نقطے ایک سہل خط میں ہیں۔جنہیں جوڑا جائے تو۔ایک خط مستقیم ہمیں حاصل ہوتا ہے۔یعنی تین غیر خطی نقطوں ایک دوسرے سے ملانے پر جو بند شکل بنتی ہے وہی مثلث ہیں۔

5.7.1 مثلث کے حصے:

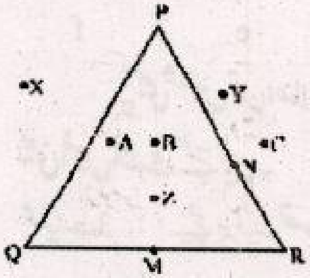
مثلثABC میں کل کتنے زوایہ راس واضلاع ہیں؟نام بتائیے۔

یہاں کل 3 زاویے ہیں، <ABC، <BCA اور <CAB اور راس بھی تین B,C اورA ہیں اورAB, BC, CA مثلث ABC کے تین راس ہوں گے۔اس طرح ہم کہہ سکتے ہیں کہ ایک مثلث میں۔



- 3 راس ہوتے ہیں
- 3 اضلاع ہوتے ہیں
- 3 زاویے ہوتے ہیں

5.7.2 مثلث کا اندورنی اور باہری حصہ:



کسی سطح پر بنے مثلث میں نقطہ تین حصوں میں رکھے جاسکتے ہیں۔ پہلا حصہ جو مثلث کے اندر ہیں مثلث کا اندونی حصہ۔دوسرا حصہ جو مثلث پر ہے چوحدی کا حصہ اور تیسرا جو مثلث کے باہر واقع ہے۔مثلث کا بارہری حصہ کہا

جاتا ہے۔ یہاں A,B اور Z مثلث کے اندرونی حصے میں ہے۔ N اور M نقطہ مثلث پر ہے اور نقطہ X, Y اور C مثلث کے باہری حصہ میں واقع ہے۔

کچھ کریں:

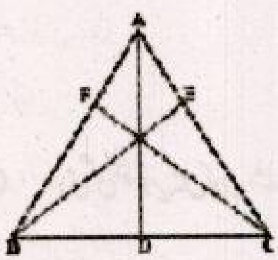
(1) مثلث ABC بنا کر اس کے اندرونی حصے کو سایہ دار کریں۔

(2) نقطہ P اور Q کو اس طرح ظاہر کریں کہ وہ اس کے باہری حصے میں رہیں۔

(3) نقطہ M کو مثلث پر ظاہر کریں۔

5.7.3 مثلث کے راس، ارتفاع اور وسطانیہ

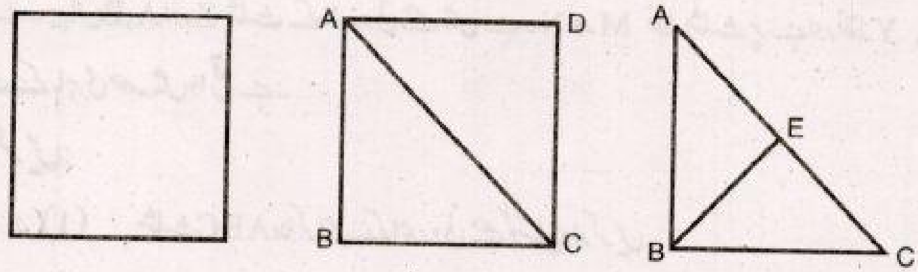
ABC ایک مثلث ہے جس میں راس A ہے۔ سامنے کا ضلع BC پر ڈالا گیا ارتفاع AD ہے۔ تب AD کو ارتفاع بھی کہتے ہیں۔ کی اسی طرح راس B سے AC پر اور راس C سے AB پر راس ارتفاع ڈالا گیا ہے۔ یہ تینوں مثلث کے ارتفاع ہیں۔ ان کی لمبائی مقسوم علیہ مثلث میں برابر نہیں ہوتی۔



مثلث میں جو ارتفاع ہوتے ہیں جو ایک ہی نقطہ پر گذرتے ہیں۔ یہ نقطہ مثلث کا ارتفاع مرکز کہلاتا ہے۔

عملیات-4 (لائحہ عمل)

کاغذ کا ایک مربع نما ٹکڑا لیجئے اور اس کے ایک زاویہ کو اس کے سامنے کے زاویہ پر رکھ کر موڑ یئے۔ اس مڑی ہوئی جگہ سے کاغذ کو پھاڑ یئے۔ اب آپ کا دو مثلث حاصل ہوتے ہیں۔ کاغذ کے بنے مثلث کے راس کو، ضلع کو A، C،B، اور A,C,D نام دیجئے۔ اب مثلث کے تین راسوں میں سے ایک راس C کو اٹھا کر دوسرے راس A کے اوپر رکھ کر کاغذ کو موڑ یئے۔ اس طرح مثلث کا ایک ضلع دو برابر حصوں میں تقسیم ہو جائیگا۔



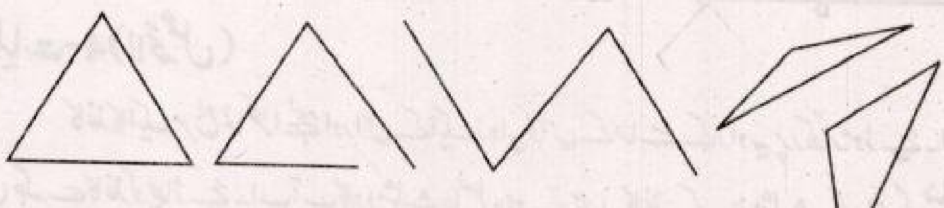
جو نقطہ ضلع دو حصوں میں بانٹا ہے اسے مثلث کے تیسرے راس B سے جوڑ دیں۔ اس طرح حاصل خط BE مثلث ABC کا وسطانیہ کہلاتی ہیں۔ یہ ہم مثلث کے تینوں اضلاع کے ساتھ کر سکتے ہیں۔

مثلث کے تینوں وسطانیوں ایک ہی نقطہ سے گذرتی ہیں اور یہ نقطہ مثلث کا مرکز ثقل کہلاتا ہے۔

اب آپ الگ الگ شکل کے مثلث بنائیے اور تینوں اضلاع کی وسطانیہ بنا کر مرکزیت کو نشان لگائیے۔

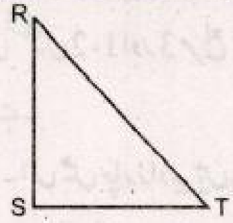
سوالنامہ 5.3

(1) دی گئی تصویر میں کون مثلث ہے اور کیوں ؟

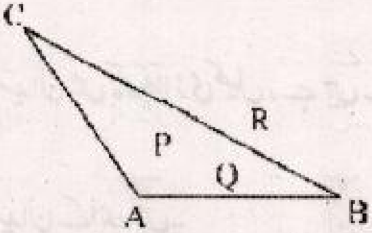


(2) مثلث میں کتنے راس، کتنے اضلاع اور کتنے زاویئے ہوتے ہیں؟

(3) مثلث RST میں راس اور زاویہ و ضلع کے نام لکھیئے۔



(4) شکل میں مثلث ABC کے اندرونی حصہ و باہری حصہ اور مثلث پر واضح نقطہ بتایئے۔



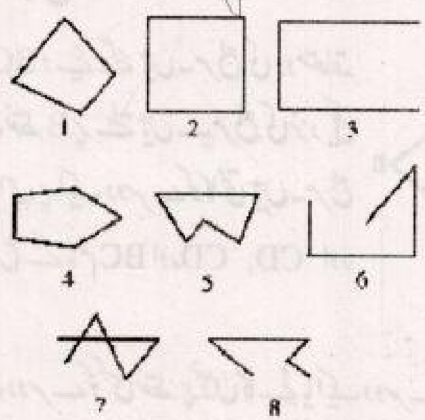
(5) (i) مثلث کے راس سے ضلع پر ڈالا گیا ارتفاع مثلث کا.......... کہلاتا ہے۔

(ii) مثلث کے راس سے ضلع کی وسطی نقطہ کو ملانے والا خط مثلث کی.............. کہلاتا ہے۔

(iii) مثلث میں وسطانیہ جس نقطہ پر کاٹتی ہیں اسے کہتے ہیں۔

5.8 مربع (Square)

اپنے آس پاس ہم بہت ساری چوکور شکلوں جیسے کتاب ۔ کاپی کا ایک صفحہ ۔ کھیل کا میدان ۔ پتنگ وغیرہ دیکھتے ہیں۔ نیچے بنی شکلوں میں سے ایسے ہی چکور شکلوں کو چھانٹئے۔

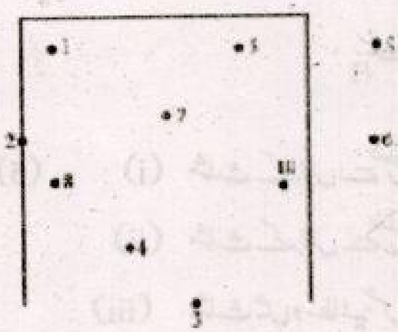


آپ کے ذریعہ چھانٹی گئی شکلیں 2، 1 اور 3 مربع ہیں کیونکہ یہ چار اضلاع سے بنی بند شکلیں ہیں۔ مربع چار اضلاع سے گھرا ایک بند شکل ہے۔

مربع ABCD کو دیکھئے۔ اس میں چار زاویہ ہیں۔ DAB>، BCD>، ABC> اور CDA> اس میں B,C,D اور A چار راس ہیں اور چار اضلاع AB, BC, CD اور DA ہیں۔

عملیات (لائحہ عمل)-5

ایک مربع نما کھیل کے میدان میں کچھ کھلاڑی کھیل رہے ہیں۔ یہاں کھلاڑیوں کو نقطوں سے دکھایا گیا ہے۔ آپ کو بتانا ہے۔



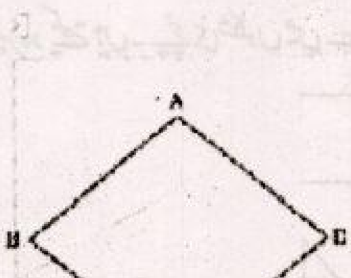
(الف) کون کون کھلاڑی میدان کے اندر ہیں۔

(ب) کون کون کھلاڑی میدان کے باہر ہیں۔

(گ) کون کون کھلاڑی میدان کے حدود پر ہیں۔

یہاں کھلاڑی نمبر 10, 8, 7, 5, 4, 1 اندرونی حصہ میں ہیں اور کھلاڑی نمبر 9, 6 میدان کے باہری حصے میں ہیں۔ جب کہ کھلاڑی نمبر 2, 3 میدان کے کنارے پر ہیں۔

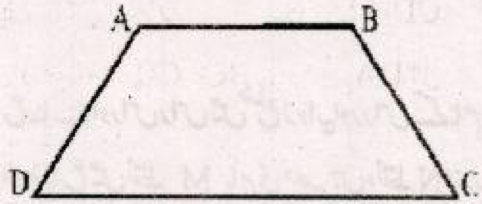
5.8.1 مربع کے اضلاع



مربع کے ضلع AB اور BC دیئے گئے ہیں۔ مربع کی دو متعلقہ اضلاع ہیں یہ دونوں اضلاع ایک نقطہ B پر ملتے ہیں۔ یہ مربع کی نزدیکی اضلاع ہیں۔ نزدیکی اضلا ایک راس پر ایک دوسرے کو کاٹتی ہیں۔ مربع ABCD کے راس نزدیکی اضلاع کے نام BC اور CD, CD اور DA ، DA و AB ہیں۔

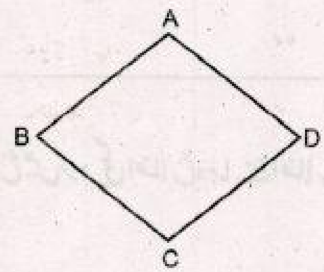
جب مربع اضلاع ایک دوسرے کو کسی نقطہ پر نہیں کاٹے یا ایک دوسرے سے نہیں ملیں تب وہ سامنے کے

اضلاع کہلاتے ہیں۔ یہاں ۔AB اور CD سامنے کے اضلاع ہیں۔غور کریں ایک مربع میں سامنے کے اضلاع کے کتنے جوڑیں ہوں گے۔

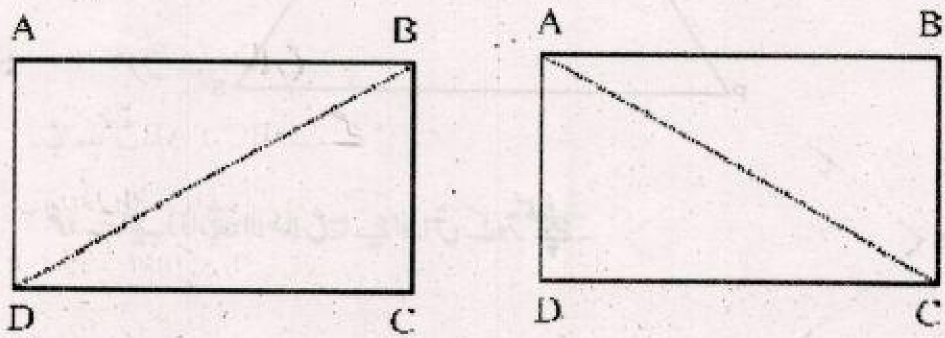


کچھ کریں:

دیئے گئے مربع میں نزدیکی وسامنے کے اضلاع کے جفت بتائیں۔



5.8.2 ذواربعۃ الاضلاع کا وتر



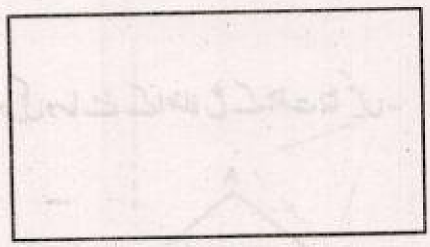
ایک ذواربعۃ الاضلاع کو دو مثلثوں میں بانٹنے کیلئے نقطہ B کو نقطہ D سے اور A کو نقطہ C نقطہ سے ملاتے ہیں۔ یا دو سامنے راسوں کو ایک جزوی خط سے ملانے پر مربع کے وتر کہلاتے ہیں۔اس لئے ABCD میر

دو وتر AC اور BD ہیں۔

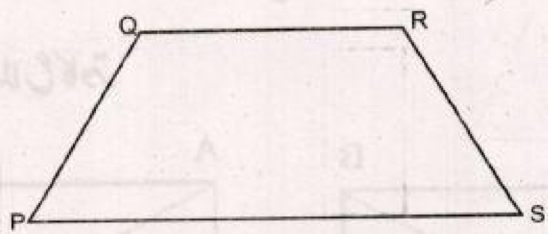
سوالنامہ: 5.4

(1) ایک ذو ربعۃ الاضلاع بنائیے اور اس راس میں ضلع زوایہ اور راس کے نام بتائیے۔

(2) دیئے گئے ذواربعۃ الاضلاع میں نقطہ M باہری حصہ ہیں، نقطہ N اندرونی حصہ میں اور نقطہ P کو مربع پر ظاہر کیجئے۔



(3) دیئے گئے ذوالاربعۃ الاضلاع میں نزدیکی اضلاع وسامنے اضلاع کے جفت بتائیں۔



(4) خود سے ایک ذواربعۃ الاضلاع بتائیے اور اس کے وتر کھینچئے۔