

அலகு 5

துகள்களாலான அமைப்பு மற்றும் திண்மப்பொருட்களின் இயக்கம்

இயற்கையில் நாம் காண்பது, புள்ளி நிறைகளை அல்ல, மாறாக திண்மப் பொருட்களே... — மேக்ஸ் பிளாங்க் (Max Planck)

கற்றலின் நோக்கங்கள்:

இந்த அலகில் மாணவர்கள் அறிந்து கொள்ள இருப்பது:

- துகள்களால் ஆன பல்வேறு அமைப்பின் நிறை மையம் மற்றும் அதனோடு தொடர்புடைய கருத்துகள்
- சுழற்சி இயக்கத்தின் திருப்பு விசை மற்றும் கோண உந்தம் பற்றிய கருத்து
- சமநிலையின் வகைகள் மற்றும் அதற்கு உரிய எடுத்துக்காட்டுகள்
- பல்வேறு திண்மப் பொருட்களின் நிலைமத் திருப்புத்திறன்
- திண்மப் பொருட்களின் சுழற்சி இயக்கவியல்
- சுழற்சி இயக்கத்தினை இடப்பெயர்வு இயக்கத்திலிருந்து வேறுபடுத்துதல்
- உருளும் இயக்கம், நழுவும் மற்றும் சறுக்கும் இயக்கங்கள்.



5.1

அறிமுகம்

அன்றாட வாழ்க்கையில் நாம் பயன்படுத்தும் பொருட்களில் பெரும்பாலானவை அதிக எண்ணிக்கை கொண்ட துகள்களால் ஆனதே. இதற்கு முன் உள்ள அலகுகளில் பொருட்களின் உருவ மற்றும் வடிவ அமைப்பைக் கருதாமல், அவற்றின் இயக்கத்தைப் பற்றிப் பயின்றோம். இதுவரை மிகப் பெரிய பொருளாக இருந்தாலும் அதை ஒரு புள்ளிப் பொருளாக (Point object) மட்டுமே கருதினோம். இந்த அலகில், பொருளின் உருவ மற்றும் வடிவ அமைப்பிற்கு முக்கியத்துவம் கொடுக்க உள்ளோம். பொதுவாகவே இத்தகைய பொருட்கள் அதிக அளவிலான துகள்களால் ஆனவை. ஆகவே அப் பொருள்கள் நகரும் போது அதை துகள்களால் ஆன ஒரு தொகுப்பின் ஒட்டு மொத்த இயக்கமாகவே கருதுகிறோம். இத்துகள்களால் ஆன அமைப்பினைக் கணக்கில் கொள்ளும் போது, நிறை மையம் என்ற கருத்தை நாம் வரையறுக்கலாம்.

இப்பெரிய (கனமான) பொருட்களின் மீது செயல்படும் விசைகள் அக மற்றும் புற விசைகள் என வகைப்படுத்தப்படுகின்றன. பொருளின் அமைப்பிற்குள் உள்ள துகள்களுக்கிடையே செயல்படும் விசையை அகவிசை என்கிறோம். வெளிப்புறத்தில் இருந்து துகள்கள் அடங்கிய அமைப்பின் மீது செயல்படும் விசையை புற விசை என்கிறோம். இப்பகுதியில், துகள்களினால் ஆன அமைப்புகளைக் கொண்டு உருவாக்கும் திண்மப் பொருட்களைப் பற்றிப் படிக்க உள்ளோம். ஒரு பொருளின் மீது எத்தகைய புறவிசை செயல்பட்டாலும், அது தனது பரிமாணத்தையோ, உருவ அமைப்பையோ மாற்றாமல் இருக்குமேயானால் அப்பொருள் திண்மப்பொருள் எனப்படும். அதாவது புறவிசைகள் செயல்படும் போதும் திண்மப் பொருளின் அணுவிடைத் தொலைவு மாறாது. ஆனால் நடைமுறையில் முழுமையான திண்மப் பொருள் என்பது கிடையாது. ஏனெனில் விசை செயல்படும் போது அனைத்துப் பொருட்களுமே தனது வடிவத்தையோ அல்லது உருவ அமைப்பையோ மாற்றிக் கொள்கின்றன. இந்த அலகில் திண்மப்

பொருட்களில் ஏற்படும் உருவ மாற்றத்தைப் புறக்கணிக்கத்தக்கதாக எடுத்துக்கொள்கிறோம். அலகு 7 இல் திடப்பொருட்களின் மீட்சியியல் என்ற தலைப்பின் கீழ் பொருட்களின் மீதான உருவ மாற்றத்தைப் பற்றித் தனியாகப் பயில உள்ளோம்.

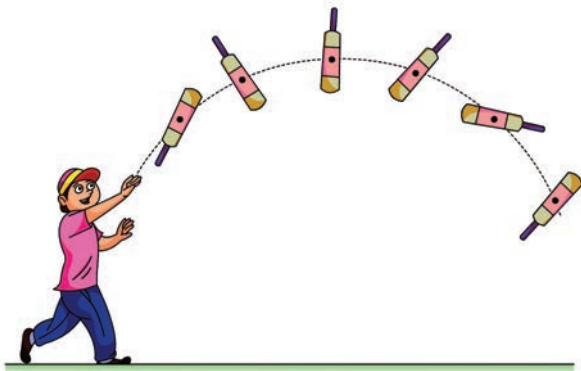
5.1.1

நிறை மையம் (CENTRE OF MASS)

இயங்கும் திண்மப் பொருளொன்றில் உள்ள அனைத்துத் துகள்களும் ஒரே பாதையில் இயங்குவதில்லை. இயக்கத்தின் வகையைப் பொருத்து ஒவ்வொரு துகளும் வெவ்வேறான பாதையை மேற்கொள்ளும். எடுத்துக்காட்டாக, ஒரு பரப்பில் உருளும் சக்கரத்தில், மையத்தின் பாதையும், மற்ற புள்ளிகளின் பாதையும் வெவ்வேறாக இருக்கும். இந்த அலகில் திண்மப்பொருளின் இடப்பெயர்வு மற்றும் சுழல் இயக்கங்களைப் பற்றியும் இவை இரண்டும் இணைந்த இயக்கத்தைப் பற்றியும் விரிவாகப் படிக்க உள்ளோம்.

5.1.2 திண்மப் பொருளின் நிறை மையம்

பொருளொன்று (கிரிக்கெட் மட்டை-bat) காற்றில் குறிப்பிட்ட கோணத்தில் எறியப்படும் போது நிறைமையம் செல்லும் பாதை படம் 5.1 இல் காட்டப்பட்டுள்ளது. மட்டையின் அனைத்துப் புள்ளிகளும் பரவளையப் பாதையை மேற்கொள்கின்றனவா? உண்மையில் ஒரே ஒரு புள்ளி மட்டுமே பரவளையப் பாதையையும் மற்ற புள்ளிகள் வெவ்வேறுபாதையையும் மேற்கொள்ளும்.



படம் 5.1 நிறை மையத்தின் பரவளையப் பாதை

பரவளையப் பாதையை மேற்கொள்ளும் அக்குறிப்பிட்ட புள்ளியே பொருளின் நிறை மையம் என்றழைக்கப்படுகிறது. இவ்வியக்கமானது தனித்து எறியப்பட்ட புள்ளிப்பொருளின் இயக்கத்தை ஒத்திருக்கும். பொருளொன்றின் ஒட்டு மொத்த நிறையும் செறிந்திருப்பதாகத் தோன்றும் புள்ளியானது பொருளின் நிறை மையம் என வரையறுக்கப்படுகிறது. ஆகவே இப்புள்ளியானது ஒட்டு மொத்தப் பொருளையும் குறிக்கிறது.

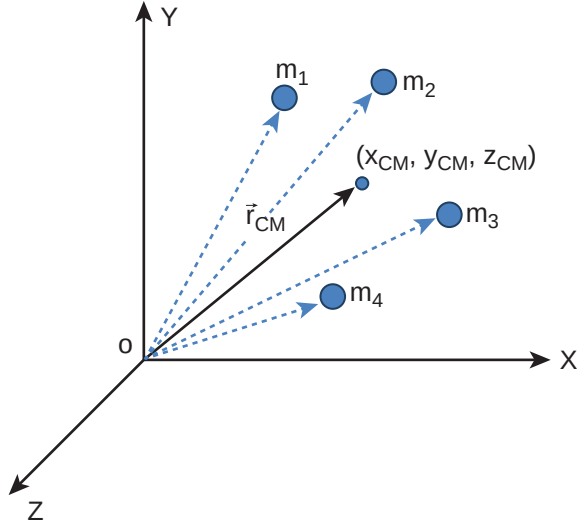
ஒழுங்கான வடிவம் மற்றும் சீரான நிறையைப் பெற்றிருக்கும் பொருட்களில் நிறைமையமானது பொருளின் வடிவியல் மையத்தில்(Geometric centre) அமைந்திருக்கும். எடுத்துக்காட்டாக வட்டம் மற்றும் கோளப் பொருட்களுக்கு நிறை மையமானது அதன் மையத்திலும், சதுரம் மற்றும் செவ்வக வடிவப் பொருட்கள், கனசதுரம் மற்றும் கனசெவ்வகப் பொருட்களுக்கு அவற்றின் மூலைவிட்டங்கள் சந்திக்கும் புள்ளியிலும் நிறைமையம் அமைந்திருக்கும். மற்ற பொருட்களுக்குச் சிலமுறைகளைப் பயன்படுத்திக் காணலாம். நிறை மையமானது பொருட்களின் உள்ளேயோ அல்லது வெளியேயோ அமையலாம்.

5.1.3 பரவளாக அமைந்த புள்ளி நிறைகளின் நிறைமையம்

ஒரு புள்ளி நிறை என்பது எவ்வித வடிவமும் அளவும் இல்லாமல் சுழியற்ற நிறையைக் கொண்டதாக அனுமானிக்கப்பட்ட ஒரு புள்ளியாகும். $m_1, m_2, m_3 \dots m_n$ என்ற n புள்ளி நிறைகளைக் கொண்ட தொகுப்பின் நிறை மையத்தைக் கண்டறிய, முதலில் நாம் ஆதிப்புள்ளியையும் தகுந்த ஆய அச்ச அமைப்பையும் தெரிவு செய்ய வேண்டும். படம் 5.2 இல் காட்டியுள்ள படி $x_1, x_2, x_3 \dots x_n$ ஆகியவை x அச்சில் புள்ளி நிறைகளின் ஆய அச்ச நிலைகளாகக் கருதுவோம்.

x_{cm} என்பது எல்லா புள்ளி நிறைகளின் நிறை மைய நிலையின் x ஆயத் தொலைவு எனில், அதன் சமன்பாடு

$$x_{CM} = \frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i}$$



படம் 5.2 பரவலாக அமைந்த புள்ளி நிறைகளின் நிறைமையம்

இங்கு, $\sum m_i$ என்பது எல்லாத் துகள்களின் மொத்த நிறை. அதாவது, M என்பது ($\sum m_i = M$) ஆகும்.

$$x_{CM} = \frac{\sum m_i x_i}{M} \quad (5.1)$$

இதைப்போன்றே (படம் 5.2 இல் காட்டியுள்ளபடி) பரவலாய் அமைந்துள்ள புள்ளி நிறைகளின் நிறை மையத்திற்கான y , z ஆயத்தொலைவுகளையும் நாம் கண்டறியலாம்.

$$y_{CM} = \frac{\sum m_i y_i}{M} \quad (5.2)$$

$$z_{CM} = \frac{\sum m_i z_i}{M} \quad (5.3)$$

ஆகவே, கார்ட்டீசியன் ஆய அச்ச அமைப்பில் இப்புள்ளி நிறைகளின் நிறை மையத்தின் நிலை (x_{CM} , y_{CM} , z_{CM}) ஆகும். பொதுவாக, நிறைமையத்தின் நிலையை வெக்டர் வடிவிலேயே எழுதுகிறோம்.

$$\vec{r}_{CM} = \frac{\sum m_i \vec{r}_i}{M} \quad (5.4)$$

இங்கு, $\vec{r}_{CM} = x_{CM}\hat{i} + y_{CM}\hat{j} + z_{CM}\hat{k}$ என்பது நிறை மையத்தின் நிலை வெக்டர் ஆகும். மேலும், $\vec{r}_i = x_i\hat{i} + y_i\hat{j} + z_i\hat{k}$ என்பது ஒரு குறிப்பிட்ட புள்ளி

நிறையின் நிலை வெக்டர் ஆகும். இங்கு $\hat{i}$, $\hat{j}$, $\hat{k}$ என்பவை முறையே X , Y மற்றும் Z அச்சுகளின் திசையில் அமைந்த ஓரலகு வெக்டர்கள் ஆகும்.

5.1.4 இருபுள்ளி நிறைகளின் நிறை மையம்

நிறை மையத்திற்கான மேற்கண்ட சமன்பாட்டின் மூலம், X அச்சில் முறையே x_1 மற்றும் x_2 தொலைவில் அமைந்துள்ள m_1 , m_2 என்ற இரண்டு புள்ளி நிறைகளின் நிறை மையத்தைக் கண்டறிவோம். இந்நேர்வில், ஆய அச்ச அமைப்பைப் பொருத்து நிறை மையத்தின் நிலையைக் கீழ்க்கண்ட மூன்று வழிகளில் காணலாம்.

(i) நிறைகள் நேர் X அச்சில் உள்ளபோது

படம் 5.3 (a) இல் காட்டப்பட்டுள்ளதைப் போல m_1 , m_2 என்ற நிறைகள் தன்னிச்சையாக எடுக்கப்பட்ட ஆதிப்புள்ளியைப் பொருத்து நேர் X அச்சில் முறையே x_1 , மற்றும் x_2 நிலைகளில் உள்ளதாக எடுத்துக் கொள்வோம். நேர் X அச்சிலேயே x_{cm} என்ற தொலைவில் அமைந்த நிறை மையத்தின் சமன்பாடானது

$$x_{CM} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}$$

(ii) நிறைகளில் ஏதேனும் ஒன்று ஆதியுடன் ஒன்றியுள்ளபோது

படம் 5.3 (b) இல் காட்டப்பட்டுள்ளவாறு ஏதேனும் ஒரு நிறை ஆய அச்சின் ஆதிப்புள்ளியோடு ஒன்றியுள்ள போதுகணக்கீடானது இன்னும் எளிதாக்கப்படுகிறது. புள்ளி நிறை m_1 ஆதிப்புள்ளியோடு ஒன்றும்போது, அதன் நிலை x_1 சுழியாகிறது அதாவது, $x_1 = 0$ எனவே,

$$x_{CM} = \frac{m_1(0) + m_2 x_2}{m_1 + m_2}$$

இதை மேலும் எளிதாக்கும் போது

$$x_{CM} = \frac{m_2 x_2}{m_1 + m_2}$$

(iii) நிறைமையமானது ஆதியுடன்
ஒன்றியுள்ளபோது

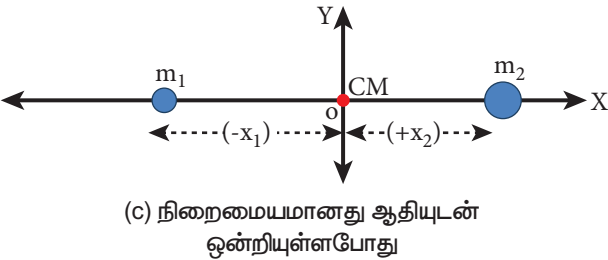
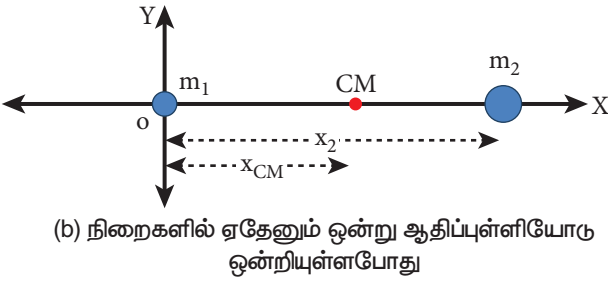
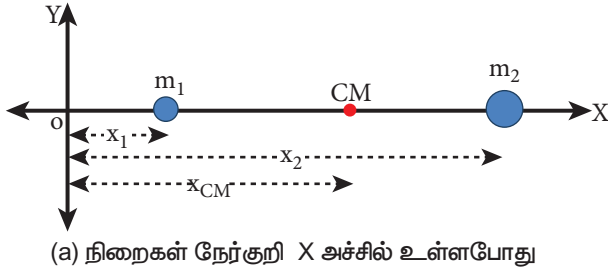
ஆய அச்ச அமைப்பின் ஆதிப்புள்ளியானது நிறை மையத்தோடு ஒன்றியுள்ள போது $x_{CM} = 0$ மேலும் படம் 5.3 (c) இல் காட்டியுள்ளபடி நிறை m_1 ன் நிலையானது எதிர்குறி X அச்சில் அமையும். எனவே இதன் நிலை எதிர்குறியாக இருக்கும்.

$$0 = \frac{m_1(-x_1) + m_2x_2}{m_1 + m_2}$$

$$0 = m_1(-x_1) + m_2x_2;$$

$$m_1x_1 = m_2x_2$$

மேலே கொடுக்கப்பட்டுள்ள சமன்பாடு திருப்புதிறன்களின் தத்துவம் எனப்படுகிறது. இதைப்பற்றி பிரிவு 5.3.3 இல் விரிவாகப் பயிலலாம்.



படம் 5.3 ஆதிப்புள்ளியை நகர்த்துவதன் மூலம் இரண்டு புள்ளிநிறைகளின் நிறைமையம் கணக்கிடப்படுகிறது

எடுத்துக்காட்டு 5.1

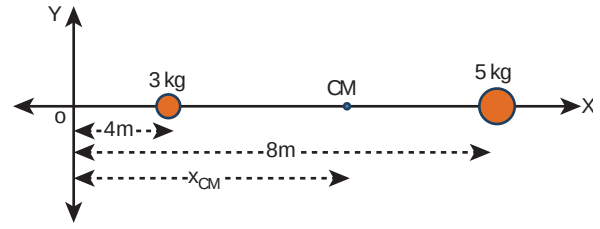
3 kg, 5 kg என்ற இரு புள்ளி நிறைகள் X அச்சில் ஆதிப்புள்ளியிலிருந்து முறையே 4 m, 8 m என்ற தொலைவில் உள்ளன. இரு புள்ளி நிறைகளின் நிறை மையத்தின் நிலைகளை,

- (i) ஆதிப்புள்ளியிலிருந்தும்
- (ii) 3 kg நிறையிலிருந்தும் காண்க.

தீர்வு

$m_1 = 3 \text{ kg}$, $m_2 = 5 \text{ kg}$ என எடுத்துக் கொள்வோம்.

- (i) ஆதிப்புள்ளியிலிருந்து நிறை மையத்தைக் கண்டறிதல்



புள்ளி நிறைகள் X அச்சில் ஆதிப்புள்ளியிலிருந்து $x_1 = 4m$, $x_2 = 8m$ என்ற தொலைவில் உள்ளன. எனவே நிறை மையம்.

$$x_{CM} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2}{m_1 + m_2}$$

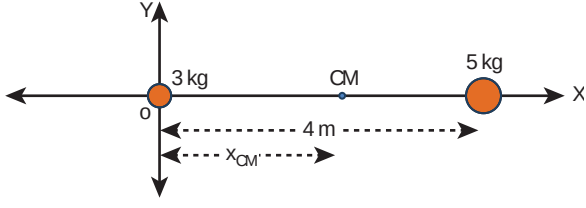
$$x_{CM} = \frac{(3 \times 4) + (5 \times 8)}{3 + 5}$$

$$x_{CM} = \frac{12 + 40}{8} = \frac{52}{8} = 6.5 \text{ m}$$

ஆதிப்புள்ளியிலிருந்து நிறை மையம் 6.5 m தொலைவில் அமைந்திருக்கும்.

- (ii) 3 kg நிறையிலிருந்து நிறை மையத்தைக் கண்டறிதல்

3 kg நிறையை ஆதிப்புள்ளிக்கு X அச்சில் இடமாற்றம் செய்வதாக கொள்வோம். ஆதிப்புள்ளியானது X அச்சில் 3 kg நிறையுள்ள இடத்தில் எடுத்துக் கொள்ளப்படுகிறது. எனவே 3 kg புள்ளி நிறையின் நிலை சுழியாகும் ($x_1 = 0$) மாற்றப்பட்ட ஆதிப் புள்ளியிலிருந்து 5 kg நிறை 4 m தொலைவில் உள்ளது. ($x_2 = 4m$)



$$x_{CM} = \frac{(3 \times 0) + (5 \times 4)}{3 + 5}$$

$$x_{CM} = \frac{0 + 20}{8} = \frac{20}{8} = 2.5 \text{ m}$$

3 kg புள்ளி நிறையிலிருந்து 2.5 m தொலைவில் (5 kg புள்ளி நிறையிலிருந்து 1.5 m தொலைவிலும்) நிறை மையம் அமைந்துள்ளது.

- இம்முடிவானது, நிறை மையம் அதிக நிறைக்கு அருகில் உள்ளதைக் காட்டுகிறது.
- ஆதிப்புள்ளி நிறைமையத்தில் அமையுமாறு கருதும்போது, திருப்புத் திறன்களின் தத்துவத்தை ஒத்து அமைகிறது.
 $m_1 x_1 = m_2 x_2$; $3 \times 2.5 = 5 \times 1.5$; $7.5 = 7.5$

நிகழ்வு (i) யை (ii) உடன் ஒப்பிடும் போது 3 kg நிறையின் நிறைமையத்தினை 6.5 m லிருந்து 4 m ஐக் கழிக்க $x_{cm} = 2.5 \text{ m}$ எனவும் கண்டறியலாம் இது நிகழ்வு (i) இன் நிறைமையத்தின் நிலையிலேயே உள்ளது

எடுத்துக்காட்டு 5.2

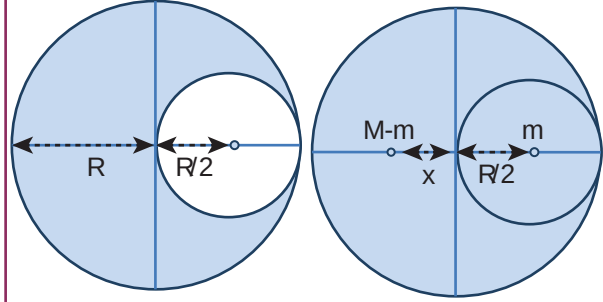
R ஆரமுடைய சீரான பரப்பு நிறை அடர்த்தி கொண்ட வட்டத்திலிருந்து $\frac{R}{2}$ ஆரமுடைய ஒரு சிறு தட்டு வடிவப் பகுதி படத்தில் காட்டியுள்ளவாறு வெட்டி எடுக்கப்படுகிறது. மீதமுள்ள பகுதியின் நிறை மையத்தைக் கணக்கிடுக.

தீர்வு

வெட்டப்படாத வட்டத்தின் நிறையானது M என எடுத்துக் கொள்க. இதனுடைய நிறை மையமானது வட்டத்தின் வடிவியல் மையத்தில் அமையும். இப்புள்ளியிலேயே ஆதிப்புள்ளியும் ஒருங்கமைகிறது.

வெட்டி எடுக்கப்பட்ட சிறு வட்டத்தின் நிறை m என்க. (அதன் நிறை மையம் ஆதிப்புள்ளிக்கு) வலது புறத்தில் $\frac{R}{2}$ என்ற தொலைவில் படத்தில் காட்டியுள்ளவாறு அமைந்திருக்கும்.

எனவே வட்டத்தின் மீதமுள்ள பகுதியின் நிறை மையம் ஆதிப்புள்ளிக்கு இடது புறத்தில் X தொலைவில் உள்ளதாக எடுத்துக் கொள்வோம். திருப்புத்திறன்களின் தத்துவத்திலிருந்து, கீழ்கண்டவாறு எழுத முடியும்.



$$(M - m)x = (m)\frac{R}{2}$$

$$x = \left(\frac{m}{(M - m)} \right) \frac{R}{2}$$

பரப்பு நிறை அடர்த்தி $\sigma = \frac{M}{\pi R^2}$ (σ என்பது ஓரலகு பரப்பின் நிறை) எனில், சிறிய வட்டத் தட்டின் நிறை (m) என்பது

$m =$ பரப்பு நிறை அடர்த்தி $\times$ பரப்பு

$$m = \sigma \times \pi \left(\frac{R}{2} \right)^2$$

$$m = \left(\frac{M}{\pi R^2} \right) \pi \left(\frac{R}{2} \right)^2 = \frac{M}{\pi R^2} \pi \frac{R^2}{4} = \frac{M}{4}$$

x-ன் சமன்பாட்டில் m-ன் மதிப்பைப் பிரதியிட

$$x = \frac{\frac{M}{4}}{\left(M - \frac{M}{4} \right)} \times \frac{R}{2} = \frac{\frac{M}{4}}{\left(\frac{3M}{4} \right)} \times \frac{R}{2}$$

$$x = \frac{R}{6}$$

மீதமுள்ள வட்டத் தட்டின் நிறைமையமானது வட்டத் தட்டின் மையத்திற்கு இடப்பும் $\frac{R}{6}$ என்ற தொலைவில் இருக்கும்.



- பெரிய வட்டத்தட்டிலிருந்து பொதுவான மையத்தை (common centre) பொருத்து சிறிய பகுதி வெட்டியெடுக்கப்பட்டால் மீதமுள்ள வட்டத்தட்டின் நிறை மையம் எங்கு அமையும்?

எடுத்துக்காட்டு 5.3

10 kg, 5 kg நிறையுடைய இரு புள்ளி நிறைகளின் நிலை வெக்டர்கள் முறையே $(-3\hat{i} + 2\hat{j} + 4\hat{k})$ m, $(3\hat{i} + 6\hat{j} + 5\hat{k})$ m ஆகும். நிறை மையத்தின் நிலையைக் கண்டறியவும்.

தீர்வு:

$$m_1 = 10 \text{ kg}$$

$$m_2 = 5 \text{ kg}$$

$$\vec{r}_1 = (-3\hat{i} + 2\hat{j} + 4\hat{k}) \text{ m}$$

$$\vec{r}_2 = (3\hat{i} + 6\hat{j} + 5\hat{k}) \text{ m}$$

$$\vec{r} = \frac{m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2}{m_1 + m_2}$$

$$\begin{aligned} \therefore \vec{r} &= \frac{10(-3\hat{i} + 2\hat{j} + 4\hat{k}) + 5(3\hat{i} + 6\hat{j} + 5\hat{k})}{10 + 5} \\ &= \frac{-30\hat{i} + 20\hat{j} + 40\hat{k} + 15\hat{i} + 30\hat{j} + 25\hat{k}}{15} \\ &= \frac{-15\hat{i} + 50\hat{j} + 65\hat{k}}{15} \end{aligned}$$

$$\vec{r} = \left(-\hat{i} + \frac{10}{3}\hat{j} + \frac{13}{3}\hat{k} \right) \text{ m}$$

$\vec{r}$ என்பது நிறைமையத்தின் நிலை வெக்டரைக் குறிக்கும்.

5.1.5 சீராகப் பரவியுள்ள நிறையின் நிறை மையம்

ஒரு பெரிய பொருளில் நிறையானது சீராகப் பரவியுள்ளது எனில் அதில் ஒரு சிறிய நிறை (Δm) ஆனது புள்ளி நிறையாக எடுத்துக் கொள்ளப்படுகிறது. மேலும் அச்சிறிய துகள்களுடைய

நிறைகளின் கூட்டுத்தொகையினைக் கொண்டு நிறைமையத்தின் ஆயத்தொலைவுகளுக்கான சமன்பாட்டினைப் பெறலாம்.

$$\begin{aligned} x_{CM} &= \frac{\sum (\Delta m_i) x_i}{\sum \Delta m_i} \\ y_{CM} &= \frac{\sum (\Delta m_i) y_i}{\sum \Delta m_i} \\ z_{CM} &= \frac{\sum (\Delta m_i) z_i}{\sum \Delta m_i} \end{aligned} \quad (5.5)$$

மற்றொரு வகையில் அந்தச் சிறிய துகள்களின் நிறையை மீநுண் (infinitesimally small) மதிப்பாக (மிகச்சிறியது) (dm) கருதும்பொழுது கூட்டுத்தொகையை கீழ்க்கண்டவாறு தொகையீடாகக் கூறலாம்.

$$\begin{aligned} x_{cm} &= \frac{\int x dm}{\int dm} \\ y_{cm} &= \frac{\int y dm}{\int dm} \\ z_{cm} &= \frac{\int z dm}{\int dm} \end{aligned} \quad (5.6)$$

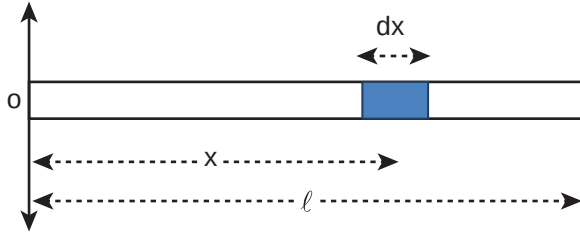
- மீநுண் மதிப்பளவு என்பது சுழியை நோக்கிச் செல்லக்கூடிய மிக மிகச் சிறிய அளவாகும்.

எடுத்துக்காட்டு 5.4

M நிறையும் l நீளமும் கொண்ட சீரான நீள் அடர்த்தி கொண்ட (uniform rod) தண்டின் நிறை மையத்தைக் கண்க.

தீர்வு

M நிறையும் l நீளமும் உடைய ஒரு சீரான நீள் அடர்த்தி கொண்ட தண்டினைக் (uniform rod) கருதுக. அதன் ஒரு முனை படத்தில் காட்டியுள்ளபடி ஆதிப்புள்ளியுடன் ஒன்றியிருப்பதாக எடுத்துக்கொள்வோம். தண்டானது X அச்சில் வைக்கப்பட்டுள்ளது. தண்டினுடைய நிறை



மையத்தைக் கண்டறிய, ஆதிப்புள்ளியிலிருந்து x தொலைவில் dx நீளமும் dm என்ற மீநுண் நிறையும் கொண்ட சிறுபகுதியை எடுத்துக் கொள்வோம்.

தண்டின் நீள் அடர்த்தி (ஒரலகு நீளத்திற்கான நிறை) $\lambda = \frac{M}{\ell}$

சிறிய பகுதியின் நிறை $dm = \frac{M}{\ell} dx$ தண்டின் நிறை மையத்திற்கான சமன்பாட்டை கீழ்க்கண்டவாறு எழுதலாம்.

$$x_{CM} = \frac{\int x dm}{\int dm}$$

$$x_{CM} = \frac{\int_0^{\ell} x \left(\frac{M}{\ell} dx \right)}{M} = \frac{1}{\ell} \int_0^{\ell} x dx$$

$$= \frac{1}{\ell} \left[\frac{x^2}{2} \right]_0^{\ell} = \frac{1}{\ell} \left(\frac{\ell^2}{2} \right)$$

$$x_{CM} = \frac{\ell}{2}$$

நிலை $\frac{\ell}{2}$ என்பது தண்டின் வடிவியல் மையமாகும். இதிலிருந்து சீரான தண்டினைப் பொறுத்தவரை அதன் வடிவியல் மையத்திலேயே (Geometric centre) நிறை மையம் அமையும் என்ற முடிவிற்கு வரலாம்.

5.1.6 நிறை மையத்தின் இயக்கம்

ஒரு திண்மப் பொருள் இயங்கும் போது, அதன் நிறை மையமும் பொருளோடு சேர்ந்தே இயங்கும். நிறை மையத்தின் திசை வேகம் (v_{CM}) முடுக்கம் (a_{CM}) போன்ற இயக்கவியல் அளவுகளைப் பெற, நிறை மையத்தின் நிலையை தொடர் வகையீடு

செய்வதன்மூலம் பெறலாம். எளிமையாகக் கணக்கிட, பொருள் X - அச்சில் மட்டும் இயங்குவதாகக் கருதுவோம்.

சமன்பாடு 5.5 லிருந்து

$$\vec{v}_{CM} = \frac{d\vec{x}_{CM}}{dt} = \frac{\sum m_i \left(\frac{d\vec{x}_i}{dt} \right)}{\sum m_i}$$

$$\vec{v}_{CM} = \frac{\sum m_i \vec{v}_i}{\sum m_i} \quad (5.7)$$

$$\vec{a}_{CM} = \frac{d}{dt} \left(\frac{d\vec{x}_{CM}}{dt} \right) = \left(\frac{d\vec{v}_{CM}}{dt} \right) = \frac{\sum m_i \left(\frac{d\vec{v}_i}{dt} \right)}{\sum m_i}$$

$$\vec{a}_{CM} = \frac{\sum m_i \vec{a}_i}{\sum m_i} \quad (5.8)$$

புறவிசைகள் இல்லாத போது, $\vec{F}_{ext} = 0$ அமைப்பின் தனித்தனியான துகள்கள் அகவிசையினால் மட்டுமே இயக்கமோ அல்லது இடப்பெயர்வோ அடையும். இது நிறைமையத்தின் நிலையை பாதிக்காது. அதாவது புறவிசை இல்லாதபோது நிறை மையம் ஓய்வு நிலையிலோ அல்லது சீரான இயக்கநிலையிலோ இருக்கும். எனவே நிறை மையம் ஓய்வு நிலையில் இருக்கும் போது $\vec{v}_{CM}$ சுழியாகும். சீரான இயக்கத்தில் உள்ளபோது நிறைமையத்தின் திசைவேகம் மாறிலியாக இருக்கும். ($\vec{v}_{CM} = 0$ or $\vec{v}_{CM} = \text{மாறிலி}$). இங்கே நிறை மையமானது முடுக்கத்தினைக் கொண்டிருக்காது ($\vec{a}_{CM} = 0$).

சமன்பாடு 5.7 மற்றும் 5.8 லிருந்து,

$$\vec{v}_{CM} = \frac{\sum m_i \vec{v}_i}{\sum m_i} = 0 \text{ அல்லது மாறிலி}$$

$$\vec{a}_{CM} = \frac{\sum m_i \vec{a}_i}{\sum m_i} = 0$$

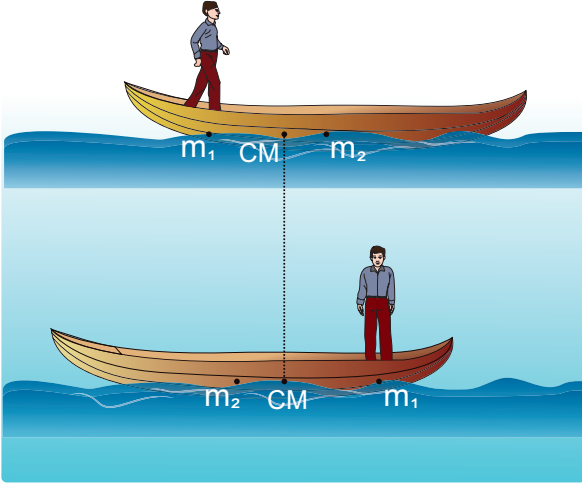
இங்கு ஒவ்வொரு துகளும் அகவிசையின் காரணமாக அவற்றின் திசைவேகம் மற்றும் முடுக்கத்துடன் இயங்குகின்றன.

புறவிசைகள் செயல்படும்போது (i.e. $F_{ext} \neq 0$), நிறைமையத்தின் முடுக்கத்திற்கான சமன்பாட்டை கீழ்க்கண்டவாறு பெறலாம்.

$$\vec{F}_{ext} = \left(\sum m_i \right) \vec{a}_{CM}; \vec{F}_{ext} = M \vec{a}_{CM}; \vec{a}_{CM} = \frac{\vec{F}_{ext}}{M}$$

எடுத்துக்காட்டு 5.5

50 kg நிறையுள்ள ஒரு மனிதர் நிலையான நீரின் பரப்பில் மிதந்து கொண்டிருக்கும் 300 kg நிறையுடைய படகில் ஒரு முனையில் நின்று கொண்டிருக்கிறார். அவர் தரையில் நிலையாக உள்ள ஒருவரை பொருத்து படகின் மறுமுனையை நோக்கி 2 m s^{-1} என்ற மாறா திசைவேகத்தில் நடந்து செல்கிறார். (a) நிலையான உற்றுநோக்குபவரை பொருத்தும் (b) படகில் நடந்து கொண்டிருக்கும் மனிதரைப் பொருத்தும் படகின் திசைவேகம் என்ன?



[தகவல்: படகுக்கும் மனிதருக்கும் இடையே உராய்வு உள்ளது. ஆனால் படகுக்கும் நீருக்கும் இடையே உராய்வு கிடையாது.]

தீர்வு

மனிதரின் நிறை $m_1 = 50 \text{ kg}$

படகின் நிறை $m_2 = 300 \text{ kg}$

நிலையான உற்றுநோக்குபவரைப் பொருத்து:

மனிதர் நகரும் திசைவேகம் $v_1 = 2 \text{ m s}^{-1}$ மேலும் படகு நகரும் திசைவேகம் v_2 (கண்டறியப்பட வேண்டியது) என்க.

(i) தரையில் நிலையாக உள்ள உற்றுநோக்குபவரைப் பொருத்து படகின் திசைவேகத்தைக் கணக்கிடுதல்

அமைப்பின் மீது புறவிசைகள் செயல்படாதபோது, படகு – மனித அமைப்பின் அகவிசையாக செயல்படும் உராய்வின் காரணமாக மனிதன் – படகு அமைப்பு (boat – man system) இயங்குகிறது. ஆகவே நிறைமையத்தின் திசைவேகம் சுழியாகும் ($v_{CM} = 0$).

நிறைமையத்தின் சமன்பாடு (5.7) லிருந்து,

$$0 = \frac{\sum m_i v_i}{\sum m_i} = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}$$

$$0 = m_1 v_1 + m_2 v_2$$

$$-m_2 v_2 = m_1 v_1$$

$$v_2 = -\frac{m_1}{m_2} v_1$$

$$v_2 = -\frac{50}{300} \times 2 = -\frac{100}{300}$$

$$v_2 = -0.33 \text{ m s}^{-1}$$

இங்கே, நிலையாக உள்ள உற்றுநோக்குபவருக்கு எதிர் திசையில் படகு செல்வதை எதிர்குறி காட்டுகிறது.

(ii) நடக்கும் மனிதரைப் பொருத்து படகின் திசைவேகத்தைக் கண்டறிதல்: படகின் சார்புத் திசைவேகத்தை பின்வருமாறு கணக்கிடலாம்.

$$v_{21} = v_2 - v_1$$

இங்கே, v_{21} என்பது நடக்கும் மனிதரைப் பொருத்து படகின் சார்புத் திசைவேகமாகும்

$$v_{21} = (-0.33) - (2)$$

$$v_{21} = -2.33 \text{ m s}^{-1}$$

மனிதர் தன்னுடைய வலப்புறம் நகரும்போது படகு அவரின் இடதுபுறமாக நகர்வதை விடையில் உள்ள எதிர்குறி காட்டுகிறது.



- நடக்கும் மனிதனைப்பொருத்து படகின் சார்புத் திசைவேகத்தின் எண்மதிப்பானது, நிலையாக உற்றுநோக்குபவரைப் பொருத்து படகின் சார்புத் திசைவேகத்தின் எண்மதிப்பை விட அதிகம்.
- நிலையாக உற்றுநோக்குபவருக்கும் படகில் நடந்து செல்பவருக்கும் எதிர்திசையில் படகு இயங்குவதால் இரு விடைகளும் எதிர்குறியில் உள்ளன.

வெடித்தலின் நிறை மையம்

ஒய்வு நிலையிலோ அல்லது சீரான இயக்கத்திலோ உள்ள பொருளின் அகவிசைகளினால் (internal forces) வெடித்தல் நடைபெறுகிறது எனில், அதன் நிறை மையத்தின் நிலை பாதிக்கப்படுவதில்லை. அது, அதே ஒய்வு நிலையிலோ அல்லது சீரான திசைவேகத்திலோ இருக்கும். ஆனால் வெடித்தபகுதிகளின் இயக்கவியல் அளவுகள் (kinematic quantities) பாதிக்கப்படும். வெடித்தலானது புறவிசைகளின் காரணமாக நிகழ்கிறது எனில் நிறைமையம், மற்றும் வெடித்த பகுதிகள் ஆகியவற்றின் இயக்கவியல் அளவுகள் பாதிக்கப்படும்.

எடுத்துக்காட்டு 5.6

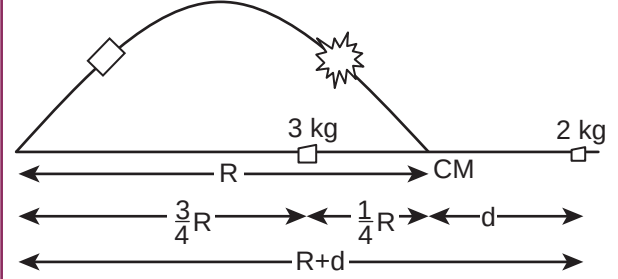
5 kg நிறையுள்ள எறியமானது, (projectile) அது இயக்கத்தில் உள்ளபோதே தானாக வெடித்து இரு கூறுகளாகப் பிரிகிறது. அதில் 3 kg நிறையுடைய

ஒரு கூறானது, வீச்சின் நான்கில் மூன்று பங்கு ($\frac{3}{4}R$) தொலைவில் விழுகிறது. மற்றொரு கூறு எங்கு விழும்?

தீர்வு

புறவிசைகளின் துணையின்றி தானாக வெடிப்பதால் எறியத்தின் நிறை மையம் பாதிக்கப்படாது. மேலும் நிறைமையமானது தொடர்ந்து பரவளையப் பாதையிலேயே செல்லும். ஆனால் அதன் கூறுகளானது பரவளையப் பாதையை மேற்கொள்ளாது. கூறுகள் அனைத்தும் தரையில் விழும்போது நிறைமையம் எறியப்பட்ட புள்ளியிலிருந்து படத்தில் காட்டப்பட்டதுபோல் R தொலைவை (நெடுக்கம்) அடைகிறது. ஆகவே

இறுதியில், படத்தில் காட்டியுள்ளபடி நிறை மையமானது எறி புள்ளியிலிருந்து R தொலைவில் (நெடுக்கம்) அமைந்திருக்கும்.



நிறைமையத்தின் இறுதி நிலையை ஆதி புள்ளியாக எடுத்துக் கொண்டால், திருப்புத்திறன்களின் தத்துவத்தின் படி

$$m_1 x_1 = m_2 x_2$$

இங்கு, $m_1 = 3 \text{ kg}$, $m_2 = 2 \text{ kg}$, $x_1 = \frac{1}{4}R$ மற்றும் $x_2 = d$ என எடுத்துக் கொள்க.

$$3 \times \frac{1}{4}R = 2 \times d; d = \frac{3}{8}R$$

எறி புள்ளிக்கும் 2 kg நிறை விழுந்துள்ள புள்ளிக்கும் இடையேயுள்ள தொலைவு $R+d$.

$$R + d = R + \frac{3}{8}R = \frac{11}{8}R = 1.375 R$$

எனவே 2 kg நிறையுடைய மற்றொரு கூறானது எறிபுள்ளியிலிருந்து 1.375 R என்ற தொலைவில் விழுகிறது. (இங்கு R என்பது எறிபொருளின் கிடைத்தள நெடுக்கமாகும்)

5.2

திருப்பு விசை மற்றும் கோண உந்தம் (Torque and Angular Momentum)

ஒரு பொருளின் மீது நிகர விசை செயல்படும்போது, அவ்விசையானது நேர்கோட்டு இயக்கத்தை விசையின் திசையில் ஏற்படுத்தும். பொருளானது ஒரு புள்ளியிலோ அல்லது அச்சிலோ பொருத்தப்பட்டுள்ளது எனில், அவ்விசையானது பொருளை சுழலச் செய்கிறது. சுழற்சியானது விசை

செயல்படும் புள்ளியைப் பொறுத்து அமையும். இவ்வாறு விசை ஏற்படுத்தும் சுழற்சி விளைவை விசையின் திருப்புத்திறன் என்கிறோம். இது திருப்புவிசை எனவும் அழைக்கப்படுகிறது. இவ்வகை இயக்கத்திற்கு நடைமுறை வாழ்க்கையில் ஏராளமான எடுத்துக்காட்டுகள் உள்ளன. அவற்றில் சில: கீல்களைப் பொறுத்து கதவுகளை திறந்து மூடுதல் மற்றும் திருகு குறடு (wrench) மூலம் திருகு மறையை (nut) சுழலச் செய்தல்.



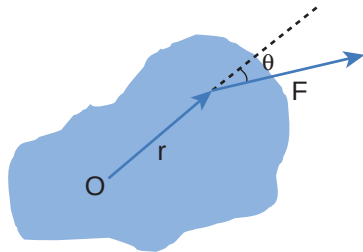
சுழற்சியின் அளவானது விசையின் எண்மதிப்பு, அதன் திசை, மற்றும் விசை செயல்படும் புள்ளிக்கும் அச்சுக்கும் இடைபட்ட தொலைவு இவற்றை சார்ந்தது. திருப்பு விசையானது சுழற்சி இயக்கத்தை ஏற்படுத்தும்பொழுது அப்பொருளின் கோண உந்தமானது நேரத்தைப் பொருத்து மாறுபடும். இப்பகுதியில் திருப்பு விசை மற்றும் திண்மப்பொருளில் அதன் விளைவு ஆகியவை பற்றி பயில்வோம்.

5.2.1 திருப்பு விசையின் வரையறை

ஒரு புள்ளி அல்லது அச்சைப் பொருத்து பொருளின் மீது செயல்படுத்தப்படும் புறவிசையின் திருப்புத்திறன் திருப்பு விசை என வரையறுக்கப்படுகிறது. திருப்பு விசையின் சமன்பாடு

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} \quad (5.9)$$

இங்கு, $\vec{r}$ என்பது படம் 5.4 ல் காட்டியுள்ளவாறு ஆயுள்ளியிலிருந்து பொருளின் மீது $\vec{F}$ என்ற விசை செயல்படும் புள்ளியின் நிலை வெக்டராகும்.



படம் 5.4 ஒரு திண்மப்பொருளின் மீதான திருப்புவிசை

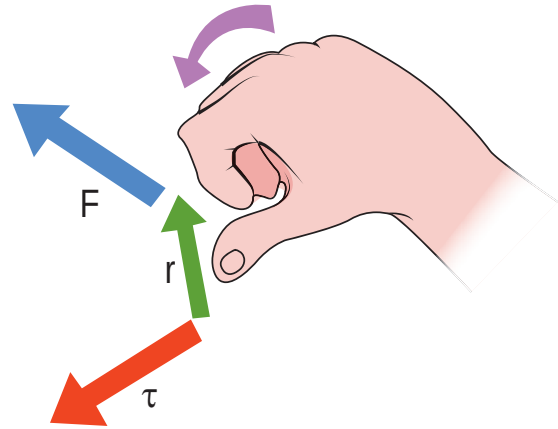
இங்கு $\vec{r}$ மற்றும் $\vec{F}$ இன் பெருக்குத் தொகையை வெக்டர் பெருக்கம் அல்லது குறுக்குப் பெருக்கம் எனலாம். இரு வெக்டர்களை, வெக்டர் பெருக்கம் அல்லது குறுக்கு பெருக்கம் செய்யும்போது வரும் வெக்டரானது அவ்விரு வெக்டர்களுக்கு செங்குத்துத் திசையில் இருக்கும். (அலகு 2 பிரிவு 2.5 இல் காண்க : தலைப்பு : 2.5) எனவே திருப்பு விசை $\vec{\tau}$ என்பது வெக்டர் அளவாகும்.

திருப்பு விசையானது எண்ணளவில் $rF\sin\theta$, என்ற எண்மதிப்பையும், $\vec{r}$ மற்றும் $\vec{F}$ க்கு செங்குத்தான திசையும் பெற்றிருக்கிறது. இதன் அலகு N m.

$$\tau = (rF \sin \theta) \hat{n} \quad (5.10)$$

இங்கு θ என்பது $\vec{r}$ மற்றும் $\vec{F}$ -க்கு இடைப்பட்ட கோணம் மற்றும் $\hat{n}$ என்பது $\vec{\tau}$ இன் திசையில் அமைந்த ஓரலகு வெக்டர். திருப்புவிசை $\vec{\tau}$ என்பது $\vec{r}$ மற்றும் $\vec{F}$ ஆகிய இரு வெக்டர்களில் இருந்து பெறப்படுவதால், இதனை போலி வெக்டர் (pseudo vector) என்றும் அழைக்கலாம்.

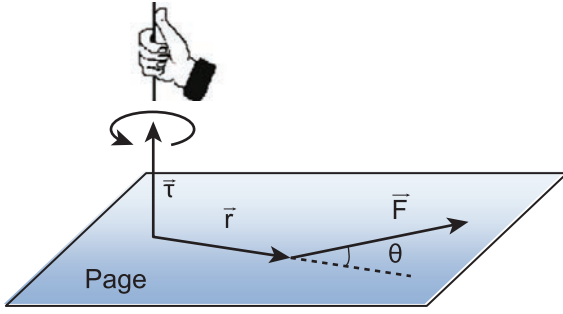
திருப்பு விசையின் திசையினை வலக்கை விதியை பயன்படுத்தி காணலாம். இவ்விதியின்படி, வலதுகையின் விரல்கள் நிலைவெக்டரின் திசையிலும் உள்ளங்கை விசையின் திசையைப் பார்த்தவாறும் வைத்துக்கொண்டு விரல்களை மடக்கும்போது நீட்டப்பட்ட கட்டைவிரல் திருப்பு விசையின் திசையைக் குறிக்கும். இது படம் 5.5 இல் காட்டப்பட்டுள்ளது.



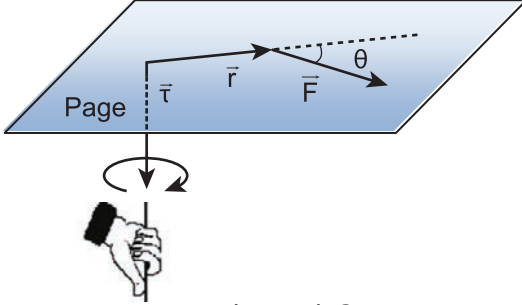
படம் 5.5 வலக்கை விதியின் மூலம் திருப்பு விசையின் திசை



திருப்பு விசையின் திசையைக் கொண்டு, அத்திருப்பு விசை எவ்வகையான சுழற்சியை ஏற்படுத்தும் என்று கண்டறியலாம். உதாரணமாக திருப்பு விசையின் திசையானது தளத்திற்கு வெளியே செயல்படுகிறது எனில் திருப்பு விசையினால் ஏற்படும் சுழற்சி கடிகார முள் சுழலும் (இடஞ்சுழி) திசைக்கு எதிர்த் திசையிலும், மாறாக தளத்தை நோக்கி திருப்பு விசையானது செயல்படுகிறது எனில் சுழற்சியின் திசை கடிகார முள் சுழலும் திசையிலேயே (வலஞ்சுழி) செயல்படுகிறது. இவை படம் 5.6 இல் காட்டப்பட்டுள்ளன.



(அ) கடிகாரமுள் சுழலும் திசைக்கு எதிர்திசை



(ஆ) கடிகாரமுள் சுழலும் திசை

படம் 5.6 திருப்பு விசையின் திசை மற்றும் சுழற்சியின் வகைகள்

திருப்பு விசையின் எண்மதிப்பும், திசையும் பல நிகழ்வுகளில் தனித்தனியே பெறப்படுகின்றன. திருப்பு விசையின் திசையைக் கண்டறிய வலக்கைவிதி அல்லது வலக்கடர் விதியை பயன்படுத்தியும், எண்மதிப்பை கண்டறிய ஸ்கேலர் வடிவத்தை பயன்படுத்தியும், அதாவது

$$\tau = r F \sin \theta \quad (5.11)$$

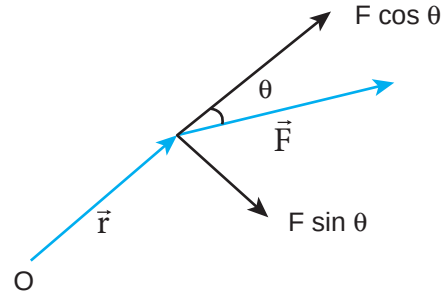
என்ற சமன்பாட்டின் மூலமும் பெறலாம்.

திருப்பு விசையின் எண் மதிப்பை பெற $\sin \theta$ வை r அல்லது F உடன் சேர்த்து இருவகைகளில் குறிக்கலாம்.

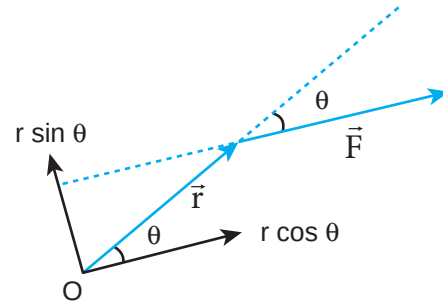
$$\tau = r (F \sin \theta) = r \times (F \perp) \quad (5.12)$$

$$\tau = (r \sin \theta) F = (r \perp) \times F \quad (5.13)$$

இங்கு, $(F \sin \theta)$ என்பது $\vec{r}$ க்கு செங்குத்தான $\vec{F}$ இன் கூறு. அதே போல் $(r \sin \theta)$ என்பது $\vec{F}$ க்கு செங்குத்தான $\vec{r}$ ன் கூறு. இவ்விரு நிகழ்வுகளையும் படம் 5.7 இல் காணலாம்.



(a) $\tau = r (F \sin \theta) = r(F \perp)$



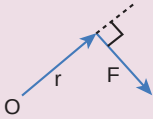
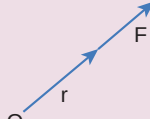
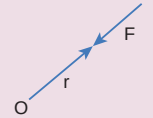
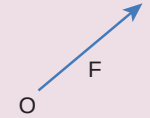
(b) $\tau = (r \sin \theta) F = (r \perp) F$

படம் 5.7 திருப்பு விசையைக் கணக்கிடும் இருமுறைகள்

$\vec{r}$ மற்றும் $\vec{F}$ க்கு இடைப்பட்ட கோணம் θ வை அடிப்படையாகக் கொண்டு திருப்பு விசையானது வெவ்வேறு மதிப்புகளைப் பெறும்.

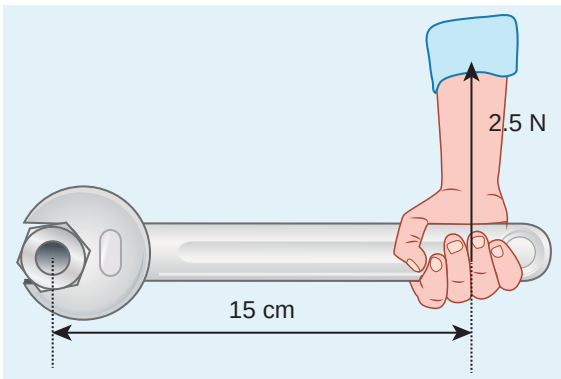
$\vec{r}$ மற்றும் $\vec{F}$ ஆனது ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தாக உள்ளபோது திருப்பு விசையின் மதிப்பு பெருமமாகும். அதாவது $\theta = 90^\circ$ எனும்பொழுது $\sin 90^\circ = 1$, என்பதால் $\tau_{\max} = rF$

$\vec{r}$ மற்றும் $\vec{F}$ இணையாக ஒரே திசையிலோ, எதிரெதிர் திசையிலோ செயல்படும்போது திருப்பு விசையின் மதிப்பு சுழியாகிறது. இரு வெக்டர்களும் இணையாக ஒரே திசையில் உள்ளபோது $\theta = 0^\circ$ மற்றும் $\sin 0^\circ = 0$. இரு வெக்டர்களும் இணையாக எதிரெதிர் திசையில் உள்ளபோது $\theta = 180^\circ$ மற்றும் $\sin 180^\circ = 0$. எனவே விசையானது ஆதாரப்புள்ளியில் செயல்படுகிறதெனில் $\vec{r} = 0$ மற்றும் $\tau = 0$ அதாவது திருப்பு விசையின் மதிப்பு சுழியாகும். இதன் வெவ்வேறான நிகழ்வுகளை கீழ்க்கண்ட அட்டவணை 5.1 காணலாம்.

அட்டவணை 5.1. வெவ்வேறு நிகழ்வுகளில் τ இன் மதிப்பு	
	$\theta = 90^\circ; \tau_{\max} = rF$
	$\theta = 0^\circ; \tau = 0$
	$\theta = 180^\circ; \tau = 0$
	$r = 0; \tau = 0$

எடுத்துக்காட்டு 5.7

ஸ்பேனரின் கைப்பிடிக்கு செங்குத்தாக படத்தில் காட்டியுள்ளவாறு விசை செலுத்தப்படுகிறது. (i) திருகு மறை (Nut) யின் மையத்தைப் பொருத்து விசையின் திருப்பு விசை (ii) திருப்பு விசையின் திசை மற்றும் (iii) திருகு மறையைப் (Nut) பொருத்து திருப்பு விசை ஏற்படுத்தும் சுழற்சியின் வகை ஆகியவற்றைக் காண்க.



220

அலகு 5 துகள்களாலான அமைப்பு மற்றும் திண்மப்பொருட்களின் இயக்கம்

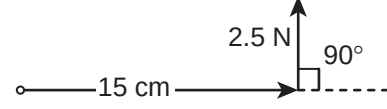
தீர்வு

ஸ்பேனரின் கைப்பகுதியின் நீளம்,

$$r = 15 \text{ cm} = 15 \times 10^{-2} \text{ m}$$

செலுத்தப்பட்ட விசை, $F = 2.5 \text{ N}$

r க்கும் F க்கும் இடைப்பட்ட கோணம் $\theta = 90^\circ$



(i) திருப்பு விசை, $\tau = rF \sin \theta$

$$\tau = 15 \times 10^{-2} \times 2.5 \times \sin(90^\circ)$$

[இங்கு, $\sin 90^\circ = 1$]

$$\tau = 37.5 \times 10^{-2} \text{ N m}$$

ii) வலக்கை விதிப்படி, திருப்பு விசையின் திசையானது தாளின் தளத்திலிருந்து வெளிநோக்கி அமைந்துள்ளது.

(iii) திருப்பு விசை ஏற்படுத்திய சுழற்சி கடிகாரத்தின் திசைக்கு எதிர்திசையில் உள்ளது.

எடுத்துக்காட்டு 5.8

$(4\hat{i} - 3\hat{j} + 5\hat{k}) \text{ N}$ விசையானது $(7\hat{i} + 4\hat{j} - 2\hat{k}) \text{ m}$ என்ற புள்ளியில் அமைந்த நிலைவெக்டரின் மீது செயல்படுகிறது. ஆதியைப் பொருத்து திருப்பு விசையின் மதிப்பை காண்க.

தீர்வு

$$\vec{r} = 7\hat{i} + 4\hat{j} - 2\hat{k}$$

$$\vec{F} = 4\hat{i} - 3\hat{j} + 5\hat{k}$$

திருப்பு விசை, $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$

$$\vec{\tau} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 7 & 4 & -2 \\ 4 & -3 & 5 \end{vmatrix}$$

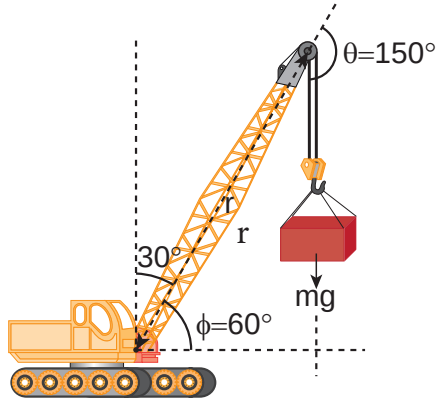
$$\vec{\tau} = \hat{i}(20 - 6) - \hat{j}(35 + 8) + \hat{k}(-21 - 16)$$

$$\vec{\tau} = (14\hat{i} - 43\hat{j} - 37\hat{k}) \text{ N m}$$

எடுத்துக்காட்டு 5.9

பளு தூக்கி ஒன்றின் கரத்தின் நீளம் 20 m அக்கரமானது செங்குத்து அச்சோடு 30° கோணத்தில் நிறுத்தப்பட்டுள்ளது. 2 டன் எடையானது கரத்தால் தூக்கி நிறுத்தப்பட்டுள்ளது. பளுதூக்கியின் கரம் பொருத்தப்பட்ட நிலையான புள்ளியைப் பொருத்து புவியீர்ப்புவிசை ஏற்படுத்திய திருப்பு விசையைக் காண்க.

[தகவல்: 1 டன் = 1000 kg; $g = 10 \text{ m s}^{-2}$, கரத்தின் எடை புறக்கணிக்கத்தக்கது]



தீர்வு



பெரும்பான்மையான கணக்குகளில் $\vec{r}$ மற்றும் $\vec{F}$ க்கு இடையேயுள்ள கோணம் நேரடியாக கொடுக்கப்படுவதில்லை. எனவே மாணவர்கள் $\vec{r}$ மற்றும் $\vec{F}$ க்கு இடையேயுள்ள கோணத்தை θ என எடுத்துக்கொள்ளப் பழகவும். அமைப்பில் உள்ள மற்ற கோணங்களை குறியிடும்போது α , β , ϕ எனவும் குறிக்கலாம்.

தொங்கவிடப்பட்ட நிறையினால் ஏற்படும் விசை

$$F = mg = 2000 \times 10 = 20000 \text{ N};$$

$$\text{கரத்தின் நீளம் } r = 20 \text{ m}$$

இந்த கணக்கிற்கு மூன்று வெவ்வேறு முறைகளில் தீர்வு காணலாம்.

முறை - I

விசை F க்கும் கரத்தின் நீளம் r க்கும் இடையேயான கோணம் $\theta = 150^\circ$

பொருத்தப்பட்ட நிலை புள்ளியைப் பொருத்து கரத்தின் திருப்பு விசை

$$\tau = r F \sin \theta$$

$$\tau = 20 \times 20000 \times \sin(150^\circ)$$

$$= 400000 \times \sin(90^\circ + 60^\circ)$$

$$[\text{இங்கு, } \sin(90^\circ + \theta) = \cos \theta]$$

$$= 400000 \times \cos(60^\circ)$$

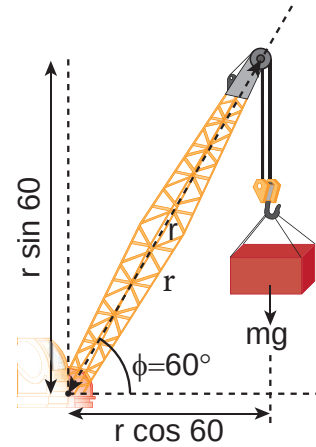
$$= 400000 \times \frac{1}{2} \left[\cos 60^\circ = \frac{1}{2} \right]$$

$$= 200000 \text{ N m}$$

$$\tau = 2 \times 10^5 \text{ N m}$$

முறை - II

விசையையும், பளுதூக்கியில் கரம் பொருத்தப்பட்ட புள்ளியிலிருந்து செங்குத்து தொலைவையும் கருதுவோம்.



$$\tau = (r \perp) F$$

$$\tau = r \cos \phi mg$$

$$\tau = 20 \times \cos 60^\circ \times 20000$$

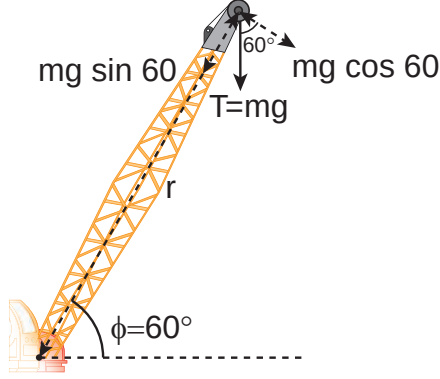
$$= 20 \times \frac{1}{2} \times 20000$$

$$= 200000 \text{ N m}$$

$$\tau = 2 \times 10^5 \text{ N m}$$

முறை- III

பளு தூக்கியின் கரம் பொருத்தப்பட்ட புள்ளியையும் செங்குத்து விசையையும் கருதுவோம்.

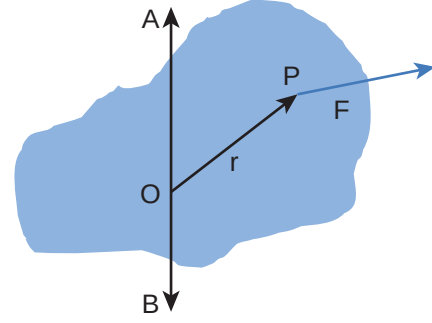


$$\begin{aligned}\tau &= r(F \perp) \\ \tau &= r mg \cos \phi \\ \tau &= 20 \times 20000 \times \cos 60^\circ \\ &= 20 \times 20000 \times \frac{1}{2} \\ &= 200000 \text{ N m} \\ \tau &= 2 \times 10^5 \text{ N m}\end{aligned}$$

மூன்று முறைகளும் ஒரே தீர்வினை தருகிறது.

5.2.2 அச்சைப் பொருத்து திருப்பு விசை (Torque about an axis)

இதுவரை ஒரு புள்ளியைப் பொருத்து திருப்பு விசையைப் பற்றி பயின்றோம். இப்பகுதியில் அச்சைப் பொருத்து திருப்பு விசையைப் பற்றி பயிலலாம். திண்மப்பொருள் ஒன்று AB யைப் பொருத்து சுழல்வது படம் 5.8 இல் காட்டப்பட்டுள்ளது. திண்மப்பொருளில் P என்ற புள்ளியில் F விசை செயல்படுகிறது என கொள்க. விசை F ஆனது தளம் ABP ல் அமையாமல் இருக்கலாம். அச்ச AB யில் ஏதேனும் ஒரு புள்ளியை ஆதிப்புள்ளி O என எடுத்துக்கொள்வோம்.



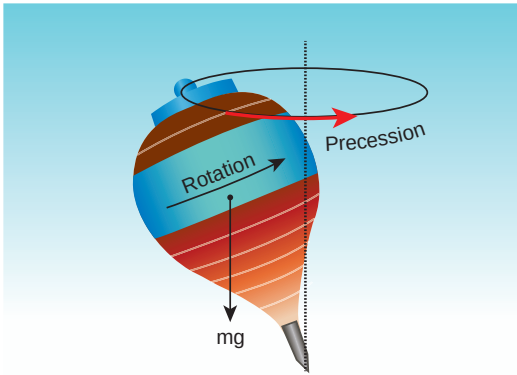
படம் 5.8 அச்சைப் பொருத்து திருப்பு விசை



படைப்பாற்றல் மற்றும் புதுமைகள் நிறைந்த பாரம்பரிய விளையாட்டுகளுக்கு தமிழகம் பெயர் பெற்றது. அதில் ஒரு புகழ்பெற்ற விளையாட்டு சில்லுக்கோடு (பாண்டி). ஒரு செவ்வக வடிவகட்டத்தினுள் பல செவ்வகப்பிரிவுகள் படத்தில் காட்டியுள்ளவாறு உள்ளன. செவ்வக கட்டங்களில் ஒரு காலினால் தாவிச் செல்ல வேண்டும். ஒற்றை காலில் தாவிச்செல்லும்போது ஒரு புறமாக சாய்ந்து செல்வதற்குக் காரணம், சாய்ந்த நிலையில் இயற்கையாகவே, ஈர்ப்பு விசையையும் (mg), தரையின் செங்குத்து விசையும் (N) ஒன்றுக்கொன்று சமன்செய்யப்படுவதால் திருப்பு விசை சுழியாகிறது. இவ்வாறு இல்லை எனில் இவ்விரு விசைகளும் வெவ்வேறு புள்ளிகளின் வழியே செயல்படும் நிலையில் தொகுப்பின் திருப்பு விசை செயல்பட்டு விளையாடுபவரை கீழே விழுச்செய்யும்.



புள்ளி O வைப்பொருத்து $\vec{F}$ ன் திருப்புவிசை, $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$. மேலும் அச்சின் திசையில் இத்திருப்பு விசையின் கூறானது அச்சைப்பொறுத்த விசையின் திருப்பு விசையாகும். இதனை கண்டறிய நாம் முதலில் திருப்பு விசை வெக்டர் $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$ க்கும் மற்றும் அச்ச AB க்கும் இடையேயான கோணம் ϕ யை காண வேண்டும். (விசையின் தளம் ABP யில் இல்லை என்பதை நினைவில் கொள்க) AB யை பொருத்து உள்ள திருப்புவிசை என்பது AB இன் வழியாகச் செல்லும் திருப்பு விசை $|\vec{r} \times \vec{F}|$ யின் கிடைத்தளக்கூறு $|\vec{r} \times \vec{F}| \cos \phi$ ஆகும். அதைப்போல AB க்கு செங்குத்தான திருப்பு விசை $|\vec{r} \times \vec{F}| \sin \phi$. அச்சின் வழியே ஒரு பொருளின்மீது செயல்படும் திருப்புவிசை, அப்பொருளை அச்சைப்பொருத்து சுழற்றுகிறது. மேலும் அச்சுக்கு செங்குத்தாக உள்ள திருப்பு விசை சுழல் அச்சைச் சுழற்றுகிறது. இவை இரண்டு ஒரே நேரத்தில் திண்மப்பொருளின் மீது செயல்படும் போது பொருளானது அச்சச் சுழற்சியை (precession) மேற்கொள்ளும். சுழலும் பம்பரம் ஒன்று ஓய்வு நிலையை நெருங்கும் போது அச்ச சுழற்சியை மேற்கொள்ளும் என்பதை படம் 5.9 லிருந்து அறியலாம்.



படம் 5.9 சுழலும் பம்பரத்தின் அச்சச் சுழற்சி

அச்சச் சுழற்சியை விளக்குவது என்பது நம் பாடப்பகுதிக்கு அப்பாற்பட்டது. எனவே, திருப்பு விசைகளின் செங்குத்து கூறுகளின் விளைவை நீக்குவதற்கு சிலவரம்புகளைக் கருதினால் சுழல் அச்ச சுழற்சி அடையாமல் ஒரே அச்சில் நிலை பெற்று இருக்கிறது. எனவே, திருப்புவிசையின் செங்குத்து கூறுகளை கருத வேண்டிய அவசியம் இல்லை. இதன் பின்னர் திண்மப்பொருட்களின் திருப்பு விசைகளின் கணக்கீடுகளுக்கு

கீழ்க்கண்டவற்றை மட்டும் கருதினால் போதுமானது. அவை பின்வருமாறு

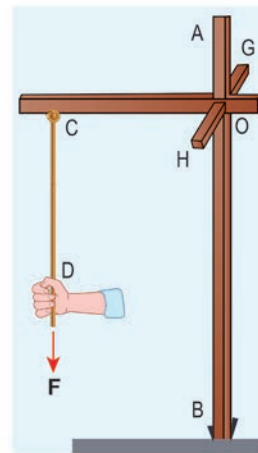
- (1) அச்சிற்கு, செங்குத்தான தளத்தில் அமைந்த விசைகளை மட்டும் கருத வேண்டும் (மற்றும் அச்சினை வெட்டிச்செல்லவும் கூடாது)
- (2) அச்சிற்கு செங்குத்தாக உள்ள நிலை வெக்டரையே கருத வேண்டும்.



குறிப்பு அச்சுக்கு இணையான விசை, அச்சுக்கு செங்குத்தான திசையில் திருப்பு விசையை கொடுக்கிறது. மேலும் இதனை கருத வேண்டிய அவசியமும் இல்லை. அச்சை வெட்டிச் செல்லும் விசைகள், $r = 0$ என்பதால் திருப்பு விசையை உருவாக்காது. அச்சின் வழியேயான நிலை வெக்டர் அச்சிற்கு செங்குத்தாக திருப்பு விசையை விளைவிக்கும் எனவே இதனைக் கருத வேண்டிய அவசியம் இல்லை.

எடுத்துக்காட்டு 5.10

AB, OC, GH என்ற சட்டங்கள் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தாக படத்தில் காட்டியுள்ளவாறு தரையில் நிலையாக பொருத்தப்பட்டுள்ளது. ஒரு கம்பி C என்ற புள்ளியில் கட்டப்பட்டுள்ளது. கம்பியின் தனித்த முனை D யானது விசை F இனால் இழுக்கப்படுகிறது. விசை உருவாக்கிய திருப்பு விசையின் எண் மதிப்பையும், திசையையும்



- (i) D, C, O மற்றும் B பொருத்து
- (ii) CD, OC, AB மற்றும் GH அச்சுகளைப் பொறுத்து காண்க.

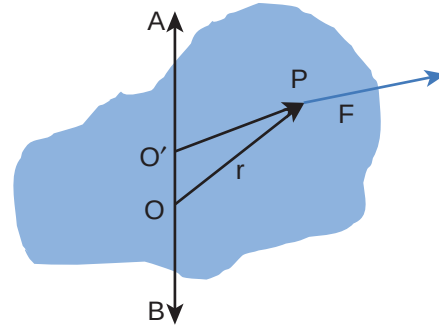


தீர்வு

- (i) D யைப் பொருத்து திருப்பு விசை சுழி. (D வழியாக F செயல்படுகிறது).
C யைப் பொருத்து திருப்பு விசை சுழி. (C வழியாக F செயல்படுகிறது).
O யைப் பொருத்து திருப்பு விசை $\overrightarrow{OC} \times \vec{F}$ (GH அச்ச வழியாக செயல்படுகிறது).
B யைப் பொருத்து திருப்பு விசை $\overrightarrow{BD} \times \vec{F}$ (GH அச்ச வழியாக செயல்படுகிறது).
(F -ஐப் பொருத்து B-யிலிருந்து செங்குத்து தொலைவு OC).
- (ii) CD யைப் பொருத்து திருப்பு விசை சுழி (F ஆனது CD க்கு இணை).
OC யைப் பொருத்து திருப்பு விசை சுழி (OC யினை F ஆனது வெட்டிச் செல்கிறது).
AB யைப் பொருத்து திருப்பு விசை சுழி (AB க்கு F இணையாகிறது).
GH யைப் பொருத்து திருப்பு விசை $(\overrightarrow{OC}) \times \vec{F}$ (GH திசையில் அமையும்.)

ஓர் அச்சைப் பற்றிய விசையின் திருப்பு விசை ஆதிப்புள்ளியை அந்த அச்சிலேயே தேர்ந்தெடுத்தால் ஆதியை தேர்ந்தெடுப்பதை சார்ந்திராமல், அமையும். இதனை கீழ்க்கண்டவாறு காணலாம்.

திண்மப் பொருளொன்றில் உள்ள AB என்ற சுழற்சி அச்சில் உள்ள O என்ற ஆதிப்புள்ளியை எடுத்துக்கொள்வோம். புள்ளி P யின் மீது விசை F செயல்படுவதை படத்தில் காட்டியுள்ளவாறு கருதுவோம். இப்போது அச்சில் ஏதேனும் ஒரு இடத்தில் மற்றொரு புள்ளி O' ஐ படத்தில் காட்டியுள்ளவாறு, தேர்வு செய்ய வேண்டும்.



படம் 5.10 ஆதிப் புள்ளியைச் சார்ந்திராத சுழலும் பொருளின் அச்சைப்பொருத்து திருப்புவிசை



படத்தில் காட்டியுள்ளவாறு மரச்செக்கில் திருப்பு விசையின் திசையைக் கண்டுபிடிக்கவும்

O' யைப் பொருத்த விசையின் திருப்பு விசை,

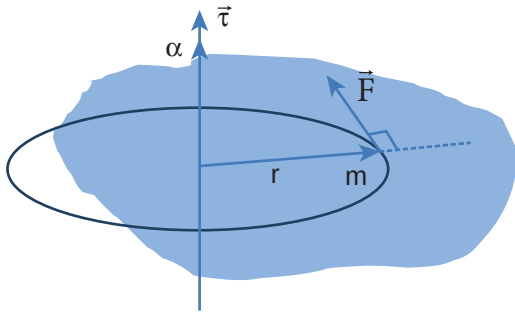
$$\begin{aligned}\vec{O'P} \times \vec{F} &= (\vec{O'O} + \vec{OP}) \times \vec{F} \\ &= (\vec{O'O} \times \vec{F}) + (\vec{OP} \times \vec{F})\end{aligned}$$

$\vec{O'O} \times \vec{F}$ என்பது $\vec{O'O}$ க்கு செங்குத்தாக இருப்பதால், இப்பகுதியானது AB வழியாக எந்த கூறையும் பெற்றிருப்பதில்லை. எனவே, $\vec{O'P} \times \vec{F}$, $\vec{OP} \times \vec{F}$ ஆகியவை AB வழியாக சம கூறினைப் பெற்றிருக்கும்.

5.2.3 திருப்பு விசை மற்றும் கோண முடுக்கம் (Torque and Angular Acceleration)

நிலையான அச்சைப் பொருத்து சுழலும் திண்மப் பொருளைக் கருதுக. ஒரு புள்ளி நிறை m ஆனது படத்தில் காட்டியுள்ளவாறு நிலையான அச்சைப் பொருத்து வட்ட இயக்கத்தை மேற்கொள்கிறது. தொடுவியல் விசை $\vec{F}$ ஆனது புள்ளி நிறையை சுழலச் செய்ய தேவையான திருப்பு விசையை அளிக்கிறது. இந்த தொடுவிசை $\vec{F}$ ஆனது புள்ளி நிறையின் நிலை வெக்டருக்கு செங்குத்தாக செயல்படுகிறது.

இது புள்ளி நிறை m இன் மீது உருவாக்கும் திருப்பு விசையானது



படம் 5.11 திருப்பு விசை மற்றும் கோண முடுக்கம்

$$\begin{aligned}\tau &= r F \sin 90 = r F \quad [\because \sin 90 = 1] \\ \tau &= r m a \quad [\because (F = ma)] \\ \tau &= r m r \alpha = m r^2 \alpha \quad [\because (a = r \alpha)] \\ \tau &= (m r^2) \alpha\end{aligned}\quad (5.14)$$

இவ்விசையானது நிலை வெக்டர் $\vec{r}$ க்கு செங்குத்தாக புள்ளி நிறையின் மீது செயல்படுகிறது. அச்சைப்பொருத்து புள்ளி நிறையின் மீது செயல்படும் திருப்பு விசையானது அந்த அச்சைப்பொருத்து புள்ளிநிறையின் மீது கோண முடுக்கம், α வை உருவாக்குகிறது.

வெக்டர் வடிவில்

$$\vec{\tau} = (m r^2) \vec{\alpha} \quad (5.15)$$

τ மற்றும் α இவற்றின் திசையானது சுழலும் அச்சின் வழியாகவே அமையும். τ இன் திசையில் α அமைந்தால், இது கோண முடுக்கத்தை ஏற்படுத்தும். மாறாக, τ ன் திசை α வுக்கு எதிராக அமைந்தால் கோண எதிர்முடுக்கத்தை உருவாக்கும். சமன்பாடுகள் 5.14 மற்றும் 5.15 இல் உள்ள கோவை " $m r^2$ " புள்ளி நிறையின் நிலைமத்திருப்புத் திறன் என்று அழைக்கப்படுகிறது. திண்மப் பொருளானது புள்ளி நிறையைப் போன்ற பல துகள்களால் ஆக்கப்பட்டள்ளது. எனவே, அப்பொருளின் நிலைமத் திருப்புத்திறன் என்பது அப்பொருள் உள்ளடக்கிய தனித்தனியான எல்லா புள்ளி நிறைகளின் நிலைமத் திருப்புத் திறன்களின் கூடுதல் ($I = \sum m_i r_i^2$) ஆகும். எனவே, திருப்பு விசையின் சமன்பாடு

$$\vec{\tau} = \left(\sum m_i r_i^2 \right) \vec{\alpha} \quad (5.16)$$

$$\vec{\tau} = I \vec{\alpha} \quad (5.17)$$

வெவ்வேறான வடிவம் கொண்ட பொருட்களின் நிலைமத்திருப்புத்திறன் மற்றும் அதன் முக்கியத்துவத்தை மேலும் பிரிவு 5.4 இல் பயிலலாம்.

5.2.4 கோணஉந்தம்

சுழற்சி இயக்கத்தில் கோணஉந்தம் என்பது இடம்பெயர்வு இயக்கத்தில் உள்ள நேர்கோட்டு உந்தத்திற்கு இணையான ஒரு இயற்பியல் அளவு. நேர்கோட்டு உந்தத்தின் திருப்புத்திறனாது புள்ளிநிறையின் கோணஉந்தம் என வரையறுக்கப்படுகிறது. மாறாக, ஒரு புள்ளி அல்லது அச்சிலிருந்து $\vec{r}$ நிலையில் உள்ள ஒரு புள்ளி நிறையின் நேர்கோட்டு உந்தம் $\vec{p}$ எனில்,

அதன் கோண உந்தம் $\vec{L}$ -ஐ கணிதவியலின்படி பின்வருமாறு எழுதலாம்.

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} \quad (5.18)$$

கோண உந்தத்தின் எண்மதிப்பு

$$L = r p \sin \theta \quad (5.19)$$

இங்கு θ என்பது $\vec{r}$ க்கும் $\vec{p}$ க்கும், இடைப்பட்ட கோணம். கோண உந்தம் $\vec{L}$ ஆனது $\vec{r}$ மற்றும் $\vec{p}$ இருக்கும் தளத்திற்கு செங்குத்தான தளத்தில் அமையும். திருப்பு விசையை முந்தைய நிகழ்வுகளில் எழுதியது போன்றே இங்கும் $\sin \theta$ வை $\vec{r}$ அல்லது $\vec{p}$ யோடு சேர்ந்து எழுத முடியும்.

$$L = r(p \sin \theta) = r(p \perp) \quad (5.20)$$

$$L = (r \sin \theta)p = (r \perp)p \quad (5.21)$$

இங்கு, $p \perp$ என்பது r க்கு செங்குத்தான நேர்கோட்டு உந்தத்தின் கூறு, அதைப்போன்ற $r \perp$ என்பது p க்கு செங்குத்தான நிலைவெக்டரின் கூறு.

நேர்கோட்டு உந்தம் சுழியாகும் போதோ ($\vec{p} = 0$) அல்லது துகளானது ஆதிப்புள்ளியில் ($\vec{r} = 0$) உள்ளபோதோ அல்லது $\vec{r}$ மற்றும் $\vec{p}$ இணையான திசையிலோ, எதிரெதிரான திசையிலோ அமைந்திருக்கும் ($\theta = 0^\circ$ or 180°) போதோ கோண உந்தம் சுழி ($L = 0$) ஆகும்.

கோண உந்தம் சுழற்சி இயக்கத்திற்கு மட்டும் தொடர்புடையது என தவறுதலாக புரிந்து கொள்ளக் கூடாது. இது உண்மையல்ல. கோண உந்தமானது நேர்கோட்டு இயக்கத்திற்கும் தொடர்புடையது. இதனை கீழ்க்கண்ட எடுத்துக்காட்டிலிருந்து அறிந்து கொள்ளலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 5.11

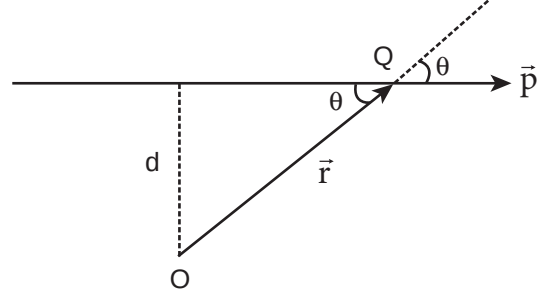
n நிறை கொண்ட துகளானது v என்ற மாறாத திசை வேகத்துடன் இயங்குகிறது. ஏதேனும் ஒரு புள்ளியைப் பொருத்து இயக்கம் முழுவதிலும் இதன் கோண உந்தம் மாறாதது எனக் காட்டுக.

தீர்வு

n நிறை கொண்ட Q துகளானது மாறா திசைவேகம் $\vec{v}$ யுடன் செல்வதாக கொள்வோம்.

226

அலகு 5 துகள்களான அமைப்பு மற்றும் திண்மப்பொருட்களின் இயக்கம்



மாறா திசைவேகம் என்பதால் துகளின் பாதை நேர்க்கோட்டு பாதையாக அமையும். அதன் உந்தமும் ($\vec{p} = m\vec{v}$) அதே பாதையில் நேர்க்கோட்டில் அமையும். அப்பாதையிலிருந்து செங்குத்து தொலைவில் (d) ஆதிப்புள்ளி O வை எடுத்துக் கொள்வோம். ஒரு குறிப்பிட்ட கணத்தில் Q என்ற புள்ளியில் அமைந்த துகளின் நிலை வெக்டர் $\vec{OQ} = \vec{r}$ என்க. ஒரு குறிப்பிட்ட கணத்தில் $\vec{r}$ க்கும் $\vec{p}$ க்கும் இடைப்பட்ட கோணம் θ என்க எனவே அக்கணத்தில் கோண உந்தத்தின் எண்மதிப்பு

$$L = OQ p \sin \theta = OQ m v \sin \theta = m v (OQ \sin \theta)$$

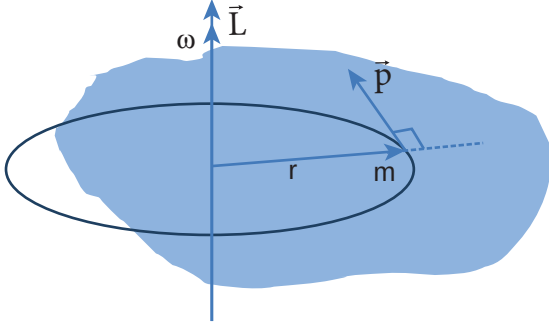
இங்கு ($OQ \sin \theta$) என்பது ஆதிப்புள்ளிக்கும் பொருள் செல்லும் திசைக்கும் உள்ள செங்குத்துத் தொலைவு ஆகும். எனவே, துகள் Q வின் ஆதியைப்பொறுத்த கோண உந்தம்

$$L = mvd$$

மேற்கண்ட கோண உந்தத்தின் சமன்பாடு கோணம் θ வை பெற்றிருப்பதில்லை. நேர்கோட்டு உந்தம் p ($p = m v$) மற்றும் செங்குத்து தொலைவு d இரண்டும் மாறிலிகள். ஆதலால், துகளின் கோண உந்தமும் மாறாது. எனவே கோண உந்தமானது நேர்கோட்டு இயக்கத்தில் உள்ள பொருட்களோடும் தொடர்புடையது. பொருள் செல்லும் நேர்க்கோட்டு திசை, ஒருவேளை ஆதிப்புள்ளி வழியாகச் சென்றால் கோண உந்தம் சுழியாகவும், அது மாறாததாகவும் இருக்கும்.

5.2.5 கோணஉந்தம் மற்றும் கோணத்திசைவேகம்

திண்மப் பொருள் ஒன்று நிலையான அச்சைப் பற்றி சுழல்கிறது. ஒரு புள்ளி நிறை m ஆனது படம் 5.12 இல் காட்டியுள்ளவாறு வட்ட இயக்கத்தை மேற்கொள்கிறது.



படம் 5.12 கோணஉந்தம் மற்றும் கோணதிசைவேகம்

சுழலும் அச்சிலிருந்து r தொலைவில் புள்ளிநிறை m அமைந்துள்ளது. வட்டப்பாதையில் எந்தவொரு கணத்திலும் நேர்கோட்டு உந்தமானது வட்டப்பாதையின் தொடுகோட்டு திசையில் இருக்கும். கோண உந்தம் $\vec{L}$ ஆனது $\vec{r}$ மற்றும் $\vec{p}$ -க்கு வட்டப்பாதையின் செங்குத்தாக இருக்கும். எனவே கோண உந்தம் சுழலும் அச்சின் திசையில் அமையும். இந்நிகழ்வில் θ என்பது $\vec{r}$ கும் $\vec{p}$ க்கும் இடைப்பட்ட கோணம். கோண உந்தம் (L) இன் எண் மதிப்பு $\theta = 90^\circ$ எனும்போது

$$L = r m v \sin 90^\circ = r m v$$

இங்கு, v என்பது நேர்கோட்டு திசைவேகம். வட்ட இயக்கத்தில் கோண திசை வேகத்திற்கும் ω , நேர்கோட்டு திசை வேகத்திற்குமான தொடர்பு $v = r \omega$.

$$\begin{aligned} L &= r m r \omega \\ L &= (m r^2) \omega \end{aligned} \quad (5.22)$$

L மற்றும் ω ஆகியவற்றின் திசை சுழலும் அச்சின் திசையிலேயே இருக்கும். மேற்கண்ட சமன்பாட்டின் வெக்டர் வடிவம்,

$$\vec{L} = (m r^2) \vec{\omega} \quad (5.23)$$

முன்னர் விவாதித்தது போல சமன்பாடு 5.22 மற்றும் 5.23 இல் கோவை உறுப்பு $m r^2$ ஆனது புள்ளி நிறையின் நிலைமத் திருப்புத்திறன் ஆகும். திண்மப் பொருளானது புள்ளி நிறைப்போன்ற பல துகள்களினால் உருவாக்கப்பட்டுள்ளது. எனவே திண்மப் பொருளின் நிலைமத் திருப்புத்திறன் என்பது

அப்புள்ளி நிறைகளின் நிலைமத் திருப்புத்திறனின் கூட்டுத் தொகை ($I = \sum m_i r_i^2$) ஆகும். எனவே, பொருளின் கோணஉந்தமானது,

$$\vec{L} = \left(\sum m_i r_i^2 \right) \vec{\omega} \quad (5.24)$$

$$\vec{L} = I \vec{\omega} \quad (5.25)$$

பிரிவு 5.4 ல் நிலைமத் திருப்புத்திறன் பற்றி தெளிவாக பயிலலாம்.

5.2.6 திருப்பு விசை மற்றும் கோண உந்தம்

திண்மப் பொருளின் கோண உந்தம் எண்ணளவில் $L = I \omega$ மற்றும் திண்மப் பொருளின் திருப்பு விசை $\tau = I \alpha$.

மேலும் திருப்புவிசையின் சமன்பாட்டை பின்வருமாறு எழுதலாம்.

$$\tau = I \frac{d\omega}{dt} \quad \because \left(\alpha = \frac{d\omega}{dt} \right) \quad (5.26)$$

இங்கு ω என்பது கோணத் திசைவேகம்.

$$\begin{aligned} \tau &= \frac{d(I\omega)}{dt} \\ \tau &= \frac{dL}{dt} \end{aligned} \quad (5.27)$$

மேற்கண்ட சமன்பாட்டின் மூலம் நாம் காண்பது புற திருப்பு விசையானது திண்மப்பொருள்களின் மீது நிலையான அச்சைப்பொருத்து கோண உந்த மாறுபட்டு வீதத்தை அதனுள் ஏற்படுத்தும். இது சுழற்சி பற்றிய நியூட்டனின் இரண்டாவது விதியாகும். மேலும் இச்சமன்பாடானது நேர்கோட்டு இயக்கத்தின் சமன்பாடான $F = \frac{dp}{dt}$ வடிவத்தை ஒத்துள்ளது.

கோண உந்த மாறா விதி (Conservation of angular momentum)

சமன்பாடு 5.27 லிருந்து, புறத்திருப்புவிசையானது திண்மப் பொருள்களின் மீது செயல்படும் போது கோண உந்த மாறுபாட்டை ஏற்படுத்தும் என்பதை அறிகிறோம்.

$$\tau = 0 \text{ எனில் } \frac{dL}{dt} = 0; L = \text{மாறிலி.}$$

மேற்கண்ட சமன்பாடு கோண உந்த மாறாவிதியைக் குறிக்கிறது. இதனைப் பற்றி பகுதி 5.5 இல் மேலும் பயிலலாம்.

5.3

திண்மப் பொருட்களின் சமநிலை (EQUILIBRIUM OF RIGID BODIES)

ஒரு பொருளானது மேசையின் மீது இயக்கமின்றி ஓய்வு நிலையில் உள்ளபோது பொருளின் மீது எந்த விசையும் செயல்படவில்லை என்கிறோம். உண்மையில் புவியீர்ப்பு விசையானது பொருளின் மீது கீழ்நோக்கியும் மேசையானது பொருளின் மீது ஏற்படுத்தும் எதிர்விசையானது மேல் நோக்கியும் அமைந்திருக்கும். இவ்விரு விசைகள் ஒன்றை ஒன்று சமன் செய்து கொள்கின்றன. எனவே, பொருளின் மீது நிகர விசை செயல்படவில்லை. பொருளின் மீது விசை செயல்படவில்லை என்பதற்கும், நிகர விசை செயல்பட வில்லை என்பதற்கும் அதிக வேறுபாடு உள்ளது. மேற்கூறிய விவாதமானது திருப்புத்திறன் அல்லது திருப்பு விசையின் அடிப்படையில் அமைந்த சுழற்சி இயங்கத்திற்கும் பொருந்தும்.

திண்மப் பொருளின் நேர்கோட்டு உந்தம் மற்றும் கோண உந்தம் மாறிலியாக இருந்தால் அப்பொருளானது எந்திரவியல் சமநிலையில் உள்ளது எனலாம்.

ஒரு பொருளின் நேர்கோட்டு உந்தம் மாறிலி எனில், அப்பொருளின் மீது செயல்படும் நிகரவிசை சுழியாகும்.

$$\vec{F}_{\text{net}} = 0 \quad (5.28)$$

இந்நிபந்தனையின் படி பொருளானது இடப்பெயர்வில் சமநிலையில் உள்ளது. இதன்படி, பொருளின் மீது வெவ்வேறான திசைகளில் செயல்படும் $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3 \dots$ என்ற விசைகளின் வெக்டர் கூடுதல் சுழியாகிறது.

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \dots + \vec{F}_n = 0 \quad (5.29)$$

பொருளின் மீது $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3 \dots$ என்ற விசைகள் வெவ்வேறான திசைகளில் செயல்படுகின்றன எனில் அவற்றின் விளைவை முறையே

கிடைத்தள மற்றும் செங்குத்து கூறுகளின் மூலம் தீர்வு காணலாம். இந்நிகழ்வில் கிடைத்தளச் சமநிலைக்கோ செங்குத்துச் சமநிலைக்கோ சாத்தியம் உள்ளது.

இதேபோல் கோண உந்தம் மாறிலியாக உள்ள போது பொருளின் மீதான நிகர திருப்பு விசை சுழியாகும்.

$$\vec{\tau}_{\text{net}} = 0 \quad (5.30)$$

இந்நிபந்தனையின் படி பொருளானது சுழற்சி சமநிலையில் உள்ளது. சுழற்சிச் சமநிலையில் வெவ்வேறான சுழற்சியை உருவாக்கும் திருப்பு விசைகள் $\vec{\tau}_1, \vec{\tau}_2, \vec{\tau}_3 \dots$ ஆகியவற்றின் வெக்டர் கூடுதல் சுழியாகிறது.

$$\vec{\tau}_1 + \vec{\tau}_2 + \vec{\tau}_3 + \dots + \vec{\tau}_n = 0 \quad (5.31)$$

மேலும் ஒரு திண்மப்பொருளின் மீது நிகர விசையும், நிகர திருப்பு விசையும் சுழியாக இருந்தால் அத்திண்மப் பொருள் எந்திரவியல் சமநிலையில் உள்ளது என கூறலாம்.

$$\vec{F}_{\text{net}} = 0 \text{ மற்றும் } \vec{\tau}_{\text{net}} = 0 \quad (5.32)$$

விசைகளும், திருப்பு விசைகளும் வெக்டர் அளவு என்பதால் இதன் திசைகளை தக்க குறியீடுகளுடன் பயன்படுத்த வேண்டும்.

5.3.1 சமநிலையின் வகைகள்

மேற்கண்ட விவாதத்தின்படி, வெவ்வேறான நிபந்தனைகளின் அடிப்படையில் வெவ்வேறு வகையான சமநிலைகளுக்கு வாய்ப்புள்ளது என்ற முடிவுக்கு வரலாம். இவை அட்டவணை 5.2 இல் தொகுக்கப்பட்டுள்ளன.

எடுத்துக்காட்டு 5.12

28 kg நிறையும் 10 m நீளமும் கொண்ட சீரான மரத்துண்டை அருண் மற்றும் பாபு சுமந்து செல்கின்றனர். மரத்துண்டின் முனைகளிலிருந்து இவர்கள் முறையே 1m மற்றும் 2m தொலைவில் பிடித்துள்ளனர். இவர்களில் யார் மரத்துண்டின் எடையை அதிகம் தாங்கிச் செல்கின்றார் [$g = 10 \text{ m s}^{-2}$].



தீர்வு

மரத்துண்டானது இயந்திரவியல் சமநிலையில் உள்ளது எனக் கொள்க. அதன்படி மரத்துண்டின் மீது நிகர விசை மற்றும் நிகர திருப்பு விசையின் மதிப்பு சுழி. புவி ஈர்ப்பு விசையானது மரத்துண்டின் நிறைமையத்தில் கீழ் நோக்கி செயல்படும். அருண் மற்றும் பாபு முறையே A மற்றும் B புள்ளிகளில் செலுத்தும் R_A , R_B என்ற செங்குத்து விசைகள்

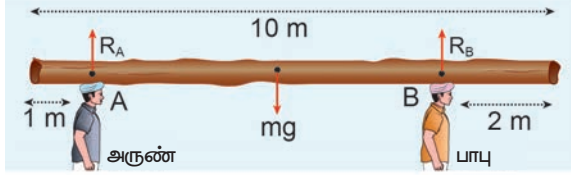
கீழ்நோக்கிய புவிஈர்ப்பு விசையை சமன் செய்கிறது.

மரத்துண்டின் மொத்த எடை, $W = mg = 28 \times 10 = 280 \text{ N}$, ஆனது இருவராலும் தாங்கப்படுகிறது. மீள் செயல் விசையை இருவரும் தனித்தனியே அளிக்கின்றனர். மரத்துண்டின் மீது செயல்படும் அனைத்து விசைகளையும் தனித்த பொருளின் விசைப்படம் மூலம் காணலாம்.

அட்டவணை 5.2 பல்வேறு வகையான சமநிலைகளும் அதற்கான நிபந்தனைகளும்

சமநிலையின் வகைகள்	நிபந்தனைகள்
இடப்பெயர்வு சமநிலை	■ நேர்கோட்டு உந்தம் மாறிலியாகும். ■ நிகர விசை சுழி
சுழற்சி சமநிலை	■ கோண உந்தம் மாறிலி ■ நிகர திருப்பு விசை சுழி
ஓய்வுச் சமநிலை	■ நேர்கோட்டு மற்றும் கோண உந்தங்களின் மதிப்பு சுழி ■ நிகரவிசை மற்றும் நிகரத் திருப்புவிசை சுழி
இயக்கச் சமநிலை	■ நேர்கோட்டு மற்றும் கோண உந்தங்கள் மாறிலி ■ நிகர விசை மற்றும் நிகரத் திருப்பு விசைகள் சுழி.
உறுதிச் சமநிலை	■ நேர்கோட்டு மற்றும் கோண உந்தங்களின் மதிப்பு சுழி ■ பொருளானது அதன் நிலையில் சிறிய மாற்றம் செய்யும் போது மீண்டும் சமநிலைக்கு வர முயற்சிக்கும். ■ சமநிலையில் ஏற்படும் மாற்றத்தினால் பொருளின் நிறைமையத்தின் நிலையானது சற்றே உயரும். ■ பொருள் சமநிலையில் இருக்கும்போது, அதன் நிலை ஆற்றல் சிறுமமாக இருக்கும். சமநிலையில் இருந்து மாறும்போது அதன் நிலை ஆற்றல் சற்றே உயரும்.
உறுதியற்றச் சமநிலை	■ நேர்கோட்டு மற்றும் கோண உந்தங்கள் சுழி. ■ பொருளானது சமநிலையிலிருந்து சற்றே மாற்றம் செய்து விடப்படும் போது மீண்டும் சமநிலைக்குத் திரும்ப வராது. ■ பொருளின் நிலையில் சிறிய மாற்றம் செய்யும்போது நிறைமையமானது சமநிலையிலிருந்து சற்று கீழ்புறமாக நகர்ந்து அமையும். ■ நிலை ஆற்றலானது சிறுமமாக இருக்காது. மேலும் சமநிலையில் மாற்றம் அடையும்போது, நிலை ஆற்றல் குறைகிறது.
நடுநிலை சமநிலை	■ நேர்கோட்டு உந்தமும் மற்றும் கோண உந்தமும் சுழி. ■ பொருளின் நிலையில் மாற்றம் செய்து விடப்படும் போதும் சமநிலையிலேயே இருக்கும். ■ பொருளின் நிலையில் சிறிய மாற்றம் செய்யும்போது நிறை மையத்தின் நிலை உயரவோ தாழ்வோ செய்யாது. ■ பொருளின் நிலையில் சிறிய மாறுபாடு ஏற்படும் போதும் நிலை ஆற்றல் மாற்றம் அடையாது.

இடப்பெயர்வு சமநிலையின் படி :



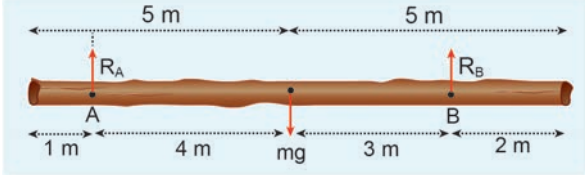
மரத்துண்டின் மீது செயல்படும் நிகர விசை சுழியாகிறது

$$R_A + (-mg) + R_B = 0$$

இங்கு, R_A மற்றும் R_B விசைகள் மேல்நோக்கிய நேர் குறியிலும். ஈர்ப்பியல் ஈர்ப்பு விசை (அல்லது எடை) கீழ்நோக்கி எதிர்குறியிலும் செயல்படுகிறது.

$$R_A + R_B = mg$$

சுழற்சி சமநிலையின் படி:



மரத்துண்டின் மீது செயல்படும் நிகர திருப்பு விசையின் மதிப்பு சுழியாகிறது. விசைகள் தொலைவிற்கு செங்குத்து என்பதால்,

$$(0R_A) + (-4mg) + (7R_B) = 0.$$

இங்கு, எதிர்வினை R_A ஆனது தாங்கும் புள்ளி A யிலேயே செயல்படுவதால் A யைப் பொருத்து R_A யின் திருப்புவிசை சுழியாகும். ஆனால் எடை mg யானது A யைப் பொருத்து கடிகார திசையிலும், எதிர்வினை R_B ஆனது A யைப் பொருத்து எதிர் கடிகார திசையிலும் திருப்பு விசைகளை ஏற்படுத்தும்.

$$7R_B = 4mg$$

$$R_B = \frac{4}{7} mg$$

$$R_B = \frac{4}{7} \times 28 \times 10 = 160 \text{ N}$$

R_B யின் மதிப்பை பிரதியிட ,

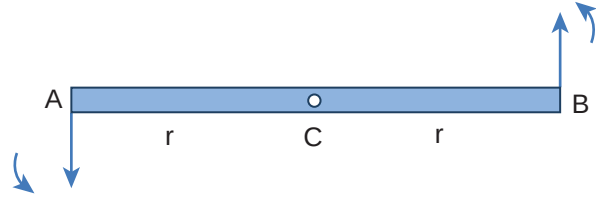
$$R_A = mg - R_B$$

$$R_A = 28 \times 10 - 160 = 280 - 160 = 120 \text{ N}$$

R_B ஆனது R_A ஐ விட அதிகமாக இருப்பதால், பாபு அருணைவிட அதிக எடையை சுமக்கிறார்.

5.3.2 இரட்டை (Couple)

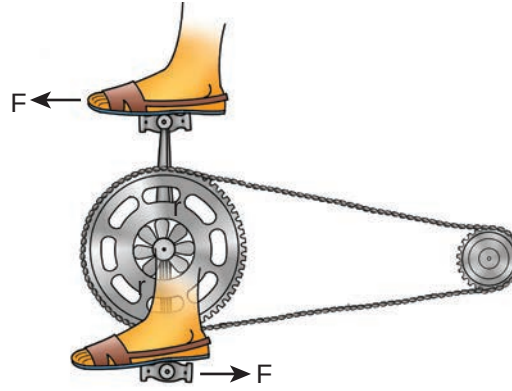
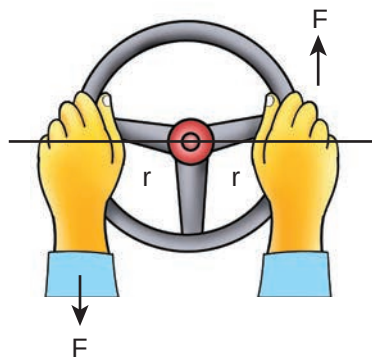
AB என்ற சீரான மெல்லியக் கம்பியை கருதுக, இதன் நிறைமையம் மையப்புள்ளி C யில் அமைந்து உள்ளது. கம்பியின் இரு முனைகள் A, B யில் சமமான எதிரெதிரான விசைகள் முறையே கம்பிக்கு செங்குத்தாக $2r$ இடைவெளியில் செயல்படுகிறது. படம் 5.13 இல் காட்டியுள்ளவாறு இவ்விரு விசைகளும் செயல்படுகிறது.



படம் 5.13 இரட்டை

இரு சமமான விசைகள் எதிரெதிர் திசையில் செயல்பட்டு ஒன்றை ஒன்று சமன் செய்வதால் கம்பியின் மீதான நிகர விசை சுழியாகும். இப்பொழுது கம்பியானது இடப்பெயர்வு சமநிலையில் உள்ளது ஆனால் சுழற்சி சமநிலையில் இல்லை. எப்படி சுழற்சி சமநிலையில் இல்லை என்பதைக் காண்போம். கம்பியின் முனை A யில் செயல்படும் விசையின் திருப்புத்திறன் மையப்புள்ளி C யைப் பொருத்து எதிர் கடிகாரச் சுற்று (இடஞ்சுழி) திசையில் சுழற்சியை ஏற்படுத்தும். இதே போன்று கம்பியின் மறுமுனை B-ல் செயல்படும் விசையின் திருப்புத் திறனானது எதிர் கடிகாரச் சுற்று (இடஞ்சுழி) திசையிலே சுழற்சியை உருவாக்குகிறது. இவ்விரு விசையின் திருப்புத்திறன்களானது கம்பியின் மீது ஒரே மாதிரியான சுழற்சியை உணரச் செய்கிறது. எனவே, கம்பியானது இடப்பெயர்வு சமநிலையில் உள்ள போதும், சுழற்சி இயக்கத்திற்கு அல்லது திருப்பு விளைவிற்கு உள்ளாகிறது.

ஒரே நேர்கோட்டில் அமையாத, செங்குத்துத் தொலைவில் பிரிக்கப்பட்டுள்ள இரு சமமான



படம் 5.14 இரட்டை

எதிரெதிர் விசைகள் ஏற்படுத்தும் திருப்பு விளைவு இரட்டையின் திருப்புத்திறன் எனப்படும். அன்றாட வாழ்வில் நாம் காணும் பல செயல்களில் இரட்டையின் திருப்புத்திறனை படம் 5.14 இல் காணலாம்.

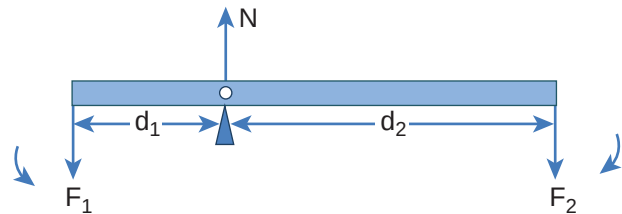


குறிப்பு சில நிகழ்வுகளில் இவ்விரு விசைகள் ஒன்றையொன்று சமன் செய்யாது. இரு விசைகள் ஒத்த விசைகளாக இல்லாமல் எதிரெதிர் திசையில் இல்லாமலும் இருப்பின், பொருளானது நேர்கோட்டு இயக்கம் மற்றும் சுழற்சி இயக்கம் இரண்டையும் பெற்றிருக்கும்.

5.3.3 திருப்புத் திறன்களின் தத்துவம்

மெல்லிய, புறக்கணிக்கத்தக்க (negligible) நிறையுள்ள கம்பித் துண்டு, நீளத்தின் வழியாக சுழலியக்க மையத்தில் பொருத்தப்பட்டுள்ளது. F_1 மற்றும் F_2 என்னும் இரு விசைகளானது d_1 மற்றும் d_2 தொலைவுகளில் கம்பியின் முனைகளில் செயல்படுவது படம் 5.15 இல் காட்டப்பட்டுள்ளது. F_1 மற்றும் F_2 என்ற இரு விசைகள் தாங்கு மையத்திலிருந்து d_1 மற்றும் d_2 தொலைவுகளில் செயல்படுவதனால் படத்தில் காட்டியுள்ளவாறு செங்குத்து எதிர்வினை N நிறை சுழலியக்க மையத்தில் செயல்படுகிறது. கம்பியானது கிடைத்தள நிலையில் ஓய்வாக இருப்பதற்கு அது நேர்கோட்டு மற்றும் சுமர்சி சமநிலையில் இருக்க

வேண்டும். எனவே, நிகர விசை மற்றும் நிகர திருப்பு விசை இரண்டும் சுழியாகும்.



படம் 5.15 திருப்புத்திறன்களின் தத்துவம்

நேர்கோட்டு சமநிலையில்,
 சுழலியக்க மையத்தை பற்றிய நிகர விசை
 சுழியாகும், $-F_1 + N - F_2 = 0$

$$N = F_1 + F_2$$

சுழற்சி சமநிலையில்,
 சுழலியக்க மையத்தை பற்றிய நிகர திருப்புவிசை
 சுழியாகும், $d_1 F_1 - d_2 F_2 = 0$

$$d_1 F_1 = d_2 F_2 \quad (5.33)$$

இத்தத்துவத்தைக் கொண்டு கோல் தராசானது, $d_1 = d_2$; $F_1 = F_2$ என்ற நிபந்தனையின் படி பொருட்களின் நிறையை அளவிடுகிறது. சமன்பாடு 5.33 யை மாற்றி அமைக்க

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{d_2}{d_1} \quad (5.34)$$

F_1 பளு எனவும், F_2 வை நமது முயற்சி எனவும் கருதினால், $d_1 < d_2$ என்ற நிபந்தனையில் நமக்கு

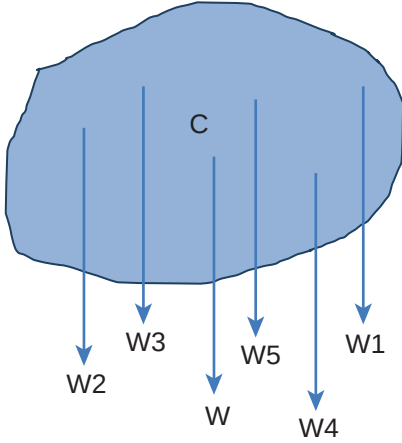
அனுகூலமாக அமையும். இது $F_1 > F_2$ என்பதைக் குறிக்கிறது. எனவே, பெரிய பளுவைக் கூட சிறிய முயற்சியினால் உயர்த்த முடியும். தகவு $\left(\frac{d_2}{d_1}\right)$ எளிய நெம்புகோலின் இயந்திரலாபம் எனப்படும். சுழலியக்க மையப்புள்ளியை ஆதாரப்புள்ளி என்றும் அழைக்கலாம்.

$$\text{இயந்திர லாபம் (MA)} = \frac{d_2}{d_1} \quad (5.35)$$

மேற்காணும் தத்துவத்தின் படி பல எளிய இயந்திரங்கள் இயங்குகின்றன.

5.3.4 ஈர்ப்பு மையம்

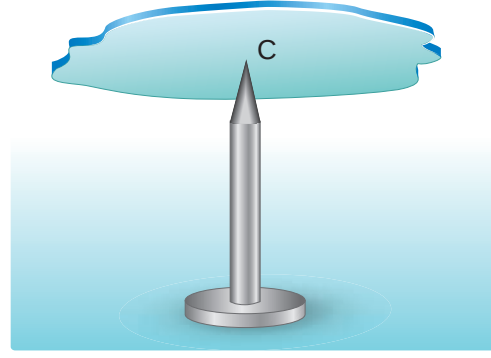
திண்மப் பொருட்கள் அனைத்தும் பல புள்ளி நிறைகளால் ஆக்கப்பட்டுள்ளது. புள்ளி நிறைகள் அனைத்தும் புவியின் மையத்தை நோக்கிய ஈர்ப்பியல் விசையினை உணர்கிறது. நடைமுறை வாழ்வில் எந்தவொரு திண்மப் பொருளின் அளவை விட புவி மிக பெரியதாக இருப்பதால் இவ்விசைகள் அனைத்தும் கீழ்நோக்கி இணையாக செயல்படுவதாக நாம் கருதலாம். இது படம் 5.16 இல் காட்டப்பட்டுள்ளது.



படம் 5.16 ஈர்ப்பு மையம்

இந்த இணையான விசைகளின் தொகுப்பின் விசை எப்பொழுதும் ஒரு புள்ளி வழியே செயல்படுகிறது. அப்புள்ளியே பொருளின் ஈர்ப்பு மையம் என்றழைக்கப்படுகிறது (புவியைப் பொருத்து). ஒரு பொருளின் நிலை மற்றும் திசையைக் கருதாத போது, அப்பொருளின் மொத்த எடையும்

செயல்படுவதாகத் தோன்றும் புள்ளி அப்பொருளின் ஈர்ப்பு மையம் எனப்படும்.



படம் 5.17 மைய புள்ளியில் தாங்குதல் முறையில் மெல்லிய தளத்தின் ஈர்ப்பு மையத்தை கணக்கிடுதல்

சீரான புவியீர்ப்பு புலத்தில் ஒரு திண்மப்பொருளின் நிறைமையமும், ஈர்ப்பு மையமும் ஒரே புள்ளியில் அமையும். புவியீர்ப்பு புலத்தைப் பற்றி அலகு 6 இல் விளக்கப்பட்டுள்ளது.

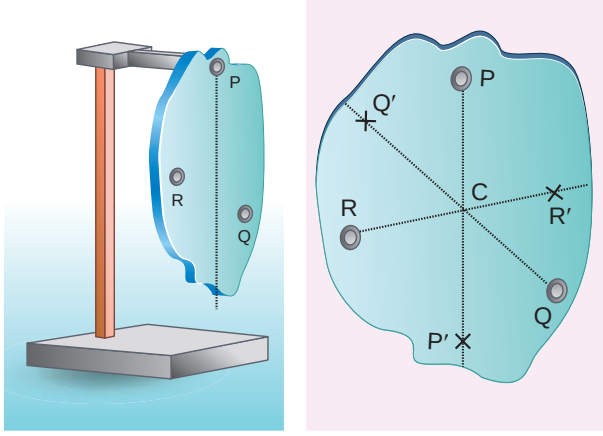
நாம் சீரான ஒழுங்கற்ற வடிவமுள்ள மெல்லிய தகட்டின் ஈர்ப்பு மையத்தைக் கூட வெவ்வேறான சுழலியக்க புள்ளிகளில் பொருத்திப்பார்த்து கண்டறியலாம்.

மெல்லிய பொருளானது கிடைக்கை நிலையில் இருக்கும்பொழுது, பொருளின் மொத்த எடையானது செயல்படும் புள்ளியான ஈர்ப்பு மையத்தில் சுழலியக்க புள்ளி அமைந்திருப்பதை படம் 5.17 இல் காணலாம். படம் 5.17ல் காட்டியுள்ளபடி நிகர ஈர்ப்பு விசைகள் செயல்படும் புள்ளியான ஈர்ப்பு மையத்தில், மெல்லிய பொருளானது நிலைநிறுத்தப்படும் போது கிடக்கையாகவே உள்ளது.

பொருளானது ஈர்ப்பு மையத்தில் நிறுத்தப்பட்டுள்ளபோது திண்மப் பொருளில் உள்ள எல்லா புள்ளி நிறைகளின் மீது செயல்படும் திருப்புவிசைகளின் தொகுப்பின் சுழியாகும். மேலும் பொருளின் எடையானது சுழலியக்க புள்ளியில் செயல்படும் செங்குத்து விசையினால் சமன்செய்யப்படுகிறது. பொருளானது உறுதிச் சமநிலையில் கிடைக்கை நிலையிலேயே அமைந்திருக்கும்.

ஒழுங்கற்ற மெல்லிய பொருட்களின் ஈர்ப்பு மையத்தினை மற்றொரு முறையின் மூலமும் கண்டறியலாம். பொருளானது P, Q, R என்ற வெவ்வேறான புள்ளிகளில் படம் 5.18 இல்

காட்டியுள்ளவாறு தொங்கவிடப்படுகிறது எனில், PP', QQ', RR' ஆகிய குத்துக் கோடுகள் அனைத்தும் ஈர்ப்பு மையம் வழியாக செல்கிறது. இங்கு பொருள் தொங்கவிடப்பட்ட புள்ளியில் செயல்படும் எதிர் விசையும் நிறைமையத்தின் மீது செயல்படும் புவியீர்ப்பு விசையும் ஒன்றை ஒன்று சமன் செய்கிறது. மேலும் இவற்றால் ஏற்படும் திருப்பு விசைகளும் குத்து கோடுகளின் மீது உள்ளபோது ஒன்றை ஒன்று சமன் செய்கிறது.

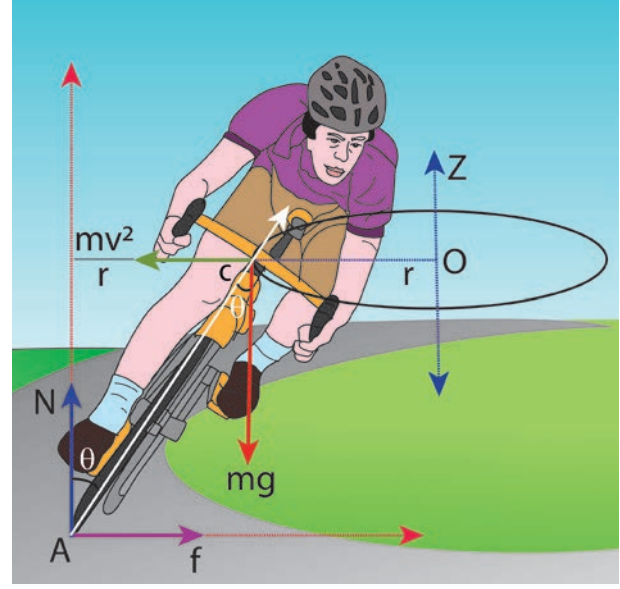


படம் 5.18 தொங்கவிடப்பட்ட மெல்லிய தகட்டின் ஈர்ப்பு மையத்தைக் கண்டுபிடித்தல்



5.3.5 வட்டப்பாதையில் மிதிவண்டி ஓட்டுபவரின் சாய்வு இயக்கம்

மிதிவண்டி ஓட்டுபவர் சமநிலையில் r ஆரம் உள்ள வட்டப்பாதையில் (உயர்த்தப்படாத பாதையில்) v வேகத்துடன் செல்ல முயற்சிப்பதாகக் கருதுவோம். மிதிவண்டி மற்றும் ஓட்டுபவரையும் சேர்த்து m நிறை கொண்ட ஒரே அமைப்பாகக் (simple system) கருதுவோம். இவ்வமைப்பின் நிறைமையம் C மற்றும் இது O வை மையமாக கொண்டு r ஆரம் கொண்ட வட்டப் பாதையில் செல்கிறது. படம் 5.19 இல் காட்டியுள்ளவாறு OC யை X அச்சாகவும், O – வழியே செல்லும் செங்குத்துக் கோடு OZ –ஐ Z –அச்சாகவும் கொள்வோம்.



படம் 5.19 வட்டப்பாதையில் சைக்கிள் ஓட்டுபவரின் இயக்கம்

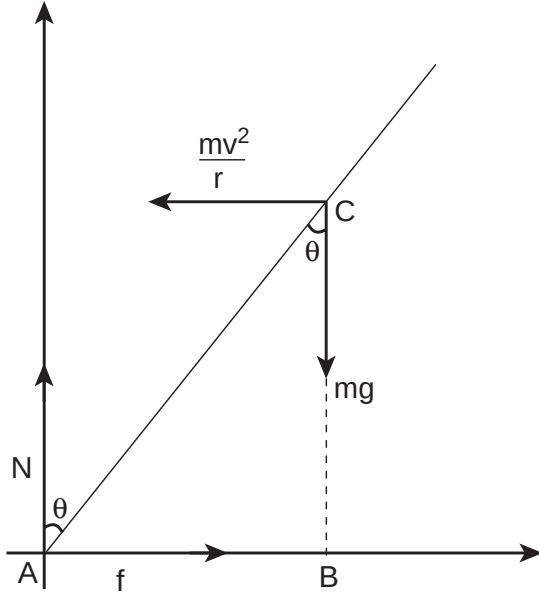
இவ்வமைப்பு (system) Z –அச்சை சுழல் அச்சாகக் கொண்டு, என்ற கோணத் திசைவேகத்தில் ω , $\left(\omega = \frac{v}{r}\right)$ Z அச்சைப் பொறுத்து சுழல்கிறது. இவ்வமைப்பானது சுழலும் குறிப்பாயத்தில் ஓய்வு நிலையில் உள்ளது. சுழலும் குறிப்பாயத்தைக் கொண்டு நாம் தீர்வுகளை காணும்போது அமைப்பின் மீது மையவிலக்கு விசை (போலி

விசை) $\frac{mv^2}{r}$ செயல்படுவதாகக் கருதவேண்டும்.

இவ்விசையானது ஈர்ப்பு மையம் வழியாக செயல்படுகிறது. இவ்வமைப்பின் மீது செயல்படும் விசைகளாவன (i) புவியீர்ப்பு விசை mg (ii) செங்குத்து விசை N (iii) உராய்வு விசை f மற்றும்

(iv) மைய விலக்கு விசை $\left(\frac{mv^2}{r}\right)$. சுழற்சி

குறிப்பாயத்தில் அவ்வமைப்பானது சமநிலையில் இருக்க வேண்டுமானால் அதன் மீது செயல்படும் நிகர விசை மற்றும் நிகர திருப்பு விசையின் மதிப்பு சுழியாக வேண்டும். A என்ற புள்ளியைப் பொருத்து அனைத்து திருப்பு விசைகளும் செயல்படுவதாகக் கருதுவோம். அனைத்து திருப்பு விசைகளும் படம் 5.20 இல் காட்டப்பட்டுள்ளது எனக் கருதுக.



படம் 5.20 மிதிவண்டி ஒட்டுபவரின் மீது வளைவுப் பாதையில் செயல்படும் விசைகள்

சுழற்சி சமநிலையில்

$$\vec{\tau}_{\text{net}} = 0$$

புள்ளி A வைப் பொருத்து, புவிஈர்ப்பு விசை mg ஆல் ஏற்படும் திருப்பு விசை

$$= mg (AB) \text{ (கடிகார திசையில்)}$$

மையநோக்கு விசையின் திருப்பு விசை

$$= \frac{mv^2}{r} (BC) \text{ (எதிர் கடிகார திசையில்)}$$

எதிர் கடிகார திசையை நேர்க்குறியாகவும், கடிகார திசையை எதிர்க்குறியாகவும் கொள்வது மரபு.

எனவே,

$$-mg AB + \frac{mv^2}{r} BC = 0$$

$$mg AB = \frac{mv^2}{r} BC$$

ΔABC , $AB = AC \sin \theta$ மற்றும் $BC = AC \cos \theta$

$$mg AC \sin \theta = \frac{mv^2}{r} AC \cos \theta$$

$$\tan \theta = \frac{v^2}{rg}$$

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{v^2}{rg} \right) \quad (5.36)$$

r ஆரம் கொண்ட சமமான வட்டப் பாதையில் v திசைவேகத்துடன் மிதிவண்டி ஒட்டுபவர் கடக்க முயற்சிக்கும்போது கீழே விழாமல் சமநிலையில் இருக்க θ கோணம் சாய்ந்த நிலையில் கடக்க வேண்டும்.

எடுத்துக்காட்டு 5.13

20 m s^{-1} என்ற திசை வேகத்துடன் வட்டப்பாதையில் மிதிவண்டி ஒட்டுபவர் செங்குத்து தளத்துடன் 30° கோணம் சாய்ந்த நிலையில் கடக்கிறார். வட்டப்பாதையின் ஆரம் என்ன?

($g = 10 \text{ m s}^{-2}$ எனக் கொள்க)

தீர்வு:

மிதிவண்டி ஒட்டுபவரின் திசை வேகம், $v = 20 \text{ m s}^{-1}$

குத்தச்சுடன் கோணம் $\theta = 30^\circ$

வட்டப்பாதையைக் கடக்க நிபந்தனை $\tan \theta = \frac{v^2}{rg}$

மேற்கண்ட சமன்பாட்டை மாற்றி அமைக்க ஆரம்

$$r = \frac{v^2}{\tan \theta g} \text{ ஐ பிரதியிட,}$$

$$r = \frac{(20)^2}{(\tan 30^\circ) \times 10} = \frac{20 \times 20}{(\tan 30^\circ) \times 10}$$

$$= \frac{400}{\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) \times 10}$$

$$r = (\sqrt{3}) \times 40 = 1.732 \times 40$$

$$r = 69.28 \text{ m}$$

5.4

நிலைமத் திருப்புத்திறன் (MOMENT OF INERTIA)

திண்மப்பொருட்களின் இது பருப்பொருட்களாக கருதப்படுகிறது (Bulk object). திருப்புவிசை மற்றும் கோண உந்தத்தின் சமன்பாடுகளில் $\sum m_i r_i^2$ என்ற கோவையை (term) நாம் அறிந்துள்ளோம். இது மதிப்பு பருப்பொருளின் நிலைமத்திருப்புத்திறன்

என்று அழைக்கப்படுகிறது. m_i புள்ளி நிறையானது அச்சிலிருந்து r_i தொலைவில் உள்ள போது அதன் நிலைமத்திருப்புத்திறன் $m_i r_i^2$

புள்ளி நிறையின் நிலைமத்திருப்புத்திறன்

$$I = m_i r_i^2 \quad (5.37)$$

பருப்பொருளின் நிலைமத்திருப்புத்திறன்

$$I = \sum m_i r_i^2 \quad (5.38)$$

இடப்பெயர்வு இயக்கத்தில் நிறையை நிலைமத்தின் அளவாகவும், அதேபோல் சுழற்சி இயக்கத்தில் நிலைமத்திருப்புத்திறனை சுழற்சியில் நிலைமமாகவும் நாம் கருதலாம். நிலைமத்திருப்புத்திறனின் அலகு $kg \cdot m^2$. இதன் பரிமாண வாய்ப்பாடு ML^2 . பொதுவாக, பருப்பொருளின் நிறையானது மாறாதது (கிட்டத்தட்ட ஒளியின் திசைவேகத்தில் பயணிக்கும் பொருட்களைத் தவிர்த்து) ஆனால், நிலைமத்திருப்புத்திறன் மதிப்பானது மாறக்கூடியதாகும். இது பொருளின் நிறையை மட்டுமல்லாது சுழலும் அச்சைப் பொருத்து நிறை பரவி இருக்கும் தன்மையையும் சார்ந்துள்ளது. ஒரு பொருளில் சீராக பரவியுள்ள நிறையின் நிலைமத்திருப்புத்திறனைக் கண்டறிய முதலில், நாம் பருப்பொருளின் மீநுண்நிறை (dm) யை ஒரு புள்ளி நிறையாகவும், அச்சைப்பொருத்து அதன் நிலையை (r) என்றும் கருதுவோம். அப்புள்ளி நிறையின் நிலைமத்திருப்புத்திறன்

$$dI = (dm) r^2 \quad (5.39)$$

எனக் குறிக்கலாம். பருப்பொருளின் மொத்த நிலைமத்திருப்புத்திறனை மேற்கண்ட சமன்பாட்டை தொகையீடு செய்ய,

$$I = \int dI = \int (dm) r^2$$

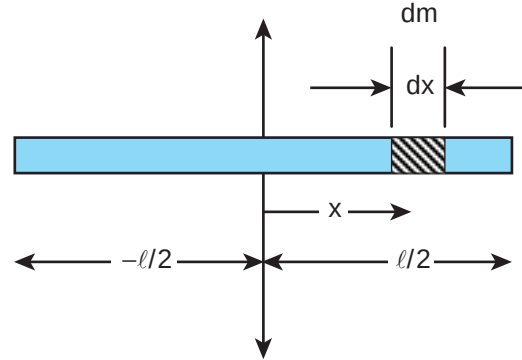
$$I = \int r^2 dm \quad (5.40)$$

மேற்காணும் சமன்பாட்டை பயன்படுத்தி பொதுவான வடிவங்களான உலோகத்தண்டு,

வளையம், வட்டத்தட்டு போன்ற பருப்பொருட்களின் நிலைமத்திருப்புத்திறனை கண்டறியலாம்.

5.4.1 சீரான நிறை அடர்த்தி கொண்ட திண்மத் தண்டின் (uniform rod) நிலைமத்திருப்புத்திறன்

(M) நிறையும் (l) நீளமும் கொண்ட சீரான நிறை அடர்த்தி கொண்ட திண்மத் தண்டு படம் 5.21 இல் காட்டப்பட்டுள்ளது. அத்திண்மத்தண்டின் நிறைமையத்தின் வழியாகவும் அதன் நீளத்திற்கு செங்குத்தாகவும் செல்லும் அச்சைப் பொருத்து நிலைமத் திருப்புத்திறனிற்கான சமன்பாட்டைப் பெறலாம். முதலில் ஆதிப்புள்ளியை ஆய அச்சு அமைப்பைத் திண்மத்தண்டின் வடிவியல்மையத்தில் அமைந்துள்ள நிறைமையத்துடன் பொருத்த வேண்டும். இப்பொழுது திண்மத்தண்டானது x அச்சில் அமைந்துள்ளதாகக் கருதுவோம். ஆதியிலிருந்து x தொலைவில் ஒரு மீநுண் நிறை (dm) ஐக் கருதுவோம்.



படம் 5.21 சீரான நிறை அடர்த்தி கொண்ட திண்மத் தண்டின் நிலைமத் திருப்புத்திறன்

அச்சைப்பொருத்து, பொருளின் மீநுண் நிறையிற்கான (dm) நிலைமத்திருப்புத் திறன் (dI) எனில்,

$$dI = (dm) x^2$$

நிறையானது சீராக பரவியுள்ள போது, ஒரலகு நீளமுள்ள தண்டின் நிறை $\lambda = \frac{M}{l}$ மிகச்சிறிய நீளமுள்ள தண்டின் நிறை

$$dm = \lambda dx = \frac{M}{l} dx$$

திண்மத்தண்டின் நீளம் முழுவதற்கும் நிலைமத்திருப்புத்திறனைக் காண dI யை தொகையீடு செய்ய,

$$I = \int dI = \int (dm) x^2 = \int \left(\frac{M}{\ell} dx \right) x^2$$

$$I = \frac{M}{\ell} \int x^2 dx$$

ஆதிப்புள்ளியின் இரு புறமும் நிறையானது பரவி இருப்பதால் தொகையீடு காண அதன் எல்லையை $-\ell/2$ முதல் $\ell/2$ வரை கருதுவோம்.

$$I = \frac{M}{\ell} \int_{-\ell/2}^{\ell/2} x^2 dx = \frac{M}{\ell} \left[\frac{x^3}{3} \right]_{-\ell/2}^{\ell/2}$$

$$I = \frac{M}{\ell} \left[\frac{\ell^3}{24} - \left(-\frac{\ell^3}{24} \right) \right] = \frac{M}{\ell} \left[\frac{\ell^3}{24} + \frac{\ell^3}{24} \right]$$

$$I = \frac{M}{\ell} \left[2 \left(\frac{\ell^3}{24} \right) \right]$$

$$I = \frac{1}{12} M \ell^2 \quad (5.41)$$

$$I = \frac{M}{\ell} \int_0^{\ell} x^2 dx = \frac{M}{\ell} \left[\frac{x^3}{3} \right]_0^{\ell} = \frac{M}{\ell} \left[\frac{\ell^3}{3} \right]$$

$$I = \frac{1}{3} M \ell^2$$



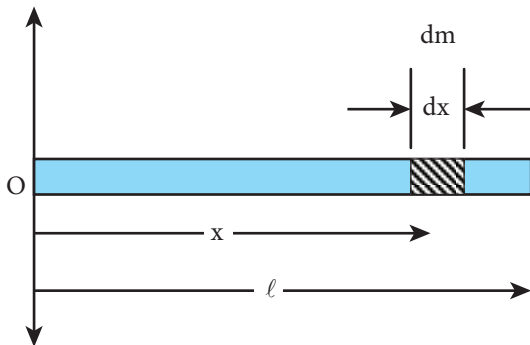
வெவ்வேறான நிலைகளைப் பொருத்து சீரான நிறை அடர்த்தி கொண்ட திண்மத்தண்டின் வேறுபடுகிறது. பொருளின் வெளிப்புறத்திலேயே அச்சின் நிலை கருதப்படுகிறது. வெவ்வேறான அச்சுகளைக் கொண்டு நிலைமத் திருப்புத்திறனைக் காண இரண்டு தேற்றங்களை நாம் காண உள்ளோம். இதனைப் பற்றி 5.4.5 என்ற பகுதியில் பயிலலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 5.14

சீரான நிறை அடர்த்தி கொண்ட திண்மத்தண்டின் நிலைமத் திருப்புத்திறனை அதற்கு செங்குத்தாகவும் ஏதேனும் ஒரு முனையின் வழியே செல்லும் அச்சைப்பொருத்து காண்க.

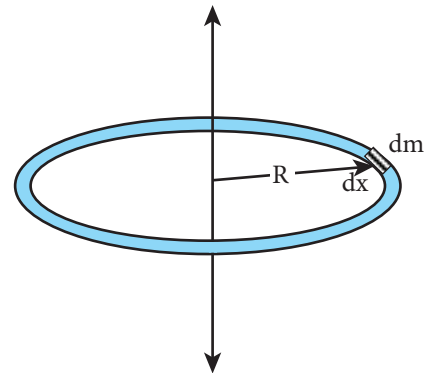
தீர்வு

நிலைமத் திருப்புத்திறனிற்கான கருத்துருவானது முந்தைய வருவித்தலின்படி தொகையீடு செய்து சமன்பாட்டைப் பெறலாம். இப்பொழுது திண்மத்தண்டின் இடது முனையினை ஆதியாகக் கொண்டு தொகையீடு காண எல்லையை 0 முதல் ℓ எனக் கருதினால்,



5.4.2 சீரான நிறை அடர்த்தி கொண்ட வட்ட வளையத்தின் (uniform ring) நிலைமத் திருப்புத்திறன்

நிறையும் R ஆரமும் கொண்ட சீரான நிறை அடர்த்தி கொண்ட வட்ட வளையத்தைக் கருதுக. வட்ட வளையத்தின் தளத்திற்கு செங்குத்தாகவும், அதன் மையம் வழிச்செல்லும் அச்சைப் பொருத்து நிலைமத் திருப்புத்திறனைக் காண அவ்வளையத்திலிருந்து மீநுண்நிறை dm ஆனது மிகச் சிறிய நீளம் dx தொலைவில் இருப்பதாக கொள்வோம். இதில் dm ஆனது R தொலைவில் உள்ளது எனக்கொண்டால், அத்தொலைவு படம் 5.22 இல் காட்டப்பட்டது போல் அச்சிலிருந்து வளையத்தின் ஆரத்தைக் குறிக்கிறது.



படம் 5.22 சீரான வட்ட வளையத்தின் நிலைமத் திருப்புத்திறன்

மீநுண்நிறை (dm) இன் நிலைமத் திருப்புத் திறன்.

$$dI = (dm)R^2$$

வட்டவளையத்தின் நீளமானது அதன் சுற்றளவுக்குச் ($2\pi R$) சமமானது. நிறையானது சீராக பரவியுள்ள போது, ஓரலகு நீளமுள்ள நிறையின் மதிப்பு

$$\text{நீளடர்த்தி } \lambda = \frac{\text{நிறை}}{\text{நீளம்}} = \frac{M}{2\pi R}$$

மிகச்சிறிய நீளம் கொண்ட துண்டின் நிறை

$$dm = \lambda dx = \frac{M}{2\pi R} dx$$

வட்ட வளையம் முழுவதற்கான நிலைமத் திருப்புத்திறன்

$$I = \int dI = \int (dm)R^2 = \int \left(\frac{M}{2\pi R} dx \right) R^2$$

$$I = \frac{MR}{2\pi} \int dx$$

வட்ட வளையத்தின் மொத்த நீளத்தையும் கணக்கிட, தொகையிடலுக்கான எல்லையை 0 முதல் $2\pi R$ என எடுத்துக் கொள்ள வேண்டும்.

நிலைமத்திருப்புத்திறன்

$$I = \frac{MR}{2\pi} \int_0^{2\pi R} dx$$

$$I = \frac{MR}{2\pi} [x]_0^{2\pi R} = \frac{MR}{2\pi} [2\pi R - 0]$$

$$I = MR^2 \quad (5.42)$$

5.4.3 சீரான நிறை அடர்த்தி கொண்ட வட்டத்தட்டின் (uniform disk) நிலைமத் திருப்புத்திறன்

M நிறையும் R ஆரமும் கொண்ட வட்டத்தட்டைக் கருதுக. படத்தில் காட்டப்பட்டது போல வட்டத்தட்டானது மிகச்சிறிய வளையங்களால்

ஆக்கப்பட்டுள்ளது. இதில் ஒரு வளையத்தின் மீநுண் நிறை dm மிகச்சிறிய தடிமன் dr, மற்றும் ஆரம் r எனக் கொள்க. மிகச்சிறிய வட்ட வளையத்தின் நிலைமத் திருப்புத்திறன் dI ஆனது.

$$dI = (dm)r^2$$

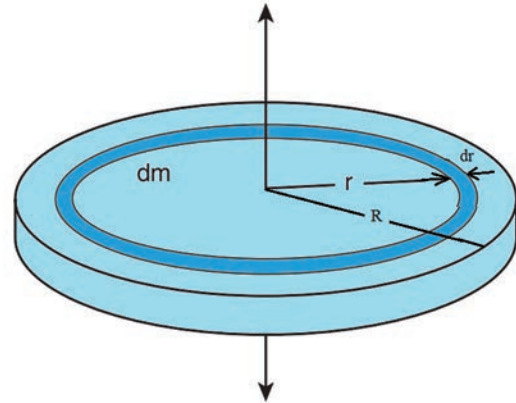
நிறையானது சீராக இருப்பதால்

$$\sigma = \frac{\text{நிறை}}{\text{பரப்பு}} = \frac{M}{\pi R^2} \quad (\sigma - \text{பரப்பு அடர்த்தி})$$

$$dm = \sigma 2\pi r dr = \frac{M}{\pi R^2} 2\pi r dr$$

இங்கு $2\pi r dr$ என்பது மிகச் சிறிய வளையத்தின் பரப்பு, ($2\pi r$ என்பது அதன் நீளம் மற்றும் dr என்பது அதன் தடிமன்) என்றால் $dm = \frac{2M}{R^2} r dr$

$$dI = \frac{2M}{R^2} r^3 dr$$



படம் 5.23 சீரான நிறை அடர்த்தி கொண்ட வட்டத்தட்டின் நிலைமத் திருப்புத்திறன்

வட்டத்தட்டு முழுவதற்குமான நிலைமத் திருப்புத்திறன் (I) கீழ்க்கண்ட தொடர்பின் படி,

$$I = \int dI$$

$$I = \int_0^R \frac{2M}{R^2} r^3 dr = \frac{2M}{R^2} \int_0^R r^3 dr$$



$$I = \frac{2M}{R^2} \left[\frac{r^4}{4} \right]_0^R = \frac{2M}{R^2} \left[\frac{R^4}{4} - 0 \right]$$

$$I = \frac{1}{2} MR^2 \quad (5.43)$$

5.4.4 சுழற்சி ஆரம் (Radius of Gyration)

ஒழுங்கான உருவ அமைப்பு கொண்ட பருப்பொருட்களின் நிறையானது சீராக பரவி உள்ளது எனக் கருதினால், அச்சைப் பொருத்த நிலைமத் திருப்புத்திறனிற்கான சமன்பாடு என்பது அதன் மொத்த நிறை மற்றும் வடிவியல் அம்சங்களான ஆரம், நீளம், அகலம் போன்றவற்றையும், பொருளின் அளவு மற்றும் வடிவம் ஆகியவற்றையும் உள்ளடக்கியது என்பதை கவனத்தில் கொள்ள வேண்டும். ஆனால் நமக்குத் தேவையான நிலைமத் திருப்புத்திறனிற்கான கோவை என்பது பொருளின் நிறை, வடிவம், அளவு மட்டுமல்லாமல் சுழலும் அச்சைப் பொருத்து அதன் நிலையையும் சேர்த்ததாக இருக்க வேண்டும். இது போன்ற சமன்பாடானது சீரற்ற வடிவம் மற்றும் சீரற்ற நிறை பரவல் கொண்ட பொருட்களுக்கும் பொருந்தக்கூடிய பொதுவான சமன்பாடு ஆகும். நிலைமத் திருப்புத்திறனின் பொதுவான சமன்பாடு

$$I = MK^2 \quad (5.44)$$

இங்கு, M என்பது பொருளின் மொத்த நிறை மற்றும் K என்பது சுழற்சி ஆரம் என்று அழைக்கப்படுகிறது.

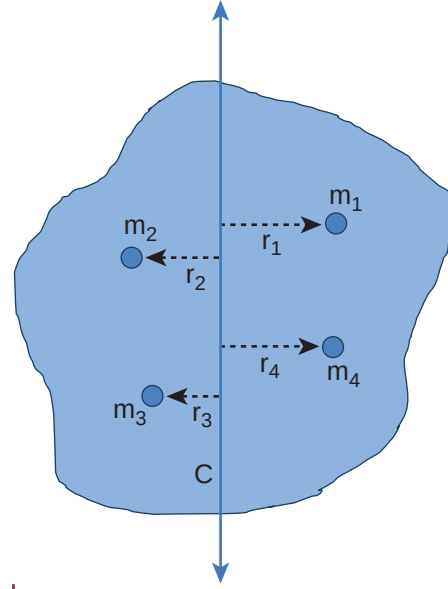
ஒரு பொருளின் சுழற்சி ஆரம் என்பது சுழலும் அச்சிலிருந்து சமமான புள்ளி நிறை துகளின் செங்குத்துத் தொலைவு ஆகும். இந்த சமமான புள்ளி நிறையானது பொருளின் ஒத்த நிறையையும், நிலைமத் திருப்புத்திறனையும் அவசியம் பெற்றிருக்க வேண்டும்.

சுழற்சி ஆரத்தின் அலகு, தொலைவைப் போன்றே மீட்டர் (m) ஆகும். அதன் பரிமாணம் [L] ஆகும்.

சுழற்சி இயக்கத்தில் இருக்கும் திண்மப் பொருளானது

$m_1, m_2, m_3, \dots, m_n$ என்ற புள்ளி நிறைகளால் ஆனதாகக் கருதுவோம். இந்த நிறைகள் சுழற்சி அச்சிலிருந்து

முறையே $r_1, r_2, r_3, \dots, r_n$ தொலைவில் உள்ளன எனக் படம் 5.24 இல் காட்டப்பட்டுள்ளது.



படம் 5.24 சுழற்சி ஆரம்

அந்தப் பொருளின் நிலைமத்திருப்புத்திறன் பின்வருமாறு எழுதப்படுகிறது

$$I = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2 = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + m_3 r_3^2 + \dots + m_n r_n^2$$

"n" எண்ணிக்கை கொண்ட அனைத்து புள்ளி நிறைகளின் நிறையை சமம் எனக் கொண்டால்

$$m = m_1 = m_2 = m_3 = \dots = m_n$$

பிறகு,

$$I = m r_1^2 + m r_2^2 + m r_3^2 + \dots + m r_n^2$$

$$= m (r_1^2 + r_2^2 + r_3^2 + \dots + r_n^2)$$

$$= nm \left(\frac{r_1^2 + r_2^2 + r_3^2 + \dots + r_n^2}{n} \right)$$

$$I = MK^2$$

இங்கு, nm என்பது பொருளின் மொத்த நிறை M மற்றும் K என்பது சுழற்சி ஆரம் ஆகும்.

$$K = \sqrt{\frac{r_1^2 + r_2^2 + r_3^2 + \dots + r_n^2}{n}} \quad (5.45)$$

238

அலகு 5 துகள்களான அமைப்பு மற்றும் திண்மப்பொருட்களின் இயக்கம்

மேலே உள்ள சமன்பாட்டில் சுழற்சி ஆரம் K என்பது, சுழலும் அச்சைப் பொருத்து புள்ளி நிறைகளின் செங்குத்து தொலைவின் இருமடி மூலத்தின் சராசரியின் வர்க்கத்திற்கு சமமாகும்.

எனவே, எந்தவொரு பொருளின் நிலைமத் திருப்புத்திறனையும் $I = MK^2$. என்ற சமன்பாட்டின் படி கூற இயலும்.

உதாரணமாக, M நிறையும் மற்றும் ℓ நீளமும் கொண்ட ஒரு சீரான நிறை அடர்த்தி கொண்ட திண்மத்தண்டின் நிலைமத்திருப்புத்திறனை எடுத்துக் கொள்க. நிறைமையத்திற்கு செங்குத்தாகச் செல்லும் அச்சிலிருந்து நிலைமத் திருப்புத்திறன்

$$I = \frac{1}{12} M \ell^2$$

சுழற்சி ஆரத்தின் வாயிலாக, $I = MK^2$
என்பதால், $MK^2 = \frac{1}{12} M \ell^2$
 $K^2 = \frac{1}{12} \ell^2$
 $K = \frac{1}{\sqrt{12}} \ell$ அல்லது $K = \frac{1}{2\sqrt{3}} \ell$ அல்லது
 $K = (0.289) \ell$

எடுத்துக்காட்டு 5.15

M நிறையும், R ஆரமும் கொண்ட வட்டத்தட்டு ஒன்றின் நிறை மையத்தின் வழியாகவும் அதன் தளத்திற்கு செங்குத்தாகவும் செல்லும் அச்சைப் பற்றிய சுழற்சி ஆரத்தைக் காண்க.

தீர்வு

வட்டத்தட்டிற்கு செங்குத்தாகவும், நிறை மையம் வழியாகவும் செல்லும் அச்சைப் பற்றிய நிலைமத் திருப்புத்திறன் $I = \frac{1}{2} MR^2$

சுழற்சி ஆரத்திற்கான தொடர்பிலிருந்து, $I = MK^2$
என்பதனால், $MK^2 = \frac{1}{2} MR^2$; $K^2 = \frac{1}{2} R^2$
 $K = \frac{1}{\sqrt{2}} R$ அல்லது $K = \frac{1}{1.414} R$ அல்லது
 $K = (0.707) R$

இதனால் சுழற்சி ஆரம் என்பது பருப்பொருளின் வடிவியல் அம்சங்களான நீளம், அகலம், ஆரம்

இவைகளோடு ஒன்றிணைந்து ஒரு நேர்க்குறி எண்ணின் பெருக்கல் பலனாக இருக்கும்.

5.4.5 நிலைமத் திருப்புத்திறனின் தேற்றங்கள்

ஒரு பொருளின் நிலைமத் திருப்புத்திறனானது சுழலும். அச்சை சார்ந்திருப்பது மட்டுமல்லாமல், அச்சிலிருந்து சுழலும் திசையமைப்பைப் பொருத்தும், வெவ்வேறான அச்சுகளைப் பொருத்தும் மாறுபடும். சுழலும் அச்சுக்களை இடப்பெயர்வு செய்து நிலைமத் திருப்புத்திறனைக் காண்பதற்குத் தேவையான இரு முக்கியமான தேற்றங்களைப் பயிலவுள்ளோம்.

(i) இணையச்சுத் தேற்றம்

பொருளின் எந்தவொரு அச்சைப்பற்றிய நிலைமத் திருப்புத்திறனானது நிறை மையத்தின் வழியே செல்லும் இணை அச்சைப் பற்றிய நிலைமத் திருப்புத் திறன் மற்றும் பொருளின் நிறையையும் இரு அச்சுகளுக்கு இடைப்பட்ட தொலைவின் இருமடியையும் பெருக்கி வரும் பெருக்கற்பலன் ஆகியவற்றின் கூடுதலுக்குச் சமமாகும்.

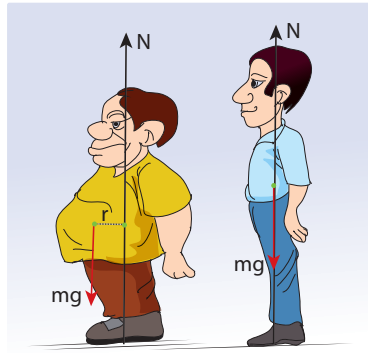
M நிறை கொண்ட பொருளின் நிறை மையத்தின் வழியாகச் செல்லும் அச்சைப் பொருத்த நிலைமத் திருப்புத்திறன் I_C எனில் d தொலைவில் இவ்வச்சிற்கு இணையான அச்சைப் பற்றிய நிலைமத்திருப்புத் திறன்,

$$I = I_C + Md^2 \quad (5.46)$$

திண்மப்பொருள் ஒன்றினை படம் 5.25 இல் உள்ளது போல் கருதுக. நிறை மையம் C யின் வழிச் செல்லும் அச்ச AB க்கு இணையாகவும், AB யிலிருந்து d செங்குத்துத் தொலைவில் மற்றொரு அச்ச DE யைப் பொருத்து பொருளின் நிலைமத்திருப்புத்திறன் I என்க. திருப்புத்திறன் I இன் சமன்பாட்டை I_C யை கொண்டு தருவிக்க முயற்சிக்கலாம். இதற்கு பொருளின் நிறை மையத்திலிருந்து x தொலைவில் அமைந்துள்ள புள்ளி நிறை m ஐ எடுத்துக் கொள்வோம். DE அச்சைப் பொருத்து புள்ளி நிறையின் நிலைமத் திருப்புத் திறன் $m(x + d)^2$.



உடல் பருமன், திருப்பு விசை மற்றும் நிலைமத் திருப்புத்திறன்



உடல் பருமன், மற்றும் அதனோடு கூடிய உடல் உபாதைகளான முதுகு வலி, மூட்டு வலி போன்றவை உடலின் நிறைமையத்தின் இடப்பெயர்வினால் ஏற்படுகிறது. நிறைமையத்தின் இடப்பெயர்வினால் சமமானமற்ற (unbalanced) திருப்பு விசை செயல்பட்டு இந்த உடல் உபாதைகளுக்கு காரணமாகிறது. உடலின் மைய அச்சிலிருந்து நிறையானது தூரமாக பரவி இருப்பதால் உடலின் நிலைமத்திருப்புத்திறன் அதிகரிக்கிறது இதனால் உடலை திருப்புவது கடினமாக இருக்கும்

$$I = \sum m(x + d)^2$$

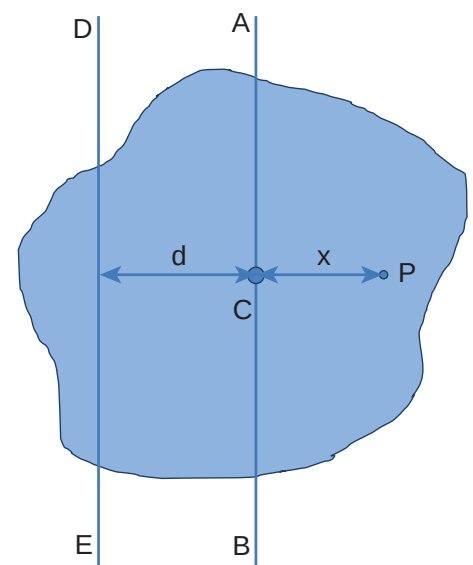
மேலும் இச்சமன்பாட்டை தீர்க்க

$$I = \sum m(x^2 + d^2 + 2xd)$$

$$I = \sum (mx^2 + md^2 + 2dmx)$$

$$I = \sum mx^2 + \sum md^2 + 2d \sum mx$$

இங்கு, $\sum mx^2$ என்பது நிறை மையம் வழிச் செல்லும் அச்சைப் பற்றிய நிலைமத் திருப்புத்திறனாகும். $I_C = \sum mx^2$ மேலும், $\sum mx = 0$, ஏனென்றால் x என்பது AB ஐயைப் பொருத்து நேர் மற்றும் எதிர்க்குறி மதிப்புகளைப் பெற்றிருக்கும். இவற்றின் கூடுதல் ($\sum mx$) சுழியாகும்.



படம் 5.25 இணை அச்சத் தேற்றம்

எனவே, $I = I_C + \sum md^2 = I_C + (\sum m)d^2$
இங்கு, $\sum m$ என்பது பொருளின் மொத்த நிறையைக் குறிக்கும் ($\sum m = M$)

$$I = I_C + Md^2$$

இணை அச்சத் தேற்றம் நிரூபிக்கப்பட்டது.

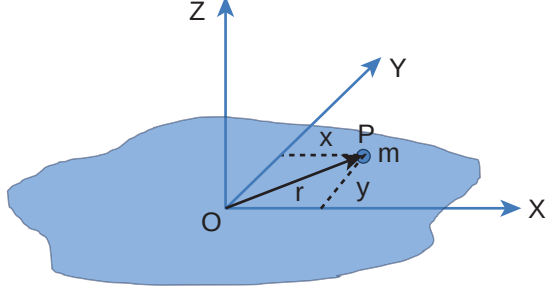
(ii) செங்குத்து அச்சத் தேற்றம்

இந்தத் தேற்றமானது மெல்லிய பொருட்களுக்கு மிகவும் பொருத்தமானது. மெல்லிய சமதளப் பரப்பிற்கு செங்குத்தான அச்சைப் பற்றிய நிலைமத் திருப்புத்திறனானது அந்த தளத்திலேயே அமைந்த ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தான இரு அச்சுகளைப் பற்றிய நிலைமத்திருப்புத்திறன்களின் கூடுதலுக்கு சமம். இந்த மூன்று அச்சுகளும் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தாகவும் ஒரு பொதுப் புள்ளியில் சந்திக்குமாறு அமைந்திருக்கும்.

X மற்றும் Y அச்சுகளினால் ஆன தளத்தில் Z அச்சுக்கு செங்குத்தான மெல்லிய பொருளின் தளம் எனது Z அச்சிற்கு செங்குத்தாக அமைந்துள்ளது எனக் கொள்க. X மற்றும் Y அச்சுகளைப் பொருத்த நிலைமத் திருப்புத் திறன்கள் முறையே I_X மற்றும் I_Y எனில் Z அச்சைப் பொருத்த நிலைமத் திருப்புத்திறன் I_Z ஆகும். எனவே, செங்குத்து அச்சத் தேற்றத்தின் சமன்பாடு,

$$I_Z = I_X + I_Y \quad (5.47)$$

இதனை நிரூபிக்க புறக்கணிக்கத்தக்க (negligible) தடிமன் கொண்ட மெல்லிய பொருளின் மீது ஆதிப்புள்ளி O வைக் கருதுக. படம் 5.26 இல் காட்டப்பட்டது போல் Z அச்சுக்கு செங்குத்தாக X, Y அச்சுகளால் ஆன தளம் உள்ளது. இம்மெல்லிய பொருளானது m நிறை கொண்ட பல துகள்களால் ஆனது எனக் கொள்க O விலிருந்து ஆய புள்ளிகள் (x, y) உடைய P என்ற புள்ளியை எடுத்துக் கொள்வோம்.



படம் 5.26 செங்குத்து அச்சுத் தேற்றம்

Z அச்சைப் பொருத்து துகளின் நிலைமத் திருப்புத் திறன் mr^2

Z அச்சைப் பொருத்து மெல்லிய பொருளின் முழுவதற்குமான நிலைமத்திருப்புத் திறன்

$$I_Z = \sum mr^2$$

$$\text{இங்கு, } r^2 = x^2 + y^2$$

$$\text{எனவே, } I_Z = \sum m(x^2 + y^2)$$

$$I_Z = \sum mx^2 + \sum my^2$$

இதில் $\sum mx^2$ என்பது Y அச்சைப் பொருத்து நிலைமத் திருப்புத்திறனாகவும், அதேபோல் $\sum my^2$ என்பது X அச்சைப் பொருத்த நிலைமத்திருப்புத் திறன் எனப்படும். எனவே,

$$I_X = \sum my^2 \text{ மற்றும் } I_Y = \sum mx^2$$

I_Z சமன்பாட்டில் பிரதியிட

$$I_Z = I_X + I_Y$$

செங்குத்து அச்சுத் தேற்றம் நிரூபிக்கப்பட்டது.



எடுத்துக்காட்டு 5.16

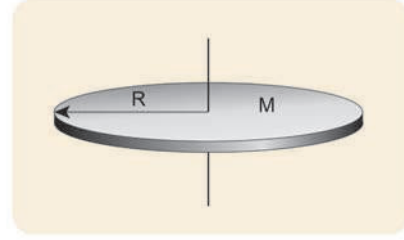
3 kg நிறையும் 50 cm ஆரமும் கொண்ட வட்டத் தட்டு ஒன்றின் நிலைமத்திருப்புத்திறனை பின்வரும் அச்சுகளைப் பொருத்து காண்க.

- வட்டத்தட்டின் மையத்தில் தளத்திற்கு செங்குத்தாக செல்லும் அச்சு.
- வட்டத்தட்டின் பரிதியின் ஏதேனும் ஒரு புள்ளியின் வழிச்செல்வதும் தளத்திற்கு செங்குத்தானதுமான அச்சு.
- வட்டத்தட்டின் மையம் வழியாகவும் அதே தளத்திலேயே செல்வதுமான அச்சு.

தீர்வு

நிறை, $M = 3 \text{ kg}$, ஆரம் $R = 50 \text{ cm} = 50 \times 10^{-2} \text{ m} = 0.5 \text{ m}$

- வட்ட தட்டின் மையத்தில் தளத்திற்கு செங்குத்தாக செல்லும் அச்சைப் பற்றிய நிலைமத்திருப்புத் திறன் (I) ஆனது.

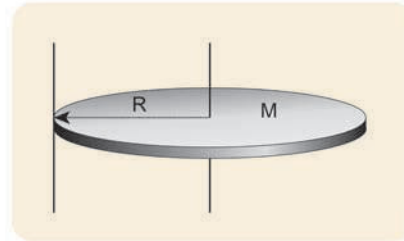


$$I = \frac{1}{2} MR^2$$

$$I = \frac{1}{2} \times 3 \times (0.5)^2 = 0.5 \times 3 \times 0.5 \times 0.5$$

$$I = 0.375 \text{ kg m}^2$$

- வட்டத்தட்டின் பரிதியில் ஏதேனும் ஒரு புள்ளி



$$I = I_C + Md^2$$

வழிச் செல்வதும் தளத்திற்கு செங்குத்தானதுமான அச்சைப் பற்றிய நிலைமத்திருப்புத்திறன் (I) யை இணையச்சுத் தேற்றத்தின் படி

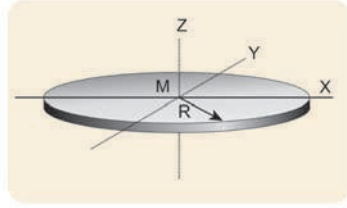
இங்கு, $I_C = \frac{1}{2}MR^2$ மற்றும் $d = R$

$$I = \frac{1}{2}MR^2 + MR^2 = \frac{3}{2}MR^2$$

$$I = \frac{3}{2} \times 3 \times (0.5)^2 = 1.5 \times 3 \times 0.5 \times 0.5$$

$$I = 1.125 \text{ kg m}^2$$

(ii) வட்டத்தின் மையம் வழியாகவும் அதே தளத்திலேயே செல்வதுமான அச்சைப் பற்றிய நிலைமத்திருப்புத் திறனை, செங்குத்து அச்சு தேற்றத்தின் படி (I),



$$I_Z = I_X + I_Y$$

இங்கு $I_X = I_Y = I$, மற்றும் $I_Z = \frac{1}{2}MR^2$

$$I_Z = 2I; I = \frac{1}{2}I_Z$$

$$I = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}MR^2 = \frac{1}{4}MR^2$$

$$I = \frac{1}{4} \times 3 \times (0.5)^2 = 0.25 \times 3 \times 0.5 \times 0.5$$

$$I = 0.1875 \text{ kg m}^2$$

■ நிலைமத்திருப்புத்திறன் மதிப்பு எந்த அச்சைப் பொருத்து சுழற்றும் போது சிறுமமாக உள்ளதோ அந்த அச்சைப் பொருத்து சுழற்றுவது எளிமையானது. இந்த எடுத்துக்காட்டில் மூன்றாவதாக சொல்லப்பட்டிருக்கும் அச்சைப்பொறுத்து சுழற்றுவது எளிதானது.

5.4.6 வெவ்வேறு வடிவமுடைய திண்மப் பொருட்களின் நிலைமத்திருப்புத்திறன்

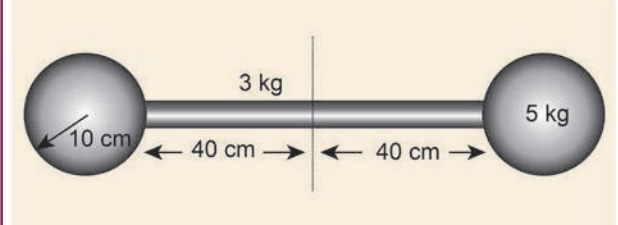
வெவ்வேறு வடிவமுடைய வெவ்வேறு அச்சுகளை பொருத்த நிலைமத்திருப்புத்திறன்கள் அட்டவணை 5.3 இல் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

242

அலகு 5 துகள்களாலான அமைப்பு மற்றும் திண்மப்பொருட்களின் இயக்கம்

எடுத்துக்காட்டு 5.17

கீழே படத்தில் காட்டப்பட்டுள்ள மெல்லிய தண்டினால் இணைக்கப்பட்டுள்ள இரு திண்மக் கோளங்களைக் கொண்ட அமைப்பின் நிலைமத் திருப்புத்திறனை அதன் வடிவியல் மையத்தை (Geometric centre) பொறுத்துக் காண்க.



தீர்வு

மேலே காட்டப்பட்டிருக்கும் அமைப்பானது மூன்று பொருள்களால் ஆக்கப்பட்டிருக்கிறது. (ஒரு மெல்லிய தண்டு மற்றும் இரண்டு திண்மக் கோளம்)

தண்டின் நிறை, $M = 3 \text{ kg}$ மற்றும்

தண்டின் நீளம், $l = 80 \text{ cm} = 0.8 \text{ m}$

நிறைமையத்தைப் பொருத்து தண்டின் நிலைமத்திருப்புத் திறன்,

$$I_{\text{rod}} = \frac{1}{12}Ml^2, I_{\text{rod}} = \frac{1}{12} \times 3 \times (0.8)^2 = \frac{1}{4} \times 0.64$$

$$I_{\text{rod}} = 0.16 \text{ kg m}^2$$

கோளத்தின் நிறை, $M = 5 \text{ kg}$ மற்றும் ஆரம், $R = 10 \text{ cm} = 0.1 \text{ m}$

நிறை மையத்தைப் பொருத்து கோளத்தின்

நிலைமத்திருப்புத்திறன், $I_C = \frac{2}{5}MR^2$

அமைப்பின் வடிவியல் மையத்தைப் பொருத்து கோளத்தின் நிலைமத் திருப்புத்திறன்

$$I_{\text{sph}} = I_C + Md^2$$

இங்கு, $d = 40 \text{ cm} + 10 \text{ cm} = 50 \text{ cm} = 0.5 \text{ m}$

$$I_{\text{sph}} = \frac{2}{5}MR^2 + Md^2$$

$$I_{\text{sph}} = \frac{2}{5} \times 5 \times (0.1)^2 + 5 \times (0.5)^2$$

$$I_{\text{sph}} = (2 \times 0.01) + (5 \times 0.25) = 0.02 + 1.25$$

$$I_{\text{sph}} = 1.27 \text{ kg m}^2$$

இவ்வமைப்பானது இரு கோளங்களையும் தண்டினையும் பெற்றிருப்பதால் வடிவியல் மையத்தைப் பொருத்த நிலைமத்திருப்பத்திறன் (I) ஆனது, $I = I_{\text{rod}} + (2 \times I_{\text{sph}})$
 $= (0.16) + (2 \times 1.27) = 0.16 + 2.54 = 2.7 \text{ kgm}^2$

5.5

சுழல் இயக்கவியல் (ROTATIONAL DYNAMICS)

திருப்பு விசை, கோண முடுக்கம், கோண உந்தம், கோணத் திசைவேகம் மற்றும் நிலைமத்திருப்புத் திறன் இவைகளுக்கு இடையேயான தொடர்புகளைப் பகுதி 5.2 இல் பயின்றோம். இதன் தொடர்ச்சியாக இப்பகுதியில் திண்மப்பொருள் ஒன்றின் மீது திருப்பு விசையினால் செய்யப்பட்ட வேலை, இயக்க ஆற்றல் போன்ற இயக்கவியல் அளவுகளுக்கு இடையேயான தொடர்புகளைப் பயிலலாம். இறுதியாக இடப்பெயர்வு இயக்கத்திற்கும், சுழற்சி இயக்கத்திற்கும் தொடர்புடைய அளவீடுகளை ஒப்பிடலாம்.

5.5.1 திண்மப் பொருட்களின் மீது திருப்பு விசையின் விளைவு

திண்மப் பொருள் ஒன்றின் மீது சுழலும் அச்சைப் பொருத்து புற திருப்பு விசை செயல்படும்போது சுழலும் பொருளானது அச்சைப் பொறுத்து கோண முடுக்கத்தைப் பெறுகிறது. திருப்பு விசைக்கும் கோண முடுக்கத்திற்கும் இடையேயான தொடர்பு என்னமதிப்பில்

$$\tau = I\alpha \quad (5.48)$$

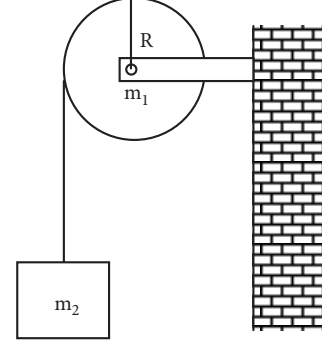
இங்கு, I என்பது திண்மப்பொருளின் நிலைமத்திருப்புத்திறன் ஆகும். சுழற்சி இயக்கத்தில் திருப்பு விசை என்பது நேர்கோட்டு இயக்கத்தில் விசைக்குச் சமானமானது.

எடுத்துக்காட்டு 5.18

500 g நிறையும் 10 cm ஆரமும் கொண்ட வட்டத்தட்டு ஒன்று தன்னிச்சையாக படத்தில் காட்டப்பட்டது போல நிலையான அச்சைப் பொருத்துச் சுழல்கிறது. எடையற்ற மற்றும் மீட்சித்தன்மையற்ற கம்பியானது வட்டத்தின் விளிம்பில் சுற்றுகள் சுற்றப்பட்டு மற்றொரு முனையானது 100 g நிறையுடன்

இணைக்கப்பட்டுள்ளது. 100 g நிறையின் முடுக்கத்தை காண்க. [தகவல் : கம்பியானது வட்டத்தட்டின் விளிம்பில் நழுவவில்லை. மாறாக வட்டத்தட்டுடன் சுழல்கிறது $g = 10 \text{ m s}^{-2}$]

தீர்வு



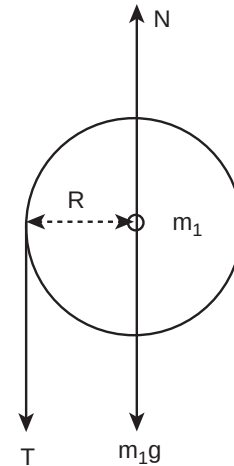
வட்டத்தட்டின் நிறையை m_1 எனவும் அதன் ஆரத்தை R எனவும் கொள்க. தொங்கவிடப்பட்ட பொருளின் நிறை m_2 .

$$m_1 = 500 \text{ g} = 500 \times 10^{-3} \text{ kg} = 0.5 \text{ kg}$$

$$m_2 = 100 \text{ g} = 100 \times 10^{-3} \text{ kg} = 0.1 \text{ kg}$$

$$R = 10 \text{ cm} = 10 \times 10^{-2} \text{ m} = 0.1 \text{ m}$$

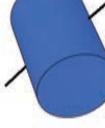
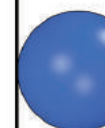
வட்டத்தட்டின் விளிம்பில் பல முறை சுற்றப்பட்டுள்ள மிகக் குறைந்த நிறையுள்ள மற்றும் மீட்சியற்ற கம்பியானது நழுவுதல் இல்லாமல் வட்டத் தட்டுடன் சுழல்கிறது. நிறை m_2 வின் தொடுகோட்டு முடுக்கமும் நிறை m_1 இன் இடம்பெயர்வு முடுக்கமும் சமம். m_1 மற்றும் m_2 விற்கு தனித்தனியே தனித்த பொருளின் விசை (FBD) (Free Body Diagram) படத்தை வரைக. வட்டத்தட்டிற்கான தனித்த பொருளின் விசைப்படம் (FBD) (Free Body Diagram)



வட்டத்தட்டின் மீது செயல்படும் புவியீர்ப்பு விசை (m_1g) ஆனது கீழ்நோக்கியும்

5.3 பல்வேறு திண்மப்பொருளின் நிலைமத்திருப்புத்திறன்கள்

வ. எண்	பொருள்	அச்சைப்பொருத்து	படம்	நிலைமத் திருப்புத்திறன் (I) kg m ²	சுழற்சி ஆரம் (k) m	விகிதம் $\left(\frac{K^2}{R^2}\right)$
1.	மெல்லிய சீரான தண்டு நிறை = M நீளம் = ℓ	நீளத்திற்குச் செங்குத்தாகவும் மையம் வழியாகவும் செல்வதுமான அச்சு		$\frac{1}{12} M\ell^2$	$\frac{\ell}{\sqrt{12}}$	--
		தண்டின் ஒரு முனை வழியாகவும் நீளத்திற்கு செங்குத்தாக செல்வதுமான அச்சு		$\frac{1}{3} M\ell^2$	$\frac{\ell}{\sqrt{3}}$	
		தளத்திற்குச் செங்குத்தான மையத்தின் வழிச் செல்வதுமான அச்சு.		$\frac{1}{12} M(\ell^2 + b^2)$	$\sqrt{\frac{\ell^2 + b^2}{12}}$	
3.	மெல்லிய சீரான வட்ட வளையம் நிறை = M ஆரம் = R	வட்ட வளையத்தின் தளத்திற்கு செங்குத்தாகவும் அதன் மையம் வழிச் செல்வதுமான அச்சு.		MR^2	R	1
		வட்ட வளையத்தின் தளத்திற்கு செங்குத்தாகவும் விளிம்பு வழிச் செல்வதுமான அச்சு.		$2MR^2$	$(\sqrt{2})R$	2
		வட்ட வளையத்தின் தளத்திற்கு இணையாகவும் மையம் வழிச் செல்வதுமான அச்சு.		$\frac{1}{2} MR^2$	$\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)R$	$\frac{1}{2}$
		வட்ட வளையத்தின் தளத்திற்கு இணையானதும் விளிம்பு வழிச் செல்வதுமான அச்சு		$\frac{3}{2} MR^2$	$\left(\sqrt{\frac{3}{2}}\right)R$	$\frac{3}{2}$
4.	மெல்லிய சீரான வட்ட தட்டு நிறை = M ஆரம் = R	வட்டத்தின் தளத்திற்கு செங்குத்தாகவும், மையத்தின் வழிச் செல்வதுமான அச்சு.		$\frac{1}{2} MR^2$	$\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)R$	$\frac{1}{2}$
		வட்டத்திற்கு செங்குத்தாகவும் விளிம்பின் வழியே ஏதேனும் ஒரு புள்ளி வழிச் செல்வதுமான அச்சு.		$\frac{3}{2} MR^2$	$\left(\sqrt{\frac{3}{2}}\right)R$	$\frac{3}{2}$
		வட்டத்தின் தளத்திற்கு இணையாகவும் மையம்வழிச் செல்வதுமான அச்சு		$\frac{1}{4} MR^2$	$\left(\frac{1}{2}\right)R$	$\frac{1}{4}$
		வட்டத்திற்கு தளத்திற்கு இணையாகவும் விளிம்பின் வழியே ஏதேனும் ஒரு புள்ளி வழிச் செல்வதுமான அச்சு.		$\frac{5}{4} MR^2$	$\left(\sqrt{\frac{5}{4}}\right)R$	$\frac{5}{4}$

5.	மெல்லிய சீரான உள்ளீட்டற்ற உருளை நிறை = M நீளம் = l ஆரம் = R	உருளையின் மையம் வழியாக அதன் அச்சின் வழிச் செல்வதுமான அச்சு		MR^2	R	1
6.	சீரான திண்ம உருளை நிறை = M நீளம் = l ஆரம் = R	உருளையின் மையம் வழியாக அதன் அச்சின் வழிச் செல்வதுமான அச்சு		$M\left(\frac{R^2}{2} + \frac{\ell^2}{12}\right)$	$\sqrt{\frac{R^2}{2} + \frac{\ell^2}{12}}$	--
7.	சீரான மெல்லிய கோளக் கூடு நிறை = M ஆரம் = R	உருளையின் மையம் வழியாக அதன் அச்சிற்கு செங்குத்தாக		$\frac{1}{2}MR^2$	$\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)R$	$\frac{1}{2}$
8.	சீரான திண்மக் கோளம் நிறை = M ஆரம் = R	கோளத்தின் விட்டத்தின் வழியாகவும் மையம் வழி செல்வதுமான அச்சு		$M\left(\frac{R^2}{4} + \frac{\ell^2}{12}\right)$	$\sqrt{\frac{R^2}{4} + \frac{\ell^2}{12}}$	--
		கோளத்தின் விளிம்புவழிச் செல்வதுமான அச்சு		$\frac{2}{3}MR^2$	$\left(\sqrt{\frac{2}{3}}\right)R$	$\frac{2}{3}$
		கோளத்தின் விட்டத்தின் வழியாகவும் மையம் வழி செல்வதுமான அச்சு		$\frac{5}{3}MR^2$	$\left(\sqrt{\frac{5}{3}}\right)R$	$\frac{5}{3}$
		கோளத்தின் விட்டத்தின் வழியாகவும் மையம் வழி செல்வதுமான அச்சு		$\frac{2}{5}MR^2$	$\left(\sqrt{\frac{2}{5}}\right)R$	$\frac{2}{5}$
		கோளத்தின் விளிம்புவழிச் செல்வதுமான அச்சு		$\frac{7}{5}MR^2$	$\left(\sqrt{\frac{7}{5}}\right)R$	$\frac{7}{5}$

அலகு 5 துகள்களாலான அமைப்பு மற்றும் திண்மப்பொருட்களின் இயக்கம்



வட்டத்தட்டானது மையத்தில் பொருத்தப்பட்டுள்ள மையப் புள்ளியின் வழியாக செங்குத்து விசை (N) யும் செயல்படுகிறது. வட்டத்தட்டின் பரிதியில் சுழலும் அச்சிற்குச் செங்குத்தாகக் கீழ்நோக்கி இழுவிசை T செயல்படுகிறது. மேலும் புவியீர்ப்பு விசையும் (m_1g) யும் செங்குத்து விசை N ம் ஒன்றை ஒன்று சமன்செய்கிறது. $m_1g = N$

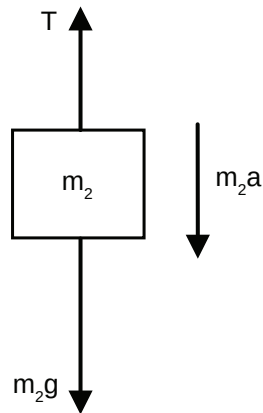
இழுவிசை T ஆனது திருப்பு விசையை ($R T$) அளிப்பதால் வட்டத்தட்டானது கோண முடுக்கம் $\left(\alpha = \frac{a}{R}\right)$ வுடன் சுழற்சி இயக்கத்திற்கு உட்படுகிறது. இங்கு a என்பது வட்டத்தட்டின் விட்டத்தில் உள்ள புள்ளி தொடுவியல் திசையில் உணரும் நேர்கோட்டு முடுக்கமாகும். இவ்வட்டத்தட்டின் நிலைமத்திருப்புத்திறன் I மற்றும் இதன் சுழற்சி ஆரம் K எனில்

$$R T = I \alpha; \quad R T = (m_1 K^2) \frac{a}{R}$$

$$T = (m_1 K^2) \frac{a}{R^2}$$

கம்பியின் ஒரு முனையில் கட்டப்பட்ட நிறையின் தனித்த பொருளின் விசைப்படம் (FBD)

இதன் புவியீர்ப்பு விசை (m_2g) கீழ்நோக்கிச் செயல்படுகிறது மற்றும் இழுவிசை T மேல்நோக்கி செயல்படுகிறது. இவற்றின் தொகு பயன் விசை நிறையின் மீது கீழ்நோக்கிச் செயல்படுகிறது. ($T < m_2g$)



$$m_2g - T = m_2a$$

வட்டத்தட்டினால் செயல்படும் இழுவிசை T யை பிரதியிட

$$m_2g - (m_1 K^2) \frac{a}{R^2} = m_2a$$

$$m_2g = (m_1 K^2) \frac{a}{R^2} + m_2a$$

$$m_2g = \left[\left(m_1 \frac{K^2}{R^2} \right) + m_2 \right] a$$

$$a = \frac{m_2}{\left[\left(m_1 \frac{K^2}{R^2} \right) + m_2 \right]} g$$

$\left(\frac{K^2}{R^2} \right)$ என்ற சமன்பாடு வட்டத்தட்டின் தளத்திற்கு செங்குத்தாகவும் மையம் வழிச் செல்லும் அச்சைப் பற்றி சுழல்வதால் பிரதியிட்டு சுருக்க, $\frac{K^2}{R^2} = \frac{1}{2}$. முடுக்கத்திற்கான சமன்பாடு கீழ்க்கண்டவாறு கிடைக்கும்.

$$a = \frac{m_2}{\left[\left(\frac{m_1}{2} \right) + m_2 \right]} g; \quad a = \frac{2m_2}{[m_1 + 2m_2]} g$$

மதிப்புகளைப் பிரதியிட,

$$a = \frac{2 \times 0.1}{[0.5 + 0.2]} \times 10 = \frac{0.2}{0.7} \times 10$$

$$a = 2.857 \text{ m s}^{-2}$$

5.5.2 கோணஉந்த மாறா விதி

வெளிப்புற திருப்புவிசை செயல்படாத வரை, சுழலும் திண்மப் பொருளின் மொத்தக் கோணஉந்தம் மாறாது. இதுவே கோண உந்த மாறா விதி

$$\tau = \frac{dL}{dt}$$

$$\tau = 0 \text{ எனில், } L = \text{மாறிலி} \quad (5.49)$$

கோண உந்தம் $L = I \omega$, எனும் போது

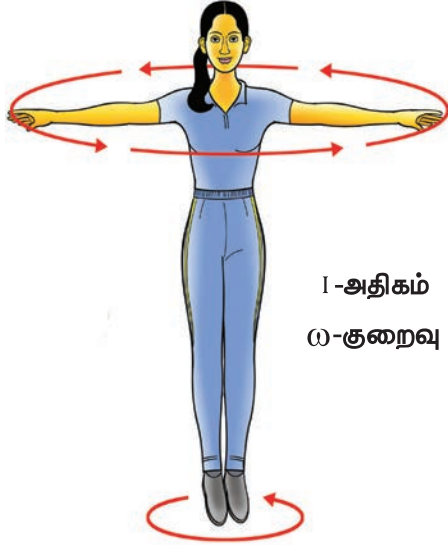
கோணஉந்த மாறா விதியின்படி

தொடக்க கோணஉந்தம் = இறுதி கோணஉந்தம்.

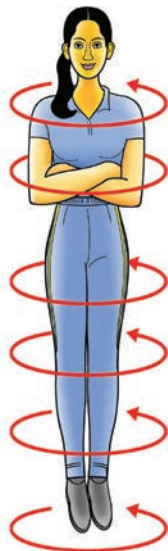
$$I_i \omega_i = I_f \omega_f \text{ (அல்லது) } I \omega = \text{மாறிலி} \quad (5.50)$$

இச்சமன்பாட்டின் மூலம், கோண உந்தம் மாறாமல் இருக்க I அதிகரிக்கும் போது ω குறையவும், அல்லது ω அதிகரிக்கும் போது I குறையவும் செய்யும் என அறியலாம்.

கோண உந்த மாறா விதியின் தத்துவமானது பல சூழ்நிலைகளில் பயன்பாட்டில் உள்ளது. மிகச் சிறந்த உதாரணமான ஐஸ் நடனக் கலைஞரின் சுழற்சி விளையாட்டு படம் 5.27 இல் காட்டப்பட்டுள்ளது. நடனக் கலைஞர் தன்னைத் தானே சுழற்றும் போது அவரது கைகளை வெளிப்புறமாக நீட்டினால் சுழலும் வேகம் குறைகிறது. ஏனென்றால் கைகளை உடலுக்கு வெளிப்புறமாக நீட்டும்



I -அதிகம்
 ω -குறைவு



I -குறைவு
 ω -அதிகம்

படம் 5.27 ஐஸ் நடனக் கலைஞரின் கோண உந்த மாறாவிதியை நிரூபித்தல்

போது நிலைமத்திருப்புத்திறன் அதிகரிப்பதால் கோணத்திசைவேகம் குறைந்து சுழலும் வேகம் குறைகிறது. கைகளை உடலை நோக்கி உட்புறமாக மடக்கும் போது நிலைமத்திருப்புத்திறன் குறைவதால் சுழலும் வேகம் அதிகரிக்கிறது.



படம் 5.28 நீச்சல் குளத்தில் உயரத்திலிருந்து குதிக்கும் நீச்சல் வீரர் தனது உடலை உட்புறமாக சுருக்கி கொள்வதன் மூலம் நிலைமத்திருப்புத் திறனை குறைப்பது சுழற்சி வேகத்தை அதிகரிக்க உதவுவதால், காற்றில் பறந்து வரும்போது பல குட்டிகர்ணங்களைக் காற்றில் மேற்கொள்கிறார்.



எடுத்துக்காட்டு 5.19

(1) கோணத் திசைவேகத்துடன் சுழலும் வட்ட மேசையின் மீது சர்க்கஸ் வீரர் ஒருவர் கைகளை நீட்டிய நிலையில் உள்ளார். அவர் கைகளைத் தன்னை நோக்கி உட்புறமாக மடக்கும் போது நிலைமத்திருப்புத் திறனானது ஆரம்ப மதிப்பிலிருந்து மூன்றில் ஒரு பங்காகக் குறைகிறது. அவரது புதிய நிலையில் கோண திசை வேகத்தை காண்க. (தகவல் – புறத்திருப்பு விசை செயல்படாத நிலையில்)

தீர்வு

கைகள் நீட்டப்பட்ட நிலையில் சர்க்கஸ் வீரரின் நிலைமத்திருப்புத்திறன் I என்க. சர்க்கஸ் வீரரின்



மீதும் சுழல்மேசை மீதும் திருப்பு விசை எதுவும் செயல்படாத நிலையில் கோண உந்தம் மாறாது எனவே கோண உந்தத்தின் சமன்பாடானது.

$$I_i \omega_i = I_f \omega_f$$

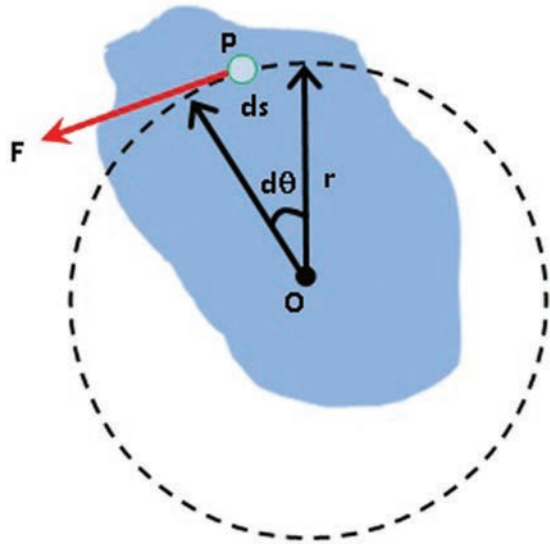
$$I_i \omega_i = \frac{1}{3} I_i \omega_f \quad \left(\because I_f = \frac{1}{3} I_i \right)$$

$$\omega_f = 3 \omega_i$$

மேற்கண்ட முடிவிலிருந்து ஆரம்பக் கோணத் திசைவேகமானது மூன்று மடங்கு அதிகரித்துள்ளது என்பது தெளிவாகிறது.

5.5.3 திருப்பு விசையினால் செய்யப்பட்ட வேலை

திண்மப்பொருளொன்று நிலையான அச்சைப் பற்றி சுழல்கிறது எனக் கொள்க. இந்தப்பாடப் புத்தகத் தாளின் தளத்திற்குச் செங்குத்தான அச்சைப் பொறுத்துச் சுழலக் கூடிய பொருள் ஒன்றின் குறுக்கு வட்டத்தோற்றத்தைப் படம் 5.29 இல் காணலாம். F என்ற தொடுகோட்டு விசை பொருளின் மீது P என்ற புள்ளியில் செயல்படுகிறது.



படம் 5.29 திருப்பு விசையினால் செய்யப்பட்ட வேலை

இந்தத் தொடுகோட்டு விசை F ஆனது பொருளைச் சிறிய அளவில் இடப்பெயர்ச்சி (ds) செய்கிறது. விசையினால் செய்யப்பட்ட வேலை (dW)

248

அலகு 5 துகள்களாலான அமைப்பு மற்றும் திண்மப்பொருட்களின் இயக்கம்

$$dW = F ds$$

இடப்பெயர்ச்சி ds க்கும் சுழற்சிக் கோணம் dθ க்கும் இடையேயான தொடர்பு

$$ds = r d\theta$$

விசையினால் செய்யப்பட்ட வேலைக்கான சமன்பாடு

$$dW = F ds; \quad dW = F r d\theta$$

இதில் F r ஆனது விசையினால் பொருளின் மீது உருவாக்கப்பட்ட திருப்பு விசை τ என்பதால்,

$$dW = \tau d\theta \quad (5.51)$$

ஒரு நிலையான அச்சைப் பொருத்து சுழலும் பொருளின் மீதுவெளிப்புறத் திருப்பு விசையினால் (τ) செய்யப்பட்ட வேலை மேற்கண்ட சமன்பாட்டினால் பெறப்படுகிறது.

இடப்பெயர்வு இயக்கத்திற்குத் தொடர்புடைய விசையினால் செய்யப்பட்ட வேலையின் சமன்பாடு.

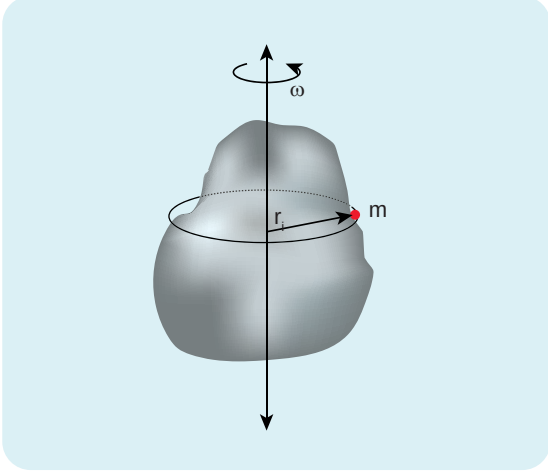
$$dW = F ds$$

5.5.4 சுழற்சி இயக்கத்தின் இயக்க ஆற்றல்

திண்மப் பொருள் ஒன்று அச்சைப் பொருத்துக் கோணத் திசைவேகம் ω வுடன் சுழல்வதைப் படம் 5.30 இல் காணலாம். பொருளில் உள்ள ஒவ்வொரு துகளும் அச்சைப் பொறுத்து ஒரே கோண திசைவேகத்தையும் (ω) ஆனால் வெவ்வேறான தொடுகோட்டுத் திசைவேகங்களையும், பெற்றிருக்கும்.

சுழலும் அச்சிலிருந்து m_i நிறையுடன் r_i தொலைவில் உள்ள துகளைக் கருதுக. இந்தத் துகள் கீழ்க்கண்ட சமன்பாட்டின் $v_i = r_i \omega$ தொடுகோட்டுத் திசைவேகம் கொண்டிருந்தால் அத்துகளின் இயக்க ஆற்றல்,

$$KE_i = \frac{1}{2} m_i v_i^2$$



படம் 5.30 சுழற்சி இயக்கத்தின் இயக்க ஆற்றல்

இச்சமன்பாட்டை கோண திசைவேகத்தைப் பயன்படுத்தி எழுத

$$KE_i = \frac{1}{2} m_i (r_i \omega)^2 = \frac{1}{2} (m_i r_i^2) \omega^2$$

இதே போன்ற துகள்களால் ஆக்கப்பட்டுள்ள மொத்த பொருளின் இயக்க ஆற்றல்

$$KE = \frac{1}{2} \left(\sum m_i r_i^2 \right) \omega^2$$

இங்கு $\sum m_i r_i^2$, என்பது பொருளின் நிலைமத்திருப்புத்திறனாகும்

$$I = \sum m_i r_i^2$$

திண்மப் பொருளின் சுழற்சி இயக்கத்தில் இயக்க ஆற்றலுக்கான சமன்பாடு

$$KE = \frac{1}{2} I \omega^2 \quad (5.52)$$

இந்த சமன்பாட்டுக்கு இணையான இடப்பெயர்ச்சி இயக்க ஆற்றல் சமன்பாடு,

$$KE = \frac{1}{2} M v^2$$

சுழல் இயக்க ஆற்றலுக்கும் கோண உந்தத்திற்கும் இடையேயான தொடர்பு

நிலைமத் திருப்புத்திறன் I கொண்ட திண்மப்பொருளொன்று ω கோணத்திசை வேகத்துடன் சுழல்கிறது எனக் கொள்க.

பொருளின் கோண உந்தம், $L = I \omega$

பொருளின் சுழல் இயக்க ஆற்றல், $KE = \frac{1}{2} I \omega^2$

இச்சமன்பாட்டின் பகுதியையும் தொகுதியையும் I ஆல் பெருக்க, I மற்றும் இயக்க ஆற்றல் (KE) இடையேயான தொடர்பைப் பெறலாம்,

$$KE = \frac{1}{2} \frac{I^2 \omega^2}{I} = \frac{1}{2} \frac{(I \omega)^2}{I}$$

$$KE = \frac{L^2}{2I} \quad (5.53)$$

எடுத்துக்காட்டு 5.20

9 kg நிறையும் 3 m ஆரமும் கொண்ட வளையமானது, அந்த வளையத்தின் தளத்திற்கு செங்குத்தாகவும், மையம் வழிச் செல்லும் அச்சைப் பற்றி 240 rpm வேகத்தில் சுழலும்போது அது பெற்றுள்ள சுழல் இயக்க ஆற்றலை கணக்கிடுக.

தீர்வு

பொருளின் சுழல் இயக்க ஆற்றல், $KE = \frac{1}{2} I \omega^2$

வளையத்தின் நிலைமத்திருப்புத்திறன் $I = MR^2$

$$I = 9 \times 3^2 = 9 \times 9 = 81 \text{ kg m}^2$$

வளையத்தின் கோண வேகம்,

$$\omega = 240 \text{ rpm} = \frac{240 \times 2\pi}{60} \text{ rad s}^{-1}$$

$$KE = \frac{1}{2} \times 81 \times \left(\frac{240 \times 2\pi}{60} \right)^2 = \frac{1}{2} \times 81 \times (8\pi)^2$$

$$KE = \frac{1}{2} \times 81 \times 64 \times (\pi)^2 = 2592 \times (\pi)^2$$

$$KE \approx 25920 \text{ J} \quad \because (\pi)^2 \approx 10$$

$$KE = 25.920 \text{ kJ}$$

5.5.5 திருப்பு விசையின் திறன் (Power Delivered by Torque)

திறன் என்பது ஒருலகு நேரத்தில் செய்யப்பட்ட வேலையாகும். செய்யப்பட்ட வேலையை வேலை செய்யப்பட்ட சிறிய நேரத்தால் வகுக்க கிடைப்பது. உடனடித்திறன் (P) எனப்படும்.

$$P = \frac{dw}{dt} = \tau \frac{d\theta}{dt} \quad \because (dw = \tau d\theta)$$

அலகு 5 துகள்களாலான அமைப்பு மற்றும் திண்மப்பொருட்களின் இயக்கம்



$$P = \tau\omega \quad (5.54)$$

இந்தச் சமன்பாட்டிற்கு இணையான இடப்பெயர்ச்சி இயக்கத்தின் உடனடித் திறனிற்கான சமன்பாடு

$$P = Fv$$

5.5.6 இடப்பெயர்ச்சி மற்றும் சுழற்சி இயக்க அளவுகளுக்கான ஒப்பீடு

சுழற்சி இயக்கத்திலுள்ள பெரும்பான்மையான சமன்பாடுகள் இடப்பெயர்ச்சி இயக்கத்தினைப் போன்றே இருப்பதால் சுழற்சி இயக்கத்தில் உள்ள அளவுகளை இடப்பெயர்ச்சி இயக்கத்தில் உள்ள அளவுகளோடு அட்டவணை 5.4 இல் ஒப்பிடப்பட்டுள்ளது.

5.6

உருளும் இயக்கம் (ROLLING MOTION)

உருளும் இயக்கத்தை பெரும்பாலான தினசரி வாழ்வியல் செயல்களில், காண இயலும். சக்கரத்தின் இயக்கம் உருளும் இயக்கத்திற்கு

சிறந்த எடுத்துக்காட்டு. வட்ட வடிவ பொருட்களான வளையம், வட்டத்தட்டு, கோளம் போன்றவற்றின் இயக்கம் உருளும் இயக்கத்திற்கு சிறந்த எடுத்துக்காட்டுகளாகும்.

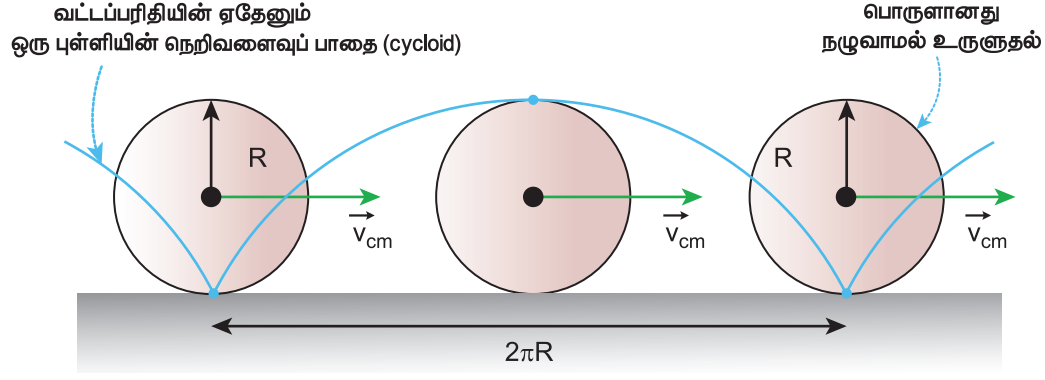
கிடைத்தளப்பரப்பில் வட்டத்தட்டு ஒன்றின் உருளும் இயக்கத்தினைப்பற்றி நாம் இப்போது கற்கலாம். வட்டத்தட்டின் விளம்பில் P என்ற புள்ளியை கருதுக. உருளும் போது அப்புள்ளியானது நிறைமையத்தினை பொறுத்து சுழற்சி இயக்கத்தினையும். மேலும், நிறைமையத்தோடு சேர்ந்து இடப்பெயர்ச்சி இயக்கத்திற்கும் உள்ளாகிறது.

5.6.1 இடப்பெயர்ச்சியும் சுழற்சியும் சேர்ந்த இயக்கம்

உருளும் இயக்கத்தில் இடப்பெயர்ச்சி மற்றும் சுழற்சி இயக்கங்கள் எவ்வாறு தொடர்புடையது என்பதை இப்பகுதியில் பயிலலாம். சுழலும் தட்டின் ஆரம் R எனில் ஒரு முழு சுழற்சியின் போது அதன் நிறைமையமானது அடையும் இடப்பெயர்ச்சி $2\pi R$ ஒரு முழு சுழற்சியின் போது நிறைமையம் மட்டுமல்லாமல் வட்டத்தட்டில் உள்ள அனைத்து துகள்களும் அதே அளவான $2\pi R$, இடப்பெயர்ச்சியை

அட்டவணை 5.4 சுழல் மற்றும் இடப்பெயர்ச்சி இயக்கங்களின் ஒப்பீடு

வ.எண்	இடப்பெயர்ச்சி இயக்கம்	சுழற்சி இயக்கம்
1	இடப்பெயர்ச்சி, x	கோண இடப்பெயர்ச்சி, θ
2	நேரம், t	நேரம், t
3	திசைவேகம், $v = \frac{dx}{dt}$	கோண திசைவேகம், $\omega = \frac{d\theta}{dt}$
4	முடுக்கம், $a = \frac{dv}{dt}$	கோண முடுக்கம், $\alpha = \frac{d\omega}{dt}$
5	நிறை, m	நிலைமத்திருப்புத்திறன், I
6	விசை, $F = ma$	திருப்பு விசை, $\tau = I \alpha$
7	உந்தம், $p = mv$	கோண உந்தம், $L = I\omega$
8	கணத்தாக்கு, $F \Delta t = \Delta p$	கோணகணத்தாக்கு, $\tau \Delta t = \Delta L$
9	விசையினால் செய்யப்பட்ட வேலை, $W = F s$	திருப்புவிசையினால் செய்யப்பட்ட வேலை, $W = \tau \theta$
10	இயக்க ஆற்றல், $KE = \frac{1}{2} m v^2$	இயக்க ஆற்றல், $KE = \frac{1}{2} I \omega^2$
11	திறன், $P = F v$	திறன், $P = \tau \omega$

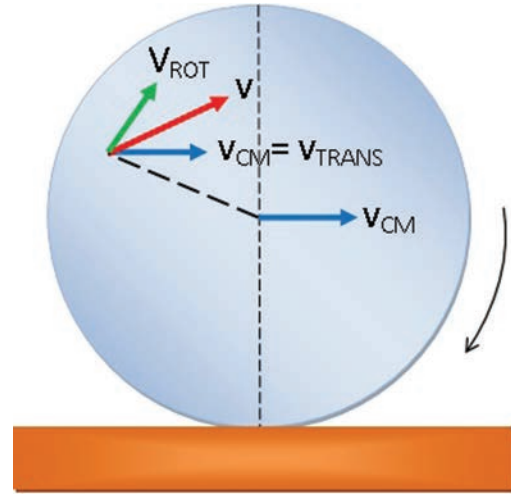


படம் 5.31 இடப்பெயர்ச்சியும் சுழற்சியும் சேர்ந்த இயக்கம்

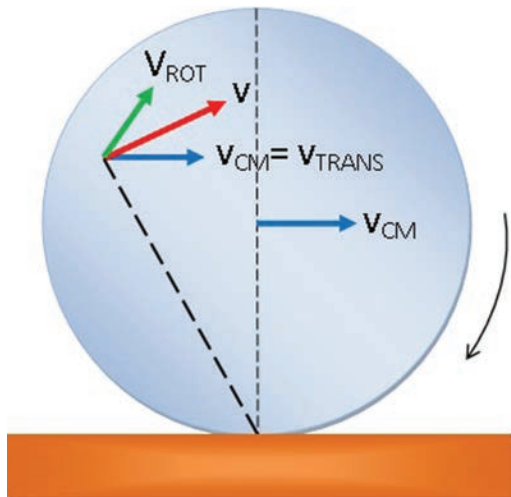
அடைந்துள்ளது இந்நிகழ்வில் நிறைமையமானது நேர்கோட்டுப் பாதையில் இயங்குகின்றது. ஆனால் மற்ற புள்ளிகள் அனைத்தும் இடப்பெயர்ச்சி மற்றும் சுழற்சி ஆகிய இரண்டு இயக்கங்களையும் பெற்றுள்ளன. வட்டத்தட்டின் விளிம்பில் உள்ள புள்ளி மேற்கொள்ளும் பாதையை படம் 5.31 தெளிவாக விளக்குகிறது. இது மேற்கொள்ளும் சிறப்புப் பாதைக்கு சைக்ளாய்டு (cycloid) என்று பெயர்.



நிறை மையத்தின் திசைவேகம் V_{CM} என்பது இடப்பெயர்ச்சி திசைவேகம் V_{TRANS} ($V_{CM} = V_{TRANS}$) க்குச் சமம். மற்ற அனைத்து புள்ளிகளும் இரு திசைவேகங்களை பெற்றுள்ளன. முதலாவதாக இடப்பெயர்ச்சித் திசைவேகம் (V_{TRANS}) [நிறைமையத்தின் திசைவேகத்தை போன்றே] மற்றும் இரண்டாவதாக சுழற்சித் திசைவேகம் V_{ROT} ($V_{ROT} = r\omega$ இங்கு r என்பது நிறை மையத்திலிருந்து புள்ளியின் தொலைவு மற்றும் ω கோணத்திசை வேகம்). ஒரு குறிப்பிட்ட கணத்தில் நாம் கருதிய புள்ளியின் திசைவேகம் V_{ROT} ஆனது நிலைவெக்டருக்கு செங்குத்தாக படம் 5.32 (a) இல் அமையும் இவ்விரு திசைவேகங்களின் தொகுப்பன் திசைவேகம் V எனப்படும். பொருளானது உருளும் நிலையில் கிடைப்பரப்பை தொடும் புள்ளியிலிருந்து பெறப்படும் நிலை வெக்டருக்கு செங்குத்தாக தொகுப்பன் திசைவேகம் V அமைந்திருப்பதை படம் 5.32(b) இல் காணலாம்.



(a) நிறைமையத்தைப் பொருத்து



(b) கிடைப்பரப்பில் தொடும் புள்ளியை பொருத்து

படம் 5.32 ஏதேனும் ஒரு புள்ளியில் தொகுப்பன் திசைவேகம்

உருளும் இயக்கத்தின் போது தொகுப்புள்ளியின் முக்கியத்துவத்தை கருதுவோம். நழுவுதலற்ற உருளுதலின் (pure rolling) போது, தரைப்பரப்பை தொடும் புள்ளி கணநேரத்திற்கு அமைதி நிலையில் இருக்கும். பொருளின் விளிம்பில் உள்ள அனைத்துப் புள்ளிகளுக்கும் இதே நிகழ்வானது பொருந்தும். உருளுதலின் போது, விளிம்பில் உள்ள அனைத்து புள்ளிகளும் ஒன்றன் பின் ஒன்றாக கிடைப்பரப்புடன் தொடர்பு கொள்ளும்போது கணநேரத்திற்கு அமைதி நிலையை அடைந்து, முன்பே கூறியது போல் சைக்கிளாய்டு பாதையை மேற்கொள்கிறது.

எனவே நழுவுதலற்ற உருளுதல் இயக்கத்தை இரு வகைகளாக கருதலாம்.

(i) நிறை மையத்தைப் பொறுத்து இடப்பெயர்ச்சி மற்றும் சுழற்சி இயக்கங்கள்.

(அல்லது)

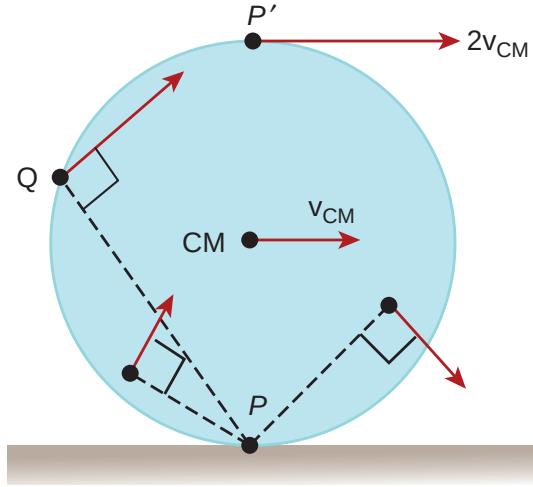
(ii) உருள் இயக்கத்தின் போது கிடைப்பரப்பை தொடும் புள்ளியின் கண நேர சுழற்சி இயக்கம்.

நழுவுதலற்ற உருளுதலின் போது கிடைப்பரப்பை தொடும் புள்ளியிலிருந்து அமைதி நிலையை அடைவதால் விளைவுத் திசைவேகம் V சுழியாகிறது ($V = 0$). உதாரணமாக, படம் 5.33, விருந்து V_{TRANS} முன்னோக்கியும் மற்றும் V_{ROT} பின்னோக்கியும் எண்ணளவில் சமமாகவும் ஒன்றுக் கொன்று எதிர் திசையிலும் இருப்பதை $V_{\text{TRANS}} - V_{\text{ROT}} = 0$ குறிக்கிறது. V_{TRANS} மற்றும் V_{ROT} ஆகியவை நழுவுதலற்ற உருளுதலின் போது பொருளின் விளிம்பில் உள்ள அனைத்து புள்ளிகளும் கிடைப்பரப்பைத் தொடும் போது V_{TRANS} மற்றும் V_{ROT} எண்ணளவில் சமமாகவும் உள்ளது ($V_{\text{TRANS}} = V_{\text{ROT}}$) எனக் கூற

இயலும். எனவே $V_{\text{TRANS}} = V_{\text{CM}}$ மற்றும் $V_{\text{ROT}} = R\omega$, எனும் போது நழுவுதலற்ற உருளுதல் பின்வருமாறு எழுதப்படுகிறது.

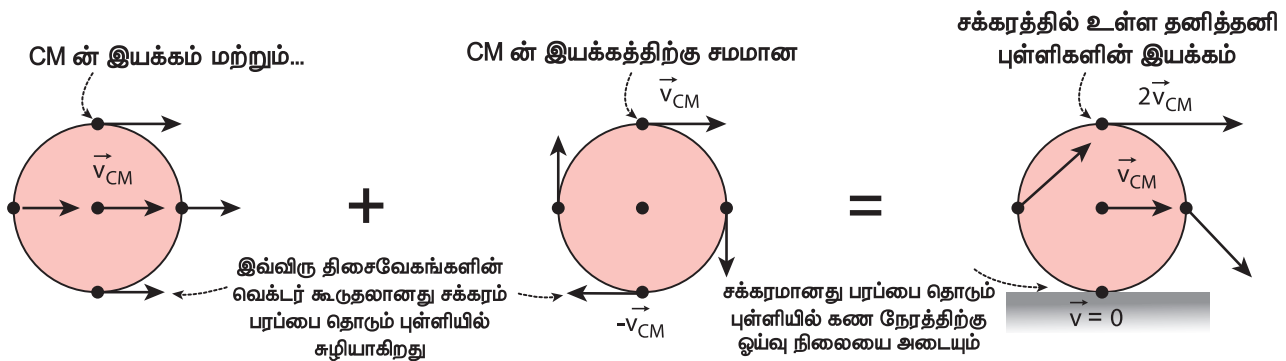
$$v_{\text{CM}} = R \omega \quad (5.55)$$

சமன்பாடு 5.55 ஆனது சிறப்பு அம்சங்களைக் கொண்டுள்ளது என்பதை நாம் நினைவில் கொள்ள வேண்டும். சுழற்சி இயக்கத்தின் போது, $V = r\omega$ என்ற தொடர்பின் படி, வட்டத்தட்டின் மையத்தில் r சுழியாவதால் மையப்புள்ளி திசைவேகத்தை பெற்றிருக்காது. ஆனால் உருள் இயக்கத்தின் போது சமன்பாடு 5.55 இன் படி வட்டத்தட்டின் மையமானது V_{CM} என்ற திசை வேகத்தை பெற்றிருப்பதை சுட்டிக்காட்டுகிறது.



படம் 5.34 நழுவுதலற்ற உருளுதலின் போது வெவ்வேறான புள்ளிகளில் திசைவேகம்

நழுவுதலற்ற உருளுதலின் போது பெரும் உயரப் புள்ளியானது V_{TRANS} மற்றும் V_{ROT} என்ற இரு திசைவேகங்களையும் ஒரே எண்மதிப்பையும்,



படம் 5.33 நழுவுதலற்ற உருளுதலில் பரப்பை தொடும்புள்ளியிடத்து ஓய்வு நிலை

ஒரே திசையையும் (வலப்பக்கமாக) பெற்றிருக்கும். எனவே, தொகுபயன் திசைவேகம், $V = V_{\text{TRANS}} + V_{\text{ROT}}$ இன்னொரு வடிவில் படம் 5.34 இல் காட்டப்பட்டுள்ளது போல் திசைவேகம், $V = 2 V_{\text{CM}}$

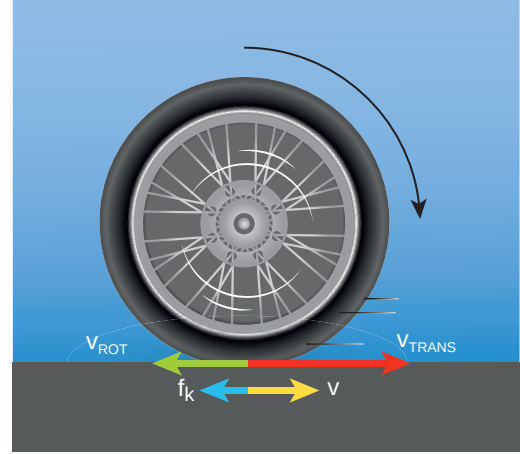
5.6.2 நழுவுதலும் சறுக்குதலும் (Slipping and Sliding)

கோளவடிவப்பொருட்கள் இயங்கும்பொழுது எந்தவகை கிடைப்பரப்பிலும் உராய்வுக் குணகம் ($\mu > 0$) சுழியை விட அதிகமாக உள்ளபோது உருள ஆரம்பிக்கும். ஒரு பொருள் உருள தேவைப்படும் உராய்வு விசையை உருளுதலின் உராய்வு என்கிறோம். நழுவுதலற்ற உருளுதலின் போது கிடைப்பரப்பைத் தொடும் புள்ளியானது சார்புத்திசைவேகத்தைப் பெற்றிருக்காது உருளுதலின்போது பொருளின் வேகத்தை அதிகரிக்கவோ அல்லது குறைக்கவோ முறையே முடுக்கத்தை அதிகமாக்குவதாலோ அல்லது குறைப்பதாலோ ஏற்படுகிறது. இது திடீரென்று நடக்கும்போது, உருளும் பொருள் நழுவவோ அல்லது சறுக்கவோ செய்கிறது.

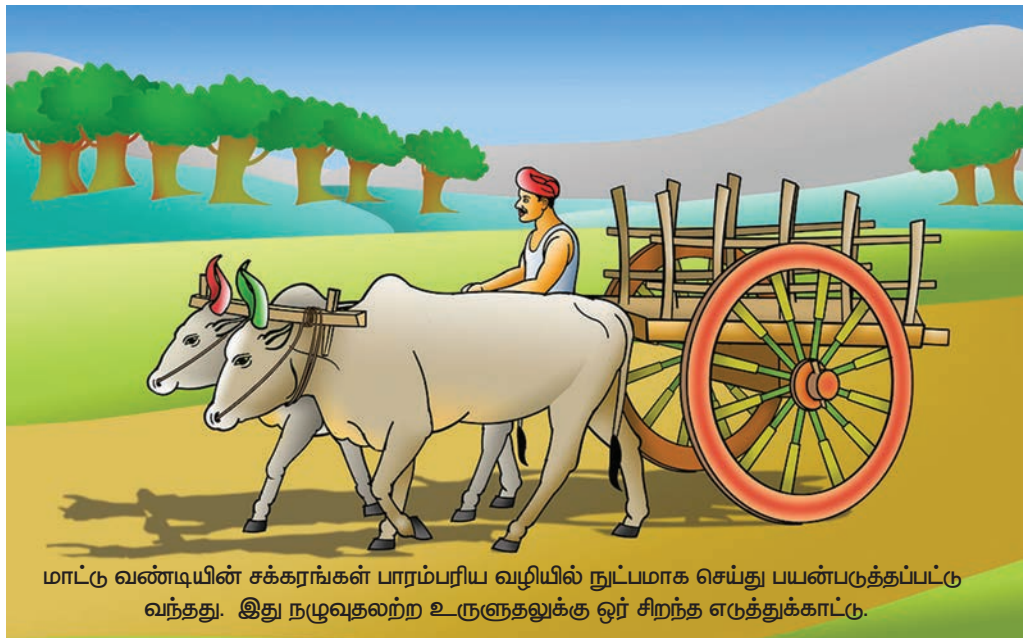
சறுக்குதல்

சறுக்குதல் என்பது $V_{\text{CM}} > R\omega$ ($V_{\text{TRANS}} > V_{\text{ROT}}$) எனும் நிபந்தனையின்போது நிகழ்கிறது. அதாவது இங்கு சுழற்சி இயக்கத்தைவிட இடப்பெயர்ச்சி இயக்கம் அதிகம். இவ்வகையானது, ஒரு இயங்கும் வாகனம் திடீரென தடையை (brake) உணரும்போதோ அல்லது வாகனம் வழுவழுப்பான பரப்பில் இயங்க

ஆரம்பிக்கும் போதோ ஏற்படுகிறது. இந்நிகழ்வின் போது கிடைப்பரப்பை தொடும் புள்ளியில் V_{ROT} விட V_{TRANS} அதிகமாக இருக்கும். இதன் தொகுபயன் திசைவேகமானது முன்னோக்கிய திசையில் படம் 5.35 இல் காட்டப்பட்டது போல் அமையும். இயக்க உராய்வு விசையானது (f_k) சார்பு இயக்கத்தை எதிர்க்கும். எனவே இவ்விசை சார்புத் திசைவேகத்திற்கு எதிர் திசையில் செயல்படும். உராய்வு விசையானது இடம்பெயர்வு திசை வேகத்தை குறைய செய்து பொருளானது நழுவுதலற்ற உருளுதலை ஏற்படுத்தும் வரை கோண திசைவேகத்தை அதிகரிக்க செய்யும். சறுக்குதல் என்பதை முன்னோக்கு நழுவுதல் என்றும் கூறலாம்.



படம் 5.35 சறுக்குதல்



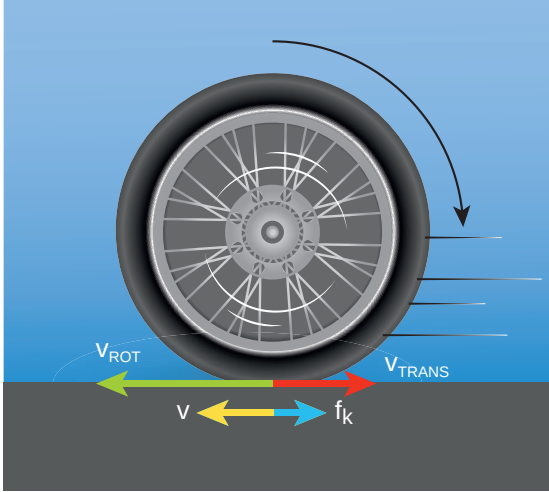
மாட்டு வண்டியின் சக்கரங்கள் பாரம்பரிய வழியில் நுட்பமாக செய்து பயன்படுத்தப்பட்டு வந்தது. இது நழுவுதலற்ற உருளுதலுக்கு ஒர் சிறந்த எடுத்துக்காட்டு.

அலகு 5 துகள்களாலான அமைப்பு மற்றும் திண்மப்பொருட்களின் இயக்கம்

253

நழுவுதல்

நழுவுதல் என்பது $V_{CM} < R\omega$ ($V_{TRANS} < V_{ROT}$) எனும் நிபந்தனையின்போது நிகழ்கிறது. நழுவுதலின்போது இடம்பெயர்ச்சி இயக்கத்தை விட சுழற்சி இயக்கம் அதிகம். இவ்வகையானது இயங்கும் வாகனம் ஓய்வு நிலையிலிருந்து திடீரென வேகமாக இயங்க ஆரம்பிக்கும்போதோ அல்லது சேற்றில் மாட்டிய வாகனம் இயங்கும் போதோ ஏற்படுகிறது. இந்நிகழ்வின் போது கிடைப்பரப்பை தொடும் புள்ளியில் V_{TRANS} வை விட V_{ROT} அதிகமாக இருக்கும். இதன் தொகுபயன் திசைவேகமானது பின்னோக்கிய திசையில் படம் 5.36 இல் காட்டப்பட்டுள்ளது போல் இருக்கும். இயக்க உராய்வு விசையானது (f_k) சார்பு இயக்கத்தை எதிர்க்கும். எனவே இவ்விசை சார்புத் திசைவேகத்திற்கு எதிர் திசையில் திசை வேகத்தை குறையச் செய்து பொருளானது நழுவுதலற்ற உருளுதலை ஏற்படுத்தும் வரை இடம்பெயர்வுக்கு திசைவேகத்தை அதிகரிக்கும். இவ்வகை சறுக்குதலை பின்னோக்கி நழுவுதல் என்றும் கூறலாம்.



படம் 5.36 நழுவுதல்



எடுத்துக்காட்டு 5.21

உருளும் சக்கரம் ஒன்றின் நிறை மையமானது 5 m s^{-1} திசைவேகத்துடன் இயங்குகிறது. இதன் ஆரம் 1.5 m மற்றும் கோண திசைவேகம் 3 rad s^{-1} ,

254

அலகு 5 துகள்களாலான அமைப்பு மற்றும் திண்மப்பொருட்களின் இயக்கம்

இச்சக்கரம் நழுவுதலற்ற உருளுதலில் உள்ளதா என சோதிக்க?

தீர்வு

இடம்பெயர்வு திசைவேகம் (V_{TRANS}) அல்லது நிறை மையத்தின் திசைவேகம்

$$V_{CM} = 5 \text{ m s}^{-1}$$

ஆரம், $R = 1.5 \text{ m}$ மற்றும் கோண திசைவேகம் $\omega = 3 \text{ rad s}^{-1}$

சுழற்சி திசைவேகம், $V_{ROT} = R \omega$

$$V_{ROT} = 1.5 \times 3$$

$$V_{ROT} = 4.5 \text{ m s}^{-1}$$

எனவே $V_{CM} > R\omega$. அல்லது $V_{TRANS} > R\omega$. இந்த இயக்கமானது நழுவுதலற்ற உருளுதல் இல்லை மாறாக சறுக்குதல் இயக்கத்தில் உள்ளது.

5.6.3 நழுவுதலற்ற உருளுதலின் இயக்க ஆற்றல்

நழுவுதலற்ற உருளுதல் இயக்கமானது இடம்பெயர்வு மற்றும் சுழற்சி இயக்கம் இணைந்த இயக்கமாகையால் மொத்த இயக்க ஆற்றலை இடம்பெயர்வு இயக்க ஆற்றல் (KE_{TRANS}) மற்றும் சுழற்சி இயக்க ஆற்றல் (KE_{ROT}) இவற்றின் கூடுதல் எனலாம்.

$$KE = KE_{TRANS} + KE_{ROT} \quad (5.56)$$

உருளும் பொருளின் நிறை M , நிறைமையத்தின் திசைவேகம் V_{CM} , அதன் நிலைமத்திருப்புத்திறன் நிறைமையத்தைப் பொருத்து I_{CM} மற்றும் கோண திசைவேகம் ω என்றால்,

$$KE = \frac{1}{2} M V_{CM}^2 + \frac{1}{2} I_{CM} \omega^2 \quad (5.57)$$

நிறை மையத்தை ஆதாரமாகப் பொருத்து

நிறை மையத்தைப் பொருத்து உருளும் பொருளின் நிலைமத்திருப்புத்திறன் ($I_{CM} = MK^2$), மற்றும் $V_{CM} = R\omega$. இங்கு, K என்பது சுழற்சி ஆரம்.



$$KE = \frac{1}{2} M v_{CM}^2 + \frac{1}{2} (MK^2) \frac{v_{CM}^2}{R^2}$$

$$KE = \frac{1}{2} M v_{CM}^2 + \frac{1}{2} M v_{CM}^2 \left(\frac{K^2}{R^2} \right) \quad (5.58)$$

$$KE = \frac{1}{2} M v_{CM}^2 \left(1 + \frac{K^2}{R^2} \right) \quad (5.59)$$

கிடைப்பரப்பை தொடும் புள்ளியைப் பொருத்து

உருளுதலின் போது கிடைப்பரப்பைத் தொடும் புள்ளியைப் பொருத்து ஏற்படும் கணச் சுழற்சியை எடுத்துக்கொண்டு இயக்க ஆற்றலுக்கான சமன்பாட்டை நாம் பெற இயலும் (உருளுதலுக்கான மற்றொரு முறை) தொடும்புள்ளியை O என எடுத்துக்கொண்டால்,

$$KE = \frac{1}{2} I_o \omega^2$$

இங்கு, I_o தொடும் புள்ளியைப் பொறுத்து நிலைமத் திருப்புத்திறன். இணையச்சு தேற்றத்தின் படி, $I_o = I_{CM} + MR^2$. இதனை, $I_o = MK^2 + MR^2$ என நாம் கூறலாம். மேலும் $v_{cm} = R\omega$ (அ) $\omega = \frac{v_{cm}}{R}$

$$KE = \frac{1}{2} (MK^2 + MR^2) \frac{v_{CM}^2}{R^2}$$

$$KE = \frac{1}{2} M v_{CM}^2 \left(1 + \frac{K^2}{R^2} \right) \quad (5.60)$$

சமன்பாடுகள் (5.59), (5.60) இரண்டும் சமம், ஆதலால் நழுவுதலற்ற உருளுதலுக்கான கணக்குகளுக்கான தீர்வுகளை கீழ்க்கண்ட ஏதேனும் ஒரு நிகழ்வின் மூலம் தீர்மானிக்கலாம். (i) நிறைமையத்தைப் பொருத்து இடம்பெயர்வு மற்றும் சுழல் இயக்கம் இரண்டும் இணைந்த நிகழ்வு (அ)

(ii) தொடும்புள்ளியில் கணச் சுழற்சியைப் பொருத்த நிகழ்வு.

எடுத்துக்காட்டு 5.22

திண்மக் கோளம் ஒன்று நழுவுதலற்ற உருளுதலில் உள்ளது. அதன் இடம்பெயர்ச்சி இயக்க ஆற்றலுக்கும், சுழற்சி இயக்க ஆற்றலுக்கும் இடையேயான விகிதம் என்ன?

தீர்வு

நழுவுதலற்ற உருளுதலின் மொத்த ஆற்றலுக்கான சமன்பாடு,

$$KE = KE_{\text{TRANS}} + KE_{\text{ROT}}$$

மொத்த இயக்க ஆற்றலுக்கான சமன்பாடுகளிலிருந்து (5.58) மற்றும் (5.59),

$$KE = \frac{1}{2} M v_{CM}^2 + \frac{1}{2} M v_{CM}^2 \left(\frac{K^2}{R^2} \right)$$

$$KE = \frac{1}{2} M v_{CM}^2 \left(1 + \frac{K^2}{R^2} \right)$$

என்பதால்,

$$\frac{1}{2} M v_{CM}^2 \left(1 + \frac{K^2}{R^2} \right) = \frac{1}{2} M v_{CM}^2 + \frac{1}{2} M v_{CM}^2 \left(\frac{K^2}{R^2} \right)$$

மேற்கண்ட சமன்பாட்டிலிருந்து நழுவுதலற்ற உருளுதலின் மொத்த இயக்க ஆற்றலிற்கும் இடம்பெயர்ச்சி மற்றும் சுழற்சி இயக்க ஆற்றலிற்கும் இடையேயான தகவு

$$KE : KE_{\text{TRANS}} : KE_{\text{ROT}} :: \left(1 + \frac{K^2}{R^2} \right) : 1 : \left(\frac{K^2}{R^2} \right)$$

$$\text{இப்பொழுது, } KE_{\text{TRANS}} : KE_{\text{ROT}} :: 1 : \left(\frac{K^2}{R^2} \right)$$

$$\text{திண்ம கோளகத்திற்கு, } \frac{K^2}{R^2} = \frac{2}{5}$$

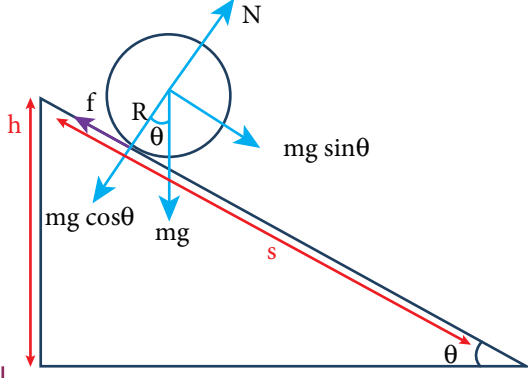
$$\text{எனவே, } KE_{\text{TRANS}} : KE_{\text{ROT}} :: 1 : \frac{2}{5} \quad \text{or}$$

$$KE_{\text{TRANS}} : KE_{\text{ROT}} :: 5 : 2$$

5.6.4. சாய்தளத்தில் உருளுதல்

சாய்தளத்தில் நிறை m , ஆரம் R கொண்ட உருளை வடிவப்பொருள் நழுவாமல் கீழ் நோக்கி உருள்வதை படம் (5.34) காட்டுவது போல் கருதுக. சாய்தளத்தில் பொருளின் மீது இரு விசைகள் செயல்படுகின்றன. அதில் ஒன்று புவி ஈர்ப்பு விசையின் கூறு ($mg \sin \theta$), மற்றொன்று நிலை உராய்வு (f) ஆகும். புவியீர்ப்பு விசையின் மற்றொரு கூறு ($mg \cos \theta$) ஆனது

தளத்திற்குச் செங்குத்தாக செயல்படும் செங்குத்து விசையினால் சமன் செய்யப்படுகிறது. ஆகவே சாய்தளத்தின் மீது ஏற்படும், இவ்வியக்கத்திற்கான சமன்பாட்டை தனித்த பொருளின் விசைப்படம் மூலம் பெறலாம்.



படம் 5.37 சாய்தளத்தில் உருளும் இயக்கம்

$mg \sin \theta$ வானது இடப்பெயர்ச்சி இயக்கத்தை ஏற்படுத்தும் விசையாகவும், உராய்வு விசை இடப்பெயர்ச்சி இயக்கத்தை எதிர்க்கும் விசையாகவும் இருக்கிறது.

$$mg \sin \theta - f = ma \quad (5.61)$$

சுழற்சி இயக்கத்தின் போது, பொருளின் மையத்தை பொருத்து திருப்பு விசையை கருதுக. $mg \sin \theta$ வின் கூறு திருப்பு விசையை ஏற்படுத்தாது, ஆனால் உராய்வு விசை f திருப்பு விசை Rf யை ஏற்படுத்தும்.

$$Rf = I\alpha$$

$a = r \alpha$, $I = mK^2$, என்ற தொடர்புகளின் படி.

$$Rf = mK^2 \frac{a}{R}; \quad f = ma \left(\frac{K^2}{R^2} \right)$$

(5.61) சமன்பாடானது,

$$\begin{aligned} mg \sin \theta - ma \left(\frac{K^2}{R^2} \right) &= ma \\ mg \sin \theta &= ma + ma \left(\frac{K^2}{R^2} \right) \\ a \left(1 + \frac{K^2}{R^2} \right) &= g \sin \theta \end{aligned}$$

சமன்பாட்டை பின்வருமாறு எழுதினால் முடுக்கமானது (a)

$$a = \frac{g \sin \theta}{\left(1 + \frac{K^2}{R^2} \right)} \quad (5.62)$$

சாய்தளத்தில் உருளும் பொருளின் இறுதி திசைவேகத்தை இயக்கச் சமன்பாடுகளின் மூன்றாவது சமன்பாடான $v^2 = u^2 + 2as$ மூலமும் காணலாம். பொருளானது அமைதி நிலையிலிருந்து உருள ஆரம்பிக்கும் போது ஆரம்ப திசை வேகம் சுழி, ($u = 0$). சாய்தளத்தின் குத்துயரம் h எனும் போது, சாய்தளத்தின் நீளம் s ஆனது, $s = \frac{h}{\sin \theta}$

$$v^2 = 2 \frac{g \sin \theta}{\left(1 + \frac{K^2}{R^2} \right)} \left(\frac{h}{\sin \theta} \right) = \frac{2gh}{\left(1 + \frac{K^2}{R^2} \right)}$$

இருபுறமும் வர்க்க மூலம் காண,

$$v = \sqrt{\frac{2gh}{\left(1 + \frac{K^2}{R^2} \right)}} \quad (5.63)$$

உருளும் பொருள் சாய்தளத்தில் கீழ்நோக்கி இயங்க (அடிப்பகுதியை அடைய) எடுத்துக்கொள்ளும் காலத்தை இயக்கச் சமன்பாட்டில் முதலாவது சமன்பாடான, $v = u + at$ மூலம் பெறலாம். பொருளானது அமைதி நிலையிலிருந்து உருள ஆரம்பிக்கும் போது ($u = 0$),

$$\begin{aligned} t &= \frac{v}{a} \\ t &= \left(\sqrt{\frac{2gh}{\left(1 + \frac{K^2}{R^2} \right)}} \right) \left(\frac{\left(1 + \frac{K^2}{R^2} \right)}{g \sin \theta} \right) \\ t &= \sqrt{\frac{2h \left(1 + \frac{K^2}{R^2} \right)}{g \sin^2 \theta}} \quad (5.64) \end{aligned}$$

இச்சமன்பாட்டின் மூலம் நாம் அறிவது, கொடுக்கப்பட்ட ஒரு சாய்தளத்தில், மிகக்குறைந்த சுழற்சி ஆரம் கொண்ட உருளும் பொருள் முதலாவதாக வந்தடையும்.

எடுத்துக்காட்டு 5.23

நான்கு உருளை வடிவ பொருட்களான வளையம், வட்டத்தட்டு, உள்ளீடற்ற கோளம் மற்றும் திண்மக் கோளம் ஆகியவை ஒத்த ஆரம் R உடன் ஒரே நேரத்தில் சாய்தளத்தில் உருள ஆரம்பிக்கிறது. எந்த பொருள் சாய்தளத்தின் அடிப்பகுதியை முதலில் வந்தடையும் என்பதைக் காண்க.

தீர்வு

வளையம், வட்டத்தட்டு, உள்ளீடற்றக் கோளம் மற்றும் திண்ம கோளம் ஆகிய நான்கின் சுழற்சி

ஆரங்கள் K ஆனது R , $\sqrt{\frac{1}{2}}R$, $\sqrt{\frac{2}{3}}R$, $\sqrt{\frac{2}{5}}R$

(அட்டவணை (5.3) இன்படி இதன் எண்வடிவு முறையே $1 R$, $0.707 R$, $0.816 R$, $0.632 R$ ஆகும். நேரத்திற்கான சமன்பாடு

$$t = \sqrt{\frac{2h \left(1 + \frac{K^2}{R^2} \right)}{g \sin^2 \theta}}$$

சுழற்சி ஆரம் குறைவாகப் பெற்றுள்ள பொருள் அடிப்பகுதியை அடைய குறைந்த நேரத்தை எடுத்துக் கொள்ளும். சாய்தளத்தில் பொருட்கள் வந்தடையும் வரிசை: முதலில் திண்மக்கோளம், இரண்டாவது வட்டத்தட்டு, மூன்றாவது உள்ளீடற்ற கோளம், நான்காவது வளையம் என அமையும்.



பாடச் சுருக்கம்

- துகள்களுக்கிடையேயான தொலைவு மாறாமல் இருந்தால் அது திண்மப்பொருள் என்று கருதப்படுகிறது.
- ஒழுங்கான வடிவமுடைய பொருட்களில் நிறையானது சீராக பரவியிருந்தால் நிறை மையமானது வடிவியல் மையத்திலேயே அமையும்.
- நிகர திருப்புவிசையானது எந்தவொரு பொருளையும் சுழற்சி இயக்கத்திற்கு உட்படுத்தும்.
- ஒரு திண்மப்பொருளானது இடம்பெயர்வு சமநிலையில் உள்ளது எனில் அதன் மீதான மொத்த புறவிசையின் மதிப்பு சுழியாகும். அதேபோல் சுழற்சி சமநிலையில் உள்ளது எனில் அதன் மீதான மொத்த திருப்பு விசையின் மதிப்பு சுழியாகும்.
- ஒழுங்கற்ற அல்லது நீட்டிக்கப்பட்ட பொருட்களின் ஈர்ப்பு மையமானது, ஈர்ப்பியல் திருப்பு விசையின் மதிப்பு சுழியாகும் புள்ளியில் அமையும்.
- பொருளின் மீது செயல்படும் புறத்திருப்பு விசை சுழி எனில் சுழலும் அச்சைப் பொருத்த கோண உந்தம் மாறிலியாக இருக்கும்.
- எல்லா இடம்பெயர்வு இயக்க அளவுகளுக்கும் சமமான சுழற்சி இயக்க அளவுகள் உள்ளது.
- உருளுதல் என்பது இடம்பெயர்வு மற்றும் சுழற்சி சேர்ந்த இயக்கமாகும்.
- உருளுதல் என்பதை கிடைப்பரப்பை தொடும் புள்ளியிடத்து கணச் சுழற்சியாகவும் கருதலாம்.
- நழுவுதலற்ற உருளுதலின் போது மொத்த இயக்க ஆற்றல் என்பது இடம்பெயர்வு இயக்க ஆற்றல் மற்றும் சுழற்சி இயக்க ஆற்றல் ஆகியவற்றின் கூடுதல் ஆகும்.
- சறுக்குதலின் போது சுழற்சி இயக்கத்தை விட இடம்பெயர்வு இயக்கம் அதிகமாக இருக்கும்.
- நழுவுதலின் போது இடம்பெயர்வு இயக்கத்தை விட சுழற்சி இயக்கம் அதிகமாக இருக்கும்.

கருத்து வரைபடம்

துகள்களினால் ஆன அமைப்பின்
இயக்கமும் திண்மப் பொருளும்

நிறை மையம்

திருப்பு விசை

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$$

சம நிலை

$$F_{\text{net}} = 0; \tau_{\text{net}} = 0;$$

நிலைமத் திருப்புத்திறன்

$$I = MR^2$$

சுழற்சி இயக்கவியல்

$$\tau = I \alpha$$

உருளுதல்

$$V_{\text{cm}} = r\omega$$



I. சரியான விடை தேர்ந்தெடுக்க:

1. துகள்களால் ஆன அமைப்பின் நிறை மையம் சாராதிருப்பது

[AIPMT 1997, AIEEE 2004]

- (a) துகள்களின் நிலை
(b) துகள்களுக்கிடையே உள்ள தொலைவு
(c) துகள்களின் நிறை
(d) துகளின் மீது செயல்படும் விசை

2. இரட்டை உருவாக்குவது

[AIPMT 1997]

- (a) சுழற்சி இயக்கம்
(b) இடப்பெயர்ச்சி இயக்கம்
(c) சுழற்சி மற்றும் இடப்பெயர்ச்சி
(d) இயக்க மின்மை

3. துகள் ஒன்று மாறாத திசைவேகத்துடன் X அச்சுக்கு இணையான நேர்கோட்டின் வழியே இயங்கி கொண்டிருக்கிறது. ஆதியைப் பொருத்து எண்ணளவில் அதன் கோண உந்தம்.

[IIT 2002]

- (a) சுழி
(b) x ஐப் பொருத்து அதிகரிக்கிறது
(c) x ஐப் பொருத்து குறைகிறது.
(d) மாறாதது

4. 3 kg நிறையும் 40 cm ஆரமும் கொண்ட உள்வீடற்ற உருளையின் மீது கயிறு ஒன்று சுற்றப்பட்டுள்ளது. கயிற்றை 30 N விசையை கொண்டு இழுக்கப்படும் போது உருளையின் கோண முடுக்கத்தை காண்க.

[NEET 2017]

- (a) 0.25 rad s^{-2}
(b) 25 rad s^{-2}
(c) 5 m s^{-2}
(d) 25 m s^{-2}



5. உருளை வடிவக் கலனில் பகுதியாக நீர் நிரப்பப்பட்டு மூடி வைக்கப்பட்டுள்ளது.

கலனிற்கு செங்குத்து இரு சம வெட்டியின் வழிச்செல்லும் அச்சைப்பற்றி கிடைத்தளத்தில் சுழலும் போது அதன் நிலைமத் திருப்புத்திறன்.

[IIT 1998]

- (a) அதிகரிக்கும்
(b) குறையும்
(c) மாறாது
(d) சுழலும் திசையைச் சார்ந்தது.

6. திண்பொருள் ஒன்று கோண உந்தம் L உடன் சுழல்கிறது இதன் இயக்க ஆற்றல் பாதியானால் கோண உந்தமானது

[AFMC 1998, AIPMT 2015]

- (a) L (b) $L/2$
(c) 2L (d) $L/\sqrt{2}$

7. துகள் ஒன்று சீரான வட்ட இயக்கத்திற்கு உட்படுகிறது. கோண உந்தம் எதைப் பொருத்து மாறாது

[IIT 2003]

- (a) வட்டத்தின் மையத்தை
(b) வட்டப்பரிதியில் ஏதேனும் ஒரு புள்ளியை
(c) வட்டத்தின் உள்ளே ஏதேனும் ஒரு புள்ளியை
(d) வட்டத்தின் வெளியே ஏதேனும் ஒரு புள்ளியை

8. ஒரு நிறையானது நிலையான புள்ளியைப் பொருத்து ஒரு தளத்தில் சுழலும்போது, அதன் கோண உந்தத்தின் திசையானது

[AIPMT 2012]

- (a) சுழலும் தளத்திற்கு செங்குத்துத் திசையில் செல்லும் கோட்டின் வழியாக இருக்கும்
(b) சுழலும் தளத்திற்கு 45° கோணத்தில் செல்லும் கோட்டின் வழியாக இருக்கும்
(c) ஆரத்தின் வழியாக இருக்கும்
(d) பாதையின் தொடுகோட்டு திசையின் வழியாக இருக்கும்.

9. சமமான நிலைமத் திருப்புத்திறன் கொண்ட வட்டத்தட்டுகள், மையம் வழியே வட்டத்தட்டுகளின் தளத்திற்கு செங்குத்தாக

செல்லும். அச்சைப் பற்றி ω_1 மற்றும் ω_2 என்ற கோண திசைவேகங்களுடன் சுழல்கின்றன. இவ்விரு வட்டத்தட்டுகளின் அச்சுகளை ஒன்றிணைக்குமாறு அவை ஒன்றுடன் ஒன்று பொருத்தப்படுகின்றன எனில், இந்நிகழ்வின்போது ஆற்றல் இழப்பிற்கான கோவையானது

- (a) $\frac{1}{4} I(\omega_1 - \omega_2)^2$ (b) $I(\omega_1 - \omega_2)^2$
(c) $\frac{1}{8} I(\omega_1 - \omega_2)^2$ (d) $\frac{1}{2} I(\omega_1 - \omega_2)^2$

[NEET 2017]

10. I_a நிலைமத் திருப்புத்திறன் கொண்ட வட்டத்தட்டு மாறாத கோண திசைவேகம் ω வுடன் கிடைத்தளத்தில் சமச்சீரான அச்சைப் பற்றி சுழல்கிறது. ஓய்வு நிலையிலுள்ள மற்றொரு வட்டத்தட்டின் I_b என்ற நிலைமத்திருப்புத்திறனுடன் சுழலும் வட்டத்தட்டின் மீது அச்சுமூலம் அச்சிலேயே விடப்படுகிறது. இதனால் இரு வட்டத்தட்டுகளும் மாறா கோண வேகத்தில் சுழல்கிறது. இந்நிகழ்வில் உராய்வினால் ஏற்படும் ஆற்றல் இழப்பு

- (a) $\frac{1}{2} \frac{I_b^2}{(I_a + I_b)} \omega^2$
(b) $\frac{I_b^2}{(I_a + I_b)} \omega^2$
(c) $\frac{(I_b - I_a)^2}{(I_a + I_b)} \omega^2$
(d) $\frac{1}{2} \frac{I_a I_b}{(I_a + I_b)} \omega^2$ [AIPMT 2001]

11. M நிறையும் R ஆரமும் கொண்ட திண்மக் கோணமானது θ கோணம் உள்ள சாய்தளத்தில் கீழ்நோக்கி நழுவாமல் உருளுதலின் போதும் உருளாமல் சறுக்குதலின் போதும் பெற்றிருக்கும் முடுக்கங்களின் விகிதம்
(a) 5:7 (b) 2:3 (c) 2:5 (d) 7:5

[AIPMT 2014]

12. மையத்தை தொட்டுச் செல்லும் R விட்டமுடைய வட்டத்தட்டு வெட்டி எடுக்கப்படுகிறது. மீதமுள்ள பகுதியின் தளத்திற்கு செங்குத்தான அச்சைப் பொருத்து நிலைமத்திருப்புத் திறனானது

- (a) $15MR^2/32$ (b) $13MR^2/32$
(c) $11MR^2/32$ (d) $9MR^2/32$

[NEET 2016]

13. திண்மக்கோளம் ஒன்று சறுக்காமல் உச்சியிலிருந்து கீழ்நோக்கி அமைதிநிலையிலிருந்து h குத்துயரம் கொண்ட சாய்தளத்தை கடக்கும்போது அதன் வேகம்.

- (a) $\sqrt{\frac{4}{3} gh}$ (b) $\sqrt{\frac{10}{7} gh}$
(c) $\sqrt{2 gh}$ (d) $\sqrt{\frac{1}{2} gh}$

14. கிடைத்தளத்தில் உருளும் சக்கரம் ஒன்றின் மையத்தின் வேகம் v_0 சக்கரத்தின் பரியில் மையப் புள்ளிக்கு இணையான உயரத்தில் உள்ள புள்ளி இயக்கத்தின் போது பெற்றிருக்கும் வேகம்.

- (a) சுழி (b) v_0
(c) $\sqrt{2} v_0$ (d) $2v_0$

[PMT 1992, PMT 2003, IIT 2004]

15. சாய்தளத்தில் M நிறையும் R ஆரமும் கொண்ட உருளை வடிவப்பொருள் நழுவாமல் கீழ்நோக்கி உருள்கிறது. அது உருளும் உராய்வு விசையானது

[PMT 2005]

- (a) இயக்க ஆற்றலை வெப்ப ஆற்றலாக மாற்றும்
(b) சுழற்சி இயக்கத்தை குறைக்கும்
(c) சுழற்சி மற்றும் இடப்பெயர்ச்சி இயக்கங்களை குறைக்கும்
(d) இடப்பெயர்ச்சி ஆற்றலை சுழற்சி ஆற்றலாக மாற்றும்

விடைகள்

- 1) d 2) a 3) d 4) b 5) a
6) d 7) a 8) a 9) a 10) d
11) a 12) b 13) b 14) c 15) d

II. குறுவினாக்கள்

1. நிறைமையம் வரையறு.
2. கீழ்க்கண்ட வடிவியல் அமைப்புகளின் நிறைமையத்தை காண்க.
(அ) சமபக்க முக்கோணம்
(ஆ) உருளை
(இ) சதுரம்
3. திருப்புவிசை வரையறு. அதன் அலகு யாது?
4. திருப்பு விசையை உருவாக்காத விசைகளுக்கான நிபந்தனை யாது?
5. நடைமுறை வாழ்வில் திருப்பு விசை பயன்படுத்தப்படும் எடுத்துக் காட்டுகள் ஏதேனும் இரண்டு கூறு.
6. திருப்பு விசைக்கும் கோண உந்தத்திற்கும் இடையேயான தொடர்பு யாது?
7. சமநிலை என்றால் என்ன?
8. உறுதி மற்றும் உறுதியற்ற சமநிலையை எவ்வாறு வேறுபடுத்துவாய்?
9. இரட்டையின் திருப்புத்திறனை வரையறு.
10. திருப்புத்திறனின் தத்துவத்தை கூறு.
11. ஈர்ப்பு மையத்தை வரையறு.
12. நிலைமத்திருப்புத்திறனின் சிறப்பு அம்சங்கள் ஏதேனும் இரண்டைக் கூறு?
13. சுழற்சி ஆரம் என்றால் என்ன?
14. கோண உந்த மாறா விதியைக் கூறு.
15. (அ) நிறை
(ஆ) விசை என்ற இயற்பியல் அளவுகளுக்கு சமமான சுழற்சி இயக்க அளவுகள் யாவை?
16. தூய உருளுதலுக்கான நிபந்தனை என்ன?
17. சறுக்குதலுக்கும் நழுவுதலுக்கும் உள்ள வேறுபாடுகள் யாவை?

III. நெடுவினாக்கள்

1. சமநிலையின் வகைகளை தக்க உதாரணங்களுடன் விளக்குக.
2. ஒழுங்கற்ற வடிவமுடைய பொருட்களின் நிறை மையம் காணும் முறையை விளக்குக.

3. சைக்கிள் ஒட்டுபவர் வளைவுப்பாதையை கடக்க முயலும் போது சாய்வதற்கான காரணம் என்ன? கொடுக்கப்பட்ட திசை வேகத்திற்கு சைக்கிள் ஒட்டுபவர் சாயும் கோணத்திற்கான சமன்பாட்டை பெறுக.
4. தண்டு ஒன்றின் நிலைமத்திருப்புத்திறனை அதன் மையம் வழியாகவும், தண்டிற்கு செங்குத்தாகவும் செல்லும் அச்சைப் பொருத்ததுமான சமன்பாட்டை விவரி.
5. சீரான வளையத்தின் மையம் வழிச் செல்வதும், தளத்திற்கு செங்குத்தானதுமான அச்சைப் பற்றிய நிலைமத்திருப்புத்திறனிற்கான சமன்பாட்டை வருவி.
6. சீரான வட்டத்தட்டின் மையம் வழிச் செல்வதும், தளத்திற்கு செங்குத்தானதுமான அச்சைப் பற்றிய நிலைமத்திருப்புத்திறனைக் காண்க.
7. கோண உந்த மாறா விதியை தக்க உதாரணங்களுடன் விவரி.
8. இணையச்சு தேற்றத்தை கூறி நிரூபிக்க
9. செங்குத்து அச்சுத் தேற்றத்தைக் கூறி நிரூபிக்க
10. சாய்தளத்தில் உருளுதலை விவரி மற்றும் அதன் முடுக்கத்திற்கான சமன்பாட்டை பெறுக.

IV. பயிற்சிக் கணக்குகள்

1. 100 g நிறையுள்ள சீரான வட்டத் தட்டின் விட்டம் 10 cm கிடைத்தள மேசையின் மீது 20 cm s⁻¹ திசை வேகத்துடன் உருளும் போது அதன் மொத்த ஆற்றலை கணக்கிடுக.
(விடை: 0.005 J)
2. 5 அலகுகள் நிறை கொண்ட ஒரு துகள் $v = 3\sqrt{2}$ அலகுகள் சீரான வேகத்துடன் XOY தளத்தில் $y = x + 4$ என்ற சமன்பாட்டின் படி இயங்குகிறது. அத்துகளின் கோண உந்தத்தை காண்க.
(விடை: 60 அலகுகள்)
3. சுழலும் சக்கரமொன்று சீரான கோண முடுக்கத்துடன் சுழல்கிறது, இதன் கோணத்திசைவேகம் 20π rad s⁻¹ லிருந்து 40π rads⁻¹ க்கு 10 வினாடிகளில் அதிகரிக்கப்படுகிறது. எனில் சுற்றுகளின் எண்ணிக்கையை காண்க.
(விடை: 150 சுழற்சி)



4. m நிறையும், l நீளமும் கொண்ட தண்டு அதன் ஒரு முனையின் வழிச்செல்லும் அச்சைப் பொருத்து θ கோணத்தை ஏற்படுத்துகிறது. அந்த அச்சைப் பற்றிய நிலைமத்திருப்புத்திறனைக் காண்க.

(விடை: $\frac{1}{3}Ml^2 \sin^2 \theta$)

5. இரு துகள்கள் P மற்றும் Q என்பனவற்றின் நிறைகள் முறையே 1 kg மற்றும் 3 kg அவற்றிற்கு இடையேயான கவர்ச்சி விசையினால் 30 m s^{-1} மற்றும் 6 m s^{-1} என்ற திசைவேகங்களுடன் ஒன்றை ஒன்று நோக்கி நகர்கின்றன. அவற்றின் நிறைமையங்களின் திசைவேகங்கள் என்ன?

(விடை: சுழி)

6. ஹைட்ரஜன் மூலக் கூறு ஒன்றின் நிலைமத்திருப்புத்திறனை அதன் நிறைமையத்தின் வழியாகவும் அணுக்களுக்கிடையேயான அச்சிற்கு செங்குத்தாகவும் செல்லும் அச்சைப் பொருத்து காண்க ஹைட்ரஜன் அணுவின் நிறை $= 1.7 \times 10^{-27}\text{ kg}$ மற்றும் அணுவிடைத் தொலைவு $= 4 \times 10^{-10}\text{ m}$ என கொள்க. விடை $1.36 \times 10^{-36}\text{ kg m}^2$ (குறிப்பு- ஒரு அணுவிற்கு நிலைமத்திருப்புத்திறனை கண்டறிந்து இருமடங்காக கணக்கிடுக)

(விடை: $1.36 \times 10^{-46}\text{ kg m}^2$)



மேற்கோள் நூல்கள்

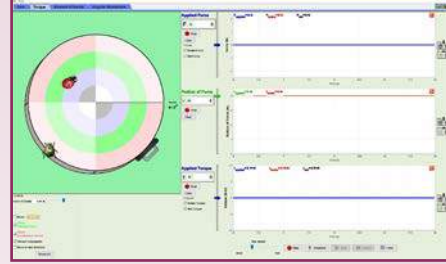
1. Michael Nelkon and Philip Parker, Advanced Level Physics, 7th Edition, CBS Publishers & Distributors Pvt. Ltd, (2006).
2. David Halliday, Robert Resnick and Jearl Walker, Fundamentals of Physics, 6th Edition, John Wiley & Sons Inc., (2004).
3. H.C. Verma, Concepts of Physics [Part 1], 1st Edition, Bharathi Bhawan Publishers & Distributors Pvt. Ltd., (2008).
4. Igor Irodov, Problems in General Physics, 3rd Edition, Mir Publishers, Moscow, (2006).
5. Roger A. Freedman, Hugh D. Young, Sears and Zemansky's University Physics: Mechanics, 12th Edition, Pearson, (2011).



இணையச் செயல்பாடு

நிலைமத் திருப்புத்திறன்

எதைச் சுழற்றுவது எளிது?
வட்ட வளையத்தையா அல்லது
வட்டத்தட்டையா?



படிகள்

- கீழ்க்காணும் உரலி / விரைவுக் குறியீட்டைப் பயன்படுத்தி 'PhET' திருப்புவிசை பக்கத்திற்குச் சென்று 'java applet' - யைத் தரவிறக்கம் செய்து திறக்கவும்.
- பீடத்தின் நிறை 0.1 kg, வெளிப்புற ஆரம் 4m, (உள் ஆரம் 0) என பொருத்திக்கொள்ளவும். தற்போது வட்டத்தட்டைச் சுழற்ற 'go' என்ற பொத்தானை அழுத்தி நிலைமத் திருப்புத்திறனின் மதிப்பைப் பெறவும்.
- நிறை மற்றும் ஆரத்தின் அளவுகளை மாற்றியமைத்து நடு வரைபடத்தில் ஏற்படும் நிலைமத் திருப்புத்திறனின் மாற்றத்தை உற்று நோக்கவும்.
- வட்டத்தட்டின் உள்ஆரம் மற்றும் வெளி ஆரத்தின் மதிப்புகளைச் சமமாக வைத்து, நிறையை 0.1 kg என்று வைக்கவும். இப்படி வைக்கும் போது வட்டத்தட்டு வட்டவளையமாகும். இப்போது 'OK' என்னும் பொத்தானைச் சொடுக்கவும்.
- நடு வரைபடத்தில் உள்ள நிலைமத் திருப்புத்திறனின் மதிப்பை உற்றுநோக்குக. ஒரே ஆரம் மற்றும் ஒரே நிறை கொண்ட வட்டத்தட்டு மற்றும் வட்டவளையத்தின் நிலைமத் திருப்புத்திறன்களை ஒப்பிடுக.

குறிப்பு: நிலைமத் திருப்புத்திறன் அதிகமாக இருந்தால், கோணத்திசையில் முடுக்கமடையச் செய்வது கடினமாக இருக்கும்.

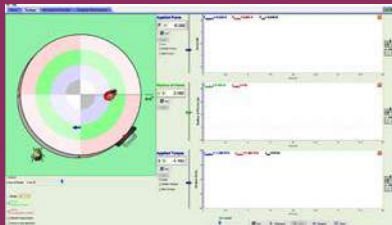
படி 1



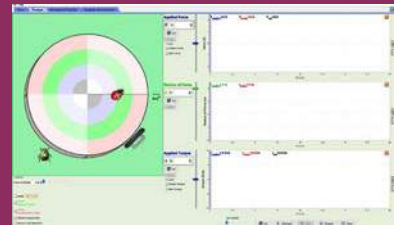
படி 2



படி 3



படி 4



உரலி:

<https://phet.colorado.edu/en/simulation/torque>

*படங்கள் அடையாளத்திற்கு மட்டும்.

* Flash Player or Java Script தேவையெனில் அனுமதிக்க.



B126_11_PHY_TM



பின் இணைப்பு 1

தீர்க்கப்பட்டகணக்குகள்-அலகு 1

1. $[P + \frac{a}{V^2}][V - b] = RT$ என்ற சமன்பாட்டில் a மற்றும் b - இன் பரிமாண வாய்ப்பாடுகளைக் காண்க. இங்கு P என்பது வாயுவின் அழுத்தத்தையும், V என்பது வாயுவின் பருமனையும் குறிக்கிறது.

தீர்வு

பரிமாணத்தின் ஒரு படித்தான நெறி முறைப்படி a/V^2 என்பது அழுத்தத்தின் பரிமாணமாகும். b என்பது பருமனின் பரிமாணமாகும்.

$$\begin{aligned} [a] &= [\text{அழுத்தம்}] [V^2] = [ML^{-1}T^{-2}] [L^6] \\ &= [ML^5T^{-2}] \\ [b] &= [V] = L^3 \end{aligned}$$

2. $(P^{-5/6} \rho^{1/2} E^{1/3})$ இன் பரிமாணம் காலத்தின் பரிமாணத்திற்குச் சமம் என நிரூபி. இங்கு P என்பது அழுத்தம், ρ என்பது அடர்த்தி, E என்பது ஆற்றல் ஆகும்.

தீர்வு

$$\begin{aligned} \text{அழுத்தத்தின் பரிமாணம்} &= [ML^{-1}T^{-2}] \\ \text{அடர்த்தியின் பரிமாணம்} &= [ML^{-3}] \\ \text{ஆற்றலின் பரிமாணம்} &= [ML^2T^{-2}] \end{aligned}$$

இதனைக் கொடுக்கப்பட்ட சமன்பாட்டில் பிரதியிட

$$\begin{aligned} &= [ML^{-1}T^{-2}]^{-5/6} [ML^{-3}]^{1/2} [ML^2T^{-2}]^{1/3} \\ &= M^{-5/6+1/2+1/3} L^{5/6-3/2+2/3} T^{5/3-2/3} \\ &= M^0 L^0 T^1 = [T] \\ &\text{காலத்தின் பரிமாணமாகும்.} \end{aligned}$$

3. நிறையின் பரிமாணத்தை ஆற்றல் $[E]$, நீளம் $[L]$ மற்றும் காலம் $[T]$ ஆகியவற்றைக் கொண்டு கணக்கிடுக

தீர்வு ஆற்றல், நீளம் மற்றும் காலம் இவற்றின் பரிமாணங்கள் முறையே $[E]$, $[L]$ மற்றும் $[T]$ என்க.

$$\begin{aligned} \text{விசை} &= \text{நிறை} \times \text{முடுக்கம்} \\ \text{என்பதை நாம் அறிவோம்} \\ \text{நிறை} &= \frac{\text{விசை}}{\text{முடுக்கம்}} \\ &= \frac{\text{செய்யப்பட்ட வேலை (அல்லது) ஆற்றல்}}{\text{முடுக்கம்} \times \text{இடப்பெயர்ச்சி}} \\ [m] &= \frac{[\text{ஆற்றல்}]}{[\text{முடுக்கம்}] \times [\text{இடப்பெயர்ச்சி}]} \\ &= \frac{[E]}{[LT^{-2}][L]} = \frac{[E]}{[L^2T^{-2}]} = [EL^{-2}T^2] \end{aligned}$$

4. Q என்ற இயற்பியல் அளவு x, y, z ஆகிய அளவுகளைப் பொறுத்தது எனில்

$Q = \frac{x^2 y^3}{z^1}$ என்ற சமன்பாட்டில் x, y மற்றும் z இன் விழுக்காட்டுப் பிழைகள் முறையே 2%, 3% மற்றும் 1% எனில், Qவின் விழுக்காட்டுப் பிழையைக் கணக்கிடுக.

தீர்வு

$$Q = \frac{x^2 y^3}{z} \text{ என்க}$$

$$\frac{\Delta x}{x} = 2\%, \quad \frac{\Delta y}{y} = 3\%, \quad \frac{\Delta z}{z} = 1\%$$

$$\frac{\Delta Q}{Q} = 2\left(\frac{\Delta x}{x}\right) + 3\left(\frac{\Delta y}{y}\right) + 1\left(\frac{\Delta z}{z}\right)$$

$$= 2(2\%) + 3(3\%) + 1(1\%)$$

$$\frac{\Delta Q}{Q} = 4\% + 9\% + 1\% = 14\%$$

5. ஒரு பொருளின் நிறை மற்றும் பருமன் முறையே (4 ± 0.03) kg மற்றும் (5 ± 0.01) m எனக் கண்டறியப் பட்டுள்ளது எனில், அடர்த்தியின் பெரும சதவிகிதப் பிழையைக் கண்டறிக.

தீர்வு

நிறை $m = 4 \pm 0.03$ kg
 பருமன் $V = 5 \pm 0.01$ m³
 அடர்த்தியின் பிழை = ?

$$\text{நிறையின் பிழை} = \frac{0.03}{4} \times 100 = 0.75\%$$

$$\text{பருமனின் பிழை} = \frac{0.01}{5} \times 100 = 0.2\%$$

$$\text{அடர்த்தி} = \frac{\text{நிறை}}{\text{பருமன்}}$$

அடர்த்தியின் சதவிகிதப்பிழை

$$= \text{நிறையின் சதவிகிதப்பிழை} + \text{பருமனின் சதவிகிதப்பிழை}$$

$$= 0.75\% + 0.2\% = 0.95\%$$

6. வெர்னியர் அளவி கொண்டு கண்டறியப்பட்ட உருளையின் வெவ்வேறு நீளங்கள் 2.36 cm, 2.27 cm, 2.26 cm, 2.28 cm, 2.31 cm, 2.28 cm மற்றும் 2.29 cm. எனில் உருளையின் நீளத்தின் சராசரி, தனிப்பிழை, ஒப்பிட்டுப் பிழை மற்றும் விழுக்காட்டுப் பிழையைக் காண்க.

தீர்வு

கொடுக்கப் பட்ட அளவீடுகள் 2.36 cm, 2.27cm, 2.26 cm, 2.28 cm, 2.31cm, 2.28 cm மற்றும் 2.29 cm ஆகும்.

$$\text{சராசரி } \bar{l} = \frac{2.36 + 2.27 + 2.26 + 2.28 + 2.31 + 2.28 + 2.29}{7}$$

$$\frac{16.05}{7} = 2.29 \text{ cm}$$

அளவீடுகளின் தனிப்பிழைகள்

$$\Delta l_1 = |2.29 - 2.36| = 0.07$$

$$\Delta l_2 = |2.29 - 2.27| = 0.02$$

$$\Delta l_3 = |2.29 - 2.26| = 0.03$$

$$\Delta l_4 = |2.29 - 2.28| = 0.01$$

$$\Delta l_5 = |2.29 - 2.31| = 0.02$$

$$\Delta l_6 = |2.29 - 2.28| = 0.01$$

$$\Delta l_7 = |2.29 - 2.29| = 0.00$$

சராசரி தனிப்பிழை $\Delta l_{\text{mean}} =$

$$\frac{0.07 + 0.02 + 0.03 + 0.01 + 0.02 + 0.01 + 0.00}{7}$$

$$= \frac{0.16}{7} = 0.02$$

ஒப்பிட்டுப்பிழை

$$= \frac{\Delta l_{\text{mean}}}{\bar{l}} = \pm \frac{0.02}{2.29} = \pm 8.7 \times 10^{-3}$$

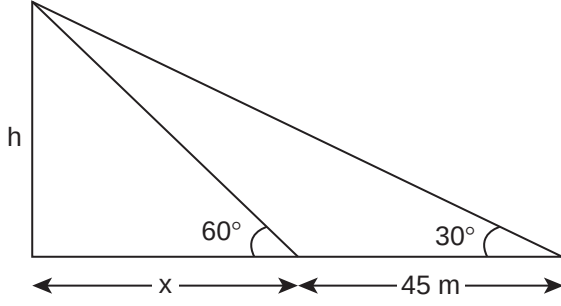
$$\text{விழுக்காட்டுப்பிழை} = \pm 8.7 \times 10^{-3} \times 100$$

$$= \pm (8.7 \times 10^{-1}) = 0.9\%$$

7. இரு வெவ்வேறு நேரங்களில் சமதளத்தில் செங்குத்தாக நிறுத்தப்பட்ட கம்பத்தின் வெவ்வேறு நேரங்களில் ஏற்படும் நிழல்களின் முனையிலிருந்து சூரியனின் ஏற்றக்கோணம் 60° மற்றும் 30° ஆக பெறப்படும் புள்ளிகள் 45 m தொலைவில் உள்ளன எனில் கம்பத்தின் உயரத்தை கணக்கிடுக. [$\sqrt{3} = 1.73$]

தீர்வு

கம்பத்தின் உயரம் h என்க.



$$\frac{x+45}{h} = \cot 30^\circ \Rightarrow h = \frac{x+45}{\cot 30^\circ}$$

x இன் மதிப்பைப் பிரதியிட

$$\frac{x}{h} = \cot 60^\circ \Rightarrow x = h \cot 60^\circ$$

$$h = \frac{h \cot 60^\circ + 45}{\cot 30^\circ}$$

$$h \cot 30^\circ = h \cot 60^\circ + 45$$

$$h (\cot 30^\circ - \cot 60^\circ) = 45$$

$$h = \frac{45}{\cot 30^\circ - \cot 60^\circ} = \frac{45}{\sqrt{3} - \frac{1}{\sqrt{3}}}$$

$$\text{கம்பத்தின் உயரம் } h = 38.97 \text{ m}$$

8. 100 வயதுடைய முதியவரின் மொத்த இதயத்துடிப்புகளின் எண்ணிக்கையை கணக்கிடுக. ஒரு துடிப்பின் காலம் = 0.8 s.

தீர்வு

மனிதனின் வயது = 100 வருடங்கள்

100 வருடத்தில் 76 சாதாரண ஆண்டுகளும் 24 லீப் ஆண்டுகளும் உள்ளன.

$$\begin{aligned} \text{மொத்த நாட்கள்} &= (76 \times 365) + (24 \times 366) \\ &= 36524 \text{ நாட்கள்} \end{aligned}$$

வினாடிகளின் எண்ணிக்கை

$$\begin{aligned} &= 36524 \times 24 \times 3600 \\ &= 3.155 \times 10^9 \text{ நொடிகள்} \end{aligned}$$

துடிப்புகளின் எண்ணிக்கை

$$= \frac{3.155 \times 10^9}{0.8} = 3.94 \times 10^9$$

9. புவியின் நடுவரைக் கோட்டின் எதிரெதிர் புள்ளியல் இருந்து காணும் ஒரு வான் பொருளின் இடமாறு தோற்றக் கோணம் $2'$ எனில் வான்பொருளின் தொலைவைக் கணக்கிடுக. [புவியின் ஆரம் = 6400 km] [$1'' = 4.85 \times 10^{-6} \text{ rad}$]

தீர்வு

$$\begin{aligned} \text{கோணம் } \theta &= 2' = 2 \times 60'' = 120'' \\ &= 120 \times 4.85 \times 10^{-6} \text{ rad} \end{aligned}$$

$$\theta = 5.82 \times 10^{-4} \text{ rad};$$

வான் பொருளின் தொலைவு

$$D = \frac{d}{\theta} = \frac{12800 \times 10^3}{5.82 \times 10^{-4}}$$

$$D = 2.19 \times 10^{10} \text{ m}$$

10. பரிமாணப் பகுப்பாய்வு மூலம் 72 km h^{-1} என்ற திசை வேகத்தை m s^{-1} இல் மாற்றுக.

தீர்வு

$$\begin{aligned} n_1 &= 72 \text{ km h}^{-1} & n_2 &= ? \\ L_1 &= 1 \text{ km} & L_2 &= 1 \text{ m} \\ T_1 &= 1 \text{ h} & T_2 &= 1 \text{ s} \end{aligned}$$

$$n_2 = n_1 \left[\frac{L_1}{L_2} \right]^a \left[\frac{T_1}{T_2} \right]^b$$

திசைவேகத்தின் பரிமாண வாய்ப்பாடு

$$[M^0 L T^{-1}] = [L T^{-1}]$$

$$\begin{aligned} a &= 1 \quad b = -1 \\ n_2 &= 72 \left[\frac{1 \text{ km}}{1 \text{ m}} \right]^1 \left[\frac{1 \text{ h}}{1 \text{ s}} \right]^{-1} \\ n_2 &= 72 \left[\frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ m}} \right]^1 \left[\frac{3600 \text{ s}}{1 \text{ s}} \right]^{-1} \\ &= 72 \times 1000 \times 1/3600 = 20 \text{ m s}^{-1} \\ 72 \text{ km h}^{-1} &= 20 \text{ m s}^{-1} \end{aligned}$$

11. பரிமாண முறையில் கீழ்க்காணும் சமன்பாடு சரியா எனக்கணக்கிடுக. முடிவைப் பற்றி உனது கருத்தைத் தருக.

$s = ut + 1/4 at^2$ இங்கு s என்பது துகளின் இடப்பெயர்ச்சி, u என்பது ஆரம்பத் திசைவேகம், t என்பது காலம் மற்றும் a என்பது முடுக்கம்.

தீர்வு

இடப்பெயர்ச்சியின் பரிமாணம் $s = [L]$
ஆரம்பத் திசைவேகத்தின் பரிமாணம்

$$u = [LT^{-1}]$$

காலத்தின் பரிமாணம் $t = [T]$

முடுக்கத்தின் பரிமாணம்

$$a = [LT^{-2}]$$

பரிமாணத்தின் ஒரு படித்தான நெறி முறைப்படி,

இடது புறப் பரிமாணங்கள் = வலது புறப் பரிமாணங்கள்

கொடுக்கப்பட்ட சமன்பாட்டில் பரிமாணங்களைப் பிரதியிட

$$s = ut + 1/4 at^2,$$

$$\frac{1}{4} \text{ ஓர்எண், பரிமாணங்கள்அற்றது}$$

$$\begin{aligned} [L] &= [LT^{-1}] [T] + [LT^{-2}] [T^2] \\ [L] &= [L] + [L] \end{aligned}$$

இடதுபுறம் உள்ள பரிமாண வாய்ப்பாடும் வலதுபுறம் உள்ள பரிமாண வாய்ப்பாடும் சமம்; எனவே, இச்சமன்பாடு பரிமாண முறைப்படி சரியான சமன்பாடாகும்.

கருத்து

இச்சமன்பாடு தவறானது. ஏனெனில் இயக்கத்திற்கான உண்மையான சமன்பாடு $s = ut + 1/2 at^2$ ஆகும்.

எனவே, பரிமாண முறைப்படிச் சரியான சமன்பாடு அனைத்தும் உண்மையான சமன்பாடாக இருக்காது.

ஆனால் உண்மையான சமன்பாடு, எப்பொழுதும் பரிமாண முறைப்படி சரியானச் சமன்பாடாக இருக்கும்.

12. கீழ்க்காணும் எண்களைக் குறிப்பிடப்பட்டவாறு முழுமைப்படுத்துக.

அ) 17.234 ஐ 3 இலக்கமாக முழுமைப்படுத்தவும்

ஆ) 3.996×10^5 ஐ 3 இலக்கமாக முழுமைப்படுத்தவும்.

இ) 3.6925×10^{-3} ஐ 2 இலக்கமாக முழுமைப்படுத்தவும்.

ஈ) 124783 ஐ 5 இலக்கமாக முழுமைப்படுத்தவும்.

தீர்வு

- அ) 17.2 ஆ) 4.00×10^5
இ) 3.7×10^{-3} ஈ) 124780

13. முக்கிய எண்ணுருக்கள் அடிப்படையில் பின்வருவனவற்றைத் தீர்க்க

அ) $\sqrt{4.5 - 3.31}$

ஆ) $(5.9 \times 10^5) - (2.3 \times 10^4)$

இ) $7.18 + 4.3$

ஈ) $6.5 + .0136$

தீர்வு

- அ) இருஎண்களில் , குறைந்த தசம இலக்கம் ஒன்று

$$\sqrt{4.5 - 3.31} = \sqrt{1.19} = 1.09$$

- ஆ) கணக்கிடும் எண்களின் முக்கிய எண்ணுரு 2

$$\begin{aligned} & (5.9 \times 10^5) - (2.3 \times 10^4) \\ &= (5.9 \times 10^5) - (0.23 \times 10^5) \\ &= 5.67 \times 10^5 = 5.7 \times 10^5 \end{aligned}$$

- இ) குறைந்த தசம இலக்கம் ஒன்று
 $7.18 + 4.3 = 11.48$ எனவே நாம் பெறுவது 11.5

- ஈ) குறைந்த தசம இலக்கம் ஒன்று

$$6.5 + 0.0136 = 6.5136 = 6.5$$

14. ஜன்ஸ்டன் நிறை ஆற்றல் தொடர்பை பரிமாண முறையில் பெறுக. ($E = mc^2$)

தீர்வு

- ஆற்றலானது நிறை மற்றும் ஒளியின் திசைவேகத்தைப் பொறுத்தது எனில்

$$E \propto m^a c^b$$

$$E = km^a c^b \text{ இங்கு } k \text{ என்பது மாறிலி}$$

$$\text{ஆற்றலின் பரிமாண வாய்ப்பாடு } E = [ML^2 T^{-2}]$$

$$\text{நிறையின் பரிமாண வாய்ப்பாடு } = [M]$$

$$\text{திசைவேகத்தின் பரிமாண வாய்ப்பாடு}$$

$$c = [LT^{-1}]$$

பரிமாண மதிப்புகளை சமன்பாட்டில் பிரதியிட

$$[ML^2 T^{-2}] = K [M]^a [LT^{-1}]^b$$

அடுக்குகளை இருபுறமும் சமன்செய்ய,

$$\begin{aligned} a &= 1 \\ b &= 2 \\ E &= k \cdot mc^2 \end{aligned}$$

$$\text{இங்கு மாறிலி } k = 1$$

$$E = mc^2$$

இதுவே நிறை ஆற்றல் சமன்பாடாகும்.

15. ஒரு பொருளின் திசைவேகத்தின் சமன்பாடு $v = b/t + ct^2 + dt^3$ எனில் b இன் பரிமாணத்தைப் பெறுக.

தீர்வு

- (b/t) ஆனது திசைவேகத்தின் பரிமாணத்தைப் பெறும்

$$b = (\text{திசைவேகம்} \times \text{காலம்})$$

$$[b] = [LT^{-1}][T] = [L] = [M^0 L^1 T^0]$$

16. ஒரு கொள்கலனில் உள்ள திரவத்தின் ஆரம்ப மற்றும் இறுதி வெப்பநிலைகள் முறையே $75.4 \pm 0.5^\circ\text{C}$ மற்றும் $56.8 \pm 0.2^\circ\text{C}$ எனில் திரவத்தின் வெப்பநிலைத் தாழ்வைக் கணக்கிடுக.

தீர்வு

$$\begin{aligned} & \text{வெப்பநிலைத் தாழ்வு} \\ &= (75.4 \pm 0.5)^\circ\text{C} - (56.8 \pm 0.2)^\circ\text{C} \\ &= (18.6 \pm 0.7)^\circ\text{C} \end{aligned}$$

17. $R_1 = (150 \pm 2) \Omega$ மற்றும் $R_2 = (220 \pm 6) \Omega$ மின்தடை கொண்ட இரு மின்தடையாக்கிகள் பக்க இணைப்பில் இணைக்கப்பட்டுள்ளன. அவற்றின் தொகுபயனைக் கணக்கிடு.

$$\text{குறிப்பு } \frac{1}{R'} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

தீர்வு

மின் தடைகள் பக்க இணைப்பில் உள்ள போது தொகுபயனுக்கு இணையான சமன்பாடு

$$\begin{aligned} R' &= \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \\ &= \frac{150 \times 220}{150 + 220} = \frac{33000}{370} = 89.1 \Omega \end{aligned}$$

$$\text{நாம் அறிந்தபடி, } \frac{1}{R'} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

வகையிட

$$\begin{aligned} \frac{\Delta R'}{(R')^2} &= \frac{\Delta R_1}{R_1^2} + \frac{\Delta R_2}{R_2^2} \\ \Delta R' &= (R')^2 \frac{\Delta R_1}{R_1^2} + (R')^2 \frac{\Delta R_2}{R_2^2} \\ &= \left(\frac{R'}{R_1} \right)^2 \Delta R_1 + \left(\frac{R'}{R_2} \right)^2 \Delta R_2 \end{aligned}$$

மதிப்புகளைப்பிரதியிட,

$$\begin{aligned} \Delta R' &= \left[\frac{89.1}{150} \right]^2 \times 2 + \left[\frac{89.1}{220} \right]^2 \times 6 \\ &= 0.070 + 0.098 = 0.168 \\ R' &= (89.1 \pm 0.168) \Omega. \end{aligned}$$

18. $C = 3.0 \pm 0.1 \mu F$ மின்தேக்குத்திறன் கொண்ட மின்தேக்கி $V = 18 \pm 0.4 \text{ Volt}$ மின்மூலத்தால் மின்னேற்றம் செய்யப்படுகிறது. மின்தேக்கியின் மின்னூட்டத்தைக் காண்க

$$[Q = CV \text{ என்ற சமன்பாட்டைப் பயன்படுத்துக}]$$

தீர்வு

$$(C + \Delta C) = (3.0 \pm 0.1) \mu F$$

$$(V + \Delta V) = (18 \pm 0.4) V$$

$$Q = CV$$

$$Q = 3.0 \times 10^{-6} \times 18 = 54 \times 10^{-6} C$$

$$\begin{aligned} C \text{ இல் உள்ள சதவீதப் பிழை} &= \frac{\Delta C}{C} \times 100 \\ &= \frac{0.1}{3} \times 100 = 3.3\% \end{aligned}$$

$$V \text{ இல் உள்ள சதவீதப் பிழை} = \frac{\Delta V}{V} \times 100$$

$$= \frac{0.4}{18} \times 100 = 2.2\%$$

$$\begin{aligned} Q \text{ இல் உள்ள சதவீதப் பிழை} &= C \text{ இல் உள்ள சதவீதப் பிழை} \\ &+ V \text{ இல் உள்ள சதவீதப் பிழை} \\ &= 3.3\% + 2.2\% = 5.5\% \end{aligned}$$

$$\therefore \text{மின்னூட்டம் } Q = (54 \times 10^{-6} \pm 5.5\%) C$$

தீர்க்கப்பட்டகணக்குகள்-அலகு 2

1. துகளொன்றின் நிலைவெக்டர் $\vec{r} = 3t^2 \hat{i} + 5t \hat{j} + 6\hat{k}$, என கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. $t = 3s$ என்ற குறிப்பிட்ட நேரத்தில் அத்துகளின் திசைவேகம் மற்றும் வேகம் இவற்றைக் காண்க?

தீர்வு

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = 6t \hat{i} + 5 \hat{j}.$$

எந்த ஒரு நேரத்திலும் துகளின் திசைவேகம்

$$\vec{v} = 6t\hat{i} + 5\hat{j}$$

திசைவேகத்தின் எண்மதிப்பே வேகமாகும். எந்த ஒரு நேரத்திலும் துகளின் வேகம் பின்வருமாறு

$$\text{வேகம் } v(t) = \sqrt{(6t)^2 + 5^2} = \sqrt{36t^2 + 25}$$

$t = 3$ வினாடியில் துகளின் திசைவேகம்

$$\vec{v} = 6(3)\hat{i} + 5\hat{j} = 18\hat{i} + 5\hat{j} \text{ மற்றும்}$$

$$\text{துகளின் வேகம்} = \sqrt{349} \text{ m s}^{-1}$$

2. ஒருவர் துப்பாக்கியை மலை ஒன்றிலிருந்து 1.2 km தொலைவில் உள்ள இடத்திலிருந்து சுருகிறார். அவருக்கு துப்பாக்கி சுடும் ஓசையின் எதிரொலி 8 வினாடிகளுக்குப் பின்பு கேட்கிறது எனில், காற்றில் ஒலியின் திசைவேகம் எவ்வளவு?

தீர்வு

துப்பாக்கி சுடும் ஓசை மலையில் எதிரொலித்து மீண்டும் சுருபவரை அடையும் போது எதிரொலி கேட்கிறது. எனவே, ஒலி கடந்த மொத்தத் தொலைவு

$$2 \times 1.2 \text{ km} = 2.4 \text{ km} = 2400 \text{ m.}$$

$$\text{திசைவேகம்} = \frac{2400 \text{ m}}{8 \text{ s}} = 300 \text{ m s}^{-1}$$

3. 100 m நீளமுள்ள இரயில் வண்டி ஒன்று 60 km h^{-1} என்ற வேகத்தில் செல்கிறது. 1 km நீளமுள்ள பாலம் ஒன்றை எவ்வளவு நேரத்தில் அந்த இரயில் வண்டி கடந்து செல்லும்?

தீர்வு

கடந்து செல்ல வேண்டிய மொத்தத்தூரம்
 $= 1 \text{ km} + 100 \text{ m} = 1100 \text{ m}$
 (பாலம் மற்றும் இரயில் வண்டியின் மொத்த நீளம்)

எனவே, வேகம் $= 60 \text{ km h}^{-1}$

$$= 60 \times \frac{5}{18} \text{ m s}^{-1} = \frac{150}{9} \text{ m s}^{-1}$$

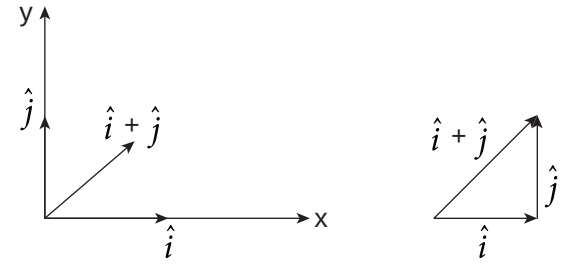
எனவே, மொத்தத் தொலைவை கடந்து செல்ல எடுத்துக் கொள்ளும் நேரம்

$$= \frac{1100}{150/9} \text{ s} = 66 \text{ s}$$

4. இரு பரிமாண கார்டீசியன் ஆய அச்சக் கூறுகளைக் கொண்டு $\hat{i}$ மற்றும் $\hat{j}$ ஓரலகு வெக்டர்களின் தொகுப்பை திசையினை வரைக. மேலும் $\hat{i} + \hat{j}$ ஒரு ஓரலகு வெக்டரா என ஆராய்க.

தீர்வு

வெக்டர்களின் கூடுதலின் முக்கோண விதியினைப் பயன்படுத்தி $\hat{i} + \hat{j}$ ஐ பின்வருமாறு வரையலாம்



ஓரலகு வெக்டர் வரையறையிலிருந்து $\hat{A} \cdot \hat{A} = 1$ ஆனால் இங்கு,

$$(i + j) \cdot (i + j) = \hat{i} \cdot \hat{i} + \hat{i} \cdot \hat{j} + \hat{j} \cdot \hat{i} + \hat{j} \cdot \hat{j} \\ = 1 + 0 + 0 + 1 = 2$$

எனவே $\hat{i} + \hat{j}$ ஓரலகு வெக்டர் இல்லை.

எந்த ஒரு வெக்டரையும் ஓரலகு வெக்டராக மாற்ற அவ்வெக்டரை அதன் எண் மதிப்பினால்

$$\text{வகுக்கவேண்டும் } \hat{A} = \frac{\vec{A}}{|\vec{A}|}$$

$$\hat{i} + \hat{j} \text{ யின் எண்மதிப்பு} = \sqrt{2}.$$

$$\text{எனவே, ஓரலகு வெக்டர்} = \frac{\hat{i} + \hat{j}}{\sqrt{2}}$$

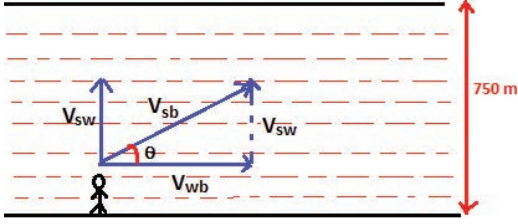
5. 750 m அகலமுள்ள காவேரி ஆற்றினை நீச்சல் வீரரொருவர் நீந்திக் கடக்க முயல்கிறார். ஆற்று நீரினைப் பொறுத்து அவரின் நீச்சல் வேகம் ($\vec{v}_{sw}$) 1.5 m s^{-1} . மேலும், அவர் நீரோட்டத்திற்குச் செங்குத்தாக நீந்திச் செல்கிறார் என்க. ஆற்றின் கரையினைப் பொறுத்து ஆற்றுநீரின் வேகம் ($\vec{v}_{wb}$) 1 m s^{-1} எனில் பின்வருவனவற்றைக் காண்க.

அ) ஆற்றின் கரையினைப் பொறுத்து, நீச்சல் வீரரின் திசைவேகம் ($\vec{v}_{sb}$).

ஆ) காவேரி ஆற்றினைக் கடக்க நீச்சல் வீரர் எடுத்துக் கொள்ளும் நேரம்

தீர்வு

அ) கொடுக்கப்பட்ட விவரங்களிலிருந்து பின் வரும் படத்தினை வரையலாம்.



ஆற்றின் கரையினைப் பொறுத்து நீச்சல் வீரரின் திசைவேகம் $\vec{v}_{sb} = \vec{v}_{sw} + \vec{v}_{wb}$

இங்கு நீச்சல் வீரர், நீரோட்டத்திற்குச் செங்குத்தான திசையில் நீந்திக் கொண்டிருக்கிறார். எனவே, நீச்சல் வீரரின் திசைவேகத்தின் எண்மதிப்பு

$$|\vec{v}_{sb}| = \sqrt{v_{sw}^2 + v_{wb}^2} = \sqrt{1.5^2 + 1^2} = \sqrt{3.25} \text{ m s}^{-1} \approx 1.802 \text{ m s}^{-1}$$

ஆற்றின் கரையைப் பொறுத்து, நீச்சல் வீரர் நீந்தும் திசையினைப் பின்வருமாறு கணக்கிடலாம்.

$$\tan \theta = \frac{v_{sw}}{v_{wb}} = \frac{1.5}{1} = 1.5$$

$$\theta = \tan^{-1}(1.5) \approx 56^\circ$$

ஆ) நீச்சல் வீரர் முழுதூரத்தையும் 1.802 m s^{-1} என்ற திசைவேகத்தில் கடக்க எடுத்துக் கொள்ளும் நேரம், ஆற்றினைக் கடக்க எடுத்துக் கொள்ளும் நேரத்திற்குச் சமமாகும்.

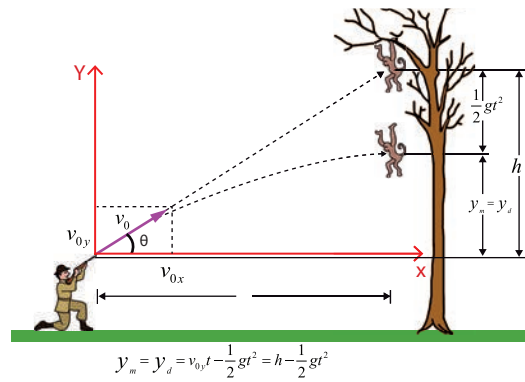
நீச்சல் வீரர் கடந்த மொத்த தூரம்

$$d = \frac{\text{ஆற்றின் அகலம்}}{\sin 56^\circ} = \frac{750}{0.829} = 904.7 \text{ m}$$

நீச்சல் வீரர் எடுத்துக் கொண்ட நேரம்

$$T = \frac{d}{v_{sb}} = \frac{904.7}{1.802} \approx 502 \text{ s}$$

6. வேட்டைக்காரரொருவர், மரத்தில் தொங்கிக் கொண்டிருக்கும் குரங்கு ஒன்றினை தனது துப்பாக்கியால் கிடைத்தளத் திசையினைப் பொறுத்து θ என்ற கோணத்தில் குறி பார்த்து சுருகிறார். துப்பாக்கியிலிருந்து குண்டு v_0 என்ற திசைவேகத்தில் பாய்ந்து செல்கிறது. அதேநேரத்தில் மரத்தில் தொங்கிக் கொண்டிருக்கும் குரங்கு துப்பாக்கி குண்டிலிருந்து தப்பிப்பதற்காக படத்தில் காட்டியுள்ளவாறு மரக்கிளையினை விட்டு விடுகிறது. துப்பாக்கிக்குண்டு குரங்கினைத் தாக்குமா? அல்லது குரங்கு துப்பாக்கி குண்டிலிருந்து தப்பிக்குமா? (காற்றுத் தடையைப் புறக்கணிக்கவும்)



தீர்வு

குரங்கு மரக்கிளையை விடும் போது புவியீர்ப்பு முடுக்கம் g கொண்ட கீழ் நோக்கிய செங்குத்து இயக்கத்தை மேற்கொள்கிறது. எந்த ஒரு நேரம் t யிலும் அதன் இயக்கச் சமன்பாடு பின்வருமாறு



$$y_m = h - \frac{1}{2}gt^2 \quad (1)$$

துப்பாக்கியிலிருந்து பாய்ந்து செல்லும் குண்டு, கிடைத்தள மற்றும் செங்குத்து திசைவேகக் கூறுகளைப் பெற்றுள்ளது.

$$v_{0x} = v_0 \cos\theta; v_{0y} = v_0 \sin\theta \quad (2)$$

வேட்டைக்காரருக்கும், குரங்கிற்கும் உள்ள கிடைத்தளத் தொலைவு d என்க. t நேரத்தில் துப்பாக்கி குண்டு கடந்த கிடைத்தளத் தொலைவு

$$x = v_{0x}t = v_0 t \cos\theta$$

துப்பாக்கி குண்டு கிடைத்தளத்தில் $x = d$ என்ற நிலையில் உள்ளபோது, $d = v_{0x}T$ இதிலிருந்து $T = d / v_{0x}$ எனப் பெறலாம்.

T என்ற இந்நேரத்தில், துப்பாக்கிக்குண்டு கடந்த செங்குத்துத் தொலைவு

$$y_b = v_{0y}T - \frac{1}{2}gT^2 = \frac{v_{0y}d}{v_{0x}} - \frac{1}{2}gT^2.$$

$$y_b = \frac{d v_0 \sin\theta}{v_0 \cos\theta} - \frac{1}{2}gT^2$$

$$= d \tan\theta - \frac{1}{2}gT^2 \quad (3)$$

$$\text{ஆனால், படத்திலிருந்து } \tan\theta = \frac{h}{d}$$

$$h = d \tan\theta.$$

இதனை சமன்பாடு (3) இல் பிரதியிடும் போது

$$y_b = h - \frac{1}{2}gT^2 \quad (4)$$

எனக் கிடைக்கும்.

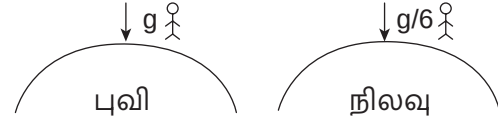
இதேநேரம் T இல், குரங்கின் செங்குத்து நிலையினை சமன்பாடு (1) லிருந்து கீழ்க்கண்டவாறு கணக்கிடலாம்.

$$y_m = h - \frac{1}{2}gT^2 \quad (5)$$

T என்ற இந்நேரத்தில் குரங்கு மற்றும் துப்பாக்கி குண்டு இவ்விரண்டின் y கூறுகளும் சமமதீப்பினைப் பெற்றுள்ளதை கவனிக்கவும். இதிலிருந்து துப்பாக்கி குண்டு குரங்கினைத் தாக்கும் என அறியலாம்.

7. 100 மீட்டர் உயரமுடைய மூன்று மாடிக் கட்டிடம் புவி மற்றும் நிலவில் உள்ளது எனக் கருதுக. ஒரே நேரத்தில் இவ்விரண்டு கட்டிடங்களின் மேலிருந்து இரண்டு நபர்கள் குதிக்கிறார்கள் எனில், அவர்கள் தரையை அடையும் போது அவர்களின் வேகம் எவ்வளவு எனக் காண்க. ($g = 10 \text{ m s}^{-2}$)

தீர்வு



இரண்டு நபர்களுக்கும், $u = 0$, $a_c = g$ மற்றும் $a_m = \frac{g}{6}$ எனில்

$$\text{பூமியிலுள்ள நபருக்கு, } V_{\text{புவி}} = \sqrt{2gh}$$

$$= \sqrt{2g100} = \sqrt{2 \times 10 \times 100}$$

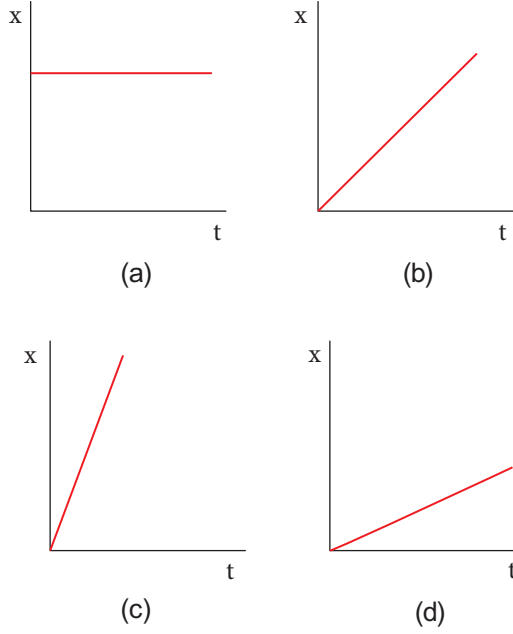
$$\text{எனவே, } V_{\text{புவி}} = \sqrt{2000} \text{ m s}^{-1} \text{ ஆகும்}$$

இதே போன்று நிலவிலுள்ள நபருக்கு,

$$V_{\text{நிலவு}} = \sqrt{\frac{2gh}{6}} = \frac{\sqrt{2000}}{\sqrt{6}} \text{ m s}^{-1}$$

நிலவில் குதிக்கும் நபரை விட, புவியில் குதிக்கும் நபர் அதிக திசைவேகத்துடன் தரையை அடைவார்.

8. பின்வரும் வரைபடங்கள் இடப்பெயர்ச்சி – நேரம் வரைபடங்களாகும். இவற்றை திசைவேகங்கள் அதிகரிக்கும் வகையில் ஏறு வரிசையில் அமைக்கவும்.



இடப்பெயர்ச்சி-நேரம் வரைபடத்தின்சாய்வு, துகளின் வேகத்தைக் கொடுக்கும்.

(a) வரைபடத்தின் சாய்வு சுழி, வரைபடம் (b) மற்றும் (d) ஐ விட வரைபடம் (c) ன் சாய்வு அதிகம். எனவே, வேகம் அதிகரிக்கும் வகையில் ஏறுவரிசையில் பின்வருமாறு அமைக்கலாம்.

$$v_a < v_d < v_b < v_c$$

தீர்க்கப்பட்டகணக்குகள் -அலகு 3

- 100 kg நிறை உள்ள பொருள் 50 cm s^{-2} முடுக்கத்தில் இயங்குகிறதெனில், அப்பொருளின் மீது செயல்படும் விசையின் மதிப்பைக் காண்க.

தீர்வு

நிறை $m = 100 \text{ kg}$

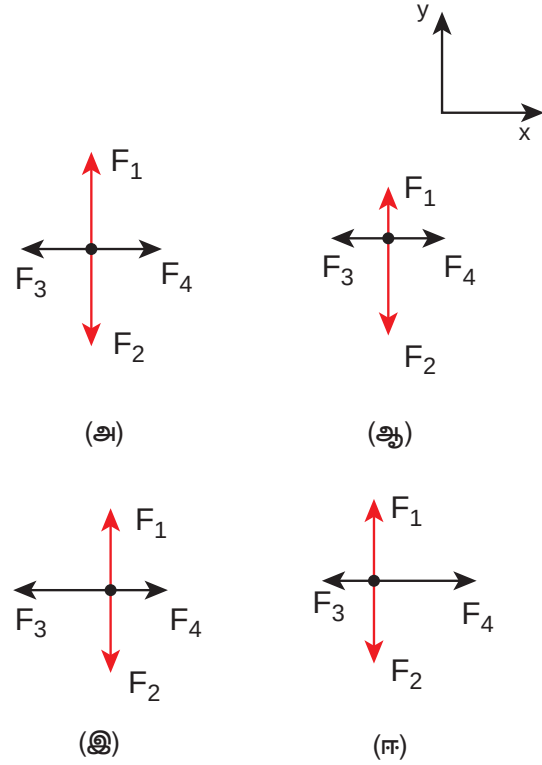
முடுக்கம் $a = 50 \text{ cm s}^{-2} = 0.5 \text{ m s}^{-2}$

நியூட்டனின் இரண்டாம் விதியைப் பயன்படுத்துக,

$$F = ma$$

$$F = 100 \text{ kg} \times 0.5 \text{ ms}^{-2} = 50 \text{ N}$$

- பின்வரும் தனித்தப் பொருளின் விசைப்படங்களில் எப்படம் நேர்க்குறி X அச்சத்திசையில் முடுக்கமடையும் துகளின் இயக்கத்தைக் குறிக்கிறது?



தீர்வு

பொருட்களின், தனித்தப் பொருளின் விசைப்படம் வரையும்போது, விசைகளின் சார்பு எண் மதிப்பையும் (Relative magnitude) குறிப்பிடவேண்டும்

நேர்வு (அ):

படம் (அ) இல் விசைகள் F_1 மற்றும் F_2 இரண்டும் சம எண் மதிப்புகளை பெற்று, எதிரெதிர் திசையில் செயல்படுகின்றன. எனவே y அச்சத் திசையில் தொகுபயன் விசை சுழி. விசை சுழி மதிப்பைப் பெற்றுள்ளதால் நியூட்டனின் இரண்டாம் விதிப்படி y அச்சத் திசையில் ஏற்படும் முடுக்கமும் சுழியாகும். இது போன்று x அச்சத் திசையிலும் F_3 மற்றும் F_4 விசைகள் இரண்டும் சமநீளங்களுடன் எதிரெதிர் திசைகளில் செயல்படுகின்றன. எனவே, தொகுபயன் விசைசுழி. மேலும், x அச்சத் திசையிலும் ஏற்படும் முடுக்கமும் சுழியாகும்.

நேர்வு (ஆ):

படம் (ஆ) இல் விசைகள் F_1 மற்றும் F_2 இரண்டும் வெவ்வேறு நீளங்களுடன் எதிரெதிர் திசையில் செயல்படுகின்றன. இது y அச்சத்திசையில் சமப்படுத்தப் படாத விசைகள் செயல்படுகின்றன என்பதைக் காட்டுகிறது. எனவே, y அச்சத் திசையில் துகள் முடுக்கமடையும். F_3 மற்றும் F_4 விசைகள் சமநீளத்துடன் எதிரெதிர் திசைகளில் செயல்படுகின்றன. எனவே, x அச்சத் திசையில் தொகுபயன் விசை சுழியாகும். மேலும் x அச்சத் திசையில் முடுக்கமும் சுழியாகும்.

நேர்வு (இ):

படம் (இ) இல் விசைகள் F_1 மற்றும் F_2 இரண்டும் சமநீளத்துடன் (எண்மதிப்புடன்) எதிரெதிர் திசையில் செயல்படுகின்றன. எனவே y அச்சத் திசையில் தொகுபயன்விசை, முடுக்கம் இவ்விரண்டும் சுழியாகும். விசைகள் F_3 மற்றும் F_4 வெவ்வேறு எண்மதிப்புகளுடன் எதிரெதிர் திசைகளில் செயல்படுகின்றன. விசை F_3 இன் எண்மதிப்பு F_4 யை விட அதிகம். எனவே, எதிர்குறி x அச்சத்திசையில் தொகுபயன் முடுக்கம் ஏற்படும்.

நேர்வு (ஈ):

படம் (ஈ) இல் F_1 மற்றும் F_2 விசைகளிரண்டும் சம எண்மதிப்புடன் எதிரெதிர் திசைகளில் செயல்படுகின்றன. எனவே, y அச்சத் திசையில் செயல்படும் தொகுபயன் விசை சுழியாகும். எனவே y அச்சத் திசையில் முடுக்கம் சுழியாகும். விசைகள் F_3 மற்றும் F_4 வெவ்வேறு எண் மதிப்புகளுடன் எதிரெதிர் திசைகளில் செயல்படுகின்றன. விசை F_4 , F_3 விசையை விட அதிகம். எனவே நேர்குறி x அச்சத் திசையில் தொகு பயன் முடுக்கம் ஏற்படும்.

3. 25 kg நிறையுள்ள துப்பாக்கியிலிருந்து 30g நிறையுள்ள குண்டு 200 m s⁻¹ என்ற திசை வேகத்தில் பாய்ந்து செல்கிறது. துப்பாக்கியின் பின்னியக்க வேகத்தைக் காண்க.

தீர்வு

துப்பாக்கியின் நிறை $M = 25$ kg

குண்டின் நிறை $m = 30$ g = 30 X 10⁻³ kg

குண்டின் வேகம் $v = 200$ m s⁻¹

துப்பாக்கியின் வேகம் $V = ?$

இங்கு இயக்கம் ஒரு பரிமாணமுடையது; மேலும், உந்தமாறா விதியின் படி

$$MV + mv = 0$$

$$V = \frac{-mv}{M}$$

$$V = \frac{-30 \times 10^{-3} \times 200}{25} = -240 \times 10^{-3} \text{ m s}^{-1}$$

குண்டு பாய்ந்து செல்லும் திசைக்கு எதிர்த்திசையில் துப்பாக்கி இயங்குவதை எதிர் குறி காட்டுகிறது. மேலும் துப்பாக்கியின் பின்னியக்க வேகத்தின் எண்மதிப்பு, குண்டின் வேகத்துடன் ஒப்பிடும் போது மிகக்குறைவு என்பதை அறியலாம்

4. மரப்பெட்டியொன்று சாய்தளத்தின் மீது ஓய்வு நிலையில் உள்ளது. கோணம் (angle of inclination) 45° இல், மரப்பெட்டி சறுக்கத் தொடங்குகிறதெனில், அதன் உராய்வுக் குணகத்தைக் காண்க

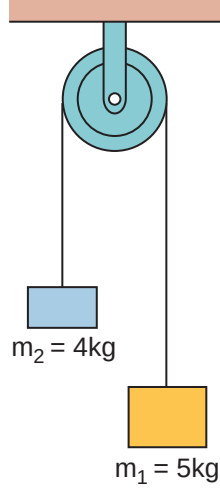
தீர்வு

சாய்கோணம் $\theta = 45^\circ$

உராய்வுக்குணகம் $\mu = \tan \theta = \tan 45^\circ = 1$

5. $m_1 = 5$ kg மற்றும் $m_2 = 4$ kg என்ற இரண்டு நிறைகள் மெல்லிய நீட்சியற்ற கயிற்றின் மூலம், உராய்வற்ற கப்பியின் வழியே படத்தில் காட்டியுள்ளவாறு தொங்க விடப்பட்டுள்ளன. அவை தானாக இயங்கும் போது ஒவ்வொரு நிறையின் மீதும் செயல்படும் முடுக்கத்தைக் காண்க. ($g = 10$ m s⁻²)

தீர்வு

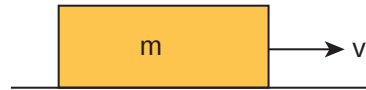


$$A = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \times g$$

$$= \frac{5 - 4}{5 + 4} \times 10 = \frac{1}{9} \times 10 = 1.1 \text{ m s}^{-2}$$

6. m நிறையுள்ள கனச் செவ்வகப் பொருளொன்று கிடைத்தளப் பரப்பில் உள்ளது. அப்பொருள் u என்ற ஆரம்பத் திசைவேகத்துடன் கணநேரத்திற்குத் தள்ளப்படுகிறது. பொருளுக்கும், கிடைத்தளப் பரப்பிற்கும் இடையே உள்ள இயக்க உராய்வுக்குணகம் μ_k எனில், கனச் செவ்வகப் பொருள் ஓய்வு நிலைக்கு வரும் காலத்தைக் காண்க.

தீர்வு



பொருள் சறுக்கிச் செல்லும் போது அப்பொருளின் மீது செயல்படும் விசை, இயக்க உராய்வு விசையாகும் அதன் $f_k = \mu_k mg$

நியூட்டனின் இரண்டாம் இயக்க விதியிலிருந்து $ma = -\mu_k mg$

உராய்வு விசையின் திசை, இயக்கத் திசைக்கு எதிராகச் செயல்படுவதை எதிர்க்குறி காட்டுகிறது.

பொருள் சறுக்கிச் செல்லும் போது அதன் முடுக்கம். $a = -\mu_k g$

பொருளின் முடுக்கம், திசைவேகத்திற்கு எதிர்த்திசையில் செயல்படுவதை எதிர்க்குறி காட்டுகிறது.

இங்கு பொருளின் முடுக்கம், இயக்க உராய்வுக் குணகம் μ_k மற்றும் g இவற்றை மட்டுமே பொருத்துள்ளது என்பதை கவனிக்கவும்.

$$v = u + at$$

என்ற இயக்கச் சமன்பாட்டைப் பயன்படுத்தும் போது, பொருள் இறுதியில் ஓய்வு நிலைக்கு வருவதால் $v = 0$

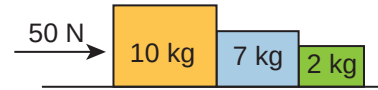
$$0 = u - \mu_k g t$$

$$t = \frac{u}{\mu_k g}$$

7. 10 kg, 7 kg மற்றும் 2 kg நிறையுள்ள மூன்று கனச்செவ்வகப் பொருட்கள் ஒன்றை ஒன்றுத் தொடுமாறு உராய்வற்ற மேசை மீது வைக்கப்பட்டுள்ளன.

50 N விசையானது, கொடுக்கப்பட்ட நிறைகளில் கனமான நிறை மீது செயல்படுத்தப்படுகிறது எனில், அமைப்பின் முடுக்கத்தைக் கணக்கிடுக.

தீர்வு



நாமறிந்த படி

$$A = \left[\frac{F}{m_1 + m_2 + m_3} \right] = \frac{50 \text{ N}}{10 \text{ kg} + 7 \text{ kg} + 2 \text{ kg}} = \frac{50}{19} = 2.63 \text{ m s}^{-2}$$

8. சாய்தளம் ஒன்றின் மீது பொருள் வைக்கப்பட்டுள்ளது. பொருள் மற்றும் பொருள் வைக்கப் பட்டுள்ள தளம் இவற்றிற்கிடையேயான உராய்வுக்குணகம் $\frac{1}{\sqrt{3}}$ எனில், எந்த சாய்வுக் கோணத்திற்கு பொருள் நழுவுத்துவங்கும்.

தீர்வு

$$\tan \theta = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \theta = 30^\circ$$

9. சமதளச்சாலை ஒன்றில் செல்லும் கார், 36 m வளைவு ஆரமுடைய வளைவில் சறுக்காமல் வளைவதற்கான பெரும் வேகத்தைக் கணக்கிடுக. (காரின் சக்கரம் மற்றும் சாலை இவற்றிற்கிடையேயான உராய்வுக் குணகம் 0.53)

தீர்வு

வளைவு ஆரம் $r = 36 \text{ m}$

உராய்வுக் குணகம் $\mu = 0.53$

ஈர்ப்பு முடுக்கம் $g = 10 \text{ m s}^{-2}$

$$v_{\max} = \sqrt{\mu rg} = \sqrt{0.53 \times 36 \times 10} = 13.81 \text{ m s}^{-1}$$

10. சூரியனிலிருந்து 150 மில்லியன் கிலோமீட்டர் தொலைவிலுள்ள புவி, சூரியனைச் சுற்றி வருவதால் ஏற்படும் மையநோக்கு முடுக்கத்தைக் கணக்கிடுக. (இங்கு புவி சூரியனை வட்டப்பாதையில் சுற்றி வருகிறது என்று கருதுக).

தீர்வு

$$\text{மையநோக்கு முடுக்கம் } a_c = \frac{v^2}{r}$$

இங்கு, v என்பது சூரியனைச் சுற்றி வரும் புவியின் திசைவேகம்

r என்பது வட்டப் பாதையின் ஆரம் அல்லது புவிக்கும் சூரியனுக்கும் இடையே உள்ள தொலைவு

புவியின் திசைவேகத்தை கோணத் திசைவேகம் (ω)வைப் பொருத்து எழுதும் போது

$$v = \omega r$$

இதனை மையநோக்கு முடுக்கச் சமன்பாட்டில் பிரதியிடும் போது $a_c = \frac{\omega^2 r^2}{r} = \omega^2 r$

ஆனால் $\omega = \frac{2\pi}{T}$ இங்கு T என்பது புவி, சூரியனை ஒரு முறை சுற்றி வர ஆகும் காலமாகும். அதாவது ஒரு வருடம்.

$$T = 365 \text{ நாட்கள்} = 365 \times 24 \times 60 \times 60 \text{ வினாடி} = 3.15 \times 10^7 \text{ s}$$

$$\omega = 2.02 \times 10^{-7} \text{ rad s}^{-1}$$

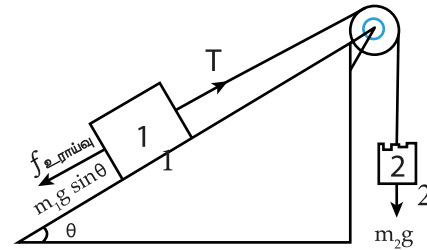
$$a_c = (2.02 \times 10^{-7})^2 \times (150 \times 10^9)$$

$$a_c = 6.12 \times 10^{-3} \text{ ms}^{-2}$$

11. கிடைத்தளத்துடன் θ சாய்வுக் கோணத்தில் அமைந்த சாய்தளம் ஒன்றின் வழியே இயங்கும் m_1 நிறை கொண்ட கனச் செவ்வகப் பொருள் 1, நிறையற்ற மற்றும் நீட்சித் தன்மையற்ற மெல்லிய கயிற்றினால் உராய்வற்ற நிறையற்ற கப்பி ஒன்றின் வழியே m_2 நிறை கொண்ட மற்றொரு கனச்செவ்வகப் பொருள் 2 உடன் இணைக்கப்பட்டுள்ளது.

சாய்தளம் மற்றும் கனச் செவ்வகப் பொருள் இரண்டிற்குமான ஓய்வுநிலை உராய்வுக் குணகம் μ_s மற்றும் இயக்க உராய்வுக் குணகம் μ_k என்க.

அமைப்பு சறுக்கத் துவங்கும் நிலையில் இரு கனச் செவ்வகப் பொருட்களின் நிறைகளுக்கு இடையே உள்ள தொடர்பினை வருவிக்கவும்.



தீர்வு

கணக்கீடு முழுமைக்கும் இரண்டு கனச் செவ்வகப் பொருட்களுக்கும் வெவ்வேறு குறிப்பாயங்களைப் பயன்படுத்தினால் தீர்வு காண்பது எளிமையாகும்.

கனச் செவ்வகப் பொருள் 1 ஐப் பொருத்த வரை சாய்தளத்திற்கு இணையாக மேல் நோக்கிச் செல்லும் இயக்கத்தை நேர்குறி X அச்சத் திசையிலும் சாய்தளத்திற்கு செங்குத்தாக மேல் நோக்கிச் செல்லும் இயக்கத்தை நேர்குறி Y அச்சத் திசையிலும் கருத வேண்டும். மேலும் கனச் செவ்வகப் பொருள் 2ஐப் பொருத்தவரை அதன் கீழ் நோக்கிய இயக்கத்தை நேர்குறி Y அச்சத் திசையாகக் கருத வேண்டும்.

கனச் செவ்வகப் பொருள் 1 றிற்கும் சாய்தளத்திற்கும் இடையேயான தொடுவிசையின் செங்குத்துக்கூறு N பின்வருமாறு

$$N = m_1 g \cos \theta \quad (1)$$

கனச் செவ்வகப்பொருள் 1 இன் மீது செயல்படும் தொகுபயன்விசையின் x கூறு

$$F_{1x} = T - f_{\text{friction}} - m_1 g \sin \theta \quad (2)$$

இங்கு T என்பது மெல்லிய கயிற்றின் இழு விசை சற்றே சறுக்கும் நிபந்தனையில், உராய்வு விசையின் எண் மதிப்பு

$$f_{\text{friction}} = \mu_s N = \mu_s m_1 g \cos \theta \quad (3)$$

தொங்கிக் கொண்டிருக்கும் நிறையின் ஈர்ப்பு விசை கயிற்றின் இழு விசையாகச் செயல்படும்

$$T = m_2 g \quad (4)$$

சற்றே சறுக்கும் நிபந்தனையில் கனச் செவ்வகப் பொருள் 1 இன் மீது செயல்படும் தொகுபயன் விசை சுழியாகும்.

சமன்பாடுகள் (2), (3) மற்றும் (4) ஆகியவற்றிலிருந்து

$$0 = m_2 g - \mu_s m_1 g \cos \theta - m_1 g \sin \theta$$

$$m_2 = m_1 (\mu_s \cos \theta + \sin \theta)$$

12. 5 kg மற்றும் 20 kg நிறை கொண்ட இரண்டு பொருட்கள் தொடக்கத்தில் ஓய்வுநிலையில் உள்ளன. 100 N விசை அப்பொருட்களின் மீது 5 வினாடிகளுக்குச் செலுத்தப்படுகிறது.

A) 5 வினாடிகளுக்குப் பின்பு ஒவ்வொரு பொருளும் பெறும் உந்தத்தின் மதிப்பு என்ன?

B) 5 வினாடிகளுக்குப் பின்பு ஒவ்வொரு பொருளும் பெறும் வேகத்தின் மதிப்பு என்ன?

தீர்வு

ஒவ்வொரு பொருளும் பெரும் இறுதி உந்தம்

$$\Delta P = F \Delta t = 100 \times 5 = 500 \text{ kg m s}^{-1}$$

5 kg நிறை கொண்ட பொருளின் இறுதிவேகம்

$$5 \text{ kg} = 500 / 5 = 100 \text{ m s}^{-1}$$

20 kg நிறை கொண்ட பொருளின் இறுதிவேகம்

$$20 \text{ kg} = 500 / 20 = 25 \text{ m s}^{-1}$$

5 வினாடிகளுக்குப் பின்பு ஒவ்வொரு பொருளின் உந்தமும் சமமதிப்பினைப் பெற்றுள்ளன. ஆனால் திசைவேகம் 5 வினாடிகளுக்குப் பின்பு ஒரே மதிப்பைப் பெறவில்லை. கனமான பொருள் இலேசானப் பொருளை விட குறைந்த வேகத்தையே பெற்றுள்ளது.

13. இயக்க உராய்வுக் குணகம் $\mu_k = 0.6$. கொண்ட பரப்பில் 5 kg நிறையுடைய பொருளொன்று தொடக்கத்தில் ஓய்வு நிலையில் உள்ளது. ஓய்வு நிலையிலுள்ள அப்பொருள் 10 m தொலைவு சென்று, பின்னர் ஓய்வு நிலைக்கு வருவதற்கு அப்பொருளுக்கு அளிக்க வேண்டிய ஆரம்பத் திசைவேகம் என்ன?

தீர்வு

தளத்தில் பொருள் இயங்கும் போது அப் பொருள் பின்வரும் மூன்று விசைகளை உணரும்.

(அ) கீழ் நோக்கிக் செயல்படும் ஈர்ப்பு விசை (mg)

(ஆ) மேல் நோக்கிச் செயல்படும் செங்குத்துவிசை (N)

(இ) இயக்கத் திசைக்கு எதிர்த்திசையில் செயல்படும் உராய்வு விசை

இங்கு செங்குத்துத் திசையில் எவ்வித இயக்கமும் இல்லை. எனவே செங்குத்து விசையின் எண் மதிப்பு ஈர்ப்பு விசையின் எண்மதிப்புக்கு சமமாகும்.

$$N = mg$$

x அச்சத் திசையில் நியூட்டன் இரண்டாம் விதியைப் பயன்படுத்தினால்

$$m\vec{a} = -\mu_k mg \hat{i}$$

$$\vec{a} = -\mu_k g \hat{i}$$

(இங்கு முடுக்கம் x அச்சத்திசையில் செயல்படுவதால் உராய்வு விசை எதிர்க்குறி x அச்சத் திசையில் செயல்படும் என்பதை நினைவில் வைக்கவும்)

$$a = -\mu_k g$$

இங்கு இயக்கம் முழுமைக்கும் முடுக்கம் மாறா மதிப்பைப் பெற்றுள்ளதால், இயக்கச் சமன்பாடுகளை இங்கு பயன்படுத்தலாம்.

$$v^2 = u^2 + 2as$$

இங்கு v என்பது இறுதித் திசைவேகம் மற்றும் s தொலைவு செல்வதற்காக பொருளுக்கு அளிக்கப்பட்ட தொடக்கத் திசைவேகம் u ஆகும்.

$$\text{இக்கணக்கில் } s = 10 \text{ m}$$

பொருள் இறுதியில் ஓய்வு நிலைக்கு வருவதால்

$$\text{திசைவேகம் } v = 0$$

$$0 = u^2 - 2\mu_k gs$$

$$u = \sqrt{2\mu_k gs}$$

$$u = \sqrt{2 \times 0.6 \times 9.8 \times 10} = 10.8 \text{ m s}^{-1}$$

14. பிரிவு 3.6.3 வெளி விளிம்பு உயர்த்தப்பட்ட சாலை உட்பிரிவில், சாலையின் பரப்பு காரின் டயர் மீது செலுத்தும் உராய்வு விசையைப் பற்றி நாம் கணக்கில் எடுத்தக் கொள்ளவில்லை. காரின் டயருக்கும், சாலையின் பரப்பிற்கும் இடையேயுள்ள ஓய்வுநிலை உராய்வுக்குணகம், μ_s எனக் கருதி, காரொன்று வளைவுச் சாலையில் சறுக்காமல் வளைவதற்கான பெருமத் திசைவேகத்தின் கோவையைப் பெறுக.

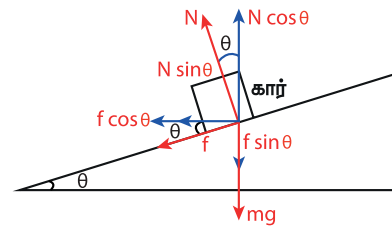
தீர்வு

வெளிவிளிம்பு உயர்த்தப் பட்ட சாலையில் காரொன்றுவளையும் போது, கீழ்க்கண்ட மூன்று விசைகள் காரின் மீது செயல்படுகின்றன.

1). கீழ் நோக்கிச் செயல்படும் ஈர்ப்புவிசை (mg)

2). சாலையின் பரப்பிற்கு செங்குத்தாகச் செயல்படும் செங்குத்துவிசை (N)

3). சாலையின் பரப்பு வழியே காரின் மீது செயல்படும் ஓய்வு நிலை உராய்வுவிசை (f) கிடைத்தள மற்றும் செங்குத்துத் திசைகளில் செயல்படும் விசைகளை பின்வரும் படம் காட்டுகிறது.



v என்ற வேகத்தில் கார் வளையும் போது, செங்குத்து விசையின் கிடைத்தளக் கூறு மற்றும் ஓய்வுநிலை உராய்வுவிசையின் கிடைத்தளக்கூறு, மையநோக்கு விசையைக் கொடுக்கிறது. இதனைப் பின்வரும் சமன்பாடு காட்டுகிறது.

$$N \sin \theta + f \cos \theta = \frac{mv^2}{r} \quad (1)$$

செங்குத்துத் திசையில் எவ்வித முடுக்கமும் இல்லை. இது, மேல் நோக்கிச் செயல்படும் செங்குத்து விசையின் (N), செங்குத்துக்கூறு

கீழ் நோக்கிச் செயல்படும் புவியீர்ப்பு விசையை சமன் செய்கிறது என்பதை உணர்த்துகிறது.

இதனைப் பின் வருமாறு எழுதலாம்.

$$\begin{aligned} N \cos \theta &= mg + f \sin \theta \\ \text{அல்லது} & \\ N \cos \theta - f \sin \theta &= mg \end{aligned} \quad (2)$$

சமன்பாடு (1) ஐ (2) ஆல் வகுக்கும் போது

$$\frac{N \sin \theta + f \cos \theta}{N \cos \theta - f \sin \theta} = \frac{v^2}{rg} \quad (3)$$

சறுக்காமல் வளைவதற்கான பெருமத் திசைவேக நிபந்தனைக்கு ஓய்வுநிலை உராய்வுக் குணகத்தின் பெரும மதிப்பைப் பயன்படுத்த வேண்டும். இந் நிபந்தனையை சமன்பாடு (3) இல் பயன்படுத்தும்போது

$$\frac{N \sin \theta + \mu_s N \cos \theta}{N \cos \theta - \mu_s N \sin \theta} = \frac{v_{\max}^2}{rg}$$

$N \cos \theta$ வை சமன்பாட்டிலிருந்து வெளியே எடுக்கும் போது

$$\begin{aligned} \frac{N \cos \theta \left\{ \left(\frac{N \sin \theta}{N \cos \theta} \right) + \mu_s \right\}}{N \cos \theta \left(1 - \mu_s \frac{N \sin \theta}{N \cos \theta} \right)} &= \frac{v_{\max}^2}{rg} \\ \frac{(\tan \theta + \mu_s)}{1 - \mu_s \tan \theta} &= \frac{v_{\max}^2}{rg} \end{aligned}$$

சறுக்காமல் வளைவதற்கான பெருமத் திசைவேகம்

$$v_{\max} = \sqrt{rg \frac{(\tan \theta + \mu_s)}{(1 - \mu_s \tan \theta)}} \quad (4)$$

நாம் உராய்வின் விளைவைப் புறக்கணிக்கும் போது ($\mu_s = 0$) நழுவாமல் வளைவதற்கான பெருமத் திசைவேகம்

$$v_{\text{safe}} = \sqrt{rg \tan \theta} \quad (5)$$

நழுவாமல் வளைவதற்கான பெருமத் திசைவேகத்தை, உராய்வை அதிகரிப்பதன் மூலம் அதிகரிக்கலாம். (சமன்பாடு (4)). காரொன்று, $v < v_{\text{safe}}$ என்றவேகத்தில் வளையும்போது ஓய்வுநிலை உராய்வு மேல் நோக்கிச் செயல்பட்டு கார் உட்புறமாக சறுக்கி விழுவதைத் தடுக்கிறது. மாறாக v_{safe} வேகத்தை விட சற்றே கூடுதலான வேகத்தில் கார் செலுத்தும் போது ஓய்வுநிலை உராய்வுவிசை கீழ் நோக்கிச் செயல்பட்டு கார் வெளிப்புறமாக சறுக்கிவிழுவதைத் தடுக்கிறது. ஆனால் கார் v_{safe} வேகத்தை விட மிக அதிக வேகத்தில் செல்லும் போது ஓய்வுநிலை உராய்வு விசை கார் சறுக்கி விழுவதைத் தடுக்க போதுமானது அல்ல.

தீர்க்கப்பட்டகணக்குகள் – அலகு 4

1. $\vec{F} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ N என்ற விசை ஒரு பொருளின் மீது செயல்படும் அதனை $\vec{S} = 4\hat{i} + 6\hat{j}$ m என்ற தொலைவுக்கு இடப் பெயர்ச்சி செய்கிறது. விசையால் செய்யப்பட்ட வேலையைக் கணக்கிடுக.

தீர்வு

$$\text{விசை } \vec{F} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$$

$$\text{தொலைவு } \vec{S} = 4\hat{i} + 6\hat{j}$$

$$\text{செய்யப்பட்டவேலை} = \vec{F} \cdot \vec{S} =$$

$$(\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}) (4\hat{i} + 6\hat{j})$$

$$= 4 + 12 + 0 = 16 \text{ J}$$

2. ஒரு பொருளானது $F = 3x^2 - 4x + 5$ என்ற விசையின் தாக்கத்தால் X அச்சில் X = 0 முதல் X = 8 வரை நகருகிறது. இச் செயல் பாட்டில் செய்யப்பட்ட வேலையைக் கணக்கிடுக

தீர்வு

பொருளை X = 0 முதல் X = 8 வரை நகர்த்த செய்யப்பட்ட வேலை

$$\begin{aligned} W &= \int_0^8 F dx = \int_0^8 (3x^2 - 4x + 5) dx \\ &= \left[\frac{3x^3}{3} - \frac{4x^2}{2} + 5x \right]_0^8 \end{aligned}$$



$$W = \left[3 \frac{(8)^3}{3} - 4 \left(\frac{8^2}{2} \right) + 40 \right]$$

$$= [512 - 128 + 40] = 424 J$$

3. ஓய்வுநிலையில் உள்ள 10 kg நிறை கொண்ட பொருள் 16 N விசைக்கு உட்படுத்தப்படுகிறது. 10 s முடிவில் இயக்க ஆற்றலைக் கணக்கிடுக.

தீர்வு

நிறை $m = 10 \text{ kg}$

விசை $F = 16 \text{ N}$

காலம் $t = 10 \text{ s}$

$$a = F/m = \frac{16}{10} = 1.6 \text{ m s}^{-2}$$

நாம் அறிந்தவாறு,

$$v = u + at = 0 + 1.6 \times 10 = 16 \text{ m s}^{-1}$$

$$\text{இயக்க ஆற்றல் } K.E = \frac{1}{2}mv^2$$

$$= \frac{1}{2} \times 10 \times 16 \times 16 = 1280 \text{ J}$$

4. 5 kg நிறையுள்ள ஒரு பொருள் 1000 J இயக்க ஆற்றலுடன் மேல் நோக்கி செங்குத்தாக எறியப் படுகிறது. புவியீர்ப்பு முடுக்கம் 10 m s^{-2} எனில் இயக்க ஆற்றல் அதன் தொடக்க மதிப்பில் பாதியாகும் உயரத்தைக் கணக்கிடுக.

தீர்வு

நிறை $m = 5 \text{ kg}$

இயக்கஆற்றல் $K.E = 1000 \text{ J}$

$$g = 10 \text{ m s}^{-2}$$

$$\text{'h' உயரத்தில் } mgh = \frac{K.E}{2}$$

$$5 \times 10 \times h = \frac{1000}{2}$$

$$h = \frac{500}{50} = 10 \text{ m}$$

5. 60 kg மற்றும் 30 kg நிறை கொண்ட இரு பொருட்கள் ஒரே திசையில் நேர்க்கோட்டில் முறையே 40 cm s^{-1} மற்றும் 30 cm s^{-1} திசைவேகத்தில் இயங்கி ஒரு பரிமாண மீட்சி மோதலுக்குட்படுகிறது. மோதலுக்குப் பிறகு அவற்றின் திசைவேகங்களைக் காண்க.

தீர்வு

நிறை $m_1 = 60 \text{ kg}$

நிறை $m_2 = 30 \text{ kg}$

$$u_1 = 40 \text{ cm s}^{-1}$$

$$u_2 = 30 \text{ cm s}^{-1}$$

$$v_1 = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \right) u_1 + \left(\frac{2m_2}{m_1 + m_2} \right) u_2$$

$$v_2 = \left(\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} \right) u_2 + \left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2} \right) u_1$$

மதிப்புகளைப் பிரதியிட கிடைப்பது

$$v_1 = \frac{(60 - 30)}{90} \times 40 + \frac{2 \times 30}{90} \times 30$$

$$v_1 = \frac{1}{90} [1200 + 1800]$$

$$= \frac{3000}{90} = 33.3 \text{ cm s}^{-1}$$

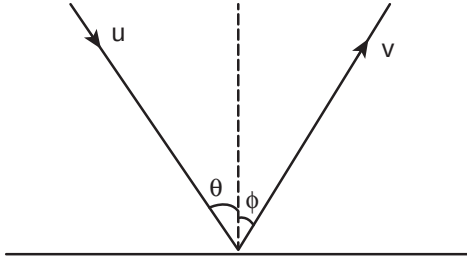
இதேபோல்

$$v_2 = \frac{(30 - 60)}{90} \times 30 + \frac{2 \times 60}{90} \times 40$$

$$v_2 = \frac{1}{90} [-900 + 4800]$$

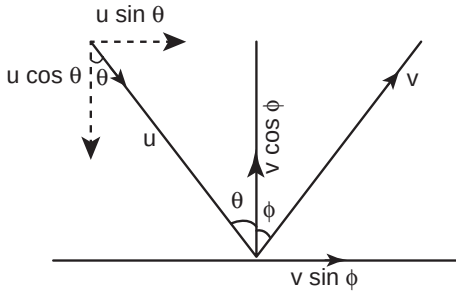
$$= \frac{3900}{90} = 43.3 \text{ cm s}^{-1}$$

6. உராய்வற்ற கிடைத்தள தரையில் ஒரு பொருள் செங்குத்து அச்சுடன் O கோணத்தில் u வேகத்தில் மோதி செங்குத்து அச்சுடன் θ கோணத்தில் v வேகத்தில் மீண்டெழுகிறது. பொருளுக்கும் தரைக்கும் இடையே உள்ள மீட்சியளப்பு குணகம் e. v இன் எண்மதிப்பு யாது?



திசைவேகக் கூறுகளைப் பயன்படுத்த

தீர்வு



திசைவேகத்தின் X கூறு $u \sin \theta = v \sin \phi$ (1)
திசைவேகத்தின் Y - கூறின் எண்மதிப்பு ஒரே
அளவாக இருக்காது. எனவே மீட்சியளிப்பு
குணகத்தைப் பயன்படுத்தி

$$e = \frac{v \cos \phi}{u \cos \theta} \quad (2)$$

(1) மற்றும் (2) ஐ இரு மடியாக்கி கூட்ட

$$\begin{aligned} v^2 \sin^2 \phi &= u^2 \sin^2 \theta \\ v^2 \cos^2 \phi &= e^2 u^2 \cos^2 \theta \\ \text{கூட்ட} \quad v^2 &= u^2 \sin^2 \theta + e^2 u^2 \cos^2 \theta \\ \therefore v^2 &= u^2 [\sin^2 \theta + e^2 \cos^2 \theta] \\ v &= u \sqrt{\sin^2 \theta + e^2 \cos^2 \theta} \end{aligned}$$

7. m நிறையுள்ள ஒரு பொருளானது நீட்சியடையா நிலையில் l நீளத்தையும் k விசை மாறிலியையும் கொண்ட லேசான சுருள் வில்லின் ஒரு முனையில் இணைக்கப்பட்டுள்ளது. அது கிடைமட்ட வட்டத்தில் (1) என்ற கோணத் திசைவேகத்துடன் சுழற்றப்படுகிறது. சுருள் வில்லின் நீளம் எவ்வளவு அதிகரிக்கும்?

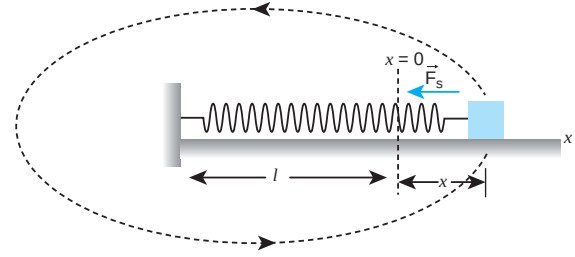
தீர்வு

பொருளின் நிறை = m
விசை மாறிலி = k

282

பின் இணைப்பு 1

நீட்சியடையா நிலையில் சுருள் வில்லின் நீளம் = l
கோணத் திசைவேகம் = (1)



சுருள்வில்லின் நீளஅதிகரிப்பு 'x' என்க.

தற்போது புதிய நீளம் = (l + x) = r

சுருள்வில் கிடைமட்ட வட்டத்தில் சுழலும்போது

சுருள் வில் விசை = மையநோக்கு விசை

$$kx = m\omega^2(l+x) = m\omega^2 r$$

$$x = \frac{m\omega^2 l}{k - m\omega^2}$$

8. ஒரு துப்பாக்கி வினாடிக்கு 8 குண்டுகள்வீதம் x என்ற இலக்கில் சுடப்படுகிறது. ஒவ்வொரு குண்டின் நிறை 3 g மற்றும் அதன் வேகம் 600 m s^{-1} எனில் குண்டுகள் வெளிப்படுத்தும் திறனைக் கணக்கிடுக.

தீர்வு

திறன் = ஒரு வினாடியில் செய்யப்பட்டவேலை

= ஒருவினாடியில் 8 குண்டுகளின் மொத்த இயக்க ஆற்றல்

$P = 8 \times$ ஒரு வினாடியில் ஒவ்வொரு குண்டின் இயக்க ஆற்றல்

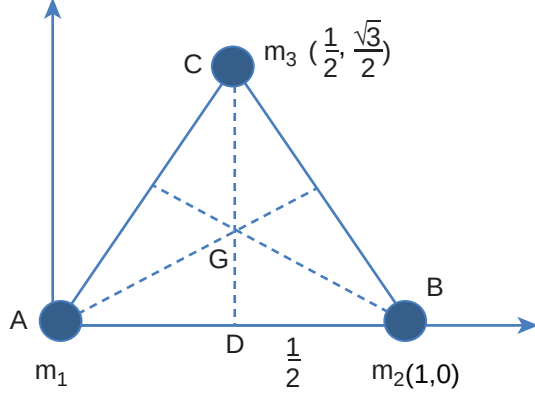
$$= 8 \times \frac{1}{2} \times (3 \times 10^{-3}) \times (600)^2$$

$$P = 4320 \text{ W}$$

$$P = 4.320 \text{ kW}$$

தீர்க்கப்பட்டகணக்குகள் -அலகு 5

1. சமபக்க முக்கோணத்தின் மூன்று முனைகளிலும் மூன்று நிறைகள் முறையே $m_1 = 1 \text{ kg}$ $m_2 = 2 \text{ kg}$ மற்றும் $m_3 = 3 \text{ kg}$ வைக்கப்பட்டுள்ளது. அமைப்பின் நிறைமையத்தை காண்க.



சமபக்க முக்கோணத்தின் நிறை மையமானது வடிவியல் மையம் G இல் அமைகிறது m_1 , m_2 மற்றும் m_3 ஆகிய நிறைகள் படத்தில் காட்டப்பட்டுள்ளதுபோல் A, B மற்றும் C என்ற நிலைகளில் வைக்கப்பட்டுள்ளது. கொடுக்கப்பட்ட நிறைகளின் நிலையிலிருந்து m_1 மற்றும் m_2 என்பனவற்றின் ஆயஅச்சுப் புள்ளிகள் முறையே (0, 0) மற்றும் (1, 0) ஆகும். பித்தாகோரஸ் தேற்றத்தை பயன்படுத்தி m_3 யின் நிலையினைக் காண்க. $\triangle DBC$ என்பது செங்கோண முக்கோணமாதலால்

$$BC^2 = CD^2 + DB^2$$

$$CD^2 = BC^2 - DB^2$$

$$CD^2 = 1^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 1 - \left(\frac{1}{4}\right) = \frac{3}{4}$$

$$CD = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

m_3 நிறையின் ஆயஅச்சு

$$\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \text{ அல்லது } (0.5, 0.5\sqrt{3})$$

நிறை மையத்தின் x- அச்சுக் கூறு

$$x_{CM} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + m_3 x_3}{m_1 + m_2 + m_3}$$

$$x_{CM} = \frac{(1 \times 0) + (2 \times 1) + (3 \times 0.5)}{1 + 2 + 3} = \frac{3.5}{6}$$

$$x_{CM} = \frac{7}{12} \text{ m}$$

நிறை மையத்தின் Y- அச்சுக் கூறு

$$y_{CM} = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2 + m_3 y_3}{m_1 + m_2 + m_3}$$

$$y_{CM} = \frac{(1 \times 0) + (2 \times 0) + (3 \times 0.5 \times \sqrt{3})}{1 + 2 + 3} = \frac{1.5\sqrt{3}}{6}$$

$$y_{CM} = \frac{\sqrt{3}}{4} \text{ m}$$

$\therefore$ ஈர்ப்பு மையத்தின் ஆய அச்சுப் புள்ளிகளாவன

$$\left(\frac{7}{12}, \frac{\sqrt{3}}{4}\right)$$

2. எலக்ட்ரான் ஒன்று $9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}$ எனும் நிறையுடனும் 0.53 A ஆரத்துடனும் உட்கருவினை வட்டப் பாதையில் சுற்றி வருகிறது. எலக்ட்ரானின் கோண உந்தம் யாது ? (எலக்ட்ரானின் திசைவேகம் $v = 2.2 \times 10^6 \text{ m s}^{-1}$)

தீர்வு

எலக்ட்ரானின் நிறை $m = 9 \times 10^{-31} \text{ kg}$

எலக்ட்ரானின் வட்டப் பாதையின் ஆரம் $r = 0.53 \text{ \AA} = 0.53 \times 10^{-10} \text{ m}$

எலக்ட்ரானின் திசைவேகம் $v = 2.2 \times 10^6 \text{ m s}^{-1}$

எலக்ட்ரானின் கோணஉந்தம் $L = I \omega$

எலக்ட்ரானின் நிறையை புள்ளிநிறையாக எடுத்துக் கொள்க.

இதன் நிலைமத் திருப்புத்திறன் $I = m r^2$.

மேலும் $\omega = \frac{v}{r}$ என்ற தொடர்பையும் பயன்படுத்தும் போது

$$\text{கோணஉந்தம் } L = m r^2 \times \frac{v}{r} = m v r$$

$$= 9.1 \times 10^{-31} \times 2.2 \times 10^6 \times 0.53 \times 10^{-10}$$

$$L = 10.61 \times 10^{-35} = 1.06 \times 10^{-34} \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-1}$$

3. 20 kg நிறையும் 0.25 m ஆரமும் கொண்ட ஒரு திண்மக் கோளமானது மையம் வழிச் செல்லும் அச்சைப் பற்றி சுழல்கிறது. அதன் கோண திசைவேகம் 5 rad s^{-1} எனில் கோண உந்தத்தின் மதிப்பு யாது?

தீர்வு

கோளத்தின் நிறை $m = 20 \text{ kg}$

ஆரம் $r = 0.25 \text{ m}$

கோணத் திசைவேகம் $\omega = 5 \text{ rad s}^{-1}$

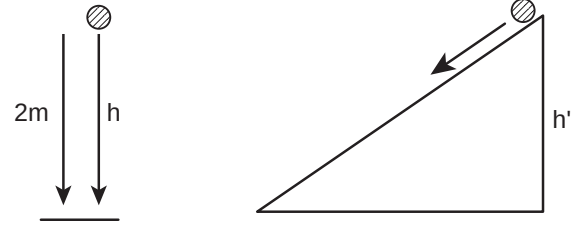
$$\text{கோண உந்தம் } L = I\omega = \frac{2}{5} m r^2 \omega$$

$$= \frac{2}{5} \times 20 \times (0.25)^2 \times 5 = 40 \times (0.0625) = 2.5$$

$$L = 2.5 \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-1}$$

4. திண்ம உருளையானது 2m உயரத்திலிருந்து கீழே விடப்பட்டு தரையை அடையும் போது ஒரு குறிப்பிட்ட வேகத்தில் தரையை வந்தடைகிறது. அதே உருளை குறிப்பிட்ட உயரம் கொண்ட சாய்தளம் ஒன்றின் உச்சியிலிருந்து விடப்படும் போதும் அதே வேகத்தில் தரையை அடைகிறது எனில் அந்த சாய்தளத்தின் உயரத்தைக் காண்க. அவ்வுருளையின் திசைவேகத்தையும் காண்க.

தீர்வு



முதல் நிகழ்வு

நிலை ஆற்றல் = இயக்க ஆற்றல்

$$mgh = \frac{1}{2} m v^2$$

$$mg \times 2 = \frac{1}{2} m v^2 \quad (1)$$

இரண்டாவது நிகழ்வு

நிலை ஆற்றல் = இடம் பெயர்வு ஆற்றல் + சுழற்சி ஆற்றல்

$$mgh' = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} I \omega^2$$

$$mgh' = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{m r^2}{2} \right) \left(\frac{v^2}{r^2} \right)$$

$$\therefore mgh' = \frac{3}{4} m v^2 \quad (2)$$

(2) ஐ (1) ஆனால் வகுக்க

$$\frac{mgh'}{mg \times 2} = \frac{\frac{3}{4} m v^2}{\frac{1}{2} m v^2} = \frac{3}{4} \times \frac{2}{1} = \frac{3}{2}$$

$$h' = 3m$$

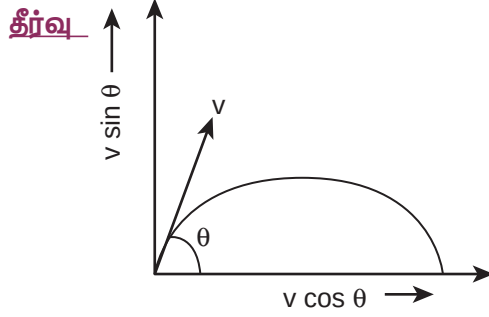
$$\text{சமன்பாடு (1) லிருந்து } 2mg = \frac{1}{2} m v^2$$

$$v = \sqrt{4g} = 2\sqrt{g}$$

$$v = 2 \times \sqrt{9.81}$$

$$v = 6.3 \text{ m s}^{-1}$$

5. X – Y தளத்தில் m நிறை கொண்ட சிறிய துகள் X அச்சுடன் θ கோணத்தில் v என்ற ஆரம்ப திசைவேகத்துடன் படத்தில் காட்டியுள்ளவாறு எறியப்படுகிறது. அப் பொருளின் கோண உந்தத்தை காண்க



m நிறை கொண்ட பொருள் t கால இடைவெளியில் கிடைத்தளத்தில் நகர்ந்த தொலைவு X என்க.

$$\text{கோண உந்தம் } \vec{L} = \int \vec{r} \times \vec{F} dt$$

$$\text{ஆனால் } \vec{r} = \vec{r} \times \vec{F}$$

$$\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j}$$

$$\therefore \vec{r} = (x\hat{i} + y\hat{j}) \times (-mg\hat{j})$$

$$\vec{r} = -mgx(\hat{i} \times \hat{j}) = -mgx\hat{k}$$

$$\vec{L} = -mg \int (xdt) \hat{k} = -mgv \cos \theta \left(\int t dt \right) \hat{k}$$

ஆரம்ப நிலையில் $t = 0$ மற்றும் இறுதி நிலையில் $t = t_f$

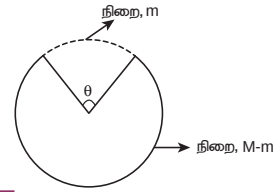
$$\therefore \vec{L} = -mgv \cos \theta \left(\int_0^{t_f} t dt \right) \hat{k} = -\frac{1}{2} mgv \cos \theta t_f^2 \hat{k}$$

எதிர் குறியானது உந்தம் ஆனது தளத்தின் உள் நோக்கியதாக உள்ளது என்பதை குறிக்கிறது.

6. M நிறையும் R ஆரமும் கொண்ட முழுமையான வளையத்தில் மையம் தாங்கும் கோணப்பகுதி θ நீக்கப்படுகிறது. வளையத்தின் தளத்திற்கு செங்குத்தாகவும், அதன் மையம் வழிச் செல்லும் அச்சைப் பொருத்து மீதமுள்ள வளையத்தின் நிலைமத் திருப்புத்திறனைக் காண்க.

தீர்வு

M மொத்த நிறையும் R ஆரமும் கொண்ட முழுமையான வளையத்தை எடுத்துக் கொள்க. அதில் m நிறையுடைய பகுதியானது நீக்கப்படும்போது மீதமுள்ள வளையத்தின் நிறை $M - m$ எனக் கொள்க.



n என்ற நேர்குறி முழு எண்ணை எடுத்துக் கொண்டால்

$$n\theta = 360 \quad n = \frac{360^\circ}{\theta}$$

m என்பதை முழுமையற்ற வளையத்தின் நிறை என எடுத்துக் கொண்டால்

பகுதி நீக்கப்பட்ட வளையத்தின் நிறை = $M - m$

$$m = \frac{M}{360} \times \theta$$

பகுதி நீக்கப்பட்ட வளையத்தின் நிறை

$$= M - \frac{M}{n} = M \frac{(n-1)}{n}$$

எடுத்துக் காட்டாக

அ) $\theta = 60^\circ$ எனும்பொழுது

$$n = \frac{360^\circ}{60^\circ} = 6$$

$$\therefore n - 1 = 5$$

பகுதி நீக்கப்பட்ட வளையத்தின் நிறை = $\frac{5}{6} M$

ஆ) $\theta = 30^\circ$ எனும்பொழுது



$$n = \frac{360^\circ}{30^\circ} = 12$$

$$n - 1 = 11$$

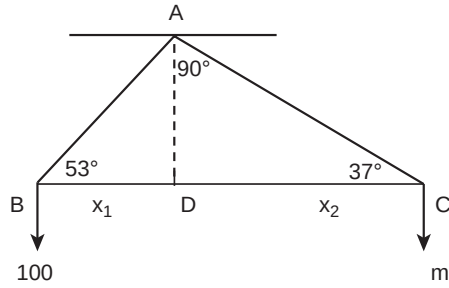
பகுதி நீக்கப்பட்ட
வளையத்தின் நிறை = $\frac{11}{12} M$

பகுதி நீக்கப்பட்ட வளையத்தின் நிலைமத்
திருப்புத்திறன்

$$I = M \frac{(n-1)}{n} R^2$$

7. நிறையற்ற செங்கோண முக்கோணமானது அதன் செங்கோணம் உள்ள முனையிலிருந்து தொங்கவிடப்பட்டுள்ளது. 100 kg நிறையானது B என்ற மற்றொரு கிடைத்தளத்துடன் 53° கோணம் ஏற்படுத்தும் முனையில் தொங்கவிடப்பட்டுள்ளது. BC என்ற மூலை விட்டப் பக்கமானது கிடைத்தளத்திலேயே இருக்க C என்ற முனையில் தொங்க விடப்பட வேண்டிய நிறையைக் காண்க.

தீர்வு

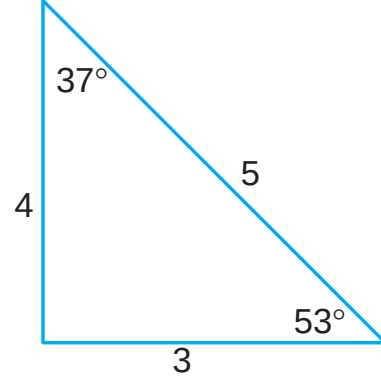


திருப்புத் திறன்களின் தத்துவத்தின்படி,

$$100 \times g \times x_1 = m \times g \times x_2$$

$$100 \times \cos 53^\circ = m \times \cos 37^\circ \quad (1)$$

இங்கு x_1 மற்றும் x_2 என்பன மூலை விட்ட பகுதிகளின் நீளம். 37° , 53° மற்றும் 90° கோணங்களை கொண்ட செங்கோண முக்கோணம் சிறப்பு வகையாகும். இதன் பக்கங்களின் விகிதமானது படத்தில் உள்ளவாறு 3 : 4 : 5.



$$100 \times \cos 53^\circ = m \times \cos 37^\circ$$

$$100 \times \frac{3}{5} = m \times \frac{4}{5}$$

$$m = 100 \times \frac{3}{4}$$

$$m = 75 \text{ kg}$$

8. சுழல்சக்கரம் ஒன்றை 30 rpm விருந்து 720 rpm ஆக வேகத்தை அதிகப்படுத்த 1000 J ஆற்றல் செலவழிக்கப்படுகிறது. சுழலும் சக்கரத்தின் நிலைமத் திருப்புத் திறனைக் காண்க.

தீர்வு

$$\omega_1 = 30 \text{ rpm} = 2\pi \times \frac{30}{60} \text{ rads}^{-1} = \pi \text{ rad s}^{-1}$$

$$\omega_2 = 720 \text{ rpm}$$

$$= 2\pi \times \frac{720}{60} \text{ rads}^{-1} = 24\pi \text{ rads}^{-1}$$

இயக்க ஆற்றலின் ஏற்படும் மாறுபாடு

$$\Delta KE = \frac{1}{2} I (\omega_2^2 - \omega_1^2)$$



$$I = \frac{2 \times \Delta KE}{(\omega_2^2 - \omega_1^2)} = \frac{2 \times 1000}{(24\pi)^2 - (\pi)^2}$$

$$I = \frac{2000}{25\pi \times 23\pi} \quad \text{கவனத்திற்கு:}$$

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

$$I \approx 0.35 \text{ kg m}^2 \quad (\pi^2 \approx 10) \text{ என்பதால்}$$

9. ஒரே ஆரமும், நிறையும் கொண்ட இரு உருளைகளை எடுத்துக்கொள்க. இதின் ஒன்று உள்ளீடற்றதாகவும் மற்றொன்று திண்மமாகவும் உள்ளது. இவை ஒரே திருப்பு விசைக்கு உட்படுத்தும் போது, இவற்றுள் எது அதிக கோணமுடுக்கம் பெறும்?

தீர்வு

திண்ம உருளையின் அச்சைப் பற்றி நிலைமத்

$$\text{திருப்புத் திறன் } I_s = \frac{1}{2} MR^2$$

உள்ளீடற்ற உருளையின் அச்சைப் பற்றி நிலைமத் திருப்புத்திறன் $I_h = MR^2$

$$I_s = \frac{1}{2} I_h \text{ அல்லது } I_h = 2I_s$$

$$\text{திருப்புவிசை } \tau = I \alpha$$

$$\alpha = \frac{\tau}{I}$$

$$\alpha_s = \frac{\tau}{I_s} \text{ மற்றும் } \alpha_h = \frac{\tau}{I_h}$$

$$\alpha_s I_s = \alpha_h I_h \Rightarrow \alpha_s = \alpha_h \frac{I_h}{I_s}$$

இதிலிருந்து,

$$I_h > I_s \Rightarrow \frac{I_h}{I_s} > 1$$

$$\therefore \alpha_s > \alpha_h$$

ஒரே திருப்பு விசையின் போது திண்ம உருளையாது உள்ளீடற்ற உருளையை விட அதிக முடுக்கத்தைப் பெறுகிறது.

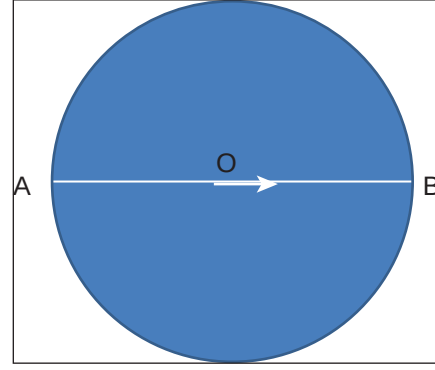
10. மெல்லிய வட்டத்தட்டு கிடைத்தளத்தில் அதன் மையத்தின் வழியே செல்லும் செங்குத்து அச்சைப் பற்றி சுழல்கிறது. பூச்சி ஒன்று வட்டத் தட்டின் விட்டத்தில் A லிருந்து நகர்ந்து படத்தில்

காட்டியுள்ளவாறு செல்கிறது. வட்டத்தட்டின் கோணவேகம் எவ்வாறு மாற்றம் அடைகிறது என்பதை விவாதிக்க.

தீர்வு

வட்டத் தட்டு பூச்சியுடன் தன்னிச்சையாக சுழல்வதால் அமைப்பின் கோண உந்தம் மாறாதது.

$$L = I \omega = \text{மாறிலி}$$



பூச்சி விட்டத்தில் A யிலிருந்து மையம் (O) வை நோக்கி நகரும் போது நிலைமத் திருப்புத்திறன் (I) குறைகிறது. எனவே கோணத்திசைவேகம் (ω) அதிகரிக்கிறது. அது மையம் (O) விட்டு விலகி B நோக்கி நகரும்பொழுது (O விலிருந்து B) நிலைமத்திருப்புத்திறன் அதிகரிக்கிறது. எனவே கோணத்திசைவேகம் குறைகிறது.

11. (i) $\sqrt{E_{kr}}$ மற்றும் L இவற்றிற்கு இடையே வரையப்படும் வரைபடத்தின் வடிவம் என்ன? (இதில் E_{kr} என்பது சுழற்சி இயக்க ஆற்றல் மற்றும் L என்பது கோணஉந்தம்)
- (ii) வரை படத்திலிருந்து கிடைக்கப் பெறும் சாய்வின் மூலம் நீங்கள் அறிவது யாது?
- (iii) $\sqrt{E_{kr}}$ மற்றும் L இவற்றிற்கு இடையே A மற்றும் B என்ற இரு பொருட்களுக்கு வரைபடம் வரையப்படுகிறது. இவற்றில் எது அதிக நிலைமத் திருப்புத்திறனை கொண்டிருக்கும்.

தீர்வு

சுழற்சி இயக்க ஆற்றல்

$$E_{kr} = \frac{1}{2} I \omega^2$$



$$= \frac{1}{2} I \omega \times \omega = \frac{1}{2} L \cdot \omega = \frac{1}{2} \frac{L^2}{I} \quad \because L = I \omega \quad \omega = L/I$$

$$E_{kr} = \frac{L^2}{2I}$$

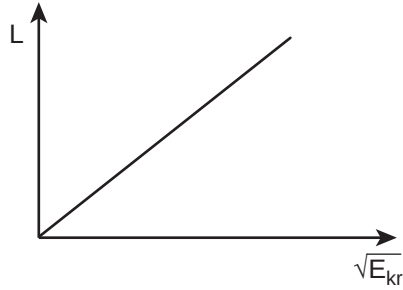
$$L^2 = 2IE_{kr}$$

$$L = \sqrt{2IE_{kr}} = \sqrt{2I} \cdot \sqrt{E_{kr}}$$

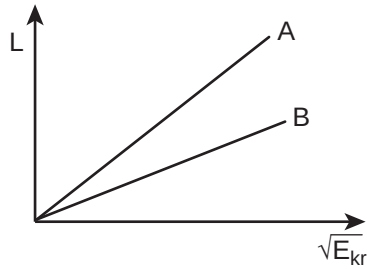
$\sqrt{E_{kr}}$ கும் L கும் இடைப்பட்ட வரைபடம்

ஒரு நேர்கோடு.

ii) வரைபடத்தின் சாய்வு நிலைமத் திருப்புத்திறனின் மதிப்பை தரும்



iii) வரைபடத்தின் சாய்வு நிலைமத் திருப்புத்திறனை அளிக்கும் என நாம் அறிவோம். A என்ற பொருளிற்கு வரையப்படும். கோடு அதிக சாய்வை பெற்றிருப்பதால், A யின் நிலைமத் திருப்புத்திறன் அதிகம்.



12. சீரான மெல்லிய வட்ட வளையமானது நழுவுதலின்றி சாய்தளத்தில் கீழ் நோக்கி உருள்கிறது. சாய்தளத்தின் சாய்வுக்கோணம் 45° எனில் அதன் வழியே நேர்கோட்டு முடுக்கத்தைக் கணக்கிடுக.

தீர்வு

சாய்தளத்தின் வழியாக நேர்கோட்டு முடுக்கமானது

$$a = \frac{g \sin \theta}{1 + \frac{K^2}{R^2}}$$

சீரான மெல்லிய வளையத்தின் மையம் வழிச்செல்லும் அச்சைப் பொருத்து நிலைமத் திருப்புத்திறன் $I = MR^2$

$$\therefore K^2 = R^2 \Rightarrow \frac{K^2}{R^2} = 1.$$

மற்றும் சாய்தளத்தின் சாய்வு, $\theta = 45^\circ$

$$\Rightarrow (\sin 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}})$$

எனவே

$$a = \frac{g}{1 + 1}$$

$$a = \frac{g}{2\sqrt{2}} \text{ m s}^{-2}$$

போட்டித்தேர்வு பகுதி



38UC1R



பின் இணைப்பு 2

A 1.1 இயற்பியலின் நூற்றாண்டு கால முறையான வளர்ச்சி

பல நூற்றாண்டுகளாக இயற்பியலில் ஏற்பட்டுள்ள தொடர்ச்சியான வளர்ச்சி	காலம்
சூரியன், சந்திரன், கோள்கள் மற்றும் விண்மீன்களை உற்றுநோக்கல்	ஏறத்தாழ கி.மு 3000 அளவில் முற்கால கிரேக்கர்கள்
பிரபஞ்சத்தில் உள்ள ஒவ்வொன்றும் மாறிக் கொண்டே இருக்கின்றது. காலவரையறையின்றி மாறாமல் இருக்கக்கூடியது எதுவும் இல்லை. “காலம்” எனும் கருத்து இப்புரிதலின் அடிப்படையில் உருவெடுத்தது	ஏறத்தாழ கி.மு 500 (ஹிராக்ளிட்டஸ்) (Heraclitus)
பொருட்கள் அனைத்தும் மேலும் பகுக்க இயலாத மிகச் சிறிய “அணு” எனும் துகள்களால் ஆனவை. அணுக்கொள்கை வளர்ச்சி அடைந்தது. ஆனால் கருதுகோள் அளவிலேயே இருந்தது. சோதனை ரீதியாக நிறுவப்படவில்லை.	கி.மு 500 முடிவில் (டெமொக்ரைடஸ் மற்றும் லியூசிப்பஸ்) (Democritus and leucippus)
■ தினசரி வாழ்வில் நடைபெறும் நிகழ்வுகளுக்கான இயற்பியல் விதிகள் பற்றிய கருத்து ■ ஈர்ப்பு விசையுடன் கூடிய இயக்கம் பற்றிய கருத்து ■ நான்கு தனிமங்கள் கொள்கை (ஒவ்வொரு பொருளும் பூமி, நீர், காற்று நெருப்பு ஆகிய நான்கு தனிமங்களால் ஆனது. இத்தனிமங்கள் ஒன்றிலிருந்து மற்றொன்றாக மாறக்கூடியது). ■ பிரபஞ்சத்தின் மையம் புவி (கருதுகோள்) ■ பொருட்கள் தொடர்ந்து இடம் பெயர விசை தேவை ■ கனமான பொருள் இலேசான பொருளைவிட விரைவாக புவியின் மீது விழும்	ஏறத்தாழ கி.மு 3 ஆம் நூற்றாண்டு அளவில் (அரிஸ்டாட்டில்) (Aristotle)
■ புவி கோள வடிவ முடையது ■ புவியின் ஆரத்தை கிட்டத்தட்ட துல்லியமாக அளத்தல்	ஏறத்தாழ கி.மு 240 அளவில் எரடோஸ்தனிஸ் (Eratosthenes)
■ சூரிய குடும்ப அமைப்பின் மையத்தில் சூரியன் உள்ளது. (கருதுகோள். சோதனை முறை நிரூபணம் இல்லை) ■ தன் அச்சு பற்றி புவி சுழல்தல் பற்றிய கருத்து	ஏறத்தாழ கி.மு 2 ஆம் நூற்றாண்டு (சாமோஸ்- இன் அரிஸ்டார்கஸ்) (Aristarchus of samos) ஏறத்தாழ கி.மு 2 ம் நூற்றாண்டு அளவில் (செலியூசியா) (Seleucia)



A 1.1 இயற்பியலின் நூற்றாண்டு கால முறையான வளர்ச்சி (தொடர்ச்சி)

■ நீர்ம நிலையியலுக்கான அடித்தளம், நெம்புகோல் தொடர்பான கருத்து ■ கப்பிகள் மூலம் (Pulleys) இயந்திரவியல் வேலை ■ ஆர்க்கிமிடீஸ் தத்துவம் என அறியப்படும் மிதப்பு விதிகள் (Law of Buoyancy) ■ π க்கான துல்லியமான மதிப்பு	ஏறத்தாழ 3 ஆம் நூற்றாண்டு அளவில் (ஆர்க்கிமிடீஸ்) (Archimedes)
■ கோள்கள் மற்றும் விண்மீன்களின் இயக்கம் மீது கவனம் செலுத்தப்படுதல் ■ சூரிய கிரகணம் பற்றிய முன்னறிவிப்பு ■ புவிக்கும் நிலவுக்கும் உள்ள தொலைவு மற்றும் புவிக்கும் சூரியனுக்கும் உள்ள தொலைவு கணக்கிடப்படுதல் ■ வானியல் நிகழ்வுகள் உற்றுநோக்கலும் பதிவு செய்தலும்	கி.மு2 ஆம் நூற்றாண்டின் முடிவில் (ஹிப்பார்க்கஸ்) (Hipparchus)
■ புவிமையக் கொள்கை (கருதுகோள் அல்ல. இந்தக் கொள்கை வெறுங்கண்களால் உற்று நோக்கக்கூடிய நிகழ்வுகளை விளக்கியது) ■ கோள்களின் “பின்னோக்கிய இயக்கம்” (retrograde motion) குறித்த விளக்கம் ■ “Almagest” – முதல் வானியல் நூல் வெளியீடு	கி.பி 100 ஆம் ஆண்டளவில் (தாலமி) (Ptolemy)
■ புவியின் தற்சுழற்சிப் பற்றிய கருத்து ■ “சூழி” பற்றிய கருத்து ■ கணிதவியலுக்கான பங்களிப்பு	கி.பி 5 ஆம் நூற்றாண்டு (ஆர்ய பட்டா (Aryabhatta) – இந்தியா)
■ ஆரம்ப கட்ட ஒளியியல் பற்றிய புரிதல் ■ “வானவியல் கருவூலம்” என்ற புத்தகம் – தாலமியின் வானியல் தரவுகளை துல்லியமான தரவுகளை கொடுத்தது	கி.பி 9 ஆம் நூற்றாண்டு (இபின் அல் ஹைதம் – அரேபியா) (Ibn al – hayatham) கி.பி 12 ஆம் நூற்றாண்டு (நஸீர் – ஆல் – தீன் – பெர்சியா வானியல் அறிஞர்) (Nasir – al – Din)
■ 7ஆம் நூற்றாண்டு முதல் 14 ஆம் நூற்றாண்டு வரை அறிவியலில் குறிப்பிடத்தக்க வளர்ச்சியானது இசுலாமிய நாடுகளால் அமைந்தது (அரேபியா, பெர்சியா, இரான் முதலியன)	
■ கோபர் நிக்கஸின் புரட்சி ■ சூரிய மையக் கொள்கை (கருதுகோள் அல்ல. விண்மீன்கள் மற்றும் கோள்களின் இயக்கத்தை தாலமியின் மாதிரியை விட எளிமையாக விளக்கியது) ■ துல்லியமான வானியல் தரவுகள் ■ கோள்களின் இயக்கம் பற்றிய விதிகள்	கி.பி 15 ஆம் நூற்றாண்டு – கோபர்நிக்கஸ் (Copernicus) டீஹோ பிராஹே (Tycho Brahe) கெப்ளர் (Kepler)
■ நிலைம விதி ■ தொலைநோக்கி மூலம் உற்று நோக்கல் ■ வியாழன் கோளின் நிலவுகளின் சுற்றுக் காலத்தை கணக்கிடல் ■ புவி தட்டையானது அல்ல.	கலீலியோ (1564–1642) (நவீன உற்றுநோக்கல் வானியலின் (Observational astronomy) தந்தை)



A 1.1 இயற்பியலின் நூற்றாண்டு கால முறையான வளர்ச்சி (தொடர்ச்சி)

■ அனைத்துப் பொருட்களும் புவியின் மீது ஒரே வேகத்தில் விழுகின்றன. (அரிஸ்டாட்டிலின் கருத்து தவறு என நிரூபிக்கப்பட்டது) ■ நிலைம விதி (பொருளின் இயக்கத்திற்கு அதன் மீது விசை தொடர்ந்து செயல்பட வேண்டியதில்லை. அரிஸ்டாட்டிலின் கொள்கை தவறு என நிரூபிக்கப்பட்டது) ■ ஊசல், சாய்தளம் தொடர்பான ஆய்வுகள் ■ எறிபொருட்களின் இயக்கம் பற்றி அறிதல் ■ கட்டுப்படுத்தப்பட்ட ஆய்வுகள் (Controlled experiments) – அறிமுகம்	கலீலியோவின் பார்வை
■ கார்ட்டீசியன் குறிப்பாயங்கள் அமைப்பு அறிமுகம் ■ பகுமுறை வடிவியல் (Analytical Geometry) அறிமுகம்	ரெனே டெஸ் கார்தே (Rene Des carte) (1596 – 1650)

17 மற்றும் 18 ஆம் நூற்றாண்டுகளில் வளர்ச்சி

■ இயக்க விதிகள் ■ இயக்கத்தை (motion) பற்றிய சரியான அறிவியல் கருத்து ■ நுண்கணிதத்தின் (Calculus) வளர்ச்சி (லெய்பினிட்ஸ் – ஐ சாராமல்) (Leibniz) ■ (எதிரொளிப்பு, ஒளி விலகல், முப்பட்டகம்) ■ ஒளியானது நுண்மத்துகள்களால் (Corpuscles) ஆனது. ■ கெப்ளர் விதிகளைத் தருவித்தல் ■ மிகச் சிறந்த அறிவியல் நூலான “The principia mathematica” (1687) வெளியீடு ■ ஒளியின் அலைக் கொள்கை	ஐசக் நியூட்டன் (1642 – 1727) (Isaac Newton) கிறிஸ்டியன் ஹய்கன்ஸ் (christian Huygens); நவீன ஒளியியலின் தந்தை
■ காந்தவியலில் ஆய்வுகள் ■ வாயுக்களின் தன்மைகள் (Behavior of gases) ■ பாய்ம இயக்கவியல் – பெர்னூலி தேற்றம் (1734) ■ வாயுக்களின் இயக்கவியற் கொள்கை பற்றிய ஆரம்பகட்ட கருத்துக்கள் ■ கம்பிச்சுருள் இயக்கம் (ஹூக் விதி) ■ மெல்லிய கம்பியில் ஏற்படும் அதிர்வுகளின் அதிர்வெண்ணுக்கான கோவையைத் தருவித்தல் (1714) ■ ஆற்றல் வழி அணுகுமுறையின் மூலம் நியூட்டன் இயக்கவியல் மறு சீரமைக்கப்படல் (லெக்ராங்கு இயக்கவியல்) ■ நீராவி இயந்திரம் கண்டுபிடிப்பு (1781) ■ மின்னூட்டங்களுக்கு இடையேயான விசை (கூலூம் விதி)	வில்லியம் கில்பெர்ட் (1600 அளவில்) (William Gilbert) இராபர்ட் பாயில் (1627 – 1691) மற்றும் இராபர்ட் ஹீக் டேனியல் பெர்னூலி (1700 – 1782) (Daniel Bernoulli) டேனியல் பெர்னூலி (1700 – 1782) இராபர்ட் ஹூக் (Robert Hooke) டெயிலர் (Taylor) டி ஆலென்பெர்ட், லெக்ராங்கு (De Alembert, Lagrange) ஜேம்ஸ் வாட் (James Watt) கூலூம்

19 ஆம் நூற்றாண்டில் வளர்ச்சி

■ வெப்ப இயக்கவியலின் ஆரம்ப காலக் கருத்துகள் (1840 களில்) ■ கலோரிக் (CALORIC) கொள்கை	ஜேம்ஸ் ஜூல் (James Joule), கார்னோ (carnot)
---	--



A 1.1 இயற்பியலின் நூற்றாண்டு கால முறையான வளர்ச்சி (தொடர்ச்சி)

■ வெப்ப இயக்கவியல் விதிகள் (1850 களில்) ■ வாயுக்களின் தன்மைகள், திசைவேகம் மற்றும் வேகம் (1860 களில்) ■ புள்ளியியல் இயக்கவியல் மற்றும் என்ட்ரோபி (entropy) சமன்பாடு ஆகியவற்றுக்கான அடித்தளம் (1870 களில்)	கெல்வின் (Kelvin), கிளாஸியஸ் (Clausius) ஜேம்ஸ் கிளார்க் மேக்ஸ்வெல் (James Clark Maxwell) போல்ட்ஸ்மேன் (Boltzmann)
■ ஒளியின் அலைத்தன்மை தொடர்பான ஆய்வுகள் ■ மின்னூட்டங்களின் தன்மைகள் ■ மின்னூட்டத்தின் மீதான காந்தப்புல விளைவுகள் (1820 களில்) ■ இணைக் கடத்திகளில் பாயும் மின்னோட்டங்களுக்கிடையே உள்ள விசை ■ மீச்சிறு செயல் கொள்கை (Principle of Least action), ஹாமில்டன் இயக்கவியல் (1821) ■ மின்மோட்டார், மின்னோட்டம் பற்றிய செயல் விளக்கம்	யங் மற்றும் பிரெனெல் (Young and Fresnel) ஓர்ஸ்டெட் (Oersted) ஆம்பியர் (Ampere) வில்லியம் ஹாமில்டன் (William Hamilton) மைக்கேல் பாரடே (Michael Faraday)
■ மின்காந்தவியல் – மின்னோட்டவியலையும் காந்தவியலையும் இணைக்கும் பாலம் ■ மேக்ஸ்வெல் சமன்பாடுகள் நவீன தொழில்நுட்பத்தின் திறவுகோல் ■ மாறுதிசை மின்னோட்டம்	ஜேம்ஸ் கிளார்க் மேக்ஸ் வெல் (James Clark Maxwell) டெஸ்லா (Tesla)

20ஆம் நூற்றாண்டில் வளர்ச்சி

■ முழுக்கரும்பொருள் (black body) பற்றிய ஆய்வுகள் ■ எலக்ட்ரான் கண்டுபிடிப்பு ■ ரூதர்போர்டு அணுமாதிரி ■ கதிரியக்கம் பற்றிய ஆய்வுகள்	மேக்ஸ் பிளாங்க் (1900 அளவில்) Max Planck J.J. தாம்ஸன் (J.J. Thomson) ரூதர்போர்டு (1910களில்) (Rutherford) மேரி க்யூரி (1920 கள் மற்றும் 1930களில்) (Marie Curie)
■ சிறப்பு சார்பியல் கொள்கை, ஒளி மின்விளைவு, அணுவின் இருப்பை (Existence) நிரூபித்தல் (1905), $E = mc^2$ ■ நியூட்டனுக்குப் பிந்தைய இயற்பியல் புரட்சி ■ வெளி மற்றும் காலம் பற்றிய புதிய சிந்தனை ■ பொதுச் சார்பியல் கொள்கை (20 ஆம் நூற்றாண்டின் இணையற்ற கொள்கை) 1915 ■ தன் வெப்ப ஏற்புத்திறன்கள் பற்றிய ஆய்வுகள்	ஆல்பர்ட் ஐன்ஸ்டீன் (Albert Einstein)
■ அணுக்கள் பற்றிய ஆய்வுகள் ■ போர் அணுமாதிரி ■ எலக்ட்ரான், புரோட்டான்களின் செயல்பாடுகள் ஸ்ரோடிங்கர் (Schrodinger) சமன்பாடு ■ உறுதியில்லாக் கோட்பாடு ■ குவாண்டம் இயற்பியல் உருவாக்கம் ■ குவாண்டம் புலக்கொள்கை உருவாக்கம் ■ துகள் இயற்பியல், திட்ட மாதிரி (Standard model) ■ X-கதிர்கள் விளிம்பு விளைவு (1930 களில்) பொருட்களின் அமைப்பை புரிந்து கொள்ள வழிவகுத்தது.	நீல்ஸ்போர் (Niels Bohr) ஸ்ரோடிங்கர் (Schrodinger) ஹைசென்பர்க் (Heisenberg) பால் டிராக் (Paul Dirac) பால் டிராக், ஃபெய்மன் (Feynman), ஷ்வீங்கர் (Schwinger) கெல்மேன் (Gellman), வைன்பெர்க் (Weinberg), அப்துஸ் சலாம் (Abdus salam)



A 1.1 இயற்பியலின் நூற்றாண்டு கால முறையான வளர்ச்சி (தொடர்ச்சி)

■ இராமன் விளைவு ■ விண்மீன்கள் மற்றும் கருந்துளைகள் (Black holes) பற்றிய ஆய்வுகள் ■ டிரான்ஸிஸ்டர் கண்டுபிடிப்பு (1947) ■ வெப்ப நிலையின் அடிப்படையில் விண்மீன்களை வகைப்படுத்துதல் (வான் வெப்ப இயக்கவியல் - சாஹா அயனியாக்க சமன்பாடு) ■ பிரபஞ்சத்தின் தோற்றவியல் துறை (1920களில்) ■ விரிவடையும் பிரபஞ்ச மாதிரி (1922) ■ சிவப்பு இடப்பெயர்ச்சி (Red shift)	சி.வி. இராமன் (இந்தியா) சந்திர சேகர் (இந்திய வம்சாவளி) ஜான் பார்டீன் (John Bardeen), வால்டர் பிரெட்மன் (Walter Brattain), வில்லியம் ஷாக்லீ (William Shockley) மேக்நாட் சாஹா (Megnad Saha) (இந்தியா) எடிங்டன் (Eddington), ஸ்வார்ஷீல்ட் (Schwarzschild) தாமஸ் ப்ரீட்மேன் (Thomes Friedmann) எட்வின் ஹபுள் (Edwin Hubble)
■ பொருட்களின் அறிவியல் (Material Science) தோற்றம் ■ நானோ தொழில் நுட்பவியல், (Nano Science and Technology) அழுக்கப்பட்ட பருப்பொருள் இயற்பியல் (Condensed Matter Physics) ■ ஈர்ப்பியல் அலைகள் (Gravitational waves), இருண்ட ஆற்றல் (Dark energy) ■ இருண்ட பொருள் (Dark matter) ■ இழைக் கொள்கை (String theory)	

பின் இணைப்பு A 1.2

1) இரு அளவுகளை வகுப்பதால் ஏற்படும் பிழை (வகை நுண்கணித முறையில்)

$$Z = \frac{A^n}{B^m} \text{ என்க}$$

இருபுறமும் மடக்கை எடுக்க

$$\log Z = \log A^n - \log B^m$$

$$\log Z = n \log A - m \log B$$

இருபுறமும் வகைப்படுத்த

$$\frac{dZ}{Z} = n \frac{dA}{A} - m \frac{dB}{B}$$

பின்னப் பிழை வடிவில் எழுத

$$\pm \frac{\Delta Z}{Z} = \pm n \frac{\Delta A}{A} \mp m \frac{\Delta B}{B}$$

Z இல் ஏற்படக்கூடிய பெரும பின்னப் பிழை

$$\frac{\Delta Z}{Z} = n \frac{\Delta A}{A} + m \frac{\Delta B}{B}$$

2) மூன்று அளவுகளை பெருக்குவதால் ஏற்படும் பிழை (வகை நுண்கணித முறையில்)

$$\text{let } u = x^m y^n z^p \text{ என்க}$$

இருபுறமும் மடக்கை எடுக்க

$$\log u = \log x^m + \log y^n + \log z^p$$

$$\log u = m \log x + n \log y + p \log z$$

இருபுறமும் வகைப்படுத்த

$$\frac{du}{u} = m \frac{dx}{x} + n \frac{dy}{y} + p \frac{dz}{z}$$

பின்னப் பிழை வடிவில் எழுத

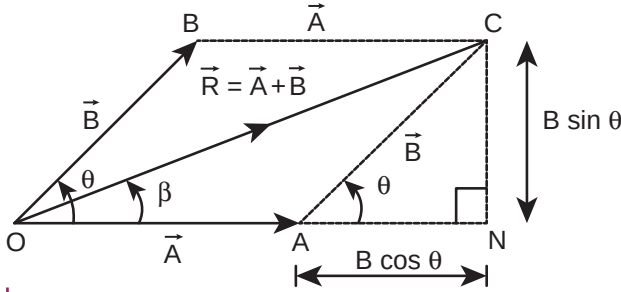
$$\pm \frac{\Delta u}{u} = \pm m \frac{\Delta x}{x} \pm n \frac{\Delta y}{y} \pm p \frac{\Delta z}{z}$$

பின் இணைப்பு A2.1

வெக்டர் கூடுதலின் இணைகர விதி

இரு சுழி அல்லாத வெக்டர்கள் $\vec{A}$ மற்றும் $\vec{B}$ ஆகியவற்றை ஓர் இணைகரத்தின் அடுத்தடுத்த பக்கங்களாகக் குறித்தால், அவற்றின் தொகுபயன், அவ்வெக்டர்கள் வெட்டிக் கொள்ளும் புள்ளி வழியே செல்லும் இணைகரத்தின் மூலைவிட்டத்தால் குறிக்கப்படும்.

கீழே உள்ள படம் 2.19 – ஐ கருதுக. $\vec{A}$ மற்றும் $\vec{B}$ வெக்டர்களின் பொதுவான வால் (Tail) பகுதிகள் θ கோணத்தில் இணைந்துள்ளன. பின்பு இணைகரம் OACB உருவாக்கப்படுகிறது. தொகுபயன் $\vec{R}$ – ஐ பொதுவான வால்பகுதி வழியே செல்லும் மூலைவிட்டம் OC குறிக்கிறது.



படம் 2.19 இணைகர முறையில் தொகுபயன் வெக்டரின் எண்மதிப்பு

தொகுபயனின் எண் மதிப்பையும் திசையையும் காண்போம்

(i) எண்மதிப்பு:

புள்ளி N வரை கோடு OA ஐ நீட்டிக. Cயிலிருந்து ON-க்கு செங்குத்துக்கோடு CN வரைக. $\triangle ONC$ ஒரு செங்கோண முக்கோணம்

$$\text{எனவே } R^2 = (OA + AN)^2 + CN^2$$

$$\Rightarrow R^2 = A^2 + B^2 + 2AB \cos \theta$$

$$\therefore R = |\vec{R}| = |\vec{A} + \vec{B}| = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB \cos \theta}$$

சிறப்பு நேர்வுகள்

$$\theta = 0^\circ \text{ எனில் } R = A+B$$

$$\theta = 180^\circ \text{ எனில் } R = A-B$$

$$\theta = 90^\circ \text{ எனில் } R = \sqrt{A^2 + B^2}$$

திசை $\vec{A}$ மற்றும் $\vec{R}$ வெக்டர்களுக்கு இடைப்பட்ட கோணம் β எனில்

$$\tan \beta = \frac{CN}{ON} = \frac{B \sin \theta}{A + B \cos \theta}$$



பின் இணைப்பு 3

சில முக்கியமான தொகை நுண்கணிதச் சமன்பாடுகள்

$$(1) \int dx = x; \frac{d}{dx}(x) = 1$$

$$(2) \int x^n dx = \left(\frac{x^{n+1}}{n+1} \right); \frac{d}{dx} \left(\frac{x^{n+1}}{n+1} \right) = x^n$$

$$(3) \int c u dx = c \int u dx. \text{ இங்கு, } c \text{ என்பது மாறிலி}$$

$$(4) \int (u \pm v \pm w) dx = \int u dx \pm \int v dx \pm \int w dx$$

$$(5) \int \frac{1}{x} dx = \ln x + C$$

$$(6) \int e^x dx = e^x + C$$

$$(7) \int \cos \theta d\theta = \sin \theta + C$$

$$(8) \int \sin \theta d\theta = -\cos \theta + C$$

சில முக்கியமான வகைநுண் கணிதச் சமன்பாடுகள்

$$1. \frac{d}{dx}(c) = 0, c \text{ ஒரு மாறிலி}$$

$$2. y = cu \text{ இல் } c \text{ என்பது மாறிலி மற்றும் } u \text{ என்பது } x \text{ இன் சார்பு எனில்}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}(cu) = c \frac{du}{dx}$$

$$3. y = u \pm v \pm w \text{ வில் } u, v, w \text{ என்பது } x \text{ இன் சார்புகளாக இருந்தால்}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}(u \pm v \pm w) = \frac{du}{dx} \pm \frac{dv}{dx} \pm \frac{dw}{dx}$$

$$4. y = x^n \text{ இல் } n \text{ என்பது முழு எண் (integer) எனில்}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}(x^n) = nx^{n-1}$$

$$5. y = uv \text{ இல் } u, v \text{ என்பவை } x \text{ இன் சார்புகளாக இருந்தால்}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}(uv) = u \frac{dv}{dx} + v \frac{du}{dx}$$

$$6. y \text{ என்பது } x \text{ இன் சார்பு எனில்}$$

$$dy = \frac{dy}{dx} \cdot dx$$

$$7. \frac{d}{dx}(e^x) = e^x$$

$$8. \frac{d}{dx}(\ln x) = \frac{1}{x}$$

$$9. \frac{d}{d\theta}(\sin \theta) = \cos \theta$$

$$10. \frac{d}{d\theta}(\cos \theta) = -\sin \theta$$

$$11. y \text{ என்பது } \theta \text{ வின் திரிகோணமிதிச் சார்பு}$$

மற்றும் θ என்பது t இன் சார்பு எனில்

$$\frac{d}{dt}(\sin \theta) = \cos \theta \frac{d\theta}{dt}$$

$$\frac{d}{dt}(\cos \theta) = -\sin \theta \frac{d\theta}{dt}$$



பின் இணைப்பு 4

கிரேக்க எழுத்துகள் (The Greek Alphabet)

கிரேக்க எழுத்துகள்	பெரிய எழுத்து	சிறிய எழுத்து
Alpha	A	α
Beta	B	β
Gamma	Γ	γ
Delta	Δ	δ
Epsilon	E	ϵ
Zeta	Z	ζ
Eta	H	η
Theta	Θ	θ
Iota	I	ι
Kappa	K	κ
Lambda	Λ	λ
Mu	M	μ
Nu	N	ν
Xi	Ξ	ξ
Omicron	O	o
Pi	Π	π
Rho	P	ρ
Sigma	Σ	σ
Tau	T	τ
Upsilon	Y	υ
Phi	Φ	ϕ
Chi	X	χ
Psi	Ψ	ψ
Omega	Ω	ω

இயற்பியலில் சில முக்கியமான மாறிலிகள்

(Some important constants in physics)

பெயர்	குறியீடு	மதிப்பு
வெற்றிடத்தில் ஒளியின் திசைவேகம்	c	$2.9979 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$
ஈர்ப்பியல் மாறிலி	G	$6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$
புவிஈர்ப்புமுடுக்கம் (கடல் மட்டத்தில் 45° குறுக்குக் கோட்டில்)	g	9.8 m s^{-2}
பிளாங்க் மாறிலி	h	$6.626 \times 10^{-34} \text{ J s}$
போல்ட்ஸ்மேன் மாறிலி	k	$1.38 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$
அவகட்ரோ எண்	N_A	$6.023 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
பொது வாயு மாறிலி	R	$8.31 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$
ஸ்டீபன் – போல்ட்ஸ்மேன் மாறிலி	σ	$5.67 \times 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$
வியனின் மாறிலி (Wien's constant)	b	$2.898 \times 10^{-3} \text{ m K}$
வெற்றிடத்தின் உட்புகு திறன்	μ_0	$4\pi \times 10^{-7} \text{ H m}^{-1}$
படித்தர வளிமண்டல அழுத்தம்	1 atm	$1.013 \times 10^5 \text{ Pa}$



கலைச்சொற்கள் GLOSSARY

- | | |
|--|----------------------------------|
| 1. முடுக்கம் | - Acceleration |
| 2. கோண உந்தம் | - Angular momentum |
| 3. வானியற்பியல் | - Astro physics |
| 4. சராசரித் திசைவேகம் | - Average velocity |
| 5. கோண இடப்பெயர்ச்சி | - Angular displacement |
| 6. கோணத் திசைவேகம் | - Angular velocity |
| 7. கோண முடுக்கம் | - Angular acceleration |
| 8. உராய்வுக் கோணம் | - Angle of friction |
| 9. சறுக்குக் கோணம் | - Angle of repose |
| 10. மையநோக்கு முடுக்கம் | - Centripetal acceleration |
| 11. வட்ட இயக்கம் | - Circular motion |
| 12. ஒரு மைய விசைகள் | - Concurrent forces |
| 13. ஒரு தள விசைகள் | - Coplanar force |
| 14. மையநோக்கு விசை | - Centripetal force |
| 15. மையவிலக்கு விசை | - Centrifugal force |
| 16. உராய்வுக் குணகம் | - Coefficient of friction |
| 17. நிறை மையம் | - Center of mass |
| 18. இரட்டை | - Couple |
| 19. ஈர்ப்பு மையம் | - Center of gravity |
| 20. வட்ட இயக்கம் | - Circular Motion |
| 21. மோதல் | - Collision |
| 22. ஆற்றல் மாற்றா விசை | - Conservative force |
| 23. பரிமாண பகுப்பாய்வு | - Dimensional analysis |
| 24. இடப்பெயர்ச்சி | - Displacement |
| 25. விடுபடு வேகம் | - Escape speed |
| 26. மீட்சியழுத்த ஆற்றல் | - Elastic potential energy |
| 27. மீட்சி மோதல் | - Elastic collision |
| 28. தனித்த பொருளின் விசைப்படம் | - Free body diagram |
| 29. ஈர்ப்பியல் மாறிலி | - Gravitational constant |
| 30. ஈர்ப்புப்புலம் | - Gravitational field |
| 31. ஈர்ப்புழுத்தம் | - Gravitational potential |
| 32. ஈர்ப்புழுத்த ஆற்றல் | - Gravitational potential energy |
| 33. மொத்த பிழை | - Gross error |
| 34. புவி நிலைத் துணைக்கோள்/
செயற்கைக்கோள் | - Geo stationary satellite |
| 35. கிடைத்தளம் | - Horizontal plane |
| 36. குதிரைத்திறன் | - Horse power |
| 37. உடனடி / கணத் திசைவேகம் | - Instantaneous velocity |



38.	சாய்தளம்	-	Inclined plane
39.	நிலைமக்குறிப்பாயம்	-	Inertial frame
40.	கணத்தாக்கு	-	Impulse
41.	உடனடித்திறன்	-	Instantaneous power
42.	இயக்க உராய்வு	-	Kinetic friction
43.	நேர்கோட்டு இயக்கம்	-	Linear motion
44.	நீள் அடர்த்தி	-	Linear density
45.	நேர்கோட்டு உந்தம்	-	Linear momentum
46.	மீச்சிற்றளவு பிழை	-	Least count error
47.	இயக்கம்	-	Motion
48.	நிலைமத்திருப்புத் திறன்	-	Moment of inertia
49.	ஆற்றல் மாற்றும் விசை	-	Non conservative force
50.	சுற்றியக்க வேகம்	-	Orbital speed
51.	ஒரு பரிமாண இயக்கம்	-	One dimensional motion
52.	துல்லியத்தன்மை	-	accuracy
53.	இடமாறு தோற்றமுறை	-	Parallax method
54.	எறியம்	-	Projectile
55.	புள்ளி நிறை	-	Point mass
56.	நுட்பத்தன்மை	-	Precision
57.	கோள்களின் இயக்கம்	-	Planetary motion
58.	துருவ மைய துணைக்கோள்/ செயற்கைக்கோள்	-	Polar satellite
59.	அச்சச் சுழற்சி	-	Precession
60.	கப்பி	-	Pulley
61.	உருள்தல்	-	Rolling
62.	ஒழுங்கற்ற பிழை	-	Random error
63.	முழுமைபடுத்துதல்	-	Rounding off
64.	ஓய்வு	-	Rest
65.	எதிர் முடுக்கம்	-	Retardation
66.	சார்புத்திசைவேகம்	-	Relative velocity
67.	கிடைத்தள நெடுக்கம்	-	Range
68.	உருள்தலில் உராய்வு	-	Rolling friction
69.	திண்மப்பொருள்	-	Rigid body
70.	சுழற்சி ஆரம்	-	Radius of gyration
71.	சுழற்சி இயக்கம்	-	Rotational motion
72.	சுருள் மாறிலி	-	Spring constant
73.	நழுவுதல்	-	Slipping
74.	சறுக்குதல்	-	Sliding
75.	முறையான பிழை	-	Systematic error
76.	ஓய்வு நிலை உராய்வு	-	Static friction
77.	முக்கிய எண்ணுரு	-	Significant number
78.	பறக்கும் நேரம்	-	Time of flight
79.	திருப்பு விசை	-	Torque
80.	இடம்பெயர்வு இயக்கம்	-	Translational motion
81.	இழுவிசை	-	Tension
82.	திசைவேகம்	-	Velocity



மடக்கை அட்டவணை (LOGARITHM TABLE)

											Mean Difference								
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	0.000	0.004	0.009	0.013	0.017	0.021	0.025	0.029	0.033	0.037	4	8	11	17	21	25	29	33	37
11	0.041	0.045	0.049	0.053	0.057	0.061	0.064	0.068	0.072	0.076	4	8	11	15	19	23	26	30	34
12	0.079	0.083	0.086	0.090	0.093	0.097	0.100	0.104	0.107	0.111	3	7	10	14	17	21	24	28	31
13	0.114	0.117	0.121	0.124	0.127	0.130	0.134	0.137	0.140	0.143	3	6	10	13	16	19	23	26	29
14	0.146	0.149	0.152	0.155	0.158	0.161	0.164	0.167	0.170	0.173	3	6	9	12	15	18	21	24	27
15	0.176	0.179	0.182	0.185	0.188	0.190	0.193	0.196	0.199	0.201	3	6	8	11	14	17	20	22	25
16	0.204	0.207	0.210	0.212	0.215	0.217	0.220	0.223	0.225	0.228	3	5	8	11	13	16	18	21	24
17	0.230	0.233	0.236	0.238	0.241	0.243	0.246	0.248	0.250	0.253	2	5	7	10	12	15	17	20	22
18	0.255	0.258	0.260	0.262	0.265	0.267	0.270	0.272	0.274	0.276	2	5	7	9	12	14	16	19	21
19	0.279	0.281	0.283	0.286	0.288	0.290	0.292	0.294	0.297	0.299	2	4	7	9	11	13	16	18	20
20	0.301	0.303	0.305	0.307	0.310	0.312	0.314	0.316	0.318	0.320	2	4	6	8	11	13	15	17	19
21	0.322	0.324	0.326	0.328	0.330	0.332	0.334	0.336	0.338	0.340	2	4	6	8	10	12	14	16	18
22	0.342	0.344	0.346	0.348	0.350	0.352	0.354	0.356	0.358	0.360	2	4	6	8	10	12	14	15	17
23	0.362	0.364	0.365	0.367	0.369	0.371	0.373	0.375	0.377	0.378	2	4	6	7	9	11	13	15	17
24	0.380	0.382	0.384	0.386	0.387	0.389	0.391	0.393	0.394	0.396	2	4	5	7	9	11	12	14	16
25	0.398	0.400	0.401	0.403	0.405	0.407	0.408	0.410	0.412	0.413	2	3	5	7	9	10	12	14	15
26	0.415	0.417	0.418	0.420	0.422	0.423	0.425	0.427	0.428	0.430	2	3	5	7	8	10	11	13	15
27	0.431	0.433	0.435	0.436	0.438	0.439	0.441	0.442	0.444	0.446	2	3	5	6	8	9	11	13	14
28	0.447	0.449	0.450	0.452	0.453	0.455	0.456	0.458	0.459	0.461	2	3	5	6	8	9	11	12	14
29	0.462	0.464	0.465	0.467	0.468	0.470	0.471	0.473	0.474	0.476	1	3	4	6	7	9	10	12	13
30	0.477	0.479	0.480	0.481	0.483	0.484	0.486	0.487	0.489	0.490	1	3	4	6	7	9	10	11	13
31	0.491	0.493	0.494	0.496	0.497	0.498	0.500	0.501	0.502	0.504	1	3	4	6	7	8	10	11	12
32	0.505	0.507	0.508	0.509	0.511	0.512	0.513	0.515	0.516	0.517	1	3	4	5	7	8	9	11	12
33	0.519	0.520	0.521	0.522	0.524	0.525	0.526	0.528	0.529	0.530	1	3	4	5	6	8	9	10	12
34	0.531	0.533	0.534	0.535	0.537	0.538	0.539	0.540	0.542	0.543	1	3	4	5	6	8	9	10	11
35	0.544	0.545	0.547	0.548	0.549	0.550	0.551	0.553	0.554	0.555	1	2	4	5	6	7	9	10	11
36	0.556	0.558	0.559	0.560	0.561	0.562	0.563	0.565	0.566	0.567	1	2	3	5	6	7	8	10	11
37	0.568	0.569	0.571	0.572	0.573	0.574	0.575	0.576	0.577	0.579	1	2	3	5	6	7	8	9	10
38	0.580	0.581	0.582	0.583	0.584	0.585	0.587	0.588	0.589	0.590	1	2	3	5	6	7	8	9	10
39	0.591	0.592	0.593	0.594	0.595	0.597	0.598	0.599	0.600	0.601	1	2	3	4	5	7	8	9	10
40	0.602	0.603	0.604	0.605	0.606	0.607	0.609	0.610	0.611	0.612	1	2	3	4	5	6	8	9	10
41	0.613	0.614	0.615	0.616	0.617	0.618	0.619	0.620	0.621	0.622	1	2	3	4	5	6	7	8	9
42	0.623	0.624	0.625	0.626	0.627	0.628	0.629	0.630	0.631	0.632	1	2	3	4	5	6	7	8	9
43	0.633	0.634	0.635	0.636	0.637	0.638	0.639	0.640	0.641	0.642	1	2	3	4	5	6	7	8	9
44	0.643	0.644	0.645	0.646	0.647	0.648	0.649	0.650	0.651	0.652	1	2	3	4	5	6	7	8	9
45	0.653	0.654	0.655	0.656	0.657	0.658	0.659	0.660	0.661	0.662	1	2	3	4	5	6	7	8	9
46	0.663	0.664	0.665	0.666	0.667	0.667	0.668	0.669	0.670	0.671	1	2	3	4	5	6	7	7	8
47	0.672	0.673	0.674	0.675	0.676	0.677	0.678	0.679	0.679	0.680	1	2	3	4	5	5	6	7	8
48	0.681	0.682	0.683	0.684	0.685	0.686	0.687	0.688	0.688	0.689	1	2	3	4	4	5	6	7	8
49	0.690	0.691	0.692	0.693	0.694	0.695	0.695	0.696	0.697	0.698	1	2	3	4	4	5	6	7	8
50	0.699	0.700	0.701	0.702	0.702	0.703	0.704	0.705	0.706	0.707	1	2	3	4	4	5	6	7	8
51	0.708	0.708	0.709	0.710	0.711	0.712	0.713	0.713	0.714	0.715	1	2	3	4	4	5	6	7	8
52	0.716	0.717	0.718	0.719	0.719	0.720	0.721	0.722	0.723	0.723	1	2	2	4	4	5	6	7	7
53	0.724	0.725	0.726	0.727	0.728	0.728	0.729	0.730	0.731	0.732	1	2	2	4	4	5	6	6	7
54	0.732	0.733	0.734	0.735	0.736	0.736	0.737	0.738	0.739	0.740	1	2	2	4	4	5	6	6	7

மடக்கை அட்டவணை (LOGARITHM TABLE)

											Mean Difference								
55	0.740	0.741	0.742	0.743	0.744	0.744	0.745	0.746	0.747	0.747	1	2	2	4	4	5	5	6	7
56	0.748	0.749	0.750	0.751	0.751	0.752	0.753	0.754	0.754	0.755	1	2	2	4	4	5	5	6	7
57	0.756	0.757	0.757	0.758	0.759	0.760	0.760	0.761	0.762	0.763	1	2	2	4	4	5	5	6	7
58	0.763	0.764	0.765	0.766	0.766	0.767	0.768	0.769	0.769	0.770	1	1	2	4	4	4	5	6	7
59	0.771	0.772	0.772	0.773	0.774	0.775	0.775	0.776	0.777	0.777	1	1	2	3	4	4	5	6	7
60	0.778	0.779	0.780	0.780	0.781	0.782	0.782	0.783	0.784	0.785	1	1	2	3	4	4	5	6	6
61	0.785	0.786	0.787	0.787	0.788	0.789	0.790	0.790	0.791	0.792	1	1	2	3	4	4	5	6	6
62	0.792	0.793	0.794	0.794	0.795	0.796	0.797	0.797	0.798	0.799	1	1	2	3	3	4	5	6	6
63	0.799	0.800	0.801	0.801	0.802	0.803	0.803	0.804	0.805	0.806	1	1	2	3	3	4	5	5	6
64	0.806	0.807	0.808	0.808	0.809	0.810	0.810	0.811	0.812	0.812	1	1	2	3	3	4	5	5	6
65	0.813	0.814	0.814	0.815	0.816	0.816	0.817	0.818	0.818	0.819	1	1	2	3	3	4	5	5	6
66	0.820	0.820	0.821	0.822	0.822	0.823	0.823	0.824	0.825	0.825	1	1	2	3	3	4	5	5	6
67	0.826	0.827	0.827	0.828	0.829	0.829	0.830	0.831	0.831	0.832	1	1	2	3	3	4	5	5	6
68	0.833	0.833	0.834	0.834	0.835	0.836	0.836	0.837	0.838	0.838	1	1	2	3	3	4	4	5	6
69	0.839	0.839	0.840	0.841	0.841	0.842	0.843	0.843	0.844	0.844	1	1	2	2	3	4	4	5	6
70	0.845	0.846	0.846	0.847	0.848	0.848	0.849	0.849	0.850	0.851	1	1	2	2	3	4	4	5	6
71	0.851	0.852	0.852	0.853	0.854	0.854	0.855	0.856	0.856	0.857	1	1	2	2	3	4	4	5	5
72	0.857	0.858	0.859	0.859	0.860	0.860	0.861	0.862	0.862	0.863	1	1	2	2	3	4	4	5	5
73	0.863	0.864	0.865	0.865	0.866	0.866	0.867	0.867	0.868	0.869	1	1	2	2	3	4	4	5	5
74	0.869	0.870	0.870	0.871	0.872	0.872	0.873	0.873	0.874	0.874	1	1	2	2	3	4	4	5	5
75	0.875	0.876	0.876	0.877	0.877	0.878	0.879	0.879	0.880	0.880	1	1	2	2	3	3	4	5	5
76	0.881	0.881	0.882	0.883	0.883	0.884	0.884	0.885	0.885	0.886	1	1	2	2	3	3	4	5	5
77	0.886	0.887	0.888	0.888	0.889	0.889	0.890	0.890	0.891	0.892	1	1	2	2	3	3	4	4	5
78	0.892	0.893	0.893	0.894	0.894	0.895	0.895	0.896	0.897	0.897	1	1	2	2	3	3	4	4	5
79	0.898	0.898	0.899	0.899	0.900	0.900	0.901	0.901	0.902	0.903	1	1	2	2	3	3	4	4	5
80	0.903	0.904	0.904	0.905	0.905	0.906	0.906	0.907	0.907	0.908	1	1	2	2	3	3	4	4	5
81	0.908	0.909	0.910	0.910	0.911	0.911	0.912	0.912	0.913	0.913	1	1	2	2	3	3	4	4	5
82	0.914	0.914	0.915	0.915	0.916	0.916	0.917	0.918	0.918	0.919	1	1	2	2	3	3	4	4	5
83	0.919	0.920	0.920	0.921	0.921	0.922	0.922	0.923	0.923	0.924	1	1	2	2	3	3	4	4	5
84	0.924	0.925	0.925	0.926	0.926	0.927	0.927	0.928	0.928	0.929	1	1	2	2	3	3	4	4	5
85	0.929	0.930	0.930	0.931	0.931	0.932	0.932	0.933	0.933	0.934	1	1	2	2	3	3	4	4	5
86	0.934	0.935	0.936	0.936	0.937	0.937	0.938	0.938	0.939	0.939	1	1	2	2	3	3	4	4	5
87	0.940	0.940	0.941	0.941	0.942	0.942	0.943	0.943	0.943	0.944	0	1	1	2	2	3	3	4	5
88	0.944	0.945	0.945	0.946	0.946	0.947	0.947	0.948	0.948	0.949	0	1	1	2	2	3	3	4	4
89	0.949	0.950	0.950	0.951	0.951	0.952	0.952	0.953	0.953	0.954	0	1	1	2	2	3	3	4	4
90	0.954	0.955	0.955	0.956	0.956	0.957	0.957	0.958	0.958	0.959	0	1	1	2	2	3	3	4	4
91	0.959	0.960	0.960	0.960	0.961	0.961	0.962	0.962	0.963	0.963	0	1	1	2	2	3	3	4	4
92	0.964	0.964	0.965	0.965	0.966	0.966	0.967	0.967	0.968	0.968	0	1	1	2	2	3	3	4	4
93	0.968	0.969	0.969	0.970	0.970	0.971	0.971	0.972	0.972	0.973	0	1	1	2	2	3	3	4	4
94	0.973	0.974	0.974	0.975	0.975	0.975	0.976	0.976	0.977	0.977	0	1	1	2	2	3	3	4	4
95	0.978	0.978	0.979	0.979	0.980	0.980	0.980	0.981	0.981	0.982	0	1	1	2	2	3	3	4	4
96	0.982	0.983	0.983	0.984	0.984	0.985	0.985	0.985	0.986	0.986	0	1	1	2	2	3	3	4	4
97	0.987	0.987	0.988	0.988	0.989	0.989	0.989	0.990	0.990	0.991	0	1	1	2	2	3	3	4	4
98	0.991	0.992	0.992	0.993	0.993	0.993	0.994	0.994	0.995	0.995	0	1	1	2	2	3	3	4	4
99	0.996	0.996	0.997	0.997	0.997	0.998	0.998	0.999	0.999	1.000	0	1	1	2	2	3	3	3	4

எதிர்மடக்கை அட்டவணை (ANTILOGARITHM TABLE)

											Mean Difference								
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.00	1.000	1.002	1.005	1.007	1.009	1.012	1.014	1.016	1.019	1.021	0	0	1	1	1	1	2	2	2
0.01	1.023	1.026	1.028	1.030	1.033	1.035	1.038	1.040	1.042	1.045	0	0	1	1	1	1	2	2	2
0.02	1.047	1.050	1.052	1.054	1.057	1.059	1.062	1.064	1.067	1.069	0	0	1	1	1	1	2	2	2
0.03	1.072	1.074	1.076	1.079	1.081	1.084	1.086	1.089	1.091	1.094	0	0	1	1	1	1	2	2	2
0.04	1.096	1.099	1.102	1.104	1.107	1.109	1.112	1.114	1.117	1.119	0	1	1	1	1	2	2	2	2
0.05	1.122	1.125	1.127	1.130	1.132	1.135	1.138	1.140	1.143	1.146	0	1	1	1	1	2	2	2	2
0.06	1.148	1.151	1.153	1.156	1.159	1.161	1.164	1.167	1.169	1.172	0	1	1	1	1	2	2	2	2
0.07	1.175	1.178	1.180	1.183	1.186	1.189	1.191	1.194	1.197	1.199	0	1	1	1	1	2	2	2	2
0.08	1.202	1.205	1.208	1.211	1.213	1.216	1.219	1.222	1.225	1.227	0	1	1	1	1	2	2	2	3
0.09	1.230	1.233	1.236	1.239	1.242	1.245	1.247	1.250	1.253	1.256	0	1	1	1	1	2	2	2	3
0.10	1.259	1.262	1.265	1.268	1.271	1.274	1.276	1.279	1.282	1.285	0	1	1	1	1	2	2	2	3
0.11	1.288	1.291	1.294	1.297	1.300	1.303	1.306	1.309	1.312	1.315	0	1	1	1	2	2	2	2	3
0.12	1.318	1.321	1.324	1.327	1.330	1.334	1.337	1.340	1.343	1.346	0	1	1	1	2	2	2	2	3
0.13	1.349	1.352	1.355	1.358	1.361	1.365	1.368	1.371	1.374	1.377	0	1	1	1	2	2	2	3	3
0.14	1.380	1.384	1.387	1.390	1.393	1.396	1.400	1.403	1.406	1.409	0	1	1	1	2	2	2	3	3
0.15	1.413	1.416	1.419	1.422	1.426	1.429	1.432	1.435	1.439	1.442	0	1	1	1	2	2	2	3	3
0.16	1.445	1.449	1.452	1.455	1.459	1.462	1.466	1.469	1.472	1.476	0	1	1	1	2	2	2	3	3
0.17	1.479	1.483	1.486	1.489	1.493	1.496	1.500	1.503	1.507	1.510	0	1	1	1	2	2	2	3	3
0.18	1.514	1.517	1.521	1.524	1.528	1.531	1.535	1.538	1.542	1.545	0	1	1	1	2	2	2	3	3
0.19	1.549	1.552	1.556	1.560	1.563	1.567	1.570	1.574	1.578	1.581	0	1	1	1	2	2	3	3	3
0.20	1.585	1.589	1.592	1.596	1.600	1.603	1.607	1.611	1.614	1.618	0	1	1	1	2	2	3	3	3
0.21	1.622	1.626	1.629	1.633	1.637	1.641	1.644	1.648	1.652	1.656	0	1	1	2	2	2	3	3	3
0.22	1.660	1.663	1.667	1.671	1.675	1.679	1.683	1.687	1.690	1.694	0	1	1	2	2	2	3	3	3
0.23	1.698	1.702	1.706	1.710	1.714	1.718	1.722	1.726	1.730	1.734	0	1	1	2	2	2	3	3	4
0.24	1.738	1.742	1.746	1.750	1.754	1.758	1.762	1.766	1.770	1.774	0	1	1	2	2	2	3	3	4
0.25	1.778	1.782	1.786	1.791	1.795	1.799	1.803	1.807	1.811	1.816	0	1	1	2	2	2	3	3	4
0.26	1.820	1.824	1.828	1.832	1.837	1.841	1.845	1.849	1.854	1.858	0	1	1	2	2	3	3	3	4
0.27	1.862	1.866	1.871	1.875	1.879	1.884	1.888	1.892	1.897	1.901	0	1	1	2	2	3	3	3	4
0.28	1.905	1.910	1.914	1.919	1.923	1.928	1.932	1.936	1.941	1.945	0	1	1	2	2	3	3	4	4
0.29	1.950	1.954	1.959	1.963	1.968	1.972	1.977	1.982	1.986	1.991	0	1	1	2	2	3	3	4	4
0.30	1.995	2.000	2.004	2.009	2.014	2.018	2.023	2.028	2.032	2.037	0	1	1	2	2	3	3	4	4
0.31	2.042	2.046	2.051	2.056	2.061	2.065	2.070	2.075	2.080	2.084	0	1	1	2	2	3	3	4	4
0.32	2.089	2.094	2.099	2.104	2.109	2.113	2.118	2.123	2.128	2.133	0	1	1	2	2	3	3	4	4
0.33	2.138	2.143	2.148	2.153	2.158	2.163	2.168	2.173	2.178	2.183	0	1	1	2	2	3	3	4	4
0.34	2.188	2.193	2.198	2.203	2.208	2.213	2.218	2.223	2.228	2.234	1	1	2	2	3	3	4	4	5
0.35	2.239	2.244	2.249	2.254	2.259	2.265	2.270	2.275	2.280	2.286	1	1	2	2	3	3	4	4	5
0.36	2.291	2.296	2.301	2.307	2.312	2.317	2.323	2.328	2.333	2.339	1	1	2	2	3	3	4	4	5
0.37	2.344	2.350	2.355	2.360	2.366	2.371	2.377	2.382	2.388	2.393	1	1	2	2	3	3	4	4	5
0.38	2.399	2.404	2.410	2.415	2.421	2.427	2.432	2.438	2.443	2.449	1	1	2	2	3	3	4	4	5
0.39	2.455	2.460	2.466	2.472	2.477	2.483	2.489	2.495	2.500	2.506	1	1	2	2	3	3	4	5	5
0.40	2.512	2.518	2.523	2.529	2.535	2.541	2.547	2.553	2.559	2.564	1	1	2	2	3	4	4	5	5
0.41	2.570	2.576	2.582	2.588	2.594	2.600	2.606	2.612	2.618	2.624	1	1	2	2	3	4	4	5	5
0.42	2.630	2.636	2.642	2.649	2.655	2.661	2.667	2.673	2.679	2.685	1	1	2	2	3	4	4	5	6
0.43	2.692	2.698	2.704	2.710	2.716	2.723	2.729	2.735	2.742	2.748	1	1	2	3	3	4	4	5	6
0.44	2.754	2.761	2.767	2.773	2.780	2.786	2.793	2.799	2.805	2.812	1	1	2	3	3	4	4	5	6
0.45	2.818	2.825	2.831	2.838	2.844	2.851	2.858	2.864	2.871	2.877	1	1	2	3	3	4	5	5	6
0.46	2.884	2.891	2.897	2.904	2.911	2.917	2.924	2.931	2.938	2.944	1	1	2	3	3	4	5	5	6
0.47	2.951	2.958	2.965	2.972	2.979	2.985	2.992	2.999	3.006	3.013	1	1	2	3	3	4	5	5	6
0.48	3.020	3.027	3.034	3.041	3.048	3.055	3.062	3.069	3.076	3.083	1	1	2	3	4	4	5	6	6
0.49	3.090	3.097	3.105	3.112	3.119	3.126	3.133	3.141	3.148	3.155	1	1	2	3	4	4	5	6	6

எதிர்மடக்கை அட்டவணை (ANTILOGARITHM TABLE)

											Mean Difference								
0.50	3.162	3.170	3.177	3.184	3.192	3.199	3.206	3.214	3.221	3.228	1	1	2	3	4	4	5	6	7
0.51	3.236	3.243	3.251	3.258	3.266	3.273	3.281	3.289	3.296	3.304	1	2	2	3	4	5	5	6	7
0.52	3.311	3.319	3.327	3.334	3.342	3.350	3.357	3.365	3.373	3.381	1	2	2	3	4	5	5	6	7
0.53	3.388	3.396	3.404	3.412	3.420	3.428	3.436	3.443	3.451	3.459	1	2	2	3	4	5	6	6	7
0.54	3.467	3.475	3.483	3.491	3.499	3.508	3.516	3.524	3.532	3.540	1	2	2	3	4	5	6	6	7
0.55	3.548	3.556	3.565	3.573	3.581	3.589	3.597	3.606	3.614	3.622	1	2	2	3	4	5	6	7	7
0.56	3.631	3.639	3.648	3.656	3.664	3.673	3.681	3.690	3.698	3.707	1	2	2	3	4	5	6	7	8
0.57	3.715	3.724	3.733	3.741	3.750	3.758	3.767	3.776	3.784	3.793	1	2	3	3	4	5	6	7	8
0.58	3.802	3.811	3.819	3.828	3.837	3.846	3.855	3.864	3.873	3.882	1	2	3	4	4	5	6	7	8
0.59	3.890	3.899	3.908	3.917	3.926	3.936	3.945	3.954	3.963	3.972	1	2	3	4	5	5	6	7	8
0.60	3.981	3.990	3.999	4.009	4.018	4.027	4.036	4.046	4.055	4.064	1	2	3	4	5	6	6	7	8
0.61	4.074	4.083	4.093	4.102	4.111	4.121	4.130	4.140	4.150	4.159	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.62	4.169	4.178	4.188	4.198	4.207	4.217	4.227	4.236	4.246	4.256	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.63	4.266	4.276	4.285	4.295	4.305	4.315	4.325	4.335	4.345	4.355	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.64	4.365	4.375	4.385	4.395	4.406	4.416	4.426	4.436	4.446	4.457	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.65	4.467	4.477	4.487	4.498	4.508	4.519	4.529	4.539	4.550	4.560	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.66	4.571	4.581	4.592	4.603	4.613	4.624	4.634	4.645	4.656	4.667	1	2	3	4	5	6	7	9	10
0.67	4.677	4.688	4.699	4.710	4.721	4.732	4.742	4.753	4.764	4.775	1	2	3	4	5	7	7	9	10
0.68	4.786	4.797	4.808	4.819	4.831	4.842	4.853	4.864	4.875	4.887	1	2	3	4	5	7	8	9	10
0.69	4.898	4.909	4.920	4.932	4.943	4.955	4.966	4.977	4.989	5.000	1	2	3	4	5	7	8	9	10
0.70	5.012	5.023	5.035	5.047	5.058	5.070	5.082	5.093	5.105	5.117	1	2	3	4	5	7	8	9	11
0.71	5.129	5.140	5.152	5.164	5.176	5.188	5.200	5.212	5.224	5.236	1	2	4	5	6	7	8	10	11
0.72	5.248	5.260	5.272	5.284	5.297	5.309	5.321	5.333	5.346	5.358	1	2	4	5	6	7	9	10	11
0.73	5.370	5.383	5.395	5.408	5.420	5.433	5.445	5.458	5.470	5.483	1	3	4	5	6	8	9	10	11
0.74	5.495	5.508	5.521	5.534	5.546	5.559	5.572	5.585	5.598	5.610	1	3	4	5	6	8	9	10	12
0.75	5.623	5.636	5.649	5.662	5.675	5.689	5.702	5.715	5.728	5.741	1	3	4	5	7	8	9	10	12
0.76	5.754	5.768	5.781	5.794	5.808	5.821	5.834	5.848	5.861	5.875	1	3	4	5	7	8	9	11	12
0.77	5.888	5.902	5.916	5.929	5.943	5.957	5.970	5.984	5.998	6.012	1	3	4	5	7	8	10	11	12
0.78	6.026	6.039	6.053	6.067	6.081	6.095	6.109	6.124	6.138	6.152	1	3	4	6	7	8	10	11	13
0.79	6.166	6.180	6.194	6.209	6.223	6.237	6.252	6.266	6.281	6.295	1	3	4	6	7	9	10	11	13
0.80	6.310	6.324	6.339	6.353	6.368	6.383	6.397	6.412	6.427	6.442	1	3	4	6	7	9	10	12	13
0.81	6.457	6.471	6.486	6.501	6.516	6.531	6.546	6.561	6.577	6.592	2	3	5	6	8	9	11	12	14
0.82	6.607	6.622	6.637	6.653	6.668	6.683	6.699	6.714	6.730	6.745	2	3	5	6	8	9	11	12	14
0.83	6.761	6.776	6.792	6.808	6.823	6.839	6.855	6.871	6.887	6.902	2	3	5	6	8	9	11	13	14
0.84	6.918	6.934	6.950	6.966	6.982	6.998	7.015	7.031	7.047	7.063	2	3	5	6	8	10	11	13	15
0.85	7.079	7.096	7.112	7.129	7.145	7.161	7.178	7.194	7.211	7.228	2	3	5	7	8	10	12	13	15
0.86	7.244	7.261	7.278	7.295	7.311	7.328	7.345	7.362	7.379	7.396	2	3	5	7	8	10	12	13	15
0.87	7.413	7.430	7.447	7.464	7.482	7.499	7.516	7.534	7.551	7.568	2	3	5	7	9	10	12	14	16
0.88	7.586	7.603	7.621	7.638	7.656	7.674	7.691	7.709	7.727	7.745	2	3	5	7	9	10	12	14	16
0.89	7.762	7.780	7.798	7.816	7.834	7.852	7.870	7.889	7.907	7.925	2	4	5	7	9	11	12	14	16
0.90	7.943	7.962	7.980	7.998	8.017	8.035	8.054	8.072	8.091	8.110	2	4	6	7	9	11	13	15	17
0.91	8.128	8.147	8.166	8.185	8.204	8.222	8.241	8.260	8.279	8.299	2	4	6	8	9	11	13	15	17
0.92	8.318	8.337	8.356	8.375	8.395	8.414	8.433	8.453	8.472	8.492	2	4	6	8	10	12	14	15	17
0.93	8.511	8.531	8.551	8.570	8.590	8.610	8.630	8.650	8.670	8.690	2	4	6	8	10	12	14	16	18
0.94	8.710	8.730	8.750	8.770	8.790	8.810	8.831	8.851	8.872	8.892	2	4	6	8	10	12	14	16	18
0.95	8.913	8.933	8.954	8.974	8.995	9.016	9.036	9.057	9.078	9.099	2	4	6	8	10	12	15	17	19
0.96	9.120	9.141	9.162	9.183	9.204	9.226	9.247	9.268	9.290	9.311	2	4	6	8	11	13	15	17	19
0.97	9.333	9.354	9.376	9.397	9.419	9.441	9.462	9.484	9.506	9.528	2	4	7	9	11	13	15	17	20
0.98	9.550	9.572	9.594	9.616	9.638	9.661	9.683	9.705	9.727	9.750	2	4	7	9	11	13	16	18	20
0.99	9.772	9.795	9.817	9.840	9.863	9.886	9.908	9.931	9.954	9.977	2	5	7	9	11	14	16	18	20

சைன் மதிப்புகள் (NATURAL SINES)

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0.0017453	0.0034907	0.0052360	0.0069813	0.0087265	0.010472	0.012217	0.013962	0.015707
1	0.017452	0.019197	0.020942	0.022687	0.024432	0.026177	0.027922	0.029666	0.031411	0.033155
2	0.034899	0.036644	0.038388	0.040132	0.041876	0.043619	0.045363	0.047106	0.04885	0.050593
3	0.052336	0.054079	0.055822	0.057564	0.059306	0.061049	0.062791	0.064532	0.066274	0.068015
4	0.069756	0.071497	0.073238	0.074979	0.076719	0.078459	0.080199	0.081939	0.083678	0.085417
5	0.087156	0.088894	0.090633	0.092371	0.094108	0.095846	0.097583	0.09932	0.101056	0.102793
6	0.104528	0.106264	0.107999	0.109734	0.111469	0.113203	0.114937	0.116671	0.118404	0.120137
7	0.121869	0.123601	0.125333	0.127065	0.128796	0.130526	0.132256	0.133986	0.135716	0.137445
8	0.139173	0.140901	0.142629	0.144356	0.146083	0.147809	0.149535	0.151261	0.152986	0.15471
9	0.156434	0.158158	0.159881	0.161604	0.163326	0.165048	0.166769	0.168489	0.170209	0.171929
x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	0.173648	0.175367	0.177085	0.178802	0.180519	0.182236	0.183951	0.185667	0.187381	0.189095
11	0.190809	0.192522	0.194234	0.195946	0.197657	0.199368	0.201078	0.202787	0.204496	0.206204
12	0.207912	0.209619	0.211325	0.21303	0.214735	0.21644	0.218143	0.219846	0.221548	0.22325
13	0.224951	0.226651	0.228351	0.23005	0.231748	0.233445	0.235142	0.236838	0.238533	0.240228
14	0.241922	0.243615	0.245307	0.246999	0.24869	0.25038	0.252069	0.253758	0.255446	0.257133
15	0.258819	0.260505	0.262189	0.263873	0.265556	0.267238	0.26892	0.2706	0.27228	0.273959
16	0.275637	0.277315	0.278991	0.280667	0.282341	0.284015	0.285688	0.287361	0.289032	0.290702
17	0.292372	0.29404	0.295708	0.297375	0.299041	0.300706	0.30237	0.304033	0.305695	0.307357
18	0.309017	0.310676	0.312335	0.313992	0.315649	0.317305	0.318959	0.320613	0.322266	0.323917
19	0.325568	0.327218	0.328867	0.330514	0.332161	0.333807	0.335452	0.337095	0.338738	0.34038
x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
20	0.34202	0.34366	0.345298	0.346936	0.348572	0.350207	0.351842	0.353475	0.355107	0.356738
21	0.358368	0.359997	0.361625	0.363251	0.364877	0.366501	0.368125	0.369747	0.371368	0.372988
22	0.374607	0.376224	0.377841	0.379456	0.38107	0.382683	0.384295	0.385906	0.387516	0.389124
23	0.390731	0.392337	0.393942	0.395546	0.397148	0.398749	0.400349	0.401948	0.403545	0.405142
24	0.406737	0.40833	0.409923	0.411514	0.413104	0.414693	0.416281	0.417867	0.419452	0.421036
25	0.422618	0.424199	0.425779	0.427358	0.428935	0.430511	0.432086	0.433659	0.435231	0.436802
26	0.438371	0.439939	0.441506	0.443071	0.444635	0.446198	0.447759	0.449319	0.450878	0.452435
27	0.45399	0.455545	0.457098	0.45865	0.4602	0.461749	0.463296	0.464842	0.466387	0.46793
28	0.469472	0.471012	0.472551	0.474088	0.475624	0.477159	0.478692	0.480223	0.481754	0.483282
29	0.48481	0.486335	0.48786	0.489382	0.490904	0.492424	0.493942	0.495459	0.496974	0.498488
x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
30	0.5	0.501511	0.50302	0.504528	0.506034	0.507538	0.509041	0.510543	0.512043	0.513541
31	0.515038	0.516533	0.518027	0.519519	0.52101	0.522499	0.523986	0.525472	0.526956	0.528438
32	0.529919	0.531399	0.532876	0.534352	0.535827	0.5373	0.538771	0.54024	0.541708	0.543174
33	0.544639	0.546102	0.547563	0.549023	0.550481	0.551937	0.553392	0.554844	0.556296	0.557745
34	0.559193	0.560639	0.562083	0.563526	0.564967	0.566406	0.567844	0.56928	0.570714	0.572146
35	0.573576	0.575005	0.576432	0.577858	0.579281	0.580703	0.582123	0.583541	0.584958	0.586372
36	0.587785	0.589196	0.590606	0.592013	0.593419	0.594823	0.596225	0.597625	0.599024	0.60042
37	0.601815	0.603208	0.604599	0.605988	0.607376	0.608761	0.610145	0.611527	0.612907	0.614285
38	0.615661	0.617036	0.618408	0.619779	0.621148	0.622515	0.62388	0.625243	0.626604	0.627963
39	0.62932	0.630676	0.632029	0.633381	0.634731	0.636078	0.637424	0.638768	0.64011	0.64145
x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
40	0.642788	0.644124	0.645458	0.64679	0.64812	0.649448	0.650774	0.652098	0.653421	0.654741
41	0.656059	0.657375	0.658689	0.660002	0.661312	0.66262	0.663926	0.66523	0.666532	0.667833
42	0.669131	0.670427	0.671721	0.673013	0.674302	0.67559	0.676876	0.67816	0.679441	0.680721
43	0.681998	0.683274	0.684547	0.685818	0.687088	0.688355	0.68962	0.690882	0.692143	0.693402
44	0.694658	0.695913	0.697165	0.698415	0.699663	0.700909	0.702153	0.703395	0.704634	0.705872
45	0.707107	0.70834	0.709571	0.710799	0.712026	0.71325	0.714473	0.715693	0.716911	0.718126



சைன் மதிப்புகள் (NATURAL SINES)

46	0.71934	0.720551	0.72176	0.722967	0.724172	0.725374	0.726575	0.727773	0.728969	0.730162
47	0.731354	0.732543	0.73373	0.734915	0.736097	0.737277	0.738455	0.739631	0.740805	0.741976
48	0.743145	0.744312	0.745476	0.746638	0.747798	0.748956	0.750111	0.751264	0.752415	0.753563
49	0.75471	0.755853	0.756995	0.758134	0.759271	0.760406	0.761538	0.762668	0.763796	0.764921
x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
50	0.766044	0.767165	0.768284	0.7694	0.770513	0.771625	0.772734	0.77384	0.774944	0.776046
51	0.777146	0.778243	0.779338	0.78043	0.78152	0.782608	0.783693	0.784776	0.785857	0.786935
52	0.788011	0.789084	0.790155	0.791224	0.79229	0.793353	0.794415	0.795473	0.79653	0.797584
53	0.798636	0.799685	0.800731	0.801776	0.802817	0.803857	0.804894	0.805928	0.80696	0.80799
54	0.809017	0.810042	0.811064	0.812084	0.813101	0.814116	0.815128	0.816138	0.817145	0.81815
55	0.819152	0.820152	0.821149	0.822144	0.823136	0.824126	0.825113	0.826098	0.827081	0.82806
56	0.829038	0.830012	0.830984	0.831954	0.832921	0.833886	0.834848	0.835807	0.836764	0.837719
57	0.838671	0.83962	0.840567	0.841511	0.842452	0.843391	0.844328	0.845262	0.846193	0.847122
58	0.848048	0.848972	0.849893	0.850811	0.851727	0.85264	0.853551	0.854459	0.855364	0.856267
59	0.857167	0.858065	0.85896	0.859852	0.860742	0.861629	0.862514	0.863396	0.864275	0.865151
x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
60	0.866025	0.866897	0.867765	0.868632	0.869495	0.870356	0.871214	0.872069	0.872922	0.873772
61	0.87462	0.875465	0.876307	0.877146	0.877983	0.878817	0.879649	0.880477	0.881303	0.882127
62	0.882948	0.883766	0.884581	0.885394	0.886204	0.887011	0.887815	0.888617	0.889416	0.890213
63	0.891007	0.891798	0.892586	0.893371	0.894154	0.894934	0.895712	0.896486	0.897258	0.898028
64	0.898794	0.899558	0.900319	0.901077	0.901833	0.902585	0.903335	0.904083	0.904827	0.905569
65	0.906308	0.907044	0.907777	0.908508	0.909236	0.909961	0.910684	0.911403	0.91212	0.912834
66	0.913545	0.914254	0.91496	0.915663	0.916363	0.91706	0.917755	0.918446	0.919135	0.919821
67	0.920505	0.921185	0.921863	0.922538	0.92321	0.92388	0.924546	0.92521	0.925871	0.926529
68	0.927184	0.927836	0.928486	0.929133	0.929776	0.930418	0.931056	0.931691	0.932324	0.932954
69	0.93358	0.934204	0.934826	0.935444	0.93606	0.936672	0.937282	0.937889	0.938493	0.939094
x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
70	0.939693	0.940288	0.940881	0.941471	0.942057	0.942641	0.943223	0.943801	0.944376	0.944949
71	0.945519	0.946085	0.946649	0.94721	0.947768	0.948324	0.948876	0.949425	0.949972	0.950516
72	0.951057	0.951594	0.952129	0.952661	0.953191	0.953717	0.95424	0.954761	0.955278	0.955793
73	0.956305	0.956814	0.957319	0.957822	0.958323	0.95882	0.959314	0.959805	0.960294	0.960779
74	0.961262	0.961741	0.962218	0.962692	0.963163	0.96363	0.964095	0.964557	0.965016	0.965473
75	0.965926	0.966376	0.966823	0.967268	0.967709	0.968148	0.968583	0.969016	0.969445	0.969872
76	0.970296	0.970716	0.971134	0.971549	0.971961	0.97237	0.972776	0.973179	0.973579	0.973976
77	0.97437	0.974761	0.975149	0.975535	0.975917	0.976296	0.976672	0.977046	0.977416	0.977783
78	0.978148	0.978509	0.978867	0.979223	0.979575	0.979925	0.980271	0.980615	0.980955	0.981293
79	0.981627	0.981959	0.982287	0.982613	0.982935	0.983255	0.983571	0.983885	0.984196	0.984503
x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
80	0.984808	0.985109	0.985408	0.985703	0.985996	0.986286	0.986572	0.986856	0.987136	0.987414
81	0.987688	0.98796	0.988228	0.988494	0.988756	0.989016	0.989272	0.989526	0.989776	0.990024
82	0.990268	0.990509	0.990748	0.990983	0.991216	0.991445	0.991671	0.991894	0.992115	0.992332
83	0.992546	0.992757	0.992966	0.993171	0.993373	0.993572	0.993768	0.993961	0.994151	0.994338
84	0.994522	0.994703	0.994881	0.995056	0.995227	0.995396	0.995562	0.995725	0.995884	0.996041
85	0.996195	0.996345	0.996493	0.996637	0.996779	0.996917	0.997053	0.997185	0.997314	0.997441
86	0.997564	0.997684	0.997801	0.997916	0.998027	0.998135	0.99824	0.998342	0.998441	0.998537
87	0.99863	0.998719	0.998806	0.99889	0.998971	0.999048	0.999123	0.999194	0.999263	0.999328
88	0.999391	0.99945	0.999507	0.99956	0.99961	0.999657	0.999701	0.999743	0.999781	0.999816
89	0.999848	0.999877	0.999903	0.999925	0.999945	0.999962	0.999976	0.999986	0.999994	0.999998
90	1	0.999998	0.999994	0.999986	0.999976	0.999962	0.999945	0.999925	0.999903	0.999877



கொசைன் மதிப்புகள் (NATURAL COSINES)

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	0.999998	0.999994	0.999986	0.999976	0.999962	0.999945	0.999925	0.999903	0.999877
1	0.999848	0.999816	0.999781	0.999743	0.999701	0.999657	0.99961	0.99956	0.999507	0.99945
2	0.999391	0.999328	0.999263	0.999194	0.999123	0.999048	0.998971	0.99889	0.998806	0.998719
3	0.99863	0.998537	0.998441	0.998342	0.99824	0.998135	0.998027	0.997916	0.997801	0.997684
4	0.997564	0.997441	0.997314	0.997185	0.997053	0.996917	0.996779	0.996637	0.996493	0.996345
5	0.996195	0.996041	0.995884	0.995725	0.995562	0.995396	0.995227	0.995056	0.994881	0.994703
6	0.994522	0.994338	0.994151	0.993961	0.993768	0.993572	0.993373	0.993171	0.992966	0.992757
7	0.992546	0.992332	0.992115	0.991894	0.991671	0.991445	0.991216	0.990983	0.990748	0.990509
8	0.990268	0.990024	0.989776	0.989526	0.989272	0.989016	0.988756	0.988494	0.988228	0.98796
9	0.987688	0.987414	0.987136	0.986856	0.986572	0.986286	0.985996	0.985703	0.985408	0.985109
x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	0.984808	0.984503	0.984196	0.983885	0.983571	0.983255	0.982935	0.982613	0.982287	0.981959
11	0.981627	0.981293	0.980955	0.980615	0.980271	0.979925	0.979575	0.979223	0.978867	0.978509
12	0.978148	0.977783	0.977416	0.977046	0.976672	0.976296	0.975917	0.975535	0.975149	0.974761
13	0.97437	0.973976	0.973579	0.973179	0.972776	0.97237	0.971961	0.971549	0.971134	0.970716
14	0.970296	0.969872	0.969445	0.969016	0.968583	0.968148	0.967709	0.967268	0.966823	0.966376
15	0.965926	0.965473	0.965016	0.964557	0.964095	0.96363	0.963163	0.962692	0.962218	0.961741
16	0.961262	0.960779	0.960294	0.959805	0.959314	0.95882	0.958323	0.957822	0.957319	0.956814
17	0.956305	0.955793	0.955278	0.954761	0.95424	0.953717	0.953191	0.952661	0.952129	0.951594
18	0.951057	0.950516	0.949972	0.949425	0.948876	0.948324	0.947768	0.94721	0.946649	0.946085
19	0.945519	0.944949	0.944376	0.943801	0.943223	0.942641	0.942057	0.941471	0.940881	0.940288
x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
20	0.939693	0.939094	0.938493	0.937889	0.937282	0.936672	0.93606	0.935444	0.934826	0.934204
21	0.93358	0.932954	0.932324	0.931691	0.931056	0.930418	0.929776	0.929133	0.928486	0.927836
22	0.927184	0.926529	0.925871	0.92521	0.924546	0.92388	0.92321	0.922538	0.921863	0.921185
23	0.920505	0.919821	0.919135	0.918446	0.917755	0.91706	0.916363	0.915663	0.91496	0.914254
24	0.913545	0.912834	0.91212	0.911403	0.910684	0.909961	0.909236	0.908508	0.907777	0.907044
25	0.906308	0.905569	0.904827	0.904083	0.903335	0.902585	0.901833	0.901077	0.900319	0.899558
26	0.898794	0.898028	0.897258	0.896486	0.895712	0.894934	0.894154	0.893371	0.892586	0.891798
27	0.891007	0.890213	0.889416	0.888617	0.887815	0.887011	0.886204	0.885394	0.884581	0.883766
28	0.882948	0.882127	0.881303	0.880477	0.879649	0.878817	0.877983	0.877146	0.876307	0.875465
29	0.87462	0.873772	0.872922	0.872069	0.871214	0.870356	0.869495	0.868632	0.867765	0.866897
x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
30	0.866025	0.865151	0.864275	0.863396	0.862514	0.861629	0.860742	0.859852	0.85896	0.858065
31	0.857167	0.856267	0.855364	0.854459	0.853551	0.85264	0.851727	0.850811	0.849893	0.848972
32	0.848048	0.847122	0.846193	0.845262	0.844328	0.843391	0.842452	0.841511	0.840567	0.83962
33	0.838671	0.837719	0.836764	0.835807	0.834848	0.833886	0.832921	0.831954	0.830984	0.830012
34	0.829038	0.82806	0.827081	0.826098	0.825113	0.824126	0.823136	0.822144	0.821149	0.820152
35	0.819152	0.81815	0.817145	0.816138	0.815128	0.814116	0.813101	0.812084	0.811064	0.810042
36	0.809017	0.80799	0.80696	0.805928	0.804894	0.803857	0.802817	0.801776	0.800731	0.799685
37	0.798636	0.797584	0.79653	0.795473	0.794415	0.793353	0.79229	0.791224	0.790155	0.789084
38	0.788011	0.786935	0.785857	0.784776	0.783693	0.782608	0.78152	0.78043	0.779338	0.778243
39	0.777146	0.776046	0.774944	0.77384	0.772734	0.771625	0.770513	0.7694	0.768284	0.767165
x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
40	0.766044	0.764921	0.763796	0.762668	0.761538	0.760406	0.759271	0.758134	0.756995	0.755853
41	0.75471	0.753563	0.752415	0.751264	0.750111	0.748956	0.747798	0.746638	0.745476	0.744312
42	0.743145	0.741976	0.740805	0.739631	0.738455	0.737277	0.736097	0.734915	0.73373	0.732543
43	0.731354	0.730162	0.728969	0.727773	0.726575	0.725374	0.724172	0.722967	0.72176	0.720551
44	0.71934	0.718126	0.716911	0.715693	0.714473	0.71325	0.712026	0.710799	0.709571	0.70834
45	0.707107	0.705872	0.704634	0.703395	0.702153	0.700909	0.699663	0.698415	0.697165	0.695913



கொசைன் மதிப்புகள் (NATURAL COSINES)

46	0.694658	0.693402	0.692143	0.690882	0.68962	0.688355	0.687088	0.685818	0.684547	0.683274
47	0.681998	0.680721	0.679441	0.67816	0.676876	0.67559	0.674302	0.673013	0.671721	0.670427
48	0.669131	0.667833	0.666532	0.66523	0.663926	0.66262	0.661312	0.660002	0.658689	0.657375
49	0.656059	0.654741	0.653421	0.652098	0.650774	0.649448	0.64812	0.64679	0.645458	0.644124
x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
50	0.642788	0.64145	0.64011	0.638768	0.637424	0.636078	0.634731	0.633381	0.632029	0.630676
51	0.62932	0.627963	0.626604	0.625243	0.62388	0.622515	0.621148	0.619779	0.618408	0.617036
52	0.615661	0.614285	0.612907	0.611527	0.610145	0.608761	0.607376	0.605988	0.604599	0.603208
53	0.601815	0.60042	0.599024	0.597625	0.596225	0.594823	0.593419	0.592013	0.590606	0.589196
54	0.587785	0.586372	0.584958	0.583541	0.582123	0.580703	0.579281	0.577858	0.576432	0.575005
55	0.573576	0.572146	0.570714	0.56928	0.567844	0.566406	0.564967	0.563526	0.562083	0.560639
56	0.559193	0.557745	0.556296	0.554844	0.553392	0.551937	0.550481	0.549023	0.547563	0.546102
57	0.544639	0.543174	0.541708	0.54024	0.538771	0.5373	0.535827	0.534352	0.532876	0.531399
58	0.529919	0.528438	0.526956	0.525472	0.523986	0.522499	0.52101	0.519519	0.518027	0.516533
59	0.515038	0.513541	0.512043	0.510543	0.509041	0.507538	0.506034	0.504528	0.50302	0.501511
x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
60	0.5	0.498488	0.496974	0.495459	0.493942	0.492424	0.490904	0.489382	0.48786	0.486335
61	0.48481	0.483282	0.481754	0.480223	0.478692	0.477159	0.475624	0.474088	0.472551	0.471012
62	0.469472	0.46793	0.466387	0.464842	0.463296	0.461749	0.4602	0.45865	0.457098	0.455545
63	0.45399	0.452435	0.450878	0.449319	0.447759	0.446198	0.444635	0.443071	0.441506	0.439939
64	0.438371	0.436802	0.435231	0.433659	0.432086	0.430511	0.428935	0.427358	0.425779	0.424199
65	0.422618	0.421036	0.419452	0.417867	0.416281	0.414693	0.413104	0.411514	0.409923	0.40833
66	0.406737	0.405142	0.403545	0.401948	0.400349	0.398749	0.397148	0.395546	0.393942	0.392337
67	0.390731	0.389124	0.387516	0.385906	0.384295	0.382683	0.38107	0.379456	0.377841	0.376224
68	0.374607	0.372988	0.371368	0.369747	0.368125	0.366501	0.364877	0.363251	0.361625	0.359997
69	0.358368	0.356738	0.355107	0.353475	0.351842	0.350207	0.348572	0.346936	0.345298	0.34366
x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
70	0.34202	0.34038	0.338738	0.337095	0.335452	0.333807	0.332161	0.330514	0.328867	0.327218
71	0.325568	0.323917	0.322266	0.320613	0.318959	0.317305	0.315649	0.313992	0.312335	0.310676
72	0.309017	0.307357	0.305695	0.304033	0.30237	0.300706	0.299041	0.297375	0.295708	0.29404
73	0.292372	0.290702	0.289032	0.287361	0.285688	0.284015	0.282341	0.280667	0.278991	0.277315
74	0.275637	0.273959	0.27228	0.2706	0.26892	0.267238	0.265556	0.263873	0.262189	0.260505
75	0.258819	0.257133	0.255446	0.253758	0.252069	0.25038	0.24869	0.246999	0.245307	0.243615
76	0.241922	0.240228	0.238533	0.236838	0.235142	0.233445	0.231748	0.23005	0.228351	0.226651
77	0.224951	0.22325	0.221548	0.219846	0.218143	0.21644	0.214735	0.21303	0.211325	0.209619
78	0.207912	0.206204	0.204496	0.202787	0.201078	0.199368	0.197657	0.195946	0.194234	0.192522
79	0.190809	0.189095	0.187381	0.185667	0.183951	0.182236	0.180519	0.178802	0.177085	0.175367
x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
80	0.173648	0.171929	0.170209	0.168489	0.166769	0.165048	0.163326	0.161604	0.159881	0.158158
81	0.156434	0.15471	0.152986	0.151261	0.149535	0.147809	0.146083	0.144356	0.142629	0.140901
82	0.139173	0.137445	0.135716	0.133986	0.132256	0.130526	0.128796	0.127065	0.125333	0.123601
83	0.121869	0.120137	0.118404	0.116671	0.114937	0.113203	0.111469	0.109734	0.107999	0.106264
84	0.104528	0.102793	0.101056	0.09932	0.097583	0.095846	0.094108	0.092371	0.090633	0.088894
85	0.087156	0.085417	0.083678	0.081939	0.080199	0.078459	0.076719	0.074979	0.073238	0.071497
86	0.069756	0.068015	0.066274	0.064532	0.062791	0.061049	0.059306	0.057564	0.055822	0.054079
87	0.052336	0.050593	0.04885	0.047106	0.045363	0.043619	0.041876	0.040132	0.038388	0.036644
88	0.034899	0.033155	0.031411	0.029666	0.027922	0.026177	0.024432	0.022687	0.020942	0.019197
89	0.017452	0.015707	0.013962	0.012217	0.010472	0.0087265	0.0069813	0.0052360	0.0034907	0.0017453
90	0	0.0017453	0.0034907	0.0052360	0.0069813	0.0087265	0.010472	0.012217	0.013962	0.015707





டேஞ்சன்ட் மதிப்புகள் (NATURAL TANGENTS)

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0.0017453	0.0034907	0.0052360	0.0069814	0.0087269	0.010472	0.012218	0.013964	0.015709
1	0.017455	0.019201	0.020947	0.022693	0.024439	0.026186	0.027933	0.029679	0.031426	0.033173
2	0.034921	0.036668	0.038416	0.040164	0.041912	0.043661	0.04541	0.047159	0.048908	0.050658
3	0.052408	0.054158	0.055909	0.05766	0.059411	0.061163	0.062915	0.064667	0.06642	0.068173
4	0.069927	0.071681	0.073435	0.07519	0.076946	0.078702	0.080458	0.082215	0.083972	0.08573
5	0.087489	0.089248	0.091007	0.092767	0.094528	0.096289	0.098051	0.099813	0.101576	0.10334
6	0.105104	0.106869	0.108635	0.110401	0.112168	0.113936	0.115704	0.117473	0.119243	0.121013
7	0.122785	0.124557	0.126329	0.128103	0.129877	0.131652	0.133428	0.135205	0.136983	0.138761
8	0.140541	0.142321	0.144102	0.145884	0.147667	0.149451	0.151236	0.153022	0.154808	0.156596
9	0.158384	0.160174	0.161965	0.163756	0.165549	0.167343	0.169137	0.170933	0.172723	0.174528
x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	0.176327	0.178127	0.179928	0.181731	0.183534	0.185339	0.187145	0.188952	0.19076	0.19257
11	0.19438	0.196192	0.198005	0.19982	0.201635	0.203452	0.205271	0.20709	0.208911	0.210733
12	0.212557	0.214381	0.216208	0.218035	0.219864	0.221695	0.223526	0.22536	0.227194	0.229031
13	0.230868	0.232707	0.234548	0.23639	0.238234	0.240079	0.241925	0.243774	0.245624	0.247475
14	0.249328	0.251183	0.253039	0.254897	0.256756	0.258618	0.26048	0.262345	0.264211	0.266079
15	0.267949	0.269821	0.271694	0.273569	0.275446	0.277325	0.279205	0.281087	0.282971	0.284857
16	0.286745	0.288635	0.290527	0.29242	0.294316	0.296213	0.298113	0.300014	0.301918	0.303823
17	0.305731	0.30764	0.309552	0.311465	0.313381	0.315299	0.317219	0.319141	0.321065	0.322991
18	0.32492	0.32685	0.328783	0.330718	0.332656	0.334595	0.336537	0.338481	0.340428	0.342377
19	0.344328	0.346281	0.348237	0.350195	0.352156	0.354119	0.356084	0.358052	0.360022	0.361995
x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
20	0.36397	0.365948	0.367928	0.369911	0.371897	0.373885	0.375875	0.377869	0.379864	0.381863
21	0.383864	0.385868	0.387874	0.389884	0.391896	0.39391	0.395928	0.397948	0.399971	0.401997
22	0.404026	0.406058	0.408092	0.41013	0.41217	0.414214	0.41626	0.418309	0.420361	0.422417
23	0.424475	0.426536	0.428601	0.430668	0.432739	0.434812	0.436889	0.438969	0.441053	0.443139
24	0.445229	0.447322	0.449418	0.451517	0.45362	0.455726	0.457836	0.459949	0.462065	0.464185
25	0.466308	0.468434	0.470564	0.472698	0.474835	0.476976	0.47912	0.481267	0.483419	0.485574
26	0.487733	0.489895	0.492061	0.494231	0.496404	0.498582	0.500763	0.502948	0.505136	0.507329
27	0.509525	0.511726	0.51393	0.516138	0.518351	0.520567	0.522787	0.525012	0.52724	0.529473
28	0.531709	0.53395	0.536195	0.538445	0.540698	0.542956	0.545218	0.547484	0.549755	0.55203
29	0.554309	0.556593	0.558881	0.561174	0.563471	0.565773	0.568079	0.57039	0.572705	0.575026
x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
30	0.57735	0.57968	0.582014	0.584353	0.586697	0.589045	0.591398	0.593757	0.59612	0.598488
31	0.600861	0.603239	0.605622	0.60801	0.610403	0.612801	0.615204	0.617613	0.620026	0.622445
32	0.624869	0.627299	0.629734	0.632174	0.634619	0.63707	0.639527	0.641989	0.644456	0.646929
33	0.649408	0.651892	0.654382	0.656877	0.659379	0.661886	0.664398	0.666917	0.669442	0.671972
34	0.674509	0.677051	0.679599	0.682154	0.684714	0.687281	0.689854	0.692433	0.695018	0.69761
35	0.700208	0.702812	0.705422	0.708039	0.710663	0.713293	0.71593	0.718573	0.721223	0.723879
36	0.726543	0.729213	0.731889	0.734573	0.737264	0.739961	0.742666	0.745377	0.748096	0.750821
37	0.753554	0.756294	0.759041	0.761796	0.764558	0.767327	0.770104	0.772888	0.77568	0.778479
38	0.781286	0.7841	0.786922	0.789752	0.79259	0.795436	0.79829	0.801151	0.804021	0.806898
39	0.809784	0.812678	0.81558	0.818491	0.821409	0.824336	0.827272	0.830216	0.833169	0.83613
x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
40	0.8391	0.842078	0.845066	0.848062	0.851067	0.854081	0.857104	0.860136	0.863177	0.866227
41	0.869287	0.872356	0.875434	0.878521	0.881619	0.884725	0.887842	0.890967	0.894103	0.897249
42	0.900404	0.903569	0.906745	0.90993	0.913125	0.916331	0.919547	0.922773	0.92601	0.929257
43	0.932515	0.935783	0.939063	0.942352	0.945653	0.948965	0.952287	0.955621	0.958966	0.962322
44	0.965689	0.969067	0.972458	0.975859	0.979272	0.982697	0.986134	0.989582	0.993043	0.996515
45	1	1.0035	1.00701	1.01053	1.01406	1.01761	1.02117	1.02474	1.02832	1.03192



டேஞ்சன்ட் மதிப்புகள் (NATURAL TANGENTS)

46	1.03553	1.03915	1.04279	1.04644	1.0501	1.05378	1.05747	1.06117	1.06489	1.06862
47	1.07237	1.07613	1.0799	1.08369	1.08749	1.09131	1.09514	1.09899	1.10285	1.10672
48	1.11061	1.11452	1.11844	1.12238	1.12633	1.13029	1.13428	1.13828	1.14229	1.14632
49	1.15037	1.15443	1.15851	1.16261	1.16672	1.17085	1.175	1.17916	1.18334	1.18754
x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
50	1.19175	1.19599	1.20024	1.20451	1.20879	1.2131	1.21742	1.22176	1.22612	1.2305
51	1.2349	1.23931	1.24375	1.2482	1.25268	1.25717	1.26169	1.26622	1.27077	1.27535
52	1.27994	1.28456	1.28919	1.29385	1.29853	1.30323	1.30795	1.31269	1.31745	1.32224
53	1.32704	1.33187	1.33673	1.3416	1.3465	1.35142	1.35637	1.36134	1.36633	1.37134
54	1.37638	1.38145	1.38653	1.39165	1.39679	1.40195	1.40714	1.41235	1.41759	1.42286
55	1.42815	1.43347	1.43881	1.44418	1.44958	1.45501	1.46046	1.46595	1.47146	1.47699
56	1.48256	1.48816	1.49378	1.49944	1.50512	1.51084	1.51658	1.52235	1.52816	1.534
57	1.53986	1.54576	1.5517	1.55766	1.56366	1.56969	1.57575	1.58184	1.58797	1.59414
58	1.60033	1.60657	1.61283	1.61914	1.62548	1.63185	1.63826	1.64471	1.6512	1.65772
59	1.66428	1.67088	1.67752	1.68419	1.69091	1.69766	1.70446	1.71129	1.71817	1.72509
x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
60	1.73205	1.73905	1.7461	1.75319	1.76032	1.76749	1.77471	1.78198	1.78929	1.79665
61	1.80405	1.8115	1.81899	1.82654	1.83413	1.84177	1.84946	1.8572	1.86499	1.87283
62	1.88073	1.88867	1.89667	1.90472	1.91282	1.92098	1.9292	1.93746	1.94579	1.95417
63	1.96261	1.97111	1.97966	1.98828	1.99695	2.00569	2.01449	2.02335	2.03227	2.04125
64	2.0503	2.05942	2.0686	2.07785	2.08716	2.09654	2.106	2.11552	2.12511	2.13477
65	2.14451	2.15432	2.1642	2.17416	2.18419	2.1943	2.20449	2.21475	2.2251	2.23553
66	2.24604	2.25663	2.2673	2.27806	2.28891	2.29984	2.31086	2.32197	2.33317	2.34447
67	2.35585	2.36733	2.37891	2.39058	2.40235	2.41421	2.42618	2.43825	2.45043	2.4627
68	2.47509	2.48758	2.50018	2.51289	2.52571	2.53865	2.5517	2.56487	2.57815	2.59156
69	2.60509	2.61874	2.63252	2.64642	2.66046	2.67462	2.68892	2.70335	2.71792	2.73263
x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
70	2.74748	2.76247	2.77761	2.79289	2.80833	2.82391	2.83965	2.85555	2.87161	2.88783
71	2.90421	2.92076	2.93748	2.95437	2.97144	2.98868	3.00611	3.02372	3.04152	3.0595
72	3.07768	3.09606	3.11464	3.13341	3.1524	3.17159	3.191	3.21063	3.23048	3.25055
73	3.27085	3.29139	3.31216	3.33317	3.35443	3.37594	3.39771	3.41973	3.44202	3.46458
74	3.48741	3.51053	3.53393	3.55761	3.5816	3.60588	3.63048	3.65538	3.68061	3.70616
75	3.73205	3.75828	3.78485	3.81177	3.83906	3.86671	3.89474	3.92316	3.95196	3.98117
76	4.01078	4.04081	4.07127	4.10216	4.1335	4.1653	4.19756	4.2303	4.26352	4.29724
77	4.33148	4.36623	4.40152	4.43735	4.47374	4.51071	4.54826	4.58641	4.62518	4.66458
78	4.70463	4.74534	4.78673	4.82882	4.87162	4.91516	4.95945	5.00451	5.05037	5.09704
79	5.14455	5.19293	5.24218	5.29235	5.34345	5.39552	5.44857	5.50264	5.55777	5.61397
x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
80	5.67128	5.72974	5.78938	5.85024	5.91236	5.97576	6.04051	6.10664	6.17419	6.24321
81	6.31375	6.38587	6.45961	6.53503	6.61219	6.69116	6.77199	6.85475	6.93952	7.02637
82	7.11537	7.20661	7.30018	7.39616	7.49465	7.59575	7.69957	7.80622	7.91582	8.02848
83	8.14435	8.26355	8.38625	8.51259	8.64275	8.77689	8.9152	9.05789	9.20516	9.35724
84	9.51436	9.6768	9.84482	10.0187	10.1988	10.3854	10.5789	10.7797	10.9882	11.2048
85	11.4301	11.6645	11.9087	12.1632	12.4288	12.7062	12.9962	13.2996	13.6174	13.9507
86	14.3007	14.6685	15.0557	15.4638	15.8945	16.3499	16.8319	17.3432	17.8863	18.4645
87	19.0811	19.7403	20.4465	21.2049	22.0217	22.9038	23.8593	24.8978	26.0307	27.2715
88	28.6363	30.1446	31.8205	33.6935	35.8006	38.1885	40.9174	44.0661	47.7395	52.0807
89	57.29	63.6567	71.6151	81.847	95.4895	114.589	143.237	190.984	286.478	572.957
90	∞									



குறிப்பு





குறிப்பு





மாநில கல்வியியல் ஆராய்ச்சி மற்றும் பயிற்சி நிறுவனம்
மேல்நிலை இயற்பியல்
பாடநூல் தயாரிப்பில் பணியாற்றியவர்கள்

பாட வல்லுநர் மற்றும் நெறியாளர்

பேராசிரியர் முனைவர் ரீட்டா ஜான்
 பேராசிரியர் மற்றும் துறைத்தலைவர்
 கோட்பாட்டு இயற்பியல் துறை
 சென்னைப் பல்கலைக்கழகம், சென்னை.

மேலாய்வாளர்கள்

முனைவர் வி.என். மணி
 அறிவியல் அறிஞர் E. Head (C- MET)
 மின்னணுவியல் மற்றும் தகவல் தொழில்நுட்பத் துறை
 ஹைதராபாத், இந்திய அரசு.

பேராசிரியர் முனைவர் பி. ரவீந்திரன்

இயற்பியல் துறை அடிப்படை மற்றும்
 பயன்பாட்டு அறிவியல் துறை
 தமிழ்நாடு மத்திய பல்கலைக்கழகம், திருவாரூர்.

முனைவர் ரஜீவ் வேஷா ஜோஷி

உதவிப் பேராசிரியர்
 இயற்பியல் புலம்
 கர்நாடகா மத்தியப்பல்கலைக்கழகம்.

முனைவர் ஜோ ஜேசுதுரை

இணைப்பேராசிரியர்
 புலமுதன்மையர், அறிவியல்
 இயற்பியல் துறை
 லயோலா கல்லூரி, சென்னை.

பாடநூல் ஆசிரியர்கள்

திரு சி. ஜோசப் பிரபாகர்
 உதவிப் பேராசிரியர்
 முதுகலை மற்றும் ஆராய்ச்சி இயற்பியல் துறை
 லயோலா கல்லூரி, சென்னை.

முனைவர் சா. ச. நெய்னா முஹம்மது
 உதவிப் பேராசிரியர்
 முதுகலை மற்றும் ஆராய்ச்சி இயற்பியல் துறை
 அரசுக் கலைக் கல்லூரி
 உருமலைப்பேட்டை, திருப்பூர் மாவட்டம்.

முனைவர் ர. சுக்ராஜ் சாமுவேல்
 உதவிப் பேராசிரியர்
 முதுகலை மற்றும் ஆராய்ச்சி இயற்பியல் துறை
 புதுக்கல்லூரி, ராயப்பேட்டை, சென்னை.

முனைவர் பா. இளங்கோவன்
 உதவிப் பேராசிரியர்
 முதுகலை மற்றும் ஆராய்ச்சி இயற்பியல் துறை
 பச்சையப்பன் கல்லூரி, சென்னை.

திரு த. தாமரைச்செல்வன்
 முதுகலைப் பட்டதாரி ஆசிரியர் (இயற்பியல்)
 மு. க. ஆ. அரசு ஆண்கள் மேல்நிலைப் பள்ளி
 அறந்தாங்கி, புதுக்கோட்டை மாவட்டம்.

கலை மற்றும் வடிவமைப்புக் குழு

வரைபடம்

சசிகுமார்

வடிவமைப்பு

வின்மேக், சென்னை.

In-House - QC

அஸ்கர் அலி.மு

அட்டை வடிவமைப்பு- கதிர் ஆறுமுகம்

ஒருங்கிணைப்பாளர்

ரமேஷ் முனிசாமி

விரைவுக் குறியீடு மேலாண்மைக் குழு

இரா. ஜெகநாதன், இ.நி.ஆ,

ஊ.ஒ.ந.நி.பள்ளி, கணேசபுரம், போளூர்,
 திருவண்ணாமலை மாவட்டம்.

சூ.ஆல்பர்ட் வளவன் பாபு, ப.ஆ,
 அ.உ.நி.பள்ளி, பெருமாள் கோவில் பரமக்குடி, இராமநாதபுரம்.

ம. முருகேசன், ப.ஆ,
 ஊ.ஒ.ந.நி. பள்ளி, பெத்தவலங்கோட்டகம்,
 முத்துப்பேட்டை, திருவாரூர்

தமிழாக்கம் செய்தோர்

திரு. மா. பழனிசுமார்
 முதுகலைப் பட்டதாரி ஆசிரியர் (இயற்பியல்)
 எம்.என்.எம்.எஸ்பி செந்திக் குமார் நாடார் மேல்நிலைப் பள்ளி
 மல்லாங்கிணறு, விருதுநகர் மாவட்டம்.

திரு. அ. கணேஷ்
 முதுகலைப் பட்டதாரி ஆசிரியர் (இயற்பியல்)
 சுந்தரம் அரசு மேல்நிலைப் பள்ளி
 திருமழிசை, திருவள்ளூர் மாவட்டம்

முனைவர். சி. ஸ்ரீதரன்
 முதுகலைப் பட்டதாரி ஆசிரியர் (இயற்பியல்)
 அரசு மேல்நிலைப் பள்ளி (அண்ணா சாலை)
 இராசிபுரம், நாமக்கல் மாவட்டம்.

முனைவர்.கொ. வாசுதேவன்
 முதுகலைப் பட்டதாரி ஆசிரியர் (இயற்பியல்)
 அரசு ஆ. தி. நல மேல்நிலைப் பள்ளி
 களங்காணி, நாமக்கல் மாவட்டம்.

திரு.ஏ. இளங்கோவன்
 முதுகலைப் பட்டதாரி ஆசிரியர் (இயற்பியல்)
 ஜெய்கோபால் கரோடியா அரசு மேல்நிலைப் பள்ளி
 மணலி புதுநகர், திருவள்ளூர் மாவட்டம்.

பாடநூல் கருத்துரைஞர் குழு

முனைவர் வே. சிவமாதவி

இணைப்பேராசிரியர் (இயற்பியல்)
 பாரதி மகளிர் கல்லூரி (த), சென்னை.

திரு.ந. தாமரைக்கண்ணன்
 முதுகலைப் பட்டதாரி ஆசிரியர் (இயற்பியல்)
 ஜெய்கோபால் கரோடியா தேசிய மேல்நிலைப் பள்ளி
 தாம்பரம், சென்னை.

முனைவர்.சீ. ரவி காசிவங்கட்ராமன்
 முதுகலைப் பட்டதாரி ஆசிரியர் (இயற்பியல்)
 அரசு மேல்நிலைப் பள்ளி
 செம்மஞ்சேரி, சென்னை.

திரு.தி. சுப்பையா
 முதுகலைப் பட்டதாரி ஆசிரியர் (இயற்பியல்)
 அரசு மகளிர் மேல்நிலைப் பள்ளி
 அச்சிறப்பாக்கம், காஞ்சிபுரம் மாவட்டம்

மு. பழனிச்சாமி
 தலைமை ஆசிரியர்
 அரசு மேல்நிலைப்பள்ளி
 கிருஷ்ணராயபுரம், கரூர் மாவட்டம்.

பாட ஒருங்கிணைப்பாளர்கள்

திருமதி. த. சண்முகசுந்தரி
 பட்டதாரி ஆசிரியை (அறிவியல்)
 ஊராட்சி ஒன்றிய நடுநிலைப் பள்ளி
 மேலதுலுக்கன்குளம்
 காரியாப்பட்டி ஒன்றியம், விருதுநகர் மாவட்டம்.

திரு. ஞா. அருள்ராஜா
 பட்டதாரி ஆசிரியர் (கணிதம்)
 மா.க.வி. அரசு ஆண்கள் மேல்நிலைப் பள்ளி
 ஆரணி, திருவள்ளூர் மாவட்டம்.

தகவல் தொழிநுட்ப ஒருங்கிணைப்பாளர்கள்

திரு.ஞா. பெர்ஜின்
 முதுகலைப் ஆசிரியர் இயற்பியல்
 அரசு ஆண்கள் மேல்நிலைப் பள்ளி
 சாயல்குடி, இராமநாதபுரம் மாவட்டம்.

திரு. த. ஜெயசெல்வன்
 பட்டதாரி ஆசிரியர் (அறிவியல்)
 அரசு உயர்நிலைப் பள்ளி
 வரகூர், தஞ்சாவூர் மாவட்டம்.

தகவல் தொழிநுட்ப அசைவு மற்றும் காட்சிப்படம் உருவாக்குபவர்

திரு. கென்னடி பெர்னாட்ஷா
 கென்னடி பெர்னாட்ஷா லெமூரியன்ஸ் மீடியா, நங்கநல்லூர், சென்னை

தட்டச்சு செய்தவர்

திருமதி. தெ. கவிதா

இந்நூல் 80ஜி.எஸ்.எம். எலிகண்ட் மேப்லித்தோ தாளில் அச்சிடப்பட்டுள்ளது.

ஆப்ஸெட் முறையில் அச்சிட்டோர்: