હવે આપણે અત્યાર સુધીમાં શીખેલી શરતો પર આધારિત દાખલાઓ અને પ્રશ્નો જોઈશું.

સ્વાધ્યાય 7.2

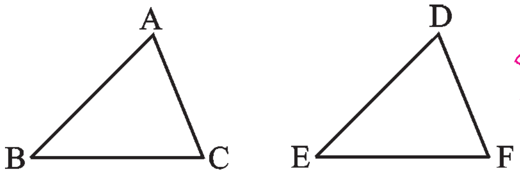
1. નીચેનામાં એકરૂપતાની કઈ શરતનો ઉપયોગ કરશો ?

(a) પક્ષ : AC = DF

AB = DE

BC = EF

આથી, ΔABC ≅ ΔDEF

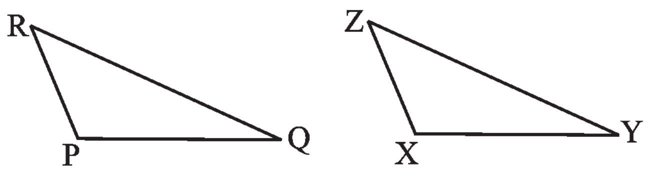


(b) પક્ષ : ZX = RP

RQ = ZY

∠PRQ = ∠XZY

આથી, ΔPQR ≅ ΔXYZ

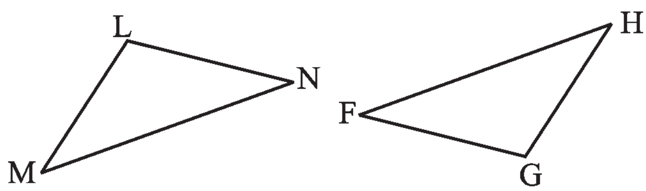


(c) પક્ષ : ∠MLN = ∠FGH

∠NML = ∠GFH

ML = FG

આથી, ΔLMN ≅ ΔGFH

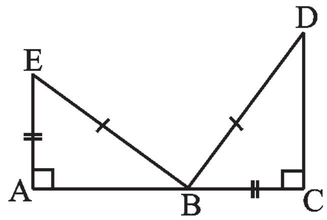


(d) પક્ષ : EB = DB

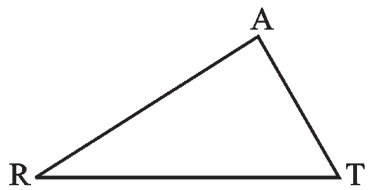
AE = BC

∠A = ∠C = 90°

આથી, ΔABE ≅ ΔCDB



2. તમારે સાબિત કરવું છે કે ΔART ≅ ΔPEN,



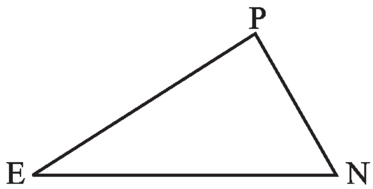
(a) જો તમારે **બાબાબા** શરતનો ઉપયોગ કરવો હોય, તો તમારે

(i) AR = (ii) RT = (iii) AT =

બતાવવું પડે.

(b) જો ∠T = ∠N આપેલ હોય અને **બાખૂબા** શરતનો ઉપયોગ કરવો હોય, તો

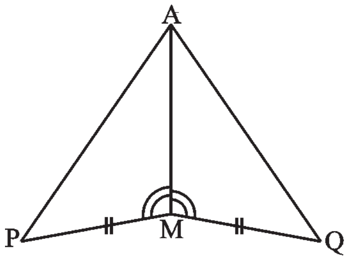
(i) RT = અને (ii) PN = હોવું જોઈએ.



(c) જો AT = PN આપેલ હોય અને તમારે **ખૂબાખૂ** શરતનો ઉપયોગ કરવો હોય, તો કયાં બે પરિણામ હોવાં જોઈએ ?

(i) ? (ii) ?

3. તમારે $\Delta AMP \cong \Delta AMQ$ સાબિત કરવાનું છે નીચેની સાબિતીમાં ખૂટતાં કારણો આપો.

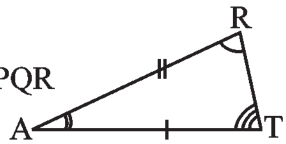


પગલું	કારણ
(i) PM = QM	(i) ...
(ii) $\angle PMA = \angle QMA$	(ii) ...
(iii) AM = AM	(iii) ...
(iv) $\Delta AMP \cong \Delta AMQ$	(iv) ...

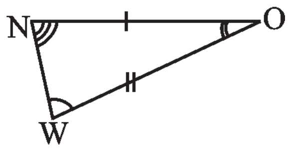
4. ΔABCમાં $\angle A = 30°$, $\angle B = 40°$ અને $\angle C = 110°$

ΔPQRમાં $\angle P = 30°$, $\angle Q = 40°$ અને $\angle R = 110°$

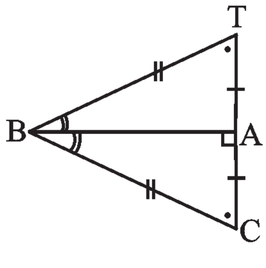
એક વિદ્યાર્થી કહે છે કે **ખૂખૂખૂ** શરત પ્રમાણે $\Delta ABC \cong \Delta PQR$ છે. શું એ સાચો છે ? શા માટે ? શા માટે નહિ ?

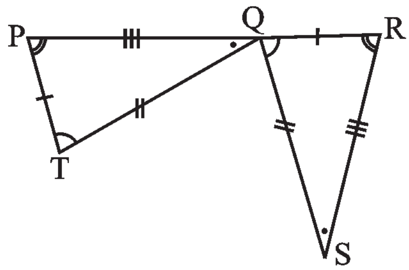


5. બાજુની આકૃતિમાં બે ત્રિકોણો એકરૂપ છે. અનુરૂપ અંગો નિશાનીથી દર્શાવેલા છે. $\Delta RAT \cong$ ... શું લખી શકાય ?



6. એકરૂપતાનું વિધાન પૂર્ણ કરો :



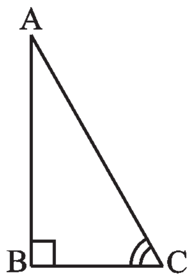


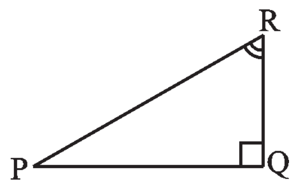
$\Delta BCA \cong ?$ $\Delta QRS \cong ?$

7. ચોરસ ખાનાંવાળા કાગળ પર સમાન ક્ષેત્રફળવાળા બે એવા ત્રિકોણ દોરો કે,

(i) જે ત્રિકોણ એકરૂપ હોય.

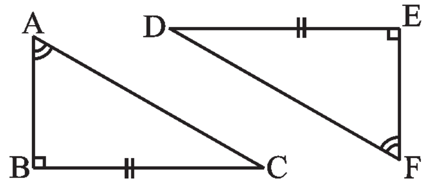
(ii) જે ત્રિકોણ એકરૂપ નથી, તેમની પરિમિતિ વિશે શું કહી શકાય ?





8. બે ત્રિકોણની એવી કાચી આકૃતિ દોરો કે જેમાં એકરૂપ ભાગની પાંચ જોડી હોય છતાં ત્રિકોણ એકરૂપ ન હોય.

9. ΔABC અને ΔPQR એકરૂપ બને તે માટે અનુરૂપ અંગની વધુ એક જોડી આપો. તમે કઈ શરતનો ઉપયોગ કર્યો ?



10.સમજાવો : $\Delta ABC \cong \Delta FED$ શા માટે છે ?

જ્ઞાનવર્ધક પ્રવૃત્તિ

સમતલીય આકૃતિઓની એકરૂપતા સાબિત કરવા માટે એક આકૃતિ પર બીજી આકૃતિને ગોઠવવાની પદ્ધતિ ઉપયોગી છે એ જોયું. આપણે રેખાખંડ, ખૂણા અને ત્રિકોણની એકરૂપતાની શરતની ચર્ચા કરી. હવે તમે આ ખ્યાલને બીજી સમતલીય આકૃતિઓ માટે આગળ વધારી શકો.

1. અલગ અલગ માપના કાપેલા ચોરસ લો. ચોરસની એકરૂપતા માટેની શરત શોધવા માટે એકબીજા પર ગોઠવવાની રીતનો ઉપયોગ કરો. એકરૂપતા માટે અનુરૂપ અંગનો ખ્યાલ કેવી રીતે ઉપયોગમાં આવે છે ? અનુરૂપ બાજુ મળે છે ? અનુરૂપ વિકર્ણ મળે છે ?
2. વર્તુળ લેશો તો શું થશે ? બે વર્તુળ એકરૂપ હોવાની શરત કઈ ? તમે એકબીજા પર ગોઠવવાની રીતનો ઉપયોગ કરી શકો છો. શોધો.
3. આ જ ખ્યાલને નિયમિત ષટ્કોણ વગેરે બીજી સમતલીય આકૃતિઓ માટે વિકસાવો.
4. એક ત્રિકોણની બે એકરૂપ નકલ લો. કાગળને વાળીને તેમના વેધ સમાન છે કે કેમ તે જુઓ. શું તેમાં મધ્યગા સમાન છે ? તમે તેમની પરિમિતિ અને ક્ષેત્રફળ વિશે શું કહી શકો ?

આપણે શું ચર્ચા કરી ?

1. એકરૂપ વસ્તુઓ એકબીજાની ચોક્સાઈ ભરેલી નકલ હોય છે.
2. સમતલીય આકૃતિઓની એકરૂપતા ચકાસવા માટે એકને બીજા પર ગોઠવવાની રીત વાપરી શકાય.
3. બે સમતલીય આકૃતિ F_1 અને F_2 માટે જો F_1 ની નકલ F_2 પર બંધબેસતી આવે તો તે એકરૂપ છે અને તેને $F_1 \cong F_2$ લખાય.
4. જો બે રેખાખંડની, કહો કે, $\overline{AB}$ અને $\overline{CD}$ની લંબાઈ સરખી હોય તો તેઓ એકરૂપ છે. આને $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ લખાય. જોકે સામાન્ય રીતે $AB = CD$ લખવામાં આવે છે.
5. જો બે ખૂણા, ધારો કે $\angle ABC$ અને $\angle PQR$નાં માપ સમાન હોય તો તેઓ એકરૂપ છે. આને $\angle ABC \cong \angle PQR$ વડે દર્શાવવામાં આવે છે અથવા $m\angle ABC = m\angle PQR$ પણ લખાય છે. જોકે સામાન્ય રીતે વ્યવહારમાં $\angle ABC = \angle PQR$ લખવામાં આવે છે.
6. બે ત્રિકોણની **બાબાબા** એકરૂપતા :

   આપેલી સંગતતા માટે જો એક ત્રિકોણની ત્રણ બાજુ બીજા ત્રિકોણની અનુરૂપ (સંગત) બાજુ સાથે સમાન હોય તો તે બે ત્રિકોણ એકરૂપ છે.
7. બે ત્રિકોણની **બાખૂબા** એકરૂપતા :

   આપેલી સંગતતા માટે, એક ત્રિકોણની બે બાજુ અને વચ્ચેનો ખૂણો બીજા ત્રિકોણની અનુરૂપ (સંગત) બાજુ અને વચ્ચેના ખૂણા સાથે સમાન હોય તો તે બે ત્રિકોણ એકરૂપ છે.

8. બે ત્રિકોણની **ખૂબાખૂ** એકરૂપતા :

આપેલી સંગતતા માટે, એક ત્રિકોણના બે ખૂણા અને તેમની વચ્ચેની બાજુ બીજા ત્રિકોણના અનુરૂપ ખૂણા અને વચ્ચેની બાજુ સાથે સમાન હોય તો તે બે ત્રિકોણ એકરૂપ છે.

9. બે કાટકોણ ત્રિકોણની **કાકબા** એકરૂપતા :

આપેલી સંગતતા માટે, એક કાટકોણ ત્રિકોણનો કર્ણ અને એક બાજુ બીજા કાટકોણ ત્રિકોણના કર્ણ અને અનુરૂપ બાજુ સાથે સમાન હોય તો તે બે કાટકોણ ત્રિકોણ એકરૂપ છે.

10. બે ત્રિકોણ માટે **ખૂખૂખૂ** એકરૂપતા નથી :

અનુરૂપ ખૂણા સમાન હોય તેવા બે ત્રિકોણ એકરૂપ હોવા જરૂરી નથી. આવી સંગતતા માટે તેમાંનો એક ત્રિકોણ બીજા ત્રિકોણની મોટી કરેલી નકલ હોઈ શકે. (જો તેઓ એકબીજાની ચોકસાઈપૂર્વકની નકલ હોય તો જ તેઓ એકરૂપ હશે.)

પ્રકરણ 8

રાશિઓની તુલના

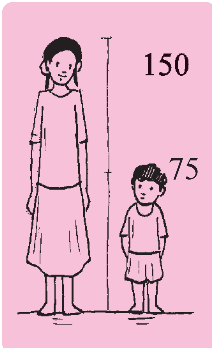
8.1 પ્રસ્તાવના

આપણા રોજિંદા જીવનમાં, એવા ઘણા અવસરો આવે છે, જેમાં આપણે બે રાશિઓની તુલના કરીએ છીએ.

ધારો કે આપણે હીના અને આમિરની ઊંચાઈની તુલના કરી રહ્યા છીએ.

આપણને માલૂમ પડે છે કે,

1. હીનાની ઊંચાઈ આમિરની ઊંચાઈ કરતાં બમણી છે અથવા
2. આમિરની ઊંચાઈ હીનાની ઊંચાઈ કરતાં અડધી છે.



150 સેમી હીના   75 સેમી આમીર

બીજા ઉદાહરણ પર વિચાર કરીએ, જેમાં રીટા અને અમિત વચ્ચે 20 લખોટીઓ એવી રીતે વહેંચવામાં આવે છે કે જેથી રીટાને 12 લખોટીઓ અને અમિતને 8 લખોટીઓ મળે છે. આ પરથી આપણે કહી શકીએ કે,

1. રીટા પાસે અમિત કરતાં $\frac{3}{2}$ ગણી લખોટીઓ છે.

   અથવા

2. અમિત પાસે રીટાની લખોટીઓનો $\frac{2}{3}$ ભાગ છે.

આવા જ એક બીજા ઉદાહરણમાં આપણે ચિત્તા અને માણસની ઝડપની સરખામણી કરીએ. અહીં, ચિત્તાની ઝડપ એ માણસની ઝડપ કરતાં 6 ગણી છે.

અથવા

માણસની ઝડપ એ ચિત્તાની ઝડપ કરતાં છઠ્ઠા ભાગની છે.

ચિત્તાની ઝડપ
120 કિમી પ્રતિ કલાક

માણસની ઝડપ
20 કિમી પ્રતિ કલાક

શું તમને આ રીતની કોઈ બીજી તુલનાઓ યાદ છે ? ધોરણ 6માં આપણે બે રાશિઓની તુલના કરવાનું શીખી ગયાં. જેમાં આપણે કહ્યું હતું કે એક રાશિ બીજી રાશિ કરતાં કેટલા ગણી હોય છે. અહીં આપણે જોઈશું કે, રાશિઓની સરખામણીનો ક્રમ બદલી શકાય છે અને તે પરથી એક રાશિ બીજી રાશિનો કેટલામો ભાગ છે તે કહી શકાય છે.

અહીં આપેલાં ઉદાહરણોમાં, આપણે ઊંચાઈનો ગુણોત્તર આ રીતે દર્શાવીએ.

હીનાની ઊંચાઈ : આમિરની ઊંચાઈ = 150 : 75 અથવા 2 : 1

શું હવે તમે અન્ય તુલનાઓ માટે ગુણોત્તર લખી શકો ?

આ પ્રકારની સરખામણીઓ સાપેક્ષ હોય છે અને બે જુદી-જુદી પરિસ્થિતિ માટે તે સમાન પણ હોઈ શકે.

જો હીનાની ઊંચાઈ 150 સેમી અને આમિરની ઊંચાઈ 100 સેમી હોત, તો તેમની ઊંચાઈનો ગુણોત્તર નીચે પ્રમાણે થાત.

હીનાની ઊંચાઈ : આમિરની ઊંચાઈ = 150 : 100= $\frac{150}{100} = \frac{3}{2}$ અથવા 3 : 2

આ એ જ પ્રમાણ છે, લખોટીઓની વહેચણીમાં પણ રીટાની અને અમિતની લખોટીઓ વચ્ચે થાત.

આમ, અહીં આપણે જોયું કે બે જુદી-જુદી તુલનાઓ માટે ગુણોત્તર સમાન હોઈ શકે. યાદ રાખો કે બે રાશિઓની સરખામણી માટે બંને માપનાં એકમો સરખાં હોવાં જોઈએ.

ગુણોત્તરને એકમ હોતો નથી.

ઉદાહરણ 1 3 કિમીનો 300 મી સાથે ગુણોત્તર શોધો.

ઉકેલ સૌપ્રથમ બંને અંતરોને એક એકમમાં લખીએ.

તેથી, 3 કિમી = 3 × 1000 મી = 3000 મી

આથી, ગુણોત્તર, 3 કિમી : 300 મી = 3000 : 300 = 10:1

8.2 સમાન ગુણોત્તર (Equivalent Ratios)

જુદાં જુદાં ગુણોત્તરની એકબીજા સાથે સરખામણી કરી જાણી શકાય કે તેઓ એકબીજા સાથે સમાન છે કે નહિ. આમ, કરવા માટે આપણે ગુણોત્તરોને અપૂર્ણાંકોના સ્વરૂપમાં લખવાં પડે અને ત્યાર બાદ તેઓને સમાન છેદવાળા અપૂર્ણાંકોમાં ફેરવી તુલના કરવામાં આવે છે. જો આ સમાન છેદવાળા અપૂર્ણાંકો સરખા હોય તો આપેલા ગુણોત્તરો સમાન છે એમ કહેવાય.

ઉદાહરણ 2 ગુણોત્તરો 1:2 અને 2:3 સમાન છે ?

ઉકેલ આ તપાસવા માટે, આપણે $\frac{1}{2} = \frac{2}{3}$ થાય કે નહિ એ તપાસવું પડે.

અહીં, $\frac{1}{2} = \frac{1 \times 3}{2 \times 3} = \frac{3}{6}$; $\frac{2}{3} = \frac{2 \times 2}{3 \times 2} = \frac{4}{6}$

આપણે શોધ્યું કે, $\frac{3}{6} < \frac{4}{6}$, અર્થાત્ $\frac{1}{2} < \frac{2}{3}$ તેથી ગુણોત્તર 1:2 અને 2:3 સમાન નથી.

આ પ્રકારની તુલનાઓનો ઉપયોગ આપણે નીચેના ઉદાહરણમાં જોઈ શકીએ છીએ.

ઉદાહરણ 3 એક ક્રિકેટ ટીમનું બે મૅચોમાં રમતનું પ્રદર્શન નીચે પ્રમાણે છે :

વર્ષ	જીત	હાર
ગયા વર્ષે	8	2
આ વર્ષે	4	2

કયા વર્ષમાં રેકૉર્ડ વધારે સારો હતો ?
એવું તમે કયા આધારે કહી શકો ?

ઉકેલ ગયા વર્ષે, જીત : હાર = 8:2 = 4:1

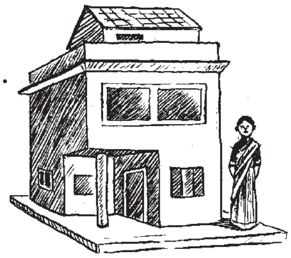
આ વર્ષે, જીત : હાર = 4:2 = 2:1

સ્પષ્ટ રૂપે, 4:1 > 2:1 (અપૂર્ણાંક સ્વરૂપમાં $\frac{4}{1} > \frac{2}{1}$)

આથી, આપણે કહી શકીએ કે ટીમનું પ્રદર્શન ગયા વર્ષે વધારે સારું હતું.

ધોરણ 6 માં આપણે સમાન ગુણોત્તરોની અગત્યતા પણ જોઈ ગયા. જે ગુણોત્તરો સમાન હોય તે ગુણોત્તરો પ્રમાણમાં છે એમ કહેવાય. ચાલો, આપણે પ્રમાણના ઉપયોગને યાદ કરીએ.

વસ્તુઓને પ્રમાણમાં રાખવી અને ઉકેલ મેળવવો



અરુણાએ પોતાના ઘરનું ચિત્ર બનાવ્યું અને ઘરની બાજુમાં મમ્મીને ઊભેલાં બતાવ્યાં.

આ ચિત્ર જોઈ મોનાએ કહ્યું, ‘‘આ ચિત્રમાં કંઈક ભૂલ દેખાય છે.’’

તમે કહી શકો ચિત્રમાં શું ભૂલ છે ?

તમે આવું કેવી રીતે કહી શકો ?

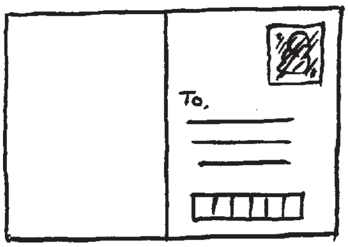
અહીં, ચિત્રમાં ઊંચાઈનો ગુણોત્તર અને વાસ્તવિક ઊંચાઈનો ગુણોત્તર સમાન હોવો જોઈએ.

એટલે કે, $\frac{\text{મકાનની વાસ્તવિક ઊંચાઈ}}{\text{માતાની વાસ્તવિક ઊંચાઈ}} = \frac{\text{ચિત્રમાં મકાનની ઊંચાઈ}}{\text{ચિત્રમાં માતાની ઊંચાઈ}}$

આવું હશે, તો જ ચિત્ર પ્રમાણમાં કહેવાશે. જે ચિત્રોમાં પ્રમાણ જળવાયું હોય તે ચિત્રો જોવામાં મોહક અને આકર્ષક લાગે છે.

બીજું ઉદાહરણ કે જેમાં પ્રમાણનો ઉપયોગ થાય છે તે છે વિવિધ રાષ્ટ્રધ્વજની બનાવટ.

શું તમે જાણો છો રાષ્ટ્રધ્વજ હંમેશાં લંબાઈ અને પહોળાઈના એક નિશ્ચિત ગુણોત્તરમાં બનાવાય છે. તે જુદા જુદા દેશો માટે જુદું જુદું હોઈ શકે. પણ મોટે ભાગે 1.5 : 1 અથવા 1.7 : 1 ની આસપાસ હોય છે.



આપણે આ ગુણોત્તર આશરે 3:2 લઈ શકીએ. ભારતીય પોસ્ટકાર્ડમાં પણ ગુણોત્તરનું લગભગ આ જ માપ હોય છે. હવે, શું તમે કહી શકો કે 4.5 સેમી લાંબા અને 3.0 સેમી પહોળા કાર્ડમાં આ જ ગુણોત્તર છે ? આ માટે આપણે ગુણોત્તર 4.5 : 3.0 ની ગુણોત્તર 3:2 સાથે સરખામણી તપાસવી પડશે.

આપણે નોંધીએ કે, $4.5 : 3.0 = \frac{4.5}{3.0} = \frac{45}{30} = \frac{3}{2}$

આમ, આપણે જોયું કે, 4.5 : 3.0 અને 3:2 સમાન છે.

વાસ્તવિક જીવનમાં આપણે ઘણી જગ્યાએ આવા પ્રમાણનો ઉપયોગ જોઈએ છીએ. શું તમે આવી કોઈ પરિસ્થિતિ વિચારી શકો ?

આગલાં ધોરણોમાં આપણે એકમ પદ્ધતિ વિશે શીખી ગયાં. આ પદ્ધતિમાં પ્રથમ આપણે એક એકમનું માપ શોધીએ છીએ ત્યાર પછી જરૂરી સંખ્યા માટે માપ શોધીએ છીએ.

ચાલો, આપણે જોઈએ કે એક જ પ્રશ્ન ઉકેલવામાં ઉપરની બંને પદ્ધતિઓ કેવી રીતે વપરાય છે.

ઉદાહરણ 4 એક નકશો 2 સેમી = 1000 કિમીના પ્રમાણમાપ સાથે આપેલો છે, જો બે સ્થળો વચ્ચેનું અંતર નકશામાં 2.5 સેમી હોય તો તે બે સ્થળો વચ્ચેનું વાસ્તવિક અંતર કિમીમાં શોધો.

ઉકેલ

અરૂણ આમ કરે છે.	**મીરાં આમ કરે છે.**
ધારો કે અંતર = x કિમી ત્યારે $1000 : x = 2 : 2.5$ $\frac{1000}{x} = \frac{2}{2.5}$ $\frac{1000 \times x \times 2.5}{x} = \frac{2}{2.5} \times x \times 2.5$ $1000 \times 2.5 = x \times 2$ $x = 1250$	2 સેમી અર્થાત્ 1000 કિમી તેથી 1 સેમી અર્થાત્ $\frac{1000}{2}$ કિમી આમ, 2.5 સેમી અર્થાત્ $\frac{1000}{2} \times 2.5$ કિમી = 1250 કિમી

અરૂણે પ્રથમ ગુણોત્તરોને પ્રમાણમાં બનાવી સમીકરણ મેળવ્યું અને સમીકરણનો ઉકેલ મેળવ્યો. મીરાંએ પ્રથમ 1 સેમીને અનુલક્ષીને અંતર શોધ્યું. ત્યાર બાદ તેનો ઉપયોગ કરી 2.5 સેમીને અનુલક્ષીને અંતર શોધ્યું. તેણે એકમ પદ્ધતિનો ઉપયોગ કર્યો.

ચાલો, આપણે એકમ પદ્ધતિનો ઉપયોગ કરી થોડા વધુ પ્રશ્નો ઉકેલીએ.

ઉદાહરણ 5 6 કટોરાની કિંમત ₹ 90 છે

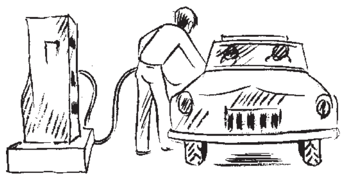
તો આવા 10 કટોરાની કિંમત કેટલી થશે ?

ઉકેલ 6 કટોરાની કિંમત ₹ 90 છે.

તેથી, 1 કટોરાની કિંમત = ₹ $\frac{90}{6}$

તેથી, 10 કટોરાની કિંમત = ₹ $\frac{90}{6} \times 10$ = ₹ 150

ઉદાહરણ 6 મારી કાર 25 લિટર પેટ્રોલથી 150 કિમી અંતર કાપે છે તો આ જ કાર 30 લિટર પેટ્રોલથી કેટલું અંતર કાપશે ?



ઉકેલ 25 લિટર પેટ્રોલથી કારે કાપેલું અંતર = 150 કિમી

1 લિટર પેટ્રોલથી કારે કાપેલું અંતર = $\frac{150}{25}$ કિમી

તેથી, 30 લિટર પેટ્રોલથી કારે કાપેલું અંતર = $\frac{150}{25} \times 30$ કિમી = 180 કિમી

આ પદ્ધતિમાં પ્રથમ આપણે એક એકમ અથવા એકમ દરનું મૂલ્ય શોધ્યું. બે જુદા-જુદા ગુણોની સરખામણી દ્વારા આ કરી શકાય છે. ઉદાહરણ તરીકે જ્યારે આપણે ઘણી વસ્તુઓની કુલ કિંમત સાથે સરખામણી કરીએ છીએ ત્યારે આપણને કિંમત પ્રતિ વસ્તુ મળે છે અથવા જો તમે મુસાફરીના અંતરને તે માટે લાગતા સમય સાથે સરખાવો તો અંતર પ્રતિ એકમ સમય શોધી શકો. અહીં તમે જોઈ શકો કે આપણે વારંવાર 'દરેક માટે' શબ્દના બદલે 'પ્રતિ' શબ્દનો ઉપયોગ કરીએ છીએ.

ઉદાહરણ તરીકે, કિમી પ્રતિ કલાક, બાળકો પ્રતિ શિક્ષક વગેરે એકમ દર દર્શાવે છે.

વિચારો, ચર્ચા કરો અને લખો

એક કીડી પોતાના વજન કરતાં 50 ગણું વજન ઊંચકી શકે છે. જો આ તથ્ય માણસ પર લાગુ પાડવામાં આવે તો તમે કેટલું વજન ઊંચકી શકો ?

સ્વાધ્યાય 8.1

1. નીચેનાનો ગુણોત્તર શોધો :

   (a) ₹ 5નો 50 પૈસા સાથે (b) 15 કિગ્રાનો 210 ગ્રામ સાથે

   (c) 9 મીનો 27 સેમી સાથે (b) 30 દિવસનો 36 કલાક સાથે

2. એક કમ્પ્યૂટર લેબમાં 6 વિદ્યાર્થી દીઠ 3 કમ્પ્યૂટર છે. તો 24 વિદ્યાર્થીઓ માટે કેટલા કમ્પ્યૂટર જોઈશે ?
3. રાજસ્થાનની વસ્તી = 570 લાખ અને ઉત્તરપ્રદેશની વસ્તી = 1660 લાખ.

   રાજસ્થાનનું ક્ષેત્રફળ = 3 લાખ કિમી^{2} અને ઉત્તરપ્રદેશનું ક્ષેત્રફળ = 2 લાખ કિમી^{2}.

   (i) આ બંને રાજ્યોમાં પ્રતિ કિમી^{2} કેટલી વ્યક્તિ છે ?

   (ii) કયા રાજ્યમાં વસ્તી ઓછી છે ?

8.3 ટકાવારી - રાશિઓની સરખામણી કરવાની બીજી રીત (Percentage Another way of Comparing Quantities)

અનિતાનો રિપૉર્ટ
કુલ 320/400
ટકા : 80

રીટાનો રિપૉર્ટ
કુલ 300/360
ટકા : 83.3

અનિતા કહે છે કે તેનું પરિણામ વધારે સારું છે કારણ કે તેણે 320 ગુણ પ્રાપ્ત કર્યા છે. જ્યારે રીટાએ માત્ર 300 ગુણ પ્રાપ્ત કર્યા છે. શું તમે અનિતા સાથે સહમત છો ? તમારા મતે કોનું પરિણામ વધારે સારું છે ?

માનસીએ તેમને કહ્યું કે માત્ર મેળવેલા ગુણોની સરખામણી કરી કોનું પરિણામ વધારે સારું છે તે ન કહી શકાય. કારણ કે જેમાંથી તે બંનેએ ગુણ પ્રાપ્ત કર્યા છે તે કુલ ગુણ બંનેના સમાન નથી.

તે કહે છે કે તમે તમારા પરિણામ પત્રકમાં આપવામાં આવેલા ટકા કેમ નથી જોતાં ?
અમિતાના ટકા 80 અને રીટાના ટકા 83.3 હતા. જે બતાવે છે કે રીટાનું પરિણામ વધારે સારું છે. શું તમે સહમત છો ?

ટકા એ એવા અપૂર્ણાંકોનો અંશ છે જેનો છેદ 100 હોય. તેનો ઉપયોગ પરિણામોની સરખામણી કરવા માટે થાય છે. ચાલો, આપણે ટકાને વિસ્તારથી સમજવાનો પ્રયત્ન કરીએ.

8.3.1 ટકાવારીનો અર્થ (Meaning of Percentage)

ટકા શબ્દ લેટિન શબ્દ 'Per centum' પરથી આવ્યો છે, જેનો અર્થ 'પ્રતિ સો' થાય છે.

ટકા દર્શાવવા માટેનો સંકેત % છે જેનો અર્થ શતાંશ પણ થાય છે એટલે કે 1% નો અર્થ 100માંથી એક અથવા સોમો ભાગ થાય. જેને આ પ્રમાણે લખી શકાય : $1\% = \frac{1}{100} = 0.01$.

આ સમજવા માટે નીચેનાં કેટલાંક ઉદાહરણો પર વિચાર કરીએ.

રીનાએ એક ટેબલનો ઉપરનો ભાગ બનાવવા માટે જુદા જુદા રંગની 100 ટાઈલ્સનો ઉપયોગ કર્યો. તેણે પીળા, લીલા, લાલ અને વાદળી રંગની ટાઈલ્સ અલગ-અલગ ગણી અને કોષ્ટકમાં નીચે પ્રમાણે નોંધ કરી. શું તમે કોષ્ટક પૂર્ણ કરવામાં મદદ કરી શકો ?

રંગ	ટાઈલ્સની સંખ્યા	દર પ્રતિ સો	અપૂર્ણાંક	આ રીતે લખાય	આ રીતે વંચાય
પીળો	14	14	$\frac{14}{100}$	14%	14 ટકા
લીલો	26	26	$\frac{26}{100}$	26%	26 ટકા
લાલ	35	35	....	....	....
વાદળી	25	....	....	....	....
કુલ	**100**				

પ્રયત્ન કરો

1. નીચે આપેલી માહિતી માટે જુદી-જુદી ઊંચાઈ ધરાવતાં બાળકોની સંખ્યાના ટકા શોધો.

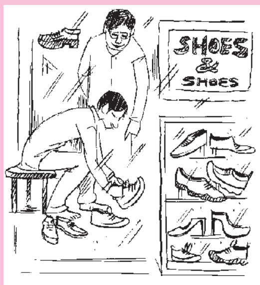
ઊંચાઈ	બાળકોની સંખ્યા	અપૂર્ણાંકમાં	ટકામાં
110 સેમી	22		
120 સેમી	25		
128 સેમી	32		
130 સેમી	21		
કુલ	**100**		

2. એક દુકાનમાં જુદા જુદા માપના બૂટની જોડની સંખ્યા નીચે પ્રમાણે છે :

   માપ 2:20 માપ 3:30 માપ 4:28

   માપ 5:14 માપ 6:8

   આ માહિતીને કોષ્ટક સ્વરૂપે લખો અને દુકાનમાં ઉપલબ્ધ દરેક માપના બૂટની સંખ્યાના ટકા શોધો.



જ્યારે કુલ સરવાળો 100 ન હોય ત્યારે ટકા

ઉપરનાં બધાં જ ઉદાહરણોમાં, વસ્તુઓની સંખ્યાનો સરવાળો 100 હતો. ઉદાહરણ તરીકે, રીના પાસે 100 ટાઈલ્સ હતી, બાળકોની સંખ્યા 100 અને બૂટની સંખ્યા પણ 100 હતી. જો વસ્તુઓની કુલ સંખ્યા 100 ન હોય તો દરેક વસ્તુની સંખ્યાના ટકા કેવી રીતે ગણી શકાય ? આ સ્થિતિમાં આપણે અપૂર્ણાંકને એવા સમ અપૂર્ણાંકમાં ફેરવવા પડે કે જેનો છેદ 100 હોય. નીચેના ઉદાહરણ પર વિચાર કરીએ. તમારી પાસે એક એવી માળા છે, જેમાં બે જુદા-જુદા રંગના વીસ મણકાઓ પરોવેલા છે.

રંગ	મણકાની સંખ્યા	અપૂર્ણાંક	છેદ 100	ટકામાં
લાલ	8	$\frac{8}{20}$	$\frac{8}{20} \times \frac{100}{100} = \frac{40}{100}$	40 %
વાદળી	12	$\frac{12}{20}$.	$\frac{12}{20} \times \frac{100}{100} = \frac{60}{100}$	60 %
કુલ	**20**			

અનવરે લાલ મણકાની સંખ્યાના ટકા આ રીતે શોધ્યા

20 મણકામાંથી લાલ મણકાની સંખ્યા 8 છે. તેથી 100 મણકામાંથી લાલ મણકાની સંખ્યા $= \frac{8}{20} \times 100$

$= 40$ (100 માંથી)

$= 40\%$

આશા આ રીતે કરે છે.

$\frac{8}{20} = \frac{8 \times 5}{20 \times 5}$

$= \frac{40}{100} = 40\ \%$

આપણે જોયું કે જ્યારે સરવાળો 100 ન આપેલો હોય ત્યારે ટકાવારી ત્રણ રીતે શોધી શકાય. કોષ્ટકમાં બતાવેલ રીતમાં આપણે અપૂર્ણાંકને $\frac{100}{100}$ વડે ગુણીએ છીએ. આમ કરવાથી અપૂર્ણાંકની કિંમત બદલાતી નથી. પાછળથી, અપૂર્ણાંકના છેદમાં માત્ર 100 જ બાકી રહે છે.

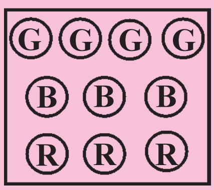
અનવરે એકમ પદ્ધતિનો ઉપયોગ કર્યો. આશાએ છેદમાં 100 મેળવવા માટે અપૂર્ણાંકનો $\frac{5}{5}$ વડે ગુણાકાર કર્યો. તમને જે રીત યોગ્ય લાગે તે વાપરી શકો. કદાચ તમે જાતે પણ કોઈ રીત બનાવી શકો.

અનવરે જે રીતનો ઉપયોગ કર્યો તે રીત બધાં જ ગુણોત્તર માટે વાપરી શકાય. શું આશા દ્વારા વપરાયેલી રીત બધાં જ પ્રમાણો માટે વાપરી શકાય ? અનવર કહે છે કે આશા દ્વારા વપરાયેલી રીત ત્યારે જ ઉપયોગમાં લઈ શકાય જ્યારે તમે કોઈ પ્રાકૃતિક સંખ્યા શોધી શકો જેનો અપૂર્ણાંકના છેદ સાથેનો ગુણાકાર 100 આવે. છેદ 20 હોવાના કારણે તે 5 વડે ગુણી 100 મેળવી શકી. જો છેદ 6 હોત તો આશા આ રીત વાપરી ન શકત. શું તમે સહમત છો ?

પ્રયત્ન કરો

1. જુદા-જુદા રંગની 10 કુકરીનો સંગ્રહ આપેલો છે.

રંગ	સંખ્યા	અપૂર્ણાંક	છેદ 100	ટકામાં
લીલો				
વાદળી				
લાલ				
કુલ				



કોષ્ટક પૂર્ણ કરો અને દરેક રંગની કુકરીની સંખ્યાના ટકા શોધો.

2. માલા પાસે બંગડીઓનો સંગ્રહ છે. તેણી પાસે 20 સોનાની બંગડીઓ અને 10 ચાંદીની બંગડીઓ છે, તો આ દરેક પ્રકારની બંગડીઓની સંખ્યાના ટકા શોધો. ઉપરના ઉદાહરણ પ્રમાણે શું તમે આ માહિતી કોષ્ટકમાં દર્શાવી શકો ?

વિચારો, ચર્ચા કરો અને લખો

1. નીચેનાં ઉદાહરણો જુઓ અને દરેકમાં તુલના કરવા માટે કઈ પદ્ધતિ યોગ્ય ગણાય તેની ચર્ચા કરો.

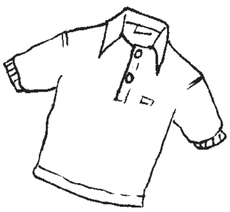
વાતાવરણની 1 ગ્રામ હવામાં :

.78 ગ્રામ નાઇટ્રોજન
.21 ગ્રામ ઑક્સિજન
.01 ગ્રામ અન્ય વાયુઓ

અથવા

78% નાઇટ્રોજન
21% ઑક્સિજન
1% અન્ય વાયુઓ

2. એક શર્ટમાં :



$\frac{3}{5}$ કૉટન
$\frac{2}{5}$ પૉલિસ્ટર

અથવા

60% કૉટન
40% પૉલિસ્ટર

8.3.2 અપૂર્ણાંક સંખ્યાઓને ટકામાં ફેરવવી (Converting Fractional Number to Percentage)

અપૂર્ણાંક સંખ્યાઓના છેદ જુદા-જુદા હોઈ શકે. અપૂર્ણાંક સંખ્યાઓની તુલના કરવા માટે તેમના છેદ સમાન કરવા પડે અને આપણે જોયું કે જો અપૂર્ણાંકનો છેદ 100 હોય તો સરખામણી કરવી સરળ થઈ જાય છે એટલે કે આપણે અપૂર્ણાંકને ટકામાં ફેરવીએ છીએ. ચાલો, આપણે જુદા-જુદા અપૂર્ણાંકોને ટકામાં ફેરવવાનો પ્રયત્ન કરીએ.

ઉદાહરણ 7 $\frac{1}{3}$ ને ટકામાં ફેરવો.

ઉકેલ અહીં, $\frac{1}{3} = \frac{1}{3} \times \frac{100}{100} = \frac{1}{3} \times 100\ \%$

$= \frac{100}{3}\ \% = 33\frac{1}{3}\ \%$

ઉદાહરણ 8 એક વર્ગમાં 25 બાળકો છે, તેમાંથી 15 છોકરીઓ છે. તો વર્ગમાં કેટલા ટકા છોકરીઓ છે ?

ઉકેલ 25 બાળકોમાંથી 15 છોકરીઓ છે, તેથી છોકરીઓની સંખ્યાના ટકા

$= \frac{15}{25} \times 100 = 60$ વર્ગમાં 60 % છોકરીઓ છે.

ઉદાહરણ 9 $\frac{5}{4}$ ને ટકામાં ફેરવો.

ઉકેલ અહીં, $\frac{5}{4} = \frac{5}{4} \times 100\ \% = 125\ \%$

ઉપરનાં ઉદાહરણો પરથી આપણે શોધ્યું કે સાદા અપૂર્ણાંકો સાથે સંબંધિત ટકાવારી 100 કરતાં ઓછી અને મિશ્ર અપૂર્ણાંકો સાથે સંબંધિત ટકાવારી 100 થી વધુ હોય છે.

વિચારો, ચર્ચા કરો અને લખો

(i) શું તમે કેકનો 50 % ભાગ ખાઈ શકો ? શું તમે 100 % કેક ખાઈ શકો ?

શું તમે કેકનો 150 % ભાગ ખાઈ શકો ?

(ii) શું વસ્તુની કિંમત 50 % થી ઉપર જઈ શકે ? શું વસ્તુની કિંમત 100 % થી ઉપર જઈ શકે ?

શું વસ્તુની કિંમત 150 % થી ઉપર જઈ શકે ?

8.3.3 દશાંશોનું ટકામાં રૂપાંતર

આપણે અપૂર્ણાંકોને ટકામાં કેવી રીતે ફેરવી શકાય તે જોયું. હવે આપણે દશાંશોને ટકામાં કેવી રીતે ફેરવી શકાય તે જોઈએ.

ઉદાહરણ 10 દશાંશોને ટકામાં ફેરવો.

(a) 0.75 (b) 0.09 (c) 0.2

ઉકેલ

(a) $0.75 = 0.75 \times 100\ \%$

$= \frac{75}{100} \times 100\ \% = 75\ \%$

(b) $0.09 = \frac{9}{100} = 9\ \%$

(c) $0.2 = \frac{2}{10} \times 100\ \% = 20\ \%$

પ્રયત્ન કરો

1. નીચનાને ટકામાં ફેરવો :

(a) $\frac{12}{16}$ (b) 3.5 (c) $\frac{49}{50}$ (d) $\frac{2}{2}$ (e) 0.05

2. (i) 32 વિદ્યાર્થીઓમાંથી 8 વિદ્યાર્થીઓ ગેરહાજર છે તો કેટલા ટકા વિદ્યાર્થીઓ ગેરહાજર ગણાય ?

(ii) 25 રેડિયો છે, તેમાંના 16 રેડિયો ખરાબ છે તો કેટલા ટકા રેડિયો ખરાબ છે ?

(iii) એક દુકાનમાં 500 વસ્તુ છે. તેમાંથી 5 બગડેલી વસ્તુ છે. તો કેટલા ટકા વસ્તુ બગડેલી કહેવાય ?

(iv) 120 મતદારો છે. તેમાંથી 90 મતદારોનો મત ‘હા’ છે, તો ‘હા’ મતોની સંખ્યાના ટકા શોધો.

8.3.4 ટકાનું અપૂર્ણાંક અથવા દશાંશમાં રૂપાંતર

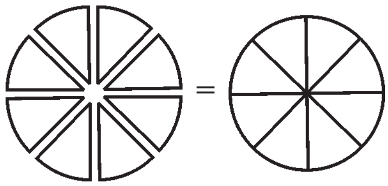
આપણે અત્યાર સુધી અપૂર્ણાંકો અને દશાંશોને ટકામાં ફેરવ્યા આપણે તેથી ઊલટું પણ કરી શકીએ. એટલે કે આપેલા ટકાને દશાંશ અથવા અપૂર્ણાંકમાં ફેરવી શકીએ.

કોષ્ટક જુઓ, અવલોકન કરો અને એને પૂર્ણ કરો :

આવાં વધુ ઉદાહરણો બનાવો અને ઉકેલો

ટકા	1 %	10 %	25 %	50 %	90 %	125 %	250 %
અપૂર્ણાંક	$\frac{1}{100}$	$\frac{10}{100} = \frac{1}{10}$					
દશાંશ	0.01	0.10					

તમામ ભાગ એકઠાં થઈ પૂર્ણ બનાવે :

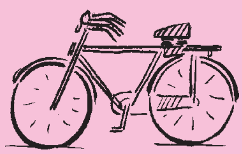


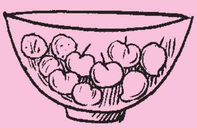
રંગીન ટાઇલ્સના ઉદાહરણમાં, વિદ્યાર્થીઓની ઊંચાઈઓ માટે અને હવામાં રહેલા વાયુઓ માટે આપણે શોધ્યું કે, જ્યારે આપણે ટકાનો સરવાળો કરીએ છીએ ત્યારે 100 મળે છે. બધા ભાગો જો એકસાથે ઉમેરવામાં આવે તો પૂર્ણ અથવા 100 % આપે છે. તેથી જો આપણને એક ભાગ આપવામાં આવે તો બીજો ભાગ શોધી શકીએ છીએ. ધારો કે કુલ વિદ્યાર્થીઓમાંથી 30 % છોકરાઓ છે. આનો અર્થ એ થાય કે જો વર્ગમાં 100 વિદ્યાર્થીઓ હશે તો તેમાંથી 30 છોકરાઓ હશે અને બાકીની છોકરીઓ હશે.

દેખીતી રીતે છોકરીઓ (100–30) % = 70 % હશે.

પ્રયત્ન કરો

1. 35 % + ________ % = 100 %, 64 % + 20 % + ________ % = 100 %,
   45 % = 100 % – ________ %, 70 % = ________ % – 30 %
2. જો વર્ગના 65 % વિદ્યાર્થીઓ પાસે સાયકલ હોય, તો વર્ગના કેટલા ટકા વિદ્યાર્થીઓ પાસે સાયકલ નથી ?





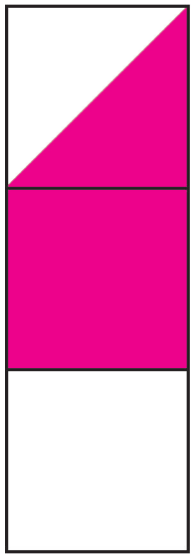
3. આપણી પાસે સફરજન, નારંગી અને કેરીથી ભરેલી ટોપલી છે. જો 50 % સફરજન, 30 % નારંગી હોય, તો કેટલા ટકા કેરી હશે ?

વિચારો, ચર્ચા કરો અને લખો

ડ્રેસ તૈયાર કરવામાં આવેલા ખર્ચને ધ્યાનમાં લો.

20 % ભરતકામ પર, 50 % કાપડ પર, 30 % સિલાઈ પર

શું તમે આવાં વધુ ઉદાહરણો વિચારી શકો ?



8.3.5 અંદાજિત કિંમત સાથે ગમ્મત

કોઈ પણ ક્ષેત્રફળનો અંદાજિત ભાગ શોધવા માટે ટકા મદદરૂપ થાય છે.

ઉદાહરણ 11 દર્શાવેલ આકૃતિમાં છાયાંકિત ભાગ કેટલા ટકા છે ?

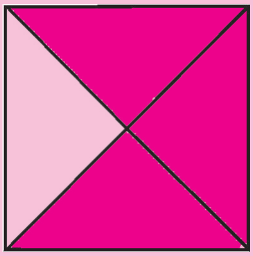
ઉકેલ સૌપ્રથમ આપણે છાયાંકિત ભાગનો અપૂર્ણાંક શોધીશું. આ અપૂર્ણાંક પરથી આપણે છાયાંકિત ભાગના ટકા શોધીશું.

તમે જોઈ શકો છો આકૃતિનો અડધો ભાગ છાયાંકિત એટલે $\frac{1}{2} = \frac{1}{2} \times 100\ \% = 50\ \%$ એટલે, 50 % આકૃતિ છાયાંકિત છે.

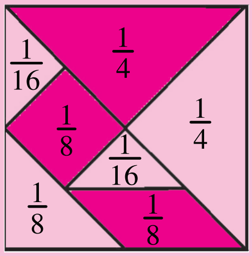
પ્રયત્ન કરો

દર્શાવેલ આકૃતિમાં કેટલા ટકા ભાગ છાયાંકિત છે ?

(i)



(ii)



તમે તમારી જાતે જ આવી અમુક આકૃતિ બનાવી જુઓ અને તમારા મિત્રને તેના છાયાંકિત ભાગનો અંદાજ લગાવવા કહો.

8.4 ટકાનો ઉપયોગ (Use of Percentages)

8.4.1 ટકાનું અર્થઘટન

આપણે જોયું કે ટકા સરખામણી કરવામાં મદદરૂપ થાય. અપૂર્ણાંક અને દશાંશ અપૂર્ણાંકને ટકામાં ફેરવતાં આપણે શીખી ગયાં છીએ. હવે આપણે ટકાનો જીવનમાં ઉપયોગ જોઈશું. આ માટે આપણે પહેલાં નીચેનાં વિધાનોનો અર્થ સમજીશું.

- રવિ એની 5 % કમાણી બચાવે છે.
- મીરાંના ડ્રેસનો 20 % ભાગ વાદળી છે.
- રેખાને દરેક પુસ્તકનાં વેચાણ પર 10 % મળે છે.

ઉપરના દરેક વિધાન પરથી તમે શું અનુમાન કરી શકો ?

5% મતલબ 100નો 5મો ભાગ અથવા $\frac{5}{100}$ એવું લખી શકીએ.

એનો અર્થ એવો થયો કે રવિ એની કમાણીના દરેક ₹ 100 માંથી ₹ 5 બચાવે છે. આ જ રીતે ઉપરના વિધાનોનું અર્થઘટન કરી શકાય છે.

8.4.2 ટકાનું "કેટલા"માં રૂપાંતરણ

નીચેનાં ઉદાહરણો જોઈએ.

ઉદાહરણ 12 40 બાળકોનું સર્વેક્ષણ દર્શાવે છે કે તેમાંથી 25 % બાળકોને ફૂટબૉલ રમવું ગમે છે, તો કેટલાં બાળકોને ફૂટબૉલ રમવું ગમે છે ?

ઉકેલ અહીં બાળકોની કુલ સંખ્યા 40 છે. તેમાંથી 25% બાળકોને ફૂટબૉલ રમવું ગમે છે. મીના અને અરુણે નીચેની પદ્ધતિથી સંખ્યા શોધી. તમે કોઈ પણ પદ્ધતિ અપનાવી શકો છો.

અરુણ આ પ્રમાણે કરે છે

100માંથી 25ને ફૂટબૉલ રમવું ગમે છે તો 40માંથી ફૂટબૉલ રમવું ગમતું હોય તેવા બાળકોની સંખ્યા = $\frac{25}{100} \times 40 = 10$

મીના આ પ્રમાણે કરે છે

40ના 25 % = $\frac{25}{100} \times 40$

= 10

તેથી, 40માંથી 10 બાળકોને ફૂટબૉલ રમવાનું ગમે છે.

પ્રયત્ન કરો

1. ઉકેલ મેળવો :

(a) 164ના 50 % (b) 12ના 75 % (c) 64ના 12 $\frac{1}{2}$%

2. એક વર્ગનાં 25 બાળકોમાંથી 8 % બાળકોને વરસાદમાં ભીંજાવું ગમે છે તો કેટલાં બાળકોને વરસાદમાં ભીંજાવું ગમે છે ?

ઉદાહરણ 13 રાહુલે સ્વેટર ખરીદ્યું જેમાં 25% ડિસ્કાઉન્ટ મળતાં તેણે 200 રૂપિયાની બચત કરી. તો ડિસ્કાઉન્ટ મળતાં પહેલાં સ્વેટરની કિંમત કેટલી હશે ?

ઉકેલ સ્વેટરની કિંમત 25 % ઘટાડતાં રાહુલે 200 રૂપિયાની બચત કરી. એનો અર્થ એ થયો કે રાહુલે બચાવેલી કિંમત એટલે કિંમતમાં કરેલો 25 % નો ઘટાડો. ચાલો, આપણે એ જોઈએ કે મોહન અને અબ્દુલે સ્વેટરની મૂળ કિંમત કેવી રીતે શોધી ?

મોહનનો ઉકેલ

મૂળ કિંમતના 25% = ₹ 20

ધારેલી કિંમત (રૂપિયામાં) = P

તેથી, Pના 25 % = 200 અથવા

$\frac{25}{100} \times P = 200$ અથવા $\frac{P}{4} = 200$

P = 200 × 4 તેથી P = 800

અબ્દુલનો ઉકેલ

25 રૂપિયાની બચત હોય તો મૂળકિંમત 100 રૂપિયા છે તો 200 રૂપિયાની બચત હોય તો મૂળકિંમત = $\frac{100}{25} \times 200 = 800$ રૂપિયા થાય.

બંને દ્વારા શોધાયેલી સ્વેટરની મૂળ કિંમત 800 રૂપિયા છે.

પ્રયત્ન કરો

1. કઈ સંખ્યાના 25 % એટલે 9 ?
2. કઈ સંખ્યાના 75 % એટલે 15 ?

સ્વાધ્યાય 8.2

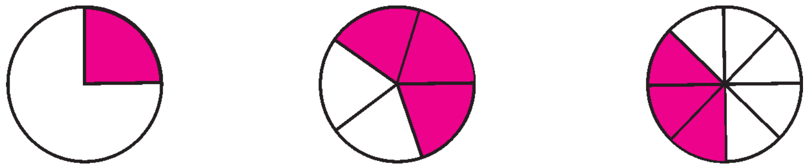
1. આપેલા અપૂર્ણાંકોને ટકામાં ફેરવો.

(a) $\frac{1}{8}$ (b) $\frac{5}{4}$ (c) $\frac{3}{40}$ (d) $\frac{2}{7}$

2. આપેલા દશાંશ અપૂર્ણાંકોને ટકામાં ફેરવો.

   (a) 0.65 (b) 2.1 (c) 0.02 (d) 12.35

3. આપેલ આકૃતિનો કેટલો ભાગ રંગીન છે તે નક્કી કરી રંગીન ભાગના ટકા શોધો.



(i) (ii) (iii)

4. શોધો :

   (a) 250ના 15 % (b) 1 કલાકના 1 %

   (c) 2500ના 20 % (d) 1 કિલોના 75 %

5. કુલ રાશિ શોધો કે જેના

   (a) 5 % = 600 થાય (b) 12 % = ₹1080 થાય

   (c) 40 % = 500 કિમી થાય (d) 70 % = 14 મિનિટ થાય

   (e) 8 % = 40 લિટર થાય

6. ટકાને દશાંશ અપૂર્ણાંકમાં ફેરવો અને અપૂર્ણાંકમાં ફેરવી તેનું અતિસંક્ષિપ્ત સ્વરૂપ લખો.

   (a) 25 % (b) 150 % (c) 20 % (d) 5 %

7. એક શહેરમાં 30% સ્ત્રી, 40% પુરુષ અને બાકીનાં બાળકો છે, તો બાળકો કેટલા ટકા છે ?

8. એક મતદાન ક્ષેત્રમાં 15,000 મતદાર છે. જેમાં 60% એ મતદાન કર્યું. તો મતદાન ન કરનારની ટકાવારી શોધો. તમે શોધી શકશો કે કેટલા મતદારોએ મતદાન નથી કર્યું ?

9. મિતા તેના પગારમાંથી ₹ 4000 બચાવે છે, જો તે તેના પગારના 10 % હોય તો તેનો પગાર કેટલો હશે ?

10. એક લોકલ ક્રિકેટ ટીમ એક સિઝનમાં 20 મેચ રમે છે. તેમાંથી 25% મેચ જીતે છે તો તેઓ કેટલી મૅચ જીત્યા હશે ?

8.4.3 ગુણોત્તરમાંથી ટકા

કેટલીક વાર અમુક ભાગ આપણને ગુણોત્તર સ્વરૂપે આપવામાં આવે છે અને આપણને તે ટકામાં ફેરવવાની જરૂરિયાત ઊભી થાય છે. નીચેના ઉદાહરણ જોઈએ.

ઉદાહરણ 14 રીનાની મમ્મીએ એને ઈડલી બનાવવા માટે કહ્યું અને કહ્યું કે તેના માટે બે ભાગ ચોખા અને એક ભાગ અડદની દાળ લેવી. તે મિશ્રણના કેટલા ટકા ચોખા અને અડદની દાળ હશે ?

ઉકેલ ગુણોત્તરના સ્વરૂપે આ રીતે લખી શકાય. ચોખા : અડદની દાળ = 2:1.

હવે, 2 + 1 = 3 એ ભાગ કુલ છે. તેનો અર્થ એ થયો કે $\frac{2}{3}$ ભાગ ચોખા અને $\frac{1}{3}$ ભાગ અડદની દાળ છે.

તેથી, ચોખાના ટકા $\frac{2}{3} \times 100\ \% = \frac{200}{3} = 66\frac{2}{3}\ \%$

અડદની દાળના ટકા $\frac{1}{3} \times 100\ \% = \frac{100}{3} = 33\frac{1}{3}\ \%$

ઉદાહરણ 15 રવિ, રાજુ અને રૉયને ₹ 250 એવી રીતે વહેંચવામાં આવ્યા કે રવિને બે ભાગ, રાજુને ત્રણ ભાગ અને રૉયને પાંચ ભાગ મળ્યા, તો આ વહેંચણીમાં દરેકને કેટલા રૂપિયા મળ્યા અને એની ટકાવારી કેટલી હશે ?

ઉકેલ ત્રણ છોકરાઓ માટે જે ભાગો મેળવે છે તે ગુણોત્તર 2 : 3 : 5

કુલ ભાગ = 2 + 3 + 5 = 10 છે.

દરેકને મળેલ રકમ	દરેકને મળેલ રકમના ટકા
$\frac{2}{10} \times ₹\ 250 = ₹\ 50$	રવિને $\frac{2}{10} \times 100\ \% = 20\ \%$ મળ્યા
$\frac{3}{10} \times ₹\ 250 = ₹\ 75$	રાજુને $\frac{3}{10} \times 100\ \% = 30\ \%$ મળ્યા
$\frac{5}{10} \times ₹\ 250 = ₹\ 125$	રૉયને $\frac{5}{10} \times 100\ \% = 50\ \%$ મળ્યા

પ્રયત્ન કરો

1. 15 મીઠાઈઓને એવી રીતે વહેંચવામાં આવે કે મનુ અને સોનુને અનુક્રમે 20 % અને 80 % મીઠાઈ મળે.
2. ત્રિકોણના ખૂણાનો ગુણોત્તર 2:3:4 હોય, તો દરેક ખૂણાનું માપ શોધો.

8.4.4 ટકામાં વધારો અથવા ઘટાડો (Increase or Decrease as Per Cent) :

અમુક વખત આપણને ચોક્કસ રાશિ કે જથ્થામાં થતો વધારો અથવા ઘટાડો ટકાવારીમાં જાણવાની જરૂર હોય છે. ઉદાહરણ તરીકે, રાજ્યની વસ્તી 5,50,000 થી વધીને 6,05,000 થાય છે. જ્યારે આપણે કહીએ કે વસ્તીમાં 10% નો વધારો થયો છે, ત્યારે આપણે તે સારી રીતે સમજી શકીએ છીએ.

મૂળ રાશિમાં વધારો અથવા ઘટાડો કેવી રીતે ટકામાં રૂપાંતરિત કરી શકીએ ? નીચેના ઉદાહરણ દ્વારા સમજીએ.

ઉદાહરણ 16 એક શાળાની ટીમ આ વર્ષે 6 રમતો જીતી હતી, જ્યારે ગયા વર્ષે 4 રમતો જીતી હતી, તો ગયા વર્ષની તુલનામાં જીતમાં કેટલા ટકા વધારો થયો ?

ઉકેલ જીતવાની સંખ્યામાં વધારો (રાશિનો તફાવત) = 6 – 4 = 2

$$\text{ટકાવારીમાં વધારો} = \frac{\text{રાશિનો તફાવત}}{\text{મૂળ (આધાર) રાશિ}} \times 100$$

$$= \frac{\text{જીતની સંખ્યામાં વધારો}}{\text{ગયા વર્ષમાં થયેલી જીતની સંખ્યા}} \times 100 = \frac{2}{4} \times 100 = 50$$

ઉદાહરણ 17 એક દેશમાં છેલ્લાં 10 વર્ષમાં અભણ લોકોની સંખ્યા 150 લાખથી ઘટીને 100 લાખ થઈ ગઈ છે, તો તેમની ટકાવારીમાં કેટલા ટકા ઘટાડો થયો ?

ઉકેલ મૂળ રાશિ = શરૂઆતમાં અભણ વ્યક્તિની સંખ્યા = 150 લાખ

મૂળ રાશિનો તફાવત = અભણ વ્યક્તિઓની સંખ્યામાં ઘટાડો = 150 – 100 = 50 લાખ.

આથી, ઘટાડો ટકામાં = $\frac{\text{મૂળ રાશિનો તફાવત}}{\text{મૂળ (આધાર) રાશિ}} \times 100 = \frac{50}{150} \times 100 = 33\frac{1}{3}$

આથી, ટકાવારીમાં $33\frac{1}{3}$% નો ઘટાડો થયો.

પ્રયત્ન કરો

1. વધારા અથવા ઘટાડાની ટકાવારી શોધો :
   – શર્ટની કિંમત ₹ 280થી ઘટીને ₹ 210 થઈ છે.
   – કોઈ એક પરીક્ષામાં મળેલ ગુણ 20થી વધીને 30 થાય છે.
2. મારી મમ્મી કહે છે કે તેમના બાળપણમાં પેટ્રોલ ₹ 10 પ્રતિ લિટર હતું. આજે એનો ભાવ ₹ 70 પ્રતિ લિટર છે. તો કિંમતમાં કેટલા ટકા વધારો થયો ?

8.5 વસ્તુના ભાવ સાથે સંબંધ અથવા ખરીદ અને વેચાણ

મેં આ વસ્તુ ₹ 600 માં ખરીદી

મેં આ વસ્તુ ₹ 610 માં વેચી

કોઈ પણ વસ્તુની ખરીદ કિંમતને **પડતર કિંમત** તરીકે ઓળખવામાં આવે છે. ટૂંકમાં તેને પ.કિં. કહે છે. વસ્તુને જે કિંમતે વેચવામાં આવે છે તેને તેની વેચાણકિંમત તરીકે ઓળખવામાં આવે છે. ટૂંકમાં તેને વે.કિં. કહે છે.

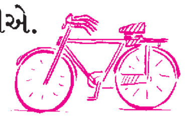
આપણે ખરીદ કિંમત કરતા ઓછી કિંમતમાં કે પછી સરખી અથવા વધારે કિંમતમાં વસ્તુ વેચીએ, આમા કયું વધારે સારું કહેવાય એ આપણે નક્કી કરવાનું છે.

જો પ.કિં. < વે.કિં. હોય, તો નફો મળે છે. નફો = વે.કિં. – પ.કિં.

જો પ.કિં. = વે.કિં. હોય, તો નફો કે ખોટ થતું નથી.

જો પ.કિં. > વે.કિં. હોય, તો આપણને ખોટ થાય છે ખોટ = પ.કિં. – વે.કિં.

હવે આપણે નીચેની વસ્તુઓ અને તેમની કિંમત દ્વારા વધુ સમજવાનો પ્રયત્ન કરીએ.



- મેં એક રમકડું ₹ 72 માં ખરીદ્યું અને ₹ 80 માં વેચ્યું.
- મેં એક ટીશર્ટ ₹ 120 માં ખરીદ્યું અને ₹ 100 માં વેચ્યું.
- મેં એક સાઈકલ ₹ 800 માં ખરીદી અને ₹ 940 માં વેચી.

હવે આપણે પહેલા વાક્યને ધ્યાનમાં લઈએ. પહેલા વાક્યમાં રમકડાની પ.કિં. ₹ 72 છે અને વે.કિં. ₹ 80 છે. તેથી જણાય છે કે વે.કિં એ પ.કિં. કરતાં વધુ છે. તેથી થયેલ નફો વે.કિં – પ.કિં. = 80 – 72 = ₹ 8 હવે બાકીના બંને વાક્યને પણ એ જ રીતે સમજવાનો પ્રયત્ન કરો.

8.5.1 નફો કે ખોટ ટકા સ્વરૂપે

નફો અને ખોટને ટકાવારીમાં બદલવામાં આવે છે. તે હંમેશાં પડતર કિંમત ઉપર ગણાય છે. ઉપરના ઉદાહરણમાં આપણે નફો અને ખોટ ટકામાં શોધી શકીએ.

હવે આપણે રમકડાના ઉદાહરણમાં જોઈએ તો આપણી પાસે પ.કિં = ₹ 72, વે.કિં ₹ 80 તેમજ નફો = ₹ 8 તો નફાનું ટકાવાર પ્રમાણ આપણે નેહા અને શેખરની રીતો પ્રમાણે જોઈશું.

નેહા આ રીતે કરે છે

$$\text{ટકામાં નફો} = \frac{\text{નફો}}{\text{પ.કિં}} \times 100 = \frac{8}{72} \times 100$$

$$= \frac{1}{9} \times 100 = 11\frac{1}{9}$$

શેખર આ રીતે કરે છે.

₹ 72 પર નફો ₹ 8 છે.

$$\text{₹ 100 પર નફો} = \frac{8}{72} \times 100$$

$= 11\frac{1}{9}$ આ રીતે ટકામાં નફો $= 11\frac{1}{9}$

આ રીતે નફો ₹ 8 છે અને

નફાની ટકાવારી $11\frac{1}{9}$.

તેવી જ રીતે, તમે ટકામાં ખોટ પણ શોધી શકો છો.

પડતર કિંમત = ₹120, વેચાણ કિંમત = ₹ 100

આથી ખોટ = ₹ 120 – ₹ 100 = ₹ 20

$$\text{ખોટ ટકામાં} = \frac{\text{ખોટ}}{\text{પ.કિં}} \times 100$$

$$= \frac{20}{120} \times 100$$

$$= \frac{50}{3} = 16\frac{2}{3}$$

₹ 120 પર ખોટ ₹ 20 છે. તેથી,

$$\text{ટકા} = \frac{20}{120} \times 100 = \frac{50}{3} = 16\frac{2}{3}$$

આમ, ખોટ ટકામાં $= 16\frac{2}{3}$

છેલ્લા પ્રશ્ન માટે પ્રયત્ન કરો.

અહીં, પ.કિં., વે.કિં. અને નફો કે ખોટ આ ત્રણમાંથી કોઈ પણ બેની કિંમત આપેલી હોય ત્યારે આપણે બાકીના એકનું મૂલ્ય શોધી શકીએ છીએ.

ઉદાહરણ 18 ફૂલદાનીની કિંમત ₹ 120 છે, જો દુકાનદાર તેને 10% ખોટ સાથે વેચે છે તો તેની વેચાણ કિંમત શોધો.

ઉકેલ અહીં આપેલું છે કે પ.કિં. = ₹ 120 અને નુકસાન ટકામાં = 10. આપણે વે.કિં. શોધવાની છે.

સોહન આ રીતે કરે છે

10 % ની ખોટનો અર્થ એ થયો કે પ.કિં = ₹ 100

નુકસાન = ₹ 10

તેથી વે.કિં. = ₹ (100 – 10) = 90

જ્યારે પ.કિં. ₹ 100 હોય, તો વે.કિં. ₹ 90 થાય.

$\therefore$ જો પ.કિં. 120 હોય, તો વે.કિં.

$$\text{વે.કિં.} = \frac{90}{100} \times 120 = \text{₹ } 108$$

આનંદી આ રીતે કરે છે

પ.કિંના 10 % ખોટ છે.

$$\text{ખોટ} = 120 \text{ ના } 10\% = \frac{10}{100} \times 120 = \text{₹ } 12$$

પરિણામે

વે.કિં. = પ.કિં. – ખોટ

= ₹ 120 – ₹ 12 = ₹ 108

આ બંને પદ્ધતિ દ્વારા ખરીદ કિંમત ₹ 108 મળે છે.

ઉદાહરણ 19 એક રમકડાની કારની વે.કિં ₹ 540 છે. જો તેના પર દુકાનદાર 20 % નો **નફો** મેળવતો હોય તો તે કારની પ.કિં. કેટલી થાય ?

ઉકેલ આપણને આપેલ વે.કિં = ₹ 540 અને નફો = 20 % તો પ.કિં. = ?

અમીના આ રીતે કરે છે.

20% નફો એટલે કે પ.કિં. ₹ 100 અને નફો ₹ 20.

તેથી વે.કિં. = 100 + 20 = 120

હવે, જ્યારે વે.કિ. ₹ 120 થઈ તો પ.કિં. 100 થાય.

તેથી જો વે.કિ 540 હોય તો પ.કિ

$= \frac{100}{120} \times 540 = ₹\ 450$

અરુણ આ રીતે કરે છે.

નફો = પ.કિં. ના 20% અને

વે.કિં. = પ.કિં. + નફો

તેથી 540 = પ.કિં. + પ.કિં.નાં

20 % = પ.કિં. + $\frac{20}{100}$ × પ.કિં.

$= \left[1 + \frac{1}{5}\right]$ પ.કિં. = $\frac{6}{5}$ પ.કિં.

તેથી, $540 \times \frac{5}{6}$ = પ.કિં.

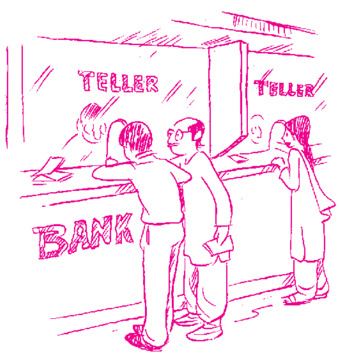
અથવા ₹ 450 = પ.કિ.

બંને ઉકેલમાં પ.કિ. ₹ 450 મળે છે.

પ્રયત્ન કરો

1. એક દુકાનદાર એક ખુરશી ₹ 375 માં ખરીદે છે અને ₹ 400 માં તેને વેચે છે. હવે દુકાનદારે મેળવેલ નફાની ટકાવારી શોધો.
2. ₹ 50 માં એક વસ્તુ ખરીદાય છે અને તેને 12 % ના નફા સાથે વેચવામાં આવે છે તો વે.કિં. શોધો.
3. ₹ 250 માં વેચવામાં આવતી વસ્તુ પર 5% નફો મેળવાય છે તો તેની પ.કિં. કેટલી હશે ?
4. એક વસ્તુ 5% ખોટ સાથે ₹ 540 માં વેચવામાં આવે છે. તેની પ.કિં. શુ હશે ?

8.6 સાદું વ્યાજ અથવા ઉછીના પૈસા પરનો ચાર્જ



સોહિની કહે છે કે તેઓ નવું સ્કૂટર ખરીદવા જાય છે. મોહન સોહિનીને પૂછે છે કે તે ખરીદવા માટે તારી પાસે પૂરતા પૈસા છે કે કેમ ? સોહિની કહે છે મારા પપ્પા એક બૅંકમાંથી લોન લેવાના છે. અહીં જે પૈસા ઉછીનાં લેવાની વાત થાય છે તે રકમ **મુદ્દલ** તરીકે ઓળખાય છે.

આ ઉછીનાં નાણાં લેનાર તે ભરપાઈ કરે તે પહેલાં થોડો સમય માટે ઉપયોગમાં લેશે આ નાણાંને અમુક સમય માટે રાખવા માટે બૅંક ઉછીનાં લેનારે વધારાના પૈસા ચૂકવવા પડે છે. આ **વ્યાજ** તરીકે ઓળખાય છે.

વર્ષના અંતે જે કિંમત ચૂકવવાની હોય એ શોધવા માટે ઉછીનાં લીધેલાં નાણાંમાં વ્યાજનો ઉમેરો કરવો. એટલે કે **વ્યાજમુદ્દલ = મુદ્દલ + વ્યાજ**

વ્યાજ સામાન્ય રીતે એક વર્ષના સમય માટે ટકામાં દર્શાવાય છે. આપણે વાર્ષિક 10% વ્યાજ એવું કહી શકીએ. 10% વ્યાજનો અર્થ દરેક 100 રૂપિયા પર એક વર્ષ માટે 10 રૂપિયાનું વ્યાજ. એના માટે ઉદાહરણ જોઈએ.

ઉદાહરણ 20 અનીતા વાર્ષિક 15% ના વ્યાજ ઉપર ₹ 5,000 ની લોન લે છે, તો તે વર્ષના અંતે કેટલું વ્યાજ ચૂકવશે ?

ઉકેલ ઊછીના લીધેલ ₹ 5,000, એક વર્ષ માટે વ્યાજનો દર = 15 %. એનો અર્થ એ થયો કે જો ₹ 100 એક વર્ષ માટે વ્યાજે લીધા હોય તો ₹ 15 વ્યાજ ચૂકવવું પડે તો જો તેણે ₹ 5000 લીધા હોય તો એક વર્ષ માટે ચૂકવવું પડતું વ્યાજ

$$= ₹\ \frac{15}{100} \times 5000 = ₹\ 750$$

તેથી, વર્ષના અંતે તેણે ચૂકવવી પડતી રકમ = ₹ 5,000 + ₹ 750 = ₹ 5750.

તેથી એક વર્ષનું વ્યાજ શોધવા આ પ્રમાણે સામાન્ય તારણ લખી શકાય. મુદ્દલ માટે P અને વ્યાજના દર માટે R. હવે, ₹100 માટે ચૂકવવું પડતું વ્યાજ ₹ R તેથી જો ₹ P વ્યાજે લીધા હોય તો એક વર્ષ માટે ચૂકવવું પડતું વ્યાજ $= \frac{R \times P}{100} = \frac{P \times R}{100}$.

8.6.1 એકથી વધુ વર્ષ માટે વ્યાજ

જો અનીતા બે વર્ષના અંતે પૈસા પરત કરશે અને વ્યાજનો દર સમાન હશે તો તેણે બે વાર વ્યાજ ચૂકવવું પડશે. પહેલા વર્ષ માટે 750 રૂપિયા; બીજા વર્ષ માટે 750 રૂપિયા. આ રીતે થતી વ્યાજની ગણતરી જ્યાં મુદ્દલ બદલાતું નથી તેને સાદું વ્યાજ કહે છે. જેમ વર્ષ વધતાં જાય છે તેમ વ્યાજ પણ વધતું જાય છે. જો ત્રણ વર્ષ માટે 18 ટકા વ્યાજના દરે 100 રૂપિયા લીધા હોય તો ત્રણ વર્ષના અંતે ચૂકવવું પડતું વ્યાજ $18 + 18 + 18 = 3 \times 18 =$ ₹ 54. આપણે એક વર્ષથી વધારે વર્ષ માટે સાદું વ્યાજ આ માટે સામાન્ય તારણ આ રીતે શોધી શકાય.

આપણે જાણીએ છીએ કે મુદ્દલ રૂપિયા ₹ P એક વર્ષ માટે વ્યાજ દર R ટકા તો વર્ષના માટે ચૂકવવું પડતું વ્યાજ $\frac{R \times P}{100}$.

તેથી T વર્ષ માટે ચૂકવવું પડતું વ્યાજ $I = \frac{PRT}{100}$ અને

ચૂકવવી પડતી કુલ રકમ = વ્યાજ મુદ્દલ = $A = P + I$

પ્રયત્ન કરો

1. 5 ટકા વાર્ષિક વ્યાજના દરે ₹ 10,000 જમા કરાવવામાં આવે છે તો એક વર્ષના અંતે મળતું વ્યાજ શોધો.
2. 7 ટકા વાર્ષિક વ્યાજના દરે ₹ 3,500 આપવામાં આવે છે તો 2 વર્ષના અંતે મળતું વ્યાજ શોધો.
3. 6.5 ટકા વાર્ષિક વ્યાજના દરે ₹ 6,050 લેવામાં આવે છે તો 3 વર્ષના અંતે ચૂકવવું પડતું વ્યાજ અને વ્યાજમુદ્દલ શોધો.
4. જો 2 વર્ષ માટે 3.5 ટકા વાર્ષિક વ્યાજના દરે ₹ 7,000 લેવામાં આવે તો બે વર્ષના અંતે ચૂકવવું પડતું વ્યાજમુદ્દલ શોધો.

જો કોઈ પણ ચાર મૂલ્યમાંથી ત્રણનાં મૂલ્ય આપવામાં આવ્યાં હોય તો તેમની વચ્ચેનો સંબંધ $I = \frac{P \times T \times R}{100}$ છે, જેના દ્વારા તમે બાકીનાનું મૂલ્ય શોધી શકો છો.

ઉદાહરણ 21 જો મનોહર ₹ 4500 નું બે વર્ષ માટેનું વ્યાજ ₹ 750 ચૂકવે છે, તો વ્યાજનો દર શોધો.

ઉકેલ 1	ઉકેલ 2
$I = \frac{P \times T \times R}{100}$ તેથી, $750 = \frac{4500 \times 2 \times R}{100}$ અથવા $\frac{750}{45 \times 2} = R$ તેથી, વ્યાજનો દર $= 8\frac{1}{3}\%$	બે વર્ષ માટે ચૂકવવું પડતું વ્યાજ ₹ 750. તેથી એક વર્ષ માટે ચૂકવવું પડતું વ્યાજ $= \frac{750}{2} =$ ₹ 375 તેથી ₹ 4500 માટે વ્યાજ ₹ 375 તેથી ₹ 100 માટે ચૂકવવું પડતું વ્યાજ $= \frac{375 \times 100}{4500} = 8\frac{1}{3}\%$

પ્રયત્ન કરો

1. તમારા બૅંક ખાતામાં ₹ 2,400 જમા છે અને વ્યાજનો વાર્ષિક દર 5 ટકા છે. કેટલાં વર્ષો બાદ વ્યાજની કિંમત ₹ 240 થશે ?
2. કોઈ રકમનું વાર્ષિક 5 ટકા લેખે 3 વર્ષનું વ્યાજ ₹ 450 થાય છે તો તે રકમ શોધો ?

સ્વાધ્યાય 8.3

1. નીચેનાં વાક્યો પરથી નફો-ખોટ શોધો. આ ઉપરાંત નફાની ટકાવારી અને ખોટની ટકાવારી પણ શોધો.
   (a) બગીચામાં વપરાતી કાતર ₹ 250 માં ખરીદી અને તેને ₹ 325માં વેચી.
   (b) એક ફ્રીજ ₹ 12000માં ખરીદ્યું અને ₹ 13500માં વેચ્યું.
   (c) એક કબાટ ₹ 2500માં ખરીદ્યો અને ₹ 3000માં વેચ્યો.
   (d) એક સ્કર્ટની પડતર કિંમત ₹ 250 છે અને ₹ 150માં વેચ્યું.
2. નીચે આપેલા ગુણોત્તરનાં પદોને ટકાવારીમાં બદલો.
   (a) 3:1 (b) 2:3:5 (c) 1:4 (d) 1:2:5
3. એક શહેરની વસ્તી 25,000માંથી ઘટીને 24,500 થઈ, તો ઘટાડાની ટકાવારી શોધો.
4. અરૂણે એક કાર ₹ 3,50,000 માં ખરીદી અને પછીના વર્ષે તેની કિંમત વધીને ₹ 3,70,000 થઈ, તો કારની કિંમતમાં થયેલ વધારાની ટકાવારી શોધો.
5. મેં એક ટીવી ₹ 10,000માં ખરીદ્યું અને 20% નફો મેળવી તે વેચી દીધું. તો મને ટીવી વેચવાથી કેટલા રૂપિયા મળશે ?
6. જુહીએ એક વૉશિંગમશીન ₹ 13,500માં વેચ્યું. તેને 20% ખોટ ગઈ તો જૂહીએ વૉશિંગમશીન કેટલા રૂપિયામાં ખરીદ્યું હશે ?
7. (i) ચૉકમાં કૅલ્શિયમ, કાર્બન અને ઑક્સિજનનો ગુણોત્તર 10:3:12 છે. તો ચોકમાં કાર્બનની ટકાવારી શોધો.
   (ii) જો ચૉકમાં કાર્બનનું વજન 3 ગ્રામ હોય તો ચોકનું વજન શોધો.

8. અમીના ₹ 275 માં એક પુસ્તક ખરીદે છે અને 15% નુકસાન વેઠી વેચે છે. તો તેણે તે પુસ્તક કેટલા રૂપિયામાં વેચ્યું હશે ?
9. નીચેની રકમનું 3 વર્ષનું વ્યાજમુદ્દલ શોધો.
   (a) મુદ્દલ = ₹ 12,000, વાર્ષિક વ્યાજનો દર 12% (b) મુદ્દલ = રૂા. 7,500, વાર્ષિક વ્યાજનો દર 5%
10. ₹ 56,000 નું કેટલા ટકા વ્યાજ દરે 2 વર્ષનું વ્યાજ ₹ 280 થાય ?
11. જો મીના તેણે વ્યાજે લીધેલ અમુક રકમનું વાર્ષિક 9% ના દરે એક વર્ષનું વ્યાજ ₹ 45 ચૂકવતી હોય તો તેણે વ્યાજે લીધેલ રકમ શોધો.

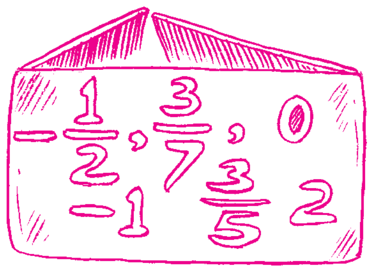
આપણે શું ચર્ચા કરી ?

1. આપણાં રોજિંદા જીવનમાં વારંવાર બે રાશિઓની તુલના જરૂરી બને છે. તે રાશિઓ ઊંચાઈ, વજન, પગાર, ગુણ વગેરે છે.
2. જ્યારે આપણે 150 સેમી અને 75 સેમી ઊંચાઈ ધરાવતા બે માણસોની ઊંચાઈની સરખામણી કરીએ છીએ ત્યારે ઊંચાઈનો ગુણોત્તર 150:75 અથવા 2:1 લખીએ છીએ.
3. બે ગુણોત્તરોને સમચ્છેદી અપૂર્ણાંકમાં ફેરવી તેમની સરખામણી કરી શકાય છે. જો આ બે અપૂર્ણાંકો સરખા હોય તો આપણે કહી શકીએ કે આપેલાં ગુણોત્તરો સરખાં છે.
4. જો બે ગુણોત્તરો સરખાં હોય તો તે ચાર રાશિઓ પ્રમાણમાં છે એમ કહેવાય. ઉદાહરણ તરીકે 8:2 અને 16:4 સરખા છે. તેથી, 8, 2, 16 અને 4 પ્રમાણમાં છે એમ કહી શકાય.
5. સરખામણી કરવા માટેની બીજી રીત ટકા છે. ટકા એ જેનો છેદ 100 હોય તેવા અપૂર્ણાંકનો અંશ છે. અર્થાત્, પ્રતિ સો એટલે ટકા. દા.ત., 82 % ગુણ એટલે 100માંથી 82 ગુણ.
6. અપૂર્ણાંકોને ટકામાં ફેરવી શકાય અને તેથી ઊલટું પણ શક્ય છે. જેમ કે, $\frac{1}{4} = \frac{1}{4} \times 100\%$ અને $75\% = \frac{75}{100} = \frac{3}{4}$.
7. દશાંશોને પણ ટકામાં ફેરવી શકાય અને ઊલટું પણ શક્ય છે. ઉદાહરણ તરીકે $0.25 = 0.25 \times 100\% = 25\%$.
8. આપણે રોજીંદા જીવનમાં ટકાનો બહોળો ઉપયોગ કરીએ છીએ.
   (a) જ્યારે કુલ રાશિના અમુક ટકા આપેલા હોય ત્યારે તે ચોક્કસ સંખ્યા શોધવાનું આપણે શીખ્યાં.
   (b) જ્યારે રાશિનો કોઈ ભાગ ગુણોત્તરમાં આપેલ હોય ત્યારે તેને ટકામાં ફેરવી શકાય તે શીખ્યાં.
   (c) કોઈ રાશિના વધવા અથવા ઘટવાને પણ ટકા રૂપે દર્શાવી શકાય.
   (d) કોઈ વસ્તુના ખરીદ-વેચાણમાં થયેલા નફો કે ખોટને પણ ટકા રૂપે દર્શાવી શકાય.
   (e) ઉધાર લીધેલી કિંમતની વ્યાજની ગણતરી માટે વ્યાજનો દર ટકામાં જ આપવામાં આવે છે. ઉદાહરણ તરીકે, ₹ 800, 3 વર્ષ માટે વાર્ષિક 12% વ્યાજના દરે ઉધાર લીધા.

પ્રકરણ 9

સંમેય સંખ્યાઓ

9.1 પરિચય



તમારી આસપાસની વસ્તુઓની ગણતરી કરીને તમે સંખ્યાઓ શીખવાનું શરૂ કર્યું. આ અભ્યાસ માટે ઉપયોગમાં લેવાતી સંખ્યાઓ ગણતરીની સંખ્યાઓ અથવા પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓ કહેવાય છે. તેઓ 1, 2, 3, 4, ... છે. આ પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓમાં આપણે 0 નો સમાવેશ કરીને પૂર્ણ સંખ્યાઓ મેળવી. દા.ત. 0, 1, 2, 3, ... ત્યાર પછી ઋણનો સમાવેશ પૂર્ણ સંખ્યામાં કરી પૂર્ણાંક સંખ્યાઓ મેળવી. પૂર્ણાંક... –3, –2, –1, 0, 1, 2, 3, ... સંખ્યાઓ. આમ, આપણે સંખ્યા પદ્ધતિને પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓથી પૂર્ણ સંખ્યાઓ સુધી અને પૂર્ણ સંખ્યાઓથી પૂર્ણાંક સંખ્યાઓ સુધી વિસ્તારી.

તમે અપૂર્ણાંકોથી પણ માહિતગાર છો. આ સંખ્યાઓ $\frac{\text{અંશ}}{\text{છેદ}}$ ના સ્વરૂપમાં હોય છે. જ્યાં અંશ 0 અથવા ધન પૂર્ણાંક સંખ્યા છે અને છેદ ફક્ત ધન પૂર્ણાંક સંખ્યા છે. તમે બે અપૂર્ણાંક સંખ્યાઓની સમતુલ્ય સંખ્યાઓ મેળવી અને પાયાની ચાર ક્રિયાઓ સરવાળો, બાદબાકી, ગુણાકાર અને ભાગાકારનો અભ્યાસ કર્યો.

આ પ્રકરણમાં આપણે સંખ્યા પદ્ધતિને વધારે વિસ્તૃત કરીશું. આપણે સંમેય સંખ્યાઓની સંકલ્પના કરીશું અને તેની સાથે સંમેય સંખ્યાઓના સરવાળા, બાદબાકી, ગુણાકાર અને ભાગાકારની ક્રિયાઓનો અભ્યાસ કરીશું.

9.2 સંમેય સંખ્યાઓ (Rational Numbers)ની આવશ્યકતા

આપણે જોઈ ગયાં છીએ કે કેવી રીતે સંખ્યાઓ માટેની વિરુદ્ધ પરિસ્થિતિ દર્શાવવા પૂર્ણાંકોનો ઉપયોગ કરી શકાય છે. ઉદાહરણ તરીકે, એક સ્થળની જમણી બાજુ 3 કિમીના અંતરને 3 થી દર્શાવવામાં આવે તો તે જ સ્થળની ડાબી બાજુ 5 કિમીના અંતરને –5 દ્વારા દર્શાવી શકાય છે. તેવી રીતે જો ₹ 150 નો નફો 150 તરીકે દર્શાવવામાં આવે તો ₹ 100ની ખોટને –100 તરીકે લખી શકાય છે.

આવી પરિસ્થિતિઓ જેવી અનેક પરિસ્થિતિઓ છે કે જેમાં અપૂર્ણાંક સંખ્યાનો સમાવેશ થાય છે. તમે દરિયાની સપાટીથી ઉપર 750 મી અંતરને $\frac{3}{4}$ કિમી તરીકે વ્યક્ત કરી શકો છો. શું આપણે દરિયાની સપાટીથી નીચે 750 મી અંતરને કિમી દ્વારા દર્શાવી શકીએ ? શું આપણે દરિયાની સપાટીથી નીચે $\frac{3}{4}$ કિમીની ઊંડાઈને $\frac{-3}{4}$ વડે દર્શાવી શકીએ ? આપણે જોઈ શકીએ છીએ કે $\frac{-3}{4}$ એ પૂર્ણાંક નથી કે અપૂર્ણાંક સંખ્યા નથી. આવી સંખ્યાઓને સમાવિષ્ટ કરવા માટે સંખ્યા પદ્ધતિને વિસ્તારિત કરવાની આપણને જરૂર પડે.

9.3 સંમેય સંખ્યા એટલે શું ?

શબ્દ 'સંમેય'નો ઉદ્ભવ થાય છે શબ્દ 'ગુણોત્તર' પરથી, તમે જાણો છો કે ગુણોત્તર 3:2ને $\frac{3}{2}$ની રીતે પણ લખી શકીએ. અહીં, 3 અને 2 પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓ છે.

એવી જ રીતે બે પૂર્ણાંકો p અને q $(q \neq o)$નો ગુણોત્તર એટલે કે $p{:}q$ ને $\frac{p}{q}$ તરીકે લખી શકાય છે. આ રીતે અહીંયા સંમેય સંખ્યાઓ દર્શાવવામાં આવે છે.

સંમેય સંખ્યાને એવી સંખ્યાના રૂપમાં વ્યાખ્યાયિત કરવામાં આવે છે કે જે $\frac{p}{q}$ ના રૂપમાં દર્શાવી શકાય, જ્યાં p અને q પૂર્ણાંક છે અને $q \neq 0$.

આમ, $\frac{4}{5}$ એક સંમેય સંખ્યા છે. અહીં $p = 4$ અને $q = 5$.

શું $\frac{-3}{4}$ પણ એક સંમેય સંખ્યા છે ? હા, કારણ કે $p = -3$ અને $q = 4$ એ પૂર્ણાંક છે.

તમે $\frac{3}{8}, \frac{4}{8}, 1\frac{2}{3}$ વગેરે જેવાં અનેક અપૂર્ણાંક જોયા હશે. બધા અપૂર્ણાંકો સંમેય સંખ્યાઓ હોય છે. શું તમે એનું કારણ જણાવી શકો ?

દશાંશ સંખ્યાઓ 0.5, 2.3 વગેરે માટે શું કહી શકાય ? આવા પ્રકારની સંખ્યાઓને સામાન્ય રીતે અપૂર્ણાંક તરીકે લખી શકાય અને આથી તેઓ સંમેય સંખ્યાઓ છે. ઉદાહરણ તરીકે, $0.5 = \frac{5}{10}$, $0.333 = \frac{333}{1000}$ વગેરે.

પ્રયત્ન કરો

1. શું સંખ્યા $\frac{2}{-3}$ એ સંમેય સંખ્યા છે ? એના વિશે વિચાર કરો.
2. દસ સંમેય સંખ્યાઓની યાદી બનાવો.

અંશ અને છેદ :

$\frac{p}{q}$માં પૂર્ણાંક p એ અંશ છે અને પૂર્ણાંક $q(\neq 0)$ એ છેદ છે.

આમ, $\frac{-3}{7}$ માં અંશ -3 અને છેદ 7 છે.

આવી પાંચ સંમેય સંખ્યાઓ જણાવો કે જેમાં,

(a) અંશ એક ઋણ પૂર્ણાંક અને છેદ એક ધન પૂર્ણાંક છે.

(b) અંશ એક ધન પૂર્ણાંક અને છેદ એક ઋણ પૂર્ણાંક છે.

(c) અંશ અને છેદ બંને ઋણ પૂર્ણાંક છે.

(d) અંશ અને છેદ બંને ધન પૂર્ણાંક છે.

- શું પૂર્ણાંકો એ સંમેય સંખ્યાઓ છે ?

કોઈ પણ પૂર્ણાંકને સંમેય સંખ્યા કહી શકાય છે. ઉદાહરણ તરીકે, અંશ -5 એ સંમેય સંખ્યા છે. કારણ કે, તમે એને $\frac{-5}{1}$ લખી શકો છો. પૂર્ણાંક 0ને પણ $0 = \frac{0}{2}$ અથવા $\frac{0}{7}$ વગેરે સ્વરૂપમાં લખી શકીએ છીએ. આથી, એ પણ એક સંમેય સંખ્યા છે. આમ, સંમેય સંખ્યાઓમાં પૂર્ણાંકો અને અપૂર્ણાંકો સમાવિષ્ટ છે.

સમાન સંમેય સંખ્યાઓ :

સંમેય સંખ્યાને વિવિધ અંશ અને છેદ વડે લખી શકાય છે, ઉદાહરણ તરીકે સંમેય સંખ્યા $\frac{-2}{3}$ છે.

$\frac{-2}{3}=\frac{-2\times2}{3\times2}=\frac{-4}{6}$. આપણે જોઈ શકીએ છીએ કે $\frac{-2}{3}$ અને $\frac{-4}{6}$ સમાન છે.

એવી જ રીતે, $\frac{-2}{3}=\frac{(-2)\times(-5)}{3\times(-5)}=\frac{10}{-15}$. આથી $\frac{-2}{3}$ અને $\frac{10}{-15}$ પણ સમાન છે.

આમ, $\frac{-2}{3}=\frac{-4}{6}=\frac{10}{-15}$ આવી રીતે જે સંમેય સંખ્યાઓ એકબીજા સાથે સરખી હોય તેને સમાન સંમેય સંખ્યાઓ કહેવાય.

ફરીથી, $\frac{10}{-15}=\frac{-10}{15}$ (કેવી રીતે ?)

સંમેય સંખ્યાના અંશ અને છેદને સમાન શૂન્યેતર પૂર્ણાંક સાથે ગુણવાથી, આપણને આપેલી સંમેય સંખ્યા જેવી જ બીજી સંમેય સંખ્યા મળે છે. એ પણ સમાન અપૂર્ણાંક પ્રાપ્ત કરવા જેવું જ છે.

ગુણાકારની જેમ, અંશ અને છેદને સમાન શૂન્યેતર પૂર્ણાંક વડે ભાગવાથી પણ આપણને સમાન સંમેય સંખ્યા મળે છે.

પ્રયત્ન કરો

ખાલી જગ્યા પૂરો :

(i) $\frac{5}{4}=\frac{\square}{16}=\frac{25}{\square}=\frac{-15}{\square}$

(ii) $\frac{-3}{7}=\frac{\square}{14}=\frac{9}{\square}=\frac{-6}{\square}$

ઉદાહરણ તરીકે,

$$\frac{10}{-15}=\frac{10\div(-5)}{-15\div(-5)}=\frac{-2}{3}, \qquad \frac{-12}{24}=\frac{-12\div12}{24\div12}=\frac{-1}{2}$$

$\frac{-2}{3}$ ને આપણે $-\frac{2}{3}$, $\frac{-10}{15}$ ને $-\frac{10}{15}$, વગેરે તરીકે લખી શકીએ.

9.4 ધન અને ઋણ સંમેય સંખ્યાઓ

સંમેય સંખ્યા $\frac{2}{3}$ વિચારો. જેમાં અંશ અને છેદ બન્ને સંખ્યાઓ ધન પૂર્ણાંક છે. આવી સંમેય સંખ્યાને **ધન સંમેય સંખ્યા** કહેવાય. તો, $\frac{3}{8}, \frac{5}{7}, \frac{2}{9}$ વગેરે ધન સંમેય સંખ્યાઓ છે.

$\frac{-3}{5}$ માં અંશ ઋણ પૂર્ણાંક અને તેનો છેદ ધન પૂર્ણાંક છે. આવી સંમેય સંખ્યાને **ઋણ સંમેય સંખ્યા** કહેવાય.

આમ, $\frac{-5}{7}, \frac{-3}{8}, \frac{-9}{5}$ વગેરે ઋણ સંમેય સંખ્યાઓ છે.

પ્રયત્ન કરો

1. શું 5 એ એક ધન સંમેય સંખ્યા છે ?
2. ધન સંમેય સંખ્યાની પાંચ યાદી બનાવો.

પ્રયત્ન કરો

1. શું –8 એ એક ઋણ સંમેય સંખ્યા છે ?
2. પાંચ ઋણ સંમેય સંખ્યાની યાદી બનાવો.

- શું $\frac{8}{-3}$ એ ઋણ સંમેય સંખ્યા છે ? આપણે જાણીએ છીએ કે $\frac{8}{-3} = \frac{8 \times -1}{-3 \times -1} = \frac{-8}{3}$ અને $\frac{-8}{3}$ એ ઋણ સંમેય સંખ્યા છે, તો $\frac{8}{-3}$ એ પણ ઋણ સંમેય સંખ્યા જ છે.

  એવી જ રીતે, $\frac{5}{-7}, \frac{6}{-5}, \frac{2}{-9}$ વગેરે. ઋણ સંમેય સંખ્યાઓ છે. નોંધો કે એમના અંશ ધન છે અને છેદ ઋણ છે.
- સંખ્યા 0 એ ધન કે ઋણ સંમેય સંખ્યા નથી.
- $\frac{-3}{-5}$ માટે શું કહી શકાય ?

  તમે જોશો કે $\frac{-3}{-5} = \frac{-3 \times (-1)}{-5 \times (-1)} = \frac{3}{5}$ થાય. તો, $\frac{-3}{-5}$ એ ધન સંમેય સંખ્યા છે.

  આમ, $\frac{-2}{-5}, \frac{-5}{-3}$ વગેરે ધન સંમેય સંખ્યાઓ છે.

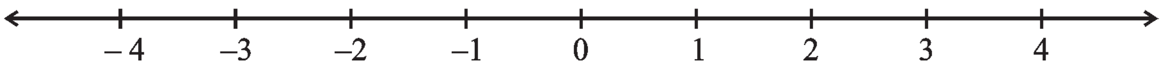
પ્રયત્ન કરો

1. નીચેનામાંથી કઈ સંખ્યાઓ ઋણ સંમેય સંખ્યાઓ છે ?

   (i) $\frac{-2}{3}$ (ii) $\frac{5}{7}$ (iii) $\frac{3}{-5}$ (iv) 0 (v) $\frac{6}{11}$ (vi) $\frac{-2}{-9}$

9.5 સંમેય સંખ્યાનું સંખ્યારેખા પર નિરૂપણ

તમે પૂર્ણાંક સંખ્યાનું સંખ્યારેખા પર નિરૂપણ કરતાં શીખી ગયાં છો. ચાલો એવી એક સંખ્યારેખા દોરીએ.



શૂન્યની જમણી બાજુનાં બિંદુઓને + ચિહ્ન વડે દર્શાવાય છે અને તેઓ ધન પૂર્ણાંક છે. શૂન્યની ડાબી બાજુનાં બિંદુઓને – ચિહ્ન વડે દર્શાવાય છે. અને તેઓ ઋણ પૂર્ણાંક છે.
તમે અપૂર્ણાંકોનું સંખ્યારેખા પર નિરૂપણ કરતાં શીખી ગયાં છો.
ચાલો આપણે જોઈએ કે સંમેય સંખ્યાઓ કેવી રીતે સંખ્યારેખા પર નિરૂપિત કરી શકાય છે.

ચાલો, આપણે સંખ્યારેખા પર $-\frac{1}{2}$નું નિરૂપણ કરીએ.

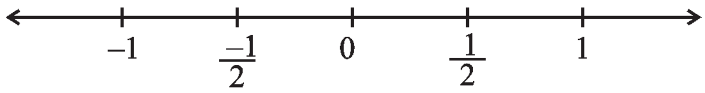
ધન પૂર્ણાંકોની જેમ ધન સંમેય સંખ્યાઓને 0ની જમણી બાજુએ દર્શાવાશે અને ઋણ સંમેય સંખ્યાઓને 0ની ડાબી બાજુએ દર્શાવાશે.

$-\frac{1}{2}$ને તમે 0 ની કઈ બાજુએ દર્શાવશો ? ઋણ સંમેય સંખ્યા હોવાથી તેને શૂન્યની ડાબી બાજુએ દર્શાવી શકાય છે.

તમે જાણો છો કે સંખ્યારેખા પર પૂર્ણાંકોને દર્શાવવા માટે બધા ક્રમિક પૂર્ણાંકોને સમાન અંતરે દર્શાવવામાં આવે છે. તેમ જ, 1 અને –1 બંને 0 થી સમાન અંતરે આવેલા છે. એવી જ રીતે, 2 અને –2, 3 અને –3 બંને 0 થી સમાન અંતરે આવેલા હોય છે.

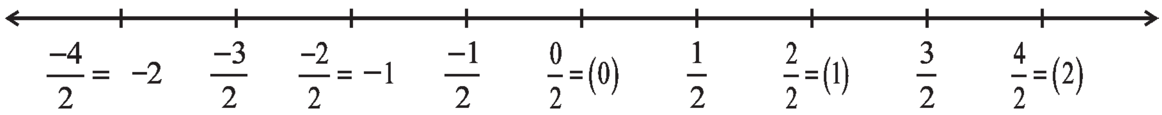
એવી જ રીતે, સંમેય સંખ્યાઓ $\frac{1}{2}$ અને $-\frac{1}{2}$ પણ 0 થી સમાન અંતરે આવેલી હશે.

આપણે જાણીએ છીએ કે સંમેય સંખ્યા $\frac{1}{2}$ને કેવી રીતે દર્શાવી શકાય છે. તેને 0 અને 1 બિંદુની વચ્ચે અડધા અંતરે દર્શાવી શકાય છે. આથી $-\frac{1}{2}$ને 0 અને –1 બિંદુની વચ્ચે અડધા અંતરે આવેલા બિંદુએ દર્શાવી શકાય.



$\frac{3}{2}$ ને સંખ્યારેખા પર કેવી રીતે દર્શાવી શકાય તે આપણે જાણીએ છીએ. એને 0ની જમણી બાજુ 1 અને 2ની વચ્ચે અડધા અંતરે દર્શાવી શકાય છે. ચાલો, હવે સંખ્યા રેખા પર $-\frac{3}{2}$ને દર્શાવીએ. એ 0ની ડાબી બાજુ એટલા જ અંતરે દર્શાવી શકાય કે જેટલું અંતર 0 થી $\frac{3}{2}$ વચ્ચેનું અંતર હોય.

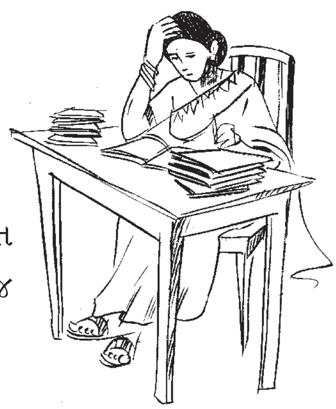
ઘટતાં જતાં ક્રમમાં $\frac{-1}{2}, \frac{-2}{2} (= -1), \frac{-3}{2}, \frac{-4}{2} (= -2)$. આથી, આ દર્શાવે છે કે, $\frac{-3}{2}$ સંખ્યા –1 અને –2ની વચ્ચે છે. આમ, $\frac{-3}{2}$ સંખ્યા –1 અને –2 ની વચ્ચે અડધા અંતરે આવે છે.



એવી રીતે $\frac{-5}{2}$ અને $\frac{-7}{2}$ને દર્શાવો.

એવી જ રીતે, $-\frac{1}{3}$ એ શૂન્યથી ડાબી બાજુ એટલા જ અંતરે હશે કે જેટલા અંતરે $\frac{1}{3}$ શૂન્યથી જમણી બાજુ હશે. સંખ્યારેખા પર $-\frac{1}{3}$ને ઉપર જણાવ્યા પ્રમાણે દર્શાવી શકાય. એક વખત આપણને સંખ્યારેખા પર $-\frac{1}{3}$ને દર્શાવતાં આવડી જાય, તો આપણે $-\frac{2}{3}, -\frac{4}{3}, -\frac{5}{3}$ અને એવી ઘણી સંખ્યાઓને સંખ્યારેખા પર નિરૂપિત કરી શકીએ. જુદા જુદા છેદવાળી બાકી બધી સંમેય સંખ્યાઓને પણ આવી જ રીતે નિરૂપિત કરી શકાય છે.

9.6 પ્રમાણિત સ્વરૂપમાં સંમેય સંખ્યા (Rational Numbers in Standard Form)



સંમેય સંખ્યાઓ જુઓ $\frac{3}{5}, \frac{-5}{8}, \frac{2}{7}, \frac{-7}{11}$

આ બધી સંમેય સંખ્યાઓમાં છેદ ધન પૂર્ણાંક છે અને અંશ અને છેદમાં ફક્ત 1 એ એક જ સામાન્ય અવયવ છે. વધુમાં, આ સંમેય સંખ્યામાં ફક્ત અંશમાં જ ઋણ ચિહ્ન છે.

આવી સંમેય સંખ્યાઓ **પ્રમાણિત સ્વરૂપ**માં કહેવાય છે.

કોઈ સંમેય સંખ્યા ત્યારે પ્રમાણિત સ્વરૂપમાં કહેવાય જ્યારે તેનો છેદ એ ધન પૂર્ણાંક હોય અને અંશ અને છેદમાં 1 સિવાય બીજા સામાન્ય અવયવ ન હોય.

જો કોઈ સંમેય સંખ્યા પ્રમાણિત સ્વરૂપમાં ન હોય તો તેને પ્રમાણિત સ્વરૂપમાં ફેરવી શકાય છે.

યાદ કરો કે અપૂર્ણાંકને તેના અતિ સંક્ષિપ્ત સ્વરૂપમાં ફેરવવા, આપણે તેના અંશ અને છેદને સમાન શૂન્યેતર ધન પૂર્ણાંકથી ભાગી દેતા હતા. આપણે આ રીતનો ઉપયોગ સંમેય સંખ્યાઓને તેના પ્રમાણિત સ્વરૂપમાં દર્શાવવા માટે કરીશું.

ઉદાહરણ 1 $\frac{-45}{30}$ ને પ્રમાણિત સ્વરૂપમાં ફેરવો.

ઉકેલ $\frac{-45}{30} = \frac{-45 \div 3}{30 \div 3} = \frac{-15}{10} = \frac{-15 \div 5}{10 \div 5} = \frac{-3}{2}$

આપણે બે વાર ભાગાકાર કર્યો પહેલી વખત 3 વડે અને બીજી વખત 5 વડે, એને આ પ્રમાણે પણ કરી શકાય.

$$\frac{-45}{30} = \frac{-45 \div 15}{30 \div 15} = \frac{-3}{2}$$

આ ઉદાહરણમાં જુઓ કે 15 એ 45 અને 30 નો ગુ.સા.અ. છે.

આમ, સંમેય સંખ્યાને પ્રમાણિત સ્વરૂપમાં ફેરવવા માટે આપણે અંશ અને છેદને ઋણ ચિહ્ન જો હોય તો ધ્યાનમાં લીધા વગર તેના ગુ.સા.અ. વડે ભાગાકાર કરીએ. (શા માટે ઋણ ચિહ્નને ધ્યાનમાં ન લઈએ તેનું કારણ આગલા ધોરણમાં શીખીશું.)

છેદમાં ઋણ ચિહ્ન હોય તો તેને '- ગુ.સા.અ.' વડે ભાગવું.

ઉદાહરણ 2 પ્રમાણિત સ્વરૂપમાં ફેરવો :

(i) $\frac{36}{-24}$ (ii) $\frac{-3}{-15}$

ઉકેલ

(i) 36 અને 24નો ગુ.સા.અ. 12 છે.

આમ, –12 વડે ભાગવામાં આવે તો પ્રમાણિત સ્વરૂપ મળે છે.

$$\frac{36}{-24} = \frac{36 \div (-12)}{24 \div (-12)} = \frac{-3}{2}$$

(ii) 3 અને 15નો ગુ.સા.અ. 3 છે.

આમ, $\frac{-3}{-15} = \frac{-3 \div (-3)}{-15 \div (-3)} = \frac{1}{5}$

પ્રયત્ન કરો

(i) $\frac{-18}{45}$ (ii) $\frac{-12}{18}$ ના પ્રમાણિત રૂપ મેળવો.

9.7 સંમેય સંખ્યાની સરખામણી (Comparison of Rational Numbers)

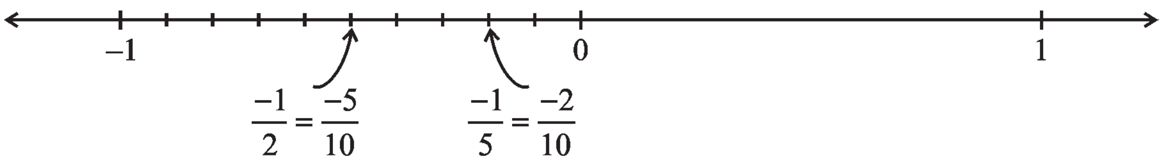
બે પૂર્ણાંક અથવા બે અપૂર્ણાંકની સરખામણી કેવી રીતે કરી શકાયએ આપણે જાણીએ છીએ અને તે પૈકીનો કયો નાનો અને કયો મોટો છે તેય જાણીએ છીએ. હવે આપણે જોઈએ કે સંમેય સંખ્યાની સરખામણી કેવી રીતે કરી શકાય.

- $\frac{2}{3}$ અને $\frac{5}{7}$ આ બે ધન સંમેય સંખ્યાની સરખામણી એવી જ રીતે કરી શકાય જે રીતે આપણે પહેલાં અપૂર્ણાંક માટે કર્યું.
- મેરીએ બે ઋણ સંમેય સંખ્યાઓ $-\frac{1}{2}$ અને $-\frac{1}{5}$ની સરખામણી સંખ્યારેખા દ્વારા કરી. તે જાણતી હતી કે

જે પૂર્ણાંક જમણી બાજુ આવે તે મોટો પૂર્ણાંક છે.

ઉદાહરણ તરીકે, સંખ્યારેખા પર પૂર્ણાંક 5 પૂર્ણાંક 2ની જમણી બાજુ છે અને $5 > 2$. સંખ્યારેખા પર પૂર્ણાંક -2 પૂર્ણાંક -5ની જમણી બાજુ છે અને $-2 > -5$.

તેણે સંમેય સંખ્યાઓ માટે પણ આ પદ્ધતિનો ઉપયોગ કર્યો. તેને ખબર હતી કે સંખ્યારેખા પર સંમેય સંખ્યા કેવી રીતે દર્શાવી શકાય છે. તેણે $-\frac{1}{2}$ અને $-\frac{1}{5}$ ને આ પ્રમાણે દર્શાવ્યા.



શું તેણે બંને બિંદુઓ સાચાં દર્શાવ્યાં ? તેણે કેમ અને કેવી રીતે $-\frac{1}{2}$ને $-\frac{5}{10}$ અને $-\frac{1}{5}$ ને $-\frac{2}{10}$ માં બદલ્યા ? તેણે શોધ્યું કે $-\frac{1}{5}$ એ $-\frac{1}{2}$ ની જમણી બાજુ છે. આમ, $-\frac{1}{5} > -\frac{1}{2}$ અથવા $-\frac{1}{2} < -\frac{1}{5}$.

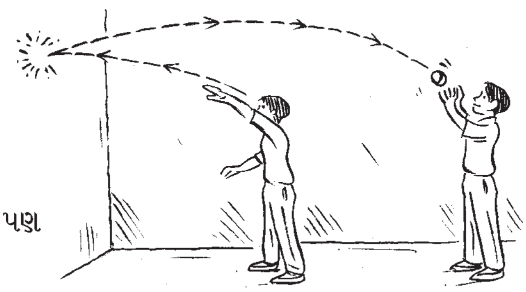
શું તમે $-\frac{3}{4}$ અને $-\frac{2}{3}$ ની સરખામણી કરી શકો ? તથા $-\frac{1}{3}$ અને $-\frac{1}{5}$ની સરખામણી કરી શકો ?

આપણે અપૂર્ણાંકના અભ્યાસ પરથી જાણીએ છીએ કે $\frac{1}{5} < \frac{1}{2}$ છે અને મેરીએ $-\frac{1}{2}$ અને $-\frac{1}{5}$ માટે શું પ્રાપ્ત કર્યું ? શું આ તેનાથી સંપૂર્ણ વિરુદ્ધ ન હતું ?

તમે જાણશો કે, $\frac{1}{2} > \frac{1}{5}$ પરંતુ $-\frac{1}{2} < -\frac{1}{5}$ છે.

શું તમે $-\frac{3}{4}$, $-\frac{2}{3}$ અને $-\frac{1}{3}$, $-\frac{1}{5}$ માટે પણ આવું જ કહી શકો ?

મેરીને યાદ આવ્યું કે તેમણે પૂર્ણાંકોમાં $4 > 3$ પણ $-4 < 3$, $5 > 2$ પણ $-5 < -2$ વગેરેનો અભ્યાસ કર્યો હતો.



- ઋણ સંમેય સંખ્યાઓનાં યુગ્મોની સ્થિતિ પણ એવા જ પ્રકારની હોય છે. બે ઋણ સંમેય સંખ્યાની સરખામણી કરવા માટે આપણે તેનાં ચિહ્નોને ધ્યાનમાં લેતાં નથી અને પછી તેમનો ક્રમ ઉલટાવીએ છીએ.

ઉદાહરણ તરીકે, $-\frac{7}{5}$ અને $-\frac{5}{3}$ ની સરખામણી કરવા માટે પહેલાં આપણે $\frac{7}{5}$ અને $\frac{5}{3}$ની સરખામણી કરીએ.

આપણને $\frac{7}{5} < \frac{5}{3}$ મળે છે અને અનુમાન મેળવીએ કે $-\frac{7}{5} > -\frac{5}{3}$ છે.

આવા પાંચ યુગ્મો લઈ તેમની સરખામણી કરો.

$-\frac{3}{8}$ કે $-\frac{2}{7}$ આમાંથી કઈ સંખ્યા મોટી છે ? $-\frac{4}{3}$ કે $-\frac{3}{2}$ આમાંથી કઈ સંખ્યા મોટી છે ?

- ઋણ અને ધન સંમેય સંખ્યાની સરખામણી સ્પષ્ટ છે. સંખ્યારેખા પર ઋણ સંમેય સંખ્યા 0ની ડાબી બાજુ હોય છે તથા ધન સંમેય સંખ્યા 0ની જમણી બાજુએ હોય છે. ઋણ સંમેય સંખ્યાઓ હંમેશા ધન સંમેય સંખ્યાઓ કરતાં નાની હોય છે.

  આમ, $-\frac{2}{7} < \frac{1}{2}$.

- સંમેય સંખ્યા $\frac{-3}{-5}$ અને $\frac{-2}{-7}$ ની સરખામણી કરવા માટે તેને પ્રમાણિત સ્વરૂપમાં ફેરવી પછી તેની સરખામણી કરો.

ઉદાહરણ 3 શું $\frac{4}{-9}$ અને $\frac{-16}{36}$ એ સરખી સંમેય સંખ્યા દર્શાવે છે ?

ઉકેલ હા, કારણ કે $\frac{4}{-9} = \frac{4\times(-4)}{(-9)\times(-4)} = \frac{-16}{36}$ તથા $\frac{-16}{36} = \frac{-16\div-4}{36\div-4} = \frac{4}{-9}$.

9.8 બે સંમેય સંખ્યાની વચ્ચે સંમેય સંખ્યાઓ

રેશમા 3 અને 10ની વચ્ચે પૂર્ણ સંખ્યાની ગણતરી કરવા ઇચ્છતી હતી. આગળના ધોરણમાં શીખી હતી તે તેને બરોબર યાદ હતું કે 3 અને 10ની વચ્ચે 6 પૂર્ણ સંખ્યા હોય. એવી જ રીતે તે –3 અને 3ની વચ્ચેની બધી જ પૂર્ણાંક સંખ્યા યાદ કરવા માંગતી હતી. –3 અને 3ની વચ્ચે પૂર્ણાંક –2, –1, 0, 1, 2 આવે. આમ, –3 અને 3ની વચ્ચે 5 પૂર્ણાંક સંખ્યા આવે.

શું –3 અને –2 ની વચ્ચે કોઈ પૂર્ણાંક હોય શકે ? ના, –3 અને –2 ની વચ્ચે કોઈ પૂર્ણાંક નથી. બે ક્રમિક પૂર્ણાંકની વચ્ચે આવતાં પૂર્ણાંકની સંખ્યા 0 હોય છે.

આમ, આપણે જોયું કે બે પૂર્ણાંકોની વચ્ચે આવતાં પૂર્ણાંકોની સંખ્યા મર્યાદિત હોય છે. શું સંમેય સંખ્યાઓમાં પણ આવું બની શકે ?

રેશમાએ બે સંમેય સંખ્યા $\frac{-3}{5}$ અને $\frac{-1}{3}$ લીધી.

તેણે તેને સમાન છેદ વાળી સંમેય સંખ્યામાં ફેરવી નાખી.

તેથી, $\frac{-3}{5}=\frac{-9}{15}$ અને $\frac{-1}{3}=\frac{-5}{15}$

આપણી પાસે, $\frac{-9}{15}<\frac{-8}{15}<\frac{-7}{15}<\frac{-6}{15}<\frac{-5}{15}$ અથવા $\frac{-3}{5}<\frac{-8}{15}<\frac{-7}{15}<\frac{-6}{15}<\frac{-1}{3}$

આવી રીતે રેશમા $\frac{-3}{5}$ અને $\frac{-1}{3}$ ની વચ્ચે સંમેય સંખ્યાઓ $\frac{-8}{15}<\frac{-7}{15}<\frac{-6}{15}$ મેળવી શકી.

શું $\frac{-3}{5}$ અને $\frac{-1}{3}$ની વચ્ચે આવતી સંમેય સંખ્યાઓ માત્ર $\frac{-8}{15}, \frac{-7}{15}, \frac{-6}{15}$ છે ?

આપણી પાસે, $\frac{-3}{5}=\frac{-18}{30}$ અને $\frac{-8}{15}=\frac{-16}{30}$

અને $\frac{-18}{30}<\frac{-17}{30}<\frac{-16}{30}$. તેથી, $\frac{-3}{5}<\frac{-17}{30}<\frac{-8}{15}$

આથી, $\frac{-3}{5}<\frac{-17}{30}<\frac{-8}{15}<\frac{-7}{15}<\frac{-6}{15}<\frac{-1}{3}$

પરિણામે, આપણે $\frac{-3}{5}$ અને $\frac{-1}{3}$ ની વચ્ચે વધુ એક સંમેય સંખ્યા મેળવી શક્યા. આ જ રીતે, આપણે બે ભિન્ન સંમેય સંખ્યાની વચ્ચે ઘણી સંમેય સંખ્યાઓ ઉમેરી શકીએ છીએ.

ઉદાહરણ તરીકે, $\frac{-3}{5}=\frac{-3\times 30}{5\times 30}=\frac{-90}{150}$ અને $\frac{-1}{3}=\frac{-1\times 50}{3\times 50}=\frac{-50}{150}$

આપણે $\frac{-90}{150}$ અને $\frac{-50}{150}$ ની વચ્ચે એટલે કે, $\frac{-3}{5}$ અને $\frac{-1}{3}$ ની વચ્ચે 39 સંમેય સંખ્યા $\left(\frac{-89}{150}, \ldots, \frac{-51}{150}\right)$ મેળવી શકીએ છીએ. તમે બધાં એ જાણશો કે આ યાદી નો કોઈ અંત નથી.

તમે $\frac{-5}{3}$ અને $\frac{-8}{7}$ ની વચ્ચે આવતી પાંચ સંમેય સંખ્યાની યાદી બનાવી શકશો ?

આપણે કોઈ પણ બે સંમેય સંખ્યાની વચ્ચેની અનંત સંમેય સંખ્યાઓ શોધી શકીએ છીએ.

પ્રયત્ન કરો

$\frac{-5}{7}$ અને $\frac{-3}{8}$ ની વચ્ચે આવતી પાંચ સંમેય સંખ્યા શોધો.

ઉદાહરણ 4 -2 અને -1 ની વચ્ચે ત્રણ સંમેય સંખ્યાઓ લખો.

ઉકેલ ચાલો -1 અને -2ને છેદમાં 5 આવે તેવી સંમેય સંખ્યાઓના રૂપમાં લખીએ. (શા માટે ?)

આપણી પાસે, $-1 = \frac{-5}{5}$ અને $-2 = \frac{-10}{5}$

આથી, $\frac{-10}{5} < \frac{-9}{5} < \frac{-8}{5} < \frac{-7}{5} < \frac{-6}{5} < \frac{-5}{5}$ અથવા $-2 < \frac{-9}{5} < \frac{-8}{5} < \frac{-7}{5} < \frac{-6}{5} < -1$

-2 અને -1 ની વચ્ચે ત્રણ સંમેય સંખ્યા $\frac{-9}{5}, \frac{-8}{5}, \frac{-7}{5}$ હશે.

($\frac{-9}{5}, \frac{-8}{5}, \frac{-7}{5}, \frac{-6}{5}$ માંથી કોઈ પણ ત્રણ સંખ્યા લો.)

ઉદાહરણ 5 પેટર્ન મુજબ વધુ ચાર સંખ્યાઓ લખો.

$$\frac{-1}{3}, \frac{-2}{6}, \frac{-3}{9}, \frac{-4}{12}, \ldots$$

ઉકેલ અહીં,

$$\frac{-2}{6} = \frac{-1\times2}{3\times2}, \frac{-3}{9} = \frac{-1\times3}{3\times3}, \frac{-4}{12} = \frac{-1\times4}{3\times4}$$

અથવા, $\frac{-1\times1}{3\times1} = \frac{-1}{3}, \frac{-1\times2}{3\times2} = \frac{-2}{6}, \frac{-1\times3}{3\times3} = \frac{-3}{9}, \frac{-1\times4}{3\times4} = \frac{-4}{12}$

આમ, આપણે આ સંખ્યાઓના સ્વરૂપનું નિરીક્ષણ કરીએ.

અન્ય સંખ્યાઓ $\frac{-1\times5}{3\times5} = \frac{-5}{15}, \frac{-1\times6}{3\times6} = \frac{-6}{18}, \frac{-1\times7}{3\times7} = \frac{-7}{21}$

સ્વાધ્યાય 9.1

1. નિમ્નલિખિત સંમેય સંખ્યાઓની વચ્ચે આવતી પાંચ સંમેય સંખ્યાઓ લખો :

   (i) -1 અને 0 (ii) -2 અને -1 (iii) $\frac{-4}{5}$ અને $\frac{-2}{3}$ (iv) $-\frac{1}{2}$ અને $\frac{2}{3}$

2. પેટર્નમાં વધુ ચાર સંમેય સંખ્યાઓ લખો.

   (i) $\frac{-3}{5}, \frac{-6}{10}, \frac{-9}{15}, \frac{-12}{20}, \ldots$ (ii) $\frac{-1}{4}, \frac{-2}{8}, \frac{-3}{12}, \ldots$

(iii) $\frac{-1}{6}, \frac{2}{-12}, \frac{3}{-18}, \frac{4}{-24}, \ldots$ (iv) $\frac{-2}{3}, \frac{2}{-3}, \frac{4}{-6}, \frac{6}{-9}, \ldots$

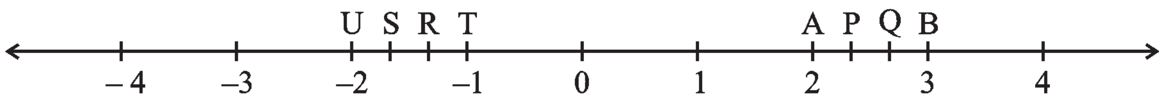
3. નીચેના માટે ચાર સમાન સંમેય સંખ્યા લખો.

(i) $\frac{-2}{7}$ (ii) $\frac{5}{-3}$ (iii) $\frac{4}{9}$

4. સંખ્યારેખા દોરો અને નીચે આપેલી સંમેય સંખ્યાઓનું તેની પર નિરુપણ કરો.

(i) $\frac{3}{4}$ (ii) $\frac{-5}{8}$ (iii) $\frac{-7}{4}$ (iv) $\frac{7}{8}$

5. બિંદુઓ P, Q, R, S, T, U, A અને B સંખ્યારેખા પર એવી રીતે આવેલા છે કે જ્યાં TR = RS = SU અને AP = PQ = QB થાય. P, Q, R અને S વડે દર્શાવાતી સંમેય સંખ્યા લખો.



6. નીચે આપેલી જોડીઓમાંથી કઈ જોડી સમાન સંમેય સંખ્યાઓનું નિરૂપણ કરે છે ?

(i) $\frac{-7}{21}$ અને $\frac{3}{9}$ (ii) $\frac{-16}{20}$ અને $\frac{20}{-25}$ (iii) $\frac{-2}{-3}$ અને $\frac{2}{3}$

(iv) $\frac{-3}{5}$ અને $\frac{-12}{50}$ (v) $\frac{8}{-5}$ અને $\frac{-24}{15}$ (vi) $\frac{1}{3}$ અને $\frac{-1}{9}$

(vii) $\frac{-5}{-9}$ અને $\frac{5}{-9}$

7. નીચે આપેલી સંમેય સંખ્યાઓને અતિ સંક્ષિપ્ત સ્વરૂપે ફરીથી લખો.

(i) $\frac{-8}{6}$ (ii) $\frac{25}{45}$ (iii) $\frac{-44}{72}$ (iv) $\frac{-8}{10}$

8. >, < અને = માંથી યોગ્ય સંકેત પસંદ કરી ખાલી જગ્યામાં ભરો.

(i) $\frac{-5}{7} \square \frac{2}{3}$ (ii) $\frac{-4}{5} \square \frac{-5}{7}$ (iii) $\frac{-7}{8} \square \frac{14}{-16}$

(iv) $\frac{-8}{5} \square \frac{-7}{4}$ (v) $\frac{1}{-3} \square \frac{-1}{4}$ (vi) $\frac{5}{-11} \square \frac{-5}{11}$

(vii) $0 \square \frac{-7}{6}$

9. નીચેના દરેકમાં કઈ સંખ્યા મોટી છે ?

(i) $\frac{2}{3}, \frac{5}{2}$ (ii) $\frac{-5}{6}, \frac{-4}{3}$ (iii) $\frac{-3}{4}, \frac{2}{-3}$

(iv) $\frac{-1}{4}, \frac{1}{4}$ (v) $-3\frac{2}{7}, -3\frac{4}{5}$

10. નીચે આપેલી સંમેય સંખ્યાઓને ચડતા ક્રમમાં લખો.

(i) $\frac{-3}{5}, \frac{-2}{5}, \frac{-1}{5}$ (ii) $\frac{1}{3}, \frac{-2}{9}, \frac{-4}{3}$ (iii) $\frac{-3}{7}, \frac{-3}{2}, \frac{-3}{4}$

9.9 સંમેય સંખ્યાઓ પરની ક્રિયાઓ

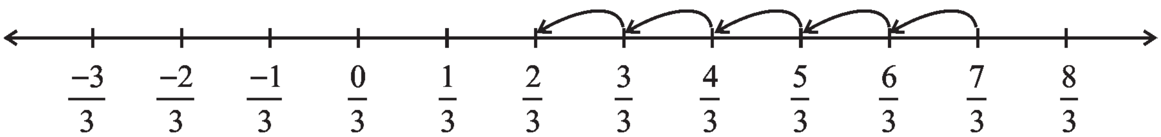
તમે જાણો છો કે પૂર્ણાંક અને અપૂર્ણાંકોના સરવાળા, બાદબાકી, ગુણાકાર અને ભાગાકાર કેવી રીતે કરવા. ચાલો, હવે સંમેય સંખ્યાઓ પર આ મૂળભૂત ક્રિયાઓનું અધ્યયન કરીએ.

9.9.1 સરવાળો (Addition)

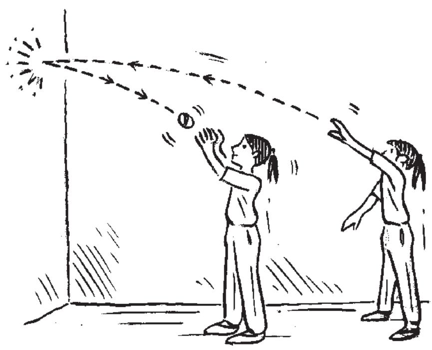
- ચાલો આપણે સમાન છેદ ધરાવતી બે સંમેય સંખ્યાઓ $\frac{7}{3}$ અને $\frac{-5}{3}$ નો સરવાળો કરીએ.

આપણે $\frac{7}{3}+\left(\frac{-5}{3}\right)$ નો જવાબ શોધીએ.

જે સંખ્યારેખા પર મળે છે.



બે ક્રમિક બિંદુઓ વચ્ચેનું અંતર $\frac{1}{3}$ છે. હવે, $\frac{7}{3}$માં $\frac{-5}{3}$ ઉમેરવાનો અર્થ એ થાય છે કે $\frac{7}{3}$ ની ડાબી બાજુ 5 કૂદકા મારવા, આપણે ક્યાં પહોંચ્યાં ? આપણે $\frac{2}{3}$ પર પહોંચ્યાં.



આમ, $\frac{7}{3}+\left(\frac{-5}{3}\right)=\frac{2}{3}$

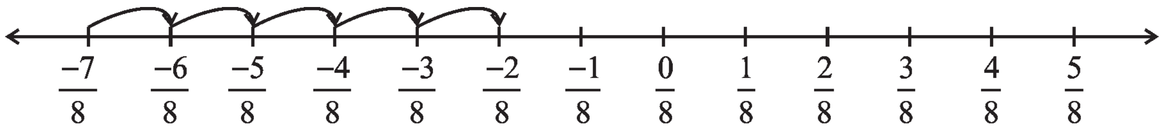
ચાલો, હવે આ રીતે કરવાનો પ્રયત્ન કરીએ,

$$\frac{7}{3}+\left(\frac{-5}{3}\right)=\frac{7+(-5)}{3}=\frac{2}{3}$$

આપણને અહીં સમાન જવાબ જોવા મળે છે.

$\frac{6}{5}+\frac{(-2)}{5}, \frac{3}{7}+\frac{(-5)}{7}$ ને બંને રીતે ચકાસો અને સમાન ઉકેલ મળે છે કે નહિ તે તપાસો.

આ રીતે $\frac{-7}{8}+\frac{5}{8}$ થઈ શકશે.



તમે શું મેળવ્યું ?

વળી $\frac{-7}{8}+\frac{5}{8}=\frac{-7+5}{8}=?$ બંને કિંમત સરખી છે ?

પ્રયત્ન કરો

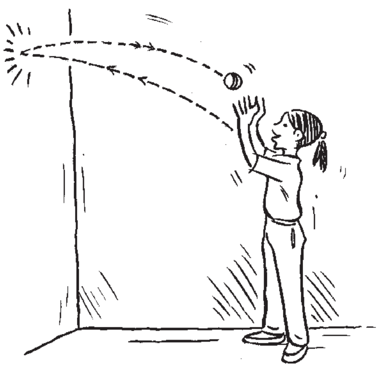
$\frac{-13}{7}+\frac{6}{7}, \frac{19}{5}+\left(\frac{-7}{5}\right)$ શોધો.

આ રીતે આપણે જોઈએ છીએ કે સમાન છેદવાળી સંમેય સંખ્યાઓનો સરવાળો કરતી વખતે આપણે છેદને અચળ રાખી અંશોનો સરવાળો કરી લઈએ છીએ.

અહીં, $\frac{-11}{5}+\frac{7}{5}=\frac{-11+7}{5}=\frac{-4}{5}$

- આપણે ભિન્ન છેદવાળી બે સંમેય સંખ્યાઓને કેવી રીતે ઉમેરી શકીએ ? અપૂર્ણાંકોની જેમ પહેલાં આપણે તેમના છેદની સંખ્યાઓનો લ.સા.અ. લઈશું. હવે, આ લ.સા.અ. જેટલો છેદ મળે તેવી આપેલ સંમેય સંખ્યાઓને સમાન સંમેય સંખ્યા મેળવીશું. પછી, તે બે સંમેય સંખ્યાઓનો સરવાળો કરીશું.

ઉદાહરણ તરીકે, $\frac{-7}{5}$ અને $\frac{-2}{3}$ નો આપણે અહીં સરવાળો કરીએ.



5 અને 3નો લ.સા.અ. 15 થશે.

તો, $\frac{-7}{5}=\frac{-21}{15}$ અને $\frac{-2}{3}=\frac{-10}{15}$

અહીં, $\frac{-7}{5}+\frac{(-2)}{3}=\frac{-21}{15}+\frac{(-10)}{15}=\frac{-31}{15}$

પ્રયત્ન કરો

શોધો :

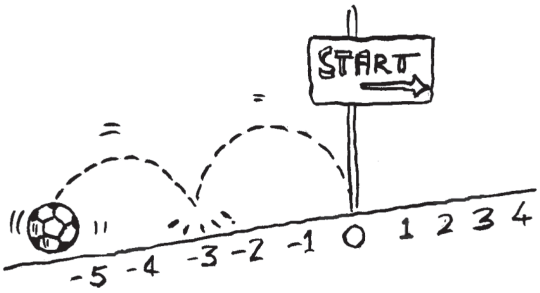
(i) $\frac{-3}{7}+\frac{2}{3}$

(ii) $\frac{-5}{6}+\frac{-3}{11}$

વિરોધી સંખ્યા :

$\frac{-4}{7}+\frac{4}{7}=?$ શું હોઈ શકે ?

$\frac{-4}{7}+\frac{4}{7}=\frac{-4+4}{7}=0$ તેમજ, $\frac{4}{7}+\left(\frac{-4}{7}\right)=0$



આ રીતે, $\frac{-2}{3}+\frac{2}{3}=0=\frac{2}{3}+\left(\frac{-2}{3}\right)$

આવા પૂર્ણાંકોના કિસ્સામાં આપણે જાણીએ છીએ કે –2 નો વિરોધી ઘટક 2 થાય અને 2 નો વિરોધી ઘટક –2 થાય છે.

સંમેય સંખ્યાઓ માટે આપણે કહી શકીએ કે, $\frac{4}{7}$ નો વિરોધી $\frac{-4}{7}$ અને $\frac{-4}{7}$ નો વિરોધી $\frac{4}{7}$ છે.

એવી જ રીતે $\frac{-2}{3}$ નો વિરોધી $\frac{2}{3}$ અને $\frac{2}{3}$ નો વિરોધી ઘટક $\frac{-2}{3}$ થશે.

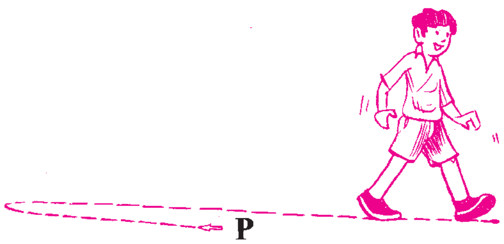
પ્રયત્ન કરો

$\frac{-3}{9}, \frac{-9}{11}, \frac{5}{7}$ નો વિરોધી ઘટક શો થશે ?

ઉદાહરણ 6 સતપાલ કોઈ એક સ્થાન P પાસેથી પૂર્વ દિશામાં $\frac{2}{3}$ કિમી ચાલે છે અને ત્યાંથી $1\frac{5}{7}$ કિમી પશ્ચિમ દિશામાં જાય છે હવે તેનું P થી સ્થાન ક્યાં હશે ?

ઉકેલ ચાલો, પૂર્વ દિશામાં કાપેલાં અંતરને ધન ચિહ્ન વડે દર્શાવીએ જેથી પશ્ચિમ દિશામાં કાપેલા, અંતરને ઋણ ચિહ્ન વડે દર્શાવી શકાય.

આ રીતે બિંદુ P થી સતપાલે કાપેલું અંતર,



$$\frac{2}{3}+\left(-1\frac{5}{7}\right)=\frac{2}{3}+\frac{(-12)}{7}=\frac{2\times7}{3\times7}+\frac{(-12)\times3}{7\times3}$$

$$=\frac{14-36}{21}=\frac{-22}{21}=-1\frac{1}{21}$$

અહીં મૂલ્ય ઋણ મળે છે તેથી સતપાલ P થી પશ્ચિમ દિશામાં $1\frac{1}{21}$ કિમીના અંતરે છે.

9.9.2 બાદબાકી (Subtraction)

સવિતાએ બે સંમેય સંખ્યાઓ $\frac{5}{7}$ અને $\frac{3}{8}$ વચ્ચેનો તફાવત આ રીતે મેળવ્યો,

$$\frac{5}{7}-\frac{3}{8}=\frac{40-21}{56}=\frac{19}{56}$$

ફરીદા જાણતી હતી કે બે પૂર્ણાંક a અને b માટે $a-b=a+(-b)$ લખી શકાય.

તેણે આ સંમેય સંખ્યા માટે પણ કર્યું અને મેળવ્યું કે, $\frac{5}{7} - \frac{3}{8} = \frac{5}{7} + \frac{(-3)}{8} = \frac{19}{56}$

બંને ને સમાન તફાવત મળે છે.

બંને રીતો વડે $\frac{7}{8} - \frac{5}{9}, \frac{3}{11} - \frac{8}{7}$ નો ઉકેલ મેળવવાનો પ્રયત્ન કરો.

શું બંને રીતે સમાન ઉત્તર મળશે ?

અહીં આપણે કહી શકીએ કે બે સંમેય સંખ્યાઓની બાદબાકી કરવા માટે આપણે જે સંખ્યા બાદ કરવાની હોય તેનો વિરોધી ઘટક લઈ તેને પહેલી સંખ્યા સાથે ઉમેરીએ.

એવી રીતે, $1\frac{2}{3} - 2\frac{4}{5} = \frac{5}{3} - \frac{14}{5} = \frac{5}{3} + (\frac{14}{5}$ નો વિરોધી ઘટક$) = \frac{5}{3} + \frac{(-14)}{5}$

$= \frac{-17}{15} = -1\frac{2}{15}$.

પ્રયત્ન કરો

શોધો :

(i) $\frac{7}{9} - \frac{2}{5}$ (ii) $2\frac{1}{5} - \frac{(-1)}{3}$

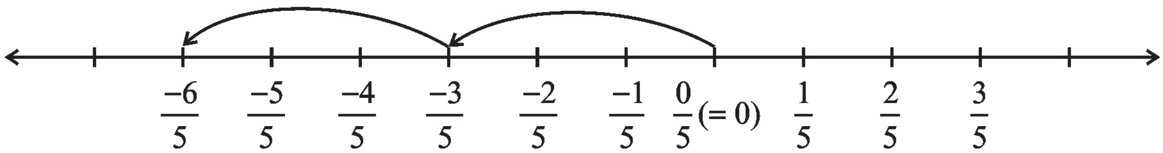
$\frac{2}{7} - \left(\frac{-5}{6}\right)$ નો જવાબ શું આવી શકે ?

$\frac{2}{7} - \left(\frac{-5}{6}\right) = \frac{2}{7} + (\frac{-5}{6}$ નો વિરોધી ઘટક$) = \frac{2}{7} + \frac{5}{6} = \frac{47}{42} = 1\frac{5}{42}$

9.9.3 ગુણાકાર (Multiplication)

ચાલો તો સંમેય સંખ્યા $\frac{-3}{5}$ નો 2 વડે ગુણાકાર કરવો છે એટલે કે $\frac{-3}{5} \times 2$ ની કિંમત શોધવી છે.

સંખ્યારેખા પર તેમનો અર્થ એવો થાય, 0ની ડાબી બાજુએ બે ક્રમ $\frac{3}{5}$ જેટલું આગળ વધવું.



આપણે ક્યાં આવ્યાં ? તો આપણે $\frac{-6}{5}$ પર પહોંચ્યાં.

તો ચાલો એને જ અપૂર્ણાંકની રીતે શોધવાનો પ્રયત્ન કરીએ.

$$\frac{-3}{5} \times 2 = \frac{-3 \times 2}{5} = \frac{-6}{5}$$

આપણે તે જ સંમેય સંખ્યા પર પહોંચી ગયાં.

બંને રીતના ઉપયોગ વડે $\frac{-4}{7} \times 3, \frac{-6}{5} \times 4$ ઉકેલો. તમે શું નોંધ્યું ?

અહીં આપણે તારવ્યું કે જ્યારે એક સંમેય સંખ્યાને કોઈ એક ધન પૂર્ણાંક સાથે ગુણાકાર કરતાં આપણે અંશને તે પૂર્ણાંક સાથે ગુણાકાર કરી લઈએ અને છેદને એમ જ (અચળ) રાખીએ છીએ.

ચાલો, તો હવે એક સંમેય સંખ્યાને ઋણ પૂર્ણાંક સાથે ગુણીએ,

$$\frac{-2}{9} \times -5 = \frac{-2\times(-5)}{9} = \frac{10}{9}$$

પ્રયત્ન કરો

જવાબ શો આવી શકે ?

(i) $\frac{-3}{5} \times 7$ (ii) $\frac{-6}{5} \times (-2)$

યાદ રાખો, –5 ને $\frac{-5}{1}$ પણ લખી શકાય.

અહીં, $\frac{-2}{9} \times \frac{-5}{1} = \frac{10}{9} = \frac{-2\times(-5)}{9\times 1}$

આવી જ રીતે,

$$\frac{3}{11} \times (-2) = \frac{3\times(-2)}{11\times 1} = \frac{-6}{11}$$

આ અવલોકનને આધારે,આપણે આ તારણ કાઢી શકીએ, $\frac{-3}{8} \times \frac{5}{7} = \frac{-3\times 5}{8\times 7} = \frac{-15}{56}$

એવી રીતે આપણે અપૂર્ણાંકો માટે પણ કર્યું હતું. બે સંમેય સંખ્યાઓનો ગુણાકાર નીચે દર્શાવેલ રીતે કરી શકાય.

પ્રયત્ન કરો

શોધો :

(i) $\frac{-3}{4} \times \frac{1}{7}$

(ii) $\frac{2}{3} \times \frac{-5}{9}$

પગથિયું 1 બંને સંમેય સંખ્યાઓના અંશનો ગુણાકાર કરો.

પગથિયું 2 બંને સંખ્યાઓના છેદનો ગુણાકાર કરો.

પગથિયું 3 ગુણનફળને $\frac{\text{પગથિયું 1 માંથી પ્રાપ્ત પરિણામ}}{\text{પગથિયું 2 માંથી પ્રાપ્ત પરિણામ}}$ ના રૂપમાં લખો.

અહીં, $\frac{-3}{5} \times \frac{2}{7} = \frac{-3\times 2}{5\times 7} = \frac{-6}{35}$

તે જ રીતે, $\frac{-5}{8} \times \frac{-9}{7} = \frac{-5\times(-9)}{8\times 7} = \frac{45}{56}$

9.9.4 ભાગાકાર

આગળ આપણે અપૂર્ણાંકોના વ્યસ્ત માટેનો અભ્યાસ કર્યો. $\frac{2}{7}$ નો વ્યસ્ત શું થાય ? તે $\frac{7}{2}$ થશે. આપણે આ વિચારને વિસ્તારી શૂન્યેતર સંમેય સંખ્યાઓના વ્યસ્ત માટે લાગુ પાડીએ.

$\frac{-2}{7}$ નો વ્યસ્ત $\frac{7}{-2}$ (એટલે કે $\frac{-7}{2}$) થશે; $\frac{-3}{5}$ નો વ્યસ્ત $\frac{-5}{3}$ થશે.