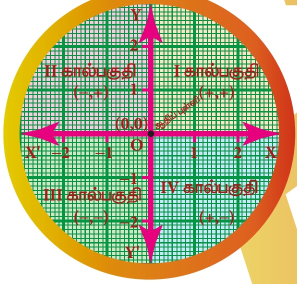
3 இயற்கணிதம்



கற்றல் நோக்கங்கள்

KJX4XG

- கோவைகளின் கூட்டல் மற்றும் கழித்தல் செயல்பாடுகளை நினைவு கூர்தல்.
- ஓர் இயற்கணிதக் கோவையுடன் முழு எண் கெழுக்களைப் பெருக்குவது பற்றித் தெரிந்துகொள்ளுதல்.
- இயற்கணிதக் கோவைகளை ஒருறுப்புக் கோவையால் வகுப்பது பற்றித் தெரிந்துகொள்ளுதல்.
- $(a+b)^2, (a-b)^2, (a^2-b^2)$ மற்றும் $(x+a)(x+b)$ ஆகிய முற்றொருமைகளை நினைவு கூர்தல். மேலும், அவற்றைக் கணக்குகளில் பயன்படுத்துதல்.
- $(a+b)^3, (a-b)^3, (x+a)(x+b)(x+c)$ ஆகிய முற்றொருமைகளைப் புரிந்துகொண்டு, அவற்றைக் கணக்குகளில் பயன்படுத்துதல்.
- $(a+b)^3$ மற்றும் $(a-b)^3$ என்ற வடிவத்தில் அமைந்த கோவைகளின் காரணிப்படுத்துதலை அறிந்துகொள்ளுதல்.
- ஒருபடிச் சமன்பாடுகளில் அமைந்த வாக்கியக் கணக்குகளைத் தீர்க்க தெரிந்துகொள்ளுதல்.
- வரைபடத்தாளில் புள்ளிகளைக் குறிக்கத் தெரிந்துகொள்ளுதல்.
- நேரியச் சமன்பாடுகளின் வரைபடங்களை வரையக் கற்றுக் கொள்ளுதல்.

மீள்பார்வை

நாம் சென்ற வகுப்பில் மாறி, மாறிலி, ஒத்த உறுப்புகள், மாறுபட்ட உறுப்புகள், கெழுக்கள், எண்கோவைகள் மற்றும் இயற்கணிதக் கோவைகளைப் பற்றி படித்துள்ளோம். பிறகு நாம் இயற்கணிதக் கோவையில் சில அடிப்படைச் செயல்களான கூட்டல், கழித்தல் செயல்களைச் செய்து பார்த்துள்ளோம். இப்போது நாம் அவைகளை நினைவுகூர்ந்து மேலும் கற்றலின் அடுத்த நிலைக்குச் செல்வோம்.

இதனுடன் இயற்கணிதக் கோவைகளின் பெருக்கல் மற்றும் வகுத்தல் செயல்பாடுகள் மற்றும் இயற்கணித முற்றொருமைகளைப் பற்றித் தெரிந்துகொள்வோம்.

கீழ்க்காணும் வினாக்களுக்கு விடையளிக்க.

1. பின்வரும் கோவைகளில் உள்ள உறுப்புகளின் எண்ணிக்கையை எழுதுக.

   (i) $x+y+z-xyz$ (ii) m^2n^2c

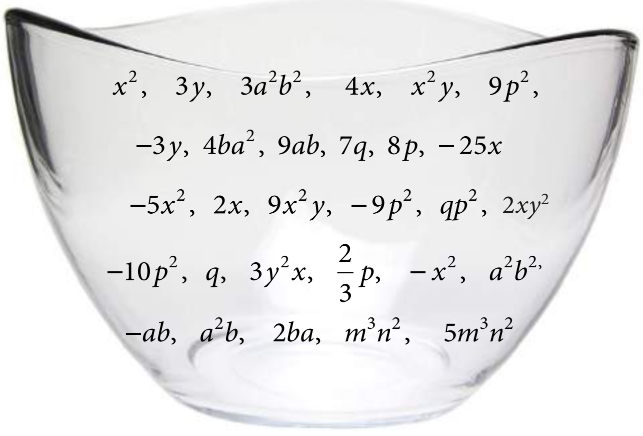
   (iii) $a^2b^2c-ab^2c^2+a^2bc^2+3abc$ (iv) $8x^2-4xy+7xy^2$

2. பின்வரும் கோவைகளில் உள்ள ஒவ்வொரு உறுப்பின் எண் கெழுவைக் காண்க.

   (i) $2x^2-5xy+6y^2+7x-10y+9$ (ii) $\frac{x}{3}+\frac{2y}{5}-xy+7$

03_8th_Maths_Algebra_TM.indd 76 20-02-2020 01:40:46 PM

3. பின்வருவனவற்றுள் உள்ள ஒத்த உறுப்புகளை எடுத்து எழுதுக.



ஒத்த உறுப்புகள்

உறுப்புகளின் மாறியும் அதன் அடுக்குகளும் சமமாக இருக்கும்.

எ.கா $x^2, 4x^2$
$a^2b^2, -5a^2b^2$
$2m, -7m$

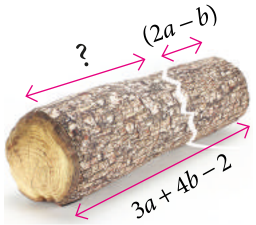
4. கூட்டுக: $2x, 6y, 9x-2y$

5. சுருக்குக: $(5x^3y^3 - 3x^2y^2 + xy + 7) + (2xy + x^3y^3 - 5 + 2x^2y^2)$

6. ஒரு முக்கோணத்தின் பக்கங்கள் முறையே $2x-5y+9, 3y+6x-7$ மற்றும் $-4x+y+10$ எனில், அம்முக்கோணத்தின் சுற்றளவைக் காண்க.

7. $6mn$ இலிருந்து $-2mn$ கழிக்க.

8. $4a^2-3ab+b^2$ இலிருந்து $6a^2-5ab+3b^2$ ஐக் கழிக்க.

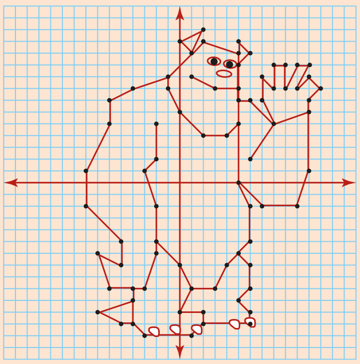


9. ஒரு மரக்கட்டையின் நீளம் $(3a+4b-2)$, அதிலிருந்து $(2a-b)$ நீளமுள்ள ஒரு மரத்துண்டு நீக்கப்படுகிறது எனில் மீதமுள்ள மரக்கட்டையின் நீளம் எவ்வளவு?

10. ஒரு தகரப் பாத்திரத்தில் 'x' லிட்டர் எண்ணெய் உள்ளது. மற்றொரு தகரப் பாத்திரத்தில் $(3x^2+6x-5)$ லிட்டர் எண்ணெய் உள்ளது. கடைக்காரர் $(x+7)$ லிட்டர் எண்ணெயை கூடுதலாக இரண்டாவது பாத்திரத்தில் சேர்க்கிறார். பிறகு, இரண்டாவது தகரப் பாத்திரத்தில் இருந்து (x^2+6) லிட்டர் எண்ணெயை விற்றுவிடுகிறார் எனில், இரண்டாவது தகரப் பாத்திரத்தில் மீதமுள்ள எண்ணெய்யின் அளவு எவ்வளவு?

எங்கும் கணிதம் – அன்றாட வாழ்வில் இயற்கணிதம்

வேகம், தூரம், நேரம், சராசரி வேகம் ஆகியவற்றைக் காண ஒருபடிச் சமன்பாடுகள் பயன்படுகின்றன.



ஓவியங்கள் வரைவதற்கு வரைபடங்கள் பயன்படுகிறது.

3.1 அறிமுகம்

கொடுக்கப்பட்டுள்ள சூழலைக் கருதுவோம். கணேஷ் தன்னுடைய தோட்டத்தில் மரக்கன்றுகளை நட்டார். அவர் ஒவ்வொரு வரிசையிலும் 5 மரக்கன்றுகள் வீதம் 10 வரிசைகளில் நட்டார் எனில், கணேஷ் எத்தனை மரக்கன்றுகளை நட்டார் என உங்களால் கூற முடியுமா?

ஆம், மொத்த மரக்கன்றுகளின் எண்ணிக்கையானது வரிசைகளின் எண்ணிக்கை மற்றும் ஒவ்வொரு வரிசையிலும் உள்ள மரக்கன்றுகளின் எண்ணிக்கை ஆகியவற்றின் பெருக்கற் பலன் என்பது நமக்குத் தெரியும்.

எனவே, மொத்த மரக்கன்றுகளின் எண்ணிக்கை $= 10$ வரிசைகள் $\times\ 5$ மரக்கன்றுகள் வீதம்

$= 10 \times 5 = 50$ மரக்கன்றுகள்

இதேபோன்று, டேவிட் சில மரக்கன்றுகளை நட்டார். அவர் நட்ட மொத்த வரிசைகளின் எண்ணிக்கையும் மற்றும் ஒவ்வொரு வரிசையிலுமுள்ள மரக்கன்றுகளின் எண்ணிக்கையும் தெரியவில்லை எனில் அவர் நட்ட மொத்த மரக்கன்றுகளின் எண்ணிக்கையை உங்களால் கூறமுடியுமா?

தெரியாத மதிப்புகளை நாம் 'x' மற்றும் 'y' என எடுத்துக்கொள்வோம். ஆகவே அவர் நட்ட மொத்த மரக் கன்றுகளின் எண்ணிக்கை = 'x' வரிசை $\times$ 'y' மரக்கன்றுகள் வீதம்

= '$x \times y$' $= xy$ மரக்கன்றுகள்

இந்தச் சூழ்நிலையை மேலும் விரிவாக்குவோம், ரஹீம் என்பவர், தன்னுடைய தோட்டத்தில் ஒவ்வொரு வரிசையிலும் $3y^2$ மரக்கன்றுகள் உள்ளவாறு $(2x^2+5x-7)$ வரிசைகளில் மரக்கன்றுகளை நட்டார் எனில், இப்போது ரஹீம் நட்ட மொத்த மரக் கன்றுகளின் எண்ணிக்கையைக் காண மேலே கூறிய வழிமுறைகள் நமக்கு உதவுகிறது.

மொத்த மரக் கன்றுகளின் எண்ணிக்கை

$= (2x^2+5x-7)$ வரிசைகளின் எண்ணிக்கை $\times\ 3y^2$ மரக்கன்றுகள் வீதம்

$= 3y^2 \times (2x^2+5x-7)$

மேற்காணும் இயற்கணிதக் கோவையை எவ்வாறு பெருக்குவீர்கள்?

இயற்கணிதக் கோவைகளின் பெருக்கலைக் காணும் முறையை நாம் இப்போது கற்போம்.

குறிப்பு

பல்லுறுப்புக் கோவை	இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட இயற்கணித உறுப்புகளைக் கொண்ட ஒரு கோவை பல்லுறுப்புக் கோவை எனப்படும். பல்லுறுப்புக் கோவையின் அனைத்து மாறிகளின் அடுக்குகளும் ஒரு முழு எண்ணாக இருக்கும். எ.கா: $a^2+2ab+b^2$ $4x^2+3x-7$ ஒரு பல்லுறுப்புக் கோவை கீழ்க்கண்டவற்றை கொண்டு இருக்காது 1) மாறியால் வகுத்தல்: எ.கா. $4x^2-\frac{5}{1+x}$ பல்லுறுப்புக் கோவை அல்ல. 2) மாறியில் குறை அடுக்கு: எ.கா. $7x^{-2}+5x-6$ பல்லுறுப்புக் கோவை அல்ல. 3) மாறியின் அடுக்கு பின்னமாக: எ.கா. $3x^3+4x^{\frac{1}{2}}+5$ பல்லுறுப்புக் கோவை அல்ல.
ஒருறுப்புக் கோவை	ஒரேயோர் உறுப்பு மட்டுமே உள்ள கோவை ஒருறுப்புக் கோவை எனப்படும். எ.கா: $4x,\ 3x^2y,\ -2y^2$.
ஈறுருப்புக் கோவை	இரண்டு உறுப்புகள் மட்டுமே உள்ள கோவை ஈறுருப்புக் கோவை எனப்படும். எ.கா: $2x+3,\ 5y^2+9y,\ a^2b^2+2b$.
மூவுறுப்புக் கோவை	மூன்று உறுப்புகள் மட்டுமே உள்ள கோவை மூவுறுப்புக் கோவை எனப்படும். எ.கா: $2a^2b-8ab+b^2,\ m^2-n^2+3$.

03_8th_Maths_Algebra_TM.indd 78 20-02-2020 01:40:55 PM

3.2 இயற்கணிதக் கோவைகளின் பெருக்கல்

இயற்கணிதக் கோவைகளின் பெருக்கல் செய்யும் போது கீழ்காணும் வழிமுறைகளை நாம் பின்பற்ற வேண்டும்.

படி 1: உறுப்புகளின் குறிகளைப் பெருக்க வேண்டும். அதாவது ஒத்தக் குறிகளைப் பெருக்கும்போது மிகைக் குறியே வரும். மாறுபட்ட குறிகளைப் பெருக்கும்போது குறைக் குறியே வரும்.

ஒத்தக் குறிகள்	$(+)\times(+)=+$	$(-)\times(-)=+$
மாறுபட்ட குறிகள்	$(+)\times(-)=-$	$(-)\times(+)=-$

படி 2: உறுப்புகளின் கெழுக்களைப் பெருக்க வேண்டும்.

படி 3: அடுக்குக்குறி விதிகளைப் பயன்படுத்தி மாறிகளைப் பெருக்க வேண்டும்.

இங்கு x என்பது மாறி மற்றும் m, n என்பது மிகை முழுக்கள் எனில்,

$$x^m \times x^n = x^{m+n}$$

எடுத்துக்காட்டு: $x^3 \times x^4 = x^{3+4} = x^7$

சிந்திக்க

ஒவ்வொரு இயற்கணிதக் கோவையும் பல்லுறுப்புக் கோவை ஆகும். இக்கூற்று சரியா? ஏன்?

உங்களுக்குத் தெரியுமா?

ஒரு பல்லுறுப்புக் கோவை என்பது இயற்கணிதக் கோவையின் சிறப்பு வகையாகும். ஓர் இயற்கணிதக் கோவைக்கும், பல்லுறுப்புக் கோவைக்கும் இடையே உள்ள வேறுபாடு

இயற்கணிதக் கோவை
மாறிகளின் அடுக்கு முழு எண்ணாகவோ, பின்னமாகவோ, குறை குறி உடையதாகவோ இருக்கலாம்.
எடுத்துக்காட்டு: $4x^{3/2}-3x+9$

$2y^2+\frac{5}{y}-3$, $3x^2-4x+1$

பல்லுறுப்புக் கோவை.
மாறிகளின் அடுக்கு ஒரு முழு எண்ணாக மட்டுமே இருக்கும்.
எடுத்துக்காட்டு: $4x^2-3x+9$

$2y^6+5y^3-3$

குறிப்பு

இரண்டு உறுப்புகளின் பெருக்கலை ( ) அல்லது புள்ளி (.) அல்லது × என்ற குறிகளால் குறிப்பிடுவோம்.

(எ.கா) $4x^2$ மற்றும் xy ன் பெருக்கலைக் கீழ்காணும் ஏதேனும் ஒரு வழியில் நாம் குறிப்பிடுவோம்.

$(4x^2)(xy)$	$4x^2\times xy$	$4x^2(xy)$	$(4x^2)\,xy$	$(4x^2)\times(xy)$	$4x^2\cdot xy$

3.2.1 இரண்டு அல்லது அதற்கும் மேற்பட்ட ஒருறுப்புக் கோவைகளின் பெருக்கல்

கீதா 3 எழுதுகோல்களை ஒவ்வொன்றும் ₹5 வீதம் வாங்கினாள் எனில், கடைக்காரருக்கு அவள் எவ்வளவு பணம் தரவேண்டும்?

கீதா கடைக்காரருக்குக் கொடுக்க வேண்டிய தொகை = 3 × ₹5

= ₹15

03_8th_Maths_Algebra_TM.indd 79 20-02-2020 01:40:59 PM

எழுதுகோல்களின் எண்ணிக்கை x மற்றும் ஒரு எழுதுகோலின் விலை ₹.y எனில், பிறகு ஒவ்வொறு எழுதுகோலும் ₹ 5y வீதம் கீதா வாங்கிய $(3x^2)$ எழுதுகோல்களின் மொத்த விலை

$$= (3x^2) \times 5y$$
$$= (3 \times 5)(x^2 \times y)$$
$$= ₹\ 15x^2y$$

எடுத்துக்காட்டு 3.1

ஒரு செவ்வக வடிவ ஓவியத்தின் நீளம் மற்றும் அகலம் முறையே $4xy^3$ மற்றும் $3x^2y$ எனில், அதன் பரப்பளவைக் காண்க.

$3x^2y$

$4xy^3$

தீர்வு:

செவ்வக வடிவ ஓவியத்தின் பரப்பளவு,

$A =$ (நீளம் x அகலம்) சதுர அலகுகள்

$$= (4xy^3) \times (3x^2y)$$
$$= (4 \times 3)(x \times x^2)(y^3 \times y)$$

$A = 12x^3y^4$ சதுர அலகுகள்.

எடுத்துக்காட்டு 3.2

$2x^2y^2, 3y^2z$ மற்றும் $-z^2x^3$ ஆகியவற்றின் பெருக்கல்பலன் காண்க.

தீர்வு

இங்கு, $(2x^2y^2) \times (3y^2z) \times (-z^2x^3)$

$$= (+) \times (+) \times (-)(2 \times 3 \times 1)(x^2 \times x^3)(y^2 \times y^2)(z \times z^2)$$
$$= -6x^5y^4z^3.$$

இவற்றை முயல்க

பெருக்கல்பலன் காண்க

(i) $3ab^2, -2a^2b^3$

(ii) $4xy, 5y^2x, (-x^2)$

(iii) $2m, -5n, -3p$

3.2.2 ஒரு பல்லுறுப்புக் கோவையை ஓருறுப்புக் கோவையுடன் பெருக்குதல்

ஒரு வீதியில் 'a' எண்ணிக்கையில் கடைகள் உள்ளன. ஒவ்வொரு கடையிலும் 8 கூடைகளில் 'x' ஆப்பிள்கள் வீதமும், 3 கூடைகளில் 'y' ஆரஞ்சுககள் வீதமும் மற்றும் 5 கூடைகளில் 'z' வாழைப்பழங்ககள் வீதமும் உள்ளன எனில், கடைகளிலுள்ள ஆப்பிள், ஆரஞ்சு மற்றும் வாழைப்பழங்களின் மொத்த எண்ணிக்கை:

$$= a \times (8x + 3y + 5z)$$
$$= a(8x) + a(3y) + a(5z)$$
$$= 8ax + 3ay + 5az$$

குறிப்பு

பங்கீட்டுப் பண்பு	a என்பது ஒரு மாறிலி, x மற்றும் y ஆகியவை மாறிகள் எனில், பிறகு $a(x+y) = ax + ay$ எடுத்துக்காட்டு: $5(x+y) = 5x + 5y$

உங்களுக்குத் தெரியுமா?

ஓருறுப்புக் கோவை x ஓருறுப்புக் கோவை = ஓருறுப்புக் கோவை

ஈறுருப்புக் கோவை x ஓருறுப்புக் கோவை = ஈறுருப்புக் கோவை

ஈறுருப்புக் கோவை x ஈறுருப்புக் கோவை = ஈறுருப்புக் கோவை / பல்லுறுப்புக் கோவை

பல்லுறுப்புக் கோவை x ஓருறுப்புக் கோவை = பல்லுறுப்புக் கோவை

03_8th_Maths_Algebra_TM.indd 80 20-02-2020 01:41:06 PM

எடுத்துக்காட்டு 3.3

$3x^2y$ மற்றும் $(2x^3y^3 - 5x^2y + 9xy)$ ஐப் பெருக்குக

சிந்திக்க

$3+(4x-7y) \neq 12x-21y$ ஏன்?

தீர்வு:

இங்கு, $(3x^2y) \times (2x^3y^3 - 5x^2y + 9xy)$

$$= 3x^2y(2x^3y^3) - 3x^2y(5x^2y) + 3x^2y(9xy)$$

பல்லுறுப்புக் கோவையின் ஒவ்வொரு உறுப்பையும் ஓருறுப்புக் கோவையால் பெருக்குக.

$$= (3 \times 2)(x^2 \times x^3)(y \times y^3) - (3 \times 5)(x^2 \times x^2)(y \times y) + (3 \times 9)(x^2 \times x)(y \times y)$$

$$= 6x^5y^4 - 15x^4y^2 + 27x^3y^2$$

எடுத்துக்காட்டு 3.4

ஒரு வங்கியில் ராம் என்பவர் 'x' எண்ணிக்கையில் ₹ 2000 தாள்களும் 'y' எண்ணிக்கையில் ₹ 500 தாள்களும், z எண்ணிக்கையில் ₹ 100 தாள்களும் முதலீடு செய்தார். மேலும் வேலன் என்பவர் ராம் செய்த முதலீட்டைப் போன்று $3xy$ மடங்கு முதலீடு செய்தார் எனில், அவ்வங்கியில் வேலன் முதலீடு செய்த தொகை எவ்வளவு?

தீர்வு:

ராம் முதலீடு செய்த தொகை

$$= (x \times ₹2000 + y \times ₹500 + z \times ₹100)$$

$$= ₹(2000x + 500y + 100z)$$

வேலன் முதலீடு செய்த தொகை $= 3xy$ மடங்கு $\times$ ராம் முதலீடு செய்த தொகை

$$= 3xy \times (2000x + 500y + 100z)$$

$$= (3 \times 2000)(x \times x \times y) + (3 \times 500)(x \times y \times y) + (3 \times 100)(x \times y \times z)$$

$$= ₹(6000x^2y + 1500xy^2 + 300xyz)$$

இவற்றை முயல்க

(i) $(5x^2 + 7x - 3)$ ஐ $4x^2$ ஆல் பெருக்குக. (ii) $(10x - 7y + 5z)$ ஐ $6xyz$ ஆல் பெருக்குக.

(iii) $(ab + 3bc - 5ca)$ ஐ $-3a^2bc$ ஆல் பெருக்குக. (iv) $(4m^2 - 3m + 7)$ ஐ $-5m^3$ ஆல் பெருக்குக.

3.2.3 ஈறுருப்புக் கோவைகளின் பெருக்கல்

$b+3$

$l–5$

ஒரு செவ்வக வடிவ மலர்ப்படுகையின் உண்மையான நீளத்திலிருந்து 5 அலகுகள் குறைத்தும், உண்மையான அகலத்திலிருந்து 3 அலகுகள் அதிகரித்தும் இருக்கும்போது, செவ்வக வடிவ மலர்ப்படுகையின் பரப்பளவு என்ன?

ஒரு செவ்வகத்தின் பரப்பளவு $= l \times b$

இங்கு, செவ்வக வடிவ மலர்ப்படுக்கையின் பரப்பளவு $A = (l-5) \times (b+3)$ சதுர அடிகள்

இதனை, எவ்வாறு பெருக்குவது?

இப்போது இரண்டு ஈருறுப்புக் கோவைகளை எவ்வாறு பெருக்குவது எனக் கற்றுக் கொள்வோம்.

$(x+y)$ மற்றும் $(p+q)$ ஆகியவை இரண்டு ஈருறுப்புக் கோவைகள் எனக் கொள்க. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளவாறு அவற்றின் பெருக்கற்பலனைக் காணலாம்.

03_8th_Maths_Algebra_TM.indd 81 20-02-2020 01:41:13 PM

(i) கிடைமட்ட பங்கீட்டு முறை

$$(x+y)(p+q) = x(p+q)+y(p+q)$$
$$= xp+xq+yp+yq$$

(ii) செங்குத்து பங்கீட்டு முறை

$$\begin{array}{r} x+y \\ p+q \\ \hline xq+yq \\ xp+yp \quad \\ \hline = xp+xq+yp+yq \end{array}$$

(iii) கட்டக முறை

×	x	y
p	xp	yp
q	xq	yq

$= xp+xq+yp+yq$

(iv) FOIL முறை

Outer Last

$(x+y)\ (p+q) = xp+xq+yp+yq$ என நேரடியாகவும் பெருக்கலாம்.

First Inner

எனவே, மேலே கூறிய செவ்வக வடிவ மலர்ப்படுக்கையின் பரப்பளவு

(கிடைமட்ட பங்கீட்டு முறை) $A = (l-5)\times(b+3)$

$= l(b+3)-5(b+3)$

$A = (lb+3l-5b-15)$ சதுர அலகுகள்

மாற்று முறை

கட்டக முறை

×	l	-5
b	lb	$-5b$
3	$3l$	-15

$= (lb+3l-5b-15)$

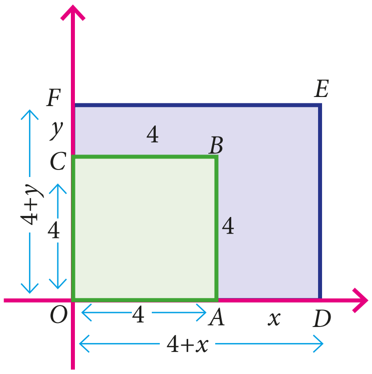
நாம் மேலும் ஓர் எடுத்துக்காட்டைப் பார்ப்போம். கொடுக்கப்பட்டப் படத்தினைப் பார்க்க, சதுரம் $OABC$ இல், $OA=4$ அலகுகள் ; $OC=4$ அலகுகள்

சதுரம் $OABC$ இன் பரப்பளவு $= 4\times 4$

$A = 16$ சதுர அலகுகள்

சதுரத்தின் அடுத்தடுத்த பக்கங்களை முறையே 'x' அலகுகள் மற்றும் 'y' அலகுகள் நீட்டிக்கப்படுகிறது எனக் கொள்க.

இப்போது $OD=(4+x)$ அலகுகள் மற்றும் $OF=(4+y)$ அலகுகள் பக்கங்களைக் கொண்ட $ODEF$ என்ற செவ்வகத்தை நாம் பெறுகிறோம்.



இங்கு, செவ்வகம் $ODEF$ ன் பரப்பளவு $A = (4+x)\ (4+y)$

(**FOIL** முறை) $A = 16+4y+4x+xy$ சதுர அலகுகள்

மாறுபட்ட உறுப்புகள், கூட்டமுடியாது

எடுத்துக்காட்டு 3.5

$(2x+5y)$ மற்றும் $(3x-4y)$ ஐப் பெருக்குக

தீர்வு:

கிடைமட்ட பங்கீட்டு முறையில் பெருக்க,

$$(2x+5y)(3x-4y) = 2x\ (3x-4y) + 5y\ (3x-4y)$$

$$= 6x^2-8xy+15xy-20y^2$$

$$= 6x^2+7xy-20y^2 \text{ (ஒத்த உறுப்புகளைச் சுருக்குக)}$$

மாற்று முறை

கட்டக முறையில் பெருக்க

×	$2x$	$5y$
$3x$	$6x^2$	$15xy$
$-4y$	$-8xy$	$-20y^2$

$= 6x^2-8xy+15xy-20y^2$

$= 6x^2+7xy-20y^2$

03_8th_Maths_Algebra_TM.indd 82 20-02-2020 01:41:17 PM

இவற்றை முயல்க

பெருக்குக

(i) $(a-5)$ மற்றும் $(a+4)$	(iv) $(2x+3)$ மற்றும் $(x-4)$
(ii) $(a+b)$ மற்றும் $(a-b)$	(v) $(3x+7)$ மற்றும் $(x-5)$
(iii) (m^4+n^4) மற்றும் $(m-n)$	(vi) $(x-2)$ மற்றும் $(6x-3)$

சிந்திக்க

(i) $3x^2(x^4-7x^3+2)$, என்ற கோவையின் உயர்ந்த அடுக்கு என்ன?

(ii) $-5y^2+2y-6$
$= -(5y^2+2y-6)$
என்பது சரியா?
தவறு எனில், சரி செய்க.

பயிற்சி 3.1

1. அட்டவணையை நிரப்புக.

$\times$	$2x^2$	$-2xy$	x^4y^3	$2xyz$	$(__)xz^2$
x^4					
$(___)$			$4x^5y^4$		
$-x^2y$					
$2y^2z$					$-10xy^2z^3$
$-3xyz$					
$(___)$				$-14xyz^2$	

2. உறுப்புகளின் பெருக்கற் பலனைக் காண்க.

   (i) $-2mn, (2m)^2, -3mn$ (ii) $3x^2y, -3xy^3, x^2y^2$

3. $l=4pq^2$, $b=-3p^2q$, $h=2p^3q^3$ எனில் $l\times b\times h$ இன் மதிப்பைக் காண்க

4. விரிவாக்குக

   (i) $5x(2y-3)$ (ii) $-2p(5p^2-3p+7)$

   (iii) $3mn(m^3n^3-5m^2n+7mn^2)$ (iv) $x^2(x+y+z)+y^2(x+y+z)+z^2(x-y-z)$

5. பெருக்கற் பலனைக் காண்க

   (i) $(2x+3)(2x-4)$ (ii) $(y^2-4)(2y^2+3y)$

   (iii) $(m^2-n)(5m^2n^2-n^2)$ (iv) $3(x-5)\times 2(x-1)$

6. விடுபட்ட மதிப்புகளைக் காண்க

   (i) $6xy\times$ _________ $=-12x^3y$ (ii) _________ $\times(-15m^2n^3p)=45m^3n^3p^2$

   (iii) $2y(5x^2y-$ ___ $+3$ ___ $)=10x^2y^2-2xy+6y^3$

7. பின்வருவனவற்றைப் பொருத்துக

a)	$4y^2 \times (-3y)$	(i)	$20x^2y - 20x$
b)	$-2xy(5x^2 - 3)$	(ii)	$5x^3 - 5xy^2 + 5x^2y$
c)	$5x(x^2 - y^2 + xy)$	(iii)	$4x^2 - 9$
d)	$(2x+3)(2x-3)$	(iv)	$-12y^3$
e)	$5x(4xy - 4)$	(v)	$-10x^3y + 6xy$

அ) iv, v, ii, i, iii ஆ) v, iv, iii, ii, i இ) iv, v, ii, iii, i ஈ) iv, v, iii, ii, i

8. ஒரு மகிழுந்து $(x+30)$ கி.மீ / மணி என்ற சீரான வேகத்தில் செல்கிறது. $(y+2)$ மணி நேரத்தில் அந்த மகிழுந்து கடந்த தூரத்தைக் காண்க. (குறிப்பு: தூரம் = வேகம் x நேரம்)

கொள்குறி வகை வினாக்கள்

9. $7p^3$ மற்றும் $(2p^2)^2$ இன் பெருக்கற்பலன்

(அ) $14p^{12}$ (ஆ) $28p^7$ (இ) $9p^7$ (ஈ) $11p^{12}$

10. $-3m^3n \times 9(__) =$ __________ m^4n^3 என்ற பெருக்கற்பலனில் விடுப்பட்ட மதிப்புகளைக் காண்க.

(அ) $mn^2, 27$ (ஆ) $m^2n, 27$ (இ) $m^2n^2, -27$ (ஈ) $mn^2, -27$

11. சதுரத்தின் பரப்பளவு $36x^4y^2$ எனில், அதன் பக்க அளவு _____________

(அ) $6x^4y^2$ (ஆ) $8x^2y^2$ (இ) $6x^2y$ (ஈ) $-6x^2y$

12. ஒரு செவ்வகத்தின் பரப்பளவு $48m^2n^3$ ச.அ மற்றும் நீளம் $8mn^2$ அலகுகள் எனில் அதன் அகலம்__ அலகுகள்.

(அ) $6\ mn$ (ஆ) $8m^2n$ (இ) $7m^2n^2$ (ஈ) $6m^2n^2$

13. ஒரு செவ்வக வடிவ நிலத்தின் பரப்பளவு $(a^2 - b^2)$ சதுர அலகுகள் மற்றும் அகலம் $(a-b)$ அலகுகள் எனில் அதன் நீளம்___________ அலகுகள் ஆகும்.

(அ) $a-b$ (ஆ) $a+b$ (இ) a^2-b (ஈ) $(a+b)^2$

3.3 இயற்கணிதக் கோவைகளின் வகுத்தல்

சென்ற பாடவேளைகளில், நாம் இயற்கணிதக் கோவைகளின் கூட்டல், கழித்தல் மற்றும் பெருக்கல் செயல்பாடுகளைக் கற்றோம். இப்போது, நாம் மற்றொரு அடிப்படை செயல்பாடான இயற்கணிதக் கோவைகளின் வகுத்தல் பற்றி காண்போம். வகுத்தல் என்பது பெருக்கலின் தலைகீழ் வடிவம் என நமக்குத் தெரியும். அதாவது

ஒவ்வொரு பந்தும் ₹.5/– வீதம் 10 பந்துகளின் விலை $= 10 \times 5$

$= ₹\ 50$

இதுவே நம்மிடம் ₹.50 உள்ளது, நாம் 10 பந்துகளை வாங்க நினைத்தால் பிறகு

ஒரு பந்தின் விலை $= ₹\ \frac{50}{10}$

$= ₹\ 5$

03_8th_Maths_Algebra_TM.indd 84 20-02-2020 01:41:36 PM

நாம் மேலே காண்பது எண்களின் வகுத்தல் செயல்பாடு ஆகும். ஆனால் கொடுக்கப்பட்ட ஒரு கோவையை மற்றொரு கோவையால் நீங்கள் எப்படி வகுப்பீர்கள்?

நிச்சயமாக, இதே போன்று அடுக்குக்குறி விதியைப் பயன்படுத்தி இயற்கணிதக் கோவையை வகுக்கலாம்.

'x' என்பது மாறி மற்றும் m, n ஆகியவை மாறலி எனக் கொண்டால், $x^m \div x^n = x^{m-n}$ இங்கு $m > n$

3.3.1 ஒருறுப்புக் கோவையை மற்றோர் ஒருறுப்புக் கோவையால் வகுத்தல்

$10p^4$ என்ற ஒருறுப்புக் கோவையை, $2p^3$ என்ற மற்றொரு ஒருறுப்புக் கோவையால் வகுக்க, நமக்குக் கிடைப்பது

$$10p^4 \surd 2p^3$$

$$\frac{10p^4}{2p^3} = \frac{\overset{5}{\cancel{10}} \times p \times \cancel{p} \times \cancel{p} \times \cancel{p}}{\cancel{2} \times \cancel{p} \times \cancel{p} \times \cancel{p}}$$ (அடுக்குகளை விரிவாக்க)

$$= 5p$$

சிந்திக்க

பின்வரும் வகுத்தல் செயல்பாடுகள் சரியானவையா?

(i) $\frac{x^3}{x^8} = x^{8-3} = x^5$ (ii) $\frac{10m^4}{10m^4} = 0$

(iii) ஓர் ஒருறுப்புக் கோவையை அதேக் கோவையால் வகுக்க, நமக்கு 1 கிடைக்கும்.

இருந்த போதும், இந்த வகுத்தலை அடுக்குக்குறி விதிகளைப் பின்பற்றியும் வகுக்கலாம்.

$$\frac{10p^4}{2p^3} = 5p^{4-3}$$

$$= 5p$$

$$\frac{x^m}{x^n} = x^{m-n}$$

எடுத்துக்காட்டு 3.6

வேலு தன்னுடைய படம் ஒட்டும் குறிப்பேட்டில் ஒரு பக்கத்திற்கு $4xy$ படங்களை ஒட்டினார். அதே போன்று $100x^2y^3$ படங்களை ஒட்டுவதற்கு எத்தனை பக்கங்கள் அவருக்குத் தேவை? (x மற்றும் y மிகை முழுக்கள் ஆகும்)

தீர்வு:

மொத்தப் படங்களின் எண்ணிக்கை $= 100x^2y^3$

ஒரு பக்கத்தில் உள்ள படங்களின் எண்ணிக்கை $= 4xy$

தேவையான மொத்த பக்கங்களின் எண்ணிக்கை $= \frac{\text{மொத்தப் படங்களின் எண்ணிக்கை}}{\text{ஒரு பக்கத்தில் உள்ள படங்களின் எண்ணிக்கை}}$

$$= \frac{\overset{25}{\cancel{100}}x^2y^3}{\cancel{4}xy} = 25x^{2-1}y^{3-1}$$

$$= 25xy^2$$

இவற்றை முயல்க

வகுக்க

(i) $12x^3y^2 \div x^2y$ (ii) $-20a^5b^2 \div 2a^3b^7$ (iii) $28a^4c^2 \div 21ca^2$

(iv) $(3x^2y)^3 \div 6x^2y^3$ (v) $64m^4(n^2)^3 \div 4m^2n^2$ (vi) $(8x^2y^2)^3 \div (8x^2y^2)^2$

(vii) $81p^2q^4 \div \sqrt{81p^2q^4}$ (vii) $(4x^2y^3)^0 \div \frac{(x^3)^2}{x^6}$

03_8th_Maths_Algebra_TM.indd 85 20-02-2020 01:41:43 PM

3.3.2 ஒரு பல்லுறுப்புக் கோவையை ஒருறுப்புக் கோவையால் வகுத்தல்

ஒரு பல்லுறுப்புக் கோவையை, ஒருறுப்புக் கோவையால் வகுக்க, பல்லுறுப்புக் கோவையின் ஒவ்வொரு உறுப்பையும் ஒருறுப்புக் கோவையால் வகுக்க வேண்டும்.

எடுத்துக்காட்டு 3.7

$(5y^3 - 25y^2 + 8y)$ ஐ $5y$ ஆல் வகுக்க.

தீர்வு:

இங்கு, $(5y^3 - 25y^2 + 8y) \div 5y$

$$= \frac{5y^3 - 25y^2 + 8y}{5y}$$

$$= \frac{\cancel{5}y^3}{\cancel{5}y} - \frac{\overset{5}{\cancel{25}}y^2}{\cancel{5}y} + \frac{8y}{5y}$$

$$= y^{3-1} - 5y^{2-1} + \frac{8}{5}$$

$$= y^2 - 5y + \frac{8}{5}$$

சிந்திக்க

பின்வரும் வகுத்தல் செயல்பாடுகள் சரியானவையா? தவறு எனில், சரி செய்க.

(i) $\frac{4y+3}{4} = y + 3$ (ii) $\frac{5m^2+9}{9} = 5m^2$

(iii) $\frac{2x^2+8}{4} = 2x^2 + 2.$

இவற்றை முயல்க

(i) $(16y^5 - 8y^2) \div 4y$

(ii) $(p^5q^2 + 24p^3q - 128q^3) \div 6q$

(iii) $(4m^2n + 9n^2m + 3mn) \div 4mn$

3.4 சில பொதுவான தவறுகளைத் தவிர்த்தல்

	தவறுகள்	சரியான முறை	காரணம்
1.	$2xx = 2x$	$2xx = 2 \times x^1 \times x^1 = 2x^2$	மாறிகளின் பெருக்கல்
2.	$-3x - 4x = -1x$	$-3x - 4x = -7x$	ஒத்த குறி உடைய உறுப்புகளைக் கூட்டி, அதே குறியை விடையில் இடவேண்டும்.
3.	$4y + 3y + y = 7y$	$4y + 3y + y = 8y$	y என்பது 1y, இதில் கெழு 1 ஐ பொதுவாக எழுதுவது இல்லை, ஆனால் 1 இருப்பதாக கொள்ள வேண்டும்.
4.	$5x + 3x = 8x^2$	$5x + 3x = 8x$	ஒத்த உறுப்புகளைக் கூட்டும்போது (அ) கழிக்கும்போது அவைகளின் கெழுக்களை மட்டுமே கூட்டவோ (அ) கழிக்கவோ வேண்டும். மாறிகளை அப்படியே வைத்திருக்க வேண்டும்.
5.	$9x + 1 = 10x$	$9x + 1 = 9x + 1$	மாறுபட்ட உறுப்புகளைக் கூட்டவோ அல்லது கழிக்கவோ முடியாது.
6.	$3x + 4y = 7xy$	$3x + 4y = 3x + 4y$	மாறுபட்ட உறுப்புகளைக் கூட்ட முடியாது.
7.	$3(4x + 9)$ $= 12x + 9$	$3(4x + 9) = 12x + 27$	பொது காரணி 3 ஆல் கோவையின் அனைத்து உறுப்புகளையும் பெருக்க வேண்டும்.
8.	$5 + (3y - 4)$ $= 15y - 20$	$5 + (3y - 4)$ $= 5 + 3y - 4$	இரண்டு காரணிகளுக்கு இடையில் கூட்டல் குறி உள்ளது. பெருக்கல் செய்யக்கூடாது
9.	$(-7x^2 + 2x + 3)$ $= -(7x^2 + 2x + 3)$	$-7x^2 + 2x + 3$ $= -(7x^2 - 2x - 3)$	(-1) ஐப் பொது காரணியாக எடுக்கக், கோவையின் அனைத்து உறுப்புகளின் குறிகளும் மாறுபடும்.

03_8th_Maths_Algebra_TM.indd 86 20-02-2020 01:41:51 PM

10.	$(2x)^2 = 2x^2$	$(2x)^2 = 2^2 \times x^2 = 4x^2$	அடைப்புக் குறிகளுக்குள் உள்ள அடிமானத்தின் ஒவ்வொரு காரணிக்கும் அடுக்கு பொதுவானது.
11.	$(2x-5)(3x-4)$ $= 6x^2+20$	$(2x-5)(3x-4)$ $= 2x(3x-4)-5(3x-4)$ $= 6x^2-8x-15x+20$ $= 6x^2-23x+20$	பங்கீட்டு விதியைப் பின்பற்றிச் செய்யவேண்டும்.
12.	$(x-9)^2 = x^2-9^2$	$(x-9)^2 = (x-9)(x-9)$ $= x^2-2(x)(9)+9^2$ $= x^2-18x+81$	முற்றொருமைகள் $(a+b)^2$, $(a\text{-}b)^2$ ஐப் பயன்படுத்தி ஈருறுப்புக் கோவைகளைப் பெருக்குதல்
13.	$\frac{p^2}{p^5} = p^{5-2} = p^3$	$\frac{p^2}{p^5} = \frac{1}{p^{5-2}} = \frac{1}{p^3}$	அடுக்குக்குறி விதிகள் $x^m \div x^n = x^{m-n}$ இங்கு $m > n$
14.	$\frac{x^2+5}{5} = x^2$	$\frac{x^2+5}{5} = \frac{x^2}{5} + \frac{5}{5}$ $= \frac{x^2}{5}+1$	கோவையின் ஒவ்வொரு உறுப்பையும் பகுதியால் வகுக்கவேண்டும்.
15.	$\frac{5\cancel{m}^2}{5\cancel{m}^2} = 0$	$\frac{5m^2}{5m^2} = 1$	ஓர் உறுப்பை அதே உறுப்பால் வகுத்தால் விடை 1 வரும்.

பயிற்சி 3.2

1. கோடிட்ட இடங்களை நிரப்புக

   (i) $\frac{18m^4(__)}{2m^3n^3} = ______ mn^5$ (ii) $\frac{l^4m^5n^{(__)}}{2lm^{(__)}n^6} = \frac{l^3m^2n}{(__)}$ (iii) $\frac{42a^4b^5(__)}{6a^4b^2} = (__)b^{(__)}c^2$

2. சரியா? அல்லது தவறா? எனக் கூறுக.

   (i) $8x^3y \div 4x^2 = 2xy$

   (ii) $7ab^3 \div 14ab = 2b^2$

3. வகுக்க.

   (i) $27y^3 \div 3y$ (ii) $x^3y^2 \div x^2y$

   (iii) $45x^3y^2z^4 \div (-15xyz)$ (iv) $(3xy)^2 \div 9xy$

4. சுருக்குக.

   (i) $\frac{3m^2}{m} + \frac{2m^4}{m^3}$ (ii) $\frac{14p^5q^3}{2p^2q} - \frac{12p^3q^4}{3q^2}$

5. வகுக்க:

   (i) $(32y^2 - 8yz) \div 2y$ (ii) $(4m^2n^3 + 16m^4n^2 - mn) \div 2mn$

   (iii) $5xy^2 - 18x^2y^3 + 6xy \div 6xy$ (iv) $81(p^4q^2r^3 + 2p^3q^3r^2 - 5p^2q^2r^2) \div (3pqr)^2$

03_8th_Maths_Algebra_TM.indd 87 20-02-2020 01:41:59 PM

6. தவறுகளைக் கண்டறிந்துச் சரிசெய்க.

(i) $7y^2 - y^2 + 3y^2 = 10y^2$ (ii) $6xy + 3xy = 9x^2y^2$ (iii) $m(4m-3) = 4m^2 - 3$

(iv) $(4n)^2 - 2n + 3 = 4n^2 - 2n + 3$ (v) $(x-2)(x+3) = x^2 - 6$

(vi) $-3p^2 + 4p - 7 = -(3p^2 + 4p - 7)$

7. கூற்று A: $24p^2q$ ஐ $3pq$ ஆல் வகுத்தால் கிடைக்கும் ஈவு 8p ஆகும்.

கூற்று B: $\dfrac{(5x+5)}{5}$ ஐ சுருக்கும்போது $5x$ கிடைக்கும்.

(அ) இரண்டு கூற்றுகளும் சரி (ஆ) கூற்று A சரி ஆனால் கூற்று B தவறு

(இ) கூற்று A தவறு ஆனால் கூற்று B சரி (ஈ) இரண்டு கூற்றுகளும் தவறு

8. கூற்று A: $4x^2 + 3x - 2 = 2(2x^2 + \dfrac{3x}{2} - 1)$

கூற்று B: $(2m–5)–(5–2m) = (2m–5) + (2m–5)$

(அ) இரண்டு கூற்றுகளும் சரி (ஆ) கூற்று A சரி ஆனால் கூற்று B தவறு

(இ) கூற்று A தவறு ஆனால் கூற்று B சரி (ஈ) இரண்டு கூற்றுகளும் தவறு

3.5 முற்றொருமைகள்

நாம் சென்ற வகுப்பில் அடிப்படை இயற்கணித முற்றொருமைகள் பற்றி படித்துள்ளோம். இயற்கணித முற்றொருமை என்பது ஒரு சமன்பாடு ஆகும். அதில் உள்ள மாறிகள் எந்த ஒரு மதிப்புக்கும் அச்சமன்பாட்டை நிறைவு செய்யும், இப்போது நாம் சென்ற வகுப்பில் படித்த நான்கு முற்றொருமைகளை நினைவு கூர்வோம். அவை

$$(a+b)^2 \equiv a^2 + 2ab + b^2 \qquad (a-b)^2 \equiv a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a^2 - b^2) \equiv (a+b)(a-b) \qquad (x+a)(x+b) \equiv x^2 + (a+b)x + ab$$

குழப்பங்களை தவிர்க்க சர்வசம குறியீட்டுக்கு (≡) பதிலாக சமக்குறியீடு (=) ஆலும் முற்றொருமைகள் குறிக்கப்படுகிறது

இவற்றை முயல்க

பின்வருவனவற்றை விரிவாக்குக.

(i) $(p+2)^2 =$ .... (ii) $(3-a)^2 =$ ....

(iii) $(6^2 - x^2) =$ .... (iv) $(a+b)^2 - (a-b)^2 =$ ....

(v) $(a+b)^2 = (a+b) \times$ .... (vi) $(m+n)(.....) = m^2 - n^2$

(vii) $(m+...)^2 = m^2 + 14m + 49$ (xiii) $(k^2 - 49) = (k+...)(k-...)$

(ix) $m^2 - 6m + 9 =$ .... (x) $(m-10)(m+5) =$ ....

குறிப்பு

$7x+3 = 10$ இக்கு மட்டுமே $x=1$ ஒரு தீர்வாகும். ஆனால் $(x+2)^2 = x^2 + 4x + 4$. இல் x இன் எந்த மதிப்பும் இதனை நிறைவு செய்யும். எனவே $7x+3 = 10$ என்பது ஒரு சமன்பாடு ஆகும். $(x+2)^2 = x^2 + 4x + 4$ என்பது ஒரு முற்றொருமையாகும். எனவே ஒரு முற்றொருமை என்பது சமன்பாடாகும் ஆனால் அதன் மறுதலை உண்மையல்ல.

03_8th_Maths_Algebra_TM.indd 88 20-02-2020 01:42:05 PM

3.5.1 முற்றொருமைகளின் பயன்பாடு

இயற்கணிதக் கோவைகளின் பெருக்கல் மூலம் தீர்வு காணும் கணக்குகளை இயற்கணித முற்றொருமைகளைப் பயன்படுத்தி மாற்றுமுறையில் தீர்வு காணமுடியும்.

எடுத்துக்காட்டு 3.8

$(3a+4c)^2$ இன் மதிப்பை $(a+b)^2$ என்ற முற்றொருமையைப் பயன்படுத்திக் காண்க.

தீர்வு:

$(3a+4c)^2$ ஐ $(a+b)^2$ உடன் ஒப்பிட நமக்கு $a=3a, b=4c$ எனக் கிடைக்கிறது

இங்கு $(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$

$\therefore \quad (3a+4c)^2 = (3a)^2 + 2(3a)(4c) + (4c)^2$ (a, b மதிப்புகளைப் பிரதியிட)

மேலும், $\quad = 3^2a^2 + (2\times3\times4)(a\times c) + 4^2c^2$

$(3a+4c)^2 = 9a^2 + 24ac + 16c^2$

எடுத்துக்காட்டு 3.9

998^2 ன் மதிப்பை $(a-b)^2$ என்ற முற்றொருமையைப் பயன்படுத்திக் காண்க.

தீர்வு:

998 ஐ $(1000-2)$ என எழுத இயலும்.

$\therefore \quad (998)^2 = (1000-2)^2$

இது $(a-b)^2$, உடன் ஒப்பிட நமக்கு $a=1000$, $b=2$ எனக் கிடைக்கிறது.

இங்கு $(a-b)^2 = a^2-2ab+b^2$

$(1000-2)^2 = (1000)^2 - 2(1000)(2) + (2)^2$

$= 1000000 - 4000 + 4$

$(998)^2 = 996004$

சிந்திக்க

$(3a)^2$ க்கு சமமானது எது?

(i) $3a^2$ (ii) 3^2a

(iii) $6a^2$ (iv) $9a^2$

எடுத்துக்காட்டு 3.10

$(3x+5y)(3x-5y)$ ன் மதிப்பை $(a+b)(a-b)$ என்ற முற்றொருமையைப் பயன்படுத்திக் காண்க.

தீர்வு:

இங்கு, $(3x+5y)(3x-5y)$

$(a+b)(a-b)$ உடன் ஒப்பிட நமக்கு $a=3x \quad b=5y$ எனக் கிடைக்கிறது.

இங்கு $(a+b)(a-b) = a^2-b^2$

$(3x+5y)(3x-5y) = (3x)^2 - (5y)^2$ (a, b மதிப்புகளை பிரதியிட)

$= 3^2x^2 - 5^2y^2$

$(3x+5y)(3x-5y) = 9x^2 - 25y^2$

03_8th_Maths_Algebra_TM.indd 89 20-02-2020 01:42:12 PM

எடுத்துக்காட்டு 3.11

y^2-16 ஐ a^2-b^2 என்ற முற்றொருமையைப் பயன்படுத்தி விரிவாக்குக.

தீர்வு:

y^2-16 ஐ y^2-4^2 என எழுதலாம்.

a^2-b^2 உடன் ஒப்பிட நமக்கு $a=y, b=4$ எனக் கிடைக்கிறது.

இங்கு $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

$$y^2-4^2=(y+4)(y-4)$$

$$y^2-16=(y+4)(y-4)$$

எடுத்துக்காட்டு 3.12

$(5x+3)(5x+4)$ ஐ $(x+a)$ $(x+b)$ என்ற முற்றொருமையைப் பயன்படுத்திச் சுருக்குக.

தீர்வு:

$(5x+3)(5x+4)$ ஐ $(x+a)(x+b)$ உடன் ஒப்பிட, $x=5x$ மற்றும் $a=3$, $b=4$ எனக்கிடைக்கிறது

$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$ (x, a மற்றும் b ன் மதிப்புகளைப் பிரதியிட)

$$(5x+3)(5x+4)=(5x)^2+(3+4)\,(5x)+(3)\,(4)$$

$$=5^2x^2+(7)(5x)+12$$

$$(5x+3)(5x+4)=25x^2+35x+12$$

இவற்றை முயல்க

பொருத்தமான முற்றொருமையைப் பயன்படுத்தி விரிவாக்குக.

(i) $(3p+2q)^2$ (ii) $(105)^2$ (iii) $(2x-5d)^2$ (iv) $(98)^2$ (v) $(y-5)(y+5)$

(vi) $(3x)^2-5^2$ (vii) $(2m+n)(2m+p)$ (viii) $\mathrm{N}\,203\times197$

(ix) $(x-2)$ பக்க அளவுள்ள சதுரத்தின் பரப்பளவு காண்க.

(x) நீளம் மற்றும் அகலம் முறையே $(y+4)$ மற்றும் $(y-3)$ என கொண்ட செவ்வகத்தின் பரப்பளவைக் காண்க.

3.6 கன முற்றொருமைகள்

I. $(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$

இந்தக் கன முற்றொருமையை நேரடிப் பெருக்கல் மூலம் சரிபார்க்கலாம்,

மாற்று முறை

$\times$	a^2	$2ab$	b^2
a	a^3	$2a^2b$	ab^2
b	a^2b	$2ab^2$	b^3

$=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$

இங்கு, இடது பக்கம் = $(a+b)^3$

$=[(a+b)(a+b)](a+b)$ (விரிவாக்க நிலை)

$=(a+b)^2(a+b)$

$=(a^2+2ab+b^2)(a+b)$ (முற்றொமையைப் பயன்படுத்துக)

$=a(a^2+2ab+b^2)+b(a^2+2ab+b^2)$ (பங்கீட்டு வீதியைப் பயன்படுத்துக)

03_8th_Maths_Algebra_TM.indd 90 20-02-2020 01:42:20 PM

$= a^3 + 2a^2b + ab^2 + ba^2 + 2ab^2 + b^3$

$= a^3 + (2a^2b + ba^2) + (ab^2 + 2ab^2) + b^3$ (ஒத்த உறுப்புகளைச் சேர்க்க)

$= a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

= வலது பக்கம்

$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

இங்கு, நேரடிப் பெருக்கல் மூலம் கன முற்றொருமையை சரி பார்த்தோம்.

செயல்பாடு

$(a+b)^3$ இன் வடிவியல் நிரூபணத்தை உன்னுடைய ஆசிரியர் துணையுடன் செய்து காணலாம்.

II $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

இந்தக் கன முற்றொருமையை நேரடிப் பெருக்கல் மூலம் சரிபார்க்கலாம்.

இடது பக்கம் $(a-b)^3 = (a-b)(a-b)(a-b)$

$= (a-b)^2 \times (a-b)$

$= (a^2 - 2ab + b^2)(a-b)$

$= a(a^2 - 2ab + b^2) - b(a^2 - 2ab + b^2)$

$= a^3 - 2a^2b + ab^2 - ba^2 + 2ab^2 - b^3$

$= a^3 - 2a^2b - ba^2 + ab^2 + 2ab^2 - b^3$

$= a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

= வலது பக்கம்

$a^2b = ba^2$ பெருக்கல் செயல் பரிமாற்றுப் பண்பை நிறைவு செய்யும்.

மாற்று முறை

$\times$	a^2	$-2ab$	b^2
a	a^3	$-2a^2b$	ab^2
$-b$	$-a^2b$	$2ab^2$	$-b^3$

$= a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

இங்கு, நேரடிப் பெருக்கல் மூலம் கன முற்றொருமையை சரி பார்த்தோம்

III $(x+a)(x+b)(x+c) = x^3 + (a+b+c)x^2 + (ab+bc+ca)x + abc$

$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$ என்ற முற்றொருமையை நமக்குத் தெரியும். அதனுடன் $(x+c)$ என்ற ஈருறுப்புக் கோவையைப் பெருக்க நமக்குக் கிடைப்பது.

$(x+a)(x+b)(x+c) = [(x+a)(x+b)](x+c)$

$= (x^2 + (a+b)x + ab) \times (x+c)$

$= x[x^2 + (a+b)x + ab] + c[x^2 + (a+b)x + ab]$ (பங்கீட்டு விதி)

$= x^3 + (a+b)x^2 + abx + cx^2 + (a+b)xc + abc$

$= x^3 + ax^2 + bx^2 + abx + cx^2 + acx + bcx + abc$

$= x^3 + (a+b+c)x^2 + (ab+bc+ca)x + abc$ (x^2, x உறுப்புக்களைச் சேர்க்க)

$(x+a)(x+b)(x+c) = x^3 + (a+b+c)x^2 + (ab+bc+ca)x + abc$

இவ்வாறு கன முற்றொருமைகளைத் தொகுக்கலாம்.

03_8th_Maths_Algebra_TM.indd 91 20-02-2020 01:42:27 PM

- $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
- $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$
- $(x+a)(x+b)(x+c) = x^3 + (a+b+c)x^2 + (ab+bc+ca)x + abc$

மாற்று வடிவங்கள்

மேற்கண்ட முற்றொருமையின் மாற்று வடிவங்களை பின்வருமாறுப் பெறலாம்.

(i) $(a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a+b)$

(ii) $a^3 + b^3 = (a+b)\left(a^2 - ab + b^2\right)$

(iii) $(a-b)^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a-b)$

(iv) $a^3 - b^3 = (a-b)\left(a^2 + ab + b^2\right)$

எவ்வாறு? முயன்று பார்.

3.6.1 கன முற்றொருமைகளின் பயன்பாடு

I. $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ என்ற முற்றொருமையைப் பயன்படுத்துதல்

எடுத்துக்காட்டு 3.13

விரிவாக்குக $(x+4)^3$

$(4)^2 = 4 \times 4 = 16$
$(4)^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$

தீர்வு:

இங்கு $(x+4)^3$ ஐ $(a+b)^3$ என்ற முற்றொருமையுடன் ஒப்பிட நமக்குக் கிடைப்பது $a = x$, $b = 4$

எனவே $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

$(x+4)^3 = (x)^3 + 3(x)^2(4) + 3(x)(4)^2 + (4)^3$ (a, b மதிப்புகளைப் பிரதியிட)

$= (x)^3 + 3x^2(4) + 3(x)(16) + 64$

$(x+4)^3 = x^3 + 12x^2 + 48x + 64$

இதனை $(a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a+b)$ பயன்படுத்தி விரிவாக்குக

எடுத்துக்காட்டு 3.14

$(103)^3$ இன் மதிப்பைக் காண்க.

தீர்வு:

இங்கு, $(103)^3 = (100+3)^3$

$(a+b)^3$ என்ற முற்றொருமையுடன் ஒப்பிட நமக்குக் கிடைப்பது $a = 100, b = 3$

$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ (a, b மதிப்புகளைப் பிரதியிட)

$(100+3)^3 = (100)^3 + 3(100)^2(3) + 3(100)(3)^2 + (3)^3$

$= 1000000 + 3(10000)(3) + 3(100)(9) + 27$

$= 1000000 + 90000 + 2700 + 27$

$(103)^3 = 1092727$

03_8th_Maths_Algebra_TM.indd 92 20-02-2020 01:42:32 PM

II. $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$ என்ற முற்றொருமையைப் பயன்படுத்துதல்.

எடுத்துக்காட்டு 3.15

விரிவாக்குக: $(y-5)^3$

தீர்வு:

இங்கு $(y-5)^3$ ஐ $(a-b)^3$, என்ற முற்றொருமையுடன் ஒப்பிட நமக்குக் கிடைப்பது $a = y, b = 5$

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$(y-5)^3 = (y)^3 - 3(y)^2(5) + 3(y)(5)^2 - (5)^3$$

$$= (y)^3 - 3y^2(5) + 3(y)(25) - 125$$

$$(y-5)^3 = y^3 - 15y^2 + 75y - 125$$

இதனை

$$(a-b)^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a-b)$$

பயன்படுத்தி விரிவாக்குக

எடுத்துக்காட்டு 3.16

$(98)^3$ ன் மதிப்பைக் காண்க

தீர்வு:

இங்கு, $(98)^3 = (100-2)^3$

$(a-b)^3$ என்ற முற்றொருமையுடன் ஒப்பிட நமக்குக் கிடைப்பது $a = 100, b = 2$

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$(100-2)^3 = (100)^3 - 3(100)^2(2) + 3(100)(2)^2 - (2)^3$$

$$= 1000000 - 3(10000)(2) + 3(100)(4) - 8$$

$$= 1000000 - 60000 + 1200 - 8$$

$$= 941192$$

III. $(x+a)(x+b)(x+c) = x^3 + (a+b+c)x^2 + (ab+bc+ca)x + abc$ என்ற முற்றொருமையைப் பயன்படுத்துதல்

எடுத்துக்காட்டு 3.17

விரிவாக்குக: $(x+3)(x+5)(x+2)$

தீர்வு:

$(x+a)(x+b)(x+c)$ என்ற முற்றொருமையுடன் ஒப்பிட நமக்குக் கிடைப்பது, $x = x$, $a = 3$, $b = 5$, $c = 2$

$$(x+a)(x+b)(x+c) = x^3 + (a+b+c)x^2 + (ab+bc+ca)x + abc$$

$$(x+3)(x+5)(x+2) = (x)^3 + (3+5+2)(x)^2 + (3\times5 + 5\times2 + 2\times3)x + (3)(5)(2)$$

$$= x^3 + 10x^2 + (15+10+6)x + 30$$

$$(x+3)(x+5)(x+2) = x^3 + 10x^2 + 31x + 30$$

இவற்றை முயல்க

விரிவாக்குக : (i) $(x+5)^3$ (ii) $(y-2)^3$ (iii) $(x+1)(x+4)(x+6)$

03_8th_Maths_Algebra_TM.indd 93 20-02-2020 01:42:38 PM

பயிற்சி 3.3

1. விரிவாக்குக

   (i) $(3m+5)^2$ (ii) $(5p-1)^2$ (iii) $(2n-1)(2n+3)$ (iv) $4p^2-25q^2$

2. விரிவாக்குக

   (i) $(3+m)^3$ (ii) $(2a+5)^3$ (iii) $(3p+4q)^3$ (iv) $(52)^3$ (v) $(104)^3$

3. விரிவாக்குக

   (i) $(5-x)^3$ (ii) $(2x-4y)^3$ (iii) $(ab-c)^3$ (iv) $(48)^3$ (v) $(97xy)^3$

4. சுருக்குக $(p-2)(p+1)(p-4)$

5. $(x+1)$ செ.மீ பக்க அளவுள்ள கனச்சதுரத்தின் கன அளவைக் காண்க.

6. $(x+2), (x-1)$ மற்றும் $(x-3)$ ஆகிய பக்க அளவுகள் கொண்ட கனச்செவ்வகத்தின் கன அளவைக் காண்க.

கொள்குறி வகை வினாக்கள்

7. $x^2-y^2 = 16$ மற்றும் $(x+y) = 8$ எனில் $(x-y)$ என்பது ____________

   (அ) 8 (ஆ) 3 (இ) 2 (ஈ) 1

8. $\dfrac{(a+b)(a^3-b^3)}{(a^2-b^2)} =$ ____________

   (அ) a^2-ab+b^2 (ஆ) a^2+ab+b^2 (இ) $a^2+2ab+b^2$ (ஈ) $a^2-2ab+b^2$

9. $(p+q)(p^2-pq+q^2)$ என்பது ______________க்கு சமம்.

   (அ) p^3+q^3 (ஆ) $(p+q)^3$ (இ) p^3-q^3 (ஈ) $(p-q)^3$

10. $(a-b)=3$ மற்றும் $ab=5$ பிறகு $a^3-b^3 =$ ____________

    (அ) 15 (ஆ) 18 (இ) 62 (ஈ) 72

11. $a^3+b^3 = (a+b)^3 -$ ___________

    (அ) $3a(a+b)$ (ஆ) $3ab(a-b)$ (இ) $-3ab(a+b)$ (ஈ) $3ab(a+b)$

3.7 காரணிப்படுத்துதல்

எந்த ஒரு எண்ணையும், இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட எண்களின் பெருக்கற்பலனாக எழுதுவதைக் **காரணிப்படுத்துதல்** என்கிறோம். எண் 12 ஐப் பகாக் காரணிகளின் பெருக்கற்பலனாகக் எழுதலாம். $12 = 2 \times 2 \times 3$ இதனைப் **பகாக் காரணிபடுத்துதல்** என்கிறோம்.

இயற்கணிதக் கோவையை எவ்வாறு காரணிப்படுத்துவீர்கள்? ஆம். கொடுக்கப்பட்ட கோவையை இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட கோவைகளின் பெருக்கல்பலனாக எழுத முடிந்தால் அதனைக் கோவைகளின் காரணிப்படுத்துதல் என்கிறோம்.

குறிப்பு

பகா எண்கள்: ஒன்றாலும், தன்னாலும் வகுபடக் கூடிய எண்கள் அல்லது இரண்டு காரணிகளை மட்டுமே உடைய எண்கள். எடுத்துக்காட்டு: 2, 3, 5, 7, 11, ...

பகு எண்கள்: இரண்டுக்கும் மேற்பட்ட காரணிகளை உடைய எண்கள். எடுத்துக்காட்டு: 4, 6, 8, 9, 10, 12, ...

03_8th_Maths_Algebra_TM.indd 94 20-02-2020 01:42:43 PM

எடுத்துக்காட்டாக (i) $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ இங்கு $(a+b)$ மற்றும் $(a-b)$ ஆகியவை $a^2 - b^2$ இன் இரண்டு காரணிகள் ஆகும்.

(ii) $5y + 30 = 5(y+6)$ இங்கு 5 மற்றும் $(y+6)$ ஆகியவை $5y+30$ இன் இரண்டு காரணிகள் ஆகும்.

மேலும் எந்த ஒரு கோவையையும் நாம் (1) x (கோவை) எனக் காரணிப்படுத்தலாம்.

எடுத்துக்காட்டாக $a^2 - b^2$ என்பதனை $(1)\times\left(a^2 - b^2\right)$ அல்லது $(-1)\times\left(b^2 - a^2\right)$ என காரணிப்படுத்த முடியும். ஏனென்றால் எண் 1, அனைத்து எண்கள் மற்றும் கோவைகளின் காரணி ஆகும்.

எனவே, நாம் கோவைகளைக் காரணிப்படுத்தும்போது, கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளவற்றுள் பொருத்தமானக் காரணிப்படுத்துதல் முறையைப் பின்பற்றி இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட காரணிகளைப் பெறலாம் (1 ஐ தவிர).

வகை 1: ஒவ்வொரு உறுப்பிலும் உள்ள பொதுக் காரணியை வெளியே எடுத்துக் காரணிப்படுத்துதல்

கோவையில் உள்ள அனைத்துப் பொதுக் காரணிகளையும் வெளியே எடுத்து காரணிகளை வரிசைப்படுத்த வேண்டும்.

எடுத்துக்காட்டு 3.18

காரணிப்படுத்துக: $4x^2y + 8xy$

தீர்வு:

இங்கு, $4x^2y + 8xy$ ஐ கீழ்க்கண்டவாறு எழுதலாம்

$= (2\times 2\times x\times x\times y) + (2\times 2\times 2\times x\times y)$

$2, 2, x, y$ என்ற பொதுக் காரணிகளை வெளியே எடுக்க, நமக்குக் கிடைப்பது,

$= 2\times 2\times x\times y(x+2)$

$= 4xy(x+2)$

வகை 2: ஒவ்வொரு உறுப்பில் இருந்தும் பொதுவாக உள்ள ஈருறுப்புக் காரணியை வெளியே எடுத்து காரணிப்படுத்துதல்.

எடுத்துக்காட்டு 3.19

(i) காரணிப்படுத்துக: $(2x+5)(x-y) + (4y)(x-y)$

தீர்வு:

இங்கு $(2x+5)(x-y) + (4y)(x-y)$

$(x-y)$ என்ற பொதுக் காரணியை வெளியே எடுக்க நமக்கு கிடைப்பது, $(x-y)(2x+5+4y)$

(ii) காரணிப்படுத்துக: $3n(p-2) + 4(2-p)$

தீர்வு:

இங்கு $3n(p-2) + 4(2-p)$ $(-)$ ஐ வெளியே எடுக்க

$3n(p-2) - 4(p-2)$

$(p-2)$ என்ற பொதுக் காரணியை வெளியே எடுக்க

நமக்கு கிடைப்பது, $(p-2)(3n-4)$

03_8th_Maths_Algebra_TM.indd 95 20-02-2020 01:42:50 PM

வகை 3: ஒன்றாகச் சேர்த்துக் காரணிப்படுத்துதல்

சில நேரங்களில், கொடுக்கப்பட்ட கோவைகளில், பொதுக்காரணிகளைக் கொண்ட உறுப்புகளை மட்டும் ஒன்றாகச் சேர்த்து, அவ்வுறுப்புகளில் உள்ள பொதுக்காரணியை வெளியே எடுப்பதன் மூலம் எளிமையாகக் காரணிப்படுத்த இயலும்.

எடுத்துக்காட்டு 3.20

காரணிப்படுத்துக : $x^2 + yz + xy + xz$

தீர்வு:

இங்கு, $x^2 + yz + xy + xz$

பொருத்தமான முறையில் உறுப்புகளைச் சேர்க்க $= (x^2 + xy) + (yz + xz)$

$= x(x+y) + z(y+x)$

$= x(x+y) + z(x+y)$ (பரிமாற்றுப் பண்பு)

$(x+y)$ என்ற பொதுக் காரணியை வெளியே எடுக்க, நமக்குக் கிடைப்பது

$= (x+y)(x+z)$

வகை 4: முற்றொருமையைப் பயன்படுத்திக் காரணிப்படுத்துதல்

(i) $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ (ii) $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ (iii) $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

எடுத்துக்காட்டு 3.21

காரணிப்படுத்துக: $x^2 + 8x + 16$

தீர்வு:

இங்கு, $x^2 + 8x + 16$

$x^2 + 8x + 4^2$ என எழுதலாம்

$a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$ உடன் ஒப்பிட நமக்குக் கிடைப்பது $a = x$; $b = 4$

$(x^2) + 2(x)(4) + (4)^2 = (x+4)^2$

$x^2 + 8x + 16 = (x+4)^2 = (x+4)(x+4)$

$(x+4)$, $(x+4)$ ஆகியவை இரு காரணிகளாகும்.

எடுத்துக்காட்டு 3.22

காரணிப்படுத்துக: $49x^2 - 84xy + 36y^2$

தீர்வு:

இங்கு, $49x^2 - 84xy + 36y^2 = 7^2x^2 - 84xy + 6^2y^2$

$= (7x)^2 - 2(7x)(6y) + (6y)^2$

$a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$ உடன் ஒப்பிட நமக்குக் கிடைப்பது $a = 7x$, $b = 6y$

$(7x)^2 - 2(7x)(6y) + (6y)^2 = (7x - 6y)^2$

$\therefore\ 49x^2 - 84xy + 36y^2 = (7x - 6y)^2$

$(7x - 6y)$, $(7x - 6y)$ ஆகியவை இரு காரணிகளாகும்.

03_8th_Maths_Algebra_TM.indd 96 20-02-2020 01:42:57 PM

எடுத்துக்காட்டு 3.23

காரணிப்படுத்துக: $49x^2 - 64y^2$

தீர்வு:

இங்கு, $49x^2 - 64y^2 = 7^2x^2 - 8^2y^2$

$= (7x)^2 - (8y)^2$

$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

உடன் ஒப்பிட நமக்குக் கிடைப்பது $a = 7x$, $b = 8y$

எனவே $(7x)^2 - (8y)^2 = (7x+8y)(7x-8y)$

$(7x + 8y)$, $(7x - 8y)$ ஆகியவை இரு காரணிகளாகும்.

இவற்றை முயல்க

காரணிகளைக் காண்க.

காரணி1	காரணி 2	பெருக்கு தொகை	கூடுதல்
		35	12
		−40	−3
		60	−17
		−51	+14
		−32	−4

வகை 5: $(ax^2 + bx + c)$ என்ற வடிவில் உள்ள கோவையைக் காரணிப்படுத்தல்

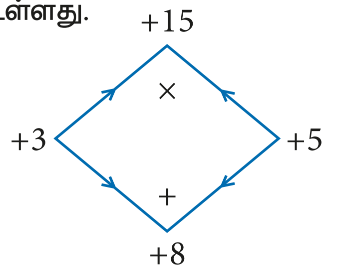
எடுத்துக்காட்டு 3.24

காரணிப்படுத்துக: $x^2 + 8x + 15$

பெருக்கல் = 15	கூட்டல் = 8	
1×15 = 15	1+15 = 16	
3 × 5 = 15	**3+5 = 8**	✓

தீர்வு:

$x^2 + 8x + 15$ என்ற கோவை $ax^2 + bx + c$ என்ற வடிவத்தில் உள்ளது.



இங்கு $a = 1, b = 8, c = 15$

பெருக்கு தொகை $= a \times c$ கூடுதல் $= b$

$= 1 \times 15 = 15$ $b = 8$

$= x^2 + 8x + 15$

$= x^2 + 3x + 5x + 15$ (நடு உறுப்பு $8x$ ஐ $3x+5x$ என பிரித்து எழுத)

$= (x^2 + 3x) + (5x + 15)$

$= x(x+3) + 5(x+3)$

(பொதுக் காரணி $x+3$ ஐ வெளியே எடுக்க)

சிந்திக்க

$x^2-4(x-2) = (x^2-4)(x-2)$

இது சரியா? தவறு எனில், சரி செய்க.

$x^2 + 8x + 15 = (x+3)(x+5)$

$(x + 3)$, $(x + 5)$ ஆகியவை இரு காரணிகளாகும்.

எடுத்துக்காட்டு 3.25

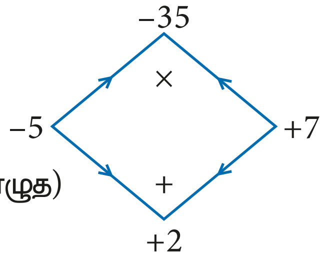
காரணிப்படுத்துக: $7c^2 + 2c - 5$

பெருக்கல் = −35	கூட்டல் = 2	
1×(−35) = −35	1−35 = −34	
−1 × 35 = −35	−1+35 = 34	
5 × (−7) = −35	5−7 = −2	
−5 × 7 = −35	**−5+7 = 2**	✓

தீர்வு:

$ax^2 + bx + c$ என்ற வடிவத்தில் உள்ளது.

இங்கு $a = 7$, $b = 2$, $c = -5$



பெருக்கு தொகை $= a \times c = 7 \times (-5) = -35$ கூடுதல் $b = 2$

$= 7c^2 + 2c - 5$

$= 7c^2 - 5c + 7c - 5$ (நடு உறுப்பு $2c$ ஐ $-5c+7c$ என பிரித்து எழுத)

$= (7c^2 - 5c) + (7c - 5)$

03_8th_Maths_Algebra_TM.indd 97   20-02-2020 01:43:03 PM

$= c(7c-5)+1(7c-5)$ (பொதுக் காரணி $7c-5$ ஐ வெளியே எடுக்க)

$= (7c-5)(c+1)$

இவற்றை முயல்க

பின்வருவனவற்றைக் காரணிப்படுத்துக:

1) $3y+6$ 2) $10x^2+15y^2$ 3) $7m(m-5)+1(5-m)$ 4) $64-x^2$ 5) x^2-3x+2

6) $y^2-4y-32$ 7) $p^2+2p-15$ 8) $m^2+14m+48$ 9) x^2-x-90 10) $9x^2-6x-8$

3.7.1 கன முற்றொருமைகளைப் பயன்படுத்திக் காரணிப்படுத்துதல்

கன முற்றொருமைகள்

(i) $(a+b)^3 = a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$

(ii) $(a-b)^3 = a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$

குறிப்பு

$8a^3 = 2\times2\times2\times a^3$

$= 2^3a^3 = (2a)^3$

I. $(a+b)^3 = a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$ **என்ற முற்றொருமையைப் பயன்படுத்திக் காரணிப்படுத்துக**

எடுத்துக்காட்டு 3.26

காரணிப்படுத்துக: $x^3+15x^2+75x+125$

தீர்வு:

கொடுக்கப்பட்ட $x^3+15x^2+75x+125$ ஐ

$x^3+15x^2+75x+5^3$ என எழுதலாம்.

$a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$ உடன் ஒப்பிட நமக்குக் கிடைப்பது $a=x$, $b=5$

கொடுக்கப்பட்ட கோவையை

$(x)^3+3(x)^2(5)+3(x)(5)^2+(5)^3=(x+5)^3$ என எழுதலாம்.

$= (x+5), (x+5), (x+5)$ ஆகியவை காரணிகள் ஆகும்.

குறிப்பு

முழுக்கண எண்கள்

எந்தவொரு எண்ணையும் $x\times x\times x$ என எழுத முடிந்தால் அந்த எண் ஒரு முழு கன எண்ணாகும்.

எடுத்துக்காட்டு

$8 = 2\times2\times2 = 2^3$

$27 = 3\times3\times3 = 3^3$

$125 = 5\times5\times5 = 5^3$

8, 27, 125,.. முழுக்கண எண்கள்

II. $(a-b)^3 = a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$ **என்ற முற்றொருமையைப் பயன்படுத்திக் காரணிப்படுத்துக**

எடுத்துக்காட்டு 3.27

காரணிப்படுத்துக: $8p^3-12p^2q+6pq^2-q^3$

தீர்வு:

கொடுக்கப்பட்ட $8p^3-12p^2q+6pq^2-q^3$ ஐ

$(2p)^3-12p^2q+6pq^2-(q)^3$ என எழுதலாம்.

$a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$ உடன் ஒப்பிட நமக்குக் கிடைப்பது $a=2p, b=q$

கொடுக்கப்பட்ட கோவையை $(2p)^3-3(2p)^2(q)+3(2p)(q)^2-(q)^3=(2p-q)^3$ என எழுதலாம்.

$= (2p-q), (2p-q), (2p-q)$ ஆகியவை காரணிகள் ஆகும்.

03_8th_Maths_Algebra_TM.indd 98 20-02-2020 01:43:06 PM

பயிற்சி 3.4

1. பொதுக் காரணியை வெளியே எடுத்துக் காரணிப்படுத்துக.

(i) $18xy-12yz$ (ii) $9x^5y^3+6x^3y^2-18x^2y$ (iii) $x(b-2c)+y(b-2c)$

(iv) $(ax+ay)+(bx+by)$ (v) $2x^2(4x-1)-4x+1$ (vi) $3y(x-2)^2-2(2-x)$

(vii) $6xy-4y^2+12xy-2yzx$ (viii) a^3-3a^2+a-3 (ix) $3y^3-48y$ (x) $ab^2-bc^2-ab+c^2$

2. பின்வரும் கோவைகளைக் காரணிப்படுத்துக.

(i) $x^2+14x+49$ (ii) $y^2-10y+25$ (iii) $c^2-4c-12$

(iv) m^2+m-72 (v) $4x^2-8x+3$

3. பின்வரும் கோவைகளை $(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$ என்ற முற்றொருமையைப் பயன்படுத்திக் காரணிப்படுத்துக.

(i) $64x^3+144x^2+108x+27$ (ii) $27p^3+54p^2q+36pq^2+8q^3$

4. பின்வரும் கோவைகளை $(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$ என்ற முற்றொருமையைப் பயன்படுத்திக் காரணிப்படுத்துக.

(i) $y^3-18y^2+108y-216$ (ii) $8m^3-60m^2n+150mn^2-125n^3$

கொள்குறி வகை வினாக்கள்

5. $9x^2+6xy$ இன் காரணிகள் ___________ ஆகும்.

(அ) $3y, (x+2)$ (ஆ) $3x, (3x+3y)$ (இ) $6x, (3x+2y)$ (ஈ) $3x, (3x+2y)$

6. $4-m^2$ இன் காரணிகள் ___________ ஆகும்.

(அ) $(2+m)(2+m)$ (ஆ) $(2-m)(2-m)$ (இ) $(2+m)(2-m)$ (ஈ) $(4+m)(4-m)$

7. $(x+4), (x-5)$ ஆகியவை _____________ இன் காரணிகள் ஆகும்.

(அ) x^2-x+20 (ஆ) $x^2-9x-20$ (இ) x^2+x-20 (ஈ) x^2-x-20

8. x^2-5x+6 இன் காரணிகள் $(x-2)(x-\mathrm{p})$ பிறகு p இன் மதிப்பு ___________ ஆகும்.

(அ) -3 (ஆ) 3 (இ) 2 (ஈ) -2

9. $1-m^3$ இன் காரணிகள் ___________ ஆகும்.

(அ) $(1+m), (1+m+m^2)$ (ஆ) $(1-m), (1-m-m^2)$

(இ) $(1-m), (1+m+m^2)$ (ஈ) $(1+m), (1-m+m^2)$

10. x^3+y^3 இன் ஒரு காரணி ___________ ஆகும்.

(அ) $(x-y)$ (ஆ) $(x+y)$ (இ) $(x+y)^3$ (ஈ) $(x-y)^3$

பயிற்சி 3.5

பல்வகைத் திறனறிப் பயிற்சி கணக்குகள்

1. $5y^2(x^2y^3-2x^4y+10x^2)$ இலிருந்து $-2(xy)^2(y^3+7x^2y+5)$ ஐக் கழிக்க.

2. பெருக்குக: $\left(4x^2+9\right)$ மற்றும் $\left(3x-2\right)$

3. ₹ $5a^2b^2$ இக்கு $4ab$ ஆண்டிற்கு 7b% வீதம் தனிவட்டி காண்க.

LU8SZS

03_8th_Maths_Algebra_TM.indd 99 20-02-2020 01:43:11 PM

4. ஒரு குறிப்பேட்டியின் விலை ₹ 10ab, பாபு என்பவர் ₹ $\left(5a^2b+20ab^2+40ab\right)$ வைத்துள்ளார் எனில், அவர் எத்தனைக் குறிப்பேடுகள் வாங்க முடியும்?

5. காரணிப்படுத்துக : $\left(7y^2-19y-6\right)$

மேற்சிந்தனைக் கணக்குகள்

6. ஒரு வீட்டிற்கு மின்கம்பி இணைப்பு கொடுக்க எவ்வளவு நீள கம்பி தேவை என்பதை தீர்மானிக்க $4x^2+11x+6$ என்ற கோவையை ஒப்பந்ததாரர் பயன்படுத்துகிறார். இந்த கோவையானது அவ்வீட்டில் உள்ள அறைகளின் எண்ணிக்கை மற்றும் வீட்டில் உள்ள மின் பகிர்மான புள்ளிகள் (outlets) ஆகியவற்றின் பெருக்கு தொகையாகும். அவ்வீட்டில் $(x+2)$ எண்ணிக்கையில் அறைகள் உள்ளன என அவருக்கு தெரிந்தால், எத்தனை மின்பகிர்மான புள்ளிகள் (outlets) உள்ளன என்பதை 'x' என்ற மாறியைப் பொருத்துக் காண்க. (குறிப்பு: காரணிப்படுத்துக $4x^2+11x+6$)

7. ஒரு கொத்தனார் ஓர் அறையின் தரைதளப் பரப்பை குறிக்க x^2+6x+8 என்ற கோவையை பயன்படுத்துகிறார். அவர் அந்த அறையின் நீளமானது $(x+4)$ என்ற கோவையால் குறிக்க முடிவெடுத்தால், அந்த அறையின் அகலம் x என்ற மாறியைப் பொருத்து காண்க.

8. விடுபட்டதைக் காண்க: $y^2+(\ldots)x+56=(y+7)(y+\ldots)$

9. காரணிப்படுத்துக: $16p^4-1$

10. காரணிப்படுத்துக: $3x^3-45x^2y+225xy^2-375y^3$

3.8 ஒரு மாறியில் அமைந்த நேரியல் சமன்பாடுகள்

3.8.1 அறிமுகம்

இயற்கணிதத்தில் சென்ற வகுப்பில் படித்த சில அடிப்படைக் கூற்றுகளை நினைவு கூர்வோம்.

செவ்வகத்தின் சுற்றளவைக் காணும் சூத்திரம் என்ன? செவ்வகத்தின் நீளத்தை l எனவும், அகலத்தை b எனவும் கொண்டால் சுற்றளவு p என்பது $2(l+b)$ ஆகும். இந்த சூத்திரத்தில், 2 என்பது மாறாத எண். ஆனால் p, l மற்றும் b ஆகியவற்றின் மதிப்புகள் மாறாதது அல்ல. ஏனெனில் அவை செவ்வகத்தின் அளவுகளைப் பொருத்தது.

இங்கு p, l மற்றும் b ஆகியவை மாறிகள். செவ்வகத்தின் வெவ்வேறு அளவுகளுக்கு இவற்றின் மதிப்புகள் மாறிக்கொண்டே இருக்கும். 2 என்பது ஒரு மாறிலி. (இது எந்தவொரு செவ்வகத்தின் அளவுக்கும் மாறாத மதிப்பு ஆகும்.)

ஓர் இயற்கணிதக் கோவை என்பது மாறிகள், மாறிலிகள், அடிப்படைச் செயல்கள் (+ அல்லது – குறிகள்) ஆகியவற்றை உள்ளடக்கிய ஒன்று அல்லது அதற்கும் மேற்பட்ட இயற்கணித உறுப்புகளைக் கொண்ட கணிதத்தொடர் ஆகும். (எ.கா) $4x^2+5x+7xy+100$ என்பது ஓர் இயற்கணிதக் கோவை ஆகும். இதில் முதல் உறுப்பு $4x^2$இல் 4 என்ற மாறிலியும் x^2 என்ற மாறியும் உள்ளதை கவனிக்க. $7xy$இல் உள்ள மாறிலி என்ன? இக்கோவையின் கடைசி உறுப்பில் மாறி ஏதேனும் உள்ளதா?

கெழுக்கள் என்பன உறுப்புகளில் மாறியுடன் உள்ள எண் பகுதிகள் ஆகும். $4x^2+5x+7xy+100$இல், முதல் உறுப்பின் கெழு 4, இரண்டாவது உறுப்பின் கெழு என்ன? 5 ஆகும். மூன்றாவது உறுப்பின் கெழு 7.

3.8.2 இயற்கணிதக் கோவைகளைக் கட்டமைத்தல்

இப்போது நாம் சில கூற்றுகளை இயற்கணித மொழிக்கு மாற்றம் செய்து, அவற்றை எவ்வாறு அமைப்பது என்பதை நினைவு கூர்வோம் .இங்கு சில எடுத்துக்காட்டுகள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

03_8th_Maths_Algebra_TM.indd 100 20-02-2020 01:43:13 PM

கூற்று	கோவை	குறிப்பு
8 மற்றும் 7 இன் கூடுதல்	$8 + 7$	கூட்டும்போது ஒரே எண்ணாகக் கிடைக்கிறது. எனவே, இது ஓர் எண்கணிதக் கோவை ஆகும்.
x மற்றும் 7 இன் கூடுதல்	$x + 7$	$x+7$ என்ற இயற்கணிதக் கோவை நமக்குக் கிடைக்கிறது. இங்கு x என்பது ஒரு மாறி ஆகும்.
16 ஐ y ஆல் வகுக்க	$\frac{16}{y}$	இங்கு y என்பது ஒரு மாறி ஆகும்.
p என்ற எண்ணின் மூன்று மடங்குடன் ஒன்று அதிகரிக்க	$3p+1$	இங்கு p என்பது ஒரு மாறி ஆகும். p இன் கெழு 3.
ஓர் எண்ணும், அந்த எண்ணிலிருந்து 5 குறைவாக உள்ள எண்ணின் பெருக்கற் பலன்	$x(x-5)$	இந்த கோவையில் x ஆனது ஒரே எண்ணைக் குறிக்கிறது. இங்கு பெருக்கலைக் குறிக்க நாம் அடைப்புக் குறியைப் பயன்படுத்துகிறோம்.

3.8.3 சமன்பாடுகள்

இரண்டு கோவைகளின் சமத்தன்மையை உறுதிபடுத்தும் ஒரு கூற்றானது சமன்பாடு ஆகும். எடுத்துக்காட்டாக $2x+7=17$ என்பது ஒரு சமன்பாடு. இங்கு 'சமக்குறி' யின் இரு பக்கங்களிலும் கோவைகள் எழுதப்பட்டிருக்கும்.

$2x+7$ (x ஒரு மாறி) என்பது சமன்பாட்டின் இடதுகை பக்கமும் 17 வலதுகை பக்கமும் உள்ள கோவைகள் ஆகும்.

நேரியல் சமன்பாடுகள்

ஒரு சமன்பாடு ஒரே ஒரு மாறியில் அமைந்து அந்த மாறியின் மிக உயர்ந்த அடுக்கு ஒன்றாக (1) இருந்தால், அது ஒருபடிச் சமன்பாடு அல்லது நேரியல் சமன்பாடு எனப்படும். எ.கா. $3x - 7 = 10$.

ஒன்று அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட மாறிகளைக் கொண்ட ஒருபடிச் சமன்பாடுகள்:

வாக்கியங்களைக் (கூற்று) கணித உறுப்புகளாக மாற்றி எழுதும்போது ஒருபடிச் சமன்பாடுகள் அமைகிறது. ஒருபடிச் சமன்பாடுகளுக்கு சில எடுத்துக்காட்டுகள்.

(i) ஓர் எண்ணுடன் 5ஐ கூட்டக் கிடைப்பது 25

இந்தக் கூற்றை $x+5 = 25$ என எழுதலாம்.

$x+5=25$ என்ற சமன்பாடானது x என்ற ஒரு மாறியில் அமைந்துள்ளது. இதன் மிக உயர்ந்த அடுக்கு ஒன்று (1) ஆகும். எனவே இதனை ஒரு மாறியில் அமைந்த ஒருபடிச் சமன்பாடு அல்லது நேரியல் சமன்பாடு என்கிறோம்.

அதாவது, ஒரு சமன்பாடு ஒரே ஒரு மாறியில் அமைந்து அந்த மாறியின் மிக உயர்ந்த அடுக்கு ஒன்றாக (1) இருந்தால், அது ஒருபடிச் சமன்பாடு அல்லது நேரியல் சமன்பாடு எனப்படும். எடுத்துக்காட்டு : $5x-2=8$, $3y+24=0$

ஒரு மாறியில் அமைந்த ஒருபடிச் சமன்பாடுகளை எளிய சமன்பாடுகள் என்றும் அழைக்கலாம்.

(ii) இரண்டு எண்களின் கூடுதல் 45

இந்தக் கூற்றை $x+y = 45$ என எழுதலாம்.

இந்த சமன்பாடானது x மற்றும் y என்ற இரண்டு மாறிலிகளைக் கொண்டு உருவானது. இவற்றின் மிக உயர்ந்த அடுக்கு 1 ஆகும். எனவே இந்த சமன்பாடுகளை இரண்டு மாறிகளில் அமைந்த ஒருபடிச் சமன்பாடுகள் என அழைக்கிறோம்.

இந்த வகுப்பில் ஒரு மாறியில் அமைந்த ஒருபடிச் சமன்பாடுகளுக்கு தீர்வு காணுவதைப்பற்றி படிப்போம். மற்ற வகை சமன்பாடுகளுக்கு எவ்வாறு தீர்வு காணுவது என்பதை மேல் வகுப்பில் கற்றுக்கொள்வோம்.

குறிப்பு

மாறியின் மிக உயர்ந்த அடுக்கு 2, 3 என அமைந்த சமன்பாடுகளை நாம் இரு படிச் சமன்பாடுகள் மற்றும் முப்படிச் சமன்பாடுகள் என அழைக்கிறோம்.

எடுத்துக்காட்டு : (i) $x^2+4x+7=0$ என்பது ஒரு இருபடிச் சமன்பாடு ஆகும்.

(ii) $5x^3-x^2+3x=10$ என்பது ஒரு முப்படிச் சமன்பாடு ஆகும்.

இவற்றை முயல்க

கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளவற்றில் எவையெவை ஒருபடிச் சமன்பாடுகள் எனக் கண்டறிக.

(i) $2+x=19$ (ii) $7x^2-5=3$ (iii) $4p^3=12$ (iv) $6m+2$ (v) $n=10$

(vi) $7k-12=0$ (vii) $\frac{6x}{8}+y=1$ (viii) $5+y=3x$ (ix) $10p+2q=3$ (x) x^2-2x-4

பின்வரும் கூற்றுகளை ஒருபடிச் சமன்பாடுகளாக மாற்றுக.

எடுத்துக்காட்டு 3.28

கொடுக்கப்பட்ட ஓர் எண்ணுடன் 7ஐக் கூட்ட 19 கிடைக்கிறது.

தீர்வு:

ஓர் எண்ணை n என்க.

அதனுடன் 7ஐக் கூட்ட நமக்கு $n+7$ஆனது கிடைக்கிறது.

இதன் விடை 19ஐக் கொடுக்கிறது.

எனவே சமன்பாடு $n+7=19$ எனக் கிடைக்கிறது.

சிந்திக்க

(i) $t(t-5)=10$ என்பது ஓர் ஒருபடிச் சமன்பாடு ஆகுமா?

(ii) $x^2=2x$, என்பது ஓர் ஒருபடிச் சமன்பாடு ஆகுமா? ஏன்?

எடுத்துக்காட்டு 3.29

ஓர் எண்ணின் 4 மடங்குடன் 18 ஐக் கூட்ட 28 கிடைக்கிறது.

தீர்வு:

ஓர் எண்ணை x என்க.

அந்த எண்ணின் 4 மடங்கு என்பது $4x$ ஆகும்.

இப்போது 18 ஐக் கூட்ட, கிடைப்பது $4x+18$ ஆகும்.

இதற்கான விடை 28. எனவே, இந்த சமன்பாடு $4x+18=28$ ஆகும்.

03_8th_Maths_Algebra_TM.indd 102 20-02-2020 01:43:17 PM

இவற்றை முயல்க

பின்வரும் கூற்றுகளை ஒருபடிச் சமன்பாடுகளாக மாற்றுக.

1. ஓர் எண் மற்றும் 5இன் பெருக்கற்பலனில் இருந்து 8 ஐ கழிக்க, எனக்கு கிடைப்பது 32 ஆகும்.
2. அடுத்தடுத்த மூன்று முழுக்களின் கூடுதல் 78 ஆகும்.
3. பீட்டர் என்பவர் ஓர் இருநூறு ரூபாய்த் தாளை வைத்துள்ளார். ஒரு புத்தகத்தின் 7 பிரதிகளை விலைக்கு வாங்கிய பிறகு மீதியாக அவரிடம் ₹60 உள்ளது.
4. ஓர் இருசமபக்க முக்கோணத்தின் அடிக்கோணங்கள் சமம், உச்சி கோணம் $80°$ ஆகும்.
5. ABC என்ற முக்கோணத்தில், கோணம் $\angle A$ என்பது கோணம் $\angle B$ ஐ விட $10°$ அதிகம் ஆகும். மேலும் கோணம் $\angle C$ என்பது கோணம் $\angle A$ ஐ போன்று மூன்று மடங்கு ஆகும். இந்த சமன்பாட்டைக் கோணம் $\angle B$ ஐ பொருத்து அமைக்கவும்.

3.8.4 ஒருபடிச் சமன்பாடுகளின் தீர்வுகள்

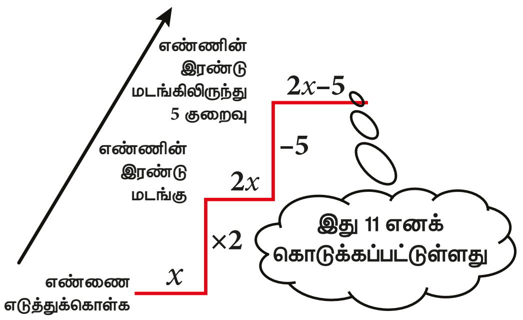
கொடுக்கப்பட்ட சமன்பாட்டில் உள்ள மாறிகளுக்குப் பதிலாக பிரதியிடும் எண்ணானது, சமன்பாட்டின் இருபுறமும் ஒரே மதிப்பைக் கொடுத்தால், அவ்வெண்ணை அச்சமன்பாட்டின் தீர்வு அல்லது மூலம் என அழைக்கின்றோம்.

எடுத்துக்காட்டு: $2x = 10$

இந்த சமன்பாடானது $x = 5$ என்ற எண்ணிற்கு நிறைவு செய்கிறது. அதாவது இந்த சமன்பாட்டில் $x = 5$ எனப் பிரதியிட்டால் சமன்பாட்டின் இடது பக்கமும், வலது பக்கமும் உள்ள மதிப்புகள் சமம் ஆகும். எனவே $x = 5$ என்பது இந்த சமன்பாட்டின் தீர்வு ஆகும். இங்கு x இன் வேறு எந்த ஒரு மதிப்புக்கும் சமன்பாடு நிறைவடையாது என்பதனைக் கவனத்தில் கொள்ள வேண்டும். ஆக $x = 5$ என்பது மட்டுமே 'அந்த' தீர்வு ஆகும்.

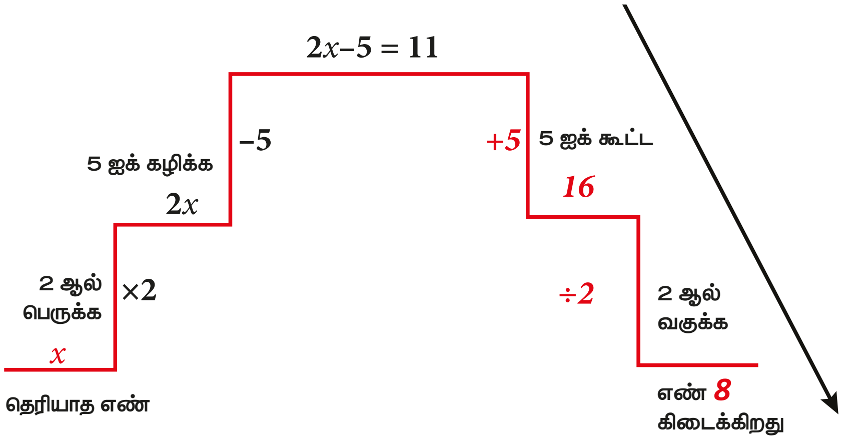
(i) செயல்–எதிர்ச்செயல் முறை:

கூற்று	சிந்திக்க
ஓர் எண்ணின் இரண்டு மடங்கிலிருந்து 5 ஐ குறைக்கக் கிடைப்பது 11.	தேவையான எண் என்பது தெரியாது. இதனை x என்க. அந்த எண்ணின் இரண்டு மடங்கு என்பது $2x$ ஆகும். 5 குறைவு எனில் $2x-5$ ஆகும். இதன் விடையானது 11 எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.



மேற்கண்ட சமன்பாடு உருவான விதத்தைக் கீழ்க்காணுமாறு காணலாம்.

x என்ற எண்ணிலிருந்து $2x-5$ என்ற நிலையை அடைய கழித்தல், பெருக்கல் போன்ற செயல்களை நாம் மேற்கொள்ள வேண்டும். எனவே, $2x-5=11$ எனக் கொடுக்கப்பட்ட போது, திரும்பவும் x இன் மதிப்பை பெற முன்பு செய்த செயல்களுக்கு எதிர்ச் செயல்களை (குறி மாற்றம் செய்தல்) செய்ய வேண்டும். அதாவது, அடிப்படை 'செயல்கள்' மூலம் சமன்பாட்டை அமைக்கின்றோம். மேலும் எதிர்ச் செயல்களை செய்து அதற்கான தீர்வைப் பெறுகின்றோம்.



03_8th_Maths_Algebra_TM.indd 103 20-02-2020 01:43:18 PM

எடுத்துக்காட்டு 3.30

(அ) $x-7=6$ என்ற சமன்பாட்டைத் தீர்க்க

தீர்வு:

$$x-7=6$$
$$x-7+7=6+7$$
$$x=13$$

(ஆ) $3x=51$ என்ற சமன்பாட்டைத் தீர்க்க

தீர்வு:

$3x=51$ (எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.)

$3\times x=51$

$\frac{3\times x}{3}=\frac{51}{3}$ இருபுறமும் 3ஆல் வகுக்க

$x=17$

(ii) இடமாற்று முறை

சமன்பாட்டில் ஒரு பக்கத்தில் உள்ள ஓர் எண்ணை மற்றொரு பக்கத்திற்குக் கொண்டு செல்வது இடமாற்று முறை ஆகும்.

மேற்கண்ட எடுத்துக்காட்டில் (அ) இருபுறமும் 7 ஐக் கூட்டுவது என்ற செயலுக்குப் பதிலாக இடதுபுறம் உள்ள -7 இன் கூட்டல் எதிர்மறையான $+7$ ஐக் கொண்டு வலதுபுறத்தில் கூட்டுவதற்குச் சமம் ஆகும்.

$$x-7=6$$
$$x=6+7$$
$$x=13$$

சிந்திக்க

ஒருபடிச் சமன்பாடுகளுக்கு உங்களால் ஒன்றுக்கும் மேற்பட்ட தீர்வுகளைப் பெறமுடியுமா?

அதேபோல் (ஆ), இருபுறமும் 3 ஆல் வகுப்பது என்ற செயலானது, இடது பக்கம் உள்ள 3 இன் பெருக்கல் தலைகீழியான $\frac{1}{3}$ ஐ எடுத்து அதனை வலது பக்கத்தில் வைத்துப் பெருக்குவதற்குச் சமம் ஆகும். இதன் மறுதலையும் உண்மையாகும்.

எடுத்துக்காட்டாக: (i) $6x=12$

$$x=\frac{12}{6}$$
$$x=2$$

(ii) $\frac{y}{7}=10$

$$y=10\times7$$
$$y=70$$

எடுத்துக்காட்டு 3.31

தீர்க்க: $2x+5=9$

தீர்வு:

$$2x+5=9$$
$$2x=9-5$$
$$2x=4$$
$$x=\frac{4}{2}=2$$

குறிப்பு

கொடுக்கப்பட்ட ஒருபடிச் சமன்பாடுகளை மாற்றியமைக்க, ஒத்த உறுப்புகளை ஒரே தொகுப்பாகச் சமகுறியின் ஒரு பக்கத்திற்கு கொண்டு வரவேண்டும். பிறகு, இருபுறமும் உள்ள கோவைகளில் இருக்கும் குறிகளைப் பொருத்து அடிப்படைச் செயல்களை செய்ய வேண்டும்.

03_8th_Maths_Algebra_TM.indd 104 20-02-2020 01:43:21 PM

எடுத்துக்காட்டு 3.32

தீர்க்க $\frac{4y}{3} - 7 = \frac{2y}{5}$

தீர்வு:

(ஒத்த உறுப்புகளை ஒரே தொகுப்பாக்க.)

$$\frac{4y}{3} - \frac{2y}{5} = 7$$

$$\frac{20y - 6y}{15} = 7$$

$$14y = 7 \times 15$$

$$y = \frac{\cancel{7} \times 15}{\cancel{14}_2}$$

$$y = \frac{15}{2}$$

இவற்றை முயல்க

1. தீர்க்க

(i) $2x = 10$ (ii) $3 + x = 5$ (iii) $x - 6 = 10$

(iv) $3x + 5 = 2$ (v) $\frac{2x}{7} = 3$ (vi) $-2 = 4m - 6$

(vii) $4(3x - 1) = 80$ (viii) $3x - 8 = 7 - 2x$

(ix) $7 - y = 3(5 - y)$ (x) $4(1 - 2y) - 2(3 - y) = 0$

சிந்திக்க

1. பூச்சியமற்ற ஓர் எண்ணைக் கொண்டு ஒரு சமன்பாட்டின் இருபுறமும் பெருக்கினாலோ அல்லது வகுத்தாலோ சமன்பாட்டின் தீர்வில் ஏதேனும் மாற்றம் இருக்குமா?
2. இரண்டு வெவ்வேறு எண்களால் ஒரு சமன்பாட்டின் இரு பக்கங்களிலும் பெருக்கினாலோ அல்லது வகுத்தாலோ சமன்பாடு என்னவாகும்?

பயிற்சி 3.6

T7J1V4

1. கோடிட்ட இடங்களை நிரப்புக:

(i) $x+5=12$ என்ற சமன்பாட்டில் x இன் மதிப்பு __________ ஆகும்.

(ii) $y-9=(-5)+7$ என்ற சமன்பாட்டில் y இன் மதிப்பு __________ ஆகும்.

(iii) $8m=56$ என்ற சமன்பாட்டில் m இன் மதிப்பு __________ ஆகும்.

(iv) $\frac{2p}{3}=10$ என்ற சமன்பாட்டில் p இன் மதிப்பு __________ ஆகும்.

(v) ஒரு மாறியில் அமைந்த ஒருபடிச் சமன்பாட்டிற்கு __________ தீர்வு மட்டுமே உண்டு.

2. சரியா தவறா எனக் கூறுக.

(i) சமன்பாட்டின் ஒரு பக்கத்தில் உள்ள ஓர் எண்ணை மற்றொரு பக்கத்திற்குக் கொண்டு செல்வது இடமாற்றுமுறை ஆகும்.

(ii) ஒரு மாறியில் அமைந்த ஒருபடிச் சமன்பாடானது, அதனுடைய மாறியின் அடுக்காக 2ஐக் கொண்டு இருக்கும்.

3. பொருத்துக:

(அ) $\frac{x}{2} = 10$	(i) $x = 4$
(ஆ) $20 = 6x - 4$	(ii) $x = 1$
(இ) $2x - 5 = 3 - x$	(iii) $x = 20$
(ஈ) $7x - 4 - 8x = 20$	(iv) $x = \frac{8}{3}$
(உ) $\frac{4}{11} - x = \frac{-7}{11}$	(v) $x = -24$

(அ) (i),(ii), (iv) ,(iii),(v) (ஆ) (iii), (iv), (i), (ii), (v)

(இ) (iii),(i) ,(iv), (v), (ii) (ஈ) (iii), (i), (v), (iv), (ii)

03_8th_Maths_Algebra_TM.indd 105 20-02-2020 01:43:26 PM

4. x இன் மதிப்பைக் காண்க. (i) $\frac{2x}{3}-4=\frac{10}{3}$ (ii) $y+\frac{1}{6}-3y=\frac{2}{3}$ (iii) $\frac{1}{3}-\frac{x}{3}=\frac{7x}{12}+\frac{5}{4}$

5. x மற்றும் p இன் மதிப்புகளைக் காண்க. (i) $-3(4x+9)=21$ (ii) $20-2(5-p)=8$
(iii) $(7x-5)-4(2+5x)=10(2-x)$

6. x மற்றும் m இன் மதிப்புகளைக் காண்க. (i) $\frac{3x-2}{4}-\frac{(x-3)}{5}=-1$ (ii) $\frac{m+9}{3m+15}=\frac{5}{3}$

3.8.5 ஒருபடிச் சமன்பாட்டில் அமைந்த வாக்கியக் கணக்குகள்

வாக்கியக் கணக்குகளுக்குத் தீர்வு காண்பதில் சவாலாக இருப்பது கொடுக்கப்பட்ட கூற்றுகளைச் சமன்பாடுகளாக மாற்றுவது ஆகும். இதேபோன்று மேலும் பல கணக்குகளைச் சேகரித்து அதற்குத் தீர்வு காண்க.

எடுத்துக்காட்டு 3.33

இரண்டு எண்களின் கூடுதல் 36. மேலும் அவற்றுள் ஓர் எண் மற்றோர் எண்ணைவிட 8 அதிகம் எனில், அந்த எண்களைக் காண்க.

தீர்வு:

x என்பது சிறிய எண் என்க. எனவே பெரிய எண் $x+8$ ஆகும்.

இரண்டு எண்களின் கூடுதல் = 36 எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது

$$x+(x+8)=36$$
$$2x+8=36$$
$$2x=36-8$$
$$2x=28$$
$$x=\frac{28}{2}$$
$$x=14$$

அதாவது,

சிறிய எண் $x=14$

பெரிய எண் $x+8=14+8=22$

எடுத்துக்காட்டு 3.34

ஒரு பேருந்தில் உள்ள 56 பயணிகளில் சில பேர் ₹8 இக்கான பயணச் சீட்டையும், மீதி உள்ளவர்கள் ₹10 இக்கான பயணச்சீட்டையும் பெற்று உள்ளனர். பயணிகளிடம் இருந்து பயணச் சீட்டு கட்டணமாக ₹500 பெறப்பட்டுள்ளது எனில், ஒவ்வொரு பயணச் சீட்டு வகையிலும் எத்தனை பயணிகள் உள்ளனர் எனக் காண்க.

தீர்வு:

₹8 இக்கான பயணச் சீட்டைப் பெற்று இருக்கும் பயணிகளின் எண்ணிக்கை y என்க. பிறகு ₹10 இக்கான பயணச் சீட்டைப் பெற்று இருக்கும் பயணிகளின் எண்ணிக்கை $56-y$ ஆகும்.

பயணிகளிடம் இருந்து பெறப்பட்ட பயணச்சீட்டுத் தொகை ₹500

அதாவது, $y\times 8+(56-y)\times 10=500$

$$8y+560-10y=500$$
$$8y-10y=500-560$$
$$-2y=-60$$
$$y=\frac{60}{2}=30$$

(i) ஆகவே ₹8 இக்கான பயணச்சீட்டு வைத்துள்ள பயணிகளின் எண்ணிக்கை = 30

(ii) ₹10 இக்கான பயணச்சீட்டு வைத்துள்ள பயணிகளின் எண்ணிக்கை = 56–30 = 26

03_8th_Maths_Algebra_TM.indd 106 20-02-2020 01:43:31 PM

எடுத்துக்காட்டு 3.35

ஒரு செவ்வக வடிவ நிலத்தின் நீளமானது அந்நிலத்தின் அகலத்தை விட 9மீ அதிகம். அச்செவ்வக வடிவ நிலத்தின் சுற்றளவு 154 மீ எனில் அந்நிலத்தின் நீளம் மற்றும் அகலத்தைக் காண்க.

தீர்வு:

செவ்வக வடிவ நிலத்தின் அகலம் x மீ என்க. எனவே, அந்நிலத்தின் நீளம் $x+9$ மீ ஆகும்.

சுற்றளவு $= 2$ (நீளம் + அகலம்) $= 2(x + 9 + x) = 2(2x + 9)$

$2(2x + 9) = 154$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

$$4x + 18 = 154$$
$$4x = 154 - 18$$
$$4x = 136$$
$$x = 34$$

அதாவது,

(i) செவ்வக வடிவ நிலத்தின் அகலம் 34 மீ

(ii) செவ்வக வடிவ நிலத்தின் நீளம் $= 34+9 = 43$ மீ

எடுத்துக்காட்டு 3.36

ஒரு மரத்துண்டின் நீளம் 2 மீ ஆகும். அம்மரத்துண்டினை ஒரு தச்சர் இரண்டு துண்டுகளாக அதாவது முதல் துண்டின் அளவானது இரண்டாவது துண்டின் அளவின் இரண்டு மடங்கிலிருந்து 40 செ.மீ குறைவாக வருமாறு வெட்ட நினைத்தார் எனில், சிறிய துண்டின் நீளம் எவ்வளவு?

தீர்வு:

முதல் துண்டின் நீளம் x செ.மீ என்க.

எனவே, கணக்கின்படி, இரண்டாவது துண்டின் நீளம் (200 செ.மீ – x செ.மீ) அதாவது $(200 - x)$ செ.மீ

கொடுக்கப்பட்ட கணக்கின்படி, (மீட்டரைச் சென்டி மீட்டரில் மாற்றவும்)

முதல் துண்டு = இரண்டாவது துண்டின் இருமடங்கிலிருந்து 40 செ.மீ குறைவு.

$$x = 2 \times (200 - x) - 40$$
$$x = 400 - 2x - 40$$
$$x + 2x = 360$$
$$3x = 360$$
$$x = \frac{360}{3}$$
$$x = 120 \text{ செ.மீ}$$

> **சிந்திக்க**
>
> இரண்டாவது துண்டின் நீளம் x எனவும், முதல் துண்டின் நீளம் $(200 - x)$ எனவும் எடுத்து இருந்தால் தீர்வின் படிநிலைகள் எப்படி மாறும்? தீர்வு மாறுபட்டு இருக்குமா?

ஆகவே, முதல் துண்டின் நீளம் = 120 செ.மீ

இரண்டாவது துண்டின் நீளம் (200 – 120) செ.மீ= 80 செ.மீ, இதுவே சிறிய துண்டின் நீளம் ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 3.37

ஓர் அம்மா தன்னுடைய மகளின் வயதினைப் போல் 5 மடங்கு வயதில் பெரியவர். 2 ஆண்டுகளுக்குப் பிறகு, அம்மாவின் வயது, மகளின் வயதைப் போல் நான்கு மடங்கு எனில், அவர்களின் தற்போதைய வயது என்ன?

03_8th_Maths_Algebra_TM.indd 107 20-02-2020 01:43:32 PM

தீர்வு:

வயது/ நபர்	தற்போது	2 ஆண்டுகளுக்குப் பிறகு
மகள்	x	$x+2$
அம்மா	$5x$	$5x+2$

கொடுக்கப்பட்டுள்ள கணக்கின்படி, 2 ஆண்டுகளுக்குப் பிறகு, அம்மாவின் வயது = மகளின் வயதை போல் நான்கு மடங்கு

$$5x+2 = 4(x+2)$$
$$5x+2 = 4x+8$$
$$5x-4x = 8-2$$
$$x = 6$$

எனவே, மகளின் வயது = 6 ஆண்டுகள்.

அம்மாவின் வயது = $5x = 5 \times 6 = 30$ ஆண்டுகள்.

எடுத்துக்காட்டு 3.38

ஒரு பின்னத்தின் பகுதியானது அதன் தொகுதியை விட 3 அதிகம். அப்பின்னத்தின் தொகுதியுடன் 2 ஐயும் பகுதியுடன் 9 ஐயும் கூட்ட பின்னமானது $\frac{5}{6}$ என மாறுகிறது எனில், முதலில் எடுத்துக் கொண்ட உண்மையான பின்னம் யாது?

தீர்வு:

நாம் முதலில் எடுத்துக்கொண்ட பின்னம் $\frac{x}{y}$ என்க.

பகுதி = தொகுதி +3, அதாவது $y = x+3$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

எனவே, அந்த பின்னத்தை $\frac{x}{x+3}$ என எழுதலாம்,

கணக்கின்படி, $\frac{x+2}{(x+3)+9} = \frac{5}{6}$

குறுக்குப்பெருக்கல் செய்ய கிடைப்பது, $6(x+2) = 5(x+3+9)$

$$6x+12 = 5(x+12)$$
$$6x+12 = 5x+60$$
$$6x - 5x = 60 - 12$$
$$x = 60 - 12$$
$$x = 48.$$

ஆகவே, முதலில் எடுத்துக் கொண்ட பின்னம் $\frac{x}{x+3} = \frac{48}{48+3} = \frac{48}{51}$.

எடுத்துக்காட்டு 3.39

ஓர் ஈரிலக்க எண்ணின் இலக்கங்களின் கூடுதல் 8 ஆகும். அந்த எண்ணின் மதிப்புடன் 18ஐக் கூட்ட அவ்விலக்கங்கள் இடம் மாறிவிடும் எனில், அந்த எண்ணைக் காண்க.

தீர்வு:

ஓர் ஈரிலக்க எண்ணை xy என்க. (அதாவது பத்தாவது இலக்கம் x எனவும், ஒன்றாவது இலக்கம் y எனவும் கொள்க)

அவ்வெண்ணின் மதிப்பை $10x + y$ என எழுதலாம்.

$= 10x + 8 - x$ ($x + y = 8$ எனக் கொடுக்கப்பட்டு இருப்பதால், $y = 8 - x$)

$= 9x + 8$

03_8th_Maths_Algebra_TM.indd 108 20-02-2020 01:43:37 PM

புதிய எண் yx ன் மதிப்பு $10y + x$

$$= 10(8 - x) + x$$
$$= 80 - 10x + x$$
$$= 80 - 9x$$

கணக்கின்படி, கொடுக்கப்பட்ட எண் (xy) உடன் 18 ஐக் கூட்ட புதிய எண் (yx) கிடைக்கிறது.

$$(9x + 8) + 18 = 80 - 9x$$
$$9x + 9x = 80 - 8 - 18$$
$$18x = 54$$
$$x = 3$$
$$y = 8 - x$$
$$y = 8 - 3 = 5$$

அந்த ஈரிலக்க எண் $xy = 10x+y \Rightarrow 10(3)+5 = 30+5 = 35$

எடுத்துக்காட்டு 3.40

இராஜன் தன் வீட்டிலிருந்து இரு சக்கர வாகனத்தில் மணிக்கு 35 கி.மீ வேகத்தில் சென்று தன்னுடைய அலுவலகத்தை 5 நிமிடம் தாமதமாகச் சென்றடைகிறார். அவர் மணிக்கு 50 கி.மீ வேகத்தில் சென்றிருந்தால், அலுவலகத்தை 4 நிமிடம் முன்னதாகவே சென்றடைந்திருப்பார் எனில் அவருடைய அலுவலகம், வீட்டிலிருந்து எவ்வளவு தூரத்தில் உள்ளது?

தீர்வு

இராஜனின் அலுவலகத்திற்கும், வீட்டிற்கும் இடையே உள்ள தூரம் 'x' கி.மீ என்க.

நேரம் = $\frac{\text{தூரம்}}{\text{வேகம்}}$ என்பதை நினைவில் கொள்க.

வேகம் 1 = 35 கி.மீ/ மணி

வேகம் 2 = 50 கி.மீ/ மணி

'x' கி.மீ தூரத்தை 35 கி.மீ / மணி என்ற வேகத்தில் கடக்க ஆகும் நேரம் $T_1 = \frac{x}{35}$ மணி

'x' கி.மீ தூரத்தை 50 கி.மீ / மணி என்ற வேகத்தில் கடக்க ஆகும் நேரம் $T_2 = \frac{x}{50}$ மணி

கணக்கின்படி, இரண்டு நேரங்களுக்கு இடைப்பட்ட வேறுபாடு

$$= 4-(-5)$$

$= 4+5 = 9$ நிமிடங்கள்

$= \frac{9}{60}$ மணி (நிமிடத்தை மணிக்கு மாற்றுக)

எனவே, $T_1 - T_2 = \frac{9}{60}$

$\frac{x}{35} - \frac{x}{50} = \frac{9}{60}$ (மீ.சி.ம. எடுத்து சுருக்க)

$$\frac{10x - 7x}{350} = \frac{9}{60}$$
$$\frac{3x}{350} = \frac{9}{60}$$
$$x = \frac{9}{60} \times \frac{350}{3}$$

இராஜனின் அலுவலகத்திற்கும், வீட்டிற்கும் இடையே உள்ள தூரம் $x = 17\frac{1}{2}$ கி.மீ

03_8th_Maths_Algebra_TM.indd 109 20-02-2020 01:43:42 PM

பயிற்சி 3.7

1. **கோடிட்ட இடங்களை நிரப்புக:**

   (i) $ax + b = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் தீர்வு ________ ஆகும்.

   (ii) a மற்றும் b மிகை முழுக்கள் எனில் $ax = b$ என்ற சமன்பாட்டின் தீர்வு எப்பொழுதும் _______ ஆகும்.

   (iii) ஓர் எண்ணிலிருந்து அதன் ஆறில் ஒரு பங்கைக் கழித்தால் 25 கிடைக்கிறது எனில், அவ்வெண் ________ ஆகும்.

   (iv) ஒரு முக்கோணத்தின் கோணங்கள் 2:3:4 என்ற விகிதத்தில் அமைந்துள்ளது எனில், அம்முக்கோணத்தின் பெரிய கோணத்திற்கும், சிறிய கோணத்திற்கும் உள்ள வித்தியாசம் ________ ஆகும்.

   (v) $a + b = 23$ என்ற சமன்பாட்டில் a இன் மதிப்பு 14 எனில், b இன் மதிப்பு ________ ஆகும்.

2. **சரியா தவறா எனக் கூறுக.**

   (i) ஓர் எண் மற்றும் அதன் இருமடங்கு இவற்றின் கூடுதல் 48, இதனை $y + 2y = 48$ என எழுதலாம்.

   (ii) $5(3x + 2) = 3(5x - 7)$ என்பது ஒரு மாறியில் அமைந்த ஒருபடிச் சமன்பாடு ஆகும்.

   (iii) ஓர் எண்ணின் மூன்றில் ஒரு மடங்கு என்பது அவ்வெண்ணிலிருந்து 10 ஐக் கழிப்பதற்குச் சமம் எனில், அந்த சமன்பாட்டின் தீர்வு $x = 25$ ஆகும்.

3. ஓர் எண் மற்றோர் எண்ணின் 7 மடங்கு ஆகும். அவற்றின் வித்தியாசம் 18 எனில், அவ்வெண்களைக் காண்க.

4. அடுத்தடுத்த மூன்று ஒற்றை எண்களின் கூடுதல் 75 எனில், அவற்றுள் எது பெரிய எண்?

5. ஒரு செவ்வகத்தின் நீளமானது அதன் அகலத்தின் மூன்றில் ஒரு பங்கு ஆகும். அச்செவ்வகத்தின் சுற்றளவு 64 மீ எனில், செவ்வகத்தின் நீளம் மற்றும் அகலத்தைக் காண்க.

6. ₹5 மற்றும் ₹10 மதிப்புகளை மட்டுமே கொண்ட 90 பணத்தாள்கள் உள்ளன. அதன் மதிப்பு ₹500 எனில், ஒவ்வொரு முக மதிப்புடைய பணத்தாளும் எத்தனை உள்ளன எனக் காண்க.

7. தேன்மொழியின் தற்போதைய வயது முரளியின் வயதைவிட 5 ஆண்டுகள் அதிகம் ஆகும். 5 ஆண்டுகளுக்கு முன் தேன்மொழிக்கும் முரளிக்கும் இடையே இருந்த வயது விகிதம் 3:2 எனில், அவர்களின் தற்போதைய வயது என்ன?

8. இரண்டு இலக்கங்களைக் கொண்ட ஓர் எண்ணின் இலக்கங்களின் கூடுதல் 9. அந்த எண்ணிலிருந்து 27 ஐக் கழிக்க அவ்வெண்களின் இலக்கங்கள் இடம் மாறிவிடும் எனில், அவ்வெண்ணைக் காண்க.

9. ஒரு பின்னத்தின் பகுதியானது தொகுதியை விட 8 அதிகம் ஆகும். அப்பின்னத்தில் தொகுதியின் மதிப்பு 17 அதிகரித்து பகுதியின் மதிப்பு 1 ஐக் குறைத்தால் $\frac{3}{2}$ என்ற பின்னம் கிடைக்கிறது எனில், முதலில் எடுத்துக்கொண்ட உண்மையான பின்னம் யாது?

10. ஒரு தொடர்வண்டி மணிக்கு 60 கி.மீ வேகத்தில் சென்றால் சேர வேண்டிய இடத்திற்கு 15 நிமிடங்கள் தாமதமாக சென்று சேரும். ஆனால் அவ்வண்டி மணிக்கு 85 கி.மீ வேகத்தில் சென்றால் சேர வேண்டிய இடத்திற்கு 4 நிமிடங்கள் மட்டுமே தாமதமாக சென்று சேரும் எனில், அத்தொடர்வண்டி கடக்க வேண்டிய பயணத் தூரத்தைக் காண்க.

03_8th_Maths_Algebra_TM.indd 110 20-02-2020 01:43:43 PM

கொள்குறிவகை வினாக்கள்

11. ஓர் எண் மற்றும் அதன் பாதியின் கூடுதல் 30 எனில் அவ்வெண் ________ ஆகும்.
    (அ) 15 (ஆ) 20 (இ) 25 (ஈ) 40

12. ஒரு முக்கோணத்தின் வெளிக்கோணம் $120°$, அதன் ஓர் உள்ளெதிர்க் கோணம் $58°$ எனில், மற்றோர் உள்ளெதிர்க் கோணம் ________ ஆகும்.
    (அ) $62°$ (ஆ) $72°$ (இ) $78°$ (ஈ) $68°$

13. ஆண்டிற்கு 5% வட்டி வீதத்தில் ஓர் ஆண்டிற்கு ₹500 ஐத் தனிவட்டியாகத் தரும் அசல் எவ்வளவு?
    (அ) 50,000 (ஆ) 30,000 (இ) 10,000 (ஈ) 5,000

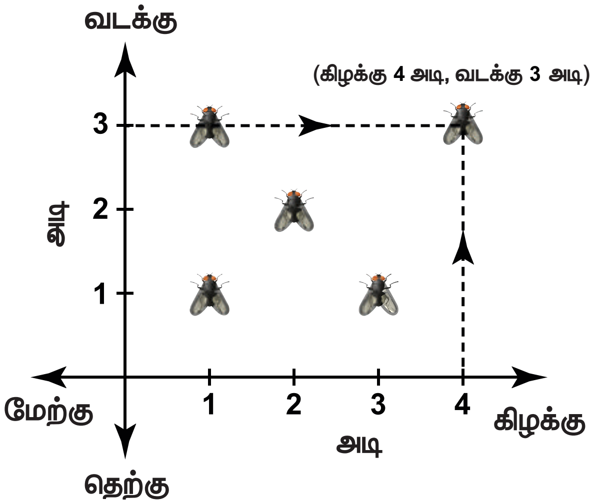
14. இரண்டு எண்களின் மீ.சி.ம மற்றும் மீ.பொ.கா ஆகியவற்றின் பெருக்குத் தொகை 24 ஆகும். அவற்றுள் ஓர் எண் 6 எனில், மற்றோர் எண் __________ ஆகும்.
    (அ) 6 (ஆ) 2 (இ) 4 (ஈ) 8

15. அடுத்தடுத்த மூன்று எண்களில் மிகப்பெரிய எண் $x+1$, எனில் மிகச்சிறிய எண் __________ ஆகும்.
    (அ) x (ஆ) $x+1$ (இ) $x+2$ (ஈ) $x-1$

3.9 வரைபடங்கள்

3.9.1 அறிமுகம்

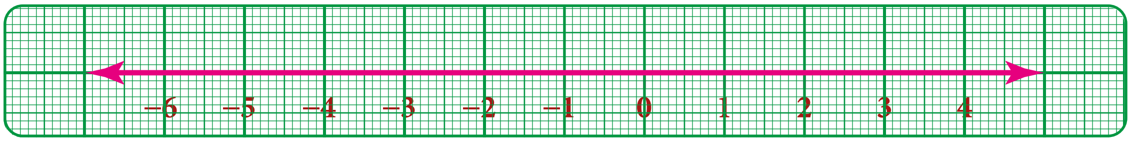
17ஆம் நூற்றாண்டில் வாழ்ந்த 'ரெனே டெஸ்கார்ட்ஸ்' என்ற கணித அறிஞர் ஒருநாள் உடல்நிலை சரியில்லாமல் படுக்கையில் படுத்து இருந்தார். தான் படுத்திருந்த இடத்தின் மேல்தளத்தில் பல்வேறு இடங்களில் மாறி மாறி அமர்ந்த ஒரு பூச்சியினைக் கண்டார். அந்தப் பூச்சி தளத்தில் எங்கெல்லாம் அமர்ந்து இருந்தது என அறிய விரும்பினார். உடனடியாக அந்த அறையின் மேல்தளத்தை ஒரு தாளில் வரைந்தார். விளிம்புகளைக் கிடைமட்ட, செங்குத்துக் கோடுகளாக வரைந்துக் கொண்டார். இந்தச் செங்குத்துக் கோடுகளை அடிப்படையாகக் கொண்டு அவர் திசைகளைப் பயன்படுத்தி பூச்சியானது கிழக்கு, மேற்கு, வடக்கு, தெற்கு திசைகளில் நகர்ந்து, அமர்ந்த இடங்களைக் குறிப்பதற்கு தெரிந்துகொண்டார். அவர் பூச்சி உட்கார்ந்த இடங்களை தளத்தில் (x,y) என அழைத்தார். அது இரண்டு மதிப்புகளைக் குறிக்கிறது. ஒன்று (x) கிடைமட்டத் திசையையும், மற்றொன்று (y) செங்குத்துத் திசையையும் (இங்கு கிழக்கு மற்றும் வடக்கு திசைகள்) குறிக்கிறது. இதுவே வரைபடங்கள் என்ற கருத்தியல் உருவாகக் காரணமாயிற்று.

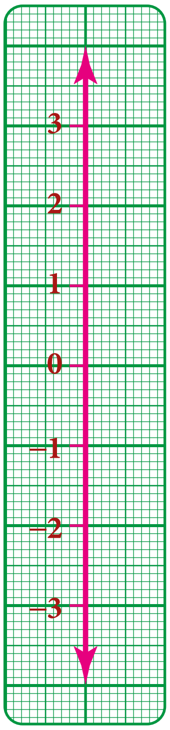


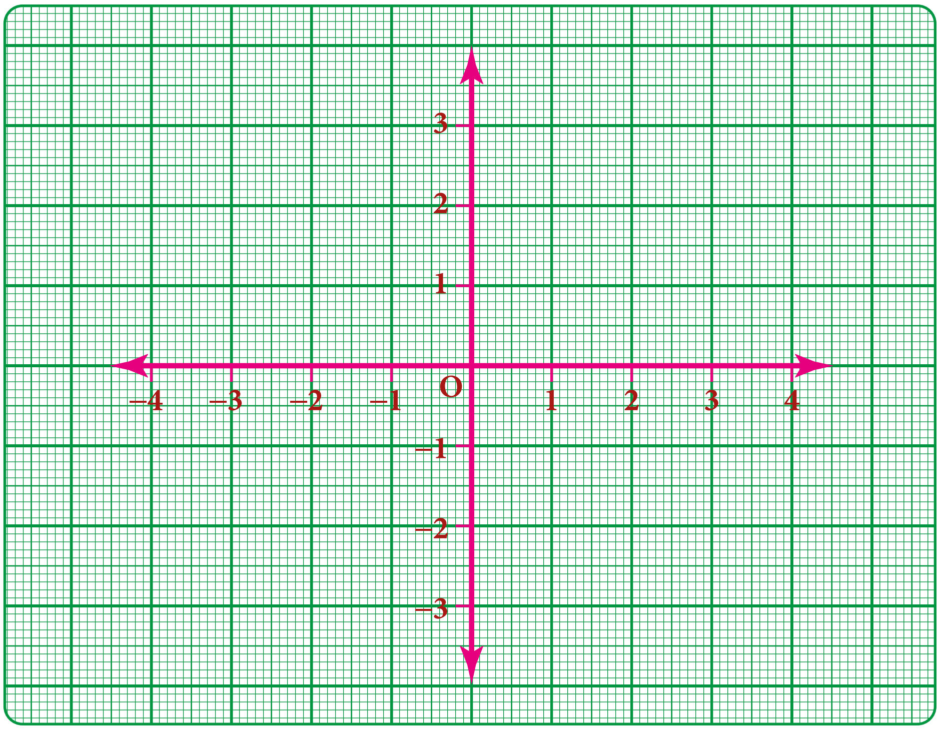
3.9.2 வரைபடத்தாள்கள்

வரைபடம் என்பது எண்களுக்கு இடையில் உள்ள தொடர்புகளைக் காட்டும் ஒரு பட விளக்க முறை ஆகும். சென்ற வகுப்புகளில் நாம் முழுக்களை எவ்வாறு ஒரு கிடைமட்டக் கோட்டில் குறிப்பது எனப் படித்துள்ளோம். இப்போது மற்றோர் எண்கோட்டை செங்குத்தாக எடுத்துக்கொள்வோம். ஒரு வரைபடத்தாளில் இந்த இரண்டு எண்கோடுகளையும் '0' பூச்சியத்தில் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தாகப் படத்தில் காட்டியுள்ளவாறு வைக்கவும். இந்த எண்கோடுகளையும் அதில் குறிக்கப்பட்டுள்ள எண்களையும் வரைபடத்தாளில் உள்ள அழுத்தமான கோட்டின் மீது அமையுமாறு பொருத்த வேண்டும்.

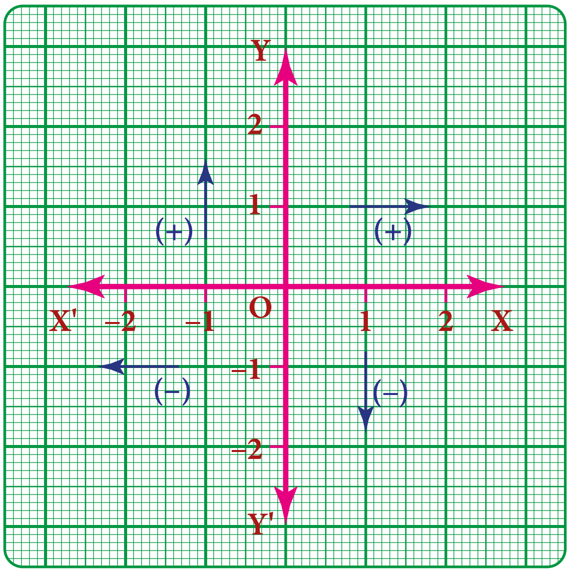
03_8th_Maths_Algebra_TM.indd 111 20-02-2020 01:43:43 PM







இந்த இரண்டு செங்குத்துக் கோடுகளும் வெட்டும் புள்ளி 'O' ஆனது ஆதிப்புள்ளி (0,0) எனக் குறிக்கப்படுகிறது.



கார்டீசியன் அமைப்பு

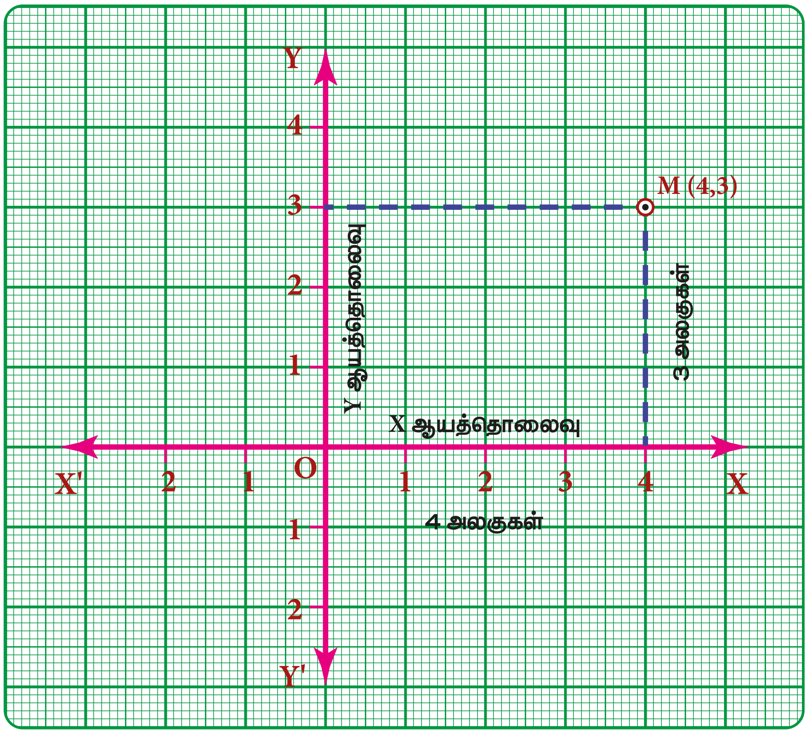
'ரெனே டெஸ்கார்ட்ஸ்' முறையில் ஒரு புள்ளியை கிடைமட்டம், செங்குத்து என இரண்டு அளவுகளில், குறிப்பதை அவருக்கு மரியாதை செலுத்தும், விதமாக கார்டீசியன் அமைப்பு எனப் பெயரிடப்பட்டது. கிடைமட்டக் கோட்டை XOX' எனக் குறித்து அதை X அச்சு என அழைக்கிறோம். செங்குத்துக்கோட்டை YOY' எனக் குறித்து, அதை Y அச்சு என அழைக்கிறோம். இந்த இரண்டு அச்சுகளும் ஆய அச்சுகள் எனப்படும். X அச்சு, Y அச்சு பெற்றிருக்கும் தளத்தினை ஆய அச்சுத் தளம் அல்லது கார்டீசியன் தளம் என்று அழைக்கப்படுகிறது.

3.9.3 வரைபடங்களில் குறிகள்

1. ஒரு புள்ளியின் X ஆயத்தொலைவு OX இன் மீது நேர்குறியிலும், OX' இன் மீது குறை குறியிலும் குறிக்கப்படும்
2. ஒரு புள்ளியின் Y ஆயத்தொலைவு OY இன் மீது நேர்குறியிலும், OY' இன் மீது குறை குறியிலும் குறிக்கப்படும்.

03_8th_Maths_Algebra_TM.indd 112 20-02-2020 01:43:44 PM

3.9.4 வரிசைச் சோடிகள்



தளத்தில் ஓரிடத்தைக் குறிப்பது புள்ளி ஆகும். ஒரு புள்ளியை (a, b) என்ற சோடியால் குறிக்கின்றோம். a மற்றும் b ஆகிய இரண்டு எண்களும் ஒரு குறிப்பிட்ட வரிசையில் அதாவது 'a' என்பது X அச்சுத் தூரத்தையும் 'b' என்பது Y அச்சுத் தூரத்தையும் குறிக்கும். இதுவே **வரிசை சோடி** (a,b) எனப்படும். இது, தளத்தில் அமைந்துள்ள ஒரு புள்ளியைத் துல்லியமாகக் குறிக்க நமக்குப் பயன்படுகிறது. ஒவ்வொரு புள்ளியையும் ஒரு சோடி எண்களால் மிகச் சரியாக அறியலாம். இதிலிருந்து (b, a) என்ற புள்ளியும் (a,b) என்ற புள்ளியும் ஒரே இடத்தைக் குறிப்பது இல்லை எனத் தெளிவாகத் தெரிகிறது. அவை வெவ்வேறு வரிசைகளைக் குறிக்கின்றன.

நாம் XOX' மற்றும் YOY' ஆயஅச்சுகள் கொண்ட தளத்தில் M (4, 3) என்ற ஒரு புள்ளியை எடுத்துக்கொள்வோம்.

(i) நீங்கள் எப்பொழுதும் 'O' என்ற நிலையான புள்ளியிலிருந்து தொடங்க வேண்டும். இதனை நாம் ஆதிப்புள்ளி என அழைக்கிறோம்.

(ii) முதலில் 4 அலகுகள் கிடைமட்டத் திசையில் நகர வேண்டும். (அதாவது X அச்சு திசையில் நகர வேண்டும்.)

(iii) பிறகு Y அச்சு திசையில் 3 அலகுகள் நகர வேண்டும். நாம் எப்படி நகர்ந்து 'M' என்ற புள்ளியை அடைந்தோம் எனப் புரிந்துகொண்டு, அதனை M (4,3) எனக் குறிக்கிறோம்.

4 என்பது 'M' இன் X ஆயத்தொலைவு மற்றும் 3 என்பது 'M' இன் Y ஆயத் தொலைவு ஆகும். மேலும் இதனை நாம் வழக்கமாக X ஆயத்தொலைவை *abscissa* எனவும், Y ஆயத்தொலைவை '*ordinate*' எனவும் ஆங்கிலத்தில் அழைக்கிறோம். (4,3) என்பது ஒரு வரிசைச் சோடி ஆகும்.

சிந்திக்க

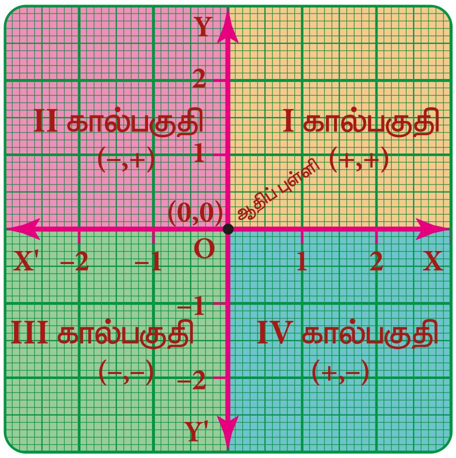
(4, 3) என்ற புள்ளிக்குப் பதிலாக (3,4) என எழுதி வரைபடத்தாளில் குறிக்க முயற்சி செய்தால், அது மீண்டும் புள்ளி 'M' ஐக் குறிக்குமா?

3.9.5 கால்பகுதிகள்

தளத்தில் அமைந்த வரைபடத்தை ஆயஅச்சுகள் நான்கு 'கால்பகுதிகளாக' பிரிக்கின்றன. வழக்கமாக இந்த கால்பகுதிகளைக் கடிகார இயக்கதிசைக்கு எதிர்த் திசையில் X அச்சின் நேர்குறி திசையில் இருந்து தொடங்கிப் பெயரிடுவோம்.

03_8th_Maths_Algebra_TM.indd 113 20-02-2020 01:43:44 PM

கால்பகுதி	குறிகள்
I பகுதி XOY	$x>0$, $y>0$ எனில் ஆயத்தொலைவுகள் (+,+) எடுத்துக்காட்டுகள்: (5,7) (2,9) (10,15)
II பகுதி X'OY	$x<0$, $y>0$ எனில் ஆயத்தொலைவுகள் (–,+) எடுத்துக்காட்டுகள்: (–2,8) (–1,10) (–5,3)
III பகுதி X'OY'	$x<0$, $y<0$ எனில் ஆயத்தொலைவுகள் (–,–) எடுத்துக்காட்டுகள்: (–2,–3) (–7,–1) (–5,–7)
IV பகுதி XOY'	$x>0$, $y<0$ எனில் ஆயத்தொலைவுகள் (+,–) எடுத்துக்காட்டுகள் : (1,–7) (4,–2) (9,–3)



ஆய அச்சுகள் மீது ஒரு புள்ளியின் ஆயத் தொலைவுகள்:

- y = 0 எனில் $(x, 0)$ என்ற புள்ளி 'X' அச்சின் மீது அமைந்திருக்கும்.
  (எ.கா) **(2,0), (–5,0), (7,0)** ஆகிய புள்ளிகள் 'X' அச்சின் மீது உள்ளன.
- $x = 0$ எனில் (0,y) என்ற புள்ளி 'Y' அச்சின் மீது அமைந்திருக்கும்.
  (எ.கா) (0,3), (0,–4), (0,9) ஆகிய புள்ளிகள் 'Y' அச்சின் மீது உள்ளன.

3.9.6 கொடுக்கப்பட்ட புள்ளிகளை வரைபடத்தாளில் குறித்தல்

கீழ்க்கண்ட புள்ளிகளை எடுத்துக்கொள்வோம். (4,3), (–4,5), (–3,–6), (5,–2), (6,0), (0,–5)

(i) (4,3) என்ற புள்ளியைக் குறிக்க.

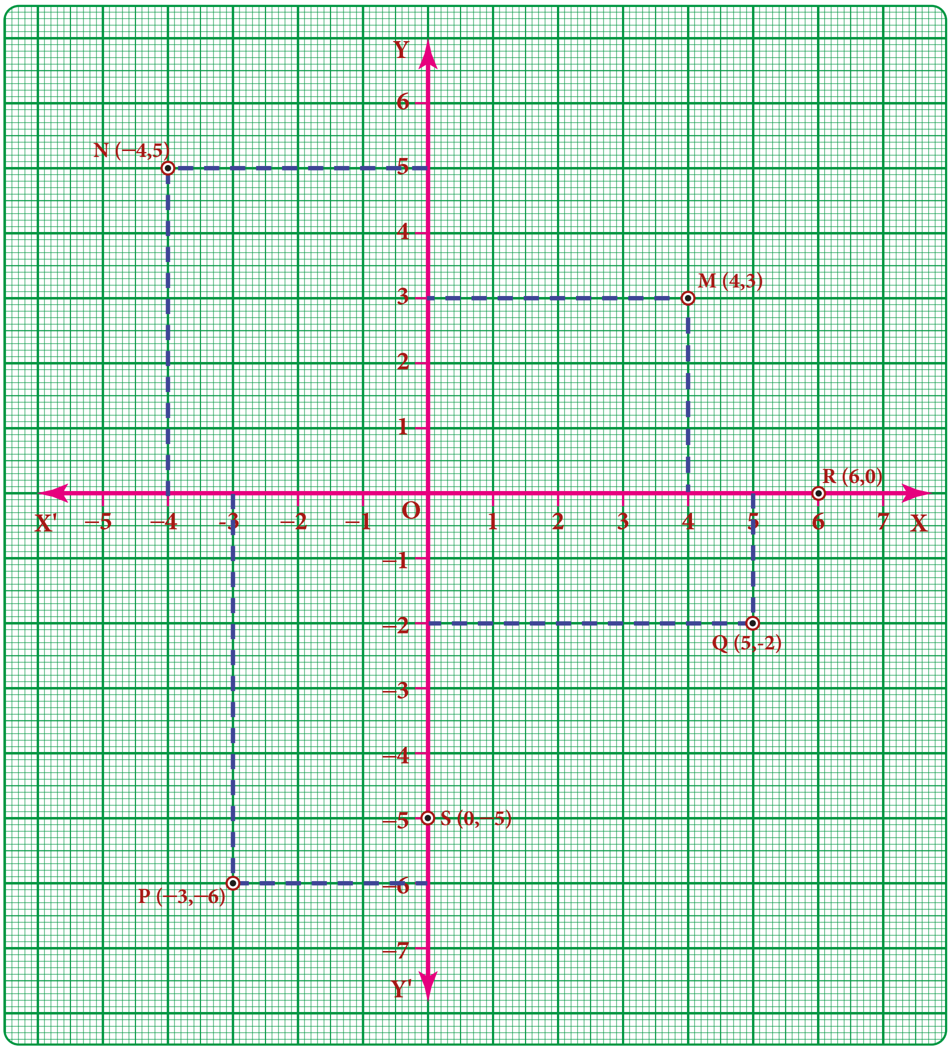
ஆதிப்புள்ளி 'O' இலிருந்து OX வழியாக 4 அலகுகள் நகர்ந்து பிறகு 4இலிருந்து OYஇக்கு இணையாக 3 அலகுகள் நகர்ந்தால் புள்ளி M(4,3) ஐக் குறிக்கலாம்.

(ii) (–4,5) என்ற புள்ளியைக் குறிக்க.

ஆதிப்புள்ளி 'O'இலிருந்து OX' வழியாக 4 அலகுகள் நகர்ந்து பிறகு –4 இலிருந்து OY இக்கு இணையாக 5 அலகுகள் நகர்ந்தால் புள்ளி N(–4,5) ஐக் குறிக்கலாம்.

(iii) (– 3, – 6) என்ற புள்ளியைக் குறிக்க.

ஆதிப்புள்ளி 'O' இலிருந்து OX′ வழியாக 3 அலகுகள் நகர்ந்து பிறகு –3இலிருந்து OY'இக்கு இணையாக 6 அலகுகள் நகர்ந்தால் புள்ளி P(–3, –6) ஐக் குறிக்கலாம்.



03_8th_Maths_Algebra_TM.indd 114 20-02-2020 01:43:45 PM

(iv) (5,−2) என்ற புள்ளியைக் குறிக்க.

ஆதிப்புள்ளி ‘O’இலிருந்து OX வழியாக 5 அலகுகள் நகர்ந்து பிறகு 5இலிருந்து OY′ இக்கு இணையாக 2 அலகுகள் நகர்ந்தால் புள்ளி Q(5,−2) ஐக் குறிக்கலாம்.

(v) (6,0) மற்றும் (0, − 5) புள்ளிகளைக் குறிக்க.

(6,0) என்று கொடுக்கப்பட்ட புள்ளியில் X ஆயத்தொலைவு 6 மற்றும் Y ஆயத்தொலைவு ‘0’ ஆகும். எனவே, இந்த புள்ளி OX அச்சின் மீது அமைந்துள்ளது. ஆதிப்புள்ளி ‘O’இலிருந்து OX வழியாக 6 அலகுகள் நகர்ந்தால் புள்ளி R(6,0) ஐக் குறிக்கலாம்.

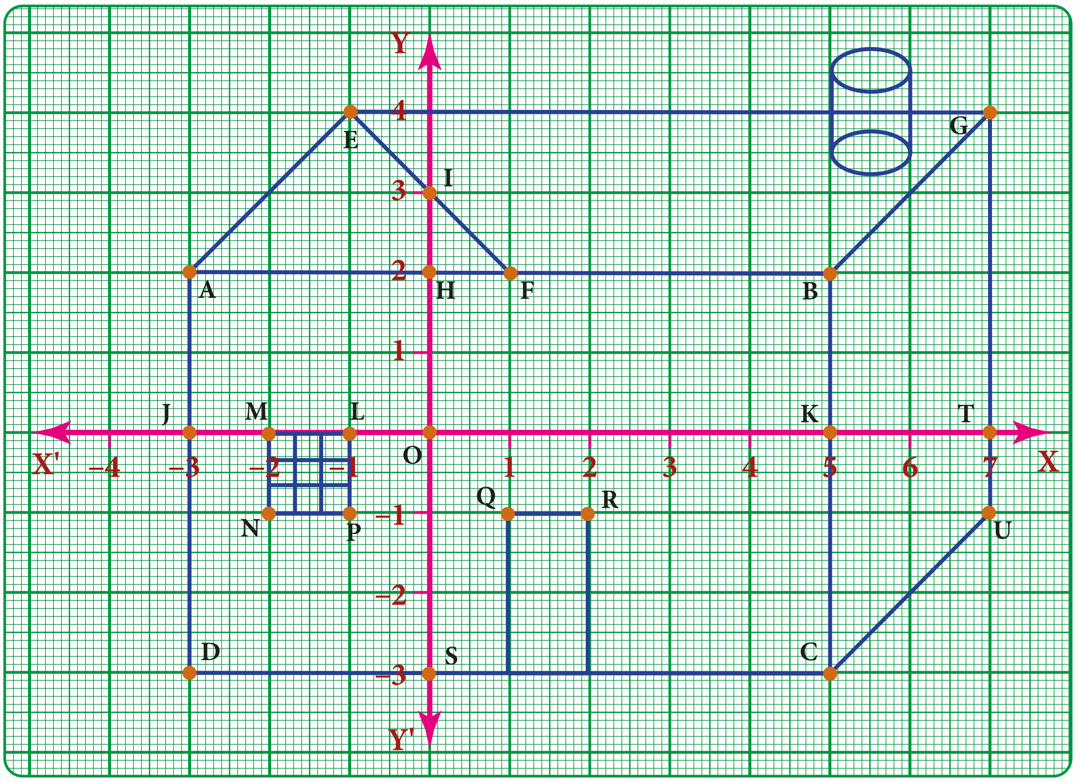
(0,−5) என்று கொடுக்கப்பட்ட புள்ளியில் X ஆயத்தொலைவு ‘0’ மற்றும் Y ஆயத்தொலைவு −5 ஆகும். எனவே, இந்த புள்ளி Y அச்சின் மீது அமைந்துள்ளது. ஆதிப்புள்ளி ‘O’ இலிருந்து OY’ வழியாக 5 அலகுகள் நகர்ந்தால் புள்ளி S (0,−5) ஐக் குறிக்கலாம்.

இவற்றை முயல்க

1. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள அட்டவணையை நிரப்புக.

எண்	புள்ளி	X-ஆயத்தொலைவின் குறி	Y-ஆயத்தொலைவின் குறி	கால்பகுதி
1	(−7,2)			
2	(10,−2)			
3	(−3,−7)			
4.	(3,1)			
5.	(7,0)			
6.	(0,−4)			

2. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள படத்தில் ஆங்கில எழுத்துக்களால் குறிக்கப்பட்டுள்ள புள்ளிகளின் ஆயத்தொலைவுகளை எழுதுக.



பயிற்சி 3.8

1 கோடிட்ட இடங்களை நிரப்புக.

(i) X- அச்சும் Y- அச்சும் சந்திக்கும் புள்ளி ____________ ஆகும்.

(ii) மூன்றாவது கால்பகுதியில் அமைந்துள்ள புள்ளியின் ஆயத்தொலைவுகள் எப்போதும் ____________ ஆக இருக்கும்.

(iii) (–5,0) புள்ளி ____________ அச்சின் மீது அமைந்திருக்கும்.

(iv) X-அச்சின் மீது, Y- இன் ஆயத் தொலைவானது எப்போதும் ____________ ஆகும்.

(v) Y- அச்சுக்கு இணையாகச் செல்லும் நேர்க் கோட்டில் ___________ ஆயத்தொலைவு சமம் ஆகும்.

2. சரியா, தவறா எனக் கூறுக.

(i) (–10, 20) என்ற புள்ளி இரண்டாவது கால் பகுதியில் அமைந்துள்ளது.

(ii) (–9, 0) என்ற புள்ளி X அச்சின் மீது அமைந்துள்ளது.

(iii) ஆதிப்புள்ளியின் ஆய அச்சுத் தொலைவுகள் (1,1) ஆகும்.

3 வரைபடத்தாளில் குறிக்காமல் கீழ்க்காணும் புள்ளிகள் அமையும் கால்பகுதிகளைக் காண்க.

(3, –4), (5,7), (2,0), (–3, –5), (4, –3), (–7,2), (–8,0), (0,10), (–9,50).

4 கீழ்க்காணும் புள்ளிகளை ஒரு வரைபடத்தாளில் குறிக்கவும்.

A(5,2), B(–7, –3), C(–2,4), D(–1,–1), E(0, –5), F(2,0), G(7, –4), H(–4,0), I(2,3), J(8,–4), K(0,7).

5 வரைபடத்தைப் பயன்படுத்திக் கொடுக்கப்பட்டுள்ள ஒவ்வோர் உருவமும் எந்தப் புள்ளியில் அமைந்துள்ளது என எழுதுக.

அ) நட்சத்திரம் ________________

ஆ) பறவை ________________

இ) சிவப்பு வட்டம் ________________

ஈ) வைரம் ________________

உ) முக்கோணம் ________________

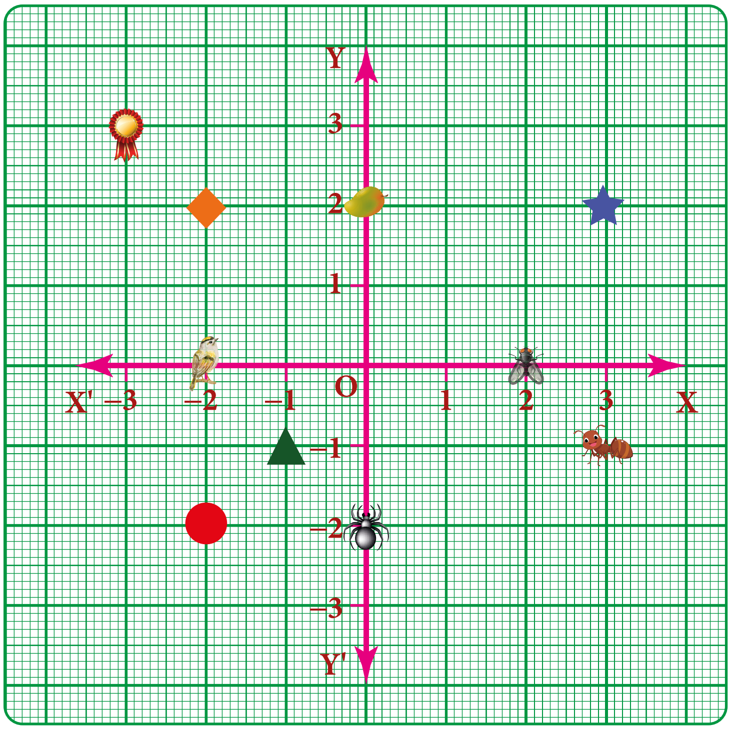
ஊ) எறும்பு ________________

எ) மாம்பழம் ________________

ஏ) ஈ ________________

ஐ) பதக்கம் ________________

ஒ) சிலந்தி ________________



3.9.7 நேர்க்கோடு வரைதல்

இப்போது நாம் வரைபடத்தாளில் புள்ளிகளை எவ்வாறு குறிப்பது என்பதைத் தெரிந்துகொண்டோம். வரைபடத்தாளில் புள்ளிகள் வெவ்வேறு வரிசைகளில் அமைந்திருக்கும். ஏதேனும் இரு புள்ளிகளை இணைத்தால் நமக்கு ஒரு நேர்க்கோடு கிடைக்கும்.

03_8th_Maths_Algebra_TM.indd 116 20-02-2020 01:43:48 PM

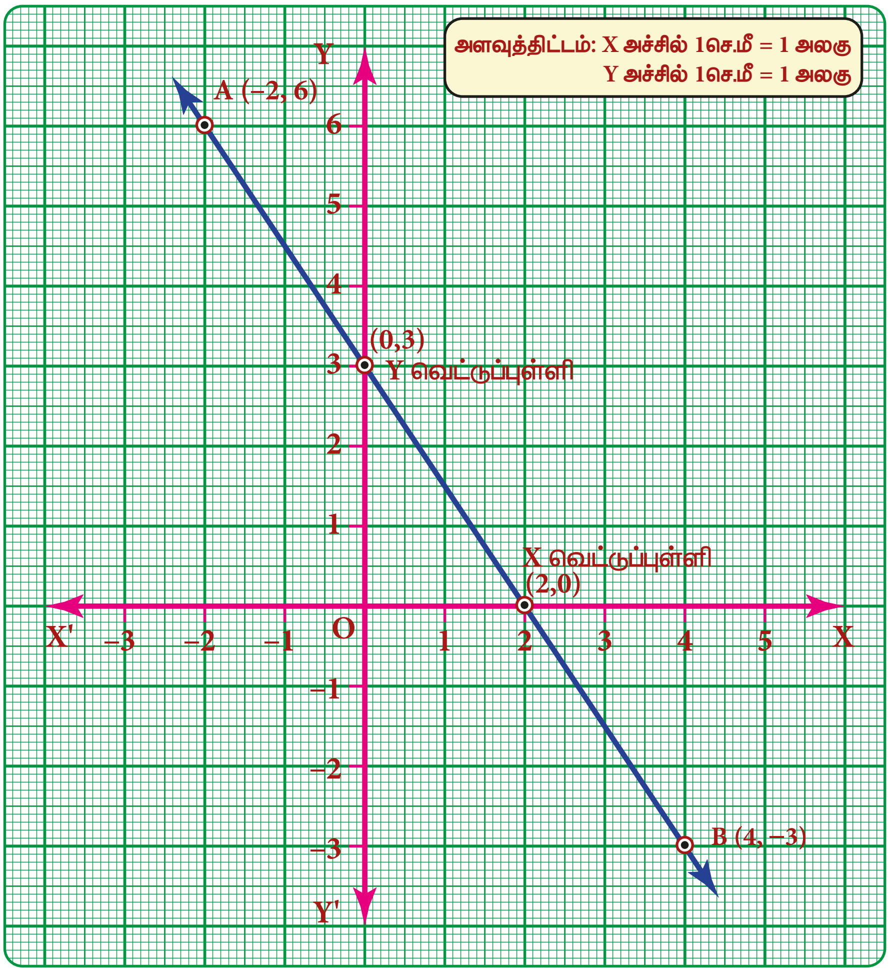
எடுத்துக்காட்டு 3.41

A(−2, 6) மற்றும் B(4,−3) ஆகிய புள்ளிகளை இணைத்து ஒரு நேர்க்கோடு வரைக.

தீர்வு:

கொடுக்கப்பட்ட முதல் புள்ளி A(−2, 6) ஆனது இரண்டாம் கால்பகுதியில் அமைந்துள்ளது. அதனைக் குறிக்கவும். இரண்டாவது புள்ளி B(4,−3) ஆனது நான்காம் கால்பகுதியில் அமைந்துள்ளது, அதனையும் குறிக்கவும்.

இப்போது புள்ளி A மற்றும் புள்ளி *B* ஐ அளவுகோலைப் பயன்படுத்தி இணைத்து, நீட்டித்தால் நமக்கு ஒரு நேர்க்கோடு கிடைக்கும்.



குறிப்பு: இந்த நேர்க்கோடானது *X* அச்சை (2, 0)என்ற புள்ளியிலும், *Y* அச்சை (0,3) என்ற புள்ளியிலும் வெட்டிச் செல்கிறது.

எடுத்துக்காட்டு 3.42

A (2,5) B(−5, −2) மற்றும் M(−5,4) N(1,−2) என்ற புள்ளிகளை இணைத்து நேர்க்கோடுகள் வரைக. மேலும் அவ்விரு நேர்க்கோடுகளும் வெட்டிக்கொள்ளும் புள்ளியைக் காண்க.

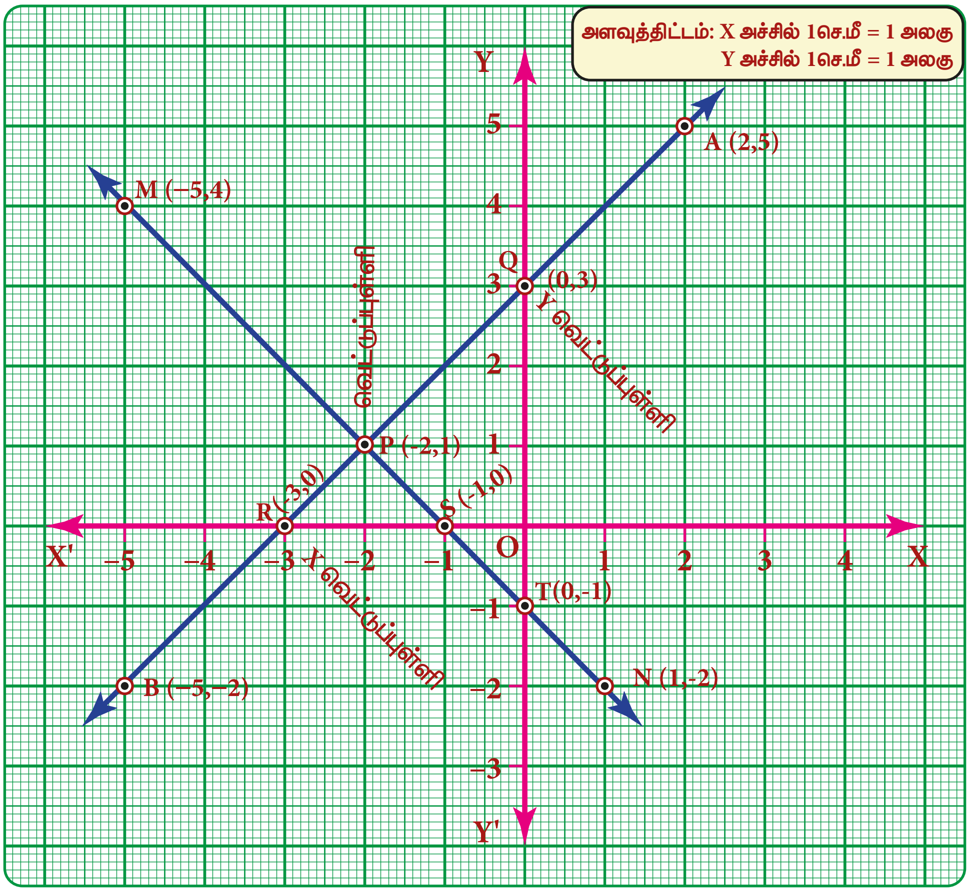
தீர்வு:

முதல் சோடிப் புள்ளிகளான A மற்றும் B ஐ I மற்றும் III ஆம் கால்பகுதியில் குறிக்கவும். அந்தப் புள்ளிகளை இணைத்து AB என்ற நேர்க்கோட்டைப் பெறவும். இரண்டாவது சோடிப் புள்ளிகளான M மற்றும் Nஐ II மற்றும் IV ஆம் கால்பகுதியில் குறிக்கவும். அந்தப் புள்ளிகளை இணைத்து MN என்ற நேர்கோட்டைப் பெறவும்.

03_8th_Maths_Algebra_TM.indd 117 20-02-2020 01:43:48 PM

இப்போது இரண்டு நேர்க்கோடுகளும் P(−2, 1) என்ற புள்ளியில் வெட்டிக் கொள்கிறது.

1. AB என்ற நேர்க்கோடு X அச்சை R(−3,0) என்ற புள்ளியிலும், Y அச்சை Q(0,3) என்ற புள்ளியிலும் வெட்டிச் செல்கிறது.
2. MN என்ற நேர்க்கோடு X அச்சை S(−1,0) என்ற புள்ளியிலும், Y அச்சை T(0,−1) என்ற புள்ளியிலும் வெட்டிச் செல்கிறது.



3.9.8 ஆய அச்சுகளுக்கு இணையான நேர்க்கோடுகள்

- ஒரு நேர்க்கோடானது X அச்சுக்கு இணையாக உள்ளது எனில், அக்கோடு X அச்சில் உள்ள ஒவ்வொரு புள்ளியிலிருந்தும் சம தொலைவில் இருக்கும். இதனை y = c எனக் குறிக்கின்றோம்.
- ஒரு நேர்க்கோடானது Y அச்சுக்கு இணையாக உள்ளது எனில், அக்கோடு Y அச்சில் உள்ள ஒவ்வொரு புள்ளியில் இருந்தும் சம தொலைவில் இருக்கும். இதனை $x = k$ எனக் குறிக்கின்றோம். (இங்கு c மற்றும் k ஆகியவை மாறிலிகள் ஆகும்)

எடுத்துக்காட்டு 3.43

$X = 5$ என்ற சமன்பாட்டிற்கு வரைபடம் வரைக.

தீர்வு:

$X = 5$ என்பது y இன் எந்தவொரு மதிப்புக்கும் Xஇன் ஆயத்தொலைவு எப்போதும் 5 ஆகவே இருக்கும். எனவே, நாம் y இன் ஆயத்தொலைவிற்கு மதிப்பு கொடுத்து கீழ்க்கண்டவாறு அட்டவணைப்படுத்தலாம்.

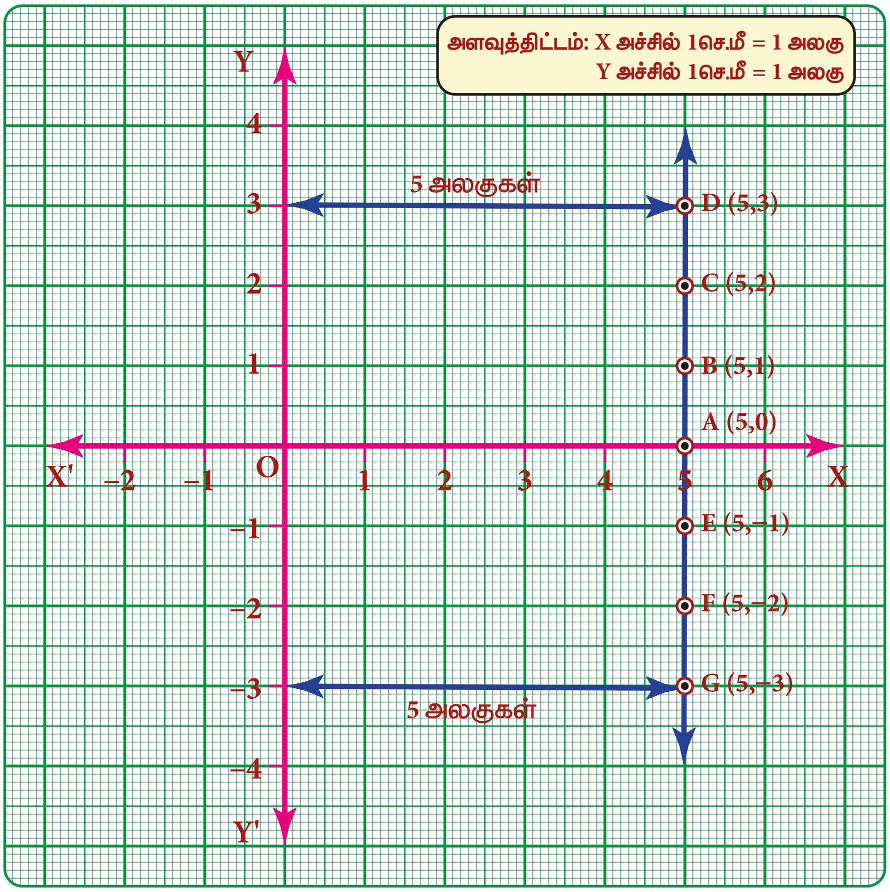
X	5	5	5	5	5
Y	−2	−1	0	2	3

$x = 5$ என்பது கொடுக்கப்பட்டுள்ளது (நிலையானது)

y இக்கு ஏதேனும் சில மதிப்புகளை எடுத்துக்கொள்ளவும்.

(5,−2) (5,-1) (5,0) (5,2) (5,3) ஆகியப் புள்ளிகளை வரைபடத்தாளில் குறித்து, அவற்றை இணைக்கவும். Y அச்சிலிருந்து 5 அலகுகள் தூரத்தில், Y அச்சுக்கு இணையாக ஒரு நேர்க்கோடு நமக்குக் கிடைக்கும்.

03_8th_Maths_Algebra_TM.indd 118 20-02-2020 01:43:48 PM



குறிப்பு

i) x=0 என்பது Y அச்சைக் குறிக்கிறது.

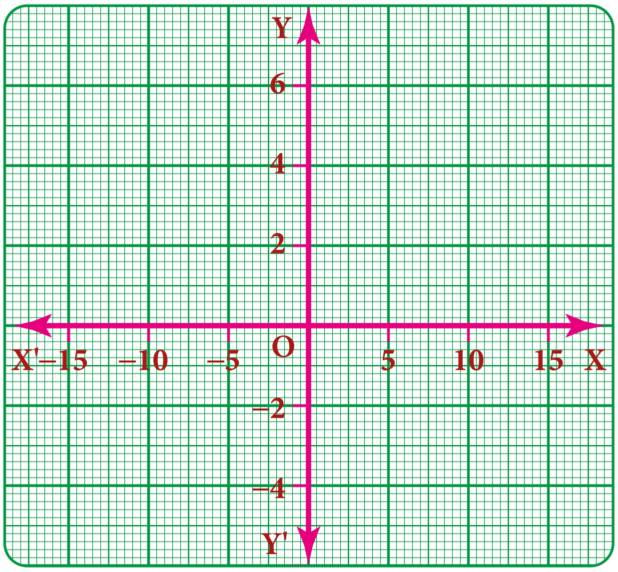
ii) y=0 என்பது X அச்சைக் குறிக்கிறது.

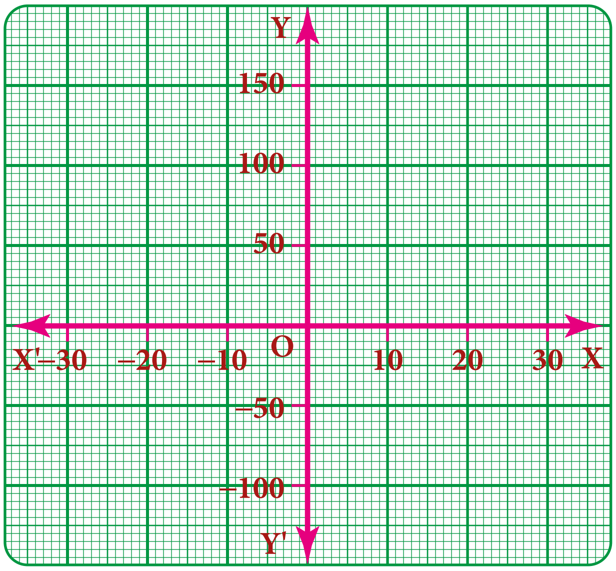
சிந்திக்க

(5,–10), (0,5), (5,20) ஆகிய புள்ளிகளில் எந்தெந்தப் புள்ளிகள் X=5 என்ற நேர்க்கோட்டின் மீது அமைந்துள்ளன?

3.9.9 வரைபடத்தாளில் அளவுத்திட்டம்

வரைபடத்தாளில் Y ஆனது X இன் பெரிய மடங்குகளாக அமையும் சூழ்நிலையில் வரைபடத்தாளில் வழக்கமாக ஓரலகுகளில் குறிக்கும் அளவு Y ஆயத் தொலைவுக்குப் போதுமானதாக இருக்காது, இது மறுதலைக்கும் பொருந்தும். இவ்வாறான சூழ்நிலைகளில் இரண்டு அச்சுகளுக்கும் தேவைக்கு ஏற்ப அளவுத்திட்டத்தை மாற்றியமைத்துப் பயன்படுத்துகின்றோம். பொருத்தமான அளவுத்திட்டத்தை வரைபடத்தாளில் வலதுபுற மூலையில் குறிப்பிடுவோம். சில எடுத்துக்காட்டுகள் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன



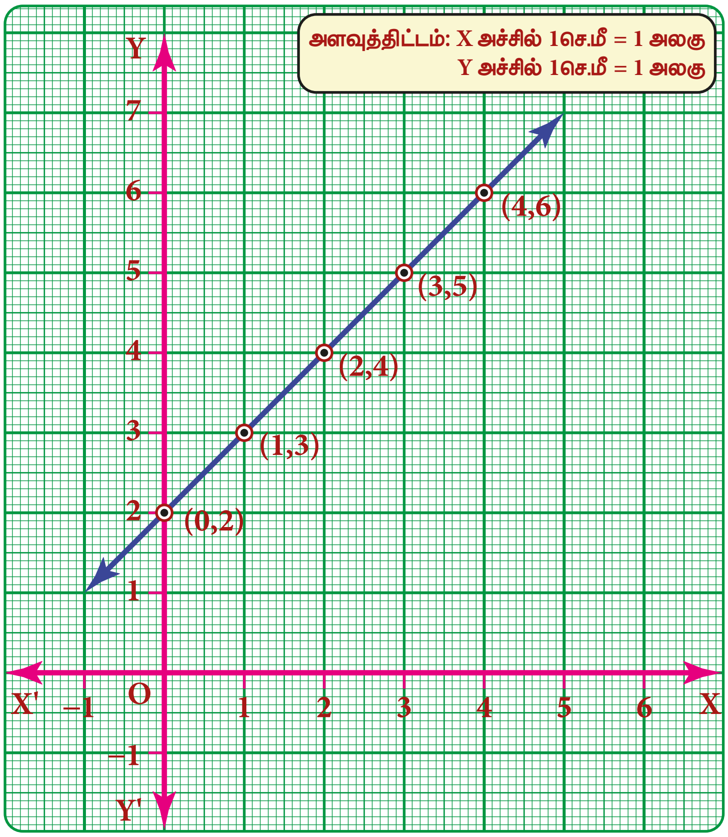


எ.கா. 1	x அச்சின் மீது 1 செ.மீ = 5 அலகுகள். y அச்சின் மீது 1 செ.மீ = 2 அலகுகள்	எ.கா. 2	x அச்சின் மீது 1 செ.மீ = 10 அலகுகள். y அச்சின் மீது 1 செ.மீ = 50 அலகுகள்

03_8th_Maths_Algebra_TM.indd 119 20-02-2020 01:43:49 PM

3.10 நேர்க்கோட்டு வரைபடங்கள்

3.10.1 நேர்க்கோட்டு அமைப்பு



(0,2) (1,3) (2,4) (3,5) (4,6). ஆகிய புள்ளிகளை ஆயஅச்சுகள் தளத்தில் குறிக்கவும். நீங்கள் காண்பது என்ன? இவை அனைத்தும் ஒரு நேர்க்கோட்டில் அமைகிறது அல்லவா? அவற்றுள் ஓர் அமைப்பு முறை உள்ளது. ஒவ்வொரு சோடியிலும் உள்ள y ஆயத்தொலைவைக் கவனிக்கவும். 2 = 0+2; 3 = 1+2; 4 = 2+2; 5 = 3+2; 6 = 4+2 ஒவ்வொரு சோடியிலும், y ஆயத்தொலைவு என்பது x ஆயத்தொலைவைக் காட்டிலும் இரண்டு அதிகம். ஒவ்வொரு புள்ளியின் ஆயத்தொலைவுகளும் இதே தொடர்பைக் கொண்டுள்ளன. அனைத்துப் புள்ளிகளையும் குறிக்க, அவை ஒரு நேர்க்கோட்டில் அமைவதைப் பார்க்கிறோம்.

இதுபோன்ற சூழ்நிலைகளில், அனைத்துப் புள்ளிகளையும் வரைபடத்தாளில் குறித்து, அவை ஒரே நேர்க்கோட்டில் அமைந்தால் 'நேர்க்கோட்டு அமைப்பு' எனக் கூறுகின்றோம்.

இந்த எடுத்துக்காட்டில் ஒவ்வொரு வரிசைச்சோடியிலும் y இன் மதிப்பானது x இன் மதிப்பு +2 ஆக இருப்பதை நாம் கண்டோம். எனவே, மேற்காணும் நேர்க்கோட்டு அமைப்பை இயற்கணிதச் சமன்பாடாக $y = x + 2$ எனக் குறிப்பிடலாம். இவ்வாறான சமன்பாடு நேர்க்கோட்டுச் சமன்பாடு (ஒருபடிச்சமன்பாடு) எனப்படும். மேலும், இந்த நேர்க்கோட்டுக்கான வரைபடமானது 'நேர்க்கோட்டு வரைபடம்' எனப்படும். நேர்க்கோட்டுச் சமன்பாடுகளில் ஒன்று அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட மாறிகளைப் பயன்படுத்துகிறோம். அவற்றுள் ஒரு மாறியானது மற்றொன்றைச் சார்ந்து உள்ளது.

வாடகைமகிழுந்தில்அதிகதூரம்பயணம்செய்தால்,அதிகக்கட்டணத்தைநாம்செலுத்தவேண்டும். இங்கு பயண தூரமானது சாராத மாறிக்கு எடுத்துக்காட்டு ஆகும். வாடகைக் கட்டணம் பயணம் செய்த தூரத்தைச் சார்ந்து இருப்பதால், வாடகைக் கட்டணமானது சார்ந்த மாறி எனப்படும்.

ஒருவர் மின்சாரத்தை எவ்வளவு அதிகம் பயன்படுத்துகிறாரோ, அந்த அளவிற்கு அதிக மின்சாரக் கட்டணத்தைச் செலுத்த வேண்டி வரும். நாம் பயன்படுத்தும் மின்சாரமானது சாராத மாறி ஆகும். ஆகவே, இயல்பாகவே மின்சாரக் கட்டணத் தொகை ஆனது சார்ந்த மாறி ஆகும்.

3.10.2 இரண்டு மாறிகளில் அமைந்த நேர்க்கோட்டுச் சார்பு வரைபடம்

வடிவியலில் நாம் இணைகோடுகள், வெட்டும் கோடுகள் போன்றவற்றைப் பற்றி படித்துள்ளோம். ஆனால், உண்மையில் அவை எவ்வளவு தூரத்தில் அமைந்துள்ளன அல்லது எங்கு அமைந்துள்ளன என நாம் பார்த்தது இல்லை. வரைபடத்தாளில் வரைவதால் அவற்றின் இடங்களைக் காண முடிகிறது. ஒரு நேர்க்கோட்டுச் சமன்பாடு இரண்டு மாறிகளில் அமைந்த சமன்பாடு எனில், அந்த வரைபடம் ஒரு நேர்க்கோட்டைக் குறிக்கும். நேர்க்கோட்டுச் சமன்பாட்டை வரைபடத்தில் வரைய குறைந்தபட்சம் இரண்டு புள்ளிகள் நமக்குத் தேவை. ஆனால் இரண்டுக்கும் மேற்பட்ட புள்ளிகளைப் பயன்படுத்தி வரைவது பாதுகாப்பானது (ஏன்?) புள்ளிகளைத் தேர்ந்தெடுக்கும் போது மிகை, குறை மற்றும் பூச்சிய

மதிப்புகளைப் (முழுக்கள்) பயன்படுத்துவது நமக்கு நன்மை பயக்கும். ஒரு சோடிப் புள்ளிகளின் வழியாக தனித்துவமான ஒரே ஒரு நேர்க்கோடு மட்டுமே செல்லும்.

எடுத்துக்காட்டு 3.44

$y = 5x$ என்ற சமன்பாட்டிற்கு வரைபடம் வரைக.

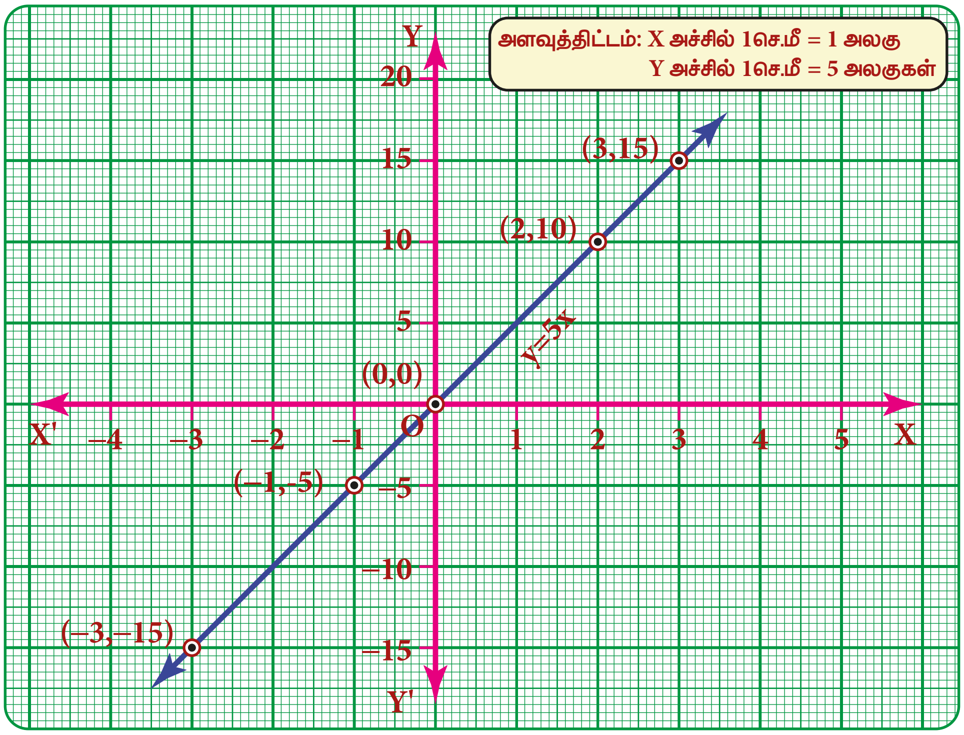
தீர்வு:

கொடுக்கப்பட்ட $y = 5x$ என்ற சமன்பாட்டில் y என்பது x இன் மதிப்பைப் போல் 5 மடங்கு ஆகும்.

x	$y = 5x$
-3	$y = 5 \times (-3) = -15$
-1	$y = 5 \times (-1) = -5$
0	$y = 5 \times (0) = 0$
2	$y = 5 \times (2) = 10$
3	$y = 5 \times (3) = 15$

x	-3	-1	0	2	3
y	-15	-5	0	10	15

$(-3,-15)$ $(-1,-5)$ $(0,0)$ $(2,10)$ $(3,15)$ ஆகிய புள்ளிகளை வரைபடத்தாளில் குறித்து, அவற்றை இணைக்க, நமக்கு $y = 5x$ என்ற நேர்க்கோடு கிடைக்கிறது.



எடுத்துக்காட்டு 3.45

$y = x + 1$ **என்ற சமன்பாட்டிற்கு வரைபடம் வரைக.**

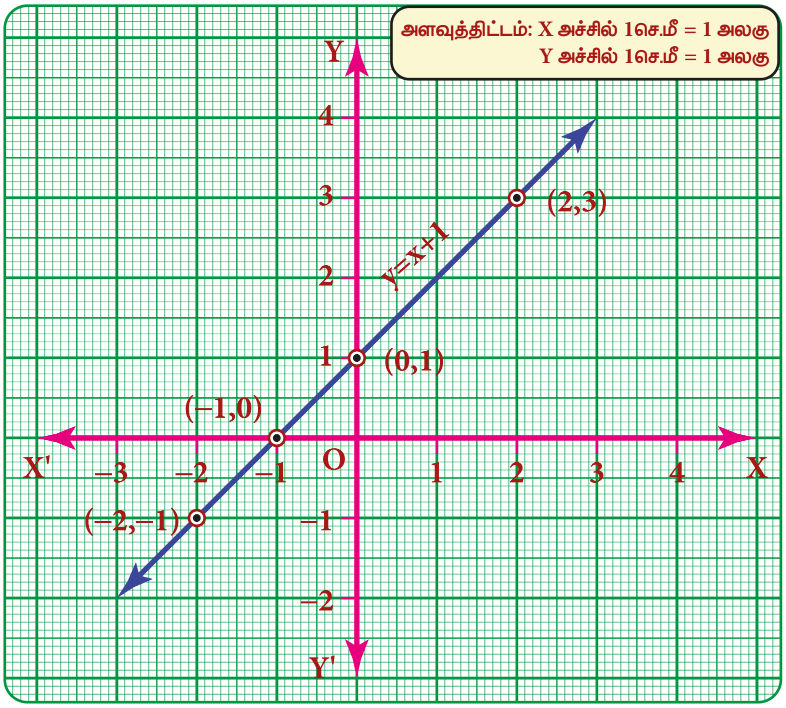
x மற்றும் y ஆகியவற்றிற்கு இரண்டு மதிப்புகளைத் தேர்ந்தெடுத்து தொடங்குவோம். முதலில்

(i) x மதிப்பு 0 ஆக இருக்கும்போது y மதிப்பு என்னவாக இருக்கும். மேலும்

(ii) y மதிப்பு 0 ஆக இருக்கும்போது x மதிப்பு என்னவாக இருக்கும் என அறியலாம். மேலும் ஒன்று அல்லது இரண்டுக்கும் அதிகமான மதிப்புகளைப் பிரதியிட்டுக் காண்போம்.

குறைந்தபட்சம் இன்னும் இரண்டு வரிசைச் சோடிகளையாவது கண்டுபிடிக்க வேண்டும். எளிமையாக வரைய பின்னவடிவ மதிப்புகளைத் தவிர்க்க வேண்டும். சரியான சோடிப் புள்ளிகளை ஊகிக்க வேண்டும்.

03_8th_Maths_Algebra_TM.indd 121 20-02-2020 01:43:50 PM



x	−2	−1	0	1	2
y	−1	0	1	2	3

x	$y = x+1$
−2	$y = -2+1 = -1$
−1	$y = -1+1 = 0$
0	$y = 0+1 = 1$
1	$y = 1+1 = 2$
2	$y = 2+1 = 3$

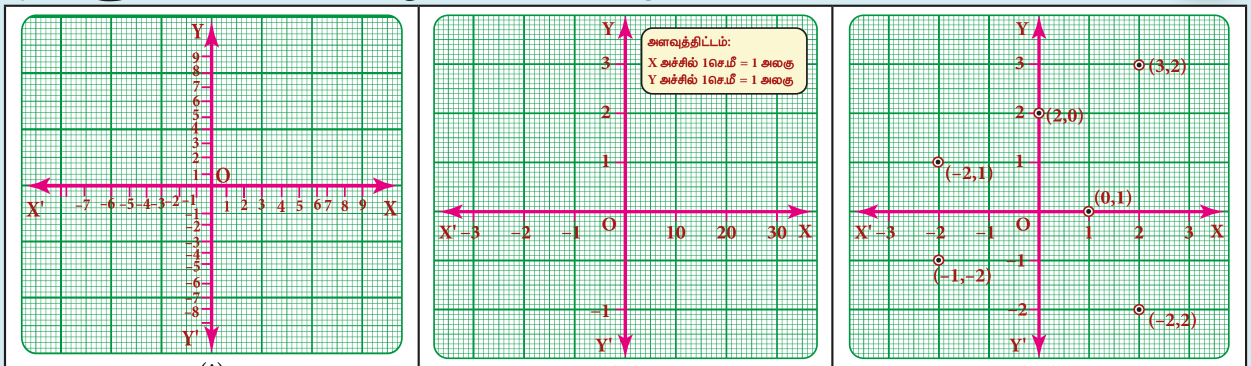
குறிப்பு

தேர்ந்தெடுக்கும் அளவுத்திட்டத்தைப் பொறுத்து வரைபடத்தின் நிலை மாறுபடும்

இப்போது நாம் (−2,−1) (−1,0) (0,1) (1,2) (2,3) ஆகிய ஐந்து புள்ளிகளை வரைபடத்தாளில் குறித்து, அவற்றை இணைக்க நமக்கு $y = x+1$ என்ற நேர்க்கோட்டு கிடைக்கிறது.

இவற்றை முயல்க

கீழ்க்காணும் வரைபடத்தில் தவறுகளை கண்டறிந்து சரி செய்க.



(i) (ii) (iii)

பயிற்சி 3.9

1. கோடிட்ட இடங்களை நிரப்புக:

(i) $y = px$, இங்கு $p \in z$ என்ற நேர்க்கோடானது எப்போதும் ____________ வழியாகச் செல்லும்.

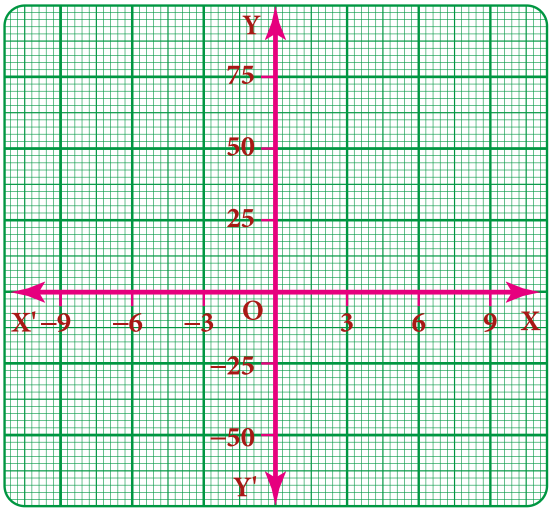
(ii) X = 4 மற்றும் Y = – 4 என்ற கோடுகள் சந்திக்கும் புள்ளி____________.

03_8th_Maths_Algebra_TM.indd 122 20-02-2020 01:43:52 PM

(iii) கொடுக்கப்பட்ட வரைபடத்தின் அளவுத்திட்டம்,

x அச்சின் மீது 1 செ.மீ = ______ அலகுகள்

y அச்சின் மீது 1 செ.மீ = ______ அலகுகள்



2. சரியா தவறா எனக் கூறுக.

(i) (1,1) (2,2) (3,3) ஆகிய புள்ளிகள் அனைத்தும் ஒரே நேர்கோட்டில் அமைந்திருக்கும்.

(ii) $y = -9x$ ஆதிப்புள்ளி வழியாகச் செல்லாது.

3. ஆய அச்சுகளை (2,0) மற்றும் (0,2) ஆகிய புள்ளிகளில் சந்திக்கும் கோடானது, (2,2) என்ற புள்ளி வழியாகச் செல்லுமா?

4. (4,−2) என்ற புள்ளி வழியாகச் செல்லும் கோடு Y அச்சை (0,2) என்ற புள்ளியில் சந்திக்கிறது. இந்த கோட்டின் மீது இரண்டாம் கால்பகுதியில் அமையும் புள்ளி ஏதேனும் ஒன்றைக் கூறுக.

5. P (5,3) Q(−3,3) R(−3,−4) மற்றும் S ஆகிய புள்ளிகள் ஒரு செவ்வகத்தை உருவாக்கும் எனில் புள்ளி S இன் ஆயத் தொலைவுகளைக் காண்க.

6. ஒரு கோடானது (6,0) மற்றும் (0,6) ஆகிய புள்ளிகள் வழியே செல்கிறது. மற்றொரு கோடானது (−3,0) மற்றும் (0,−3) வழியாக செல்கிறது எனில், இவற்றுள் எந்தெந்தப் புள்ளிகளை இணைத்தால் ஒரு சரிவகம் கிடைக்கும்?

7. (−3,7) (2,−4) மற்றும் (4,6) (−5,−7) என்ற சோடிப் புள்ளிகளை இணைத்து உருவாகும் கோடுகள் சந்திக்கும் புள்ளியைக் காண்க. மேலும் நேர்க்கோடுகள் ஆய அச்சுகளைச் சந்திக்கும் புள்ளிகளையும் காண்க.

8. கீழ்க்காணும் சமன்பாடுகளுக்கு வரைபடம் வரைக. (i) $x = -7$ (ii) $y = 6$

9. கொடுக்கப்பட்ட சமன்பாடுகளுக்கு வரைபடம் வரைக. (i) $y = -3x$ (ii) $y = x-4$ (iii) $y = 2x+5$

10. விடுபட்ட மதிப்புகளைக் காண்க.

அ) $y = x + 3$

x	0		−2	
y		0		−3

ஆ) $2x + y - 6 = 0$

x	0		−1	
y		0		−2

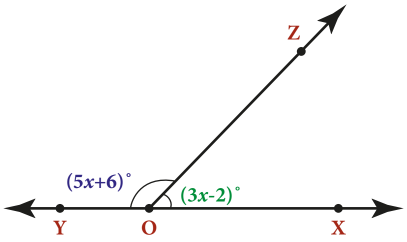
இ) $y = 3x+1$

x	−1	0	1	2
y				

பயிற்சி 3.10

பல்வகைத் திறனறிப் பயிற்சிக் கணக்குகள்

1. மூன்று எண்களின் கூடுதல் 58. இதில் இரண்டாவது எண்ணானது முதல் எண்ணின் ஐந்தில் இரண்டு பங்கின் மூன்று மடங்கு ஆகும். மூன்றாவது எண்ணானது முதல் எண்ணை விட 6 குறைவு எனில், அந்த மூன்று எண்களையும் காண்க.



2. ABC என்ற முக்கோணத்தில் ∠B என்பது ∠A இன் மூன்றில் இரண்டு பங்கு ஆகும். ∠C என்பது, ∠Aஐ விட 20 அதிகம் எனில், அந்த மூன்று கோணங்களின் அளவுகளைக் காண்க.

3. ஓர் இரு சமபக்க முக்கோணத்தில் சம பக்கங்கள் முறையே $5y-2$ மற்றும் $4y+9$ அலகுகள் ஆகும். அதன் மூன்றாவது பக்கம் $2y+5$ அலகுகள் எனில் y இன் மதிப்பையும், முக்கோணத்தின் சுற்றளவையும் காண்க.

4. கொடுக்கப்பட்டுள்ள படத்தில் கோணம் XOZ மற்றும் கோணம் ZOY ஆகியவை நேர்க்கோட்டில் அமையும் அடுத்துள்ள கோணங்கள் எனில்x இன் மதிப்பைக் காண்க.

5. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள விவரங்களுக்கு வரைபடம் வரைக.

சதுரத்தின் பக்கங்கள் (செ.மீ)	2	3	4	5	6
பரப்பளவு (செ.மீ^{2})	4	9	16	25	36

வரைபடமானது ஒரு நேர்க்கோட்டு அமைப்பைக் குறிக்கின்றதா?

மேற்சிந்தனைக் கணக்குகள்

6. ஏறு வரிசையில் எடுத்துக் கொள்ளப்பட்ட மூன்று அடுத்தடுத்த முழுக்கள் முறையே 2,3 மற்றும் 4 ஆல் பெருக்கிக் கூட்டினால் 74 கிடைக்கும் எனில், அந்த மூன்று எண்களையும் காண்க.

7. ஒரு களப் பயணத்திற்கு 331 மாணவர்கள் சென்றனர். ஆறு பேருந்துகள் முழுமையாக நிரம்பின. 7 மாணவர்கள் மட்டும் ஒரு வேனில் பயணிக்க வேண்டியதாயிற்று எனில், ஒவ்வொரு பேருந்திலும் எத்தனை மாணவர்கள் இருந்தனர்?

8. ஒரு தள்ளு வண்டி வியாபாரி, சில கரிக்கோல்கள் (Pencils) மற்றும் பந்துமுனை எழுதுகோல்கள் (Ball point pens) என மொத்தம் 22 பொருள்களை வைத்திருக்கிறார். ஒரு குறிப்பிட்ட நாளில், அவரால் அனைத்துக் கரிக்கோல்களையும் பந்துமுனை பேனாக்களையும் விற்க முடிந்தது. கரிக்கோல்கள் ஒவ்வொன்றும் ₹15 இக்கும், பந்துமுனை பேனாக்கள் ஒவ்வொன்றும் ₹20 இக்கும் விற்பனை செய்த பிறகு அந்த வியாபாரியிடம் ₹380 இருந்தது எனில், அவர் விற்ற கரிக்கோல்களின் எண்ணிக்கை யாது?

9. $y=x, y=2x, y=3x$ மற்றும் $y=5x$ ஆகிய சமன்பாடுகளின் வரைபடங்களை ஒரே வரைபடத்தாளில் வரைக. இந்த வரைபடங்களில் ஏதேனும் சிறப்பை உங்களால் காண முடிகிறதா?

10. ஒரு குவிவு பல கோணத்தின் கோணங்களின் எண்ணிக்கையையும், பக்கங்களின் எண்ணிக்கையையும் கவனத்தில் கொள்க. கீழேக்கொடுக்கப்பட்டுள்ளது போல் அட்டவணைப்படுத்துக.

பலகோணத்தின் பெயர்	கோணங்களின் எண்ணிக்கை	பக்கங்களின் எண்ணிக்கை

பலகோணத்தின் கோணங்களின் எண்ணிக்கைக்கும் பக்கங்களின் எண்ணிக்கைக்கும் இடையே உள்ள தொடர்பை வரைபடம் மூலம் விளக்குக.

03_8th_Maths_Algebra_TM.indd 124 20-02-2020 01:43:53 PM

பாடச்சுருக்கம்

- இயற்கணிதக் கோவைகளின் பெருக்கல் செய்யும் போது கீழ்காணும் வழிமுறைகளை நாம் பின்பற்ற வேண்டும்.

    உறுப்புகளின் குறிகளை பெருக்க வேண்டும்.
    உறுப்புகளின் கெழுக்களை பெருக்க வேண்டும்.
    அடுக்கு குறி விதிகளை பயன்படுத்தி மாறிகளை பெருக்க வேண்டும்.

- ஒரு பல்லுறுப்பு கோவையை ஓருறுப்பு கோவையால் வகுக்க, பல்லுறுப்பு கோவையின் ஒவ்வொரு உறுப்பையும் ஓருறுப்பு கோவையால் வகுக்க வேண்டும்.
- **இயற்கணித முற்றொமை** என்பது ஒரு சமன்பாடு அதில் உள்ள மாறிகள் எந்த ஒரு மதிப்புக்கும் அச்சமன்பாட்டை நிறைவு செய்யும்.

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \qquad (x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$

$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \qquad (a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b) \qquad (a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

$(x+b)(x+b)(x+c) = x^3 + (a+b+c)x^2 + (ab+bc+ca)x + abc$

- கொடுக்கப்பட்ட கோவையை இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட கோவைகளின் பெருக்கற்பலனாக எழுத முடிந்தால் அதனை அக் கோவைகளின் காரணிபடுத்துதல் என்கிறோம்.
- ஒரு சமன்பாடு ஒரே ஒரு மாறியில் அமைந்து அந்த மாறியின் மிக உயர்ந்த அடுக்கு ஒன்றாக (1) இருந்தால், அது ஒருபடிச் சமன்பாடு அல்லது நேரியல் சமன்பாடு எனப்படும்.
- கொடுக்கப்பட்ட சமன்பாட்டில் உள்ள மாறிகளுக்குப் பதிலாக பிரதியிடும் எண்ணானது, சமன்பாட்டின் இருபுறமும் ஒரே மதிப்புகளைக் கொடுத்தால், அவ்வெண்ணை அச்சமன்பாட்டின் தீர்வு அல்லது மூலம் என அழைக்கின்றோம்.
- வரைபடம் என்பது எண்களுக்கு இடையில் உள்ள தொடர்புகளைக் காட்டும் ஒரு பட விளக்க முறை ஆகும்.
- கிடைமட்டக் கோட்டை XOX' எனக் குறித்து அதை X அச்சு என அழைக்கிறோம். செங்குத்துக்கோட்டை YOY' எனக் குறித்து அதை Y அச்சு என அழைக்கிறோம். இந்த இரண்டு அச்சுகளும் ஆய அச்சுகள் எனப்படும். X அச்சு, Y அச்சு பெற்றிருக்கும் தளத்தினை ஆய அச்சுத் தளம் அல்லது கார்டீசியன் தளம் என்று அழைக்கப்படுகிறது.
- ஒரு புள்ளியை (a,b) என்ற சோடியால் குறிக்கிறோம். a மற்றும் b ஆகிய இரண்டு எண்களும் ஒரு குறிப்பிட்ட வரிசையில் அதாவது a என்பது X அச்சுத் தூரத்தையும் 'b' என்பது Y அச்சுத் தூரத்தையும் குறிக்கும். இதுவே வரிசை சோடி (a,b) எனப்படும்.
- தளத்தில் அமைந்த வரைபடத்தை ஆய அச்சுகள் நான்கு 'கால்பகுதிகளாக' பிரிக்கின்றன.
- ஒரு நேர்க்கோட்டுக்கான வரைபடமானது 'நேர்க்கோட்டு வரைபடம்' எனப்படும்.

03_8th_Maths_Algebra_TM.indd 125 20-02-2020 01:43:55 PM

இணையச் செயல்பாடு

படி 1 கூகுள் தேடுபொறியில் தட்டச்சு செய்யவும் (அ) விரைவுக் குறியீட்டினை (QR CODE) பயன்படுத்தவும்

படி 2 கொடுக்கப்பட்டதலைப்புகளுள்ஏதேனும்ஒன்றைதேர்வுசெய்யவும்

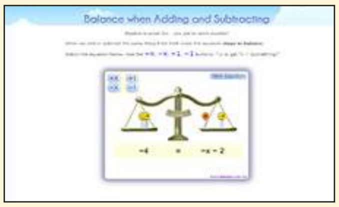
படி 3 உதாரணமாக "Balance While adding and subtracting", என்பதின்மீதுசொடுக்கவும்.

படி 4 இதே போன்று பல்வேறு செயல்பாடுகளை செய்து பார்க்கவும்

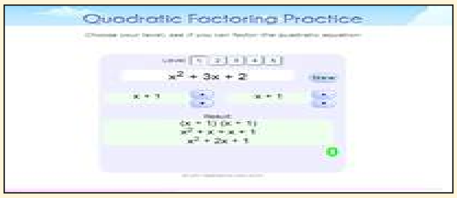
இந்த செயல்பாடு மூலம் அடிப்படை இயற்கணிதம், பல்லுறுப்புக் கோவைகள், அடுக்குக்குறி விதிகள் போன்றவற்றை அறிய இயலும்.

படி 1

படி 2



படி 3



படி 4

B355_8_MATHS_TM

இணையஉரலி:

இயற்கணிதம்

https://www.mathsisfun.com/algebra/index.html

படங்கள் அடையாளங்களை மட்டுமே குறிக்கும்

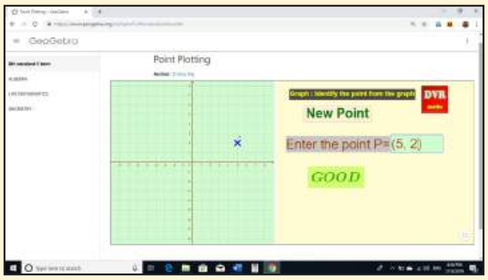
இந்த பக்கத்தை பார்க்க தேடுபொறி தேவையென்றால் Flash Player அல்லது Java Script அனுமதிக்கவும்

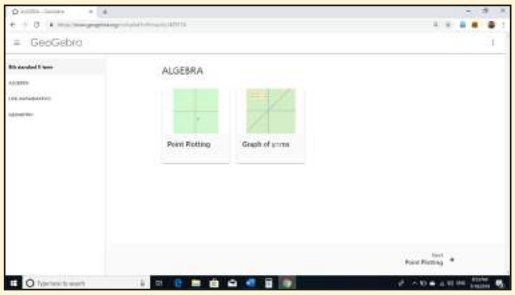
இணையச் செயல்பாடு

படி 1 உலாவியைத் திறந்து பின்வரும் உரலி தொடர்பை தட்டச்சு செய்யவும் (அல்லது) விரைவுத் தகவல் குறியீட்டை நுட்பமாய் சோதிக்க. 'இயற்கணிதம்' என்ற பயிற்சி ஏடு ஜியோஜீப்ராவில் திறக்கும். அதில் 'புள்ளிகளை குறித்தல்' என்ற பணித்தாள் மீது சொடுக்கவும்.

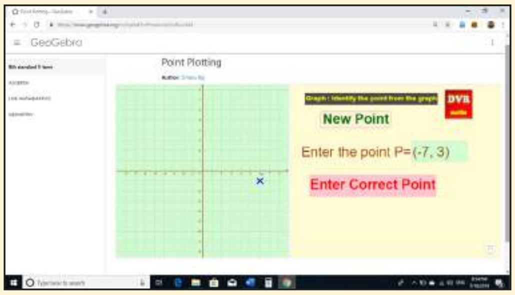
படி 2 கொடுக்கப்பட்ட பணித்தாளில் 'புதிய புள்ளி' இயின் மீது சொடுக்க, புதிய புள்ளியை நீங்கள் பெறுவீர்கள். சரியான புள்ளியை உள்ளீடு பகுதியில் கொடுத்து சொடுக்கவும்.

எதிர்பார்க்கப்படும் விளைவுகள்





படி 1



படி 2

B355_8_MATHS_TM

இந்த அலகிற்கான மீதமுள்ள பணித்தாள்களை முயற்சி செய்யவும்.

இந்த தொடர்பில் உலாவவும்.

இயற்கணிதம்:

https://www.geogebra.org/m/fqxbd7rz#chapter/409574 or விரைவுத் தகவல் குறியீட்டை நுட்பமாய் சோதிக்கவும்.

03_8th_Maths_Algebra_TM.indd 126 20-02-2020 01:43:56 PM