13 रस्सी में यान्त्रिक तरंगें एवं ध्वनि तरंगें

तरंग

जब कोई विक्षोभ किसी माध्यम में एक बिन्दु से दूसरे बिन्दु तक गमन करता है, परन्तु माध्यम स्वयं गति नहीं करता है, इसे तरंग कहते हैं।

तरंगों के प्रकार

(a) अनुप्रस्थ (b) अनुद्वेर्ध्य

प्रगामी तरंगें

तरंगें जिसमें ऊर्जा एवं संवेग दोनों का संचरण होता है।
समीकरण है

$$y = a \sin(\omega t - kx) = a \sin \omega \left(t - \frac{x}{v}\right) = a \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$$

अप्रगामी तरंगें

किसी क्षेत्र से परिबद्ध तरंगे जिसमें ऊर्जा एवं संवेग दोनों का संचरण नहीं होता है। जब दो समान आयाम तथा आवृत्ति की तरंगें विपरीत दिशा में एक ही पथ पर गमन करती है, तो उनके अध्यारोपण से उसका तरंग अप्रगामी तरंग होती है।

तरंगों के अभिलक्षण

$$v = n\lambda, \qquad n = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{v}$$

तीव्रता

$$\text{तीव्रता} = 2\pi^2 n^2 a^2 \rho v$$

ध्वनि प्रबलता का स्तर $\beta = L = \log_{10} \frac{I}{I_0}$ dB

I_0 श्रव्य ध्वनि की देहली तीव्रता = 10^{-12} W/m^2.

अनुदैर्ध्य तरंग (ध्वनि) का वेग

ठोस में $v = \sqrt{\frac{Y}{\rho}}$ $Y \rightarrow$ यंग गुणांक तथा $\rho \rightarrow$ घनत्व

द्रवों में $v = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$ E आयतन प्रत्यास्थता गुणांक

गैसों में $v = \sqrt{\frac{\gamma P}{\rho}}$ $E = E_{रुद्धोष्म} = \gamma P, \qquad \gamma = \frac{C_P}{C_v}$

ताप का प्रभाव

$$v = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}} \qquad \text{या} \qquad v \propto \sqrt{T}$$

$$\frac{v_t}{v_0} = \sqrt{\frac{T}{T_0}} = \left(\frac{273+t}{273}\right)^{1/2}$$

$t \rightarrow$ ताप है °C में

$$v_t = v_0 + 0.61t \text{ m/s}$$

दाब का प्रभाव

स्थिर ताप पर, दाब का कोई प्रभाव नहीं, यदि T = नियत तो $\frac{P}{\rho}$ = नियत

आर्द्रता का प्रभाव

आर्द्रता के बढ़ने से v बढ़ता है, चूंकि ρ घटता है।

व्यतिकरण

यह दो कला सम्बन्ध स्त्रोतों के अध्यारोपण के कारण होता है, परिणाम स्वरूप ऊर्जा का पुनर्वितरण हो जाता है।

$$y = y_1 + y_2$$
$$= a \sin \omega t + b \sin (\omega t + \phi)$$
$$= A \sin (\omega t + \alpha)$$
$$A = (a^2 + b^2 + 2ab \cos \phi)^{1/2}$$
$$I = (I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \phi)$$

संपोषी व्यतिकरण, $\Delta\phi = 2n\pi$, $\Delta x = n\lambda$

$$A = A_{max} = (a + b)$$
$$I = I_{max} = (\sqrt{I_1} + \sqrt{I_2})^2$$

विनाशी व्यतिकरण, $\Delta\phi = (2n - 1)\pi$, $\Delta x = (2n - 1)\frac{\lambda}{2}$

$$A = A_{min} = (a - b)$$
$$I = I_{min} = (\sqrt{I_1} - \sqrt{I_2})^2$$

कलान्तर एवं पथान्तर में सम्बन्ध ϕ

$$\Delta x = \frac{\lambda}{2\pi} \Delta\phi.$$

विस्पन्द

कुछ असमान (भिन्न) आवृत्ति के तरंगों के अध्यारोपण में विस्पन्द बनते हैं।

विस्पन्द आवृत्ति N = आवृत्तियों में अन्तर = m ~ n

अप्रगामी तरंगें

दो समान आवृत्ति की विपरीत दिशा में जा रही तरंगों के अध्यारोपण से खुले या स्वतन्त्र सिरे से परावर्तन

$$y = a \sin(\omega t - kx) + a \sin(\omega t + kx)$$
$$= 2a \cos x \sin \omega t$$

बन्द या दृढ़ सिरे से परावर्तन

$$y = a \sin(\omega t - kx) - a \sin(\omega t + kx)$$
$$= -2a \sin kx \cos \omega t$$

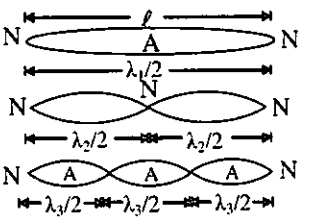
निस्पन्द

न्यूनतम विस्थापन तथा अधिकतम विकृति की स्थितियां दो क्रमागत निस्पन्दों के बीच की दूरी $\lambda/2$ है।

प्रस्पन्द

अधिकतम विस्थापन तथा न्यूनतम विकृति की स्थितियां, दो क्रमागत प्रस्पन्दों के बीच की दूरी $\lambda/2$ है।

तनी डोरी में कम्पन्न



अनुप्रस्थ तरंगे बनती हैं

वेग = $\sqrt{\frac{T}{m}}$

$T \rightarrow$ रस्सी में तनाव

$m \rightarrow$ इकाई ल. का द्रव्यमान

मूल आवृत्ति

$$n_1 = \frac{1}{2\ell}\sqrt{\frac{T}{m}}$$

p वें संनादी की आवृत्ति

$$n_p = \frac{P}{2\ell}\sqrt{\frac{T}{m}}$$

$n_1 : n_2 : n_3 \ldots\ldots\ldots : 1 : 2 : 3 : \ldots\ldots\ldots\ldots$

स्वरमापी

$$n = \frac{1}{2\ell}\sqrt{\frac{T}{m}}$$

$$n \propto \frac{1}{\ell},\ n \propto \sqrt{T},$$

$$n \propto \frac{1}{\sqrt{m}} \propto \frac{1}{\sqrt{\pi r^2 d}}$$

मेल्डी का प्रयोग

अनुप्रस्थ व्यवस्था

$$N = n = \frac{P}{2\ell}\sqrt{\frac{T}{m}}$$

अनुदैर्ध्य व्यवस्था

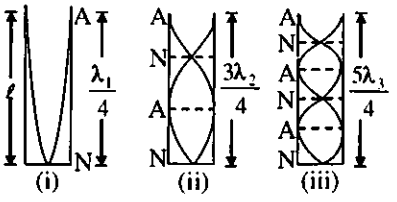
$$N = 2n = \frac{P}{\ell}\sqrt{\frac{T}{m}}$$

मेल्डी का नियम $p\sqrt{T}$ = नियतांक

दोनों व्यवस्थाओं में रस्सी में कम्पन्न अनुप्रस्थ ही होंगे।

वायु स्तम्भ के कम्पन्न

बन्द आर्गन पाईप (COP) –



मूल आवृत्ति $n_1 = \frac{v}{4\ell}$

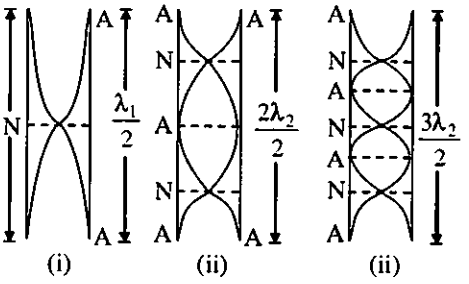
प्रथम अधिस्वरक = $\frac{3v}{4\ell} = 3n_1$ = तृतीय संनादी

pवाँ अधिस्वरक = $(2p + 1)\frac{v}{4\ell} = (2p + 1)^{th}$ संनादी

$n_1 : n_2 : n_3 : : 1 : 3 : 5 : .....$

केवल विषम संनादी ही उत्पन्न होते हैं।

खुला आर्गन पाईप (OOP)



मूल आवृत्ति $n_1 = \frac{v}{2\ell}$

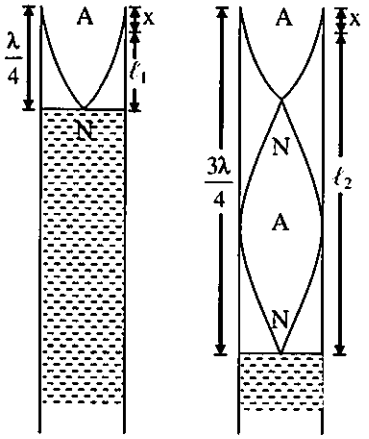
प्रथम अधिस्वरक = $\frac{2v}{2\ell} = 2n_1$ = द्वितीय संनादी

p^{th} वाँ अधिस्वरक = $(p + 1)\frac{v}{2\ell} = (p + 1)^{th}$ वाँ संनादी.

$n_1 : n_2 : n_3 ..... :: 1 : 2 : 3 : .....$

(सभी सनादीयाँ उपस्थित होती हैं।)

अनुनाद नली



$\ell_1 + x = \frac{\lambda}{4}$, $\ell_2 + x = \frac{3\lambda}{4}$

ℓ_1 तथा ℓ_2 प्रथम तथा द्वितीय अनुनादी लम्बाईयाँ तथा x सिरा संशोधन है

$\lambda = 2(\ell_2 - \ell_1)$, $v = 2n(\ell_2 - \ell_1)$

सिरा संशोधन

$$x = \frac{(\ell_2 - 3\ell_1)}{4} = 0.6r = 0.3d$$