రేఖలు - కోణములు 4

4.0 పరిచయం

క్రింది తరగతులలో కొన్ని జ్యామితీయ భావనలను గూర్చి నేర్చుకొనియున్నారు. వీటిని గూర్చి మరికొన్ని విషయాల్ని సరదాగా నేర్చుకుందాం!

అభ్యాసం - 1

1. కింది వాటికి పేర్లివ్వండి.

(i) (ii) (iii) (iv)

2. కింది వానిని సూచించు పటాలను గీయండి.

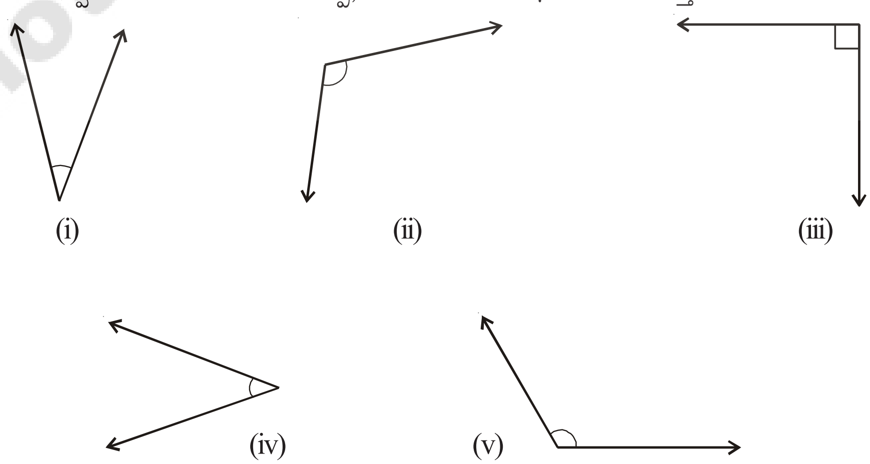
(i) $\overrightarrow{OP}$ (ii) బిందువు X (iii) $\overleftrightarrow{RS}$ (iv) $\overline{CD}$

3. కింద ఇవ్వబడిన పటములో సాధ్యమైనన్ని రేఖాఖండాల పేర్లను తెలపండి.

4. నీ పరిశీలనలో నీవుగమనించిన కోణములకు సంబంధించిన ఏవేని ఐదు ఉదాహరణలిమ్ము.

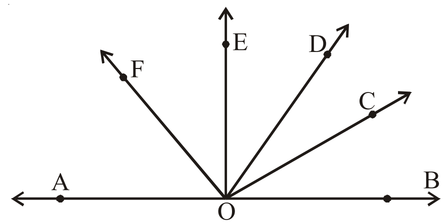
ఉదా : కత్తెరనుపయోగించునపుడు, రెండు పదునైన అంచుల మధ్యకోణం.

5. కింద ఇవ్వబడిన కోణాలలో ఏవేవి అల్ప, లంబ మరియు అధిక కోణాలో గుర్తించండి.

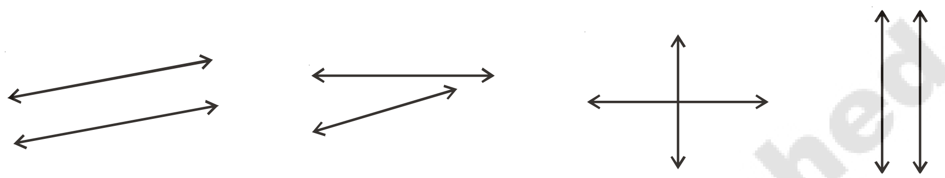


© SCERT not to be republished

6. క్రింద ఇవ్వబడిన పటము నుంచి సాధ్యమైనన్ని కోణాలను గుర్తించుము. అందులోఏవేవి అల్ప, లంబ, అధిక కోణాలో తెలుపుము.

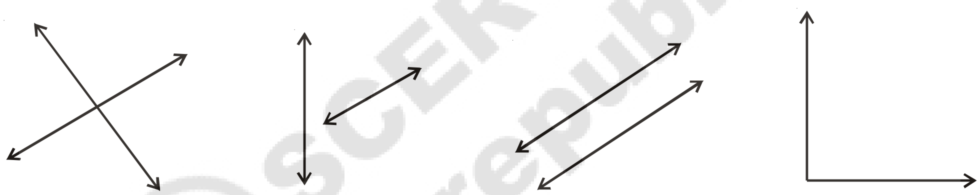


7. కిందివానిలో ఏ రేఖల జతలు సమాంతరములు? ఎందుకు?



(i) (ii) (iii) (iv)

8. కింద ఇవ్వబడిన రేఖల జతలలో ఏవి ఖండన రేఖలు.



(i) (ii) (iii) (iv)

© SCERT not to be republished

4.1 కోణాల జతలను గూర్చి నేర్చుకుందాం

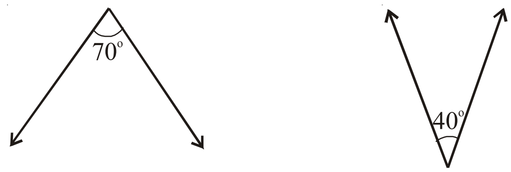
కొన్ని కోణాలను ఎలా గుర్తించాలో ముందు అధ్యాయంలో నేర్చుకున్నాం. ఇపుడు మరికొన్ని కోణాలను, వివిధ కోణాల జతలను గూర్చి నేర్చుకొందాం!

4.1.1 పూరక కోణాలు

ఏవేని రెండు కోణాల మొత్తం 90^0 కు సమానమైతే ఆ కోణాలను ఒకదానికి మరొకటి పూరక కోణాలు అంటాం.

పై కోణాలు 30^0, 60^0 లను పూరక కోణాలు అంటాం. ఎందుకనగా $30^0 + 60^0 = 90^0$.

30^0 కు 60^0 ని, 60^0 కు 30^0 ని పూరక కోణమని కూడా అంటాం.



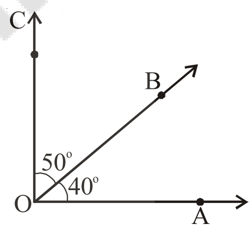
పై పటంలో ఇవ్వబడిన 70^0, 40^0 పూరక కోణాలు కావు. ఎందుకనగా $70^0 + 40^0 \neq 90^0$.

ప్రయత్నించండి.

నీకు ఇష్టం వచ్చిన ఏవేని ఐదుజతల పూరక కోణాలను గీయండి.

ఇవి చేయండి.

$\angle AOB = 40^0$ అగునట్లు గీయండి. 'O' ను శీర్షముగా $\overrightarrow{OB}$ తొలికిరణంగా $\angle BOC = 50^0$ అగునట్లు గీయండి.

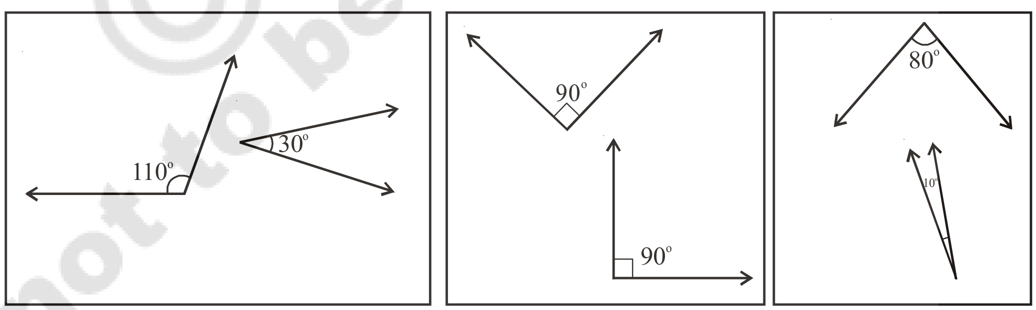


ఈ రెండుకోణాల మొత్తం 90^0, అనగా ఆ మొత్తం ఒకలంబకోణాన్ని ఏర్పరుస్తుంది.

మరియొక జతకోణాలు 60^0 మరియు 50^0 లుగా తీసుకొని పై విధంగా చేయండి. అవికూడా పూరక కోణాలను ఏర్పరుస్తాయా? ఏర్పరచవా? ఎందుకు?

అభ్యాసం - 2

1. క్రింది వానిలో ఏ జతకోణాలు పూరక కోణాలవుతాయి?



(i) (ii) (iii)

2. క్రింది ఇవ్వబడిన కోణాలకు పూరక కోణాలను కనుగొనండి.

   (i) 25^0 (ii) 40^0 (iii) 89^0 (iv) 55^0

3. రెండుకోణాలు ఒకదానికొకటి పూరకాలు మరియు సమానము. ఆ కోణాలను కనుగొనండి.

4. "పూరక కోణాలు ఎల్లప్పుడూ అల్పకోణాలు" అంటున్నది మానస. నీవు ఏకీభవిస్తావా? ఎందుకు?

© SCERT not to be republished

4.1.2 సంపూరక కోణాలు

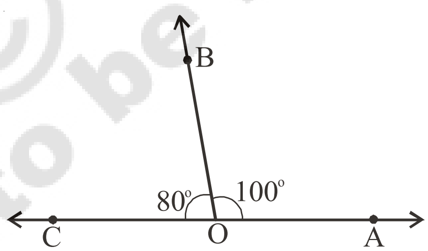
ఏవేని రెండు కోణాల మొత్తం 180^0 ఆకోణాలను ఒకదానికి మరొకటి సంపూరక కోణము అంటారు.

పైన ఇవ్వబడిన కోణాలు 120^0, 60^0 ల మొత్తం 180^0. కావున అవి సంపూరకాలు. అనగా 120^0,లు 60^0కు, 60^0 లు 120^0 కి సంపూరక కోణాలు.

130^0 మరియు 100^0 సంపూరక కోణాల జతకాదు. ఎందుకు?

ఇవి చేయండి.

$\angle AOB = 100^0$ అగునట్లు గీచి, $\overrightarrow{OB}$ ఉమ్మడి కిరణముగా O ఉమ్మడి శీర్షముగా ఉండునట్లు $\angle BOC = 80^0$ అగునట్లు గీయండి.



పై రెండు కోణాల కలయిక 180^0 లతో ఒక సరళ కోణము ఏర్పడటం మనం గమనించవచ్చు. అనగా 100^0 మరియు 80^0 లు సంపూరక కోణాలు.

130^0 మరియు 70^0 సంపూరక కోణాలేనా? ఎందుకు?

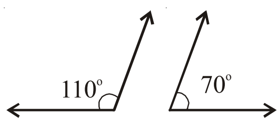
ప్రయత్నించండి.

నీకు ఇష్టమైన ఏవేని ఐదు జతల సంపూరక కోణాలను రాయండి.

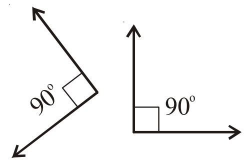
© SCERT not to be republished

అభ్యాసం - 3

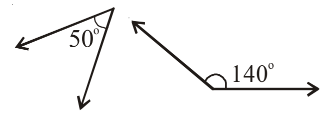
1. కింది వానిలో ఏవి సంపూరక కోణాల జతలు?



(i)



(ii)



(iii)

2. కింది కోణాలకు సంపూరక కోణాలను కనుగొనుము.

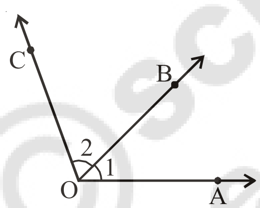
   (i) 105^0 (ii) 95^0 (iii) 150^0 (iv) 20^0

3. "రెండు అల్పకోణాలు సంపూరకాలు కానేరవు" సమర్థింపుము.

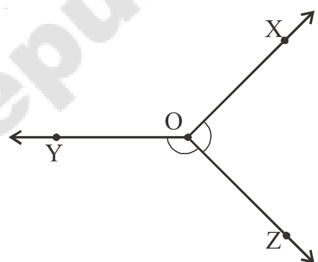
4. రెండు కోణాలు సమానములు మరియు సంపూరకాలు. అవి ఏవి?

4.1.3 ఆసన్నకోణాలు

ఉమ్మడి భుజము మరియు ఉమ్మడి శీర్షములు గల కోణాలను "ఆసన్నకోణాలు" అంటాం.



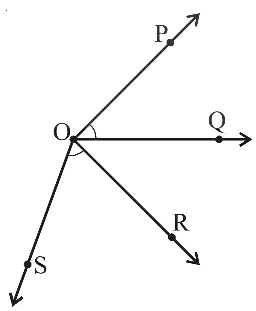
(i)



(ii)

పటము (i) లో $\angle AOB$, $\angle BOC$ లు ఆసన్నకోణాలు. ఎందుకనగా వాటికి ఉమ్మడి శీర్షము 'O' ఉమ్మడి భుజము $\overrightarrow{OB}$.

పటము (ii) లో ఆసన్నకోణాలు ఉన్నాయా? ఉంటే ఉమ్మడి శీర్షమేది? ఉమ్మడి భుజాలు ఏవి?



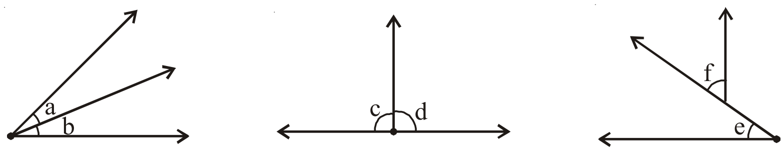
పటము (iii) ని చూడండి $\angle POQ$ మరియు $\angle ROS$ లు ఆసన్నకోణాలేనా? ఎందుకు?

ఈ పటములో ఏఏ కోణాలు ఒకదానికొకటి ఆసన్న కోణాలు అవుతాయి ఎందుకివి ఆసన్న కోణాలు అవుతాయని భావిస్తున్నావు?

© SCERT not to be republished

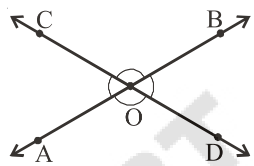
అభ్యాసం - 4

1. కింది వాటిలో ఏవి ఆసన్న కోణాలు?



(i) (ii) (iii)

2. కింది పటము లోని ఆసన్నకోణాలన్నింటినీ పేర్కొనండి? ఎన్ని జతల ఆసన్నకోణాలు ఏర్పడతాయి? వాటిని ఎందుకు ఆసన్న కోణాలు అని అంటాం?



3. రెండు ఆసన్న కోణాలు సంపూరకాలు అవుతాయా? పటము గీచి చూపండి.

4. రెండు ఆసన్నకోణాలు పూరకాలు అవుతాయా? పటముగీచి చూపండి.

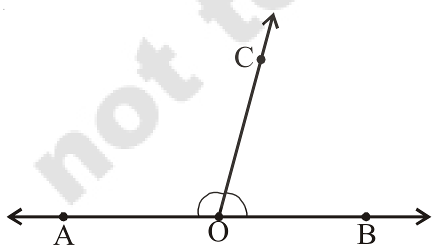
5. దైనందిన జీవితములో ఆసన్నకోణాలకు ఏవేని నాలుగు ఉదాహరణ లివ్వండి.

ఉదా : సైకిలు చక్రపు చువ్వల మధ్యకోణాలు

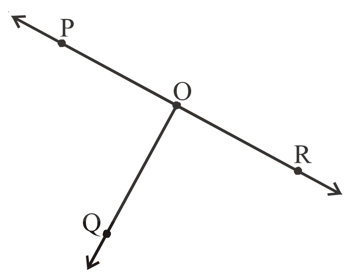
(i) ____________________ (ii) ____________________

(iii) ____________________ (iv) ____________________

4.1.3 (అ) రేఖీయ ద్వయము



(i)



(ii)

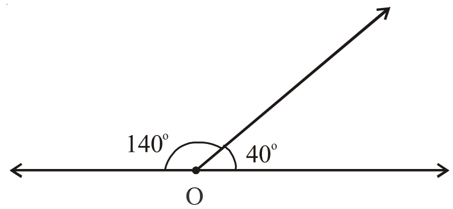
పటము (i) లో $\angle AOC$ మరియు $\angle BOC$ లు ఆసన్న కోణాలు. వాటి మొత్తం తెలుసా? ఈ రెండు కోణాల కలయిక ఒక సరళ కోణము ఏర్పరుస్తుంది. పటము (ii) లో $\angle POQ$, $\angle ROQ$ లు సరళకోణాన్ని ఏర్పరుస్తాయి.

ఒక జత ఆసన్న కోణాల మొత్తం 180^0 అయితే దానిని 'రేఖీయ ద్వయము' అంటాం.

ఇవి చేయండి

40^0 మరియు 140^0 అనునవి ఆసన్న కోణాలు. ఆ కోణాలు రేఖీయ ద్వయాన్ని ఏర్పరుస్తాయా? పటము గీచి సరిచూడండి.

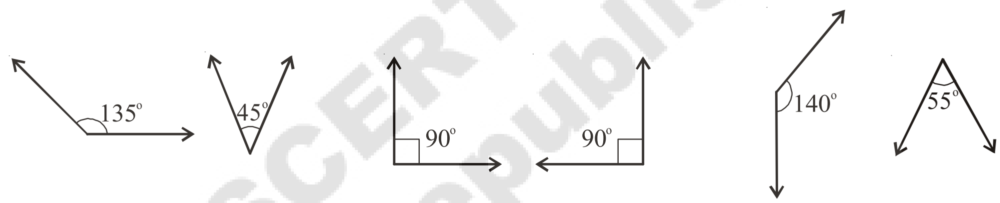
రేణు ఆ పటాన్ని ఇలా గీచింది.



ఆమె సరిగా గీసిందా? ఆ ఆసన్నకోణాలు రేఖీయ ద్వయాన్ని ఏర్పరుస్తాయా?

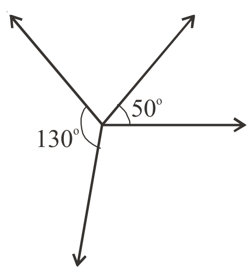
అభ్యాసం - 5

1. కింది జతల కోణాలను ఆసన్నకోణాలుగా గీయండి. అవి రేఖీయద్వయమును ఏర్పరుస్తున్నది?



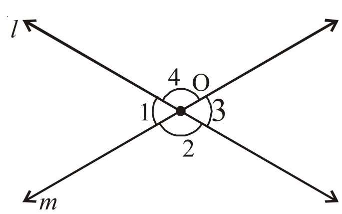
(i) (ii) (iii)

2. నీహారిక 130^0 మరియు 50^0 అను రెండు కోణాలలో రేఖీయ ద్వయమును ఏర్పరచవచ్చునేమో సరిచూడాలను కుని క్రింది విధంగా తయారు చేసింది.



పై పటములో ఆ రెండు కోణాలు రేఖీయ ద్వయాన్ని ఏర్పరచాయని చెప్పవచ్చునా? అలా కాకపోతే నీహారిక చేసిన పొరపాటేమిటి?

4.1.4 శీర్షాభిముఖ కోణాలు

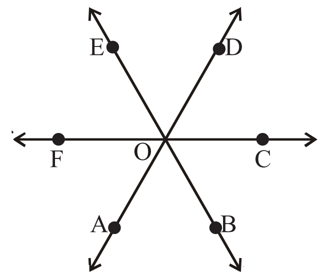


రెండు రేఖలు ఖండించుకొన్నపుడు ఖండన బిందువు వద్ద ఏర్పడు ఎదురెదురు కోణాలను 'శీర్షాభిముఖ కోణాలు" అంటాం.

'l' మరియు 'm' అనురేఖలు 'O' బిందువు వద్ద ఖండిచుకుంటున్నాయి. కోణము $\angle 1$ అనునది కోణము $\angle 3$ నకు ఎదుటి కోణము అలాంటి జత మరొకటి $\angle 2$ మరియు $\angle 4$. కావున, $\angle 1, \angle 3$ లను $\angle 2, \angle 4$ లను శీర్షాభిముఖ కోణముల జతలు అంటాం.

© SCERT not to be republished

ప్రక్క పటం (i) నందలి శీర్షాభిముఖ కోణాల జతలను తెలుపండి.

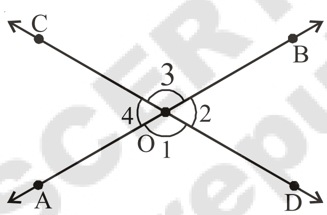


ఇవి చేయండి.

AB, CD అనురేఖలు 'O' వద్ద ఖండించుకొనునట్లు గీయండి.

ఉల్లి పొరకాగితమునుపయోగించి పై పటమునకు నకలును గీచి, ఈనకలును పైపటముపై నుంచి $\angle AOD$, $\angle BOC$; $\angle AOC$, $\angle BOD$ తో ఏకీభవించునట్లు భ్రమణము చేయుము. (త్రిప్పుము)

$\angle AOD = \angle BOC$ మరియు $\angle AOC = \angle BOD$ అగుటను మీరు గమనింతురు.

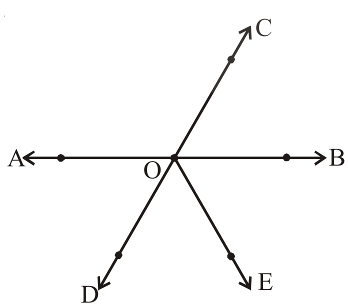


దీనిని బట్టి శీర్షాభిముఖ కోణములు సమానమని చెప్పవచ్చును.

గమనిక : రెండు స్ట్రా' లను తీసుకొని వాటిమధ్య బిందువు వద్ద పిన్నును గుచ్చి ఒకదానిపై మరొకటి వుండునట్లు చేయుము. రెండు స్ట్రాలలో ఏదో ఒకదానిని త్రిప్పినపుడు శీర్షాభిముఖ కోణములు ఏర్పడుట మనము గమనించవచ్చును.

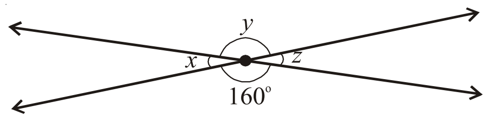
అభ్యాసము - 6

1. కింది పటములో ఒక జత శీర్షాభిముఖ కోణాలను పేర్కొనుము.



©SCERT not to be republished

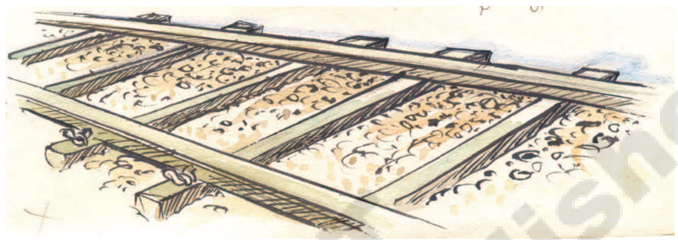
2. కొలవకుండానే x, y మరియు z కోణాల కొలతలను కనుగొనుము.



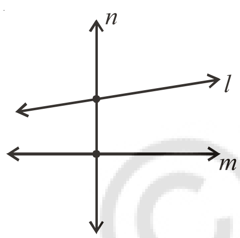
3. మీ పరిసర ప్రాంతాలలో నీవు గమనించిన శీర్షాభిముఖ కోణాలకు ఉదాహరణలిమ్ము.

4.2 తిర్యగ్రేఖలు

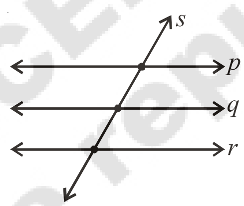
బహుశా మీరు రైలు పట్టాలను గమనించి వుంటారు. కింది పటమును తిర్యగ్రేఖలకు ఉదాహరణగా పేర్కొనవచ్చును.



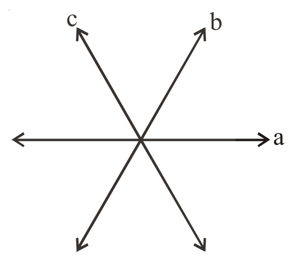
ఒకరేఖ రెండులేక అంతకన్నా ఎక్కువ రేఖలను విభిన్న బిందువుల వద్ద ఖండిస్తే ఆ రేఖను తిర్యగ్రేఖ అంటాం.



పటం (i)



పటం (ii)



పటం (iii)

పటం (i) లో 'l', 'm' అను రెండు రేఖలను 'n' అనురేఖ రెండు భిన్న బిందువుల వద్ద ఖండిస్తోంది.

కావున 'l' మరియు m'' రేఖలకు 'n' అనేది తిర్యగ్రేఖ.

పటం (ii)లో 'p', 'q' మరియు 'r' అనుమూడు రేఖలను 's' అనురేఖ, మూడు విభిన్న బిందువుల వద్ద ఖండిస్తోంది.

కావున, 'p' 'q' మరియు 'r' అనురేఖలకు 's' అనేది తిర్యగ్రేఖ.

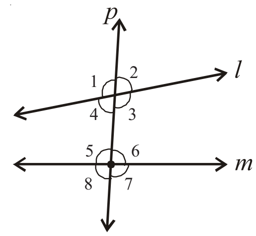
పటం (iii) లో రెండు రేఖలు a మరియు b లను 'c' ఖండిస్తోంది. a మరియు b రేఖల ఖండన బిందువు వద్దనే, 'c' అను రేఖ వాటిని ఖండిస్తోంది. ఈ మూడు రేఖలు ఖండన రేఖలే గానీ ఏరేఖ కూడా మిగిలిన రెండు రేఖలకు తిర్యగ్రేఖ కాదు. కారణము ఏరేఖ కూడా మిగిలిన రెండు రేఖలను భిన్న బిందువుల దగ్గర ఖండించక పోవడమే.

ప్రయత్నించండి.

రెండు విభిన్న రేఖలకు వీలైనన్ని తిర్యగ్రేఖలను గీయుము.

© SCERT not to be republished

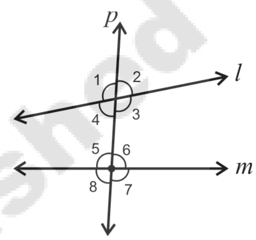
4.2.1 తిర్యగ్రేఖచే ఏర్పడు కోణాలు



రెండు రేఖలను ఒక తిర్యగ్రేఖ ఖండించినపుడు 8 కోణాలు ఏర్పడుతాయి. కారణము ప్రతిఖండనకు 4 కోణాలు ఏర్పడటమే. ప్రక్క పటాన్ని పరిశీలించండి.

'l' మరియు 'm' అనురేఖలను 'p' అను తిర్యగ్రేఖ ఖండించగా $\angle 1, \angle 2, \angle 3, \angle 4, \angle 5, \angle 6, \angle 7$ మరియు $\angle 8$ అను 8 కోణాలు ఏర్పడతాయి.

$\angle 1, \angle 2, \angle 7$ మరియు $\angle 8$, కోణాలు 'l' మరియు 'm' రేఖలకు బయట (బాహ్యంలో) వున్నాయి. కావున ఈ కోణాలను బాహ్యకోణాలు అంటాం. $\angle 3, \angle 4, \angle 5$ మరియు $\angle 6$ కోణాలు 'l' మరియు 'm' రేఖలకు లోపల (అంతరంలో) వున్నాయి. కావున ఈ కోణాలను అంతరకోణాలు అంటాం.



ప్రక్కపటాన్ని పరిశీలించండి.

$\angle 1, \angle 2, \angle 7$ మరియు $\angle 8$ కోణాలను బాహ్యకోణాలు అంటాం.

$\angle 3, \angle 4, \angle 5$ మరియు $\angle 6$ కోణాలను అంతర కోణాలు అంటాం.

శీర్షాభిముఖ కోణాలను గూర్చి మనం ఇదివరకే నేర్చుకొని యున్నాము. శీర్షాభిముఖ కోణాలు సమానము అని కూడా మనకు తెలుసు.

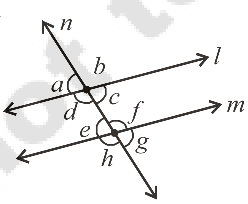
ఈ పటాన్ని చూస్తూ రేణు $\angle 1 = \angle 3$ మరియు $\angle 2 = \angle 4$ అంది.

మరి మిగిలిన రెండు జతల శీర్షాభిముఖ కోణాలేవి? ఇంకా రేణు ఇలా అంటోంది. "ప్రతి బాహ్యకోణము అంతరశీర్షాభిముఖ కోణానికి జత ఇలాంటి జతల కోణాలు సమానంగా వుంటాయి". ఈ విషయంలో నీవు రేణుతో ఏకీభవిస్తావా?

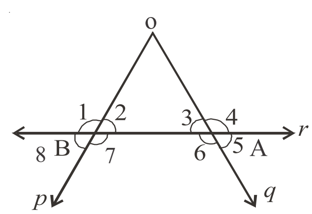
ఇవి చేయండి.

1. (i), (ii) పటాలలో తిర్యగ్రేఖలను గుర్తించండి.

అలాగే అంతర, బాహ్య కోణాలను గుర్తించి కింది పట్టికలో రాయండి.



పటం (i)

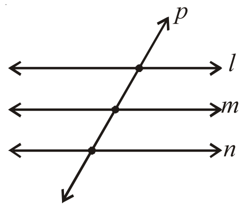


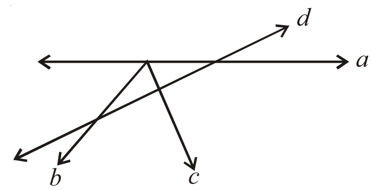
పటం (ii)

పటం	తిర్యగ్రేఖ	బాహ్యకోణాలు	అంతర కోణాలు
(i)			
(ii)			

©SCERT not to be republished

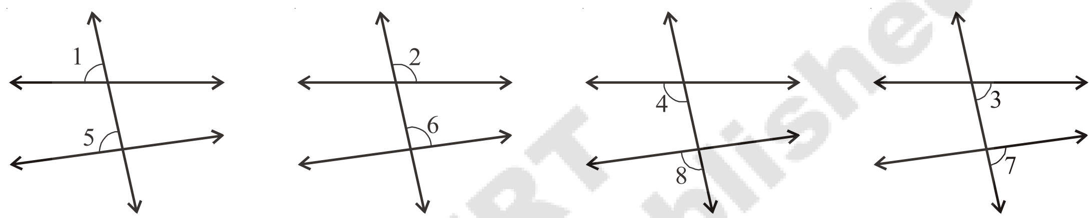
2. కింది పటాలను పరిశీలించి ప్రతి పటములోని తిర్యగ్రేఖలను తెలపండి. ప్రతి పటములో ఏర్పడు కోణాల సంఖ్యను తెలిపి వాటి జాబితాను వ్రాయండి. మరియు అంతర, బాహ్య కోణాలను తెలుపండి.





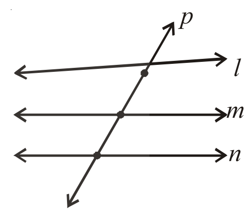
4.2.1 (ఎ) సదృశ కోణాలు (అనురూప కోణాలు)

(i), (ii), (iii) మరియు (iv) పటాలను పరిశీలించండి.



(i) (ii) (iii) (iv)

కింది కోణాల జతలను పరిగణించండి. ($\angle 1, \angle 5$), ($\angle 2, \angle 6$), ($\angle 4, \angle 8$), ($\angle 3, \angle 7$). ఈ జతలలో కోణాల మధ్య సారూప్యతను గమనించారా? ప్రతి జతలోని కోణాలు, భిన్న శీర్షాల వద్ద ఏర్పడి, తిర్యగ్రేఖకు ఒకే వైపున వుంటూ, ఒక కోణము బాహ్య కోణముగాను, మరియొక కోణము అంతర కోణముగానూ వున్నది. కావున పై కోణాల జతలలో ప్రతి జతకోణాలను సదృశ (అనురూప) కోణాలు అంటాం.



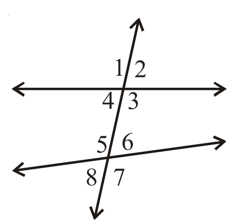
మరి మూడు రేఖలకు ఒక తిర్యగ్రేఖ వుంటే ఏమౌతుంది? ఈ సందర్భములో సదృశ కోణాలేవి? మరియు బాహ్య, అంతర కోణాలు ఎన్ని?

ఒక తిర్యగ్రేఖచే ఖండింపబడే రేఖలసంఖ్య 4, 5 లేక అంతకన్నా ఎక్కువైతే ఏమవుతుంది?

అంతర, బాహ్య కోణాలు మరియు వాటి సదృశ కోణాలను ఊహించగలవా?

4.2.1 (బి) ఏకాంతర, ఏక బాహ్య కోణాలు

ప్రక్క పటమును పరిశీలించి క్రింద ఇవ్వబడిన ధర్మాలు గల కోణాలను కనుగొనుము.



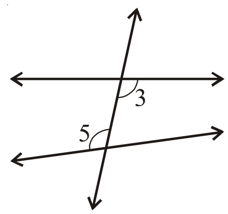
(i) భిన్న శీర్షాల వద్ద గల కోణాలు

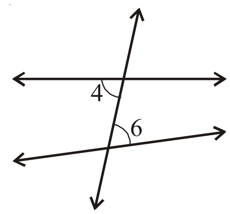
(ii) తిర్యగ్రేఖకు ఇరువైపులా గలకోణాలు

(iii) రెండు రేఖల అంతరములో గల కోణాలు (అంతర కోణాలు)

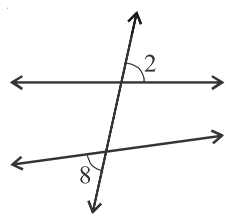
పై ధర్మాలు గల కోణాలను "ఏకాంతర కోణాలు" అంటాం.

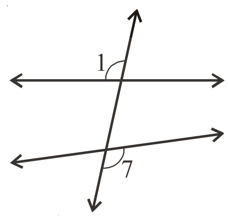
©SCERT not to be republished





పై పటాలనుంచి ($\angle 3, \angle 5$) మరియు ($\angle 4, \angle 6$) కోణాల జతలను ఏకాంతర కోణాలు అంటాం. అలాగే ఏక బాహ్య కోణాలను కనుగొందాం!

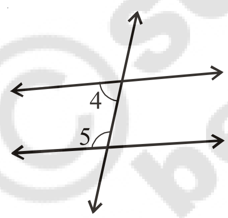


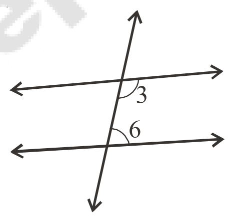


పై పటాలనుంచి $\angle 2, \angle 8$ మరియు $\angle 1, \angle 7$ కోణాల జతలను ఏక బాహ్యకోణాలు అంటాం.

4.2.1 (సి) తిర్యగ్రేఖకు ఒకేవైపున గల అంతర కోణాలు

అంతర కోణాలు తిర్యగ్రేఖకు ఒకే వైపున కూడా ఉండవచ్చును.

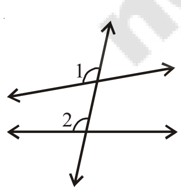




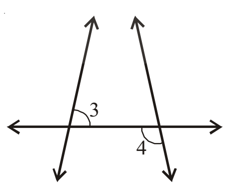
పై పటముల నుంచి ($\angle 4, \angle 5$) మరియు ($\angle 3, \angle 6$) అనునవి తిర్యగ్రేఖకు ఒకేవైపున గల అంతరకోణాలు.

ఇవి చేయండి

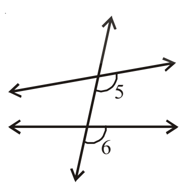
1. ధర్మములను బట్టి కింద ఇవ్వబడిన జతల కోణాల పేర్లు వ్రాయండి.



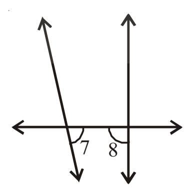
(i)



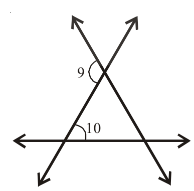
(ii)



(iii)



(iv)



(v)

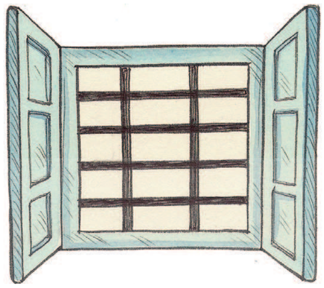
©SCERT not to be republished

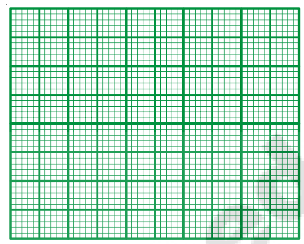
4.2.2. సమాంతర రేఖలపై తిర్యగ్రేఖ

ఒకే తలములోని రెండు రేఖలు ఖండన రేఖలు కాకుంటే, అట్టి రేఖలను సమాంతర రేఖలు అంటాం.

సమాంతర రేఖలపై తిర్యగ్రేఖను గీచినపుడు ఏర్పడు కోణాల ధర్మాలను గూర్చి తెలుసుకుందాం!

క్రింది పటాలను పరిశీలించండి.



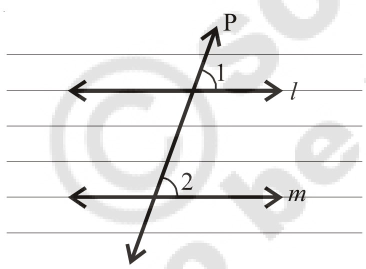


పై పటాలు సమాంతర రేఖలపై గీయబడిన తిర్యగ్రేఖలకు ఉదాహరణ

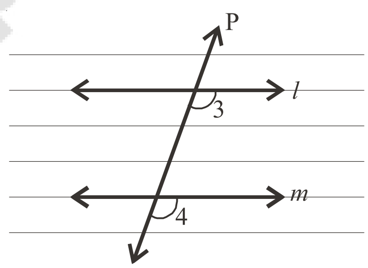
ఇవి చేయండి.

రూళ్ళ కాగితములను తీసుకొని వాటిపై *'l'* మరియు *'m'* రేఖలను గీచి వాటికి *'p'* అను తిర్యగ్రేఖను గీయుము.

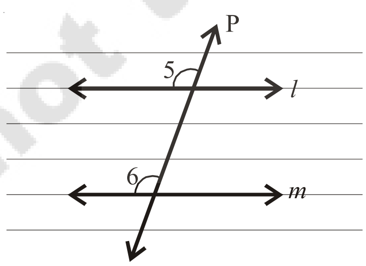
పటములు (i), (ii), (iii) మరియు (iv) లలో చూపబడి ఉన్నట్లు సదృశ కోణాలను గుర్తించండి.



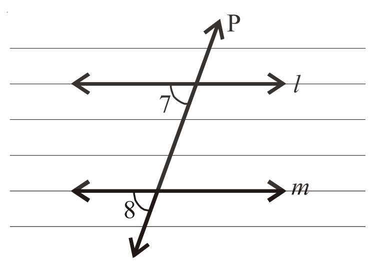
పటం (i)



పటం (ii)



పటం (iii)



పటం (iv)

ఉల్లిపొర కాగితము నుపయోగించి పటము (i) కి నకలుగా l, m, p రేఖలు గీయండి. 'p' వెంబడి ఉల్లిపొర కాగితమును జరుపుతూ *'l'*, 'm' తో ఏకీభవించునట్లు చేయండి. ఉల్లిపొర కాగితము మీది $\angle 1$ అసలు పటములోని $\angle 2$ తో ఏకీభవించుట మనము గమనించగలము. కావున $\angle 1 = \angle 2$

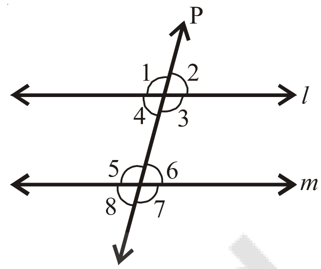
అలాగే మిగిలిన జతలలోని సదృశ కోణాలు కూడా సమానమేనా? ఉల్లిపొర కాగితపు నకలును జరుపుట ద్వారా సరిచూడండి.

©SCERT not to be republished

రెండు సమాంతర రేఖలను ఒక తిర్యగ్రేఖ ఖండించగా ఏర్పడు ప్రతి జతయొక్క సదృశ కోణాలు సమానము.

సమాంతర రేఖలకు చెందిన సదృశ కోణాల సమానత్వ ధర్మాన్ని ఉపయోగించి మరియొక ధర్మాన్ని రాబడదాం.

ప్రక్క పటములో *'l'* మరియు *'m'* అను రేఖలకు *'p'* అనునది తిర్యగ్రేఖ.



కావున అన్నిజతల సదృశ కోణాలు సమానము.

$\angle 1 = \angle 5$

కానీ $\angle 1 = \angle 3$ (శీర్షాభిముఖ కోణాలు)

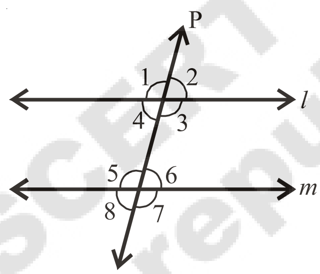
కావున $\angle 3 = \angle 5$

అలాగే $\angle 4 = \angle 6$ అని చూపవచ్చును.

కావున రెండు సమాంతర రేఖలను ఒక తిర్యగ్రేఖ ఖండించగా ఏర్పడు ప్రతి జత ఏకాంతర కోణాలు సమానము.

ఏక బాహ్య కోణాలకు కూడా ఈ సమానత్వ ధర్మము వర్తిస్తుందా? ప్రయత్నించి ఋజువు చేయండి.

ఇపుడు తిర్యగ్రేఖకు ఒకేవైపున గల ఏకాంతర కోణములకు సంబంధించి మరియొక ఆసక్తి కరమైన అంశాన్ని కనుగొందాం!



©SCERT not to be republished

ప్రక్క పటములో *'l'* మరియు *'m'* అను సమాంతర రేఖలను *'p'* అను తిర్యగ్రేఖ ఖండిస్తోంది.

కావున $\angle 3 = \angle 5$ (ఏకాంతర కోణాలు)

కాని $\angle 3 + \angle 4 = 180^0$ (ఎందుకు?)

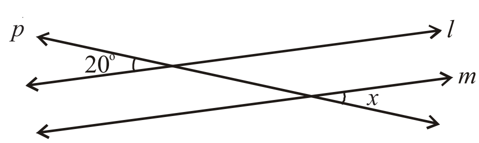
$\angle 4 + \angle 5 = 180^0$

అలాగే $\angle 3 + \angle 6 = 180^0$ (కారణమివ్వండి)

కావున రెండు సమాంతర రేఖలను ఒక తిర్యగ్రేఖ ఖండించగా తిర్యగ్రేఖకు ఒకే వైపునగల అంతర కోణాలు సంపూరకాలు.

ఉదాహరణ 1 : క్రింద ఇవ్వబడిన పటములో *'l'* మరియు *'m'* లు సమాంతర రేఖలు మరియు *'p'* ఒక తిర్యగ్రేఖ అయితే '$\angle x$' ను కనుగొనుము.

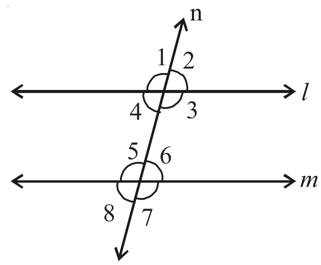
సాధన :



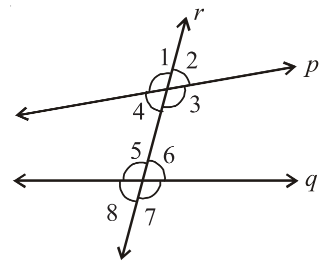
$l \parallel m$ మరియు p ఒక తిర్యగ్రేఖ.

$\angle x$ మరియు 20^0 ఏక బాహ్యకోణాలు. కావున అవి సమానము కావున $\angle x = 20^0$.

ఇవి చేయండి.



పటం (i)



పటం (ii)

(i), (ii) పటాలను ఉల్లిపొర కాగితము నుపయోగించి మీ నోటు పుస్తకాలలో నకలు చేయండి. కోణమానినుపయోగించి ఫలితాలను క్రింది పట్టికలలో నింపండి.

పట్టిక 1 : సదృశ కోణాల కొలతలను పట్టికలో వ్రాయండి.

పటం	సదృశ కోణాల జతలు			
	మొదటి జత	రెండవ జత	మూడవ జత	నాలుగవ జత
(i)	$\angle 1=$	$\angle 2=$	$\angle 3=$	$\angle 4=$ ....
	$\angle 5=$	$\angle 6=$	$\angle 7=$	$\angle 8=$ ....
(ii)	$\angle 1=$	$\angle 2=$	$\angle 3=$	$\angle 4=$ ....
	$\angle 5=$	$\angle 6=$	$\angle 7=$	$\angle 8=$ ....

ఏయే జతల సదృశకోణాలు సమానంగా ఉన్నాయి?

కావున 'l' మరియు 'm' రేఖలను గూర్చి నీవేమి చెప్పగలవు?

అలాగే 'p' మరియు 'q' రేఖలను గూర్చి నీవేమి చెప్పగలవు?

ఏయే రేఖల జతలు సమాంతరాలు?

కావున రెండు రేఖలను ఒక తిర్యగ్రేఖ ఖండించినపుడు ఏర్పడు సదృశ కోణాలు సమానమైతే ఆ రెండు రేఖలు సమాంతర రేఖలు.

పట్టిక 2 : మీరు కొలిచిన ఏకాంతర కోణాలను ఈ పట్టికలో పొందుపరచండి.

పటము	ఏకాంతర కోణాల జతలు	
	మొదటి జత	రెండవ జత
(i)	$\angle 3=$ .... $\angle 5=$	$\angle 4=$ .... $\angle 6=$ ....
(ii)	$\angle 3=$ .... $\angle 5=$	$\angle 4=$ .... $\angle 6=$ ....

©SCERT not to be republished

పటాలలో ఏ పటంలోని ఏకాంతర కోణాలు సమానంగా వున్నాయి.

కావున 'l' మరియు 'm' రేఖల గూర్చి ఏమి చెప్పగలవు?

'p' మరియు 'q' రేఖల గూర్చి ఏమి చెప్పగలవు?

కాబట్టి రెండు రేఖలను ఒక తిర్యగ్రేఖ ఖండించగా ఏర్పడు ఏకాంతర కోణాలు సమానమైతే ఆరేఖలు సమాంతర రేఖలు.

పట్టిక 3 : తిర్యగ్రేఖకు ఒకే వైపునగల అంతర కోణాలను కొలిచి పట్టికలో వ్రాయుము.

పటం	తిర్యగ్రేఖకు ఒకేవైపునగల అంతరకోణాలు			
	మొదటి జత		రెండవ జత	
(i)	$\angle 3=$ .... $\angle 6=$	$\angle 3+\angle 6$	$\angle 4=$ .... $\angle 5=$	$\angle 4+\angle 5=$ ....
(ii)	$\angle 3=$ .... $\angle 6=$	$\angle 3+\angle 6$	$\angle 4=$ .... $\angle 5=$	$\angle 4+\angle 5=$ ....

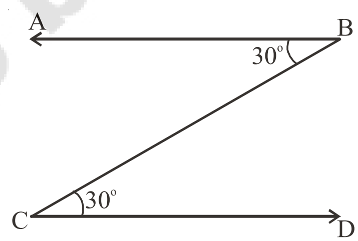
ఏ పటములోని తిర్యగ్రేఖకు ఒకే వైపున గల అంతరకోణాలు సంపూరకాలు? అనగా వాటి మొత్తము 180^0.

'l' మరియు 'm' రేఖల గూర్చి ఏమి చెప్పగలవు?

'p' మరియు 'q' రేఖల గూర్చి ఏమి చెప్పగలవు?

కావున రెండు రేఖల ఒక తిర్యగ్రేఖ ఖండించినపుడు తిర్యగ్రేఖకు ఒకేవైపుగల అంతర కోణాలు సంపూరక కోణాలయితే ఆ రేఖలు సమాంతర రేఖలు.

ఉదాహరణ 2 : కింద ఇవ్వబడిన పటంలో, రెండు కోణాలను ప్రతి ఒకటి 30^0 ఉండేలా గుర్తించబడినవి. ఐతే AB||CD అవుతుందా? ఎలా?



సాధన : ఇవ్వబడిన కోణాలు, $\overline{BC}$ తిర్యగ్రేఖతో ఏర్పడిన ఒక జత ఏకాంతర కోణాలు

కావున ఈ కోణాలు సమానం, AB||CD

అభ్యాసం - 7

1. కింది ఖాళీలను పూరించండి.

 (i) ఒక రేఖ, రెండు లేక అంతకన్నా ఎక్కువ రేఖలను విభిన్న బిందువుల వద్ద ఖండిస్తే ఆ రేఖను .... అంటారు.

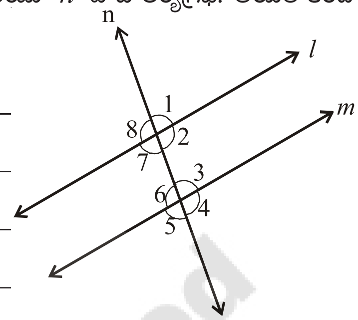
 (ii) ఒక జత ఏకాంతర కోణాలు సమానమైతే ఆరేఖలు ....

© SCERT not to be republished

(iii) తిర్యగ్రేఖకు ఒకే వైపున గల అంతర కోణాలు సంపూరకాలైతే ఆరేఖలు ....

(iv) రెండు రేఖలు పరస్పరము ఖండించుకుంటే ఆ రేఖలకు ఉమ్మడి బిందువుల సంఖ్య ....

2. ప్రక్కన చూపబడి పటంలో 'l' మరియు 'm' లు సమాంతర రేఖలు మరియు 'n' వాటి తిర్యగ్రేఖ. అయితే కింద ఇవ్వబడిన సందర్భాలలో ఖాళీలను పూరించండి.



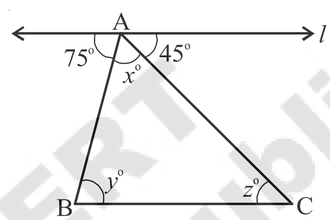
(i) $\angle 1 = 80^0$ అయితే $\angle 2 =$ ______________

(ii) $\angle 3 = 45^0$ అయితే $\angle 7 =$ ______________

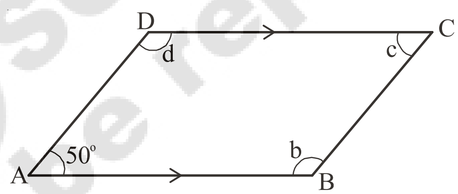
(iii) $\angle 2 = 90^0$ అయితే $\angle 8 =$ ______________

(iv) $\angle 4 = 100^0$ అయితే $\angle 8 =$ ______________

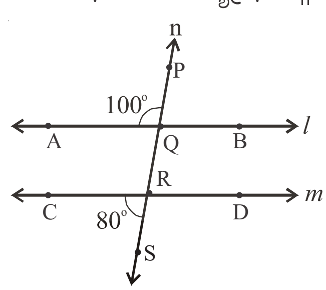
3. ఇవ్వబడిన పటంలో $l \parallel BC$ అయిన x,y, z కోణాల పరిమాణములను కనుగొనుము.



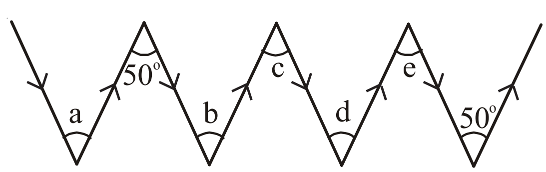
4. ABCD ఒక చతుర్భుజములో AB || DC మరియు AD || BC అయినచో $\angle$ b, $\angle$ c మరియు $\angle$ d లను కనుగొనుము.



5. ఇవ్వబడిన పటములో 'l' మరియు 'm' రేఖలకు 'n' తిర్యగ్రేఖ l || m అవునా?



6. కింది పటములో $\angle a$, $\angle b$, $\angle c$, $\angle d$ మరియు $\angle e$ లను కనుగొనుము. కారణాలను తెలపండి.



(సూచన : రేఖలపై ఒకే దిశలో చూపిన బాణాల గుర్తులు సమాంతర రేఖలను సూచించును).

©SCERT not to be republished

మనం నేర్చుకున్నవి

1. (i) రెండు కోణాల మొత్తము 90^0 అయినచో ఆ కోణాలను పరిపూరక కోణాలు అంటాం.

   (ii) పరిపూరక కోణాలలో ప్రతి కోణము అల్పకోణము.

2. (i) రెండు కోణాల మొత్తము 180^0 అయినచో ఆ కోణాలను సంపూరక కోణాలు అంటాం.

   (ii) సంపూరక కోణాలలో ప్రతి కోణము అల్పకోణములేదా లంబకోణం లేదా అధిక కోణం అగును.

   (iii) రెండు లంబకోణాలు ఎల్లప్పుడు పరస్పర సంపూరకాలు.

3. ఉమ్మడి శీర్షము కలిగి ఉమ్మడి భుజానికి ఇరువైపులా గల కోణాలను ఆసన్న కోణాలు అంటాం.

4. పరిపూరక కోణాలు గానీ, సంపూరక కోణాలు గానీ ఆసన్న కోణాలు కానవసరములేదు.

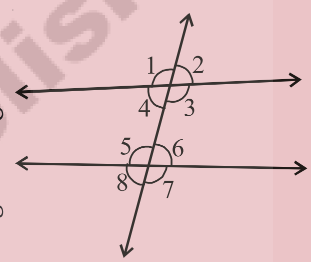
5. ఒక జత ఆసన్నకోణాలు సంపూరకాలయితే వానిని రేఖీయ ద్వయము అంటాం.

6) (i) రెండు రేఖలు ఒక బిందువు వద్ద ఖండించుకుంటే ఖండన బిందువు వద్ద ఏర్పడు ఎదురెదురు కోణాలను 'శీర్షాభిముఖ కోణాలు' అంటాం.

   (ii) శీర్షాభిముఖ కోణాలు ఎల్లప్పుడూ సమానం.

7) (i) రెండు రేఖలను వేర్వేరు బిందువుల వద్ద ఖండించు రేఖను తిర్యగ్రేఖ అంటాం.

   (ii) పటములో చూపినట్లు రెండు రేఖలను ఒక తిర్యగ్రేఖ ఖండించినపుడు 8 కోణాలను ఏర్పరచును.



క్రమ సంఖ్య	కోణాల రకాలు	జతల సంఖ్య	కోణాలు
1.	అంతర కోణాలు	—-	$\angle 3, \angle 4, \angle 5, \angle 6$
2.	బాహ్య కోణాలు	—-	$\angle 1, \angle 2, \angle 7, \angle 8$
3.	శీర్షాభిముఖ కోణాలు	4 జతలు	$(\angle 1, \angle 3)$; $(\angle 4, \angle 2)$; $(\angle 5, \angle 7)$; $(\angle 8, \angle 6)$
4.	సదృశ కోణాలు	4 జతలు	$(\angle 1, \angle 5)$; $(\angle 2, \angle 6)$; $(\angle 4, \angle 8)$; $(\angle 3, \angle 7)$
5.	ఏకాంతర కోణాలు	2 జతలు	$(\angle 3, \angle 5)$; $(\angle 4, \angle 6)$
6.	ఏక బాహ్య కోణాలు	2 జతలు	$(\angle 1, \angle 7)$; $(\angle 2, \angle 8)$
7.	తిర్యగ్రేఖకు ఒకేవైపున గల అంతర కోణాలు	2 జతలు	$(\angle 3, \angle 6)$; $(\angle 4, \angle 5)$

రెండు సమాంతర రేఖలను తిర్యగ్రేఖచే ఖండించగా ఏర్పడు

(i) ప్రతి జతలోని సదృశకోణాలు సమానము

(ii) ప్రతి జత ఏకాంతర కోణ జతలోని కోణాలు సమానము.

(iii) ప్రతి జత ఏక బాహ్య జతలోని కోణాలు సమానము.

(iv) తిర్యగ్రేఖకు ఒకేవైపున గల అంతర కోణాలు సంపూరకాలు.

© SCERT not to be republished