

ਸਿੱਖਣ ਉਦੇਸ਼

ਇਸ ਅਧਿਆਇ ਵਿੱਚ ਤੁਸੀਂ ਸਿੱਖੋਗੇ :

- ਬੀਜ ਗਣਿਤਿਕ ਵਿਅੰਜਕ ਦੇ ਬਾਰੇ।
- ਬੀਜ ਗਣਿਤਿਕ ਵਿਅੰਜਕ ਦੇ ਪਦ ਅਤੇ ਗੁਣਾਕਾਂ ਦੇ ਬਾਰੇ।
- ਚਲ ਅਤੇ ਕਿਸੇ ਪਦ ਦੇ ਗੁਣਨਖੰਡ ਦੇ ਬਾਰੇ।
- ਬਹੁਪਦ ਨੂੰ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਕਰਨ ਬਾਰੇ।
- ਵਿਅੰਜਕ ਅਤੇ ਬਹੁਪਦ ਦੇ ਵਿੱਚ ਅੰਤਰ ਬਾਰੇ।
- ਇਕ ਪਦੀ, ਦੋ ਪਦੀ ਅਤੇ ਤਿੰਨ ਪਦੀ ਦੇ ਬਾਰੇ।
- ਸਮਾਨ ਅਤੇ ਅਸਮਾਨ ਪਦਾਂ ਦੀ ਪਹਿਚਾਣ ਦੇ ਬਾਰੇ।
- ਬਹੁਪਦ ਬੀਜ ਗਣਿਤਿਕ ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਨੂੰ ਜੋੜਨ, ਘਟਾਉਣ ਅਤੇ ਉਹਨਾਂ ਦੀ ਗੁਣਾਂ ਦੇ ਬਾਰੇ।
- ਵਿਅੰਜਕ ਦੀ ਗੁਣਾ ਦੁਆਰਾ ਆਇਤ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਅਤੇ ਘਣਾਵ ਦਾ ਆਇਤਨ ਅਤੇ ਦੈਨਿਕ ਜੀਵਨ ਵਿੱਚ ਉਪਯੋਗ ਦੇ ਬਾਰੇ।
- ਤਤਸਮਕਾਂ ਬਾਰੇ ਜਾਣਕਾਰੀ ਅਤੇ ਉਹਨਾਂ ਦਾ ਦੈਨਿਕ ਜੀਵਨ ਵਿੱਚ ਉਪਯੋਗ ਦੇ ਬਾਰੇ।

8.1 ਵਿਅੰਜਕ ਦਾ ਮਤਲਬ (ਭੂਮਿਕਾ) Meaning of expressions (Introduction)

ਪਿਛਲੀਆਂ ਜਮਾਤਾਂ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਬੀਜ ਗਣਿਤਿਕ ਵਿਅੰਜਕਾਂ (ਦਾ ਸਿਰਫ਼ ਵਿਅੰਜਕਾਂ) ਦੇ ਬਾਰੇ ਵਿੱਚ ਜਾਣਕਾਰੀ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰ ਚੁੱਕੇ ਹਾਂ। ਬੀਜ ਗਣਿਤਿਕ ਵਿਅੰਜਕ, ਚਲਾਂ ਅਤੇ ਅਚਲਾਂ ਦੇ ਨਾਲ ਬਣਦੇ ਹਨ। $2x + 7$, $7xy - 8$, $\sqrt{x+5}$, $y + 8$, $x^2 + 7$ ਆਦਿ ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਦੀਆਂ ਉਦਾਹਰਨਾਂ ਹਨ।

ਵਿਅੰਜਕ $2x + 7$ ਨੂੰ ਚਲ x ਅਤੇ ਅਚਲ 2 , 7 ਨਾਲ ਬਣਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ ਅਤੇ ਵਿਅੰਜਕ $7xy - 8$ ਨੂੰ ਚਲਾਂ x ਅਤੇ y ਤੇ ਅਚਲ 7 , 8 ਨਾਲ ਬਣਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਅਸੀਂ ਹੋਰ ਵੀ ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਬਾਰੇ ਦੱਸ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।

8.1.1 ਬੀਜ ਗਣਿਤਿਕ ਵਿਅੰਜਕ ਦਾ ਮੁੱਲ (Value of an Algebraic Expression)

ਅਸੀਂ ਵਿਅੰਜਕ ਵਿੱਚ ਚਲ ਜਾਂ ਅਚਲ ਦੇ ਕੋਈ ਵੀ ਮੁੱਲ ਲੈ ਸਕਦੇ ਹਨ। ਵਿਅੰਜਕ ਦੇ ਚਲ ਦਾ ਮੁੱਲ ਬਦਲਣ ਨਾਲ ਵਿਅੰਜਕ ਦਾ ਵੀ ਮੁੱਲ ਬਦਲ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਉਦਾਹਰਨ ਵਜੋਂ, ਵਿਅੰਜਕ $2x + 7$ ਲਈ ਜੇਕਰ $x = 2$ ਹੋਵੇ ਤਾਂ $2x + 7 = 2 \times 2 + 7 = 11$ ਅਤੇ ਜੇਕਰ $x = 0$ ਹੋਵੇ ਤਾਂ $2x + 7 = 2 \times 0 + 7 = 7$ ਹੋਵੇਗਾ ਆਦਿ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ x ਦੇ ਵੱਖਰੇ-ਵੱਖਰੇ ਮੁੱਲ ਭਰਨ ਨਾਲ ਅਸੀਂ ਵਿਅੰਜਕ $2x + 7$ ਦੇ ਵੱਖਰੇ-ਵੱਖਰੇ ਮੁੱਲ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਨ।

8.1.2 ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ ਅਤੇ ਵਿਅੰਜਕ (x ਚਲ ਵਿੱਚ) (Number line and an expression)

ਮੰਨ ਲਉ ਵਿਅੰਜਕ $x + 3$ ਹੈ। ਅਸੀਂ ਮੰਨ ਲੈਂਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ 'ਤੇ ਚਲ x ਨੂੰ ਧਨਾਤਮਕ ਮੰਨਣਾ ਹੈ, ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ 'ਤੇ ਸਥਿਤੀ X ਹੈ।

X , ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ 'ਤੇ ਸਿਫ਼ਰ ਦੇ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਕਿਤੇ ਵੀ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ $x + 3$ ਦੀ ਸਥਿਤੀ A , X ਦੇ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ 3 ਇਕਾਈ ਦੀ ਦੂਰੀ 'ਤੇ ਹੋਵੇਗੀ।



ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ $x - 2$ ਦੀ ਸਥਿਤੀ, x ਦੇ ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ 2 ਇਕਾਈ ਦੀ ਦੂਰੀ 'ਤੇ ਹੋਵੇਗੀ, ਜੇਕਰ ਅਸੀਂ ਹੁਣ $3x + 2$ (ਜਿੱਥੇ x ਧਨਾਤਮਕ ਹੈ) ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਪਤਾ ਕਰਨਾ ਚਾਹੁੰਦੇ ਹਨ, ਤਾਂ $3x$ ਦੀ ਸਥਿਤੀ (ਤਿੰਨ ਗੁਣਾ x) B 'ਤੇ ਹੋਵੇਗੀ।



ਇਸ ਲਈ $3x + 2$ ਦੀ ਸਥਿਤੀ C, B ਦੇ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ 2 ਇਕਾਈ ਦੀ ਦੂਰੀ 'ਤੇ ਹੋਵੇਗੀ।

8.2 ਪਦ, ਗੁਣਨਖੰਡ ਅਤੇ ਗੁਣਾਂਕ (Terms, Factors and Coefficients)

ਪਦ ਇਕ ਸੰਖਿਆ ਜਾਂ ਚਲ ਜਾਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਅਤੇ ਚਲਾਂ ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਪਦਾਂ ਨੂੰ ਜੋੜ ਕੇ ਵਿਅੰਜਕ ਬਣਦਾ ਹੈ ਇਸ ਲਈ 4 , x , $4x$ ਅਤੇ $4xy$ ਪਦ ਹਨ।

ਅਸੀਂ ਤਿੰਨ ਪਦ $4x$, $3y$ ਅਤੇ 8 ਲੈਂਦੇ ਹਾਂ। ਇਹਨਾਂ ਪਦਾਂ ਨੂੰ ਜੋੜ ਕੇ ਅਸੀਂ ਵਿਅੰਜਕ $4x + 3y + 8$ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ। ਪਦ $4x$, 4 ਅਤੇ x ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ ਹੈ, ਜਿੱਥੇ 4 ਅਤੇ x , $4x$ ਦੇ ਗੁਣਨਖੰਡ ਹਨ। ਜਦਕਿ ਪਦ $3y$, ਆਪਣੇ ਗੁਣਨਖੰਡਾਂ 3 ਅਤੇ y ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ ਹੈ। ਪਦ 8 ਕੇਵਲ ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ 8 ਤੋਂ ਬਣਿਆ ਹੈ।

ਵਿਅੰਜਕ $9xy - 3x$ ਦੇ ਦੋ ਪਦਾਂ $9xy$ ਅਤੇ $-3x$ ਹੈ। ਪਦ $9xy$ ਗੁਣਨਖੰਡ 9 , x ਅਤੇ y ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ ਹੈ। ਪਦ $-3x$, ਗੁਣਨਖੰਡ -3 ਅਤੇ x ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ ਹੈ। ਕਿਸੇ ਪਦ ਦਾ ਸੰਖਿਆਤਮਕ ਗੁਣਨਖੰਡ ਨੂੰ ਉਸਦਾ ਸੰਖਿਆਤਮਕ ਗੁਣਾਂਕ ਜਾਂ ਗੁਣਾਂਕ ਆਖਦੇ ਹਨ। ਪਦ $9xy$ ਦਾ ਗੁਣਾਂਕ 9 ਹੈ ਅਤੇ ਪਦ $-3x$ ਦਾ ਗੁਣਾਂਕ -3 ਹੈ।

8.3 ਇੱਕ ਪਦੀ, ਦੋ ਪਦੀ, ਤਿੰਨ ਪਦੀ (Monomials, Binomials, Trinomials)

ਉਹ ਵਿਅੰਜਕ ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਜਾਂ ਇੱਕ ਤੋਂ ਜ਼ਿਆਦਾ ਪਦ ਹੋਣ, ਜਿਸਦੇ ਗੁਣਾਂਕ ਵਾਸਤਵਿਕ ਹੋਣ ਅਤੇ ਘਾਤ ਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆ ਹੋਵੇ, ਨੂੰ ਬਹੁਪਦ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ। ਬਹੁਪਦ ਦੀਆਂ ਉਦਾਹਰਨਾਂ :

$3x + 2y$, $x^2 + 3x + 5$, $ax + by + cz + d$ ਆਦਿ।

- ਉਹ ਬਹੁਪਦ ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਕੇਵਲ ਇੱਕ ਪਦ ਹੋਵੇ, ਨੂੰ ਇੱਕ-ਪਦੀ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ। ਜਿਵੇਂ 4 , $3x$, $4y$, $7xy$, $8x^2y$, $-4xy^2$ ਆਦਿ।
- ਉਹ ਬਹੁਪਦ ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਕੇਵਲ ਦੋ ਪਦ ਹੋਣ, ਨੂੰ ਦੋ-ਪਦੀ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ, ਜਿਵੇਂ : $3x + 4y$, $x - 2y$, $ax + by$ ਆਦਿ।
- ਉਹ ਬਹੁਪਦ ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਕੇਵਲ ਤਿੰਨ ਪਦ ਹੋਣ, ਨੂੰ ਤਿੰਨ ਪਦੀ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ, ਜਿਵੇਂ $x^2 - 3x + 5$, $ax + by + cz$ ਆਦਿ।

8.4 ਸਮਾਨ ਅਤੇ ਅਸਮਾਨ ਪਦ (Like and Unlike Terms)

ਜੇਕਰ ਪਦਾਂ ਦੇ ਚਲ ਅਤੇ ਘਾਤਾਂ ਸਮਾਨ (ਬਰਾਬਰ) ਹੋਣ ਤਾਂ ਉਹ ਸਮਾਨ ਪਦ ਅਖਵਾਉਂਦੇ ਹਨ। ਇਹਨਾਂ ਵਿੱਚ ਗੁਣਾਂਕ ਭਿੰਨ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ $3y$, $-4y$, $\frac{21}{8}y$ ਸਮਾਨ ਪਦ ਹਨ। ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ $3t^2$ ਅਤੇ $-11t^2$ ਸਮਾਨ ਪਦ ਹਨ ਅਤੇ $4ab$, $-21ab$ ਅਤੇ $11ab$ ਵੀ ਸਮਾਨ ਪਦ ਹਨ।

ਜਿਹੜੇ ਪਦ ਆਪਸ ਵਿੱਚ ਸਮਾਨ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦੇ ਉਹ ਅਸਮਾਨ ਪਦ ਅਖਵਾਉਂਦੇ ਹਨ। ਜਿਵੇਂ $7x$ ਅਤੇ $4y$ ਅਸਮਾਨ ਪਦ ਹਨ ਕਿਉਂਕਿ ਇਹਨਾਂ ਦੇ ਚਲ ਅਲੱਗ-ਅਲੱਗ ਹਨ। ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ $7x^2$ ਅਤੇ $4x$ ਵੀ ਅਸਮਾਨ ਹਨ, ਕਿਉਂਕਿ ਇਹਨਾਂ ਵਿੱਚ ਇਹਨਾਂ ਦੀਆਂ ਘਾਤਾਂ ਵੱਖਰੀਆਂ ਹਨ।

8.5 ਬੀਜ ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਦਾ ਜੋੜ ਅਤੇ ਘਟਾਓ (Addition and Subtraction of Algebraic Expressions)

ਪਿਛਲੀਆਂ ਜਮਾਤਾਂ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਇਹ ਸਿੱਖਿਆ ਹੈ ਕਿ ਬੀਜ ਗਣਿਤਕ ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਨੂੰ ਕਿਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਜੋੜਿਆ ਅਤੇ ਘਟਾਇਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ, ਯਾਦ ਕਰੋ ਕਿ ਜੋੜਫਲ ਲਈ ਜੋੜੇ ਜਾਣ ਵਾਲੇ ਹਰੇਕ ਵਿਅੰਜਕ ਨੂੰ ਅਸੀਂ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਕਤਾਰਾਂ ਵਿੱਚ ਲਿਖਦੇ ਹਾਂ, ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਕਰਦੇ ਸਮੇਂ ਅਸੀਂ ਸਮਾਨ ਪਦਾਂ ਨੂੰ ਇੱਕ ਦੂਸਰੇ ਦੇ ਹੇਠਾਂ ਲਿਖਦੇ ਹੋਏ ਜੋੜ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।

ਕਿਸੇ ਵੀ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਘਟਾਉਣਾ ਉਸਦੇ ਜੋੜਾਤਮਕ ਉਲਟ ਨੂੰ ਜੋੜਨ ਵਰਗਾ ਹੈ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ -4 ਨੂੰ ਘਟਾਉਣਾ $+4$ ਨੂੰ ਜੋੜਨ ਦੇ ਸਮਾਨ ਹੈ, ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ $5y$ ਨੂੰ ਘਟਾਉਣਾ $-5y$ ਨੂੰ ਜੋੜਨ ਦੇ ਸਮਾਨ ਹੈ। $-3x^2$ ਨੂੰ ਘਟਾਉਣਾ $3x^2$ ਨੂੰ ਜੋੜਨ ਦੇ ਸਮਾਨ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਜਿਹੜੇ ਵਿਅੰਜਕ ਨੂੰ ਅਸੀਂ ਘਟਾਉਣਾ ਚਾਹੁੰਦੇ ਹਨ, ਉਸ ਦੇ ਸਾਰੇ ਪਦਾਂ ਦੇ ਚਿੰਨ੍ਹਾਂ ਨੂੰ ਬਦਲ ਦਿੱਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਹਰੇਕ ਦੂਸਰੀ ਕਤਾਰ ਦੇ ਹਰੇਕ ਪਦ ਦੇ ਹੇਠਾਂ ਤੀਸਰੀ ਕਤਾਰ ਵਿੱਚ ਲਿਖੇ ਚਿੰਨ੍ਹ ਤੋਂ ਇਹ ਜਾਨਣ ਵਿੱਚ ਸਹਾਇਤਾ ਮਿਲਦੀ ਹੈ ਕਿ ਇਸ ਵਿੱਚ ਕਿਹੜੀ ਕਿਰਿਆ ਕੀਤੀ ਜਾਣੀ ਹੈ। ਇਸ ਸੰਕਲਪ ਨੂੰ ਸਮਝਣ ਲਈ ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀਆਂ ਉਦਾਹਰਨਾਂ ਦੇਖੋ।

ਉਦਾਹਰਨ 8.1. ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਦਾ ਜੋੜ ਪਤਾ ਕਰੋ :

- (i) $x + y - 2z$ ਅਤੇ $2x - 2y + 3z$
- (ii) $2x + 3y - 4z$ ਅਤੇ $x + y - 4$
- (iii) $7xy + 5yz - 3zx$, $4xy + 7zx$ ਅਤੇ $3yz + 4$

ਹੱਲ : ਸਮਾਨ ਪਦਾਂ ਨੂੰ ਇੱਕ ਦੂਸਰੇ ਦੇ ਹੇਠਾਂ ਰੱਖ ਕੇ ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਨੂੰ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਕਤਾਰਾਂ ਵਿੱਚ ਲਿਖਦੇ ਹੋਏ, ਸਾਨੂੰ ਮਿਲਦਾ ਹੈ।

$$(i) \quad \begin{array}{r} x + y - 2z \\ 2x - 2y + 3z \\ \hline \end{array}$$

$$2x - 2y + 3z$$

$$3x - y + z$$

$$(ii) \quad \begin{array}{r} 2x + 3y - 4z \\ x + y - 4 \\ \hline \end{array}$$

$$x + y - 4$$

$$3x + 4y - 4z - 4$$

ਇਸ ਵਿੱਚ $-4z$ ਅਤੇ -4 ਲਈ ਕੋਈ ਵੀ ਸਮਾਨ ਪਦ ਨਹੀਂ ਹੈ।

$$(iii) \quad \begin{array}{r} 7xy + 5yz - 3zx \\ 4xy \quad \quad + 7zx \\ \hline \end{array}$$

$$4xy \quad \quad + 7zx$$

$$3yz \quad \quad + 4$$

$$11xy + 8yz + 4zx + 4$$

ਉਦਾਹਰਨ 8.2. ਘਟਾਓ

$$(i) \quad 8a^2 - 3b^2 - 8ab + 9a - 7b \text{ ਵਿੱਚੋਂ } 5a^2 - 3ab + 4b - 7$$

$$(ii) \quad 8x + 5z - x^2 - y^2 + 7 \text{ ਵਿੱਚੋਂ } x + 3y - 4z + x^2 - y^2$$

ਹੱਲ : ਜੋੜ ਦੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਹੀ ਅਸੀਂ ਸਮਾਨ ਪਦਾਂ ਨੂੰ ਇੱਕ ਦੂਸਰੇ ਦੇ ਹੇਠਾਂ ਰੱਖ ਕੇ ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਨੂੰ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਕਤਾਰਾਂ ਵਿੱਚ ਲਿਖਦੇ ਹੋਏ ਘਟਾਓ ਕਰਾਂਗੇ।

$$(i) \quad \begin{array}{r} 8a^2 - 3b^2 - 8ab + 9a - 7b \\ 5a^2 \quad \quad - 3ab \quad \quad + 4b - 7 \\ - \quad \quad + \quad \quad - \quad \quad + \\ \hline 3a^2 - 3b^2 - 5ab + 9a - 11b + 7 \end{array}$$

$$(ii) \quad \begin{array}{r} 8x + 5z - x^2 - y^2 + 7 \\ x - 4z + x^2 - y^2 \quad \quad + 3y \\ - \quad + \quad - \quad + \quad - \\ \hline 7x + 9z - 2x^2 \quad \quad + 7 - 3y \end{array}$$

ਉਦਾਹਰਨ 8.3. $2x - 3y + 4z - 2$ ਅਤੇ $-3x + 8y + 12z - 4$ ਦੇ ਜੋੜ ਵਿੱਚੋਂ $x + 3y - 5z + 7$ ਨੂੰ ਘਟਾਓ।

ਹੱਲ : ਪਹਿਲਾਂ ਅਸੀਂ ਵਿਅੰਜਕਾਂ $2x - 3y + 4z - 2$ ਅਤੇ $-3x + 8y + 12z - 4$, ਨੂੰ ਜੋੜਾਂਗੇ, ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਅਸੀਂ ਪਹਿਲਾਂ ਜੋੜਦੇ ਹਨ।

$$\begin{array}{r} 2x - 3y + 4z - 2 \\ -3x + 8y + 12z - 4 \\ \hline -x + 5y + 16z - 6 \end{array} \quad \begin{array}{r} -x + 5y + 16z - 6 \\ x + 3y - 5z + 7 \\ \hline -2x + 2y + 21z - 13 \end{array}$$

ਅਭਿਆਸ 8.1

- ਇੱਕ ਚਲ ਅਤੇ ਦੋ ਚਲਾਂ ਵਾਲੇ ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਦੀਆਂ ਪੰਜ ਉਦਾਹਰਨਾਂ ਲਿਖੋ।
- ਬਣਾਓ :
 - x ਚਲ ਲੈ ਕੇ 3 ਬਹੁਪਦ ਬਣਾਓ ;
 - x ਅਤੇ y ਚਲ ਲੈ ਕੇ ਦੋ ਪਦੀ ਦੇ 3 ਬਹੁਪਦ ਬਣਾਓ।
 - x ਅਤੇ y ਚਲ ਲੈ ਕੇ ਇੱਕ ਪਦ ਦੇ 3 ਬਹੁਪਦ ਬਣਾਓ।
 - ਚਾਰ ਜਾਂ ਚਾਰ ਤੋਂ ਜ਼ਿਆਦਾ ਪਦਾਂ ਨਾਲ 3 ਬਹੁਪਦ ਬਣਾਓ।
- ਹੇਠਾਂ ਲਿਖਿਆਂ ਪਦਾਂ ਦੇ ਸਮਾਨ ਦੋ ਹੋਰ ਸਮਾਨ ਪਦ ਲਿਖੋ।
 - $7x$
 - $3ab$
 - $7x^2y$
 - $2lm$
- ਹੇਠਾਂ ਲਿਖੇ ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਹਰੇਕ ਦੇ ਪਦਾਂ ਅਤੇ ਗੁਣਾਂਕਾਂ ਨੂੰ ਪਹਿਚਾਣੋ।
 - $5xy - 3zy$
 - $2 + 2x - 3x^2$
 - $4x^2y^2 - 4z^2 + 3xy$
 - $ab + bc + abc + 7$
 - $\frac{x}{6} + \frac{y}{6} + 2xz$
 - $0.3a - 0.5ab$
 - $\frac{xy}{2} + 7x + \frac{3}{2}y$
 - $0.4a - 0.6ab + 3b^2$
 - $3xy^2 + 5xyz - 6y^2$
- ਹੇਠਾਂ ਲਿਖੇ ਬਹੁਪਦਾਂ ਨੂੰ ਇੱਕ ਪਦੀ, ਦੋ ਪਦੀ, ਅਤੇ ਤਿੰਨ ਪਦੀ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਵਰਗੀਕਰਨ ਕਰੋ। ਕਿਹੜਾ ਬਹੁਪਦ ਇਹਨਾਂ ਤਿੰਨੋਂ ਸ਼੍ਰੇਣੀਆਂ ਵਿੱਚ ਕਿਸੇ ਵਿੱਚ ਵੀ ਨਹੀਂ ਹੈ ? ਅਤੇ ਕਿਉਂ ?
 - $3x$
 - y
 - 4
 - $3x - 2y$
 - $\frac{y}{2} + z$
 - $x + y + 2z$
 - $2x - y + 7$
 - $a + b + c$
 - $x - y + 2z$
 - $14x^2yz$
 - $x^2 - y^2$
 - $a^2 + b^2 + c^2$
- ਹੇਠਾਂ ਲਿਖਿਆਂ ਦਾ ਜੋੜ ਕਰੋ।
 - $ab + a^2b - 3abc$ ਅਤੇ $4abc - 7a^2b + 2ab + 3$
 - $x + y + 3z - 2xyz$ ਅਤੇ $-2x + 3y + 4z - 8$
 - $x^2 - y^2, y^2 - z^2, z^2 - x^2$
 - $x - y, -y + z, z - x$
 - $2x^2y^2 - 3xy + 4$ ਅਤੇ $5 + 7xy - 3x^2y^2$
 - $x^2 + y^2 - z^2, x^2 - y^2 + z^2, -x^2 + y^2 + z^2$

7. ਘਟਾਓ :

- (i) $13x - 7xy - 6y + 8$ ਵਿੱਚੋਂ $5x - 3xy + 7y + 18$
- (ii) $9\ell m + 7mn + 13n\ell$ ਵਿੱਚੋਂ $2\ell m + 3mn - 8n\ell$
- (iii) $3ab - 2bc - 4abc$ ਵਿੱਚੋਂ $ab + bc + ca + abc$
- (iv) $4x - 7xyz$ ਵਿੱਚੋਂ $2x + 3y + 4z + 3xyz$
- (v) $0.7x + 0.8y - 9xyz$ ਵਿੱਚੋਂ $0.3x + 0.2y + 2xyz$
- (vi) $2ab - 2bc + 2cd - 2abc$ ਵਿੱਚੋਂ $ab + bc - cd + abc$

8. ਹੇਠਾਂ ਲਿਖੇ ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਵਿੱਚ ਪਹਿਲੇ ਦੋ ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਦੇ ਜੋੜ ਵਿੱਚੋਂ ਤੀਸਰੇ ਵਿਅੰਜਕ ਨੂੰ ਘਟਾਓ।

- (i) $2ab + bc - cd$, $abc + ab - 2bc$, $-2bc + 3ab$
- (ii) $2x + 3y - 2z$, $x - y + 3xyz$, $4x + 3y - 4z + 7xyz$
- (iii) $0.2x + 0.3y + 0.4xy$, $0.8x + 0.7y$, $x + y - 0.6xy$
- (iv) $7xy + 3x + 2y - 3z$, $x + y + 2z$, $4xy - x - y + 4z$
- (v) $0.3xy + 0.2yz$, $0.4xy + 0.3zx$, $0.2xy + 0.2yz$
- (vi) $0.4xyz + 0.3xy^2$, $0.7xyz + 0.2xy^2$, $xyz + 0.4xy^2$

9. ਜੇਕਰ ਤਿਭੁਜ ਦੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਦੇ ਰੂਪ $x^2 - 5x + 6$, $3 - 3x^2 + 7x$ ਅਤੇ $11x^2 + 8x - 11$ ਵਿੱਚ ਹਨ ਤਾਂ ਉਸ ਤਿਭੁਜ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ ਪਤਾ ਕਰੋ।

10. ਬਹੁ-ਵਿਕਲਪੀ ਪ੍ਰਸ਼ਨ

- (i) $7y - 5$ ਵਿੱਚ y ਦਾ ਗੁਣਾਂਕ ਦੱਸੋ।
 (a) 7 (b) -5 (c) 5 (d) 12
- (ii) ਕਿਹੜਾ ਇੱਕ ਪਦੀ ਹੈ ?
 (a) $7x + 5$ (b) $x + y + z$ (c) $3x^3$ (d) $5x^2 - 7x + 6$
- (iii) ਦੋ ਪਦੀ ਪਹਿਚਾਣੋ।
 (a) $5x + 2$ (b) $x + x + 1$ (c) $6z$ (d) $\sqrt{t}$
- (iv) ਹੇਠਾਂ ਲਿਖੇ ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਤਿੰਨ ਪਦੀ ਦੱਸੋ।
 (a) $5xy - 3zy$ (b) $2x - y + 7$ (c) $x - y + 2z + 4$ (d) $x^3 + 3$
- (v) ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤਿਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਹੜੇ ਵਿਅੰਜਕ ਸਮਾਨ ਪਦ ਹਨ ?
 (a) $7x$ ਅਤੇ $7y$ (b) $3x$ ਅਤੇ $3x^2$ (c) x^2 ਅਤੇ $3x^2$ (d) $x^3 + 3$
- (vi) $2a - b$ ਅਤੇ $a - 2b$ ਦਾ ਜੋੜ ਕੀ ਹੋਵੇਗਾ ?
 (a) $a - b$ (b) $2a - 2b$ (c) $3a - 3b$ (d) $a + b$
- (vii) ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤਾ ਚਿੱਤਰ ਕਿਸ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ ?



- (a) $x + 3$ (b) $2x + 3$ (c) $2x - 3$ (d) $x^2 + 3$
- (viii) ਵਿਅੰਜਕ $3x - 5$ ਹੈ।
 (a) ਇੱਕ ਪਦੀ (b) ਦੋ ਪਦੀ (c) ਤਿੰਨ ਪਦੀ (d) ਇਨ੍ਹਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕੋਈ ਨਹੀਂ

(ix) $-5x + 7xy$ ਵਿਅੰਜਕ ਦੇ ਪਦ ਕਿਹੜੇ ਹਨ ?

(a) -5 ਅਤੇ 7 (b) $-5x$ ਅਤੇ $7x$ (c) $-5x$ ਅਤੇ $7xy$ (d) $-5x$ ਅਤੇ $7y$

(x) $ab - bc$, $bc - ac$, $ac - ab$ ਨੂੰ ਜੋੜੋ।

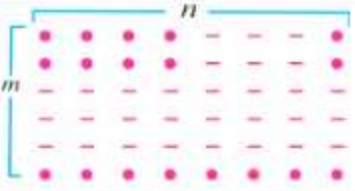
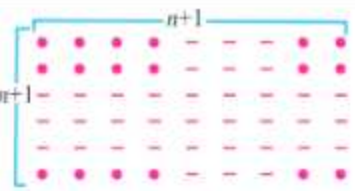
(a) 0 (b) $ab + bc + ac$ (c) abc (d) $a + b + c$

(xi) ਵਿਅੰਜਕ $3x-5$ ਦਾ ਮੁੱਲ $x = 5$ 'ਤੇ ਪਤਾ ਕਰੋ।

(a) 5 (b) 10 (c) 15 (d) 20

8.6 ਬੀਜ ਗਣਿਤਕ ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ : (Multiplication of Algebraic Expression)

(i) ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਬਿੰਦੂਆਂ ਦੇ ਪੈਟਰਨ ਨੂੰ ਦੇਖੋ।

ਪੈਟਰਨ	ਕਤਾਰਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ	ਕਾਲਮਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ	ਬਿੰਦੂਆਂ ਦੀ ਕੁੱਲ ਸੰਖਿਆ
	5	8	5×8 (ਬਿੰਦੂਆਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਪਤਾ ਕਰਨ ਲਈ ਸਾਨੂੰ ਕਤਾਰਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਅਤੇ ਕਾਲਮਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਗੁਣਾ ਕਰਨਾ ਹੈ।)
	6	5	6×5
	m	n	$m \times n$ ਇੱਥੇ ਕਤਾਰਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ m ਅਤੇ ਕਾਲਮਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ n ਹੈ।
	m + 1	n + 1	$(m + 1)(n + 1)$ ਇੱਥੇ ਕਤਾਰਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ (m + 1) ਅਤੇ ਕਾਲਮਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ (n + 1) ਹੈ।

(ii) ਅਸੀਂ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੀਆਂ ਹੋਰ ਸਥਿਤੀਆਂ ਬਾਰੇ ਸੋਚ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਵਿੱਚ ਦੋ ਬੀਜ ਗਣਿਤਕ ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਨੂੰ ਗੁਣਾ ਕਰਨੀ ਪੈਂਦੀ ਹੋਵੇ।

ਅਸੀਂ ਆਇਤ ਦੇ ਖੇਤਰਫਲ ਬਾਰੇ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਜੋ ਕਿ $\ell \times b$ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਜਿਸ ਵਿੱਚ ℓ ਲੰਬਾਈ b ਚੌੜਾਈ ਹੈ।

ਜਦੋਂ ਆਇਤ ਦੀ ਲੰਬਾਈ 2 ਇਕਾਈ ਵਧਾ ਦਿੱਤੀ ਜਾਵੇ, ਅਤੇ ਚੌੜਾਈ 1 ਇਕਾਈ ਘੱਟ ਕਰ ਦਿੱਤੀ ਜਾਵੇ ਤਾਂ ਨਵੀਂ ਆਇਤ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ $(\ell + 2) \times (b - 1)$ ਹੋਵੇਗਾ।



- (iii) ਜੇਕਰ ਅਸੀਂ ਵਸਤੂਆਂ ਖਰੀਦਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਸਾਨੂੰ ਵਸਤੂਆਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਇਕਾਈ ਮੁੱਲ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਨੀ ਪੈਂਦੀ ਹੈ।

ਮੰਨ ਲਓ ਇੱਕ ਕਾਪੀ ਦਾ ਮੁੱਲ = ₹ p

ਕਿੰਨੀਆਂ ਕਾਪੀਆਂ ਦੀ ਜ਼ਰੂਰਤ ਹੈ = q

ਸਾਨੂੰ ਭੁਗਤਾਨ ਕਰਨਾ ਪਵੇਗਾ = ₹ $(p \times q)$

ਮੰਨ ਲਵੋ, ਇੱਕ ਕਾਪੀ ਦਾ ਮੁੱਲ ₹ 1 ਵੱਧ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਕਾਪੀਆਂ ਦੀ ਜ਼ਰੂਰਤ 2 ਵੱਧ ਜਾਂਦੀ ਹੈ ਤਾਂ ਇੱਕ ਕਾਪੀ ਦਾ ਨਵਾਂ ਮੁੱਲ = ₹ $(p + 1)$

ਸਮਾਨ ਕਾਪੀਆਂ ਦੀ ਨਵੀਂ ਜ਼ਰੂਰਤ = $q + 2$

ਤਾਂ ਹੁਣ ਭੁਗਤਾਨ ਕਰਨਾ ਪਵੇਗਾ = ₹ $(p + 1)(q + 2)$

ਉਪਰੋਕਤ ਸਾਰੀਆਂ ਉਦਾਹਰਨਾਂ ਵਿੱਚ ਸਾਨੂੰ ਸਾਰੀਆਂ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਦੀ ਗੁਣਾ ਦੀ ਲੋੜ ਹੈ, ਪਰ ਇੱਥੇ ਇਹ ਸਾਰੀਆਂ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਹਨ। ਇਸ ਲਈ ਸਾਨੂੰ ਇਹ ਪਤਾ ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ ਕਿ ਗੁਣਨਫਲ ਕਿਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ, ਸਭ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਪਦੀ ਨੂੰ ਇੱਕ ਪਦੀ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਨਾ ਸਿੱਖਦੇ ਹਾਂ।

8.7 ਇੱਕ ਪਦੀ ਨੂੰ ਇੱਕ ਪਦੀ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਨਾ (Multiplying a monomial by a monomial)

8.7.1 ਦੋ ਇੱਕ ਪਦੀਆਂ ਨੂੰ ਗੁਣਾ ਕਰਨਾ

ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਗੁਣਾ, ਵਾਰ-ਵਾਰ ਜੋੜ ਦਾ ਰੂਪ ਹੈ।

ਜਿਵੇਂ 4×3 ਦਾ ਮਤਲਬ 4 ਵਾਰ 3

ਭਾਵ $4 \times 3 = 3 + 3 + 3 + 3 = 12$

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ $4 \times (5y) = 5y + 5y + 5y + 5y = 20y$

ਅਤੇ $5 \times (3x) = 3x + 3x + 3x + 3x + 3x = 15x$

ਹੁਣ ਹੇਠਾਂ ਲਿਖੇ ਗੁਣਨਫਲਾਂ 'ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰੀਏ।

$$(i) \quad y \times 3x = y \times 3 \times x = 3 \times x \times y = 3xy$$

$$(ii) \quad 5x \times 4y = 5 \times x \times 4 \times y = 5 \times 4 \times x \times y = 20xy$$

$$(iii) \quad 3x \times (-2y) = 3 \times x \times (-2) \times y = 3 \times (-2) \times x \times y = -6xy$$

ਨੋਟ ਕਰੋ ਕਿ ਦੋ ਇੱਕ ਪਦੀਆਂ ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ ਵੀ ਇੱਕ ਪਦੀ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਹੁਣ ਹੇਠਾਂ ਲਿਖੀਆਂ ਉਦਾਹਰਨਾਂ 'ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰੋ।

$$(iv) \quad 5x \times 3x^2 = 5 \times x \times 3 \times x^2 \\ = (5 \times 3) \times (x \times x^2) = 15 \times x^3 = 15x^3$$

ਇੱਥੇ ਅਸੀਂ ਘਾਤਾਂ ਦੇ ਨਿਯਮ ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕੀਤਾ ਹੈ, ਕਿਸੇ ਗੈਰ ਸਿਫਰ ਸੰਖਿਆ 'a' ਲਈ $(a^m \times a^n = a^{m+n})$

$$(v) \quad 5x^3 \times (-4x^4yz) = (5 \times -4) \times (x^3 \times x^4) \times (yz) \\ = -20 x^7yz$$

8.7.2 ਤਿੰਨ ਜਾਂ ਜ਼ਿਆਦਾ ਇੱਕ ਪਦੀਆਂ ਨੂੰ ਗੁਣਾ ਕਰਨਾ

ਹੇਠਾਂ ਲਿਖੀਆਂ ਉਦਾਹਰਨਾਂ 'ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰੋ :

$$(i) \quad 2x \times 3y \times 4z = (2x \times 3y) \times 4z = 6xy \times 4z = 24xyz$$

$$(ii) \quad 2xy \times 5x^2y^2 \times 6xy^2 = (2xy \times 5x^2y^2) \times 6xy^2 \\ = 10x^3y^3 \times 6xy^2 \\ = (10 \times 6) x^3y^3 \times xy^2 \\ = 60 (x^3 \times x) \times (y^3 \times y^2) = 60x^4y^5$$

ਇੱਥੋਂ ਇਹ ਸੱਪਸ਼ਟ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਕਿ ਅਸੀਂ ਸਭ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਦੋ ਇੱਕ ਪਦੀਆਂ ਨੂੰ ਗੁਣਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਗੁਣਨਫਲ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੱਲ ਨੂੰ ਤੀਸਰੀ ਪਦੀ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਕੇ ਪੂਰਨ ਹੱਲ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।
ਨੋਟ : ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਪਦੀਆਂ ਨੂੰ ਕਿਸੇ ਵੀ ਕ੍ਰਮ ਵਿੱਚ ਗੁਣਾ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। ਹਰ ਕ੍ਰਮ ਵਿੱਚ ਉੱਤਰ ਸਮਾਨ ਹੋਵੇਗਾ।

ਉਦਾਹਰਨ 8.4. ਇੱਕ ਆਇਤ ਜਿਸਦੀ ਲੰਬਾਈ ਅਤੇ ਚੌੜਾਈ ਦਿੱਤੀ ਹੋਈ ਹੈ, ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ ਅਤੇ ਸਾਰਣੀ ਪੂਰਾ ਕਰੋ।

ਲੰਬਾਈ	ਚੌੜਾਈ	ਖੇਤਰਫਲ
3x	5y	
4x	2x	
2xy	3x	

ਹੱਲ :

ਲੰਬਾਈ	ਚੌੜਾਈ	ਖੇਤਰਫਲ
3x	5y	$3x \times 5y = (3 \times 5) \times x \times y = 15xy$
4x	2x	$4x \times 2x = (4 \times 2) \times (x \times x) = 8x^2$
2xy	3x	$2xy \times 3x = (2 \times 3) \times (x \times x) \times y = 6x^2y$

ਉਦਾਹਰਨ 8.5. ਘਣਾਵ (ਆਇਤਕਾਰ ਬਕਸਾ) ਦਾ ਆਇਤਨ ਪਤਾ ਕਰੋ, ਜੇਕਰ ਇਹਨਾਂ ਦੀ ਲੰਬਾਈ, ਚੌੜਾਈ ਅਤੇ ਉਚਾਈ ਹੇਠਾਂ ਲਿਖੀ ਹੈ।

- (i) 2x, 3y, 4z
- (ii) 2ax, 3by, 7cz
- (iii) 2pq, 3qr, 4rp

ਹੱਲ : ਘਣਾਵ ਦਾ ਆਇਤਨ = $l \times b \times h$

ਇਸ ਲਈ ਆਇਤਕਾਰ ਬਕਸੇ ਦਾ ਆਇਤਨ

- (i) $2x \times 3y \times 4z = (2 \times 3 \times 4) \times (x) \times (y) \times (z) = 24xyz$
- (ii) $2ax \times 3by \times 7cz = (2 \times 3 \times 7) \times (ax) \times (by) \times (cz) = 42abcxyz$
- (iii) $2pq \times 3qr \times 4rp = (2 \times 3 \times 4) \times (p \times p) \times (q \times q) \times (r \times r) = 24p^2q^2r^2$

ਅਭਿਆਸ 8.2

- (i) ਦੋ ਇੱਕ ਪਦੀਆਂ ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ
 - (ii) ਤਿੰਨ ਇੱਕ ਪਦੀਆਂ ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ
- ਹੇਠਾਂ ਲਿਖੇ ਇੱਕ ਪਦੀ ਜੋੜਿਆਂ ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।

 - (i) 8x, 3y (ii) 4, 2x (iii) -4p, 3q (iv) 8p, -3pq
 - (v) 3xy, 0 (vi) p², 2pq (vii) 2p, 3pr (viii) r, 2p
- ਹੇਠਾਂ ਲਿਖੇ ਜੋੜਿਆਂ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲੰਬਾਈ ਅਤੇ ਚੌੜਾਈ ਰੱਖਣ ਵਾਲੇ ਆਇਤਾਂ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।

(x, y), (2ℓ, 4m), (10m, 6n), (3mn, 4n), (9a²b, 13abc)

(2ax, 3pr), (3mn, 4np), (2p, pqr), (3x³y, 7xy²)

4. ਗੁਣਨਫਲਾਂ ਦੀ ਸਾਰਨੀ ਨੂੰ ਪੂਰਾ ਕਰੋ।

ਪਹਿਲੀ ਇਕ ਪਦੀ $\longrightarrow$	$2x$	$-5y$	$2x^2$	$-3xy$	$7x^2y$	$-9x^2y^2$
ਦੂਸਰੀ ਇਕ ਪਦੀ $\downarrow$						
$-2y$						
$3x$						
y^2						
$-4xy$						
$2x^2y^2$						

5. ਗੁਣਨਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।

(i) $3x, 4x^2, -7x^3$ (ii) $2zx, 3y, 4z$ (iii) $\frac{a}{2}, \frac{b}{3}, \frac{c}{4}$

(iv) $ab, abc, abcd$ (v) $\frac{x^2y}{3}, 9y^2z, -8z^2x$ (vi) $-3pq, 4p^2x^2$

6. ਆਇਤਾਕਾਰ ਬਕਸਿਆਂ ਦਾ ਆਇਤਨ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜੇਕਰ ਇਹਨਾਂ ਦੀ ਲੰਬਾਈ, ਚੌੜਾਈ ਅਤੇ ਉਚਾਈ ਕ੍ਰਮਵਾਰ ਹੇਠ ਲਿਖੀ ਹੈ।

(i) x, y, z (ii) $2x, 3y, 3z$ (iii) $2a, 7b, c$

(iv) $4l, 5m, 6n$ (v) ab^2, bc^2, ca^2 (vi) $\frac{a}{2}, \frac{b}{3}, \frac{c}{4}$

7. ਬਹੁ-ਵਿਕਲਪੀ ਪ੍ਰਸ਼ਨ

- (i) ਇਕ ਪਦੀ ਨੂੰ ਇੱਕ ਪਦੀ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਨ 'ਤੇ ਸਾਨੂੰ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ :
 (a) ਇੱਕ ਪਦੀ (b) ਦੋ ਪਦੀ (c) ਤਿੰਨ ਪਦੀ (d) ਕੋਈ ਵੀ ਨਹੀਂ
- (ii) ਇੱਕ ਪਦੀ ਨੂੰ ਦੋ ਪਦੀ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਨ 'ਤੇ ਸਾਨੂੰ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ :
 (a) ਇੱਕ ਪਦੀ (b) ਦੋ ਪਦੀ (c) ਤਿੰਨ ਪਦੀ (d) ਕੋਈ ਵੀ ਨਹੀਂ
- (iii) $3x$ ਅਤੇ $5y$ ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।
 (a) $3xy$ (b) $15x$ (c) $15xy$ (d) $15y$
- (iv) $3a$ ਅਤੇ $7ab$ ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।
 (a) $21a^2+b$ (b) $15a+21ab$ (c) $21a^2b$ (d) $21ab$
- (v) ਆਇਤ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜੇਕਰ ਇਸ ਦੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ $2ab$ ਅਤੇ $3bc$ ਹੋਣ।
 (a) $6abc$ (b) $6ab^2c$ (c) $2ab+3bc$ (d) $6+ab+bc$
- (vi) ਘਣਾਵ ਦਾ ਆਇਤਨ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜੇਕਰ ਇਸਦੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ a^2b, b^2c ਅਤੇ c^2a ।
 (a) abc (b) $a^2b^2c^2$ (c) $a^3b^3c^3$ (d) $a^2b + b^2c + c^2a$

8.8 ਇੱਕ ਪਦੀ ਨੂੰ ਬਹੁਪਦ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਨਾ (Multiplying a monomial by a polynomial)

8.8.1 ਇੱਕ ਪਦੀ ਨੂੰ ਦੋ ਪਦੀ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਨਾ

ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਪਦੀ $4x$ ਨੂੰ ਦੋ ਪਦੀ $(5x + 2y)$ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ,

ਭਾਵ $4x \times (5x + 2y)$ ਪਤਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।

ਇਸਨੂੰ ਗੁਣਾ ਕਰਨ ਦੇ ਲਈ ਅਸੀਂ ਗੁਣਾ ਦੇ ਵੰਡਕਾਰੀ ਦੇ ਨਿਯਮ ਦਾ ਉਪਯੋਗ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।

$$\begin{aligned}\text{ਇਸ ਲਈ } 4x \times (5x + 2y) &= (4x \times 5x) + (4x \times 2y) \\ &= 20x^2 + 8xy\end{aligned}$$

ਇੱਥੇ ਅਸੀਂ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਇੱਕ ਪਦੀ ਅਤੇ ਦੋ ਪਦੀ ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ ਦੋ ਪਦੀ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

$$\begin{aligned}\text{ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ } (-4x) \times (-5y + 2x) &= (-4x \times -5y) + (-4x \times 2x) \\ &= 20xy - 8x^2\end{aligned}$$

ਨੋਟ— ਜੇਕਰ ਅਸੀਂ ਦੋ ਪਦੀ ਨੂੰ ਇੱਕ ਪਦੀ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਵੀ ਅਸੀਂ ਦੁਬਾਰਾ ਦੋ ਪਦੀ ਹੀ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ ਅਸੀਂ ਗੁਣਾ ਦੇ ਕ੍ਰਮ ਵਟਾਂਦਰਾ ਨਿਯਮ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਵੀ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।

$$\begin{aligned}\text{ਉਦਾਹਰਨ ਵਜੋਂ } (a-7b) \times 2b &= 2b \times (a-7b) \\ &= 2b \times a + 2b \times (-7b) = 2ba - 14b^2 \\ &= 2ab - 14b^2 \quad [\because ab = ba]\end{aligned}$$

8.8.2 ਇੱਕ ਪਦੀ ਨੂੰ ਤਿੰਨ ਪਦੀ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਨਾ

$5a(a^2 + 2a + 3)$ ਲਵੋ। ਇੱਥੇ ਅਸੀਂ ਗੁਣਾ ਉੱਪਰ ਜੋੜ ਦੇ ਵੰਡਕਾਰੀ ਦੇ ਨਿਯਮਾਂ ਦਾ ਉਪਯੋਗ ਕਰਾਂਗੇ।

$$\begin{aligned}5a(a^2 + 2a + 3) &= (5a \times a^2) + (5a \times 2a) + (5a \times 3) \\ &= 5a^3 + 10a^2 + 15a\end{aligned}$$

ਉਦਾਹਰਨ 8.6. ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਨੂੰ ਸਰਲ ਕਰੋ ਅਤੇ ਨਿਰਦੇਸ਼ ਅਨੁਸਾਰ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।

(i) $x(x+3) - 2x = 2$ ਦੇ ਲਈ (ii) $2y(3y-7) - 2(y+4) + 5, y = -3$ ਦੇ ਲਈ

ਹੱਲ : (i) $x(x+3) - 2 = x^2 + 3x - 2$

$x = 2$; ਦੇ ਲਈ $= (2)^2 + 3 \times 2 - 2 = 4 + 6 - 2 = 8$

(ii) $2y(3y-7) - 2(y+4) + 5 = 6y^2 - 14y - 2y - 8 + 5$
 $= 6y^2 - 16y - 3$ (ਸਮਾਨ ਪਦ ਇੱਕਠੇ ਕਰੋ)

$y = -3$; ਦੇ ਲਈ $= 6(-3)^2 - 16 \times (-3) - 3$
 $= 6 \times 9 + 48 - 3$
 $= 54 + 48 - 3 = 99$

ਉਦਾਹਰਨ 8.7. ਜੋੜੋ।

(i) $2y(5-y)$ ਅਤੇ $6y^2 + 14y + 7$ ਨੂੰ।

(ii) $3x(x^2 + 2x - 5)$ ਅਤੇ $2(x^2 + 7x - 2)$ ਨੂੰ।

ਹੱਲ : (i) ਪਹਿਲਾਂ ਵਿਅੰਜਕ $= 2y(5-y) = 2y \times 5 - 2y \times y = 10y - 2y^2 = -2y^2 + 10y$

ਹੁਣ ਪਹਿਲੇ ਅਤੇ ਦੂਸਰੇ ਵਿਅੰਜਕ ਨੂੰ ਜੋੜਨ ਤੇ

$$\begin{array}{r} -2y^2 + 10y \\ + 6y^2 + 14y + 7 \\ \hline 4y^2 + 24y + 7 \end{array}$$

$$(ii) \text{ ਪਹਿਲਾਂ ਵਿਅੰਜਕ} = 3x(x^2 + 2x - 5) = 3x \times x^2 + 3x \times 2x + 3x \times (-5) \\ = 3x^3 + 6x^2 - 15x$$

$$\text{ਦੂਸਰਾ ਵਿਅੰਜਕ} = 2(x^2 + 7x - 2) = 2 \times x^2 + 2 \times 7x + 2 \times (-2) \\ = 2x^2 + 14x - 4$$

$$\text{ਹੁਣ ਪਹਿਲੇ ਅਤੇ ਦੂਸਰੇ ਵਿਅੰਜਕ ਨੂੰ ਜੋੜਨ ਤੇ } 3x^3 + 6x^2 - 15x$$

$$\begin{array}{r} + 2x^2 + 14x - 4 \\ \hline 3x^3 + 8x^2 - x - 4 \end{array}$$

ਉਦਾਹਰਨ 8.8. $2pq(3p - 2q)$ ਨੂੰ $3pq(p + q)$ ਵਿੱਚੋਂ ਘਟਾਓ।

ਹੱਲ : $3pq(p + q) = 3pq \times p + 3pq \times q \\ = 3p^2q + 3pq^2$ (i)

$$2pq(3p - 2q) = 2pq \times 3p - 2pq \times 2q \\ = 6p^2q - 4pq^2$$
 (ii)

ਹੁਣ (ii) ਨੂੰ (i) ਵਿੱਚੋਂ ਘਟਾਉਣ 'ਤੇ

$$\begin{array}{r} 3p^2q + 3pq^2 \\ 6p^2q - 4pq^2 \\ - \quad + \\ \hline -3p^2q + 7pq^2 \end{array}$$

ਮਭਿਆਸ 8.3

1. ਹੇਠਾਂ ਲਿਖੇ ਜੋੜਿਆਂ ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।

- | | | |
|-----------------------|----------------------|----------------------|
| (i) $4x, x + y$ | (ii) $(x - 3y), x^2$ | (iii) $(x + y), 7xy$ |
| (iv) $(x^2 - 9x), 4x$ | (v) $(a + b), 0$ | (vi) $(ab + bc), ab$ |

2. ਸਾਰਣੀ ਨੂੰ ਪੂਰਾ ਕਰੋ।

ਪਹਿਲਾ ਵਿਅੰਜਕ	ਦੂਸਰਾ ਵਿਅੰਜਕ	ਗੁਣਨਫਲ
(i) $a^2b^2c^2$	$ab + bc + ca$	
(ii) $x + y + z$	$2xy$	
(iii) $p + q - 2r$	$2p$	
(iv) $b + c - a$	abc	

3. ਗੁਣਨਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ

- | | |
|-----------------------------------|-------------------------------------|
| (i) a^2 ਅਤੇ $(a^2 - b^2)$ | (ii) $4xy$ ਅਤੇ $-(2x - 3y)$ |
| (iii) a ਅਤੇ $(a^2 - 2ab + b^2)$ | (iv) $4x^2$ ਅਤੇ $(-x^2 - y^2 + 2x)$ |

4. ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਨੂੰ ਸਰਲ ਕਰੋ ਅਤੇ ਨਿਰਦੇਸ਼ ਅਨੁਸਾਰ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।

(i) $x(3x + 2) - 7$, ਜੇ $x = 1$ ਅਤੇ $x = \frac{1}{2}$ (iii) $xy(x^2y - xy^2)$, ਜੇ $x = 1, y = 2$

(ii) $y(2y^2 - 7y) + 8$, ਜੇ $y = 0$ ਅਤੇ $y = -1$ (iv) $ab(a + ab + abc)$ ਜੇ $a = 2, b = 1, c = 0$

5. ਜੋੜੋ : (i) $x(x - y)$, $y(y - z)$ ਅਤੇ $z(z - x)$
(ii) $2x(x - y - z)$ ਅਤੇ $2y(z - y - x)$
6. ਘਟਾਓ : (i) $9l(10n - 3m + 2l)$ ਵਿੱਚੋਂ $8l(l - 4m + 5n)$
(ii) $2c(-a + b + c)$ ਵਿੱਚੋਂ $2a(a + b - c) - 2c(a + b - c)$
7. $7x - 1$ ਵਿੱਚੋਂ $x(2x + 7) - 2$ ਅਤੇ $3x(x - 2) + 7$ ਦੇ ਜੋੜਫਲ ਨੂੰ ਘਟਾਓ।
8. ਵਿਅੰਜਕ $2xy(x + y + z)$ ਅਤੇ $3y(x^2 - xy + xz)$ ਦੇ ਜੋੜ ਨੂੰ $5x(xy + y^2 - 4yz)$ ਵਿੱਚੋਂ ਘਟਾਓ।
9. ਬਹੁ-ਵਿਕਲਪੀ ਪ੍ਰਸ਼ਨ :-
- (i) pqr ਅਤੇ $p + q + r$ ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ ਹੈ :
(a) pqr (b) $p^2qr + pq^2r + pqr^2$
(c) $pq + qr + pr$ (d) $p^2qr + pqr^2$
- (ii) $x = 2$ ਦੇ ਲਈ $x^2 + x$ ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।
(a) 4 (b) 6 (c) 8 (d) 10
- (iii) $y \times y^2 \times y^3 \times y^4$ ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।
(a) y (b) y^6 (c) y^{10} (d) y^{25}
- (iv) $xy + 4z + 3x$ ਅਤੇ 0 ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।
(a) $xy + yz + 3x$ (b) xyz (c) 0 (d) $x^2y^2z^2$

8.9 ਬਹੁਪਦ ਨੂੰ ਬਹੁਪਦ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਨਾ (Multiplying a polynomial by a polynomial)

8.9.1 ਦੋ ਪਦੀ ਨੂੰ ਦੋ ਪਦੀ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਨਾ

ਆਓ, ਇੱਕ ਦੋ ਪਦੀ $(3a + 3b)$ ਨੂੰ ਦੂਸਰੇ ਦੋ ਪਦੀ $(7a + 4b)$ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ। ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਤੁਸੀਂ ਪਹਿਲਾਂ ਕੀਤਾ ਹੈ ਉਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਹੀ ਗੁਣਾ ਦੇ ਵੰਡਕਾਰੀ ਨਿਯਮ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।

$$\begin{aligned}
 (3a + 3b) \times (7a + 4b) &= 3a \times (7a + 4b) + 3b \times (7a + 4b) \\
 &= (3a \times 7a) + (3a \times 4b) + (3b \times 7a) + (3b \times 4b) \\
 &= 21a^2 + 12ab + 21ba + 12b^2 \quad (\because ab \text{ ਅਤੇ } ba \text{ ਸਮਾਨ ਪਦ ਹਨ}) \\
 &= 21a^2 + 12ab + 21ab + 12b^2 \quad \text{ਇਸ ਲਈ ਸਮਾਨ ਪਦ ਇਕੱਠੇ ਕਰਨ 'ਤੇ)} \\
 \text{ਜਿਵੇਂ ਕਿ} \quad &= 21a^2 + 33ab + 12b^2
 \end{aligned}$$

ਜਦੋਂ ਦੋ ਬਹੁਪਦਾਂ ਨੂੰ ਗੁਣਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਸਾਨੂੰ ਸਮਾਨ ਪਦਾਂ ਨੂੰ ਲੱਭ ਲੈਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਉਹਨਾਂ ਨੂੰ ਇਕੱਠਾ ਕਰਕੇ ਸਾਨੂੰ ਉੱਤਰ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ 8.9. ਗੁਣਾ ਕਰੋ :

- (i) $(7a + b)$ ਅਤੇ $(a + 3b)$ ਨੂੰ।
(ii) $(2x - y)$ ਅਤੇ $(x + 3y)$ ਨੂੰ।

ਹੱਲ : (i) $(7a + b)(a + 3b)$
 $= 7a(a + 3b) + b(a + 3b)$

$$\begin{aligned}
&= (7a \times a) + (7a \times 3b) + (b \times a) + (b \times 3b) \\
&= 7a^2 + 21ab + ba + 3b^2 \\
&= 7a^2 + 21ab + ab + 3b^2 \quad [\because ba = ab] \\
&= 7a^2 + 22ab + 3b^2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{(ii)} \quad (2x - y) \times (x + 3y) &= 2x \times (x + 3y) - y(x + 3y) \\
&= (2x \times x) + (2x \times 3y) - (y \times x) - (y \times 3y) \\
&= 2x^2 + 6xy - yx - 3y^2 \\
&= 2x^2 + 6xy - xy - 3y^2 \quad [\because yx = xy] \\
&= 2x^2 + 5xy - 3y^2 \text{ (ਸਮਾਨ ਪਦਾਂ ਨੂੰ ਇਕੱਠਾ ਕਰਨ 'ਤੇ)}
\end{aligned}$$

ਉਦਾਹਰਨ 8.10. ਗੁਣਾ ਕਰੋ

$$\text{(i)} \quad (a + 6) \text{ ਅਤੇ } (b - 8) \text{ ਨੂੰ।}$$

$$\text{(ii)} \quad (2a^2 + 3b) \text{ ਅਤੇ } (5a - 3b) \text{ ਨੂੰ।}$$

$$\begin{aligned}
\text{ਹੱਲ : (i)} \quad (a + 6) \times (b - 8) &= a \times (b - 8) + 6 \times (b - 8) \\
&= ab - 8a + 6b - 48
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{(ii)} \quad (2a^2 + 3b) \times (5a - 3b) &= 2a^2 \times (5a - 3b) + 3b \times (5a - 3b) \\
&= (2a^2 \times 5a) + (2a^2 \times -3b) + (3b \times 5a) + (3b \times -3b) \\
&= 10a^3 - 6a^2b + 15ba - 9b^2
\end{aligned}$$

8.8.2 ਦੇ ਪਦੀ ਨੂੰ ਤਿੰਨ ਪਦੀ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਨਾ

ਇਸ ਗੁਣਾ ਵਿੱਚ ਤਿੰਨ ਪਦੀ ਦੇ ਤਿੰਨਾਂ ਪਦਾਂ ਨੂੰ ਦੋ ਪਦੀ ਦੇ ਦੋਵੇਂ ਪਦਾਂ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਨਾ ਹੋਵੇਗਾ। ਅਸੀਂ ਇਹ ਗੁਣਾ ਕਰਨ ਉਪਰੰਤ 6 ਪਦ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਾਂਗੇ। ਜੇਕਰ ਕਿਸੇ ਇੱਕ ਪਦ ਨੂੰ ਇੱਕ ਪਦ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਨ 'ਤੇ ਸਮਾਨ ਪਦ ਬਣਦੇ ਹਨ ਤਾਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਪਦਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਘੱਟ ਕੇ 5 ਜਾਂ ਇਸ ਤੋਂ ਵੀ ਘੱਟ ਹੋ ਸਕਦੀ ਹੈ।

$$\begin{aligned}
(2x + 3y) \times (x + 2y + 5) &= 2x \times (x + 2y + 5) + 3y \times (x + 2y + 5) \text{ (ਵੰਡਕਾਰੀ ਦੇ ਨਿਯਮ ਦੇ ਉਪਯੋਗ ਨਾਲ)} \\
&= 2x^2 + 4xy + 10x + 3yx + 6y^2 + 15y \\
&= 2x^2 + 7xy + 10x + 6y^2 + 15y \quad (\text{ਕਿਉਂਕਿ } xy = yx)
\end{aligned}$$

ਉਦਾਹਰਨ 8.11. ਸਰਲ ਕਰੋ $(a + b)(2a + 3b - 2c)$

$$\begin{aligned}
\text{ਹੱਲ :} \quad (a + b)(2a + 3b - 2c) &= a(2a + 3b - 2c) + b(2a + 3b - 2c) \\
&= 2a^2 + 3ab - 2ac + 2ab + 3b^2 - 2cb \\
&= 2a^2 + 5ab + 3b^2 - 2ac - 2cb
\end{aligned}$$

ਅਭਿਆਸ 8.4

1. ਗੁਣਨਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।

(i) $(x + 5)$ ਅਤੇ $(x + 4)$

(ii) $(2x + 3)$ ਅਤੇ $(x - 7)$

(iii) $(x - 8)$ ਅਤੇ $(x + 3)$

(iv) $(2x - 3)$ ਅਤੇ $(x - 4)$

(v) $(2x + 3y)$ ਅਤੇ $(x + 2y)$

(vi) $(x + y)$ ਅਤੇ $(x - 3y)$

(vii) $(p - q)$ ਅਤੇ $(p + 3q)$

(viii) $(2p - 3q)$ ਅਤੇ $(4p - 3q)$

(ix) $(a^2 - b)$ ਅਤੇ $(a + b^2)$

(x) $\left(\frac{7}{2}x + y^2\right)$ ਅਤੇ $\left(x^2 - \frac{2}{7}y\right)$

(xi) $(0.2x + 0.5y)$ ਅਤੇ $(3xy - 5y^2)$

(xii) $(p^2 - q)$ ਅਤੇ $(p^2 + q)$

2. ਸਰਲ ਕਰੋ।

(i) $(y - 3)(y + 3) + 28$

(ii) $(a^2 - 3)(b^2 + 5) - 8$

(iii) $(y^2 - 7)(x + y) + 13y$

(iv) $(3x - y)(x + 5y) - 14xy$

(v) $(a + b)(a - b) + (b + c)(b - c) + (c + a)(c - a)$

(vi) $\left(\frac{3}{2}x + y\right)\left(x + \frac{1}{2}y\right) - \left(\frac{1}{2}x + y\right)\left(x + \frac{3}{2}y\right)$

(vii) $(p - q)(p + q) + (p + q + r)(p + q - r)$

(viii) $(x + y)(x - y + xy) - 3xy(x + y)$

(ix) $(\ell + m)(\ell - m + n) - (\ell^2 + m^2)$

(x) $(2x^2 - 5x + 7)(x - 6) + 42$

8.10 ਤਤਸਮਕ ਕੀ ਹੈ ? (What is an Identity ?)

ਸਮਤਾ $(x-5)(x+1) = x^2 - 4x - 5$ ਲਵੋ। ਹੁਣ ਅਸੀਂ x ਦੇ ਕਿਸੇ ਮੁੱਲ, ਮੰਨ ਲਵੋ $x = 7$ ਲਈ ਸਮਤਾ ਦੇ ਦੋਵੇਂ ਪਾਸਿਆਂ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰਾਂਗੇ।

$$x = 7, \text{ਦੇ ਲਈ ਖੱਬਾ ਪਾਸਾ} = (7 - 5)(7 + 1) = 2 \times 8 = 16$$

$$\text{ਸੱਜਾ ਪਾਸਾ} = (7)^2 - 4 \times 7 - 5 = 49 - 28 - 5$$

$$= 49 - 33$$

$$= 16$$

ਇਸ ਲਈ $x = 7$ ਦੇ ਮੁੱਲ ਲਈ ਸਮਤਾ ਦੇ ਦੋਵੇਂ ਪਾਸਿਆਂ ਦੇ ਮੁੱਲ ਬਰਾਬਰ ਹਨ।

ਅਸੀਂ ਹੁਣ x ਦੀ ਇੱਕ ਹੋਰ ਮੁੱਲ $x = -3$ ਲੈਂਦੇ ਹਨ ਅਤੇ ਸਮਤਾ ਦੇ ਦੋਵੇਂ ਪਾਸਿਆਂ ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।

$$\text{ਖੱਬਾ ਪਾਸਾ} = (-3 - 5)(-3 + 1) = -8 \times -2 = 16$$

$$\text{ਸੱਜਾ ਪਾਸਾ} = (-3)^2 - 4(-3) - 5 = 9 + 12 - 5 = 16$$

$$\text{ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ } x = -3, \text{ ਦੇ ਲਈ ਖੱਬਾ ਪਾਸਾ} = \text{ਸੱਜਾ ਪਾਸਾ}$$

ਅਸੀਂ x , ਦੇ ਕਿਸੇ ਵੀ ਮੁੱਲ ਲਈ ਸਮਤਾ ਦੇ ਦੋਵੇਂ ਪਾਸਿਆਂ ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਜਿਸ ਨਾਲ ਖੱਬਾ ਪਾਸਾ = ਸੱਜਾ ਪਾਸਾ ਹੋਵੇਗਾ।

ਇਸ ਲਈ ਉਹ ਸਮਤਾ ਜੋ ਚਲ ਦੇ ਸਾਰੇ ਮੁੱਲਾਂ ਦੇ ਲਈ ਸੱਚ ਹੈ, ਨੂੰ ਤਤਸਮਕ ਕਹਿੰਦੇ ਹਾਂ।

ਇਸ ਲਈ $(x - 5)(x + 1) = x^2 - 4x - 5$ ਇੱਕ ਤਤਸਮਕ ਹੈ।

ਤਤਸਮਕ ਅਤੇ ਸਮੀਕਰਨ ਵਿੱਚ ਅੰਤਰ

ਸਮੀਕਰਨ $x^2 - 5x + 6 = 0$ ਲਓ

ਅਤੇ ਇਸ ਸਮੀਕਰਨ ਦਾ $x = 1$ ਨਾਲ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।

$$\text{ਖੱਬਾ ਪਾਸਾ} = (1)^2 - 5 \times 1 + 6 = 1 - 5 + 6 = 7 - 5 = 2$$

$$\text{ਸੱਜਾ ਪਾਸਾ} = 0$$

$$\text{ਖੱਬਾ ਪਾਸਾ} \neq \text{ਸੱਜਾ ਪਾਸਾ}$$

ਹੁਣ $x = 2$

$$\text{ਖੱਬਾ ਪਾਸਾ} = (2)^2 - 5 \times 2 + 6 = 4 - 10 + 6 = 10 - 10 = 0$$

$$\text{ਸੱਜਾ ਪਾਸਾ} = 0$$

$$\text{ਖੱਬਾ ਪਾਸਾ} = \text{ਸੱਜਾ ਪਾਸਾ}$$

ਹੁਣ $x = 3$ ਲਵੋ।

$$\text{ਖੱਬਾ ਪਾਸਾ} = (3)^2 - 5 \times 3 + 6 = 9 - 15 + 6 = 15 - 15 = 0$$

$$\text{ਸੱਜਾ ਪਾਸਾ} = 0$$

$$\text{ਖੱਬਾ ਪਾਸਾ} = \text{ਸੱਜਾ ਪਾਸਾ}$$

ਹੁਣ $x = 0$

$$\text{ਖੱਬਾ ਪਾਸਾ} = (0)^2 - 5 \times 0 + 6 = 6$$

$$\text{ਸੱਜਾ ਪਾਸਾ} = 0$$

$$\text{ਖੱਬਾ ਪਾਸਾ} \neq \text{ਸੱਜਾ ਪਾਸਾ}$$

ਅਸੀਂ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਸਮੀਕਰਨ $x^2 - 5x + 6 = 0$ ਕੇਵਲ $x = 2$ ਅਤੇ 3 ਦੇ ਲਈ ਸੱਚ ਹੈ, ਅਤੇ ਇਹ x ਦੇ ਕਿਸੇ ਹੋਰ ਮੁੱਲ ਵਾਸਤੇ ਸੱਚ ਨਹੀਂ ਹੈ।

ਇਸ ਲਈ ਅਸੀਂ ਇਹ ਕਹਿ ਸਕਦੇ ਹਨ ਕਿ ਇੱਕ ਸਮੀਕਰਨ ਆਪਣੇ ਚਲ ਦੇ ਕੁਝ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਮੁੱਲਾਂ ਦੇ ਲਈ ਹੀ ਸੱਚ ਹੁੰਦਾ ਹੈ, ਨਾ ਕਿ ਇਹ ਚਲ ਦੇ ਸਾਰੇ ਮੁੱਲਾਂ ਲਈ ਸੱਚ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਇਹ ਤਤਸਮਕ ਨਹੀਂ ਹੈ।

8.11 ਮਿਆਰੀ ਤਤਸਮਕ (Standard Identities)

ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਤਿੰਨ ਤਤਸਮਕਾਂ ਬਾਰੇ ਜਾਣਕਾਰੀ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਾਂਗੇ ਜੋ ਕਿ ਬਹੁਤ ਉਪਯੋਗੀ ਹਨ। ਇਹ ਤਤਸਮਕ ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਦੋ ਪਦੀ ਨੂੰ ਉਸੇ ਦੋ ਪਦੀ ਜਾਂ ਕਿਸੇ ਹੋਰ ਦੋ ਪਦੀ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਕੇ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।

(a) ਸਭ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਅਸੀਂ $(a + b)(a + b)$ ਜਾਂ $(a + b)^2$ ਦੇ ਬਾਰੇ ਚਰਚਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ

$$\begin{aligned} \text{ਹੁਣ } (a + b)^2 &= (a + b)(a + b) \\ &= a(a + b) + b(a + b) \\ &= a^2 + ab + ba + b^2 \\ &= a^2 + 2ab + b^2 \quad (\because ab = ba) \end{aligned}$$

$$\text{ਇਸ ਲਈ } (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \quad \text{_____ (I)}$$

ਅਸੀਂ ਇੱਥੇ ਇਹ ਸਥਾਪਿਤ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ a ਅਤੇ b ਦੇ ਅਲੱਗ-ਅਲੱਗ ਮੁੱਲਾਂ ਦੇ ਲਈ ਤਤਸਮਕ ਦੇ ਦੋਵੇਂ ਪਾਸੇ ਸਮਾਨ ਹੁੰਦੇ ਹਨ।

- (b) ਹੁਣ ਅਸੀਂ $(a - b)^2$ 'ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।

$$\begin{aligned}(a - b)^2 &= (a - b)(a - b) = a(a - b) - b(a - b) \\ &= a^2 - ab - ba + b^2 = a^2 - 2ab + b^2\end{aligned}$$

$$\text{ਇਸ ਲਈ } (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \quad \text{_____ (II)}$$

- (c) ਹੁਣ ਅਸੀਂ $(a + b)(a - b)$ 'ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰਦੇ ਹਾਂ

$$\begin{aligned}\text{ਇਸ ਲਈ } (a + b)(a - b) &= a(a - b) + b(a - b) \\ &= a^2 - ab + ba - b^2\end{aligned}$$

$$\text{ਇਸ ਲਈ } (a + b)(a - b) = a^2 - b^2 \quad \text{_____ (III)}$$

ਤਤਸਮਕ (I), (II) ਅਤੇ (III) ਨੂੰ ਮਿਆਰੀ ਤਤਸਮਕ ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

- (d) ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਹੋਰ ਉਪਯੋਗੀ ਤਤਸਮਕ 'ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰਾਂਗੇ,

$$\begin{aligned}(x + a)(x + b) &= x(x + b) + a(x + b) \\ &= x^2 + bx + ax + ab \\ &= x^2 + (a + b)x + ab\end{aligned}$$

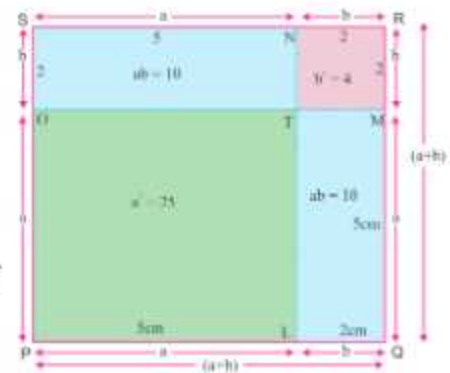
$$\text{ਜਾਂ } (x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab \quad \text{_____ (IV)}$$

ਕਿਰਿਆ : ਪੇਪਰ ਕਟਿੰਗ ਵਿਧੀ ਰਾਹੀਂ $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ ਨੂੰ ਸਿੱਧ ਕਰਨਾ।

ਲੋੜੀਂਦਾ ਸਮਾਨ: ਰੰਗਦਾਰ ਪੇਪਰ, ਕੈਂਚੀ, ਗੱਤਾ, ਜਿਓਮੈਟਰੀ ਬਾਕਸ, ਗੂੰਦ ਆਦਿ।

ਵਿਧੀ : 1. ਰੰਗਦਾਰ ਪੇਪਰ ਨਾਲ ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀਆਂ ਨਮੂਨੇ ਦੇ ਅਧਾਰ ਤੇ ਕੁੱਝ ਆਕ੍ਰਿਤੀਆਂ ਚੁਣੋ।

- (i) $a = 5\text{cm}$ ਭੁਜਾ ਦਾ ਇੱਕ ਵਰਗ
 - (ii) 5cm ਲੰਬਾਈ ਅਤੇ 2cm ਚੌੜਾਈ ਆਕਾਰ ਦੇ ਦੋ ਆਇਤ
 - (iii) $b = 2\text{cm}$ ਭੁਜਾ ਦਾ ਇੱਕ ਵਰਗ
2. ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਇਆ ਅਨੁਸਾਰ ਵਰਗਾਂ ਅਤੇ ਆਇਤ ਨੂੰ ਗੱਤੇ ਤੇ ਚਿਪਕਾਓ
3. ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ
- ਵਰਗ PQRS ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ = 4 ਆਕ੍ਰਿਤੀਆਂ ਦੇ ਖੇਤਰਫਲਾਂ ਦਾ ਜੋੜ
- ਵਰਗ PLTO ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ = $a \times a = a^2$
- 2 ਆਇਤਾਂ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ = $2 \times a \times b = 2ab$
- ਵਰਗ MTNR ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ = $b \times b = b^2$
- ਸਾਰੇ ਖੇਤਰਫਲਾਂ ਦਾ ਜੋੜ = $a^2 + 2ab + b^2$
- ਵਰਗ PQRS ਦੀ ਭੁਜਾ = $a+b$
- ਵਰਗ PQRS ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ = $(a+b)(a+b) = (a+b)^2$



∴ ਇਸ ਲਈ ਵਰਗ PQRS ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ = 4 ਆਕ੍ਰਿਤੀਆਂ ਦੇ ਖੇਤਰਫਲਾਂ ਦਾ ਜੋੜ

$$\therefore (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

ਨਿਰੀਖਣ : $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

ਮੌਖਿਕ ਪ੍ਰਸ਼ਨ

ਪ੍ਰ.1. $(a+b)^2$ ਦਾ ਵਿਸਤ੍ਰਿਤ ਰੂਪ ਲਿਖੋ।

ਉੱਤਰ- $a^2 + 2ab + b^2$

ਪ੍ਰ.2. $(3x+2y)^2$ ਨੂੰ ਤਤਸਮਕ $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹੋਏ ਵਿਸਤ੍ਰਿਤ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖੋ।

ਉੱਤਰ- $9x^2 + 12xy + 4y^2$

ਪ੍ਰ.3. 101^2 ਦਾ ਤਤਸਮਕ $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹੋਏ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਉੱਤਰ- 10201

8.12 ਤਤਸਮਕ ਦੇ ਉਪਯੋਗ (Applying Identities)

ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਦੇਖਾਂਗੇ ਕਿ ਤਤਸਮਕਾਂ ਦੇ ਉਪਯੋਗ ਨਾਲ ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਦੀ ਗੁਣਾ ਨੂੰ ਬਹੁਤ ਹੀ ਅਸਾਨ ਅਤੇ ਵਧੀਆ ਤਰੀਕੇ ਨਾਲ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।

ਉਦਾਹਰਨ 8.12. ਤਤਸਮਕ (I) ਉਪਯੋਗ ਕਰਦੇ ਹੋਏ ਪਤਾ ਕਰੋ :

$$(i) \quad (x + 2y)^2 \quad (ii) \quad (107)^2 \quad (iii) \quad (2x + 2y)^2 \quad (iv) \quad (10.1)^2$$

$$\text{ਹੱਲ : } (i) \quad (x + 2y)^2 = (x)^2 + 2(x)(2y) + (2y)^2 \quad [(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2] \\ = x^2 + 4xy + 4y^2$$

$$(ii) \quad (107)^2 = (100 + 7)^2 = (100)^2 + 2 \times 100 \times 7 + (7)^2 \quad [(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2] \\ = 10000 + 1400 + 49 \\ = 11449$$

$$(iii) \quad (2x + 2y)^2 = (2x)^2 + 2 \times (2x)(2y) + (2y)^2 \quad [(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2] \\ = 4x^2 + 8xy + 4y^2$$

$$(iv) \quad (10.1)^2 = (10+0.1)^2 = (10)^2 + 2 \times 10 \times 0.1 + (0.1)^2 \quad [(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2] \\ = 100 + 2 + 0.01 \\ = 102.01$$

ਨੋਟ : ਤੁਸੀਂ ਇਹ ਦੇਖਿਆ ਕਿ ਤਤਸਮਕ ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਨਾ, ਸਿੱਧੀ ਗੁਣਾ ਨਾਲੋਂ ਬਹੁਤ ਸੌਖਾ ਅਤੇ ਅਸਾਨ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ 8.13. ਤਤਸਮਕ (II) ਦਾ ਉਪਯੋਗ ਕਰਦੇ ਹੋਏ ਪਤਾ ਕਰੋ :

$$(i) \quad (2p - 3q)^2 \quad (ii) \quad (x - 3y)^2 \quad (iii) \quad (98)^2 \quad (iv) \quad (9.9)^2$$

$$\text{ਹੱਲ : } (i) \quad (2p - 3q)^2 = (2p)^2 - 2(2p)(3q) + (3q)^2 \quad [(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2] \\ = 4p^2 - 12pq + 9q^2$$

$$(ii) \quad (x - 3y)^2 = (x)^2 - 2(x)(3y) + (3y)^2 \quad [(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2] \\ = x^2 - 6xy + 9y^2$$

$$(iii) \quad (98)^2 = (100-2)^2 = (100)^2 - 2(100)(2) + (2)^2 \quad [(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2] \\ = 10000 - 400 + 4 \\ = 9604$$

$$(iv) \quad (9.9)^2 = (10-0.1)^2 = (10)^2 - 2 \times 10 \times 0.1 + (0.1)^2 \quad [(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2] \\ = 100 - 2 + 0.01 \\ = 98.01$$

ਉਦਾਹਰਨ 8.14. ਤਤਸਮਕ (III), ਦਾ ਉਪਯੋਗ ਕਰਦੇ ਹੋਏ ਹੱਲ ਕਰੋ :

$$(i) \quad 991^2 - 9^2 \quad (ii) \quad 198 \times 202$$

$$(iii) (3 + 2x)(3 - 2x) \quad (iv) \left(\frac{3}{4}m + \frac{3}{2}n\right)\left(\frac{3}{4}m - \frac{3}{2}n\right)$$

ਹੱਲ : (i) $991^2 - 9^2 = (991 + 9)(991 - 9) \quad [(a+b)(a-b) = a^2 - b^2]$
 $= 1000 \times 982$
 $= 982000$

(ii) $198 \times 202 = (200 - 2)(200 + 2)$
 $= (200)^2 - (2)^2 \quad [(a+b)(a-b) = a^2 - b^2]$
 $= 40000 - 4$
 $= 39996$

(iii) $(3 + 2n)(3 - 2n) = (3)^2 - (2n)^2 \quad [(a+b)(a-b) = a^2 - b^2]$
 $= 9 - 4n^2$

(iv) $\left(\frac{3}{4}m + \frac{3}{2}n\right)\left(\frac{3}{4}m - \frac{3}{2}n\right)$
 $= \left(\frac{3}{4}m\right)^2 - \left(\frac{3}{2}n\right)^2 \quad [(a+b)(a-b) = a^2 - b^2]$
 $= \frac{9}{16}m^2 - \frac{9}{4}n^2$

ਉਦਾਹਰਨ 8.15. ਤਤਸਮਕ $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$ ਦਾ ਉਪਯੋਗ ਕਰਦੇ ਹੋਏ ਪਤਾ ਕਰੋ।

(i) 104×107 (ii) 501×503 (iii) 97×104 (iv) $(2y + 3)(2y + 6)$
(v) $(3p - 7)(3p + 8)$

ਹੱਲ : (i) $104 \times 107 = (100 + 4)(100 + 7)$
 $= (100)^2 + (4 + 7) \times 100 + 4 \times 7 \quad [\text{ਇੱਥੇ } x = 100, a = 4, b = 7]$
 $= 10000 + 1100 + 28$
 $= 11128$

(ii) $501 \times 503 = (500 + 1) \times (500 + 3)$
 $= (500)^2 + (1 + 3) \times 500 + 1 \times 3 \quad [\text{ਇੱਥੇ } x = 500, a = 1, b = 3]$
 $= 250000 + 2000 + 3$
 $= 252003$

(iii) $97 \times 104 = (100 - 3) \times (100 + 4)$
 $= (100)^2 + (-3 + 4) \times 100 + (-3)(4) \quad [\text{ਇੱਥੇ } x = 100, a = -3, b = 4]$
 $= 10000 + 100 - 12$
 $= 10088$

(iv) $(2y + 3)(2y + 6) = (2y)^2 + (3 + 6)(2y) + 3 \times 6 \quad [\text{ਇੱਥੇ } x = 2y, a = 3, b = 6]$

$$= 4y^2 + 9 \times 2y + 18$$

$$= 4y^2 + 18y + 18$$

$$\begin{aligned} \text{(v)} \quad (3p-7)(3p+8) &= (3p)^2 + (-7+8)(3p) + (-7) \times (8) \text{ [ਇੱਥੇ } x = 3p, a = -7, b = 8] \\ &= 9p^2 + 1 \times 3p - 56 \\ &= 9p^2 + 3p - 56 \end{aligned}$$

ਉਦਾਹਰਨ 8.16. ਸਰਲ ਕਰੋ।

$$\text{(i)} \quad (3p+2q)^2 - (3p-2q)^2 \quad \text{(ii)} \quad (2ab + 3bc)^2 - 12ab^2c \quad \text{(iii)} \quad (x+5y)^2 - (x+y)(x-y)$$

ਹੱਲ : (i) $(3p+2q)^2 - (3p-2q)^2$

$$= [(3p)^2 + (2q)^2 + 2 \times 3p \times 2q] - [(3p)^2 + (2q)^2 - 2 \times 3p \times 2q]$$

$$= [9p^2 + 4q^2 + 12pq] - [9p^2 + 4q^2 - 12pq]$$

$$= 9p^2 + 4q^2 + 12pq - 9p^2 - 4q^2 + 12pq$$

$$= 24pq$$

$$\text{(ii)} \quad (2ab + 3bc)^2 - 12ab^2c$$

$$= (2ab)^2 + (3bc)^2 + 2 \times 2ab \times 3bc - 12ab^2c$$

$$= 4a^2b^2 + 9b^2c^2 + 12ab^2c - 12ab^2c$$

$$= 4a^2b^2 + 9b^2c^2$$

$$\text{(iii)} \quad (x+5y)^2 - (x+y)(x-y)$$

$$= x^2 + (5y)^2 + 2 \times x \times 5y - [x^2 - y^2]$$

$$= x^2 + 25y^2 + 10xy - x^2 + y^2$$

$$= 26y^2 + 10xy$$

ਅਭਿਆਸ 8.5

1. ਉੱਕਰੇਂ ਤਤਸਮਕ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹੋਏ ਹੇਠਾਂ ਲਿਖਿਆਂ ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।

$$\text{(i)} \quad (x + y)(x + y) \quad \text{(ii)} \quad (y + 2x)(y + 2x) \quad \text{(iii)} \quad (a + 7b)(a + 7b)$$

$$\text{(iv)} \quad (2a - b)(2a - b) \quad \text{(v)} \quad (2x - 3y)(2x - 3y) \quad \text{(vi)} \quad \left(x - \frac{1}{2}y\right)\left(x - \frac{1}{2}y\right)$$

$$\text{(vii)} \quad (2x + 3y)(2x + 3y) \quad \text{(viii)} \quad 101 \times 99 \quad \text{(ix)} \quad \left(x + \frac{y}{10}\right)\left(x - \frac{y}{10}\right)$$

$$\text{(x)} \quad 61^2 - 39^2 \quad \text{(xi)} \quad \left(\frac{x}{2} + \frac{3y}{4}\right)\left(\frac{x}{2} + \frac{3y}{4}\right) \quad \text{(xii)} \quad 54 \times 46$$

$$\text{(xiii)} \quad (q + p)(p - q)$$

2. ਤਤਸਮਕ $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$ ਦਾ ਉਪਯੋਗ ਕਰਦੇ ਹੋਏ ਹੇਠਾਂ ਲਿਖਿਆਂ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰੋ।

$$\text{(i)} \quad (x + 2)(x + 3) \quad \text{(ii)} \quad (x + 2)(x - 5) \quad \text{(iii)} \quad (x - 7)(x + 3)$$

$$(iv) (4x + 5)(4x + 1) \quad (v) (7p + 6)(7p - 3) \quad (vi) (5y^2 - 1)(5y^2 + 2)$$

3. ਢੁੱਕਵੇਂ ਤਤਸਮਕਾਂ ਦਾ ਉਪਯੋਗ ਕਰਦੇ ਹੋਏ ਹੇਠਾਂ ਲਿਖੇ ਵਰਗਾਂ ਨੂੰ ਸਰਲ ਕਰੋ।

$$(i) (xy + 3z)^2 \quad (ii) \left(\frac{2}{3}x - \frac{3}{2}y\right)^2$$

$$(iii) (-a + c)(-a + c) = (-a + c)^2 \quad (iv) (1.2p - 1.5q)^2$$

$$(v) (x^2 + 3y^2)^2 \quad (vi) (x - y^2z)^2$$

4. ਸਰਲ ਕਰੋ।

$$(i) (x^2 + 3y)^2 + (3 + x^2y)^2 \quad (ii) (2m + 5n)^2 + (2n + 5m)^2$$

$$(iii) (ab + bc)^2 - 2ab^2c \quad (iv) (9p - 5q)^2 - (9p + 5q)^2$$

5. ਹੇਠਾਂ ਲਿਖਿਆਂ ਨੂੰ ਸਿੱਧ ਕਰੋ।

$$(i) (a + b)^2 - (a - b)^2 = 4ab$$

$$(ii) (2x + 3y)(2x - 3y) + (3y - 5z)(3y + 5z) + (5z - 2x)(5z + 2x) = 0$$

$$(iii) (2x + 5)^2 - 40x = (2x - 5)^2$$

$$(iv) (x - y)^2 + (x + y)^2 = 2(x^2 + y^2)$$

6. ਢੁੱਕਵੇਂ ਤਤਸਮਕਾਂ ਦਾ ਉਪਯੋਗ ਕਰਦੇ ਹੋਏ ਹੇਠਾਂ ਲਿਖਿਆਂ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰੋ।

$$(i) 99^2 \quad (ii) 103^2 \quad (iii) 5.1^2$$

$$(iv) 9.8^2 \quad (v) 71 \times 69 \quad (vi) 1.02 \times 0.98$$

7. $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ ਦਾ ਉਪਯੋਗ ਕਰਦੇ ਹੋਏ ਹੇਠਾਂ ਲਿਖਿਆਂ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰੋ।

$$(i) 153^2 - 147^2 \quad (ii) 64^2 - 36^2$$

$$(iii) (1.05)^2 - (.95)^2 \quad (iv) 12.1^2 - 7.9^2$$

8. $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$ ਦਾ ਉਪਯੋਗ ਕਰਦੇ ਹੋਏ ਹੇਠਾਂ ਲਿਖਿਆਂ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰੋ।

$$(i) 105 \times 102 \quad (ii) 5.1 \times 5.2 \quad (iii) 46 \times 49$$

$$(iv) 103 \times 94 \quad (v) 9.3 \times 9.2 \quad (vi) 10.3 \times 9.8$$

9. ਬਹੁ-ਵਿਕਲਪੀ ਪ੍ਰਸ਼ਨ

$$(i) \text{ ਤਤਸਮਕ ਪੂਰਾ ਕਰੋ } (a + b)^2 =$$

$$(a) a^2 - b^2 \quad (b) a^2 + b^2 + 2ab \quad (c) a^2 + b^2 - 2ab \quad (d) a^2 + b^2$$

$$(ii) \text{ ਤਤਸਮਕ ਪੂਰਾ ਕਰੋ: } a^2 - 2ab + b^2 = \dots\dots\dots$$

$$(a) (a - b)^2 \quad (b) a - b^2 \quad (c) a - b \quad (d) a^2 - b^2$$

$$(iii) \text{ ਤਤਸਮਕ ਪੂਰਾ ਕਰੋ: } (a + b)(a - b) =$$

$$(a) a^2 + b^2 \quad (b) a^2 - b \quad (c) a^2 - b^2 \quad (d) a - b$$

- (iv) ਤਤਸਮਕ ਪੂਰਾ ਕਰੋ : $(x+a)(x+b) = x^2 + \dots x + \dots$
- (a) $a^2b, a+b$ (b) $(a+b), ab$ (c) a^2+b^2, a^2b^2 (d) $a-b, ab$
- (v) $(y+5)(y-5)$ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰਨ ਲਈ, ਢੁੱਕਵੇਂ ਤਤਸਮਕ ਚੁਣੋ।
- (a) $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ (b) $(a-b)^2 = (a^2 - 2ab + b^2)$
- (c) $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ (d) $a^2 + b^2 = ab$
- (vi) $\left(\frac{3}{2}p + \frac{2}{3}q\right)\left(\frac{3}{2}p - \frac{2}{3}q\right)$ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰੋ।
- (a) $\frac{3}{2}p^2 - \frac{2}{3}q^2$ (b) $\frac{9}{4}p^2 - \frac{4}{9}q^2$ (c) $\frac{3}{2}p^2 - \frac{2}{3}q$ (d) $\frac{9}{4}p^2 + \frac{4}{9}q^2$
- (vii) $(2x-3)(2x+5)$, ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਨ ਲਈ ਕਿਹੜੇ ਢੁੱਕਵੇਂ ਤਤਸਮਕ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕੀਤੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ।
- (a) $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ (b) $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- (c) $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$ (d) $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- (viii) ਜੇਕਰ $(2p+3q)$ ਅਤੇ $(2p-3q)$ ਕਿਨੇ ਆਇਤ ਦੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਹਨ ਤਾਂ ਉਸ ਆਇਤ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।
- (a) $2p^2+3q^2$ (b) $4p^2+3q^2$ (c) $4p^2-9q^2$ (d) $6p^2q^2$



ਸਿੱਖਣ ਦੇ ਪਰਿਣਾਮ

ਇਸ ਅਧਿਆਇ ਦੀ ਪੂਰਨਤਾ ਦੇ ਬਾਅਦ ਵਿਦਿਆਰਥੀ :

- ਬੀਜ ਗਣਿਤਿਕ ਵਿਅੰਜਕ, ਇਸਦੇ ਪਦ ਅਤੇ ਗੁਣਾਂਕਾਂ ਦੀ ਪਹਿਚਾਣ ਕਰਨ ਦੇ ਯੋਗ ਹਨ।
- ਅਚਲ ਅਤੇ ਕਿਸੇ ਪਦ ਦੇ ਗੁਣਨਖੰਡ ਦੱਸਣ ਦੇ ਯੋਗ ਹਨ।
- ਬਹੁਪਦ ਨੂੰ ਦੱਸਣ ਦੇ ਯੋਗ ਹਨ।
- ਬਹੁਪਦ ਅਤੇ ਵਿਅੰਜਕ ਦੇ ਵਿੱਚ ਅੰਤਰ ਕਰਨ ਦੇ ਯੋਗ ਹਨ।
- ਇੱਕ ਪਦੀ, ਦੋ ਪਦੀ ਅਤੇ ਤਿੰਨ ਪਦੀ ਨੂੰ ਦੱਸਣ ਦੇ ਯੋਗ ਹਨ।
- ਸਮਾਨ ਅਤੇ ਅਸਮਾਨ ਪਦਾਂ ਵਿੱਚ ਅੰਤਰ ਕਰਨ ਦੇ ਯੋਗ ਹਨ।
- ਬਹੁਪਦ ਬੀਜ ਗਣਿਤਿਕ ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਨੂੰ ਜੋੜਨ, ਘਟਾਉਣ ਅਤੇ ਉਹਨਾਂ ਨੂੰ ਗੁਣਾ ਕਰਨ ਦੇ ਯੋਗ ਹਨ।
- ਵਿਅੰਜਕਾਂ ਦੀ ਗੁਣਾ ਦੁਆਰਾ ਆਇਤ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਅਤੇ ਘਣਾਵ ਦਾ ਆਇਤਨ ਪਤਾ ਕਰਨ ਦੇ ਯੋਗ ਹਨ।
- ਤਤਸਮਕਾਂ ਬਾਰੇ ਜਾਣਕਾਰੀ ਅਤੇ ਇਸ ਜਾਣਕਾਰੀ ਨੂੰ ਆਮ ਜ਼ਿੰਦਗੀ ਵਿੱਚ ਵਰਤਣ ਯੋਗ ਹਨ।



ਉੱਤਰਮਾਲਾ

ਅਭਿਆਸ 8.1

4. ਪਦ ਗੁਣਾਂਕ

(i)

$5xy$	5
$-3zy$	-3

(ii)

2	2
$2x$	2
$-3x^2$	-3

(iii)

$4x^2y^2$	4
$-4z^2$	-4
$3xy$	3

(iv)

ab	1
bc	1
abc	1
7	7

(v)

$\frac{x}{6}$	$\frac{1}{6}$
$\frac{y}{6}$	$\frac{1}{6}$
$2xz$	2

ਪਦ ਗੁਣਾਂਕ

(vi)

$0.3a$	0.3
$-0.5ab$	-0.5

(vii)

$\frac{xy}{2}$	$\frac{1}{2}$
$7x$	7
$\frac{3}{2}y$	$\frac{3}{2}$

(viii)

$0.4a$	0.4
$-0.6ab$	-0.6
$3b^2$	3

(ix)

$3xy^2$	3
$5xyz$	5
$-6y^2$	-6

5. (i) ਇੱਕ ਪਦੀ (ii) ਇੱਕ ਪਦੀ (iii) ਇੱਕ ਪਦੀ (iv) ਦੋ ਪਦੀ (v) ਦੋ ਪਦੀ
 (vi) ਤਿੰਨ ਪਦੀ (vii) ਤਿੰਨ ਪਦੀ (viii) ਤਿੰਨ ਪਦੀ (ix) ਤਿੰਨ ਪਦੀ (x) ਇੱਕ ਪਦੀ
 (xi) ਦੋ ਪਦੀ (xii) ਤਿੰਨ ਪਦੀ

6. (i) $3ab - 6a^2b + abc + 3$
 (ii) $-x + 4y + 7z - 2xyz - 8$
 (iii) 0
 (iv) $-2y + 2z$
 (v) $-x^2y^2 + 4xy + 9$
 (vi) $x^2 + y^2 + z^2$

7. (i) $8x - 4xy - 13y - 10$
 (ii) $7\ell m + 4mn + 21n\ell$
 (iii) $2ab - 3bc - ca - 5abc$
 (iv) $2x - 3y - 4z - 10xyz$
 (v) $0.4x + 0.6y - 11xyz$
 (vi) $ab - 3bc + 3cd - 3abc$
8. (i) $abc + bc - cd$ (ii) $-x - y + 2z - 4xyz$ (iii) xy
 (iv) $3xy + 5x + 4y - 5z$ (v) $0.5xy + 0.3zx$ (vi) $0.1xyz + 0.1xy^2$
9. $9x^2 + 10x - 2$
10. (i) a (ii) c (iii) a (iv) b (v) c (vi) c (vii) b
 (viii) b (ix) c (x) a (xi) b

ਅਭਿਆਸ 8.2

1. (i) ਇੱਕ ਪਦੀ (ii) ਇੱਕ ਪਦੀ
2. (i) $24xy$ (ii) $8x$ (iii) $-12pq$ (iv) $-24p^2q$ (v) 0 (vi) $2p^3q$ (vii) $6p^2r$ (viii) $2pr$
3. xy ; $8\ell m$; $60mn$; $12mn^2$; $117 a^3b^2c$; $6axpr$; $12mn^2p$; $2p^2qr$; $21x^4y^3$

4. ਪਹਿਲੀ ਇੱਕ ਪਦੀ $\rightarrow$	$2x$	$-5y$	$2x^2$	$-3xy$	$7x^2y$	$-9x^2y^2$
ਦੂਸਰੀ ਇੱਕ ਪਦੀ $\downarrow$						
$-2y$	$-4xy$	$10y^2$	$-4x^2y$	$6xy^2$	$-14x^2y^2$	$18x^2y^3$
$3x$	$6x^2$	$-15xy$	$6x^3$	$-9x^2y$	$21x^3y$	$-27x^3y^2$
y^2	$2xy^2$	$-5y^3$	$2x^2y^2$	$-3xy^3$	$7x^2y^3$	$-9x^2y^4$
$-4xy$	$-8x^2y$	$20xy^2$	$-8x^3y$	$12x^2y^2$	$-28x^3y^2$	$36x^3y^3$
$2x^2y^2$	$4x^3y^2$	$-10x^2y^3$	$4x^4y^2$	$-6x^3y^3$	$14x^4y^3$	$-18x^4y^4$

5. (i) $-84x^6$ (ii) $24xyz^2$ (iii) $\frac{abc}{24}$ (iv) $a^3b^3c^2d$ (v) $-24x^3y^3z^3$ (vi) $-12p^3qx^2$
6. (i) xyz (ii) $24xyz$ (iii) $14abc$ (iv) $120/mn$ (v) $a^3b^3c^3$ (vi) $\frac{abc}{24}$
7. (i) a (ii) b (iii) c (iv) c (v) b (vi) c

ਅਭਿਆਸ 8.3

1. (i) $4x^2 + 4xy$ (ii) $x^3 - 3x^2y$ (iii) $7x^2y + 7xy^2$ (iv) $4x^3 - 36x^2$ (v) 0 (vi) $a^2b^2 + ab^2c$
2. (i) $a^3b^3c^2 + a^2b^3c^3 + a^3b^2c^3$ (ii) $2x^2y + 2xy^2 + 2xyz$
 (iii) $2p^2 + 2pq - 4pr$ (iv) $ab^2c + abc^2 - a^2bc$
3. (i) $a^4 - a^2b^2$ (ii) $-8x^2y - 12xy^2$ (iii) $a^3 - 2a^2b + ab^2$ (iv) $-4x^4 - 4x^2y^2 + 8x^3$

4. (i) $3x^2 + 2x - 7$; -2 ; $\frac{-21}{4}$ (iii) $x^3y^2 - x^2y^3$; -4
 (ii) $2y^3 - 7y^2 + 8$; 8 ; -1 (iv) $a^2b + a^3b^2 + a^2b^3c$; 8
 5. (i) $x^2 - xy + y^2 - yz + z^2 - xz$
 (ii) $2x^2 - 4xy - 2xz + 2yz - 2y^2$
 6. (i) $10l^2 + 50lm + 5m$
 (ii) $4bc - 2ab + 2ac - 2a^2$
 7. (i) $-5x^2 + 6x - 6$ 8. $6xy^2 - 25xyz$
 9. (i) b (ii) b (iii) c (iv) c

અભિયાસ 8.4

1. (i) $x^2 + 9x + 20$ (vi) $x^2 - 2xy - 3y^2$
 (ii) $2x^2 - 11x - 21$ (vii) $p^2 + 2pq - 3q^2$
 (iii) $x^2 - 5x - 24$ (viii) $8p^2 - 18pq + 9q^2$
 (iv) $2x^2 - 11x + 12$ (ix) $a^3 + a^2b^2 - ab - b^3$
 (v) $2x^2 + 7xy + 6y^2$ (x) $\frac{7}{2}x^3 - xy + x^2y^2 - \frac{2}{7}y^3$
 (xi) $0.6x^2y + 0.5xy^2 - 20y^3$ (xii) $p^4 - q^2$
 2. (i) $y^2 + 19$ (ii) $a^2b^2 + 5a^2 - 3b^2 - 23$
 (iii) $y^2x + y^3 - 7x + 6y$ (iv) $3x^2 - 5y^2$
 (v) 0 (vi) $x^2 - y^2$
 (vii) $2p^2 + 2pq - r^2$ (viii) $x^2 - y^2 - 2x^2y - 2xy^2$
 (ix) $ln + mn - 2m^2$ (x) $2x^3 - 17x^2 + 37x$

અભિયાસ 8.5

1. (i) $x^2 + 2xy + y^2$ (ii) $y^2 + 4xy + 4x^2$
 (iii) $a^2 + 14ab + 49b^2$ (iv) $4a^2 - 4ab + b^2$
 (v) $4x^2 - 12xy + 9y^2$ (vi) $x^2 - xy + \frac{1}{4}y^2$
 (vii) $4x^2 + 12xy + 9y^2$ (viii) 9999
 (ix) $x^2 - \frac{y^2}{100}$ (x) 2200

- (xi) $\frac{x^2}{4} + \frac{3xy}{4} + \frac{9y^2}{16}$ (xii) 2484
- (xiii) $p^2 - q^2$
2. (i) $x^2 + 5x + 6$ (ii) $x^2 - 3x - 10$
 (iii) $x^2 - 4x - 21$ (iv) $16x^2 + 24x + 5$
 (v) $49p^2 + 21p - 18$ (vi) $25y^4 + 5y^2 - 2$
3. (i) $x^2y^2 + 6xyz + 9z^2$ (ii) $\frac{4}{9}x^2 - 2xy + \frac{9}{4}y^2$
 (iii) $a^2 - 2ac + c^2$ (iv) $1.44p^2 - 3.6pq + 2.25q^2$
 (v) $x^4 + 9y^4 + 6x^2y^2$ (vi) $x^2 + y^4z^2 - 2xy^2z$
4. (i) $x^4 + x^4y^2 + 12x^2y + 9y^2 + 9$ (ii) $29m^2 + 29n^2 + 40mn$
 (iii) $a^2b^2 + b^2c^2$ (iv) $-180pq$
6. (i) 9801 (ii) 10609
 (iii) 26.01 (iv) 96.04
 (v) 4899 (vi) 0.9996
7. (i) 1800 (ii) 2800
 (iii) 0.20 (iv) 84
8. (i) 10710 (ii) 26.52
 (iii) 2254 (iv) 9682
 (v) 85.56 (vi) 100.94
9. (i) b (ii) a (iii) c (iv) b (v) c (vi) b
 (vii) c (viii) c

