अध्याय 4

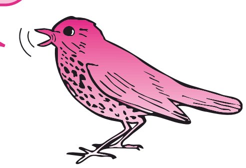
दिमागी कसरत

4.1 जब से मानव ने गिनना शुरू किया वहीं से संख्या की शुरूआत हुई। संख्याओं और उनके साथ खेलने की मानवीय प्रवृति ने संख्याओं का बहुत बड़ा संसार खड़ा कर दिया। हमने संख्याओं, उनकी संक्रियाओं और प्रकृति (सम, विषम, भाज्य, अभाज्य) आदि का अध्ययन किया है। हमने स्थानीय मान का भी अध्ययन किया है जैसे 555 में 5 का उपयोग तीन बार हुआ पर प्रत्येक का मान अपने स्थान की वजह से विशिष्ट है। आपने भी वर्ग पहेली, सुडोकु जैसे गणित के खेल खेले होंगे। इस अध्याय में हम संख्याओं के साथ कुछ नये खेल खेलेंगे और उनके पीछे छुपे गणित पर विचार करेंगे।

4.2 संख्याओं का व्यापक रूप

हम दो अंकों की संख्याओं पर विचार करते हैं।

$$27 = 20 + 7$$
$$= 2 \times 10 + 7 \times 1$$
$$69 = 60 + 9$$
$$= 6 \times 10 + 9 \times 1$$
$$90 = 90 + 0$$
$$= 9 \times 10 + 0 \times 1$$



यह संख्याओं की दाशमिक प्रणाली है।

इससे यह निष्कर्ष निकलता है कि यदि दहाई का बीजीय अंक a हो तथा इकाई का बीजीय अंक b हो, तो संख्या का मान

$$10 \times a + b = 10a + b$$

> ab = 10 x a + b = 10a+b
>
> 56 = 5 x 10 + 6 = 50 + 6

यहाँ दो अंको की संख्या में a का मान 1 से 9 तक अंक तथा b का मान 0 से लेकर 9 तक के अंक हो सकते हैं।

> संख्याओं में ab = axb नहीं होता है।
>
> जैसे 56 को 5x6 नहीं लिखा जा सकता है

आइए अब हम तीन अंकों की संख्याएँ लेते हैं, इन्हें इस प्रकार लिखा जा सकता है।

$$345 = 300 + 40 + 5 = 3 \times 100 + 4 \times 10 + 5 \times 1$$
$$467 = 400 + 60 + 7 = 4 \times 100 + 6 \times 10 + 7 \times 1$$
$$600 = 600 + 0 + 0 = 6 \times 100 + 0 \times 10 + 0 \times 1$$

व्यापक रूप में, अंक a, b और c से बनी किसी तीन अंकों की संख्या abc को इस रूप में लिखा जा सकता है

$$abc = a \times 100 + b \times 10 + c \times 1$$
$$= 100a + 10b + c$$

यहाँ a,b,c बीजीय अंक है तथा a शून्येतर अंक है और b तथा c शून्य से लेकर 9 तक का कोई अंक है । (शून्येतर ⟶0 को छोड़कर, 1 से 9 तक का कोई भी अंक)

यदि a शून्य हो जाए तो व्यापक संख्या 10b+c हो जाती है।

करो और सीखो

1. रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए।
   (i) 42 = ☐ x 10 + 2
   (ii) 60 = ☐ x 10 + ☐
   (iii) 99 = ☐ x ☐ + ☐
   (vi) ☐ = 7 x 100 + 1 x 10 + 8
2. निम्न संख्याओं को सामान्य रूप में लिखिए।
   (i) 10 x 5 + 6
   (ii) 8 x 100+ 0 x 10 + 5
   (iii) 9 x 100 + 9 x 10 + 9

4.3 संख्याओं के साथ खेल

4.3.1 अंकों का पलटना – दो अंकों की संख्या

(i) कक्षा 7 के दो विद्यार्थी चीकू और छोटू का वार्तालाप।

चीकू	छोटू
दो अंकों की संख्या सोचो	69 सोच लिया
इसके अंकों को पलट दो	96 पलट दिया
पहले वाली संख्या में जोड़ दो	69+96=165 कर दिया
प्राप्त संख्या में 11 से भाग दो	$\frac{165}{11}$=15
अब शेषफल शून्य आएगा	हाँ, परन्तु आपने कैसे बताया?

आइये चिकू की चतुराई को समझते हैं। माना छोटी संख्या ab सोचता है। दाशमिक प्रणाली में हम इसे 10a + b लिखेंगे। अंको को पलटने पर 10b + a।

दोनों को जोड़ने पर– $10a + b + 10b + a$

$= 11a + 11b = 11(a + b)$

प्राप्त संख्या सदैव 11 का गुणज होती है, अतः शेषफल हमेशा शून्य तथा भागफल हमेशा (a+b) होता है ।

जैसे– $69 + 96 = 165$

$a = 6$

$b = 9$

$a + b = 6 + 9 = 15$

यहाँ $\frac{165}{11} = 15$

अतः $11 \times 15 = 165$

आप ऐसा दूसरे दोस्तों के साथ खेल सकते हैं।

(ii) चिकू , छोटू को दूसरा खेल करवाता है ।

पुनः दो अंकों की संख्या सोचो (दोनो अंक समान नहीं होने चाहिए)

चीकू	छोटू
दो अंकों की संख्या सोचो	68 सोच लिया
इसके अंकों को पलट दो	86 पलट दिया
पहले वाली संख्या को घटा दो	86 - 68=18 कर दिया
प्राप्त संख्या को 9 से विभाजित करो	$\frac{18}{9} = 2$
शेषफल शून्य होगा	अरे वाह! यह आपको कैसे पता चला

सामान्य रूप में संख्या ab $= 10a + b$

पलटने पर $= 10b + a$

घटाने पर $= 10a + b - (10b + a)$

$= 10a + b - 10b - a$

$= 9a - 9b$

$= 9(a - b)$

इसमे भागफल $= 8 - 6 = 2$ (बडा अंक–छोटा अंक)

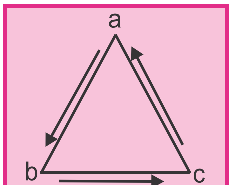
करो और सीखो

जाँच कीजिए कि आप द्वारा सोची गई संख्या निम्नलिखित हो तो क्या परिणाम प्राप्त होते हैं ?
(i) 27 (ii) 67 (iii) 94

4.3.2 अंकों का पलटना – तीन अंकों की संख्या

(i) छोटू ,रामू को तीन अंकों की संख्या सोचने के लिए कहता है।

छोटू	रामू
तीन अंको की कोई संख्या सोचो	हाँ सोच ली 149
अब इन अंको को पलट दो और एक नयी संख्या बनाओ	पलट दिया 941
बड़ी में से छोटी संख्या को घटाओ	घटा लिया 941-149 = 792
आप प्राप्त संख्या को 99 से भाग दीजिए	$\frac{792}{99} = 8$
शेषफल शून्य ही आया होगा ?	हाँ



abc, bca, cab

छोटू की चतुराई कैसे कार्य करती है ? आओ जाने
तीन अंकों की संख्या = abc = 100a + 10b + c
अंकों का पलटने पर cba = 100c + 10b + a
घटाने पर = 100a + 10b + c - (100c + 10b + a)
= 100a + 10b + c - 100c - 10b - a
= 99a - 99c = 99(a - c)
यदि a = c हो तो अन्तर = 0
अतः इकाई व सैंकड़ा का अंक समान नहीं लेना चाहिए।

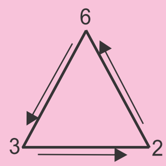
(ii) दिए हुए तीन अंकों से तीन अंकों की संख्या बनाना
आओ एक और खेल खेलते हैं
चिंटु – छोटू कोई तीन अंको की कोई संख्या सोचो
छोटू – ठीक है। मैने संख्या सोच ली।
चिंटु – अब इस संख्या के अंकों से दो अन्य तीन–अंकों की संख्याएँ इस प्रकार बनाओ

जैसे – आपने abc चुनी है, तो
पहली संख्या cab (अर्थात इकाई का अंक सैंकड़ा पर पहुँच गया)
दूसरी संख्या bca (अर्थात cab में इकाई का अंक सैंकड़ा पर पहुँच गया)

अब इन संख्याओं को जोड़ो तथा परिणामी संख्या को 37 से भाग दो
छोटू– शेषफल शून्य होगा।
चिंटू – हाँ, आप सही हो।

जैसे –

$$\begin{array}{r} 632 \\ +\ 263 \\ 326 \\ \hline 1221 \\ \hline \end{array}$$



632, 326, 263

यह चतुराई कैसे कार्य करती है

abc = 100a + 10 b + c
cab = 100 c + 10a + b
bca = 100 b + 10 c + a
abc + cab + bca
= 111 (a+b+c)
= 37x3 (a+b+c)

शेषफल शून्य होगा। $\frac{1221}{37} = 33$, भागफल = 33, शेषफल = 0

करो और सीखो

जाँच कीजिए कि यदि छोटू ने निम्नलिखित संख्याएँ सोची हैं, तो क्या परिणाम प्राप्त होता है ?

(i) 237 (ii) 119 (iii) 397 (iv) 435

4.4 भाजकता के नियम (बीजगणितीय संदर्भ में)

हमने पूर्व में अंक गणितीय संदर्भ में भाजकता के नियम पढ़े हैं, यहाँ हम बीजगणितीय संदर्भ में अध्ययन करते हैं।

(i) 2 से भाजकता– कक्षा VI में हमने 2 से भाजकता का नियम पढ़ा है यदि किसी संख्या का इकाई का अंक 0, 2, 4, 6 या 8 हो, तो वह संख्या 2 से भाज्य होती है।

स्पष्टतः किसी संख्या .....cba को हम

.....+ 100c + 10b + a के रूप में लिखते हैं इसमें आगे के सभी पद 2 से भाज्य होंगे क्योंकि वे 10, 100, 1000---- का गुणांक होते हैं अर्थात इनके इकाई का अंक हमेशा 0 होता है। पूरी संख्या का 2 से भाज्य होना a पर निर्भर करता है, दी गई संख्या 2 से विभाज्य होगी यदि a = 0, 2, 4, 6 या 8 हो।

करो और सीखो

यदि कोई संख्या N हो तो

		शेषफल	इकाई का अंक	
			सम	विषम
(1)	N÷2	1	-	✓
(2)	N÷ 2	0		
(3)	N÷ 3	1		
(4)	N÷ 3	0		

किसी संख्या की 2, 5 व 10 से भाजकता उसके इकाई के अंक से पता लगा सकते है अर्थात दी हुई संख्या का केवल इकाई के अंक का ही प्रयोग होता है तथा अन्य अंकों से इन पर कोई प्रभाव नहीं पड़ता। इकाई का अंक हमारे स्थानीय मान पद्वति में महत्वपूर्ण संख्या है।

(ii) 3 और 9 की भाजकता– कोई संख्या 3 से भाज्य होती है यदि उसके समस्त अंकों का योग 3 से भाज्य हो।

जैसे – संख्या 3576 पर विचार करें।

अंकों का योग = 3 + 5 + 7 + 6 = 21

21, 3 से भाज्य है अतः यह संख्या भी 3 से भाज्य होगी।

इसका प्रसारित रूप = 3 x 1000 + 5 x 100 + 7 x 10 + 6 x 1

= 3 x (999+1) + 5 x(99+1) + 7 x (9+1) + 6 x 1

= 3 x 999 + 5 x 99 + 7 x 9 + (3 + 5 + 7 + 6)

क्योंकि 3 + 5 + 7 + 6 = 21, 9 से विभाज्य नहीं है परन्तु 3 से विभाज्य है, इसलिए 3576 संख्या 9 से भाज्य नहीं है परन्तु यह 3 से भाज्य है अतः

(i) कोई संख्या 9 से विभाज्य होती है, यदि उसके अंकों का योग 9 से भाज्य हो।

(ii) कोई संख्या 3 से विभाज्य होती है, यदि उसके अंकों का योग 3 से भाज्य हो।

यदि कोई संख्या cba है तो

100c +10b + a = (99+1)c +(9+1)b + a

= 99c + 9b + (a+b+c)

= 9(11c+b) + (a+b+c)

अतः 9 एवं 3 से भाजकता तभी सम्भव है जब (a+b+c) क्रमशः 9 और 3 से भाज्य हो।

उदाहरण 1 3148569 की 9 से भाजकता की जाँच कीजिए।

हल 3148569 के अंकों का योग

= 3 + 1 + 4 + 8 + 5 + 6 + 9

= 36

36, 9 से भाज्य है

क्या 36, 3 से भी भाज्य है ?

जाँच–

$= \frac{3148569}{9}$

=349841

पूर्णतः विभाज्य है

उदाहरण 2 यदि तीन अंकों की संख्या 34A, 9 से भाज्य है, तो A का मान का होगा?

हल अंकों का योग

3+4+A = 7+A

7+A, 9 से भाज्य होना चाहिए।

यह तभी सम्भव है, जब 7 + A या तो 9 हो या 18 हो।

क्योंकि A एक अंक है, इसलिए 7 + A = 9 होगा–

अतः A = 9 - 7

= 2 होगा।

करो और सीखो

79y, 9 से विभाज्य है तो क्या y के एक से अधिक मान सम्भव है ?

(iii) 11 से भाजकता – किसी संख्या के 11 से भाजकता की जाँच करने के लिए उस संख्या के इकाई, दहाई सैंकड़ा, हजार, दस हजार, लाख, दस लाख..............वाले अंकों में क्रमानुसार 1, -1, 1, -1, 1, -1, 1,.. का गुणा कर इसका योगफल ज्ञात करते हैं यदि योगफल 11 से पूरा–पूरा विभाजित होता है, तो वह संख्या 11 से पूर्णतः विभाजित होती है।

उदाहरण 3 संख्या 89, 62, 426 की 11 से भाजकता की जाँच कीजिए।

हल उपर्युक्त नियमानुसार

= 6 x1 + 2x(-1)+ 4 x1 + 2x(-1) + 6 x1 + 9x(-1) + 8 x1

= 6 - 2 + 4 - 2 + 6 - 9 + 8

= 11 जो 11 से विभाज्य है।

अतः 89, 62, 426, 11 से विभाज्य है।

अब abcd चार अंकों की संख्या का व्यापक रूप

M = 1000a + 100b + 10c + d लेने पर

नियमानुसार

N = dx1 + cx(-1) + bx1 + ax(-1)

= -a+b-c+d

M - N = (1000a+100b+10c+d) -(-a+b-c+d)

= 1001a + 99b +11c

= 11(99a + 9b +c), जो 11 से भाज्य है।

यदि M , 11 से भाज्य है तो N भी 11 से भाज्य होगा।

विलोमतः यदि N, 11 से भाज्य है तो M भी 11 से भाज्य होगा।

करो और सीखो

(i) संख्या 56, 29, 003 की 11 से भाजकता की जाँच कीजिए।

प्रश्नावली 4.1

1. यदि तीन अंकों की एक संख्या 24x, 9 से विभाजित होती है, तो x का मान बताइए, जहाँ x एक अंक है।
2. यदि तीन अंकों की संख्या 89y, 9 से विभाजित होती है तो y के क्या– क्या मान हो सकते हैं, ज्ञात कीजिए।
3. 31M5, 9 का एक गुणज है जहाँ M एक अंक है, तो M के दो मान आते हैं। ऐसा क्यों ?
4. तीन अंको की संख्या 24y, 3 का एक गुणज है, तो y के क्या–क्या मान होंगे ?
5. निम्न संख्याओं की 3, 9 व 11 से भाजकता की जाँच कीजिए।

   (i) 294 (ii) 4455 (iii) 1041966
6. यदि संख्या 31R1 में R = 4 हो, तो भाजकता नियम से ज्ञात कीजिए यह 11 से विभाज्य है या नहीं।
7. यदि 31P5, 3 का गुणज है, जहाँ P एक अंक है, तो P के मान क्या हो सकते हैं ?

4.5 चार मूल संक्रियाओं (+, -, x तथा ÷) में रिक्त संख्याओं को ज्ञात करना

(i) निम्नांकित योग–संक्रिया का अवलोकन कीजिए

```
   2 *
   4 6
 + 9 7
 -----
  166
```

ध्यान दीजिए कि उपर्युक्त योग–संक्रिया में प्रतीक * लुप्त अंक है जिसका मान ज्ञात किया जाना है।

अब इकाई के अंको का योगफल = * + 6 + 7

= * + 13

= * + 10 + 3

= 10 + (* + 3)

अतः योगफल में इकाई का अंक = * + 3 = 6

* = 6 - 3

= 3 अर्थात् लुप्त अंक 3 है।

पुनः देखिए–

```
    45
+   *8
+   78
   171
```

यहाँ इकाई के अंकों का योगफल = 5+8+8 = 21

जहाँ 2 दहाई का अंक है अतः योग संक्रिया में इसे बाईं ओर हासिल के रूप में दहाई के अंक के स्थान पर स्थानान्तरित किया जाएगा। अतः अब दहाई के अंकों का योगफल

= 2+4+*+7

= * + 13

जो उपर्युक्त योगफल में 17 के बराबर है, अतः

* + 13 = 17

* = 17 - 13

= 4

करो और सीखो

उपर्युक्त की भांति निम्नांकित योग संक्रियाओं मे लुप्त अंकों के मान ज्ञात कीजिए।

```
(i)   3*     (ii)   56     (iii)  443     (iv)   82
    + 57          + 77          + *57          + 55
    + 34          + *3          + 128          + 99
     127           216            928           *36
```

(ii) अब निम्नांकित व्यवकलन (घटाने) की संक्रिया का अवलोकन कीजिए–

```
   83
-  *2
   51
```

यहाँ दहाई के स्थान पर व्यवकलन संक्रिया में,

8 - * = 5 जहाँ * लुप्त अंक का प्रतीक है

अतः* = 8 - 5

* = 3

पुनः देखिए

```
   83
-  2*
   55
```

यहाँ इकाई का स्थान पर 3 में से * (लुप्त अंक) घटाने पर 5 प्राप्त है जिससे स्पष्ट है कि * का अंकीय मान 3 से बड़ा है। अतः घटाने की संक्रिया सम्पन्न करने के लिए दहाई के स्थान से 8 में से एक दहाई को दाईं ओर इकाई के स्थान पर स्थानान्तरित करना होगा ।

अतः (10+3) - * = 5

∴ * = (10+3) - 5 = 8

यहाँ यह भी स्पष्ट है कि दहाई के स्थान से एक दहाई, इकाई के स्थान पर स्थानान्तरित करने पर अब वहाँ शेष दहाइयाँ = 8 - 1 = 7

अतः 7 में से 2 घटाने पर 5 प्राप्त होता है, जो दिया है।

करो और सीखो

निम्नांकित व्यवकलन संक्रियाओं में लुप्त अंकों के मान ज्ञात कीजिए।

(i)	(ii)	(iii)	(iv)	(v)
76	54	84	803	782
- 5*	- 2*	- *8	- 2*6	- *73
25	28	16	567	209

(iii) निम्नांकित गुणन – संक्रिया का अवलोकन कीजिए।

ध्यान दें, यहाँ 46 x 2 $\boxed{x}$ = 1104 में गुणक के इकाई के स्थान पर अक्षर संख्या x है। x का मान ज्ञात करना है।

$$46 \times 2\boxed{x} = 46 \times (20+x)$$
$$= 920 + 46x = 1104$$

अतः

$$920 + 46x = 1104$$
$$46x = 1104-920$$
$$46x = 184$$
$$x = \frac{184}{46} \qquad x = 4$$

पुनः अवलोकन कीजिए

$$\begin{array}{r} \boxed{x}5 \\ \times\ 37 \\ \hline 3145 \\ \hline \end{array}$$

यहाँ $\boxed{x}$ दहाई के रिक्त स्थान पर अक्षर संख्या x लिखी है जिसका मान ज्ञात करना है।

$$x5 \times 37 = (10x + 5) \times 37$$
$$= 370x + 185$$

अतः

$$370x + 185 = 3145$$
$$370x = 3145 - 185$$
$$370x = 2960$$
$$x = \frac{2960}{370} \quad \text{या} \quad x = 8$$

करो और सीखो

निम्नांकित गुणन– संक्रियाओं में बीजीय व्यंजकों के अंकीय मान ज्ञात कीजिए

(i)	(ii)	(iii)
$56 \times x5 = 1400$	$4x \times 37 = 1554$	$23 \times 3x = 736$

(iv) निम्नांकित भाग–संक्रिया का अवलोकन कीजिए।

$x3)\ 78\ (6$
--
0

यहाँ भाजक में दहाई के स्थान पर अक्षर संख्या x लिखी है जिसका मान ज्ञात करना है।
भाग–संक्रिया के नियम से हम जानते हैं कि–

भाज्य = भाजक x भागफल + शेषफल

अर्थात्
$78 = x3 \times 6 + 0$
$78 = (10x + 3) \times 6$ [∵ $x3 = 10x + 3$]
$78 = 60x + 18$
$78 - 18 = 60x$
$60 = 60x$

$x = \frac{60}{60}$ $x = 1$

अतः भाजक संख्या = 13 है

पुनः अवलोकन कीजिए $2x)\ 229\ (9$

4

जहाँ भाजक के इकाई के रिक्त स्थान पर अक्षर संख्या x है जिसका मान ज्ञात करना है। भाग संक्रिया के नियमानुसार $2x \times 9 + 4 = 229$
$(20 + x) \times 9 = 229 - 4$
$180 + 9x = 225$
$9x = 225 - 180$
$9x = 45$
$x = \frac{45}{9}$ $x = 5$

करो और सीखो

निम्नांकित भाग संक्रियाओं में x के अंकीय मान ज्ञात कीजिए।

(i)	(ii)	(iii)
$27)\ 217\ (x$	$x6)\ 100\ (6$	$1x)\ 120\ (9$
---	---	---
1	4	3

4.6 कुछ और तरीके

(i) अंकों के लिए अक्षर

यहाँ कुछ ऐसी पहेलियाँ हैं जहाँ एक अंकगणितीय प्रश्न में अंकों के स्थान पर अक्षर होते हैं तथा समस्या यह ज्ञात करने की है कि कौन–सा अक्षर किस अंक को निरूपित करता है ? प्रायः ऐसी पहेलियों को हल करते समय अपनाए जाने वाले नियम निम्न प्रकार हैः –

1. पहेली में, प्रत्येक अक्षर केवल एक ही अंक को प्रदर्शित करना चाहिए।
2. किसी भी संख्या का पहला अंक शून्य नहीं हो सकता। जैसे संख्या छप्पन को 056 या 0056 न लिखकर केवल 56 लिखते हैं।

[A] निम्नलिखित योग में P ज्ञात कीजिए।

$$\begin{array}{r} 52P \\ +\ 1P3 \\ \hline 711 \\ \hline \end{array}$$

हलः यहाँ केवल एक अक्षर P है जिसका हमें मान ज्ञात करना है।

इकाई के स्तंभ में, P + 3 से हमें 1 प्राप्त होता है अर्थात् 3 में वह संख्या जोड़ें जिससे इकाई का अंक 1 प्राप्त हो।

ऐसा होने के लिए P का मान अंक 8 होना चाहिए क्योंकि 8 में 3 जोड़ने पर इकाई का स्थान 1 होता है।

$$\begin{array}{r} 528 \\ +\ 183 \\ \hline 711 \\ \hline \end{array}$$

अर्थात् P = 8

[B] P और Q का मान ज्ञात कीजिए

$$\begin{array}{r} QP \\ \times\ Q6 \\ \hline 62P \\ \hline \end{array}$$

यहाँ भी दो अक्षर P और Q हैं जिनके मान ज्ञात किए जाने हैं क्योंकि 6 x P के इकाई का अंक P है इसलिए

P = 4 (क्यों ?)

अब Q=1 रखे तो 14x16 = 224 जो कि कम हैं

यदि Q=3 रखे तो 34x36 = 1224 जो कि अधिक हैं

अतः Q=2 रखे पर 24x26 = 624 जो कि सही है।

अतः

$$\begin{array}{r} 24 \\ \times\ 26 \\ \hline 624 \\ \hline \end{array}$$

जहाँ P = 4, Q = 2

प्रश्नावली 4.2

1. निम्नलिखित में से प्रत्येक में अक्षरों के मान ज्ञात कीजिए तथा संबद्ध चरणों के लिए कारण भी दीजिए।

(i) $\begin{array}{r} 5A \\ +\ 34 \\ \hline B2 \end{array}$ (ii) $\begin{array}{r} 5A \\ +\ 79 \\ \hline CB3 \end{array}$ (iii) $\begin{array}{r} AB \\ +\ 37 \\ \hline 6A \end{array}$ (iv) $\begin{array}{r} 5AB \\ +\ AB1 \\ \hline B98 \end{array}$

(v) $\begin{array}{r} 12A \\ +\ 6AB \\ \hline A09 \end{array}$ (vi) $\begin{array}{r} 1\ A \\ \times\ A \\ \hline 9\ A \end{array}$ (vii) $\begin{array}{r} AB \\ \times\ B \\ \hline CAB \end{array}$ (viii) $\begin{array}{r} AB \\ \times\ 6 \\ \hline BBB \end{array}$

2. निम्नलिखित प्रश्नों में लुप्त अंकों (*) या x के मान ज्ञात कीजिए।

(i) $\begin{array}{r} 2\,* \\ *\,8 \\ +\ 9\,5 \\ \hline 1\,6\,7 \end{array}$ (ii) $\begin{array}{r} 905 \\ *12 \\ +\ 88* \\ \hline 2100 \end{array}$ (iii) $\begin{array}{r} 7*3 \\ -\ 281 \\ \hline 432 \end{array}$

(iv) $\begin{array}{r} 5\,7 \\ -\ 3\,* \\ \hline 1\,8 \end{array}$ (v) $\begin{array}{r} 68 \\ \times\ \boxed{x} \\ \hline 408 \end{array}$ (vi) $\begin{array}{r} 7\,6\,3 \\ \times\ 3\boxed{x} \\ \hline 25942 \end{array}$

(vii) $2x\,)\,216\,(\,8$
 - - -
 0

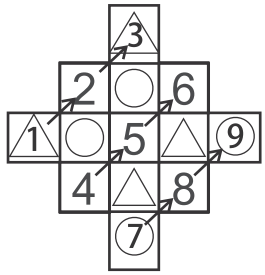
(viii) $x7\,)\,907\,(\,24$
 - - -
 19

4.7 वर्ग पहेली

[A] आओ कुछ वर्ग पहेलियों पर विचार करते हैं। पहले हम 3 x 3 की एक वर्ग पहेली लेते हैं इनमें 1 से 9 तक के अंकों को भरा गया है।

2	7	6
9	5	1
4	3	8

इसमें उर्ध्वाधर (खड़ी) व क्षैतिज (आड़ी) वर्गों में अंकों का योग कितना है?
क्या यह मान समान आता है?
इनमें अंकों को किस प्रकार भरा जाता है आओ पता लगाएँ। चित्रानुसार मध्य वर्ग के ऊपर एक वर्ग बनाएँगे। और तीर की दिशा (⟶⟶ में) क्रमानुसार संख्याओं को भरते हैं बढ़ाए गए वर्गों के अंक △ का △ में तथा ◯ का ◯ में विपरीत ओर भरते हैं।



[B] आओ एक ओर वर्ग पहेली पर विचार करते है– यहाँ हम संकेतों में लिखे अंको को, △ को △ से, ○ को ○ से ◇ को ◇ तथा ⌂ को ⌂ विकर्णानुसार बदलते हैं तो उर्ध्वाधर एवं क्षैतिज वर्गों का योग कितना आएगा ? पता करें यह 4 x 4 की वर्ग पहेली है।

△1	2	3	○4
5	⌂6	◇7	8
9	◇10	⌂11	12
○13	14	15	△16

4 x 4 की वर्ग पहेली में 2 से 17 तक के अंक भरते हैं तो योग कितना आएगा ?

करो और सीखो

1. 3 x 3 के वर्ग में संख्याओं को इस प्रकार भरो की इनके आड़े, खड़े एवं तिरछे खानों का योग समान हो जाए–
   1. 2 से 10 तक 2. 5 से 13 तक 3. 11 से 19 तक
2. 4 x 4 के वर्ग को इस प्रकार भरो की इनके आड़े, खड़े और तिरछे खानों का योग समान हो जाए–
   1. 11 से 26 तक 2. 5 से 20 तक 3. 2 से 17 तक

हमने सीखा

1. संख्याओं को व्यापक रूप में लिखना एवं समझना। दो अंकों की संख्या ab को 10a + b तथा तीन अंकों की संख्या abc को 100a + 10b + c के रूप में लिखना और समझना जहाँ a, b, c 0 से 9 तक के अंक हैं तथा $a \neq 0$।
2. सामान्य रूप से दो और तीन अंको की संख्याओं के लिए 2, 3, 5, 9, 10, 11 के विभाजन नियमों को व्युत्पन्न करना।
3. संख्या 2, 3, 5, 9, 10, 11 के विभाजन नियमों से संबंधित तर्क की जानकारी।
4. संख्याओं की पहेलियाँ और खेल।