अध्याय–05

विद्युत धारा (Electric Current)

विद्युत्तीय परिघटनाओं के संबंध में हमारी अब तक की विवेचना स्थिर आवेशों अर्थात् स्थिर वैद्युतिकी पर ही केन्द्रित रही है। अब हम उन परिस्थितियों पर विचार करेंगे जिनमें आवेशों की गति उपस्थित है। पद विद्युत धारा, व्योम के किसी भाग से आवेशों के प्रवाह की व्याख्या हेतु काम लिया जाता हैं। वैद्युतिकी के अधिकांश अनुप्रयोग विद्युत धाराओं पर ही आधारित है उदाहरण के लिए घरों में प्रकाश दे रहे बल्ब, पंखों और कई अन्य उपकरणों में विद्युत धारा के उपयोग से आप सब सुपरिचित हैं इसके अतिरिक्त विज्ञान के कई अन्य क्षेत्रों में भी विद्युत धारा संबंधी अध्ययन अपने–अपने कारणों के कारण महत्वपूर्ण है। उदाहरण के लिए मौसम विज्ञानी तथा भू–भौतिकीविद् आकाश विद्युत (तडित) तथा वायुमंडलीय में आवेश प्रवाह के अध्ययन में रूचि रखते हैं तो जैव भौतिक–विद् चिकित्सीय अनुसंधान में जीवों में स्नायविक धाराओं जो माँस पेशियों को नियंत्रित करती है के अध्ययन में।

इस अध्याय में हम विद्युत धारा को पारिभाषित करेंगे इसके उपरान्त इसके सैद्धांतिक पक्षों की विवेचना करेंगे। किसी चालक में धारा प्रवाहित करने के लिए विभवान्तर की आवश्यकता होती है इस संबंध में काम आने वाली युक्ति सेल या बैटरी कहलाती है अतः इस अध्याय में हम सेल से संबंधित कुछ पक्षों का अध्ययन भी करेंगे।

5.1 विद्युत धारा (Electric Current)

किसी काटक्षेत्र से प्रतिएकांक समय में गुजरने वाला नेट आवेश विद्युत धारा कहलाता है। यदि काटक्षेत्र से ΔQ नेट आवेश Δt समय में गुजरता है तो औसत धारा

$$I_{av} = \frac{\Delta Q}{\Delta t} \qquad \ldots(5.1)$$

द्वारा दी जाती है।

यह संभव है कि आवेश प्रवाह की दर समय के साथ परिवर्तित हो। तब ऐसी परिस्थिति में हम तात्क्षणिक धारा I को समीकरण (5.1) के सीमा $\Delta t \to 0$ के अन्तर्गत प्राप्त मान के रूप में पारिभाषित करते हैं।

$$I = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{dQ}{dt} \qquad \ldots(5.2)$$

धारा की परिभाषा में काम लिए गए शब्द नेट आवेश पर ध्यान दें। यद्यपि धारा गतिमान आवेशों का प्रवाह ही है किन्तु सभी गतिमान आवेशों द्वारा धारा स्थापित नहीं होती। किसी पृष्ठ से धारा प्रवाह के लिए उस पृष्ठ से आवेश का नेट प्रवाह आवश्यक है। यदि किसी पृष्ठ से उदासीन परमाणु गुजर रहे हों तब पृष्ठ से कोई धारा प्रवाहित नहीं होती यद्यपि आवेशों का प्रवाह हो रहा है ऐसा इस कारण है कि परमाणु के उदासीन होने के कारण धन आवेशों एवं ऋण आवेशों की समान संख्या पृष्ठ से गुजर रही है। इसी प्रकार यदि किसी पदार्थ में इलेक्ट्रॉन यदृच्छ गति कर रहे हैं तो किसी काटक्षेत्र से जितने इलेक्ट्रान एक दिशा में जा रहे हैं उतने ही इलेक्ट्रान ठीक विपरीत दिशा में जा रहे होते हैं अतः वहाँ आवेश का कोई नेट प्रवाह नहीं है इस कारण धारा शून्य है।

धारा का SI मात्रक ऐम्पियर (A) है जो कि एक SI मूल मात्रक है।

1 ऐम्पियर = 1 A = 1 कूलॉम / सेकण्ड = 1 C/s

(उपर्युक्त समीकरण को ऐम्पियर की परिभाषा के रूप में नहीं लिया जाता। ऐम्पियर की मानक परिभाषा अध्याय 7 में दी गई है)

परिपाटी के अनुसार धारा की दिशा धन आवेशों के प्रवाह की दिशा में मानी जाती है तदानुसार यह ऋणावेशों के चलने की दिशा के विपरीत मानी जाती है। गतिमान आवेशों को आवेश वाहक भी कहा जाता है। भिन्न–भिन्न परिस्थितियों में धारा भिन्न–भिन्न आवेश वाहकों के प्रवाह के कारण हो सकती है। यथा

(i) धात्विक चालकों में धारा मुक्त इलेक्ट्रॉनों के प्रवाह के कारण होती है

(ii) वैद्युत अपघट्य में धारा धन एवं ऋण आयनों के कारण

(iii) अर्द्धचालकों में इलेक्ट्रॉन तथा होल के कारण

(iv) विसर्जन नलियों में गैस के धन आयनों व इलेक्ट्रॉनों के कारण

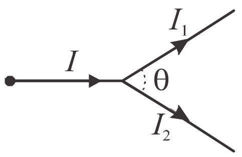
निर्वात में भी धारा प्रवाह संभव है उदाहरण के लिए टीवी की पिक्चर ट्यूब में इलेक्ट्रॉन निर्वात में गमन करते हैं तथा धारा प्रवाह होता है।

यद्यपि हम धारा के साथ दिशा संबद्ध कर रहे हैं पर वस्तुतः यह एक अदिश राशि है क्योंकि धारा की परिभाषा आवेश तथा समय के पदों के रूप में दी जाती है ये दोनों राशियाँ अदिश है। इसके साथ ही धारा सदिश योग के नियमों का पालन नहीं करती इसे चित्र 5.1 से समझा जा सकता है। यहाँ तीन तारों की एक संधि दर्शाई गई है।

यहाँ दर्शाई गई धाराओं में संबंध

$$I = I_1 + I_2$$

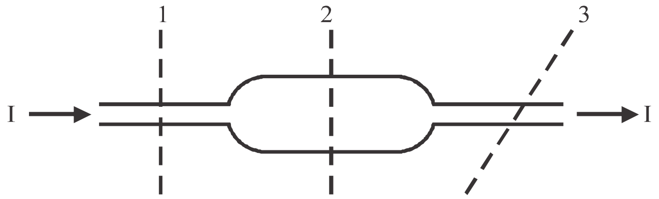
हमेशा ही सत्य है तथा यह तारों के व्योम में अभिविन्यास (कोणθ) पर निर्भर नहीं करता। इस प्रकार धारा की दिशा व्योम में किसी दिशा को व्यक्त नहीं करती अर्थात् धारा सदिश राशि नहीं है।



चित्र 5.1 संधि पर धारा $I = I_1 + I_2$ से ही दी जाती है भले ही θ का मान कुछ भी क्यों न हो

इस अध्याय में हम धारा संबंधी अध्याय को धात्विक चालकों तक ही सीमित रखेंगे। साथ ही धाराओं को स्थायी धाराएँ अर्थात् समय

के साथ अपरिवर्तित मानेंगे। स्थायी अवस्था में किसी चालक के किसी भी ऐसे सभी समतलों जो चालक में से पूर्ण रूप से गुजरते हैं, से प्रवाहित धारा समान होगी भले ही इनकी अवस्थिति या अभिविन्यास कहीं पर भी हो चित्र 5.2 में चालक से पारित तलों 1, 2 व 3 के लिए धाराएँ समान हैं यह भी आवेश संरक्षण नियम का ही परिणाम है।



चित्र 5.2 चालक में प्रवाहित धारा I सभी समतलों 1, 2 व 3 के लिए समान है

5.2 धारा घनत्व (Current Density)

कतिपय परिस्थितियों में हम किसी चालक में किसी बिन्दु विशेष पर किसी काटक्षेत्र से आवेश प्रवाह के अध्ययन में रूचि रखते हैं। ऐसी परिस्थितियों में हम एक सदिश राशि जिसे धारा घनत्व कहते हैं का उपयोग करते हैं किसी बिन्दु P पर इस राशि को परिभाषित करने के लिए हम P पर एक छोटे क्षेत्रफल ΔS की कल्पना करते हैं जो धारा प्रवाह के अभिलंबवत है (चित्र 5.3 अ) यदि क्षेत्रफल ΔS से प्रवाहित धारा ΔI है तो औसत धारा घनत्व

$$J_{av} = \frac{\Delta I}{\Delta S} \qquad \ldots 5.3(\text{अ})$$

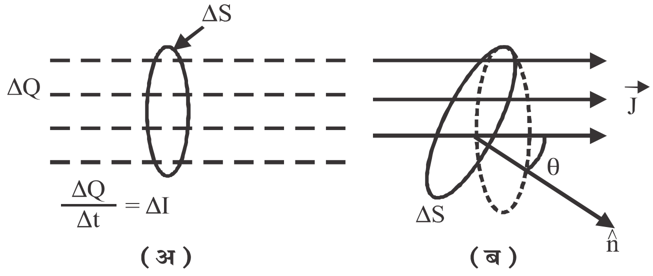
तथा अभीष्ट बिन्दु पर धारा घनत्व

$$J = \lim_{\Delta S \to 0} \frac{\Delta I}{\Delta S} = \frac{dI}{dS} \qquad \ldots 5.3(\text{ब})$$

यदि धारा प्रवाह धनावेशों के कारण है तो $\vec{J}$ की दिशा भी यही होगी तथा यदि यह ऋणावेशों के कारण है तो $\vec{J}$ विपरीत दिशा में होगा अर्थात् $\vec{J}$ की दिशा उस बिन्दु या क्षेत्रफल पर धारा की दिशा में होगी। यदि धारा I किसी क्षेत्रफल S पर एकसमान वितरित है तथा इसके लंबवत है तब

$$J = \frac{I}{S} \qquad \ldots 5.3(\text{स})$$

यदि क्षेत्रफल ΔS धारा प्रवाह के लंबवत नहीं है तथा इस पर अभिलंब n धारा की दिशा से θ कोण बना रहा है तब धारा घनत्व



चित्र 5.3 धारा घनत्व को समझना

$$J = \frac{\Delta I}{\Delta S \cos\theta} \qquad \ldots (5.4\text{अ})$$

या $$I = J\Delta S \cos\theta$$

या $$\Delta I = \vec{J} \cdot \Delta\vec{S} \qquad \ldots (5.4\text{ब})$$

धारा घनत्व का मात्रक, $\frac{\text{एम्पीयर}}{\text{मीटर}^2} = \frac{A}{m^2}$ है।

यहाँ यह ध्यान रखने योग्य है कि विद्युत धारा एक अदिश राशि है जबकि धारा घनत्व सदिश राशि है। असमान अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल के चालक में प्रवाहित विद्युत धारा का मान एक समान रहता है परन्तु धारा घनत्व का मान भिन्न–भिन्न होता है। एक परिमित क्षेत्रफल लिए

$$I = \int \vec{J} \cdot d\vec{s} \qquad \ldots (5.4\text{स})$$

5.3 धात्विक चालकों में वैद्युत आवेश का प्रवाह (Flow of Electric Charge in Metallic Conductors)

धात्विक चालकों में किसी परमाणु के नाभिक तथा इसके संयोजी इलेक्ट्रॉनों के मध्य लगने वाला आकर्षण बल इतना क्षीण होता है कि संयोजी इलेक्ट्रॉन परमाणुओं से बंधित न होकर सम्पूर्ण धातु में घूमने के लिए स्वतंत्र होते हैं। इन इलेक्ट्रॉनों को मुक्त इलेक्ट्रॉन या चालन इलेक्ट्रॉन कहा जाता है। धातुओं के अन्दर ऐसे मुक्त इलेक्ट्रॉनों की संख्या बहुत अधिक होती है। उदाहरण के लिए तांबे को देखा जा सकता है जहाँ प्रत्येक परमाणु एक संयोजी इलेक्ट्रॉन को मुक्त करता है तथा इस कारण इलेक्ट्रॉन संख्या घनत्व लगभग $8.49 \times 10^{28} / m^3$ होता है। धातुओं में मुक्त इलेक्ट्रॉन सम्पूर्ण आयतन में लगभग उसी प्रकार की गति करते हैं जैसे कि किसी बंद पात्र में निहित गैस के अणुओं की गति होती है। बाह्य विद्युत क्षेत्र की अनुपस्थिति में इलेक्ट्रॉन यदृच्छ गति करते है जिसका कारण इनकी गति के दौरान धातुओं के कंपनशील आयनों से होने वाली टक्करें हैं इसके अतिरिक्त मुक्त इलेक्ट्रॉनों की टक्कर धातुओं में उपस्थित अशुद्धि परमाणुओं से भी हो सकती हैं (यद्यपि इलेक्ट्रॉन परस्पर भी टक्करें करते हैं किन्तु इन टक्करों का धातु के विद्युतीय गुण निर्धारित करने में कोई योगदान नहीं होता साथ ही ऐसी टक्करों की संख्या भी बहुत कम होती है)। इलेक्ट्रॉन तथा जालक के कंपनशील आयनों की टक्कर में इलेक्ट्रॉन के गति की दिशा में यकायक परिवर्तन हो जाता है अर्थात् इनका वेग यादृच्छिक रूप से परिवर्तित हो जाता है। जैसा कि अणु गति सिद्धांत में गैसों के लिए किया जाता है इलेक्ट्रानों की इस यदृच्छ गति के साथ भी एक माध्य मुक्त पथ λ तथा माध्य मुक्त समय (τ) से संबद्ध किए जा सकते हैं। τ को विश्रांतिकाल (relaxation time) भी कहा

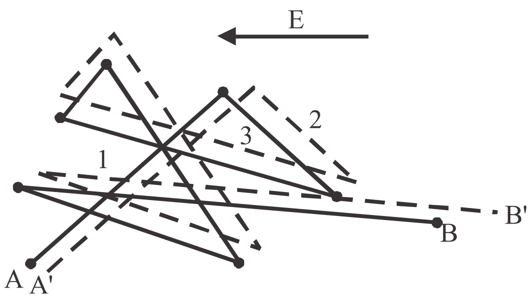
जाता है, तथा यह दो क्रमागत टक्करों में लगा औसत समय है दो क्रमागत टक्करों के मध्य इलेक्ट्रॉन सरल रेखा में चलते हैं चूंकि टक्करों में वेग यदृच्छ रूप से परिवर्तित है अतः कुछ टक्करों के लिए प्रेक्षित किए जाने पर इलेक्ट्रॉनों का पथ टेढ़ा–मेढ़ा (zig zag) होता है। धातु में बड़ी संख्या में इलेक्ट्रान यदृच्छ गति में है अतः किसी दिए गए समयान्तराल में किसी दिए गए क्षेत्रफल ΔS को किसी पार्श्व से पार कर रहे इलेक्ट्रॉनों की संख्या इसी क्षेत्रफल को विपरीत पार्श्व से पार करने वाले इलेक्ट्रॉनों की संख्या के बराबर होती है अतः इस क्षेत्रफल में विद्युत धारा शून्य होती है।

जब चालक पर बाह्य विद्युत क्षेत्र आरोपित किया जाता है तो प्रत्येक मुक्त इलेक्ट्रॉन पर विद्युत क्षेत्र के विपरीत दिशा में एक विद्युत बल $(\vec{F} = -e\vec{E})$ कार्य करने लगता है। विद्युत क्षेत्र के प्रभाव में चालक में स्थित ये मुक्त इलेक्ट्रॉन विद्युत क्षेत्र के विपरीत दिशा में गति करते है इस प्रकार की गति को अपवाह कहते हैं।

5.4 अपवाह वेग तथा गतिशीलता (Drift Velocity and Mobility)

5.4.1 अपवाह वेग (Drift Velocity)

बाह्य विद्युत क्षेत्र $\vec{E}$ की उपस्थिति में इलेक्ट्रॉनों की यदृच्छ गति में इस प्रकार से संशोधन होता है कि ये मंदगति से कुछ औसत चाल v_d से विद्युत क्षेत्र की विपरीत दिशा में अपवाह करते है। इस चाल को अपवाह चाल (drift speed) कहते हैं। (क्योंकि इलेक्ट्रॉन अपवाह गति की दिशा सदैव विद्युत क्षेत्र के विपरीत होती है अतः सदिश रूप में व्यक्त करने पर इलेक्ट्रॉनों की अपवाह को अपवाह वेग $\vec{v}_d$ के पदों में समझा जा सकता है जो सदैव $\vec{E}$ की दिशा के विपरीत होता है।) अपवाह चाल v_d का मान टक्करों के मध्य इलेक्ट्रॉनों की यदृच्छ गति से संबंधित औसत चाल v_{av} की तुलना में बहुत ही कम (लगभग 10^{10} के घटक से कम) होता है। चित्र 5.4 की सहायता से अपवाह गति को समझने में सहायता मिलती है। यहाँ किसी इलेक्ट्रॉन की कुछ क्रमागत टक्करों के लिए क्रमशः बाह्य क्षेत्र की अनुपस्थिति तथा बाह्य क्षेत्र की उपस्थिति में तय किए पथों को दर्शाया गया है। ठोस रेखाएँ विद्युत क्षेत्र की अनुपस्थिति में तथा बिन्दुकित रेखाएँ क्षेत्र $\vec{E}$ की उपस्थिति में इन पथों को दर्शाती है। विद्युत क्षेत्र की अनुपस्थिति में A से प्रारंभ इलेक्ट्रॉन कुछ टक्करों के बाद बिन्दु B पर है जबकि क्षेत्र की उपस्थिति में इतनी ही टक्करों के बाद यह बिन्दु B' पर होता है। इस प्रकार यहाँ इलेक्ट्रॉन B पर पहुँचने की बजाए क्षेत्र की विपरीत दिशा में अपवहित होकर B' पर पहुँच रहा है। (तुलना के लिए शांत वायु तथा मंदगति से बह रही वायु (समीर) को देखें। शांत वायु में प्रत्येक अणु का तापीय गति के कारण कुछ यदृच्छ वेग है पर औसत रूप से किसी दिशा विशेष में कोई वेग नहीं है। मंद गति से प्रवाहित वायु में प्रत्येक अणु में यदृच्छ वेग के साथ प्रवाह की दिशा में अल्प वेग भी है)



चित्र 5.4 ठोस रेखाएँ किसी इलेक्ट्रान के लिए कुछ टक्करों के मध्य तय पथ को दर्शाती हैं जब कोई बाह्य क्षेत्र नहीं है तथा बिन्दुकित रेखाएँ इन्ही टक्करों के लिए पथ दर्शाती है जब क्षेत्र E उपस्थित है।

अब हम अपवाह चाल (वेग) तथा विद्युत क्षेत्र के मध्य संबंध ज्ञात करेंगे।

विद्युत क्षेत्र E की उपस्थिति में धातु के प्रत्येक मुक्त इलेक्ट्रॉन पर बल eE कार्यकारी होगा जिनके कारण इलेक्ट्रॉन का त्वरण

$$a = \frac{eE}{m}$$

तथा सदिश रूप में $\vec{a} = -\dfrac{e\vec{E}}{m}$ तथा $\vec{E}$ के दिए मान के लिए यह नियत है।

यहाँ यह महत्वपूर्ण है कि यह त्वरण किसी इलेक्ट्रॉन को प्रभावी रूप से दो क्रमागत टक्करों के मध्य समयान्तराल के लिए ही त्वरित करता है इसका कारण यह है कि किसी इलेक्ट्रॉन की कंपनशील आयन से टक्कर के तुरंत बाद इलेक्ट्रॉन की अपवाह प्रवृति क्षणिक रूप से समाप्त हो जाती है तथा इसका वेग यदृच्छ किसी भी दिशा में हो जाता है। इस वेग का इलेक्ट्रॉन के पूर्व गति वृतांत से कोई सहसंबंध नहीं होता। दो क्रमागत टक्करों के बीच इलेक्ट्रॉनों द्वारा विद्युत क्षेत्र से त्वरित होने के कारण प्राप्त गतिज ऊर्जा टक्कर होने पर आयनों को स्थानातंरित हो जाती है।

माना किसी इलेक्ट्रॉन का प्रारंभिक वेग $\vec{u}$ है तथा आगामी टक्कर के तुरंत पहले (माना समय t पर) इसका वेग $\vec{v}$ है तो

$$\vec{v} = \vec{u} + \vec{a}t$$

से

$$\vec{v} = \vec{u} - \frac{e\vec{E}t}{m} \qquad \ldots(5.5)$$

उपर्युक्त समीकरण का धातु के समस्त मुक्त इलेक्ट्रॉनों के लिए औसत लेने पर

$$\langle \vec{v} \rangle = \langle \vec{u} \rangle - \frac{e\vec{E}}{m}\langle t \rangle \qquad \ldots(5.6)$$

प्राप्त होता है। राशि $\langle \vec{u} \rangle = 0$ है क्योंकि समस्त इलेक्ट्रॉनों के लिए औसत यदृच्छ वेगों का औसत मान शून्य है तथा टक्कर के तुरंत बाद इलेक्ट्रॉन द्वारा क्षेत्र से कोई ऊर्जा ग्रहण नहीं की गई है। साथ ही चूंकि t दो क्रमागत टक्करों के बीच मुक्त समय है अतः $\langle t \rangle$ दो क्रमागत टक्करों के लिए सभी इलेक्ट्रानों के लिए माध्य मुक्त समय τ के बराबर होगा। इस स्थिति में यदि $\langle \vec{v} \rangle = \vec{v}_d$ लिखा जाए जहाँ $\vec{v}_d$ इलेक्ट्रॉनों का माध्य अपवाह वेग है तो

$$\vec{v}_d = \frac{-e\vec{E}}{m}\tau \qquad \ldots(5.7)$$

तथा अपवाह चाल

$$v_d = \frac{eE}{m}\tau \qquad \ldots(5.8)$$

द्वारा दी जाती है। व्यापक रूप में किसी भी आवेश q जो विद्युत क्षेत्र में अपवाह गति करता है के लिए $v_d = \frac{q\tau}{m}E$ से दी जाएगी। यदि आवेश धनात्मक है तो $\vec{v}_d$, $\vec{E}$ की दिशा में तथा ऋणात्मक है तो $\vec{E}$ के विपरीत दिशा में होगा।

5.4.2 गतिशीलता (Mobility)

अपवाह वेग (चाल) के समीकरण के दक्षिण पक्ष में उपस्थित पद $\frac{e\tau}{m}$ में e तथा m नियतांक है तथा विश्रांतिकाल किसी धातु विशेष का अभिलक्षण होने से उस धातु के लिए नियतांक है अतः किसी दिए गए धात्विक चालक के लिए यह एक नियतांक होगा। इस नियतांक को दी गई धातु के लिए इलेक्ट्रॉन की गतिशीलता कहते हैं तथा μ से व्यक्त करते है तदानुसार

$$\vec{v}_d = -\mu\vec{E} \qquad \ldots(5.9)\ (\text{अ})$$

या

$$v_d = \mu E \qquad \ldots(5.9)\ (\text{ब})$$

जिससे स्पष्ट है कि किसी धातु के लिए $v_d \propto E$ अर्थात् अपवाह वेग परिमाण में (अथवा अपवाह चाल) आरोपित विद्युत क्षेत्र के समानुपाती है। साथ ही

$$\mu = \frac{e\tau}{m} = \frac{v_d}{E} \qquad \ldots(5.10)$$

(व्यापक रूप में किसी आवेश q के लिए $\mu = \frac{q\tau}{m}$)

अतः μ को प्रति एकांक विद्युत क्षेत्र के लिए अपवाह चाल के मान के रूप में भी परिभाषित किया जा सकता है। परिभाषा से यह एक धनात्मक राशि है जिसका मात्रक $\frac{m/s}{V/m} = m^2 s^{-1} V^{-1}$ होगा। दी गई दो धातुओं के लिए समान विद्युत क्षेत्र होने पर

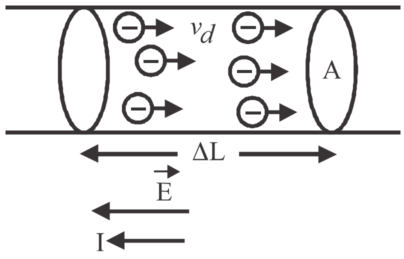
$$\frac{\mu_1}{\mu_2} = \frac{v_{d1}}{v_{d2}}$$

इससे स्पष्ट है कि जिस धातु में इलेक्ट्रॉन की अपवहन चाल अधिक है वहाँ इलेक्ट्रॉन की गतिशीलता भी अधिक होगी (तथा इसका विपरीत) अर्द्धचालकों से संबंधित गतिशीलता के बारे में हम अध्याय 16 में भी अध्ययन करेंगे।

5.4.3 अपवाह चाल तथा विद्युत धारा में संबंध (Relation Between Drift Speed and Electric Current)

अपवाह चाल की अवधारणा को समझने के बाद अब हम इसका उपयोग किसी चालक में प्रवाहित धारा ज्ञात करने के लिए करते हैं। मान लीजिए कि किसी धात्विक चालक में एकांक आयतन में मुक्त इलेक्ट्रॉनों की संख्या n है तथा इस चालक का काट क्षेत्रफल A है। यदि चालक पर विद्युत क्षेत्र आरोपित है तो मुक्त इलेक्ट्रॉन क्षेत्र के विपरीत दिशा में अपवाह करेंगे ऐसे समस्त इलेक्ट्रॉनों को समान अपवाह चाल v_d से गतिमान माना जा सकता है अब यदि इस चालक के किसी लंबाई अल्पांश ΔL पर विचार करें (चित्र 5.5) तो इस अल्पांश में आवेश वाहकों की संख्या $nA\Delta L$ है तथा इन आवेश वाहकों का कुल आवेश $(nA\Delta L)e$ है अर्थात्

$$\Delta Q = (nA\Delta L)e$$



चित्र 5.5 चालक में आवेश अपवाह

क्योंकि सभी आवेश वाहक तार के अनुदिश चाल v_d से चलते हैं अतः इस आवेश को तार से किसी काटक्षेत्र से गुजरने में लगा समय

$$\Delta t = \frac{\Delta L}{v_d}$$

परिभाषा से काटक्षेत्र से गुजरने वाली धारा

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{(nA\Delta L)e}{\Delta L / v_d}$$

या

$$I = nAev_d \qquad \ldots(5.11)$$

समीकरण (5.11) धारा तथा अपवाह वेग में संबंध व्यक्त करती है।

चूंकि $v_d = \mu E$, अतः समीकरण (5.11) को निम्नलिखित रूप में भी लिखा जा सकता है।

$$I = nAe\mu E \qquad \ldots(5.12)$$

यह समीकरण धारा तथा आवेशवाहक की गतिशीलता में संबंध व्यक्त करती है।

समीकरण (5.11) से किसी नियत धारा के लिए

$nAev_d =$ नियत

e नियतांक है तथा किसी दिए गए धात्विक चालक के लिए n नियत है। अतः किसी दिए गए धात्विक चालक के लिए नियत धारा होने पर

$Av_d =$ नियत

या $$A_1 v_{d1} = A_2 v_{d_2} \qquad \ldots(5.13)$$

अर्थात् किसी दिए गए चालक जो कि असमान काट क्षेत्र का है के लिए कम काट क्षेत्रफल के भाग में इलेक्ट्रॉन की अपवाह चाल अधिक तथा अधिक अनुप्रस्थ काट क्षेत्र के भाग में कम होती है।

5.4.4 अपवहन वेग तथा विभवांतर में सम्बन्ध (Relation Between Drift Velocity and Potential Difference)

अनुच्छेद 5.4.3 में दर्शाए अनुसार ℓ लंबाई के चालक में उत्पन्न विद्युत क्षेत्र होगा

$$E = \frac{V}{\ell} \qquad \ldots(5.14)$$

अतः समीकरण (5.8) से इलेक्ट्रॉनों का अपवहन वेग

$$v_d = \frac{eE}{m}\tau$$

E का मान रखने पर

$$v_d = \frac{eV}{ml}\tau = \frac{e\tau}{ml}V \qquad \ldots(5.15)$$

समीकरण (5.15) से स्पष्ट है चालक में मुक्त इलेक्ट्रॉनों का अपवहन वेग चालक पर आरोपित विभवांतर पर निर्भर करता है।

एवं $v_d \propto V$

यहाँ ध्यान रखना है कि किसी दिए गए चालक खण्ड के लिए इलेक्ट्रॉनों का अपवहन वेग चालक की लम्बाई पर निर्भर नहीं करता।

उदाहरण 5.1 एक पृष्ठ से गुजरने वाले आवेश Q पर का मान समय t पर निम्न प्रकार निर्भर करता है

$Q = 4t^3 + 5t + 6$ कूलॉम

तो $t = 1$ s पर पृष्ठ से प्रवाहित तात्क्षणिक धारा का मान ज्ञात कीजिये।

हल: तात्क्षणिक धारा

$$I = \frac{dQ}{dt} = \frac{d}{dt}(4t^3 + 5t + 6) = (12t^2 + 5)\,\text{A}$$

अतः $t = 1$ s पर विद्युत धारा

$$I = 12(1)^2 + 5 = 17A$$

उदाहरण 5.2 $1.0 \times 10^{-7}\,\text{m}^2$ अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल वाले ताँबे के तार में 1.5 A धारा प्रवाहित हो रही है। इसमें चालक इलेक्ट्रॉनों की औसत अपवाह चाल का आकलन कीजिए। मान लीजिए कि ताँबे का प्रत्येक परमाणु,धारा के प्रवाह में एक चालक इलेक्ट्रॉन का योगदान करता है। ताँबे का घनत्व 9.0×10^3 kg/m^3 है तथा इसका परमाणु द्रव्यमान 63.5 है।

हल: अपवाह चाल का मान है

$$v_d = \frac{I}{neA}$$

यहाँ $I = 1.5$ A,

$e = 1.6 \times 10^{-19}$ C.

$A = 1.0 \times 10^{-7}\,\text{m}^2$

n = ताँबे में इकाई आयतन में इलेक्ट्रॉनों की संख्या।

दिया है कि ताँबे का परमाणु द्रव्यमान 63.5 है एवं ताँबे का प्रत्येक परमाणु धारा प्रवाह में एक चालक इलेक्ट्रॉन का योगदान करता है अतः

63.5 gm ताँबे में परमाणुओं की संख्या

$= N_A = 6.0 \times 10^{23}$ (आवोगाद्रों संख्या)

1gm ताँबे में परमाणुओं की संख्या $= \dfrac{6.0\times10^{23}}{63.5}$

अतः इकाई आयतन में मुक्त इलेक्ट्रॉनों की संख्या

$$n = \frac{6.0\times10^{23}}{63.5\times10^{-3}}\times9\times10^3 = 8.5\times10^{28}\,m^{-3}$$

अतः अपवाह चाल का मान होगा–

$$v_d = \frac{1.5}{8.5\times10^{28}\times1.6\times10^{-19}\times1.0\times10^{-7}}$$

$= 1.10 \times 10^{-3}$ m / s

नोट: यदि इस चाल की तुलना चालक के अनुदिश विद्युत क्षेत्र की चाल जो विद्युत चुम्बकीय तरंगों की चाल 3×10^8m/sec होती है से की जाए तो यह ज्ञात होगा कि अपवहन चाल विद्युत क्षेत्र की चाल से बहुत ही कम है। साथ ही अपवाह चाल इलेक्ट्रॉनों की अनियमित उष्मीय चाल ($\sim10^6$ m / s) से भी बहुत कम है। 10^{-3} m / s की अपवाह चाल से चलने पर 1 m लंबे चालक तार के भीतर यह दूरी तय करने में लगभग 15 मिनट समय लगेगा। अब यह प्रश्न उठता है कि यदि चालक के भीतर इलेक्ट्रॉनों की अपवाह चाल इतनी कम है तो विद्युत स्विच से 1 m लंबे तार द्वारा जुड़े हुए बल्ब का स्विच ऑन करने पर बल्ब तुरंत ही क्यों प्रकाशित हो जाता है। यहाँ एक उदाहरण हमारी समस्या समाधान में सहायक हो सकता है। यदि एक लंबे रिक्त पाइप के एक सिरे को नल से जोड़ा जाए तो नल खोलने पर दूसरे सिरे से

पानी बाहर आने में कुछ समय लग सकता है पर यदि पाइप में पहले से ही पानी भरा है तो नल खोलने पर पानी तुरंत ही दूसरे सिरे से बाहर आ जाता है। इसका कारण यह है कि नल खोलते ही वहाँ के निकट के जल के दाब के कारण यह इसके अगले खंड पर स्थित पानी को धकेलता है जो अगले खंड के पानी को धकेलता है तथा इसी प्रकार आगे जब तक कि सिरे के निकट का पानी बाहर नहीं आ जाए।यहाँ पाइप में एक दाब तरंग चलती है जिसकी चाल पानी में ध्वनि की चाल के बराबर होती है इस कारण पानी तेजी से स्थायी प्रवाह दर प्राप्त करता है। इसी प्रकार स्विच आन करने पर तार के भीतर एक विद्युत क्षेत्र लगभग प्रकाश के वेग से स्थापित होता है तथा सम्पूर्ण तार में मुक्त इलेक्ट्रॉन लगभग तत्काल ही अपना अपवाह वेग प्राप्त कर लेते हैं। तार के किसी एक खंड के किसी एक सिरे से बाहर आ रहा आवेश इस खंड के दूसरे सिरे में प्रवेशित आवेश द्वारा प्रतिस्थापित होता हैं अतः स्विच ऑन करने के तत्काल बाद ही बल्ब में आवेश प्रवाह अर्थात् धारा स्थापित हो जाती है। इस प्रकार तार में धारा कुछ इलेक्ट्रॉनों के एक सिरे से दूसरे तक जाने के कारण नहीं बल्कि तार के सभी भागों में इलेक्ट्रॉनों के अपवाह के कारण है।

उदहारण 5.3 हाइड्रोजन परमाणु में एक इलेक्ट्रॉन किसी कक्षा में जिसकी त्रिज्या 5.3×10^{-11} m है, 2.2×10^{6} m / s की चाल से चक्कर लगा रहा है। औसत विद्युत धारा का मान ज्ञात कीजिये।

हल: कक्षा की त्रिज्या $r = 5.3 \times 10^{-11}$ m

इलेक्ट्रॉन की चाल $v = 2.2 \times 10^{6}$ m / s

इलेक्ट्रॉन पर आवेश $e = 1.6 \times 10^{-19}$C

इलेक्ट्रॉन की कक्षीय गति का आवर्तकाल

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\times3.14\times5.3\times10^{-11}}{2.2\times10^{6}}$$

$$= 15.13 \times 10^{-17} \text{ s}$$

अतः इलेक्ट्रॉन की कक्षीय गति के कारण उत्पन्न औसत विद्युत धारा

$$I = \frac{q}{T} = \frac{e}{T} = \frac{1.6\times10^{-19}}{15.13\times10^{-17}}$$

$$= 1.06 \times 10^{-3} \text{ A} = 1.06 \text{ mA}$$

5.5 ओम का नियम (Ohm's Law)

सन् 1828 में जर्मन वैज्ञानिक जी.एस.ओम ने प्रयोगों के आधार पर चालकों में धारा प्रवाह के लिए एक नियम प्रतिपादित किया जिसे उनके सम्मान में ओम का नियम कहा जाता है।

इस नियम के अनुसार यदि किसी चालक की भौतिक अवस्थाएँ (लम्बाई, ताप, पदार्थ की प्रकृति एवं अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल) नियत रहें तो चालक में प्रवाहित धारा I, चालक सिरों के मध्य विभवान्तर V के समानुपाती होती है।

अर्थात् $V \propto I$

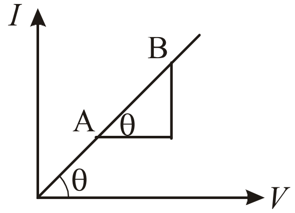
अथवा $V = RI$ . . . (5.16)

यहाँ आनुपातिक स्थिरांक R, चालक का प्रतिरोध कहलाता है।

अर्थात् $R = \dfrac{V}{I}$ . . . (5.17)

प्रतिरोध का S.I. मात्रक ओम है और यह प्रतीक Ω द्वारा निर्दिष्ट किया जाता है। यदि किसी चालक के सिरों पर 1 वोल्ट का विभवांतर लगाने पर उसमें एक एम्पियर की विद्युत धारा प्रवाहित होती है तो चालक का प्रतिरोध 1 ओम माना जाता है।

किसी चालक के सिरों पर आरोपित विभवांतर के विभिन्न मानों के लिए यदि विद्युत धारा के मान ज्ञात कर, उनके मध्य आरेख खींचा जाए तो यह मूल बिन्दु से चालित सरल रेखा प्राप्त होती है। (चित्र 5.6)



चित्र 5.6 ओम के नियम द्वारा V एवं I के मध्य आरेख सरल रेखा प्राप्त होती है

सरल रेखा का ढ़ाल (slope) का मान चालक के प्रतिरोध के व्युत्क्रम के बराबर होता है। अर्थात् –

$$\text{ढाल } (\tan\theta) = \frac{I}{V} = \frac{1}{R} \quad \ldots (5.18)$$

5.5.1 ओम के नियम की व्युत्पति (Deduction of Ohm's Law)

इस अध्याय के अनुभाग 5.4.3 में हम धातुओं के मुक्त इलेक्ट्रॉन मॉडल के संदर्भ में अपवाह चाल तथा विद्युत धारा में संबंध (समीकरण 5.11) देख चुके हैं जिसके अनुसार

$$I = nAev_d$$

अतः धारा घनत्व

$$J = \frac{I}{A} = nev_d \quad \ldots (5.19)$$

किन्तु समीकरण 5.7 में हमने देखा है कि

$$v_d = \frac{e\tau}{m}E$$

अतः

$$J = \frac{ne^2\tau}{m}E \quad \ldots (5.20)$$

इस समीकरण के दाएँ पक्ष में उपस्थित राशि $\dfrac{ne^2\tau}{m}$ में e, m नियतांक है तथा राशियाँ n व τ चालक के अभिलाक्षणिक है

अतः किसी समदैशिक एवं समांगी चालक के लिए राशि $\frac{ne^2\tau}{m}$ को नियतांक माना जा सकता है। इसे पदार्थ की चालकता कहा जाता है तथा σ से निरूपित किया जाता है अर्थात्

$$\text{चालकता } \sigma = \frac{ne^2\tau}{m} \qquad \ldots(5.21)$$

तब समीकरण (5.20) का स्वरूप निम्नलिखित हो जाता है

$$J = \sigma E$$

चूंकि $\vec{J}$ तथा $\vec{E}$ सदिश राशियाँ है अतः यह संबंध

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} \qquad \ldots(5.22)$$

भी लिखा जा सकता है इन समीकरणों के अनुसार किसी चालक पदार्थ की चालकता उस पदार्थ के भीतर उपस्थित विद्युत क्षेत्र पर अनाश्रित होती है तथा चालक में धारा घनत्व चालक में उपस्थित विद्युत क्षेत्र के समानुपाती होता है। समीकरण (5.22) को ओम के नियम का सूक्ष्म रूप (microscipc form) कहा जाता है तथा यह बहुत से चालक पदार्थ के लिए विद्युत क्षेत्र की लंबी परासों के लिए वैध होती है। अब हम इस समीकरण की ओम के नियम की औपचारिक परिभाषा समीकरण (5.16) से तुल्यता को देखते हैं।

माना कि हमारे पास ℓ लंबाई तथा एक समान काटक्षेत्र A का एक चालक है जिस के सिरों पर विभवान्तर V आरोपित किया गया है। (चित्र 5.7) तब चालक के भीतर विद्युत क्षेत्र $E = \frac{V}{\ell}$ है। यदि चालक में धारा I है तब $J = I/A$ है। J व E के इन मानों को समीकरण (5.22) में रखने पर

$$\frac{I}{A} = \sigma \frac{V}{\ell}$$

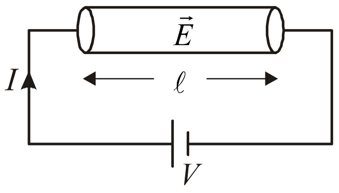
या

$$V = \frac{1}{\sigma}\frac{\ell}{A} I$$

$$= \left(\frac{\rho \ell}{A}\right) I \qquad \ldots(5.23)$$

जहाँ

$$\rho = \frac{1}{\sigma} = \frac{m}{ne^2\tau} \qquad \ldots(5.24)$$



चित्र 5.7 चालक में धारा प्रवाह

को पदार्थ की प्रतिरोधकता कहा जाता है। किसी दिए गए प्रतिदर्श के लिए ℓ व A नियत है तथा ρ पदार्थ का अभिलाक्षणिक है अतः

राशि $\frac{\rho\ell}{A}$ को नियतांक R मानने पर

$$V = IR \qquad \ldots(5.25\ \text{अ})$$

जहाँ

$$R = \frac{\rho \ell}{A} \qquad \ldots(5.25\ \text{ब})$$

ध्यान दीजिए कि समीकरण (5.25) वही है जो हमने ओम के नियम के कथन के संदर्भ में (पिछले अनुभाग में काम ली थी)। कभी–कभी इसे ओम के नियम का स्थूल रूप(macroscripic from) भी कहते हैं। स्थूल राशियाँ I, V तथा R बहुत उपयोगी है जहाँ हम चालकों पर प्रत्यक्ष विद्युतीय मापन करते हैं। ये राशियाँ सीधे मापक यंत्रों (meters) की सहायता से नापी जा सकती हैं। जब हम पदार्थों के मूलभूत विद्युतीय गुणों में रूचि रखते हैं तब सूक्ष्मस्तरीय राशियाँ E, σ व J उपयोगी होती हैं।

5.5.2 प्रतिरोधकता (Resistivity)

प्रयोगों से मापा गया है कि समांगी एवं समदैशिक चालक के लिए प्रतिरोध R लंबाई ℓ के समानुपाती तथा काट क्षेत्रफल A के व्युत्क्रमानुपाती होता है। अर्थात्

$$R \propto \frac{\ell}{A}$$

या

$$R = \frac{\rho \ell}{A}$$

यहाँ आनुपातिक स्थिरांक ρ चालक पदार्थ की प्रतिरोधकता (resitivity) कहलाता है यह पदार्थ का गुण है। यहाँ एक महत्वपूर्ण विभेदन आवश्यक है प्रतिरोध एक प्रतिदर्श का गुण है जबकि प्रतिरोधकता पदार्थ का गुण है। एक ही पदार्थ के दो प्रतिदर्शों के प्रतिरोध भिन्न हो सकते हैं जबकि इनकी प्रतिरोधकता समान होगी। इसी प्रकार से दो भिन्न पदार्थों की प्रतिरोधकताएँ भिन्न होने पर भी इनके दो प्रतिदर्शों के प्रतिरोध समान हो सकते हैं। ध्यातव्य है कि उपरोक्त समीकरण को हम ओम के नियम की व्युत्पत्ति में पहले ही देख चुके है। वहाँ हमने यह भी देखा था कि प्रतिरोधकता के लिए सूत्र

$$\rho = \frac{m}{ne^2\tau} \qquad \ldots(5.26)$$

लिखा जाता है। चूंकि राशियाँ n तथा τ पदार्थ के अभिलाक्षणिक गुण हैं अतः प्रतिरोधकता पदार्थ की प्रकृति पर निर्भर करती है साथ ही यह पदार्थ के ताप पर भी निर्भर करती है। प्रतिरोधकता को पदार्थ का विशिष्ट प्रतिरोध (specific resistance) भी कहा जाता है। समीकरण (5.25) से

$$\rho = \frac{RA}{\ell} \qquad \ldots(5.27)$$

अतः प्रतिरोधकता का मात्रक $\frac{\Omega m^2}{m} = \Omega\,\mathrm{m}$ (ohm - meter) होता है तथा इसकी विमा $\mathrm{M^1L^3T^{-3}A^{-2}}$ है। यदि चालक r त्रिज्या के बेलनाकार तार के रूप में है तो $A = \pi r^2$ तथा

$$\rho = \frac{RA}{\ell} = \frac{R\left(\pi r^2\right)}{\ell}$$

समीकरण (5.26) में $A = 1\,\mathrm{m}^2$ तथा $\ell = 1\,\mathrm{m}$ लें तो

$$\rho = R$$

अतः किसी पदार्थ की प्रतिरोधकता का मान आंकिक रूप से उस पदार्थ की एकांक लंबाई तथा एकांक काट क्षेत्रफल के प्रतिदर्श के प्रतिरोध के बराबर होता है यदि विद्युत धारा चालक के काटक्षेत्र के अभिलंबवत गुजर रही हों।

किसी पदार्थ की प्रतिरोधकता का व्युत्क्रम उसकी चालकता कहलाता है। चालकता का मात्रक $\mathrm{ohm^{-1}\,meter^{-1} = mho\,meter^{-1} = siemens\,meter^{-1}}$ एवं चालकता की विमा $\mathrm{M^{-1}L^{-3}T^3A^2}$ है।

सारणी 5.1 में विभिन्न पदार्थों की प्रतिरोधकता को दर्शाया गया है। सारणी से स्पष्ट है कि चालकों की प्रतिरोधकता $10^{-8}\Omega\ m$ से $10^{-6}\Omega\ m$ परिसर में होती है। इसके विपरीत सिरेमिक, रबर तथा प्लास्टिक जैसे विद्युतरोधी पदार्थों की प्रतिरोधकता $10^{16}\Omega\ m$ तक की कोटि की होती है। इन दोनों के मध्य जर्मेनियम, सिलिकॉन जैसे अर्द्धचालक हैं जो परम शून्य ताप पर विद्युत रोधी की तरह व्यवहार करते है। ताप बढ़ाने पर इनकी प्रतिरोधकता घटती है।

सारणी 5.1 कुछ पदार्थों की प्रतिरोधकता

पदार्थ	**प्रतिरोधकता** ρ (0 °C **पर** $\Omega\ m$ **में**)
चालक	
चाँदी (सिल्वर)	1.6×10^{-8}
ताँबा (कॉपर)	1.7×10^{-8}
एल्युमिनियम	2.7×10^{-8}
टंगस्टन	5.6×10^{-8}
लोहा (आयरन)	10×10^{-8}
प्लेटिनम	11×10^{-8}
पारा	98×10^{-8}
नाइक्रोम	100×10^{-8}
मैंगनीन	48×10^{-8}
अर्द्धचालक	
कार्बन (ग्रेफाइट)	3.5×10^{-5}
जर्मेनियम	0.60
सिलिकन	2300
विद्युतरोधी	
शुद्ध जल	2.5×10^{5}
काँच	$10^{10} - 10^{14}$
कठोर रबड़	10^{14}
लकड़ी	10^{8} से 10^{14}

5.6 विद्युत प्रतिरोध (Electric Resistance)

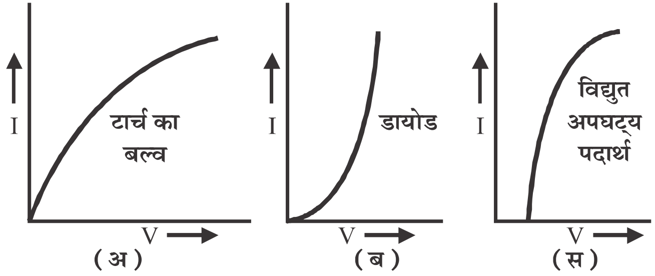
किसी चालक का वह गुणधर्म, जो चालक में विद्युत धारा प्रवाह का अवरोध करता है, विद्युत प्रतिरोध कहलाता है। हमने पढ़ा है कि प्रत्येक धात्विक चालक में मुक्त इलेक्ट्रॉन होते हैं जो चालक पर विभवांतर आरोपित करने पर चालक में यादृच्छिक गति करते हुए चालक के एक सिरे से दूसरे सिरे की ओर प्रवाहित होते हैं तथा चालक में विद्युत धारा प्रवाह का कारण बनते हैं। मुक्त इलेक्ट्रॉन अपनी गति में आयनों से टक्कर करते हैं तथा परमाणुओं से भी टक्कर करते हैं। इस प्रकार मुक्त इलेक्ट्रॉनों की गति में अवरोध उत्पन्न हो जाता है यह ही विद्युत प्रतिरोध है।

प्रतिरोध न केवल प्रतिदर्श के पदार्थ पर बल्कि प्रतिदर्श के विस्तार (लम्बाई, अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल) पर भी निर्भर करता है। इसके अतिरिक्त प्रतिरोध चालक पर विभवान्तर किस प्रकार आरोपित किया गया है उस पर भी निर्भर करता है। प्रतिरोध ताप पर निर्भर करता है। ऐसे प्रतिरोध जिनको कुछ वांछित मान का बनाया जाता है प्रतिरोधक (resistor) कहलाते है।

5.6.1 ओमीय एवं अन–ओमीय प्रतिरोध (Ohmic and Non Ohmic Resistance)

वे पदार्थ (या युक्ति) जो ओम के नियम का पालन करते हैं अर्थात् उनके लिए विभवांतर V तथा विद्युत धारा के मध्य आरेख मूल बिन्दु से पारित एक सरल रेखा प्राप्त होती है ओमीय (Ohmic) पदार्थ या युक्ति कहलाते हैं। ऐसे पदार्थों या युक्तियों के लिए इनसे धारा प्रवाह आरोपित विभवान्तर की ध्रुवता पर निर्भर नहीं करता।

विद्युत परिपथों में उपयोग में होने वाली कई युक्तियाँ एवं पदार्थ उपलब्ध हैं जिनके लिए ओम के नियम का पालन नहीं होता अर्थात् V एवं I की आनुपातिकता लागू नहीं होती ऐसे पदार्थ या युक्तियाँ अन–ओमीय (non Ohmic) कहलाते हैं। ऐसी युक्तियों के लिए वोल्टता एवं धारा के मध्य आरेख सरल रेखा न होकर वक्रीय प्राप्त होता है। इसके अतिरिक्त कुछ अनओमीय युक्तियों में विभवान्तर की ध्रुवता बदलने पर धारा पर प्रभाव पड़ता है। इनके कुछ उदाहरण निम्न हैं– निर्वात नलिका, अर्द्धचालक डायोड, विद्युत अपघटनी द्रव, ट्रांजिस्टर इत्यादि।



चित्र 5.8 ओमीय एवं अनओमीय व्यवहार

चित्र 5.8 (अ) में एक टार्च बल्ब का $V-I$ वक्र दर्शाया गया है। वक्र से स्पष्ट है कि यहाँ ओम के नियम का पालन नहीं हो रहा, क्योंकि बल्ब के तन्तु (filament) में प्रवाहित विद्युत धारा के मान में वृद्धि होने पर तन्तु के ताप में वृद्धि होने से तन्तु का प्रतिरोध भी बढ़ने लगता है जिससे V एवं I का अनुपात नियत नहीं रह पाता। चित्र 5.8 (ब) एवं 5.8 (स) क्रमशः अर्द्धचालक डायोड एवं विद्युत अपघटनी द्रव के लिए $V–I$ वक्र हैं, जिनसे स्पष्ट है कि इनमें भी ओम के नियम का पालन नहीं हो पाता।

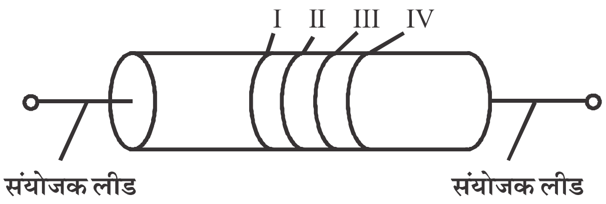
5.7 कार्बन प्रतिरोध एवं वर्ण कोड (Carbon Resistance and Colour Codes for Carbon Resistance)

घरेलू उपकरणों या प्रयोगशालाओं में प्रयोग होने वाले विद्युत परिपथों के कुछ विशेष मानों के प्रतिरोधकों का उपयोग किया जाता है। ये प्रतिरोधक मुख्यतः दो प्रकार के होते हैं– तार आबद्ध प्रतिरोधक तथा कार्बन प्रतिरोधक। तार आबद्ध प्रतिरोधक किसी मिश्र धातु जैसे मैंगनीन, कान्सटेन्टन, या नाइक्रोम आदि के बनाए जाते हैं। इन पदार्थों का प्रतिरोधकता ताप गुणांक कम होने से इनकी प्रतिरोधकता ताप से अपेक्षाकृत नगण्य प्रभावित होती है। इन पदार्थों से अधिक मान के प्रतिरोधक नहीं बनाए जा सकते, क्योंकि उसके लिए लम्बे तार की आवश्यकता होगी जो असुविधाजनक है। अतः उच्च मान के प्रतिरोध प्रायः कार्बन से बनाए जाते है। अतः इन्हें कार्बन प्रतिरोधक कहते हैं। ये आकार में सूक्ष्म तथा सस्ते पड़ते है। इनमें कार्बन को किसी उपयुक्त बंधनकारी(binding agent) की सहायता से बेलन के रूप में ढाला जाता है। बेलन के सिरों पर इसकी अक्ष के अनुदिश चालक तार से बनी एक–एक संयोजी लीड लगा दी जाती है जिससे इन्हें विद्युत परिपथ में जोड़ा जा सके।

किसी कार्बन प्रतिरोधक का मान निर्धारण के लिए बेलन पर चार समाक्ष रंगीन पट्टियाँ बनाई जाती हैं। प्रत्येक रंगीन पट्टिका का एक विशेष अर्थ होता है तथा प्रत्येक रंग का एक विशेष वर्ण कोड (colour code) होता है। इन्हें सारणी 5.2 में दर्शाया गया है

सारणी 5.2 प्रतिरोधक वर्ण कोड

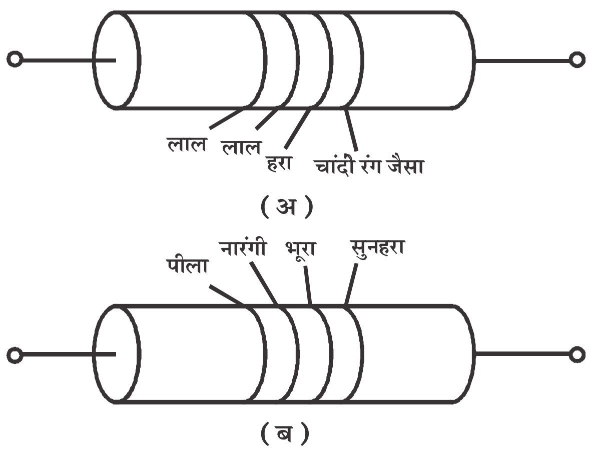
रंग	अंक	गुणक	सह्यता (%)
काला	0	1	
भूरा	1	10^1	
लाल	2	10^2	
नारंगी	3	10^3	
पीला	4	10^4	
हरा	5	10^5	
नीला	6	10^6	
बैंगनी	7	10^7	
धूसर (ग्रे)	8	10^8	
सफेद	9	10^9	
सुनहरा		10^{-1}	5
चाँदी रंग का		10^{-2}	10
वर्णहीन			20



चित्र 5.9 कार्बन प्रतिरोध

बेलन के सिरे से पहली दो पट्टिकायें ओम में प्रतिरोध के पहले दो सार्थक अंकों को व्यक्त करती है। तीसरी पट्टिका दशमलव गुणक को व्यक्त करती है। अंतिम चौथी पट्टिका सह्यता प्रतिशत (tolerence percentage) अर्थात कार्बन प्रतिरोधक के सांकेतिक मान में संभावित प्रतिशत विचरण को व्यक्त करती है। कभी–कभी यह अंतिम पट्टिका नहीं होती है तब इसका आशय यह है कि सह्यता 20% है।

चित्र 5.10 (अ) तथा 5.10 (ब) के लिए वर्ण कोड से गणना करने पर प्रतिरोधकों के मान क्रमशः $22\times10^5\Omega\pm10\%$ तथा $(43\times10^1\Omega)\pm5\%$ होंगे।



(अ)

(ब)

चित्र 5.10 कार्बन प्रतिरोध

उदाहरण 5.4 एक धातु के तार की लम्बाई ℓ मीटर और अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल A वर्गमीटर है। ज्ञात कीजिये कि यदि तार की लम्बाई खींचकर दुगुनी कर दी जाए तो इसके प्रतिरोध में कितने प्रतिशत वृद्धि होगी।

हलः चूंकि तार की लम्बाई ℓ एवं अनुप्रस्थ काट A है अतः तार का प्रतिरोध होगा

$$R=\rho\frac{\ell}{A}$$

यदि तार की लम्बाई खींचकर दुगुनी कर दी जाए तो उसके अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल में कमी आएगी परन्तु तार का द्रव्यमान अपरिवर्तित रहेगा। यदि तार का घनत्व d हो तो

$$A\ell d=A'(2\ell)d$$

$$\Rightarrow \qquad A' = \frac{A}{2}$$

यहाँ A' = नवीन अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल है।
अतः नया प्रतिरोध होगा

$$R' = \frac{\rho(2\ell)}{A'} = \frac{\rho(2\ell)}{A/2} = 4\frac{\rho\ell}{A} = 4R$$

अतः प्रतिरोध में प्रतिशत वृद्धि

$$= \frac{R'-R}{R}\times 100\%$$

$$= \frac{4R-R}{R}\times 100\% \; = 300\%$$

उदाहरण 5.5 एक कार्बन प्रतिरोधक का मान $62\times10^{3}\Omega$ है तथा सह्यता 5% है। इसके वर्ण कोड के मान क्रम से लिखिये।

हलः $R = (62\times10^{3}\Omega)\pm 5\%$

वर्ण कोड के नियम से कार्बन प्रतिरोधक पर क्रमशः नीली, लाल, नारंगी तथा सुनहरी पट्टियाँ होंगी।

उदाहरण 5.6 $X = 4\Omega$ एवं $Y = 48\times10^{-8}\Omega \;\; m$ के चालकों की लम्बाई आधी करने पर X एवं Y के संगत मान लिखिए।

हलः प्रश्न में X प्रतिरोध एवं Y प्रतिरोधकता है। लम्बाई आधी करने पर प्रतिरोध आधा अर्थात् $X' = 2\Omega$ हो जाएगा प्रतिरोधकता का मान अपरिवर्तित रहेगा। अतः Y का नया मान भी $Y' = 48\times10^{-8}\Omega\times m$ होगा।

उदाहरण 5.7 टंगस्टन तार, जिसकी लम्बाई व काट क्षेत्रफल क्रमशः 1.5 m व 0.60×10^{-6} m^2 है, के सिरों के मध्य 0.90 V का विभवांतर आरोपित किया गया है। तार में प्रवाहित विद्युत धारा का मान ज्ञात कीजिए। टंगस्टन की प्रतिरोधकता $5.6\times10^{-8}\Omega \;\; m$ है।

हलः यहाँ तार की लम्बाई $\ell = 1.5\,m$

काट क्षेत्रफल $A = 0.60\times10^{-6}\,m^2$

प्रतिरोधकता $\rho = 5.6\times10^{-8}\Omega \;\; m$

अतः तार का प्रतिरोध

$$R = \rho\frac{\ell}{A} \text{ से}$$

$$R = \frac{5.6\times10^{-8}\times1.5}{0.60\times10^{-6}}\Omega$$

या $R = 0.14\,\Omega$

ओम के नियम से तार में विद्युत धारा

$$I = \frac{V}{R} = \frac{0.90}{0.14} = 6.43\text{ A}$$

5.8 प्रतिरोध एवं प्रतिरोधकता पर ताप का प्रभाव (Effect of Temperature on Resistance and Resistivity)

पदार्थों की प्रकृति के अनुसार उनकी प्रतिरोधकता पर ताप का प्रभाव भिन्न–भिन्न होता है।

(अ) धात्विक चालकों के लिए (For Metolic Conductors)

हम पिछले अनुच्छेदों में पढ़ चुके हैं कि चालकों की प्रतिरोधकता $\rho = \dfrac{m}{ne^2\tau}$ से दी जाती है। इस सम्बन्ध में m (इलेक्ट्रॉन का द्रव्यमान) तथा मुक्त इलेक्ट्रॉनों का संख्या घनत्व n किसी पदार्थ के लिए नियत माने जाते हैं, परन्तु ताप में वृद्धि होने पर चालकों के जालक के कंपनों का आयाम तथा मुक्त इलेक्ट्रॉनों की टक्करों की आवृत्ति बढ़ जाती है जिसके फलस्वरूप विश्रांतिकाल τ का मान घट जाता है। अतः चालक की प्रतिरोधकता का मान बढ़ जाता है एवं चालकता घट जाती है। यदि किसी चालक के लिए $0°C$ एवं अल्प ताप $t°C$ पर प्रतिरोधकता क्रमशः ρ_0 एवं ρ_t है तो इनमें सन्निकट सम्बन्ध होगा

$$\rho_t = \rho_0(1+\alpha t) \qquad \ldots(5.28)$$

यहाँ α एक नियतांक है जिसे पदार्थ का प्रतिरोधकता ताप गुणांक कहते है, यह पदार्थ की प्रकृति पर निर्भर करता है। कुछ पदार्थों के लिए α के मान सारणी 5.3 में दिए गए हैं। धातुओं के लिए α का मान धनात्मक होता है।

सारणी 5.3 विभिन्न पदार्थों के प्रतिरोधकता ताप गुणांक

पदार्थ	**प्रतिरोधकता ताप गुणांक** $(^{o}C)^{-1}$
A. चालक	
(a) धातुएँ	
चाँदी	4.1×10^{-3}
ताँबा	3.9×10^{-3}
एल्यूमिनियम	4.3×10^{-3}
टंगस्टन	4.5×10^{-3}
लोहा	6.5×10^{-3}
प्लेटिनम	3.9×10^{-3}
पारा	0.9×10^{-3}
(b) मिश्र धातुएँ	
नाइक्रोम	0.4×10^{-3}
मैंगेनीन	0.002×10^{-3}
कॉन्सटेन्टन	0.001×10^{-3}
B. अर्धचालक	
कार्बन	− 0.0005
जरमेनियम	− 0.05
सिलिकन	− 0.07

उपर्युक्त समीकरण (5.28) से प्रतिरोधकता ताप गुणांक होगा

$$\alpha = \frac{\rho_t - \rho_0}{\rho_0 t} = \frac{\Delta\rho}{\rho_0 t} \qquad \ldots (5.29)$$

समीकरण 5.29 से α की विमा t^{-1} है। इस समीकरण से हम कह सकते हैं कि प्रतिरोधकता ताप गुणांक चालक के ताप में इकाई परिवर्तन करने पर प्रतिरोधकता ताप गुणांक परिवर्तन के भिन्नयांश $\left(\frac{\Delta\rho}{\rho_0}\right)$ के तुल्य होती है। प्रतिरोधकता का मात्रक प्रति °C है।

प्रतिरोधकता के समान ही प्रतिरोध की ताप पर निर्भरता को भी हम निम्न समीकरण से व्यक्त कर सकते हैं–

$$R_t = R_0\left(1+\alpha t\right) \qquad \ldots (5.30)$$

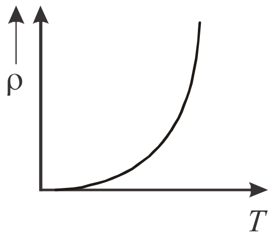
यदि चालक के ताप में परिवर्तन Δt हो तो प्रतिरोधकताओं एवं प्रतिरोधों के तुल्य मान निम्न होंगे

$$\rho_{t_2} = \rho_{t_1}(1+\alpha\Delta t) \qquad \ldots (5.31)$$

एवं $$R_{t_2} = R_{t_1}(1+\alpha\Delta t) \qquad \ldots (5.32)$$

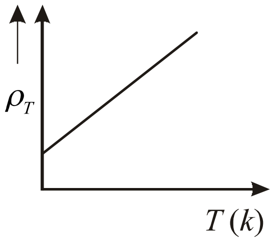
यहाँ t_1 तथा t_2 क्रमशः प्रारम्भिक एवं अंतिम ताप हैं।

यदि धातुओं के लिए प्रतिरोधकता एवं ताप के मध्य आलेख खींचा जाए तो यह लगभग एक सरल रेखा होती है। किन्तु न्यून ताप पर (चित्र 5.11) में दर्शाए अनुसार ग्राफ एक सरल रेखा से काफी विचलित हो जाता है।



चित्र 5.11 चालक की प्रतिरोधकता अल्प ताप पर

कुछ पदार्थों जैसे नाइक्रोम जो 80% निकिल तथा 20% क्रोमियम की मिश्र धातु है, आदि की ताप पर निर्भरता बहुत कम होती है, एवं प्रतिरोधकता अत्यधिक होती है, इसलिए इनका उपयोग तार आबद्ध मानक प्रतिरोधों के निर्माण में व्यापक रूप से किया जाता है। चित्र 5.12 में इनके लिए ρ_T एवं T के रूप में आलेख दर्शाया गया है।



चित्र 5.12 उच्च ताप पर चालकता

(ब) विद्युतरोधी पदार्थों के लिए (For Insulators)

इन पदार्थों की ताप बढ़ाने पर इनकी प्रतिरोधकता चरघातंकी रूप से कम होती जाती है और ताप घटाने पर यह बढ़ती है तथा लगभग परमशून्य ताप पर प्रतिरोधकता काफी अधिक हो जाती है अर्थात् परमशून्य ताप पर वैद्युतरोधी पदार्थों की चालकता का मान लगभग शून्य हो जाता है। इन पदार्थों के लिए प्रतिरोधकता की ताप पर निर्भरता की निम्न सूत्र से व्यक्त करते हैं

$$\rho = \rho_0 e^{E_g/2K_BT} \qquad \ldots (5.33)$$

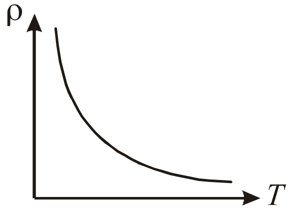
यहाँ K_B = वोल्टजमान नियतांक

T = केल्विन में पदार्थ का ताप

E_g = चालक बैण्ड एवं संयोजकता बैण्ड के मध्य ऊर्जा अंतराल है।

(स) अर्द्धचालकों के लिए (For Semi-Conductors)

ताप बढ़ने पर अर्द्धचालकों में सहसंयोजी बन्ध तेजी से टूटते हैं, अतः धारा वाहकों इलेक्ट्रॉन एवं कोटर (Hole) की संख्या में चरघातांकी रूप से वृद्धि होती है, जिसके फलस्वरूप ताप में वृद्धि करने पर इन पदार्थों को प्रतिरोधकता में कमी होती है तथा चालकता में वृद्धि होती है। इन पदार्थों का प्रतिरोधकता ताप–गुणांक α ऋणात्मक होता है। इनके लिए प्रतिरोधकता एवं ताप की निर्भरता आरेख (चित्र 5.13) में दर्शायी गई है



चित्र 5.13 अर्द्धचालकों की चालकता

उदाहरण 5.8 प्लेटिनम प्रतिरोध तापमापी के प्लेटिनम के तार का प्रतिरोध हिमांक पर 5 Ω तथा भाप बिन्दु पर 5.23 Ω है। जब तापमापी को किसी तप्त–ऊष्मक में प्रवेश कराया जाता है तो प्लेटिनम के तार का प्रतिरोध 5.795 Ω हो जाता हे। ऊष्मक का ताप ज्ञात कीजिए।

हल: $R_0 = 5\Omega$, $R_{100} = 5.23\Omega$

तथा $R_t = 5.795\Omega$

क्योंकि $R_t = R_0(1+\alpha t)$

दिए गए तथ्यों से

$$R_{100} = R_0[1+\alpha 100]$$

या $$R_{100} - R_0 = R_0\,\alpha \times 100 \qquad \ldots (i)$$

इसी प्रकार यदि ऊष्मक का ताप t है तो

$$R_t = R_0(1+\alpha t) \text{ से}$$

$$R_t = R_0 + R_0\alpha t$$

या $$R_t - R_0 = R_0\alpha t \qquad \ldots (ii)$$

समीकरण (ii) में (i) का भाग देने पर

$$t=\frac{R_t-R_0}{R_{100}-R_0}\times100$$

$$t=\frac{5.795-5}{5.23-5}\times100$$

$$t=\frac{0.795}{0.23}\times100=345.65°C$$

उदाहरण 5.9 एक प्लेटिनम प्रतिरोध तापमापी, जिसकी सहायता से प्रतिरोध में परिवर्तन ज्ञात कर ताप का मान ज्ञात किया जाता है, का 20 °C पर प्रतिरोध 50 Ω है। जब तापमापी को एक पात्र (जिसमें चांदी गलन बिन्दु पर है) में रखा जाता है, तो इसके प्रतिरोध का मान बढ़कर 80 Ω हो जाता है। यह मानते हुए कि इस ताप परास में प्रतिरोध का मान रेखीय परिवर्तन होता है चांदी के गलन बिन्दु का मान ज्ञात कीजिये। (चांदी के लिए प्रतिरोध ताप गुणांक $\alpha=3.8\times10^{-3}\,°C^{-1}$ है)

हलः सीमित ताप परास के लिए $t_2°C$ पर धातु का प्रतिरोध

$$R_{t_2}=R_{t_1}(1+\alpha\Delta t)$$

यहाँ $\Delta t=$ ताप में वृद्धि है। $t_2°C=$ अंतिम ताप,

$t_1°C=$ प्रारम्भिक ताप

दिया है, $\alpha=3.8\times10^{-3}\,°C^{-1}$, $R_t=80\Omega$, $R_0=50\Omega$

उपर्युक्त सूत्र से ताप में वृद्धि

$$\Delta t=\frac{R_t-R_0}{\alpha R_0}=\frac{80-50}{3.8\times10^{-3}\times50}$$

$$=\frac{3\times10^3}{19}$$

या $t_2-t_1=157.9°C$

या $t_2=t_1+157.9°C$

या $t_2=20°C+157.9°C=177-9°c$

अतः चांदी का गलन बिन्दु $=177.9°C$ है।

5.8.1 अति चालकता (Super Conductivity)

कुछ धातुओं एवं मिश्र धातुओं में यह पाया जाता है कि एक निश्चित ताप पर उनकी प्रतिरोधकता का मान असामान्य रूप से तेजी से घटकर शून्य हो जाता है, ऐसे पदार्थों को अतिचालक पदार्थ एवं इस गुण को अतिचालकता कहते हैं। जिस ताप पर यह घटना होती है उसे पदार्थ का क्रांतिक ताप (critical temparature) कहते हैं।

अति चालकता की परिघटना को सर्वप्रथम सन् 1911 में डच भौतिक शास्त्री कामर्लिंग ऑनेस ने पारे को 4.2 K ताप पर ठण्डा करके प्रेक्षित किया था। अतिचालकता की अवस्था में पदार्थ के भीतर चुम्बकीय क्षेत्र भी शून्य हो जाता है जिसे मेसनर प्रभाव (Messner effect) कहते हैं।

अति चालकता की परिघटना बहुत ही अल्प तापों पर (10 K से 0.1 K तक) होती है। हालांकि अब कुछ उच्च तापों पर भी (90 K) अतिचालक पदार्थ खोजे जा चुके है। वैज्ञानिक सामान्य ताप परमें अतिचालक पदार्थ की खोज में लगे हैं जिससे ऊर्जा व्यय की समस्या से छुटकारा पाया जा सके। अतिचालकों का उपयोग–अधिक चुम्बकीय क्षेत्र (जैसे 10 टेसला) वाले चुम्बक, जिन्हें अतिचालक चुम्बक कहते हैं, बनाने में, छोटे एवं अधिक दक्ष ट्रांसफार्मर, मोटर विद्युत जनित्र बनाने, ऊर्जा संचरण तथा सुपर कम्प्यूटर्स बनाने में हो सकता है।

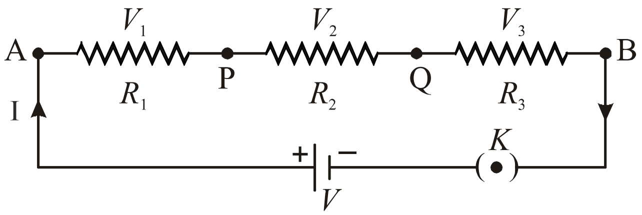
5.9 प्रतिरोधों का श्रेणी एवं समान्तर क्रम संयोजन (Series and Parallel Combination of Resistances)

विभिन्न विद्युत परिपथों में आवश्यकतानुसार विद्युत धारा प्राप्त करने के लिए उपलब्ध मान के प्रतिरोधों से भिन्न मान के प्रतिरोध की आवश्यकता होती है। अतः उपलब्ध प्रतिरोधों को परस्पर संयोजित कर आवश्यक मान का प्रतिरोध सामान्यतः प्राप्त कर लिया जाता है। प्रतिरोध संयोजन की सामान्यतः मुख्य विधियाँ दो हैं

श्रेणीक्रम संयोजन तथा समान्तर क्रम संयोजन 1 कभी–कभी प्रतिरोधों को मिश्रित क्रम संयोजन (mixed combination) में भी जोड़ा जाता है इस क्रम में कुछ प्रतिरोध श्रेणीक्रम में तथा कुछ अन्य प्रतिरोध समान्तर क्रम में जोडे जाते हैं। प्रतिरोधों के संयोजन से प्राप्त वह प्रतिरोध जिससे परिपथ की धारा एवं जोडे गए बिन्दुओं के मध्य विभवांतर अपरिवर्तित रहे संयोजन का तुल्य प्रतिरोध कहलाता है।

5.9.1 श्रेणीक्रम संयोजन (Series Combination)

दो या दो से अधिक प्रतिरोधों का ऐसा संयोजन जिसमें प्रत्येक प्रतिरोध में समान विद्युत धारा प्रवाहित होती है, श्रेणीक्रम संयोजन कहलाता है। इस संयोजन में प्रत्येक प्रतिरोध का दूसरा सिरा अगले वाले प्रतिरोध के पहले सिरे से जोड़ते हैं।



चित्र 5.14 श्रेणीक्रम संयोजन

चित्र 5.14 में तीन प्रतिरोध R_1, R_2 एवं R_3 दो अंत्य बिन्दुओं A एवं B के मध्य श्रेणीक्रम में जुड़े है। संयोजन में

प्रवाहित विद्युत धारा I है। प्रतिरोधों पर विभवांतर क्रमशः V_1, V_2 एवं V_3 है तो ओम के नियम से

$$V_1 = I R_1,\ V_2 = I R_2 \text{ तथा } V_3 = IR_3$$

यदि परिपथ में अंत्य बिन्दुओं A एवं B के मध्य आरोपित विभवांतर V हो तो

$$V = V_1 + V_2 + V_3$$

अथवा $V = IR_1 + IR_2 + IR_3$

अथवा $V = I(R_1 + R_2 + R_3)$ . . . (5.34)

यदि संयोजन का तुल्य प्रतिरोध R_{eq} है तो

$$V = IR_{eq} \quad \text{. . . (5.34अ)}$$

समीकरण 5.34 एवं 5.34(अ) की तुलना करने पर

$$IR_{eq} = I(R_1 + R_2 + R_3)$$

या $R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3$ . . . (5.35)

अर्थात् श्रेणी संयोजन का तुल्य प्रतिरोध संयोजन में प्रयुक्त प्रतिरोधों के योग के बराबर होता है। यदि n प्रतिरोधों को श्रेणीक्रम में जोड़ा जाए तो

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + \text{..........} + R_n$$

यदि समान मान R के n प्रतिरोधों को श्रेणीक्रम में जोड़ा जाए तो

$$R_{eq} = R + R + \text{.......} n \text{ पदों तक}$$

या $R_{eq} = nR$ . . . (5.36)

इस प्रकार प्रतिरोधों के श्रेणीक्रम संयोजन की निम्न विशेषतायें होती है–

(i) सभी प्रतिरोधों में प्रवाहित विद्युत धारा समान होती है।

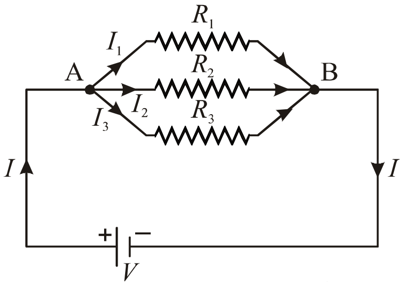
(ii) परिपथ का परिणामी विभवांतर पृथक–पृथक प्रतिरोधों के सिरों पर विभवांतर का योग होता है।

(iii) तुल्य प्रतिरोध का मान संयोजन में जोड़े गए किसी भी एक प्रतिरोध के मान से अधिक होता है।

5.9.2 समान्तर संयोजन (Parallel Combination)

दो या दो से अधिक प्रतिरोधों का ऐसा संयोजन, जिसमें प्रत्येक प्रतिरोध के सिरों पर विभवांतर का मान एक समान हो, प्रतिरोधों का समान्तर क्रम संयोजन कहलाता है। इस संयोजन में सभी प्रतिरोधों के एक सिरे आपस में जुड़े होते हैं तथा इसी तरह दूसरे सिरे भी आपस में जुड़े होते हैं।

चित्र 5.15 में R_1, R_2 तथा R_3 मान के तीन प्रतिरोध समान्तर क्रम में संयोजित किए गए है।



चित्र 5.15 समान्तर क्रम संयोजन

इस संयोजन में अंत्य बिन्दु A एवं B हैं। प्रत्येक प्रतिरोध के एक सिरे को बिन्दु A से तथा दूसरे सिरे को बिन्दु B से जोड़ा गया है। बिन्दु A एवं B के मध्य V विभवांतर की बैटरी जोड़ी गई है। इस संयोजन में प्रत्येक प्रतिरोध के सिरों पर विभवांतर V समान रहेगा। परिपथ में मुख्य विद्युत धारा I है, बिन्दु A पर विभिन्न प्रतिरोधों में इसका वितरण इस प्रकार हो जाता है कि प्रत्येक प्रतिरोध के सिरों पर विभवांतर V ही रहे। यदि R_1, R_2 एवं R_3 में प्रवाहित विद्युत धाराएँ क्रमशः I_1, I_2 तथा I_3 हैं तो

$$I = I_1 + I_2 + I_3 \quad \text{. . . (5.37)}$$

ओम के नियम से

$$V = I_1 R_1 = I_2 R_2 = I_3 R_3$$

अतः $I_1 = \dfrac{V}{R_1},\ I_2 = \dfrac{V}{R_2},\ I_3 = \dfrac{V}{R_3}$

ये मान समीकरण 5.37 मे रखने पर

$$I = V\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right) \quad \text{. . . (5.38)}$$

यदि संयोजन का तुल्य प्रतिरोध R_{eq} है तो

$$I = \frac{V}{R_{eq}}$$

समीकरण (5.38) से तुलना करने पर

$$\frac{V}{R_{eq}} = V\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right)$$

या $\dfrac{1}{R_{eq}} = \dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2} + \dfrac{1}{R_3}$ . . . (5.39)

"इस प्रकार प्रतिरोधों के समान्तर क्रम संयोजन में तुल्य प्रतिरोध का व्युत्क्रम, संयोजन में जोड़े गए सभी प्रतिरोधों के व्युत्क्रमों के योग के समान होता है।"

यदि n प्रतिरोधों को समान्तर क्रम में जोड़ा गया है तो

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \text{.....} + \frac{1}{R_n} \quad \text{. . . (5.40)}$$

यदि समान मान R के n प्रतिरोधों को समान्तर क्रम में जोड़ा गया है तो

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \text{.....} n \text{ पदों तक} \quad \frac{1}{R_{eq}} = \frac{n}{R}$$

अतः $R_{eq} = \dfrac{R}{n}$ . . . (5.41)

प्रतिरोधों के समान्तर क्रम संयोजन की विशेषतायें

(i) प्रत्येक प्रतिरोध के सिरों पर विभवांतर समान रहता है।

(ii) यदि R_1, R_2, R_n मान के प्रतिरोध जहाँ

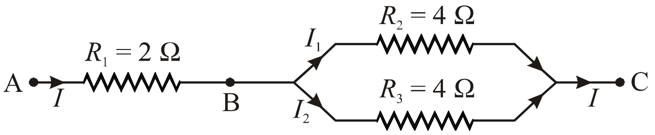
$$R_1 > R_2 > ..... > R_n$$

है तो इनमें बहने वाली विद्युत धाराओं का मान

$I_1 < I_2 < I_3 ..... < I_n$ होगा।

(iii) इस संयोजन में तुल्य प्रतिरोध का मान, संयोजन में जोड़े गए निम्नतम प्रतिरोध से भी कम होता (lesser than the least) है।

उदाहरण 5.10 चित्र में दर्शाए गए विद्युत परिपथ में बिन्दु A एवं C के मध्य तुल्य प्रतिरोध ज्ञात करो।



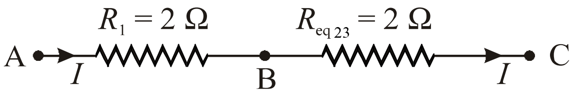
हल: चित्र में R_2 तथा R_3 समान्तर क्रम में जुड़े हैं, अतः हम इन्हें बिन्दु B एवं C के मध्य एक तुल्य प्रतिरोध R_{eq} से प्रतिस्थापित कर सकते हैं।

यहाँ $$\frac{1}{R_{eq_{23}}} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

से $$R_{eq_{23}} = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}$$

या $$R_{eq_{23}} = \frac{4\times4}{4+4} = \frac{16}{8} = 2\Omega$$

अतः उपर्युक्त परिपथ का तुल्य परिपथ निम्न होगा

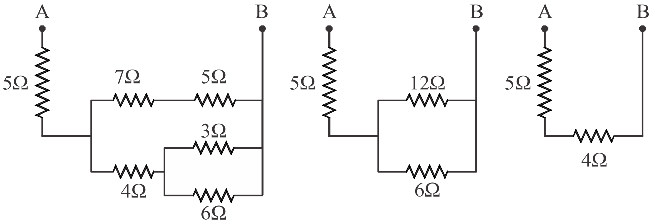


इस चित्र में R_1 तथा Req_{23} श्रेणीक्रम में है, अतः इनका तुल्य प्रतिरोध होगा–

$$R_{eq_{13}} = R_1 + R_{eq_{23}} = 2\Omega + 2\Omega$$

$$R_{eq^{23}} = 4\Omega$$

उदाहरण 5.11 चित्र में दर्शाए गए संयोजन का बिन्दु A व B के मध्य तुल्य प्रतिरोध ज्ञात करो।



हल: सर्वप्रथम सबसे कम संख्या वाले समान्तर क्रम संयोजन जिसमें 3 Ω एवं 6 Ω के प्रतिरोधक जुड़े हैं का तुल्य प्रतिरोध ज्ञात करते हैं। इसका मान

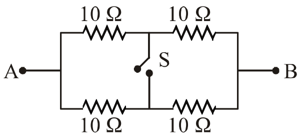
$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \text{ से } R_{eq} = \frac{3\times6}{3+6} = 2\Omega \text{ है।}$$

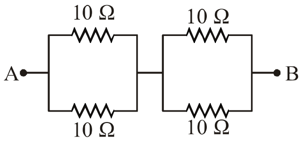
अब 2 Ω का यह तुल्य प्रतिरोध, 4 Ω के प्रतिरोध से श्रेणीक्रम में जुड़ा है अतः इस संयोजन का तुल्य प्रतिरोध 6 Ω होगा। इस प्रकार दिए गए संयोजन का सरलीकृत परिपथ (ब) के अनुरूप होगा। इस संयोजन में 6 Ω एवं 12 Ω के प्रतिरोध समान्तर क्रम में जुड़े हैं, जिनका तुल्य प्रतिरोध

$$R^{l}_{eq} = \frac{6\times12}{6+12} = 4\Omega \text{ होगा।}$$

इस प्रकार दिए गए संयोजन का नया सरलीकृत परिपथ (स) प्राप्त होगा। इस परिपथ में 5 Ω तथा 4 Ω के प्रतिरोध श्रेणीक्रम में जुड़े है। अतः दिए गए संयोजन का कुल प्रतिरोध $4\Omega + 5\Omega = 9\Omega$ होगा।

उदाहरण 5.12 चित्र में दिए गए संयोजन का बिन्दु A एवं B के मध्य तुल्य प्रतिरोध ज्ञात करो जबकि (अ) स्विच S खुला हो (ब) स्विच S बन्द हो।





हल: (अ) जब स्विच S खुला होता है तो चित्र (अ) के अनुसार ऊपरी शाखा के प्रतिरोध श्रेणीक्रम में एवं नीचे की शाखा के प्रतिरोध भी आपस में श्रेणीक्रम में होंगे। इस प्रकार प्रत्येक शाखा का प्रतिरोध 20 Ω होगा। ये प्रतिरोध परस्पर समान्तर क्रम में होंगे। अतः संयोजन का तुल्य प्रतिरोध

$$R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

से $$R_{eq} = \frac{20\times20}{20+20} = 10\Omega \text{ होगा।}$$

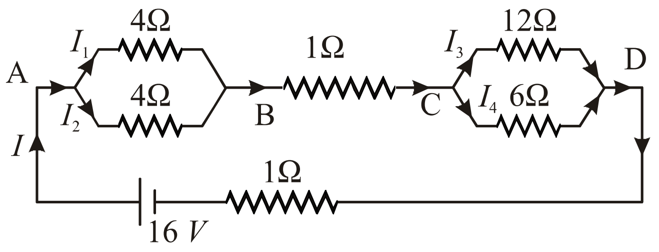
जब स्विच S बन्द हो तो बांई ओर के 10 Ω के प्रत्येक प्रतिरोध समान्तर क्रम में होगें एवं दांयी ओर के दोनों प्रतिरोध भी समान्तर क्रम में होंगे (चित्र (ब) के अनुसार) इस संयोजन में प्रत्येक भाग का प्रतिरोध 5 Ω होगा। ये दोनों 5 Ω के प्रतिरोध श्रेणीक्रम में होंगे। अतः संयोजन का तुल्य प्रतिरोध 10 Ω होगा।

उदाहरण 5.13 चित्र में दर्शाए अनुसार 1 Ω आंतरिक प्रतिरोध की 16 V की एक बैटरी से प्रतिरोधों के एक नेटवर्क को जोड़ा गया है।

(अ) नेटवर्क का तुल्य प्रतिरोध ज्ञात कीजिये।

(ब) प्रत्येक प्रतिरोध में धारा का मान ज्ञात कीजिये।

(स) विभव पात V_{AB}, V_{BC} तथा V_{CD} ज्ञात कीजिये।



हल: (अ) A तथा B के मध्य 4 Ω एवं 4 Ω समान्तर क्रम में जुड़े हैं, इस संयोजन का तुल्य प्रतिरोध होगा।

$$R_{AB} = \frac{4\times4}{4+4} = 2\Omega$$

इसी प्रकार C एवं D के मध्य तुल्य प्रतिरोध होगा

$$R_{CD} = \frac{12\times6}{12+6} = 4\Omega$$

नेटवर्क का तुल्य प्रतिरोध होगा–

$$R = R_{AB} + R_{BC} + R_{CD}$$
$$= 2\Omega + 1\Omega + 4\Omega$$
$$= 7\Omega$$

(ब) परिपथ में कुल धारा

$$I = \frac{\text{कुल विद्युत वाहक बल}}{\text{कुल प्रतिरोध}}$$

$$= \frac{\varepsilon}{R+r} = \frac{16V}{(7+1)\Omega} = 2A$$

यहां r बैटरी का आन्तरिक प्रतिरोध है।

बिन्दु A एवं B के मध्य विभवांतर

$4\times I_1 = 4\times I_2$

अर्थात् $I_1 = I_2$

परन्तु $I_1 + I_2 = 2A$

या $2I_1 = 2A$

या $I_1 = 1A$ $I = 2$A है। इससे स्पष्ट है कि

अतः $I_1 = I_2 = 1$A

बिन्दुओं B एवं C के बीच संयोजित प्रतिरोध में विद्युत धारा का मान 2A होगा। बिन्दु C एवं D के मध्य संयोजित प्रतिरोधों 12 Ω एवं 6 Ω मे प्रवाहित विद्युत धारा माना क्रमशः I_3 एवं I_4 है। अतः चूंकि ये प्रतिरोध समान्तर क्रम में है।

$12\, I_3 = 6I_4$

या $I_4 = 2I_3$

परन्तु $I_3 + I_4 = 2A$

अतः $I_3 + 2I_3 = 2A$

या $I_3 = \left(\frac{2}{3}\right)A$ जिससे $I_4 = \left(\frac{4}{3}\right)A$

(स) A एवं B के मध्य वोल्टता

$$V_{AB} = I \times R_{AB} = 2 \times 2 = 4\ V$$

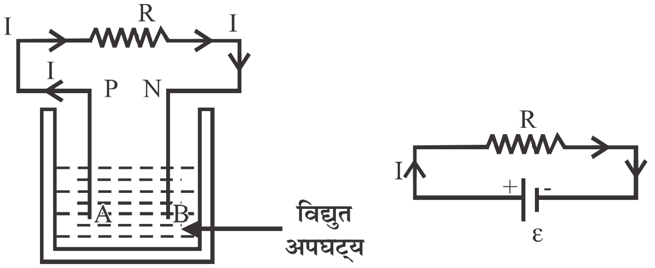
इसी प्रकार

$$V_{BC} = I \times R_{BC} = 2 \times 1 = 2\ V$$

एवं $V_{CD} = I \times R_{CD} = 2 \times 4 = 8\ V$

5.10 सेल, विद्युत वाहक बल, टर्मिनल वोल्टता एवं आंतरिक प्रतिरोध (Cell, Electro Motive Force, Terminal Voltage and Internal Resistance)

विद्युत सेल वह युक्ति है जो किसी विद्युत परिपथ में स्थायी विद्युत धारा को बनाए रखती है। अन्य रूप में यह रासायनिक ऊर्जा से विद्युत ऊर्जा प्राप्त करने की सरल युक्ति है।



(अ) (ब)

चित्र 5.16 विद्युत सेल

विद्युत सेल में चित्रानुसार दो इलेक्ट्रॉड होते हैं, जो किसी विद्युत अपघटनी द्रव में डूबे रहते हैं। इन इलेक्ट्रोडों को धनात्मक इलेक्ट्रोड (P) तथा ऋणात्मक इलेक्ट्रॉड (N) से दर्शाया गया है। विलयन में डूबे इलेक्ट्रॉड विद्युत अपघट्य के साथ आवेशों का आदान–प्रदान करते हैं। इसके फलस्वरूप धनात्मक इलेक्ट्रॉड एवं अपघटनी द्रव में किसी बिन्दु A के मध्य एक विभवांतर $V_+ (V_+ > 0)$ उत्पन्न हो जाता है। इसी प्रकार ऋणात्मक इलेक्ट्रॉड एवं विद्युत अपघटनी द्रव के किसी बिन्दु B के मध्य एक ऋणात्मक विभवांतर (V_-) उत्पन्न हो जाता है। जब सेल से कोई विद्युत धारा प्रवाहित नहीं होती तो समस्त विद्युत अपघटनी सेल में विभव नियत रहता है। इस अवस्था में P एवं N के मध्य विभवांतर $V_+ - (-V_-) = V_+ + V_-$ रहता है।

जब सेल खुले परिपथ में होता है अर्थात् इससे धारा प्राप्त नहीं करते तो सेल के दोनों इलेक्ट्रोडों के मध्य विभवांतर सेल का विद्युत वाहक बल कहलाता है। इसे ε से लिखते हैं।

ध्यान रखने योग्य है कि ε वास्तव में विभवांतर है, बल नहीं। इसे विद्युत वाहक बल नाम ऐतिहासिक कारणों से दिया गया और यह नाम उस समय दिया गया था जब इस घटना को उचित रूप से समझा नहीं गया था। जब सेल से किसी बाह्य प्रतिरोध R में विद्युत धारा प्रवाहित होती है तो विद्युत अपघट्य में भी विद्युत धारा ऋणात्मक इलेक्ट्रॉड से धनात्मक इलेक्ट्रॉड की

ओर प्रवाहित होती है। विद्युत अपघट्य धारा के प्रवाह में एक परिमित प्रतिरोध उत्पन्न करता है। जिसे सेल का आंतरिक प्रतिरोध कहते हैं। इसे r से प्रदर्शित करते है। अर्थात् सेल से प्रयुक्त विद्युत अपघट्य पदार्थ द्वारा विद्युत धारा के प्रवाह में उत्पन्न किया गया अवरोध, सेल का आंतरिक प्रतिरोध कहलाता है।

एक आदर्श सेल का आंतरिक प्रतिरोध शून्य होता है। व्यवहार में प्रयुक्त सेलों का आंतरिक प्रतिरोध शून्य न होकर एक परिमित मान का होता है।

यदि किसी सेल से बाह्य प्रतिरोध में विद्युत धारा प्रवाहित की जाती है अर्थात् सेल बन्द परिपथ में हो तो सेल के दोनों इलेक्ट्रॉडो के मध्य विभवांतर सेल की टर्मिनल वोल्टता कहलाती है।

टर्मिनल वोल्टता को प्रायः V से प्रदर्शित करते हैं तथा यदि सेल से धारा ली जा रही है तो $V < \varepsilon$ होता है। बंद परिपथ में $\varepsilon - V$ का मान सेल के आंतरिक प्रतिरोध पर विभव पतन के समान होता है। अर्थात्

$$\varepsilon - V = Ir \qquad \ldots(5.42)$$

यहाँ I सेल से प्राप्त विद्युत धारा है।

अतः टर्मिनल वोल्टता

$$V = \varepsilon - Ir \qquad \ldots(5.43)$$

परन्तु ओम के नियम से $V = IR$ ...(5.44)

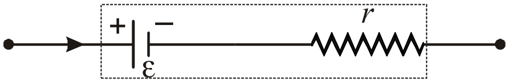
समीकरण (5.43) एवं समीकरण (5.44) को संयोजित करने पर

$$I\left(R + r\right) = \varepsilon$$

या $$I = \frac{\varepsilon}{R + r} \qquad \ldots(5.45)$$

एवं $$r = \frac{\varepsilon - V}{I} = \frac{\varepsilon - V}{V / R}$$

या $$r = \left(\frac{\varepsilon - V}{V}\right)R \qquad \ldots(5.46)$$



चित्र 5.17 सेल का आवेशन

नोटः यदि किसी सेल को आवेशित किया जाता है, चित्र 5.17 के अनुसार तो सेल में विद्युत धारा धनात्मक इलेक्ट्रॉड से प्रवेश करती है, इस अवस्था में टर्मिनल वोल्टता

$V = \varepsilon + Ir$ होगी, अर्थात् $V > \varepsilon$

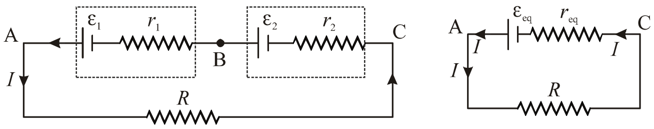
5.11 सेलों का संयोजन (Combination of Cells)

सामान्यतः सेलों को दो प्रकार से जोड़ा जाता है–

(अ) श्रेणी क्रम संयोजन

(ब) समान्तर क्रम संयोजन

5.11.1 सेलों का श्रेणीक्रम संयोजन (Series Combination of cells)



चित्र 5.18 सेलों का श्रेणी क्रम संयोजन

सेलों का ऐसा संयोजन जिसमें पहले सेल के एक टर्मिनल को दूसरे सेल के विपरीत ध्रुवता के टर्मिनल से जोड़ा जाता है, सेलों का श्रेणीक्रम संयोजन कहलाता है। संयोजन में दो अंत्य सिरे (End point) विपरीत ध्रुवता के होते हैं इन्हें बाह्य प्रतिरोध या परिपथ को जोड़ने के लिए उपयोग में लिया जाता है।

वि.वा.बल ε_1 व ε_2 तथा आंतरिक प्रतिरोध r_1 एवं r_2 के दो सेल चित्र 5.18 के अनुसार श्रेणी क्रम में जोड़े गए हैं। संयोजन के अंत्य सिरे बाह्य प्रतिरोध R के साथ जोड़े गए हैं। हमें संयोजन का तुल्य वि.वा.बल, तुल्य आंतरिक प्रतिरोध एवं परिपथ में विद्युत धारा I का मान ज्ञात करना है।

ओम के नियम से प्रतिरोध R के सिरों पर विभवांतर

$$V = IR = V_A - V_C$$

अंत्य बिन्दुओं A एवं C के मध्य विभवांतर

$$V_{AC} = (V_A - V_B) + (V_B - V_C)$$

$$= (\varepsilon_1 - Ir_1) + (\varepsilon_2 - Ir_2)$$

$$= (\varepsilon_1 + \varepsilon_2) - I(r_1 + r_2) \qquad \ldots(5.47)$$

यदि संयोजन का तुल्य वि.वा.बल ε_{eq} एवं तुल्य आंतरिक प्रतिरोध r_{eq} है तो

$$V_{AC} = \varepsilon_{eq} - I\,r_{eq} \qquad \ldots(5.48)$$

समीकरण 5.47 एवं 5.48 की तुलना करने पर

$$\varepsilon_{eq} = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 \qquad \ldots(5.49)$$

एवं $$r_{eq} = r_1 + r_2 \qquad \ldots(5.50)$$

चूंकि टर्मिनल वोल्टता का मान, बाह्य प्रतिरोध R के सिरों पर उत्पन्न विभवांतर के तुल्य होता है अतः ओम के नियम से

$$V_A - V_C = IR = \varepsilon_1 - Ir_1 + \varepsilon_2 - Ir_2$$

या $$I(R + r_1 + r_2) = \varepsilon_1 + \varepsilon_2$$

या $$I = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{R + r_1 + r_2} = \frac{\varepsilon_{eq}}{R + r_{eq}} \qquad \ldots(5.51)$$

उपर्युक्त विवरण से स्पष्ट है कि सेलों के श्रेणी क्रम संयोजन में –

(i) परिणामी वि.वा.बल, सेलों के वि.वा.बलों के योग के समान होता है तथा तुल्य आंतरिक प्रतिरोध सभी के आन्तरिक का योग होता है।

(ii) यदि संयोजन में समान वि.वा.बल एवं समान आंतरिक प्रतिरोध के n सेल जुड़े हों

अर्थात् $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_3 = ...\varepsilon_n = \varepsilon$

एवं $r_1 = r_2 = r_2 = ... = r_n = r$ है तो

$$I = \frac{n\varepsilon}{R + nr} = \frac{\varepsilon}{r + R/n} \quad ...(5.52)$$

एवं $\varepsilon_{eq} = n\varepsilon \quad ...(5.53)$

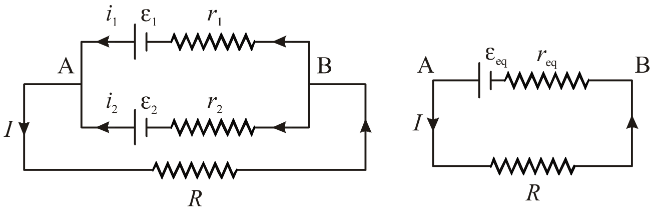
तथा $r_{eq} = nr \quad ...(5.54)$

(iii) यदि संयोजन में किसी एक बैटरी की ध्रुवता को उलट दिया जाए तो, तुल्य वि.वा.बल का मान $\varepsilon_1 - \varepsilon_2$ या $\varepsilon_2 - \varepsilon_1$ प्राप्त होगा। लेकिन $r_{eq} = r_1 + r_2$ ही रहेगा।

5.11.2 सेलों का समान्तर क्रम संयोजन (Parallel Combination of Cells)

सेलों का ऐसा संयोजन जिसमें प्रत्येक सेल के एक जैसी ध्रुवता के टर्मिनल एक बिन्दु पर जुड़े हों, उसे सेलों का समान्तर क्रम संयोजन कहते हैं।

चित्र 5.19 में दो सेलों जिनके वि.वा.बल क्रमशः ε_1 एवं ε_2 तथा आंतरिक प्रतिरोध क्रमशः r_1 एवं r_2 है के समान्तर क्रम संयोजन को दर्शाया गया है। अंत्य बिन्दुओं A एवं B का सम्बन्ध बाह्य प्रतिरोध R से किया गया है।



चित्र 5.19 सेलों का समान्तर क्रम संयोजन

यदि प्रत्येक सेल से प्राप्त विद्युत धारा क्रमशः I_1 एवं I_2 हैं तो बाह्य परिपथ में कुल धारा

$$I = I_1 + I_2 \quad ...(5.55)$$

यदि बिन्दु A एवं B के मध्य टर्मिनल वोल्टता V है तो प्रथम सेल के लिए

$$V = \varepsilon_1 - I_1 r_1 \quad ...(5.56)$$

एवं द्वितीय सेल के लिए

$$V = \varepsilon_2 - I_2 r_2 \quad ...(5.57)$$

उपर्युक्त समीकरणों से

$$I_1 = \frac{\varepsilon_1 - V}{r_1}$$

तथा $$I_2 = \frac{\varepsilon_2 - V}{r_2}$$

I_1 एवं I_2 के मान समीकरण (5.55) में रखने पर

$$I = \frac{\varepsilon_1 - V}{r_1} + \frac{\varepsilon_2 - V}{r_2}$$

या $$I = \left(\frac{\varepsilon_1}{r_1} + \frac{\varepsilon_2}{r_2}\right) - V\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right)$$

या $$I = \left(\frac{\varepsilon_1 r_2 + \varepsilon_2 r_1}{r_1 r_2}\right) - V\left(\frac{r_1 + r_2}{r_1 r_2}\right) \quad ...(5.58)$$

हल करने पर

$$V = \left(\frac{\varepsilon_1 r_2 + \varepsilon_2 r_1}{r_1 + r_2}\right) - I\left(\frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2}\right) \quad ...(5.59)$$

यदि सेलों के संयोजन का तुल्य वि.वा.बल ε_{eq} एवं तुल्य आंतरिक प्रतिरोध r_{eq} है तो टर्मिनल वोल्टता का मान होगा

$$V = \varepsilon_{eq} - I\, r_{eq} \quad ...(5.60)$$

समीकरण (5.59) एवं (5.60) की तुलना करने पर

$$\varepsilon_{eq} = \frac{\varepsilon_1 r_2 + \varepsilon_2 r_1}{r_1 + r_2} \quad ...(5.61)$$

एवं $$r_{eq} = \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2} \quad ...(5.62)$$

तथा बाह्य प्रतिरोध में विद्युत धारा का मान

$$I = \frac{\varepsilon_{eq}}{R + r_{eq}} \quad ...(5.63)$$

जहाँ ε_{eq} एवं r_{eq} के मान समीकरण (5.61) एवं (5.62) से दिए गए हैं।

सेलों के समान्तर क्रम में स्पष्ट है कि

(i) यदि $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon$ एवं $r_1 = r_2 = r$ अर्थात् समान वि.वा.बल एवं समान आंतरिक प्रतिरोध के दो सेल समान्तर क्रम में जोड़े जाएँ तो $\varepsilon_{eq} = \varepsilon$ एवं $r_{eq} = \frac{r}{2}$ होगा।

(ii) समान वि.वा.बल के n सेलों को जिनके आंतरिक प्रतिरोध भी समान हो समांतर क्रम में जोड़ने पर $\varepsilon_{eq} = \varepsilon$ एवं $r_{eq} = \frac{r}{n}$ तथा बाह्य प्रतिरोध में विद्युत धारा

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r/n} \quad ...(5.64)$$

होगी।

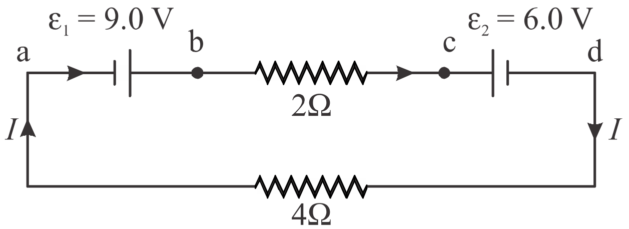
(iii) समीकरण (5.61) एवं (5.62) समीकरण को हम निम्न रूप में भी प्रस्तुत कर सकते हैं

$$\frac{\varepsilon_{eq}}{r_{eq}} = \frac{\varepsilon_1}{r_1} + \frac{\varepsilon_2}{r_2} \qquad \ldots (5.65)$$

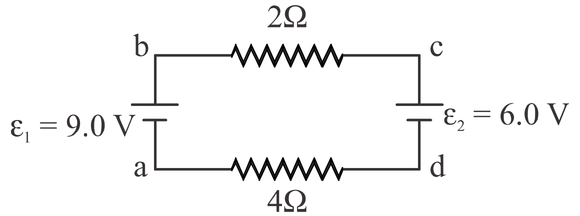
एवं

$$\frac{1}{r_{eq}} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \qquad \ldots (5.66)$$

उदाहरण 5.14 चित्र में दो आदर्श बैटरियों को दो प्रतिरोधों के साथ श्रेणीक्रम में जोड़ा गया है। परिपथ में बहने वाली विद्युत धारा का मान ज्ञात कीजिये।



(अ)



(ब)

हल: दिए गए परिपथ का यदि तुल्य परिपथ बनाया जाए तो वह चित्र ब के जैसा प्राप्त होता है।

चित्र से स्पष्ट है कि बिन्दु a एवं d के मध्य सेलों का तुल्य वि.वा.बल

$$\varepsilon_{aq} = \varepsilon_1 - \varepsilon_2 \qquad (\because \varepsilon_1 > \varepsilon_2)$$

$$\varepsilon_{eq} = 9.0 - 6.0 = 3.0V$$

परिपथ का प्रभावी प्रतिरोध

$$R = 2\Omega + 4\Omega = 6\Omega$$

अतः परिपथ में विद्युत धारा

$$I = \frac{\varepsilon_{eq}}{R} = \frac{3.0V}{6\Omega} = 0.5A$$

5.12 विद्युत ऊर्जा (Electric Energy)

किसी निश्चित समय में किसी विद्युत सेल द्वारा विद्युत परिपथ में धारा प्रवाह के लिए किया गया कुल कार्य, अर्थात् परिपथ को दी गई ऊर्जा विद्युत ऊर्जा कहलाती है।

यदि R प्रतिरोध के तार में I धारा t समय तक प्रवाहित की जाए तो t समय में तार से प्रवाहित होने वाले आवेश की मात्रा $q = It$ होगी।

यदि तार के सिरों पर V विभवांतर आरोपित किया जाए तो विभवांतर की परिभाषा से q आवेश को तार के एक सिरे से दूसरे सिरे तक प्रवाहित करने में विद्युत स्त्रोत द्वारा किया गया कार्य, अर्थात् विद्युत ऊर्जा होगी–

$$W = qV = VIt \qquad \ldots (5.67)$$

परन्तु ओम के नियम से $V = IR$

अतः

$$W = I^2Rt \qquad \ldots (5.68)$$

अथवा

$$W = \frac{V^2}{R}t \qquad \ldots (5.69)$$

विद्युत ऊर्जा का S.I. मात्रक जूल है।

जहाँ 1 जूल = 1 वाट × सैकण्ड

विद्युत ऊर्जा का व्यावसायिक मात्रक किलोवाट घंटा (kWh) है। इसे बोर्ड ऑफ ट्रेड यूनिट (B.O.T.U) या विद्युत यूनिट भी कहते हैं।

अतः 1 विद्युत यूनिट = 1 kWh

= 1 किलो वाट × 1 घण्टा

= 1000 वाट × 3600 सैकण्ड

या 1 kWh = 3.6 × 10^6 वाट × सेकण्ड (या जूल)

महत्वपूर्ण टिप्पणी

जूल के नियम (Joule's law) की सहायता से कार्य एवं ऊष्मा की तुल्यता को व्यक्त करते हैं। इस नियम से

W = JH

या

$$H = \frac{W}{J} = \frac{VIt}{J} = \frac{I^2Rt}{J} = \frac{V^2}{R}\frac{t}{J} \text{ कैलोरी}$$

यहाँ H = उत्पन्न ऊष्मा है एवं J = ऊष्मा का यांत्रिक तुल्यांक है। $J = 4.2\frac{\text{J}}{\text{cal}}$

5.13 विद्युत शक्ति (Electrical Power)

किसी विद्युत परिपथ में विद्युत स्त्रोत द्वारा विद्युत धारा प्रवाह के लिए किए गए कार्य की दर या एकांक समय में क्षय होने वाली ऊर्जा का मान विद्युत परिपथ की शक्ति कहलाती है। इसे प्रायः P से लिखते हैं।

यदि परिपथ में t समय तक धारा प्रवाह के लिए क्षय ऊर्जा अर्थात् किया गया कार्य W है तो विद्युत शक्ति

$$P = \frac{W}{t} \qquad \ldots (5.70)$$

परन्तु पिछले अनुच्छेद में हम पढ़ चुके हैं कि

$$W = VIt = I^2Rt = \frac{V^2}{R}t$$

अतः $P = VI = I^2R = \dfrac{V^2}{R}$ . . . (5.71)

विद्युत शक्ति का S.I. मात्रक वाट (Watt) है।

जहाँ $1 \text{ वाट} = \dfrac{1 \text{ जूल}}{\text{सैकण्ड}}$

व्यावहारिक रूप में विद्युत शक्ति के मापन के लिए किलो वाट या मेगा वाट का प्रयोग करते हैं।

जहाँ 1 किलोवाट = 10^3 वाट

एवं 1 मेगावाट = 10^6 वाट

विद्युत शक्ति मापन के लिए अन्य प्रचलित मात्रक अश्व शक्ति (Horse power) का भी उपयोग करते हैं। एक अश्व शक्ति का मान 746 वाट के तुल्य होता है।

नोटः विद्युत शक्ति व्यय के लिए समीकरणों $P = VI$ एवं $P = \dfrac{V^2}{R}$ का विद्युत शक्ति के संचरण में महत्वपूर्ण योगदान है। विद्युत शक्ति का संचरण पावर स्टेशन से घरों एवं कारखानों तक संचरण केबिल द्वारा सैकडों किलोमीटर दूर तक किया जाता है। हम ऐसी व्यवस्था करना चाहेंगे जिससे पावर स्टेशन से गंतव्य स्थान तक विद्युत शक्ति संचरण का क्षय न्यूनतम हो सके। यदि R_C प्रतिरोध की संचरण केबिल से P शक्ति को किसी युक्ति में V वोल्टता पर पहुँचाना है तो संयोजी तारों में व्यय होना वाला ऊर्जा क्षय $P_C = I^2 R_C = \dfrac{V^2}{R_C}$ होता है। यह शक्ति अपव्यय V^2 के व्युत्क्रमानुपाती है। इसी कारण विद्युत शक्ति संचरण में शक्ति व्यय को कम करने के लिए संचरण लाइनों में वृहद वोल्टता V पर विद्युत धारा प्रवाहित की जाती है। उच्च वोल्टता के खतरे के कारण साधारणतया ये लाइनें आबादी वाले क्षेत्र से दूर होती हैं। इस धारा की वोल्टता को उपयोग में लेने के लिए उपयुक्त मान तक ट्रांसफार्मर द्वारा कम कर लिया जाता हैं।

उदाहरण 5.15 एक 220 V तथा 100 W के बल्ब को 110 V के स्त्रोत से जोड़ दिया जाए तो बल्ब द्वारा व्ययित शक्ति का मान ज्ञात करो।

हलः दिया है V = 220 V, P = 100 W

अतः बल्ब का प्रतिरोध $R = \dfrac{V^2}{P} = \dfrac{220 \times 220}{100}$

या $R = 484\Omega$

यहाँ स्त्रोत की वोल्टता $V' = 110V$

अतः बल्ब द्वारा व्ययित शक्ति

$$P^1 = \frac{(V^1)^2}{R} = \frac{(110)^2}{484} = 25W$$

महत्वपूर्ण बिन्दु (Important Points)

1. किसी काट क्षेत्र से प्रतिएकांक समय में प्रवाहित आवेश को विद्युत धारा कहते हैं। औसत धारा $I_{av} = \frac{\Delta q}{\Delta t}$ तात्कालिक धारा $I = \frac{dq}{dv}$
2. किसी चालक पर बाह्य विद्युत क्षेत्र आरोपित करने पर चालक के मुक्त इलेक्ट्रॉन जिस औसत वेग से विद्युत क्षेत्र की दिशा के विपरीत दिशा में गमन करते हैं, उस वेग का इलेक्ट्रॉनों का अपवहन वेग कहते है।

   अपवहन वेग $v_d = \frac{-eE\tau}{m}$ होता है।
3. एकांक विद्युत क्षेत्र के लिए अपवाह वेग का परिमाण गतिशीलता कहलाता है। अतः गतिशीलता

   $$\mu = \frac{|v_d|}{E}$$

   गतिशीलता का S.I. मात्रक $\frac{m^2}{V\,s}$ है।
4. विद्युत धारा तथा अपवाह वेग में सम्बन्ध $I = \mathrm{neA}v_\mathrm{d}$ है। धारा घनत्व $J = \mathrm{ne}v_\mathrm{d}$ एवं अपवाह वेग तथा विभवांतर में सम्बन्ध $v_d = \frac{eV}{ml}\tau$ होता है।
5. ओम के नियमानुसार किसी चालक में प्रवाहित विद्युत धारा उसके सिरों पर विभवान्तर के समानुपाती होता है जबकि भौतिक अवस्थायें समान हों, अर्थात् $V \propto I$ या $V = RI$ यहाँ R चालक का प्रतिरोध है। R का मात्रक ओम है। $\Omega = V\,A^{-1}$
6. चालक का प्रतिरोध $R = \frac{m\ell}{ne^2 A\tau}$ होता है। ताप में वृद्धि करने पर विश्रांति काल τ कम हो जाता है अतः उसका प्रतिरोध R अधिक हो जाता है।
7. प्रतिरोध $R \propto \ell$ एवं $R \propto \frac{1}{A}$ अतः $R = \rho\frac{\ell}{A}$ होता है। यहाँ ρ चालक के पदार्थ की प्रतिरोधकता या विशिष्ट प्रतिरोध है। ρ चालक के पदार्थ एवं ताप पर निर्भर करता है, उनकी लम्बाई एवं अनुप्रस्थ काट पर नहीं।
8. विद्युत क्षेत्र एवं प्रतिरोधकता में सम्बन्ध $E = \rho J$ तथा चालकता एवं धारा घनत्व में सम्बन्ध $J = \sigma E$ है। इसे ओम के नियम का सूक्ष्म रूप भी कहते हैं।
9. अनेक पदार्थों (चालक युक्तियों) में ओम के नियम का पालन नहीं होता। इन्हें अन–ओमीय युक्तियाँ कहते हैं। इनके लिए V एवं I के मध्य आरेख सरल रेखीय नहीं होगा।
10. प्रतिरोध की ताप पर निर्भरता $R_t = R_0(1+\alpha t)$ से दी जाती है। चालकों के लिए ताप में वृद्धि करने पर प्रतिरोधकता एवं प्रतिरोध में वृद्धि होती है, परन्तु अर्द्धचालकों एवं विद्युतरोधी के लिए ताप में वृद्धि के साथ प्रतिरोधकता घटती है।
11. प्रतिरोधकों के श्रेणीक्रम संयोजन में तुल्य प्रतिरोध $R_{eq} = R_1 + R_2 + \ldots + R_n$ एवं समान्तर क्रम संयोजन में तुल्य प्रतिरोध

    $\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \ldots.. + \frac{1}{R_n}$ होता है।
12. जब सेल खुले परिपथ में होता है तो सेल के टर्मिनलों के मध्य वोल्टता सेल का वि.वा.बल कहलाता है।
13. जब सेल बंद परिपथ में होता है, अर्थात् सेल से बाह्य प्रतिरोध में विद्युत धारा प्रवाहित होती है तो सेल के दोनों टर्मिनलों के मध्य वोल्टता को सेल की टर्मिनल वोल्टता कहते है।
14. सेल की टर्मिनल वोल्टता एवं वि.वा.बल में निम्न सम्बन्ध होता है $\varepsilon = V + Ir$
15. सेल के आवेशन के समय $V > E$ होता है।

अभ्यासार्थ प्रश्न

बहुचयनात्मक प्रश्न

1. किसी चालक की प्रतिरोधकता एवं चालकता का गुणनफल निर्भर करता है–

(अ) काट क्षेत्रफल पर (ब) ताप पर

(स) लम्बाई पर (द) किसी पर नहीं

2. दो समान आकार के तारों, जिनकी प्रतिरोधकता ρ_1 एवं ρ_2 है, को श्रेणीक्रम में जोड़ा गया है। संयोजन की तुल्य प्रतिरोधकता होगी–

(अ) $\sqrt{\rho_1\rho_2}$ (ब) $2(\rho_1+\rho_2)$

(स) $\dfrac{\rho_1+\rho_2}{2}$ (द) $\rho_1+\rho_2$

3. एक चालक प्रतिरोध को बैटरी से जोड़ा गया है। शीतलन प्रक्रिया से चालक के ताप को कम किया जाए तो प्रवाहित धारा का मान –

(अ) बढ़ेगा (ब) घटेगा

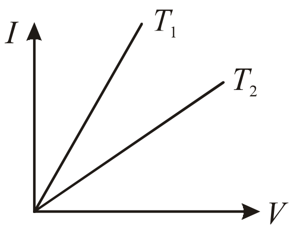
(स) स्थिर रहेगा (द) शून्य होगा

4. 2.1 V का एक सेल 0.2 A की धारा देता है। यह धारा 10 Ω के प्रतिरोध से गुजरती है। सेल का आंतरिक प्रतिरोध है–

(अ) 0.2 Ω (ब) 0.5 Ω

(स) 0.8 Ω (द) $\perp 0\Omega$

5. चित्र में दो भिन्न–भिन्न तापों पर एक चालक के V–*I* वक्रों को दर्शाया गया है। यदि इन तापों के संगत प्रतिरोध क्रमशः R_1 एवं R_2 हो तो निम्न में से कौनसा कथन सत्य है।



(अ) $T_1 = T_2$ (ब) $T_1 > T_2$

(स) $T_1 < T_2$ (द) इनमें से कोई नहीं

6. एक नगर से विद्युत शक्ति को 150 किमी. दूर स्थित एक अन्य नगर तक ताँबे के तारों से भेजा जाता है। प्रति किलोमीटर विभवपात 8 वोल्ट है तथा प्रति किलोमीटर औसत प्रतिरोध 0.5 Ω है, तो तार में शक्ति क्षय है

(अ) 19.2 वाट (ब) 19.2 किलोवाट

(स) 19.2 जूल (द) 12.2 किलोवाट

7. $R\Omega$ के पाँच प्रतिरोध लिए गए। पहले तीन को समान्तर क्रम तथा बाद में इनके साथ दो प्रतिरोध को श्रेणीक्रम में जोड़ा जाता है तब तुल्य प्रतिरोध होगा–

(अ) $\dfrac{3}{7}R\Omega$ (ब) $\dfrac{7}{3}R\Omega$

(स) $\dfrac{7}{8}R\Omega$ (द) $\dfrac{8}{7}R\Omega$

8. अपवहन वेग v_d की वैद्युत क्षेत्र E पर निम्नलिखित में से कौन सी निर्भरता में ओम के नियम का पालन होता है–

(अ) $v_d \alpha E^2$ (ब) $v_d \alpha E$

(स) $v_d \alpha E^{1/2}$ (द) $v_d =$ स्थिरांक

9. एक कार्बन प्रतिरोध पर क्रमशः नीला, पीला, लाल एवं चांदी सा (silver) वलय है। प्रतिरोधक का प्रतिरोध है–

(अ) $64\times10^2\,\Omega$

(ब) $(64\times10^2 \pm 10\%)\,\Omega$

(स) $642\times10^4\,\Omega$

(द) $(26\times10^3 \pm 5\%)\,\Omega$

10. जब बैटरी से जुड़ा तार धारा के कारण गर्म हो जाता है, तो निम्नलिखित में से कौन–सी राशियाँ नहीं बदलती है–

(अ) अपवहन वेग

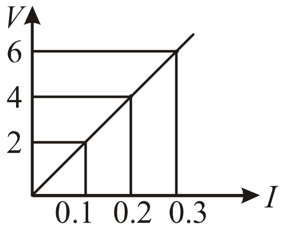
(ब) प्रतिरोधकता

(स) प्रतिरोध

(द) मुक्त इलेक्ट्रॉनों की संख्या

अतिलघूत्तरात्मक प्रश्न

1 दिए गए $V-I$ ग्राफ से प्रतिरोधक के प्रतिरोध का मान ज्ञात करो।



2 धारा घनत्व का S.I. मात्रक लिखिए।

3 धातु की चालकता एवं धारा घनत्व में सम्बन्ध लिखो।

4 अन–ओमीय प्रतिरोधों के दो उदाहरण बताइये।

5 किसी धातु की प्रतिरोधकता की ताप पर निर्भरता बताइये।

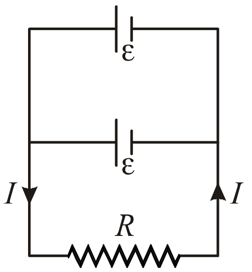
6 ऐसे दो पदार्थों के नाम लिखिए जिनकी प्रतिरोधकता ताप बढ़ने पर घटती है।

7 40 W 220 V के बल्ब में प्रवाहित विद्युत धारा का मान लिखिए।

लघूत्तरात्मक प्रश्न

1 एक चालक में विद्युत धारा प्रवाहित करने पर उसमें कितना आवेश होता है?

2 चित्र में एक ही धातु के चालकों की प्रतिरोधकता ρ_1 एवं $\rho_2\Omega\ m$ है। ρ_1 एवं ρ_2 के अनुपात का मान लिखो।



3 उपरोक्त चित्र में दो सर्वसम सेल जिनके वि.वा.बल समान हैं तथा आंतरिक प्रतिरोध नगण्य हैं, समान्तर क्रम में जुड़े हैं। प्रतिरोध R से प्रवाहित विद्युत धारा का मान क्या होगा।

4 सेल की टर्मिनल वोल्टता एवं विद्युत वाहक बल में अन्तर लिखो।

5 अपवहन वेग की परिभाषा लिखो।

6 8 R प्रतिरोध का कोई तार वृत्त के रूप में मोड़ा गया है। इसके किसी व्यास के सिरों के मध्य प्रभावी प्रतिरोध का मान क्या होगा?

7 एक पदार्थ की आकृति में विकृति उत्पन्न करने पर उसके प्रतिरोध एवं प्रतिरोधकता के मान पर क्या प्रभाव पड़ता है।

8 क्या किसी सेल की प्लेटों के मध्य विभवांतर उसके वि.वा.बल से अधिक हो सकता है।

निबन्धात्मक प्रश्न

1 अपवहन वेग किसे कहते है? अपवहन वेग के आधार पर ओम के नियम का समीकरण $\vec{j} = \sigma\vec{E}$ प्राप्त कीजिए। जहाँ संकेतों के सामान्य अर्थ है।

2. अपवहन वेग तथा विद्युत क्षेत्र के मध्य सम्बन्ध स्थापित कीजिए। गतिशीलता क्या है? गतिशीलता एवं अपवहन वेग की परस्पर निर्भरता की व्याख्या कीजिये।

3. किसी चालक पदार्थ के प्रतिरोध एवं प्रतिरोधकता के मध्य सम्बन्ध ज्ञात करो। प्रतिरोधकता ताप पर किस प्रकार निर्भर करती है। चालक, विद्युतरोधी एवं अर्द्धचालकों के सन्दर्भ में व्याख्या करो।

4. ε_1 एवं ε_2 वि.वा.बल एवं r_1 तथा r_2 आंतरिक प्रतिरोधों के दो सेल विभवांतर क्रम में जुड़े हैं, इस संयोजन का तुल्य वि.वा.बल एवं तुल्य आंतरिक प्रतिरोध ज्ञात करो। यदि इस संयोजन को किसी बाह्य प्रतिरोध R से जोड़ दिया जाए तो R में प्रवाहित विद्युत धारा का मान भी ज्ञात करो।

उत्तरमाला (बहुचयनात्मक प्रश्न)

1. (द) 2. (द) 3. (अ) 4. (ब) 5. (स) 6. (ब)
7. (ब) 8. (ब) 9. (ब) 10. (द)

अतिलघूउत्तरात्मक उत्तर

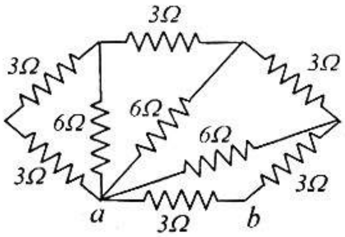
1. 20 Ω
2. A / m^2
3. $J = \sigma E$
4. डायोड, विद्युत अपघटय पदार्थ
5. $\rho = \rho_0(1+\alpha\Delta t)$
6. जर्मेनियम, सिलीकॉन
7. 0.18 A

आंकिक प्रश्न

1 एक बेलनाकार धातु (ताँबे) की छड़ की लम्बाई 1 सेमी एवं त्रिज्या 2.0 mm है। छड़ के सिरों पर 120 V विभवांतर आरोपित करने पर छड़ में प्रवाहित धारा का मान ज्ञात कीजिये। (ताँबे की प्रतिरोधकता $1.7\times10^{-8}\Omega m$ है)

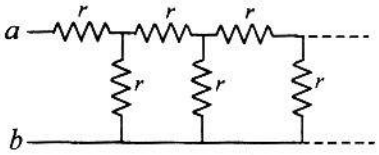
$\left[6.85\times10^{-5}\text{ A}\right]$

2. चित्र में बिन्दु a एवं b के मध्य तुल्य प्रतिरोध का मान ज्ञात कीजिये।



[2 Ω]

3. चित्र में दर्शाये गए अनन्त श्रेणी के विद्युत परिपथ का बिन्दु a एवं b के मध्य तुल्य प्रतिरोध ज्ञात कीजिए।



$\left[\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)r\right]$

4. $1\Omega, 2\Omega$ एवं 3Ω के तीन प्रतिरोधक श्रेणी क्रम में संयोजित है। प्रतिरोधों के संयोजन का कुल प्रतिरोध क्या है? यदि प्रतिरोधकों का संयोजन किसी $12V$ की बैटरी जिसका आंतरिक प्रतिरोध नगण्य है से कर दिया जाता है तो प्रत्येक प्रतिरोधक के सिरों पर वोल्टता ज्ञात कीजिये।

[6Ω, 2Ω, 4Ω एवं 6V]

5. कमरे के ताप ($27°C$) पर किसी तापन अवयव का प्रतिरोध 100Ω है। यदि तापन अवयव का प्रतिरोध 117Ω हो तो अवयव का ताप क्या होगा? प्रतिरोधक के पदार्थ का प्रतिरोधक ताप गुणांक $1.70\times10^{-4}\ {}^0C^{-1}$ है।

[$1027°C$]

6. $15\ m$ लम्बे एवं $6.0\times10^{-7}m^2$ अनुप्रस्थ काट वाले तार से नगण्य धारा प्रवाहित की गई एवं इसका प्रतिरोध $5.0\ \Omega$ मापा गया। प्रायोगिक ताप पर तार के पदार्थ को प्रतिरोधकता क्या होगी?

[$2.0\times10^{-7}\ \Omega\, m$]

7. एक ताँबे का तार जिसका काट क्षेत्रफल $1mm^2$ है, में $0.5\ A$ की धारा प्रवाहित हो रही है। यदि एकांक आयतन में मुक्त इलेक्ट्रॉनों की संख्या$8.5\times10^{22}/cm^3$ हो तो इलेक्ट्रॉनों का अपवहन वेग ज्ञात कीजिए।

[$3.7\times10^{-5}m/s$]

8. किस ताप पर ताँबे के एक तार का प्रतिरोध उसके $0°C$ ताप पर प्रतिरोध का दुगुना हो जाएगा? [ताँबे के लिए प्रतिरोध ताप गुणांक $4.0\times10^{-3}\ °C^{-1}$ है]

[$250°c$]

9. किसी कार की संचायक बैटरी का विद्युत वाहक बल 12 V है। यदि बैटरी का आंतरिक प्रतिरोध 0.4Ω है तो बैटरी से ली जाने वाली अधिकतम धारा का मान क्या है?

[30A]

10. एक कुण्डली जिसका प्रतिरोध $4.2\,\Omega$ है पानी में डूबी हुई है। यदि इसमें $2A$ की धारा 10 मिनट के लिए प्रवाहित की जाए तो कुण्डली में कुल कितने कैलोरी ऊष्मा उत्पन्न होगी? ($J = 4.2\ j/cal$)

[2400 cal]

11. एक बेलनाकार नलिका की लम्बाई l व आंतरिक तथा बाह्य त्रिज्याओं के मान क्रमशः a एवं b है। यदि पदार्थ की प्रतिरोधकता का मान ρ है तो नलिका के सिरों के मध्य प्रतिरोध का मान ज्ञात करो।

$$\left[\frac{\rho\ell}{\pi(a^2-b^2)}\right]$$

12. एक मकान में 100 वाट के चार बल्ब एवं 40 वाट के चार बल्ब प्रतिदिन क्रमशः 4 एवं 6 घंटे जलते हैं। दो पंखे 60 वाट के प्रतिदिन 8 घंटे चलते है। 30 दिन के एक माह के लिए विद्युत ऊर्जा के खर्च की गणना करो। यदि विद्युत दर प्रति यूनिट 5 रूपये है।

[विद्युत खर्च 105.6 यूनिट, 528.00 रूपये]